



POLITÉCNICA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

José Gutiérrez Abascal, 2. 28006 Madrid  
Tel.: 91 336 3060  
info.industriales@upm.es

[www.industriales.upm.es](http://www.industriales.upm.es)



David Barbado Esteban

05 TRABAJO FIN DE GRADO

INDUSTRIALES

TRABAJO FIN DE GRADO

# MODELOS DE SIMULACIÓN PARA EL ESTUDIO DEL SISTEMA DE CATENARIA RÍGIDA: COMPORTAMIENTO DE LA ESTRUCTURA E INTERACCIÓN DINÁMICA PANTÓGRAFO- CATENARIA

JULIO 2017

**David Barbado Esteban**

DIRECTORES DEL TRABAJO FIN DE GRADO:

**Juan de Dios Sanz Bobi**  
**Álvaro Calvo Hernández**



POLITÉCNICA

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutor, Juan de Dios Sanz, por haberme dado la oportunidad de desarrollar un proyecto que ha supuesto un gran reto para mí, tal y como le pedí.

A mi segundo tutor, Álvaro Calvo, por haberme apoyado en todo momento y haberme hecho sentir como uno más desde el primer día de trabajo en el departamento.



## 1. TABLA DE CONTENIDOS

1. TABLA DE CONTENIDOS.....	1
2. RESUMEN.....	5
3. INTRODUCCIÓN .....	11
4. ALCANCE.....	15
5. METODOLOGÍA .....	17
6. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL SISTEMA DE CATENARIA RÍGIDA.....	19
6.1. Generalidades de la catenaria rígida.....	19
6.1.1. Elementos de la infraestructura de catenaria rígida .....	19
6.1.2. Aspectos generales de una instalación de catenaria rígida .....	22
6.2. Generalidades del pantógrafo .....	24
6.2.1. Tipos de pantógrafo .....	25
7. NORMATIVA .....	27
8. PRINCIPIOS TEÓRICOS.....	29
8.1. Método de los Elementos Finitos .....	29
8.1.1. Tipologías FEM .....	29
8.1.2. Ecuaciones FEM .....	32
8.1.3. Métodos de resolución ecuaciones FEM .....	36
8.2. Sistemas Multicuerpo .....	38
8.2.1. Cinemática .....	38
8.2.2. Dinámica .....	39
9. MODELIZACIÓN DEL SISTEMA DE CATENARIA RÍGIDA.....	43
9.1. Modelización Método de los Elementos Finitos .....	43
9.1.1. Carril conductor, hilo de contacto y bridas de unión .....	43
9.1.2. Soportes.....	47
9.1.3. Pantógrafo .....	50
9.2. Modelización sistemas Multicuerpo; modelo de pantógrafo.....	53
10. EXPLICACIÓN ESTUDIOS DE SIMULACIÓN .....	57
10.1. Estudios sobre el modelo masa-resorte-amortiguador de pantógrafo .....	57
10.1.1. Análisis de movimiento .....	57
10.1.2. Estudio de frecuencias naturales .....	59
10.2. Estudios sobre los soportes de catenaria rígida .....	60

10.2.1. Estudio estático .....	60
10.2.2. Estudio de frecuencias naturales .....	60
10.3. Estudios sobre la estructura de catenaria rígida.....	62
10.3.1. Estudio estático .....	62
10.3.2. Estudio dinámico .....	66
10.4. Estudio interacción dinámica pantógrafo-catenaria .....	67
10.4.1. Justificación .....	67
10.4.2. Objetivos .....	68
10.4.3. Descripción .....	68
10.4.4. Definición del contacto pantógrafo-catenaria en SolidWorks .....	68
10.4.5. Modelización FEM empleada .....	70
10.4.6. Definición del movimiento en SolidWorks .....	73
10.4.7. Método de resolución.....	74
10.4.8. Posprocesado de la fuerza de contacto.....	75
10.5. Estudios sobre el modelo multicuerpo de pantógrafo .....	76
10.5.1. Estudio cinemático.....	76
10.5.2. Estudio dinámico .....	79
11. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	83
11.1. Estudios sobre el modelo masa-resorte-amortiguador de pantógrafo .....	83
11.1.1. Resultados del análisis de movimiento .....	83
11.1.2. Resultados del estudio de frecuencias naturales .....	85
11.2. Estudios sobre los soportes de catenaria rígida .....	85
11.2.1. Resultados estudio estático .....	85
11.2.2. Resultados estudio de frecuencias naturales .....	86
11.3. Estudios sobre la estructura de catenaria rígida.....	90
11.3.1. Resultados del estudio estático .....	90
11.3.2. Resultados estudio dinámico.....	93
11.4. Resultados interacción dinámica pantógrafo-catenaria .....	95
11.4.1. Evolución de la fuerza de contacto durante el proceso de estabilización .....	95
11.4.2. Evolución de la fuerza de contacto a diferentes velocidades.....	95
11.4.3. Resultados del posprocesado de la fuerza de contacto .....	98
11.4.4. Representación gráfica del contacto pantógrafo-catenaria .....	103
11.4.5. Influencia de la fuerza exterior aplicada al modelo de pantógrafo.....	105

11.5. Estudios sobre el modelo multicuerpo de pantógrafo .....	107
11.5.1. Resultados del estudio cinemático .....	107
11.5.2. Resultados del estudio dinámico.....	110
12. CONCLUSIONES .....	115
13. LÍNEAS FUTURAS .....	117
14. RESPONSABILIDAD SOCIAL.....	119
15. REFERENCIAS .....	121
16. PLANIFICACIÓN TEMPORAL.....	123
16.1. Estructura de Descomposición del Proyecto (EDP) .....	123
16.2. Diagrama de Gantt .....	124
17. PRESUPUESTO .....	125
18. ÍNDICE DE FIGURAS .....	127
19. ÍNDICE DE TABLAS .....	131



## 2. RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Grado forma parte de un proyecto real más amplio acerca de simulación del sistema de catenaria rígida desarrollado en el departamento de Ingeniería Gráfica de la ETSII.

El sistema ferroviario de captación de corriente más antiguo y más extendido corresponde al sistema de catenaria flexible o convencional, existiendo numerosos estudios acerca de su comportamiento y de la interacción pantógrafo – catenaria (flexible)

La catenaria rígida constituye el otro sistema de captación de corriente más empleado. La estructura de este sistema está compuesta por cuatro elementos principales: carril conductor de aluminio, hilo de contacto, bridas de unión y soportes.

Este sistema presenta ciertas ventajas con respecto a la catenaria convencional y además se trata de una tecnología emergente, por lo que resulta muy interesante estudiarla más en profundidad.

El objetivo de este proyecto consiste en crear un modelo válido de catenaria rígida, que permita simular su comportamiento tanto estático como dinámico y estudiar la interacción dinámica pantógrafo – catenaria (rígida).

Para conseguir estos objetivos se realizan diferentes estudios empleando un programa de simulación que utiliza el Método de los Elementos Finitos (FEM).

Un aspecto fundamental a la hora de resolver cualquier problema mediante el Método de los Elementos Finitos consiste en la definición de la forma óptima de modelización. En este proyecto se realizan modelos de elementos finitos del pantógrafo, de los soportes y del conjunto “carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión”. Posteriormente, se combinan adecuadamente para crear el modelo de la instalación completa, a partir del cual se estudia la interacción pantógrafo-catenaria.

El modelo de pantógrafo empleado corresponde a un modelo discreto masa-resorte-amortiguador incluido en la norma UNE-EN 50318, representado en la siguiente figura:

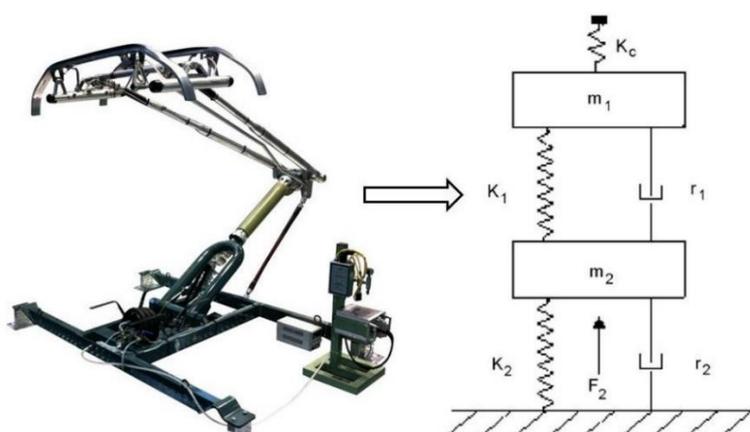


Figura 2.1: Modelización pantógrafo UNE-EN 50318

En cuanto a los soportes de catenaria rígida, se crean tres modelos distintos. Para la realización de estudios estáticos y dinámicos del conjunto no se requieren grandes recursos computacionales y por lo tanto es suficiente una modelización estándar basada en un mallado

mediante elementos sólidos. Sin embargo, a la hora de tener en cuenta su efecto en el estudio del sistema completo, es imprescindible realizar simplificaciones.

Por este motivo, los soportes de catenaria rígida se modelan como apoyos elásticos con rigidez vertical finita, tal como se ilustra en la siguiente figura:

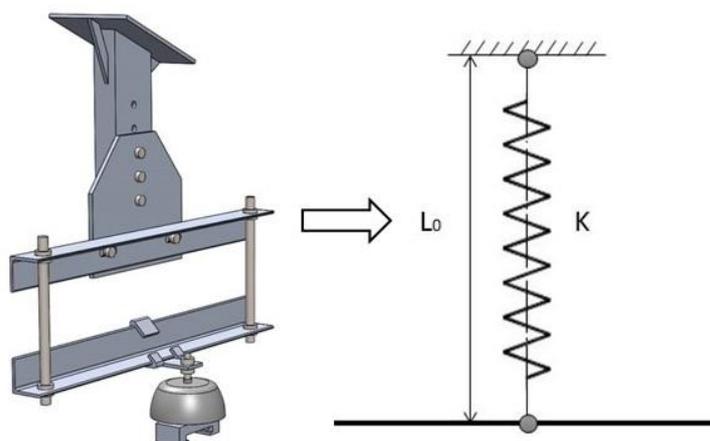


Figura 2.2: Modelización soporte catenaria rígida

Por último, se considera el conjunto “carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión” como un único cuerpo. En el modelo de elementos finitos se lleva a cabo una discretización mediante elementos unidimensionales tipo Beam3D.

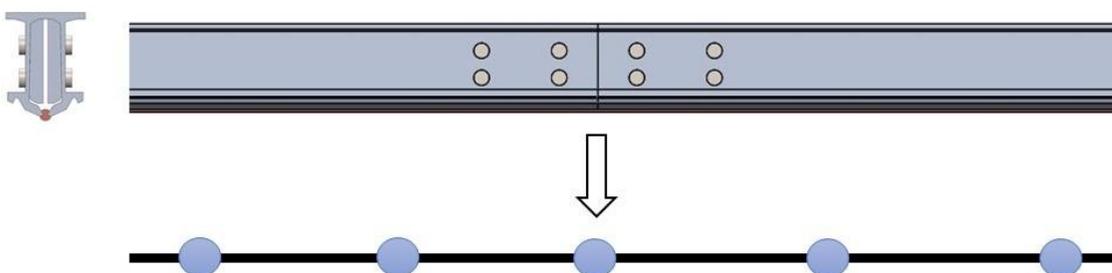


Figura 2.3: Modelización conjunto "carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión"

Una vez que se ha elegido la técnica óptima de modelización se procede a la realización de los diferentes estudios de simulación.

En primer lugar, se realiza un estudio de movimiento del modelo de pantógrafo creado con el objetivo de validar su funcionamiento. Se comprueba que, en estático, ejerce una fuerza constante de 120 N sobre el hilo de contacto, tal y como marca la normativa sobre calidad de captación de corriente.

Por otro lado, se realizan dos tipos de estudios de simulación sobre los soportes: estudio estático y estudio de frecuencias.

A partir del estudio estático se obtiene un valor de la constante de rigidez equivalente del modelo simplificado:  $K_{\text{equivalente}} = 400.000 \text{ N/m}$ .

En cuanto al estudio de frecuencias, se obtienen los modos de vibración principales de dos soportes diferentes de catenaria rígida con sus frecuencias naturales asociadas. Tras comprobarse la validez de los resultados, éstos resultan de gran utilidad para optimizar el diseño de los soportes.

El último paso antes de poder realizarse la simulación de la interacción pantógrafo-catenaria consiste en la elaboración de estudios estáticos y dinámicos sobre la estructura de catenaria rígida.

Los resultados obtenidos en estos dos estudios permiten la creación de un modelo reducido de 35 metros de longitud que permite estudiar, ahora sí, la interacción dinámica pantógrafo-catenaria.

Se realizan simulaciones para un rango de velocidades entre 18 y 180 km/h, empleando una distancia entre soportes de 10 metros.

A modo de ejemplo, se muestra a continuación, la evolución temporal de la fuerza de contacto obtenida para el caso de 36 km/h:

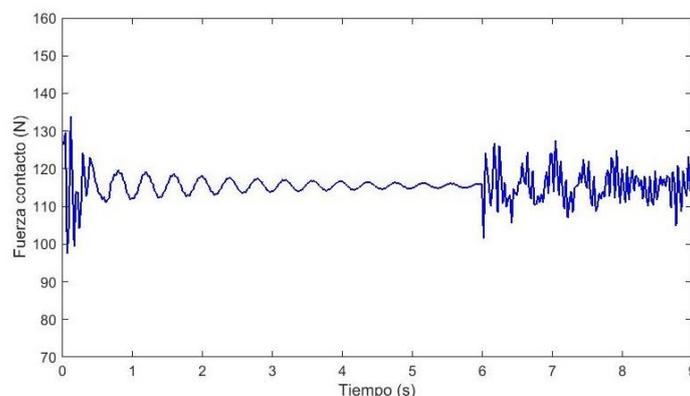


Figura 2.4: Evolución temporal de la fuerza de contacto para  $V = 36$  km/h

Se diferencia claramente el proceso de estabilización y subida del pantógrafo (0-6 segundos) y el proceso durante el cual el pantógrafo se encuentra moviéndose (6-9 segundos).

Además, se obtiene como resultado la representación de los desplazamientos que sufre la estructura de catenaria rígida como consecuencia de la interacción con el pantógrafo.

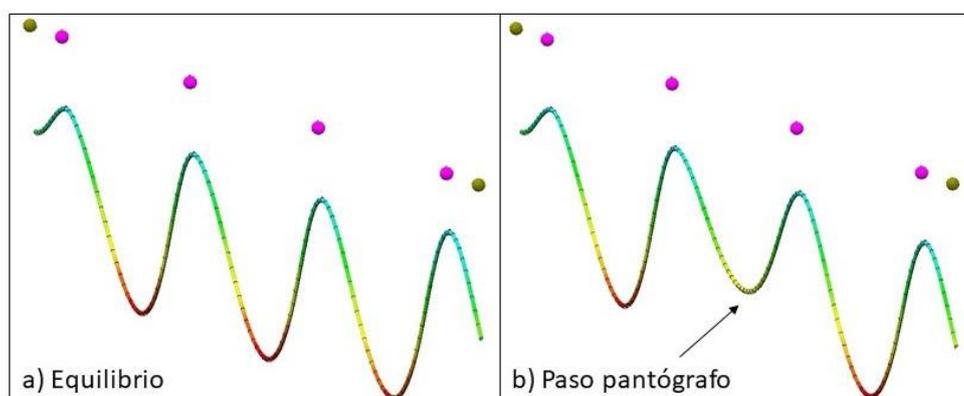


Figura 2.5: Desplazamientos en la catenaria como consecuencia del contacto con el pantógrafo

Hasta aquí se han incluido los resultados obtenidos mediante el programa de elementos finitos. No obstante, es necesario realizar un posprocesado de la fuerza de contacto para poder evaluar la calidad de la captación de corriente. Este posprocesado, según se explica en la normativa, consiste en filtrar la fuerza de contacto para una frecuencia de corte de 20 Hz y en obtener una serie de parámetros estadísticos.

A continuación, se incluyen las gráficas filtradas para 72, 108 y 180 km/h y la comparación de la media, desviación típica y máximo de la fuerza para todas las velocidades estudiadas:

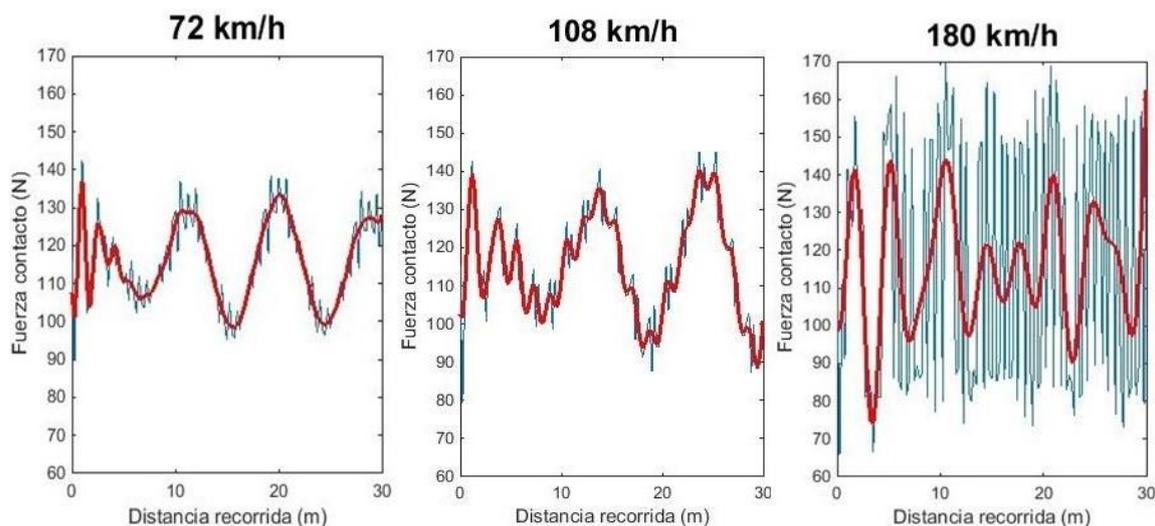


Figura 2.6: Evolución de la fuerza de contacto para  $V = 72, 108, 180$  km/h (20Hz)

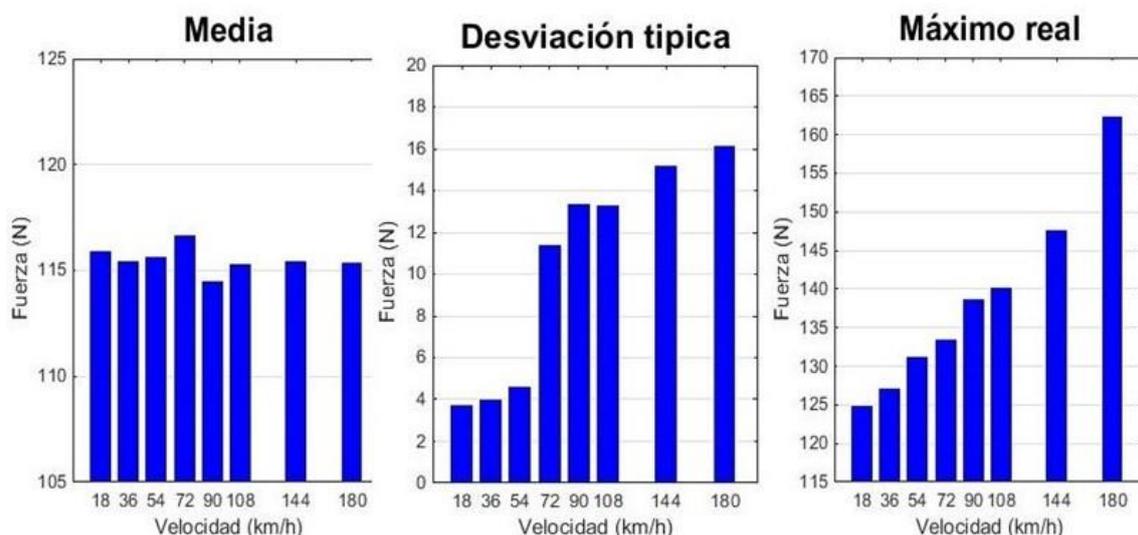


Figura 2.7: Comparación media, desviación típica y máximo para diferentes velocidades

Se observa que un aumento de la velocidad del pantógrafo supone un aumento del máximo, una disminución del mínimo y un aumento de la desviación típica de la fuerza de contacto, sin que ello afecte a la fuerza media. Esta tendencia coincide con los resultados obtenidos experimentalmente.

Además, los valores obtenidos se encuentran dentro de los marcados por la normativa para asegurar una buena calidad de captación de corriente.

Además de todos los estudios explicados hasta el momento, se ha programado un modelo multicuerpo de pantógrafo, creándose tanto el modelo cinemático como el dinámico.

Este modelo se crea con el objetivo de servir como herramienta para estudiar la interacción pantógrafo-catenaria empleando un método distinto al utilizado en este proyecto. Este estudio no entra dentro del alcance de este proyecto.

En la siguiente figura se muestra la animación del modelo cinemático para un ciclo de subida:

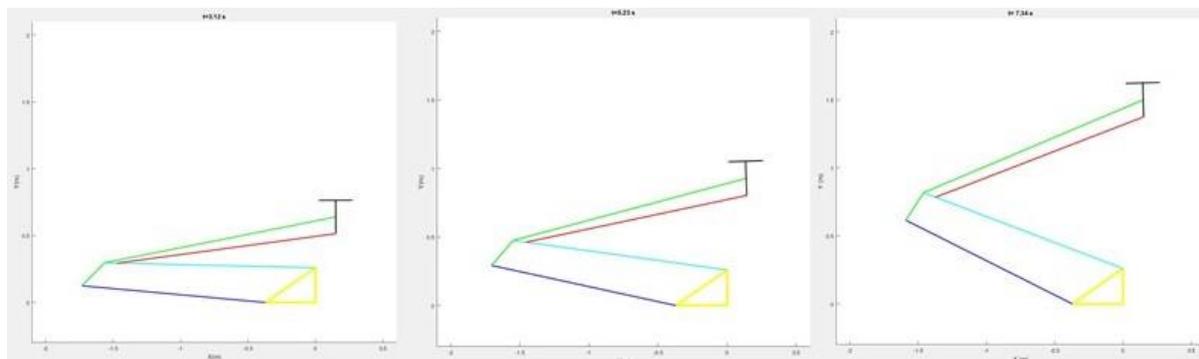


Figura 2.8: Animación de un ciclo de subida del modelo cinemático del pantógrafo multicuerpo

Los resultados obtenidos son completamente satisfactorios y, por lo tanto, el modelo creado queda validado.

Como conclusión final, se ha conseguido crear una herramienta que permite obtener resultados fiables acerca del comportamiento (estático y dinámico) de la catenaria rígida y de la interacción pantógrafo-catenaria.

Uno de los principales inconvenientes de estos estudios corresponde a la necesidad de emplear grandes tiempos de computación. Por ello, uno de los mayores logros de este Trabajo Fin de Grado ha sido la obtención de resultados válidos requiriendo tiempos reducidos para ello.

El proyecto no finaliza aquí, sino que en un futuro próximo se seguirá trabajando en ello. Entre las líneas de mejora más relevantes se encuentran la creación de un modelo de catenaria de mayor longitud, la realización de simulaciones para diferentes configuraciones de la distancia entre soportes y la determinación de la velocidad máxima admisible para obtener una buena calidad de captación de corriente.

El conocimiento adquirido a partir de los resultados obtenidos en este proyecto será de utilidad para redactar una norma específica acerca del sistema de catenaria rígida. Asimismo, servirá para mejorar la tecnología actual, buscando aumentar la velocidad máxima posible, así como la distancia necesaria entre soportes.



### 3. INTRODUCCIÓN

El transporte ferroviario constituye uno de los principales sistemas de transporte tanto para viajeros como para mercancías. Se trata de un sector que está en constante proceso de mejora, encontrándose entre sus objetivos principales los siguientes: aumentar la velocidad de circulación, prolongar la vida útil del material rodante, reducir costes y mantenimiento, etc.

A lo largo de la historia del ferrocarril se han utilizado diferentes tipos de tracción. Actualmente la mayoría de ferrocarriles que circulan en España son de tracción eléctrica, monopolizando sectores como la alta velocidad o los ferrocarriles metropolitanos.

Para poder alimentar los motores eléctricos de un ferrocarril es necesario que exista un sistema de captación de corriente. Dentro de estos sistemas se destacan dos tecnologías principales [1]:

- Captación por tercer carril: el tren dispone de un frotador situado bajo la caja del vehículo que está en contacto con un tercer carril dispuesto paralelamente a los carriles. Es un sistema simple, robusto y que precisa de un mantenimiento sencillo. Sin embargo, existe el riesgo de contactos accidentales y su implementación es difícil en zonas de discontinuidad del carril tales como desvíos o pasos a nivel.



Figura 3.1: Captación por tercer carril

- Captación por línea aérea de contacto: este sistema se fundamenta en la pareja pantógrafo-catenaria. El pantógrafo es un aparato situado en la parte superior del tren cuya función es captar la corriente de una línea de alimentación que se encuentra encima del vehículo.  
Dentro del sistema de captación por línea aérea de contacto se encuentran, a su vez, tres sistemas diferentes:
  - Suspensión tranviaria: el hilo conductor se encuentra paralelo al plano de vía sostenido por ménsulas soporte.  
Este sistema de captación sólo está aconsejado para velocidades reducidas, no superándose los 70 km/h. Por este motivo su uso se restringe a tranvías, metros ligeros, cocheras, etc.



Figura 3.2: Línea tranviaria: Euskotren Bilbao

- Catenaria flexible o convencional: el sistema está formado por dos cables principales denominados sustentador y conductor. El cable sustentador sujeta el cable conductor mediante péndolas, haciendo que este se encuentre paralelo a la vía. Todo este sistema de cables se encuentra sustentado por ménsulas fijadas a postes.



Figura 3.3: Instalación de catenaria flexible

- Catenaria rígida: la distribución de la corriente se realiza a través de un perfil metálico suspendido en el que va emplazado el hilo conductor. Este carril se encuentra sujeto por soportes fijados al techo. Su aplicabilidad hasta el momento se encuentra en metropolitanos y soterramientos ferroviarios.



Figura 3.4: Instalación de catenaria rígida

De entre todos los sistemas de captación mencionados, la catenaria rígida es el que se lleva instalando desde hace menos tiempo y por lo tanto es considerado todavía un sistema emergente. No obstante, existen ya muchos kilómetros de catenaria rígida instalados en España. Por ejemplo, en el Metro de Madrid, todas las líneas tienen este sistema instalado parcial o totalmente.

En comparación con la catenaria convencional, la catenaria rígida presenta las siguientes ventajas principales: mantenimiento reducido, mayor desgaste admisible, necesidad de pequeñas alturas para montaje, elevada sección conductora, número reducido de elementos constitutivos, menores costes, mayor seguridad, etc.

El aspecto fundamental que debe cumplir un sistema de catenaria es asegurar una buena calidad de captación de corriente. El parámetro decisivo que determina la calidad de captación de corriente es la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria.

Esta fuerza de contacto debe ser suficientemente elevada como para limitar la densidad de corriente y suficientemente baja como para evitar el desgaste del hilo y del pantógrafo. Además, se deben evitar despegues ya que toda pérdida de contacto genera arcos eléctricos.

Estudiar el comportamiento de una estructura de catenaria rígida directamente mediante la realización de ensayos resultaría excesivamente costoso e ineficiente. Por ello está totalmente justificada la realización de estudios de simulación previos.

En el campo de la catenaria flexible existen numerosos estudios de simulación que estudian el comportamiento tanto de la infraestructura como de la interacción dinámica con el pantógrafo [2-6].

Sin embargo, en la búsqueda bibliográfica acerca del sistema de catenaria rígida se han encontrado únicamente dos referencias importantes. Un estudio en el que se estudia la interacción pantógrafo-catenaria entre cantones [7] y otro enfocado en el diseño de un nuevo perfil de carril conductor [8].

Debido a esta escasez de estudios realizados y a que se considera un sistema con mucho futuro, este proyecto se centra en la simulación del sistema de catenaria rígida.

Se realizan diferentes estudios de simulación de la infraestructura de catenaria rígida, del pantógrafo y de la interacción entre ambos sistemas.

Este Trabajo Fin de Grado forma parte de un proyecto real impulsado por ADIF y encargado al grupo de simulación del departamento de Ingeniería Gráfica de la ETSII.

Los resultados obtenidos servirán para validar un modelo de catenaria rígida que permita obtener información de gran utilidad para desarrollar una norma centrada exclusivamente en este sistema, la cual a día de hoy no existe.



## 4. ALCANCE

El alcance del Trabajo Fin de Grado comprende la consecución de los siguientes objetivos:

- Generación de modelos CAD de diferentes instalaciones de catenaria rígida, realizándose los modelos de las diferentes piezas que las integran y ensamblándose correctamente.
- Desarrollo de modelos de elementos finitos de las diferentes partes del sistema de catenaria rígida, de forma que se reduzcan al máximo los tiempos de computación manteniéndose la validez en los resultados obtenidos.
- Desarrollo de modelos de pantógrafo que se emplearán para realizar simulaciones acerca de la interacción dinámica con la catenaria mediante un programa de elementos finitos.
- Desarrollo de un modelo multicuerpo de pantógrafo mediante Matlab. Este modelo se crea para poder simular la interacción dinámica con la catenaria siguiendo un método distinto al empleado en este proyecto, lo cual no entra dentro del alcance del presente TFG.
- Obtención de información acerca del comportamiento estático de diferentes tipos de soportes de catenaria rígida, así como información acerca de sus modos de vibración principales, mediante la realización de estudios de simulación.
- Obtención de información acerca del comportamiento estático y dinámico del sistema de catenaria rígida para diferentes configuraciones empleadas, mediante la realización de estudios de simulación.
- Simulación de la interacción dinámica entre pantógrafo y catenaria rígida para diferentes velocidades de circulación. Obtención de resultados acerca de la evolución temporal de la fuerza de contacto y de los desplazamientos de la estructura de catenaria rígida.
- Valoración de la calidad de captación de corriente mediante un análisis estadístico de la fuerza de contacto realizado según las pautas que marca la normativa aplicable.
- Comparación de los resultados obtenidos para cada caso de simulación y evaluación de la validez de los mismos.

Como se ha comentado en el apartado 3, este Trabajo Fin de Grado se enmarca dentro de un proyecto real impulsado por ADIF. Los resultados obtenidos se compararán en un futuro con los obtenidos en un banco de ensayos ubicado en el Centro de Tecnologías Ferroviarias de Málaga que permite emplear diferentes configuraciones de la estructura de catenaria rígida. Una vez se haya realizado esta comparación se evaluará la validez del modelo y si es necesario se realizarán las modificaciones pertinentes para conseguir la validación.

El objetivo final del modelo creado consiste en servir como herramienta para elaborar una norma específica acerca de instalaciones de catenaria rígida. Actualmente no existe ninguna norma de este tipo, únicamente se encuentran recomendaciones.

## 5. METODOLOGÍA

Para la consecución de los objetivos marcados en este proyecto se sigue una metodología fundamentada en los siguientes pasos:

1. Inicialmente se realiza una labor de estudio y documentación acerca del sistema de catenaria rígida con el fin de obtener información acerca de su funcionamiento y de la forma en la que está constituido. Adicionalmente se realizan tareas de investigación acerca de estudios de simulación ya realizados en materia de catenaria rígida. A partir de esta búsqueda, se definen los objetivos a conseguir.
2. Una vez que se tiene información acerca de cómo es una instalación de catenaria rígida, se crean modelos CAD de todas las piezas que integran el sistema y posteriormente se ensamblan con el objetivo de crear un modelo de un tramo de una determinada longitud.
3. Como se van a realizar análisis mediante el Método de los Elementos Finitos, se estudian las diferentes formas de modelizar los cuerpos que forman parte del sistema. Para ello se estudia la morfología de las piezas, las condiciones a las que van a estar sometidas, el tipo de estudio que se va a realizar y la estimación del tiempo de computación que se va a requerir para realizar cada estudio de simulación.

Los estudios que se nombren en los siguientes puntos se realizan con el módulo ‘Simulation’ integrado dentro del software ‘SolidWorks 2016 Premium’.

4. Se crean los modelos de pantógrafo que serán utilizados para estudiar la interacción dinámica con la catenaria. Con el objetivo de comprobar el correcto modelado de los mismos se realizan análisis de movimiento a cada uno de ellos.
5. Paralelamente se crea un modelo multicuerpo de pantógrafo utilizando Matlab.
6. Se realiza el estudio estático de los soportes de catenaria rígida anteriormente modelados. A partir de este estudio se obtiene información útil para simplificar al máximo los soportes, reduciéndose así los tiempos de simulación requeridos en el estudio de la interacción pantógrafo – catenaria.

Adicionalmente se realizan estudios sobre los soportes para obtener sus modos de vibración principales, así como las frecuencias naturales asociadas.

7. Se crea un modelo de un cantón completo de catenaria rígida de 120 metros. Sobre este modelo se realizan estudios estáticos, obteniéndose resultados necesarios para estudios posteriores.
8. A partir del modelo anteriormente utilizado, se crea un nuevo modelo de longitud reducida que se utilizará para estudiar la interacción dinámica pantógrafo-catenaria. Previamente a la ejecución de este estudio, se realiza un estudio dinámico del modelo y se comparan los resultados obtenidos con los del estudio estático anteriormente mencionado.
9. Se crea un modelo en el que están incluidos el sistema completo de la catenaria rígida y el pantógrafo. Adicionalmente se define la condición de contacto entre ambos sistemas.

Una vez obtenido el modelo conjunto, se realiza la simulación dinámica de la interacción entre ambos sistemas para diferentes condiciones de funcionamiento, obteniéndose la evolución temporal de la fuerza de contacto.

- 10.** Posteriormente, se realiza el posprocesado de los resultados obtenidos empleando el software Matlab, consistente en la obtención de parámetros estadísticos y el filtrado de los datos según se establece en la normativa sobre evaluación de la calidad de captación de corriente.
- 11.** Por último, se estudia la validez de los resultados obtenidos y se analizan las diferencias obtenidas en función de las condiciones de funcionamiento.

## 6. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL SISTEMA DE CATENARIA RÍGIDA

En este apartado se realiza una breve descripción del sistema de catenaria rígida, el cual está formado tanto por la estructura completa de la catenaria como por el pantógrafo.

### 6.1. Generalidades de la catenaria rígida

La catenaria, en el ámbito ferroviario, hace referencia a la línea aérea de alimentación que transmite la energía eléctrica que necesita un tren.

El término no se refiere únicamente a los elementos conductores en sí, sino que engloba a toda la infraestructura necesaria para asegurar un buen comportamiento del sistema.

A continuación, se explican los diferentes elementos que constituyen el sistema de catenaria rígida y se resaltan los aspectos generales más importantes de una instalación de este tipo.

#### 6.1.1. Elementos de la infraestructura de catenaria rígida

La infraestructura de catenaria rígida está constituida por los siguientes elementos principales [9]:

- **Carril conductor**

El carril conductor está formado por un conjunto de barras unidas entre sí. Cada una de estas barras está fabricada mediante un proceso de extrusión de aluminio 6063-T1.

Existen diferentes perfiles de catenaria rígida. En la siguiente figura se muestran los más utilizados:

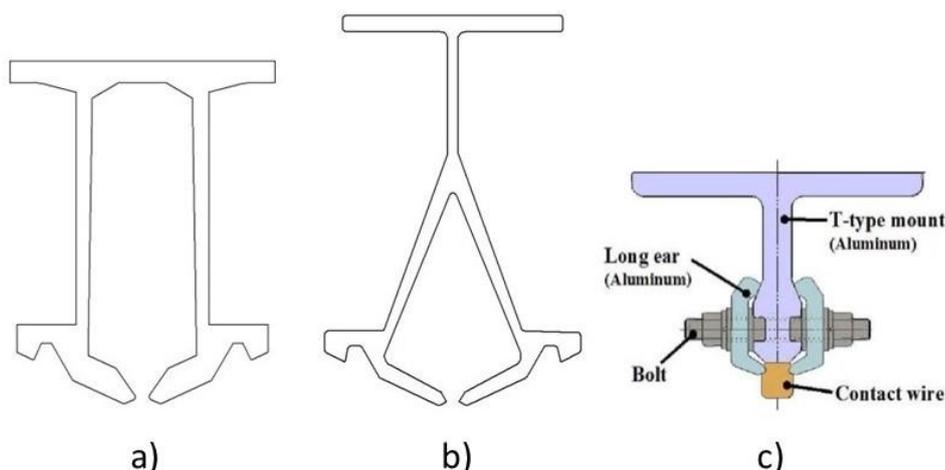


Figura 6.1: a) Perfil FURREY & FREY b) Perfil METRO\_730 c) Perfil tipo T

Este proyecto se centra en el estudio de la catenaria con perfil de Furrey & Frey, al ser el más empleado.

Este perfil tiene una abertura en la parte inferior en forma de tenaza en la que irá emplazado el hilo de contacto. Este hilo se introduce o se extrae por medio de un carro que se desplaza a lo largo del perfil rodando sobre los salientes ajustados que se encuentran a ambos lados. Por último, las ranuras son aprovechadas por las poleas encargadas de abrir el perfil.

Además, en cada extremo tiene ocho agujeros que servirán para unir unas barras a otras mediante bridas de unión y tornillos (figura 6.4).

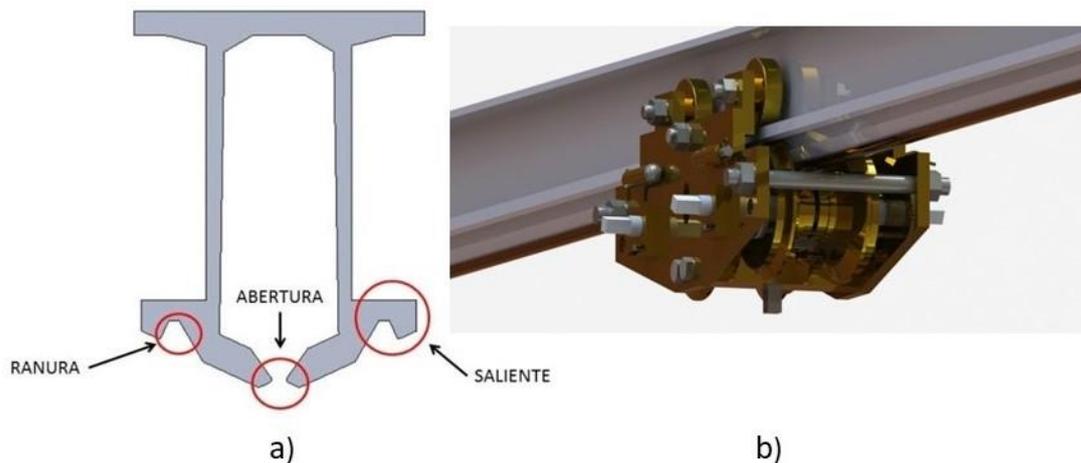


Figura 6.2: a) Detalles perfil Furrey & Frey b) Carro tendido de la empresa Arruti

#### • Hilo de contacto

El hilo de contacto está constituido por cobre y es el encargado de conducir la corriente que posteriormente pasará al tren a través del pantógrafo. Está diseñado de forma que encaje perfectamente en la ranura que tiene el carril conductor.

Está normalizado y su sección es de 107, 120 ó 150 mm<sup>2</sup>.

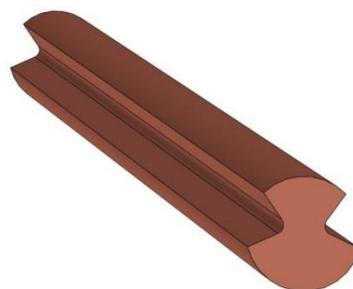


Figura 6.3: Hilo de contacto

#### • Bridas de unión

Están fabricadas con el mismo material que las barras de catenaria rígida. Se ensamblan mediante 8 pernos de acero inoxidable y arandelas. Estos pernos se introducen en los agujeros anteriormente mencionados del carril conductor.

Las bridas de unión están diseñadas de tal manera que, al introducir los pernos, se ajustan perfectamente al perfil interior de las barras, consiguiendo un perfecto alineamiento entre los dos perfiles que se quieren unir.

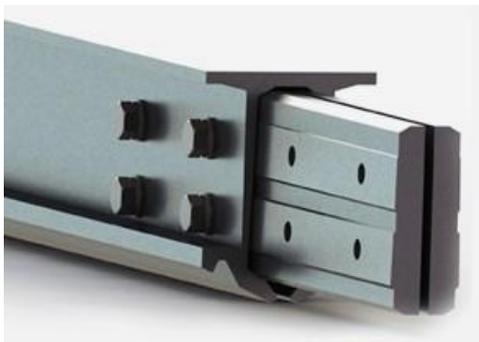


Figura 6.4: Bridas de unión entre perfiles

### • Soportes

Los soportes son los elementos que sirven como sujeción del carril conductor. Cada soporte es una estructura constituida por una serie de perfiles y cartelas de aluminio, espárragos, aisladores y una pinza de sujeción que está en contacto con el carril conductor. Estos soportes se fijan al techo o las paredes mediante pernos.

Existen diversos diseños de soportes de catenaria rígida, mostrándose en la siguiente imagen un modelo CAD realizado con SolidWorks de uno de ellos:

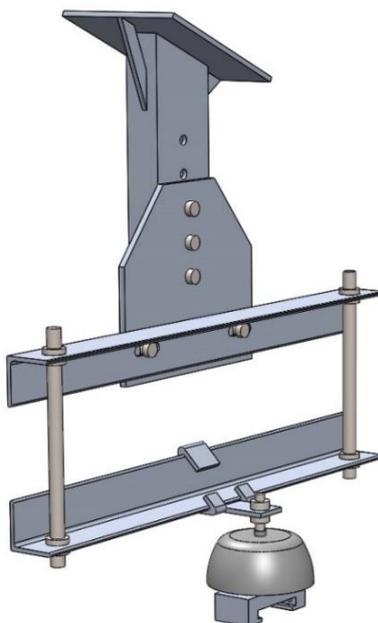


Figura 6.5: Soporte de catenaria rígida

Los soportes deben ajustar el carril conductor en sus tres grados de libertad:

- Descentramiento
- Altura
- Inclinación

### 6.1.2. Aspectos generales de una instalación de catenaria rígida

Uno de los principales problemas que se pueden dar en instalaciones de catenaria rígida son las deformaciones provocadas por dilataciones y contracciones del conjunto carril conductor - hilo de contacto.

Con el objetivo de evitar estas deformaciones, la catenaria rígida debe cantonarse en tramos de 400 metros de longitud máxima. El seccionamiento entre cantones de catenaria rígida permite dilataciones sin impedimento a la vez que no dificulta la continuidad del movimiento del pantógrafo ni de la corriente eléctrica.

Cuando un carril conductor empieza o termina en un seccionamiento es necesario que lo haga con una rampa para que el contacto con el pantógrafo sea progresivo.

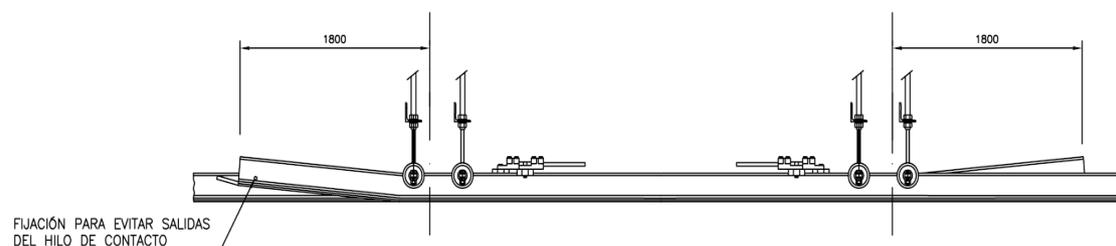


Figura 6.6: Detalle seccionamiento catenaria rígida

Como consecuencia de la existencia de seccionamientos es posible que se produzca un movimiento longitudinal de las barras. Para solucionar este problema se dispone un punto fijo en el centro de cada cantón, de forma que las dilataciones del cantón se reparten por igual a ambos lados del seccionamiento.



Figura 6.7: Punto fijo de catenaria rígida

Otro de los problemas más importantes del sistema catenaria – pantógrafo es el desgaste producido en los frotadores de este último como consecuencia de la fricción con el hilo de contacto. Para atenuar este problema se evita que el contacto se produzca continuamente sobre la misma superficie del pantógrafo.

Esto se consigue instalando el carril conductor con descentramientos transversales durante su recorrido. Estos descentramientos tendrán un valor máximo de 20 cm con respecto al eje de la vía.

El descentramiento debe ser lo suficientemente suave como para no condicionar el comportamiento dinámico del sistema. Por este motivo un ciclo de senoide completa tiene una longitud aproximada de 120 metros.

En la figura 6.8 se muestra una representación esquemática en planta de un cantón completo de 240 metros de longitud correspondiente a los túneles del Cercanías de Barcelona [10].

Se puede observar el inicio y final del cantonamiento (extremos de la imagen), la senoide originada por los descentramientos, el punto fijo (centro de la imagen) y la disposición de los soportes (líneas verticales).



Figura 6.8: Representación esquemática en planta de un tramo de 240 metros de catenaria rígida

En el desarrollo de este Trabajo Fin de Grado se han realizado numerosos modelos CAD de diferentes instalaciones de catenaria rígida en las que se varían aspectos como los siguientes: tipo de perfil, tipo de soporte, distancia entre soportes, longitud del tramo, existencia de descentramientos etc.

En la figura 6.9 se muestra una imagen de un modelo CAD de un tramo de catenaria rígida con perfil de Furrey & Frey en el que la distancia entre soportes es de 10 metros y la longitud total del tramo es de 40 metros.

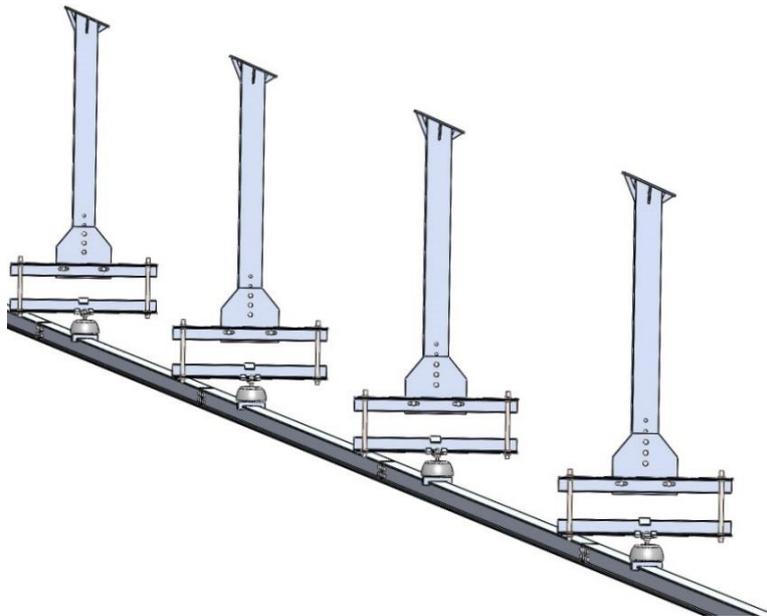


Figura 6.9: Modelo CAD de un tramo de 40 metros de catenaria rígida

## 6.2. Generalidades del pantógrafo

El pantógrafo es el sistema mecánico que permite que un ferrocarril eléctrico reciba la energía necesaria para su funcionamiento. Se sitúa en el techo de la locomotora y su altura es regulable, pudiendo alcanzar la catenaria independientemente de la altura de la misma.

Las partes fundamentales de un pantógrafo (figura 6.10) son las siguientes:

- Bastidor base: parte fija del pantógrafo que se coloca sobre aisladores fijados al techo del ferrocarril.
- Bastidor: estructura que permite el movimiento del cabezal colector con respecto al bastidor base.
- Cabezal colector: parte de la estructura que es soportada por el bastidor. Está integrada por los siguientes elementos:
  - Frotadores: piezas que constituyen la interfaz con la línea aérea.
  - Trocadores: también llamados cuernos, son los extremos del cabezal colector. Su función es asegurar un paso suave al hilo de contacto.
  - Suspensión: sistema que se puede incluir para mejorar el comportamiento dinámico.
- Sistema operativo: dispositivo que suministra una fuerza para elevar o bajar el pantógrafo. Este accionamiento suele ser neumático.

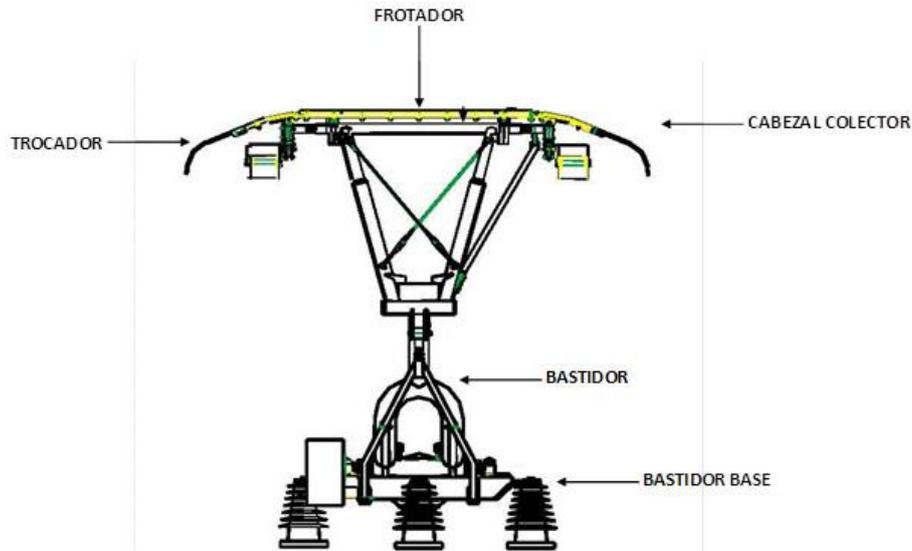


Figura 6.10: Esquema de pantógrafo propuesto por ADIF

### 6.2.1. Tipos de pantógrafo

#### • Pantógrafo simétrico poligonal

Desde los comienzos de la electrificación, las compañías ferroviarias que habían adoptado el sistema de catenaria equiparon sus unidades con estos pantógrafos con forma de pentágono irregular. Este diseño permaneció sin modificaciones importantes durante muchos años.



Figura 6.11: Pantógrafo simétrico poligonal

Era capaz de funcionar correctamente para velocidades relativamente bajas, inferiores a 120 km/h, debido principalmente a la masa equivalente de sus elementos móviles.

### • Pantógrafo asimétrico

La evolución de las necesidades de los sistemas de tracción hizo que se buscasen nuevas soluciones, diseñándose este modelo de pantógrafo.



Figura 6.12: Pantógrafo asimétrico de la empresa "Schunk Ibérica"

El pantógrafo asimétrico presenta numerosas ventajas con respecto a diseños anteriores, pudiéndose alcanzar velocidades muy superiores.

Es de gran importancia conocer las características geométricas más importantes de este pantógrafo:

- Desarrollo o rango de trabajo: tiene que ser como mínimo 1700mm.
- Altura en la “posición de trabajo superior”: el valor establecido por ADIF es de 6000 mm.
- Altura en la “posición de trabajo inferior”: el valor establecido por ADIF es de 4600 mm.

Además de asegurar una fuerza de contacto suficiente para asegurar la calidad de la captación de corriente, el pantógrafo también debe de ser capaz de adaptarse a dos tipos de variaciones de altura de hilo de contacto:

- Variaciones debido a la flecha de la catenaria.
- Variaciones causadas por la presencia de túneles y pasos a nivel.

## 7. NORMATIVA

En este apartado se destacan algunas normas importantes en las que se proponen directivas para la interacción pantógrafo – catenaria.

NORMA	NOMBRE	FECHA
UNE-EN 50317 [11]	Aplicaciones ferroviarias. Sistemas de captación de corriente. Requisitos y validaciones de medidas de la interacción dinámica entre el pantógrafo y las líneas aéreas de contacto	Enero 2012
UNE-EN 50318 [12]	Aplicaciones ferroviarias. Sistemas de captación de corriente. Validación de la simulación de la interacción dinámica entre el pantógrafo y las líneas aéreas de contacto.	Marzo 2003
UNE-EN 50367 [13]	Aplicaciones ferroviarias. Sistema de captación de corriente. Criterios técnicos para la interacción entre el pantógrafo y la línea aérea.	Diciembre 2012
UNE-EN 50206 [14]	Aplicaciones ferroviarias. Material rodante. Pantógrafos: Características y ensayos. Parte 1: Pantógrafos para vehículos de línea principal. Parte 2: Pantógrafos para metros y ferrocarriles ligeros.	Marzo 2011

Tabla 7.1: Normativa empleada en el desarrollo del proyecto

No se encuentra normativa aplicable exclusivamente al sistema de catenaria rígida, por ser una tecnología que se está implantando durante los últimos años. En este campo solo podemos encontrar ciertas recomendaciones.

No obstante, sí existen normas que se refieren a la catenaria convencional. Se ha optado por incluir estas cuatro normas en este proyecto puesto que se han tenido en cuenta a la hora de desarrollarlo.

Además, a partir de los resultados obtenidos, se realizará una evaluación de la aplicabilidad de estas normas sobre el sistema de catenaria rígida.

### • UNE-EN 50317

En esta norma se establece la manera correcta para medir diversos parámetros relacionados con la interacción pantógrafo-catenaria, haciéndose especial hincapié en la medición de la fuerza de contacto.

La forma en la que se obtiene la fuerza de contacto experimentalmente debe ser compatible con la fuerza de contacto obtenida en las simulaciones con la finalidad de que se puedan comparar cuantitativamente y evaluar la validez del modelo.

Esta norma influye en el método de procesamiento de los resultados que se obtienen de las simulaciones de este proyecto y por este motivo se incluye aquí.

#### • **UNE-EN 50318**

En esta norma se especifican una serie de requisitos para la validación de los modelos de simulación de interacción dinámica pantógrafo - catenaria convencional.

Se incluye un modelo de pantógrafo que será empleado en este proyecto para realizar el estudio de la interacción dinámica pantógrafo - catenaria rígida.

Además, se indican los parámetros estadísticos que se requieren para poder proceder a la validación de un modelo.

#### • **UNE-EN 50367**

Esta norma establece los requisitos necesarios para favorecer la interoperabilidad en Europa en materia de interacción pantógrafo – catenaria flexible.

En ella se incluyen los parámetros que se deben medir para evaluar la calidad de la captación de corriente:

- Fuerza de contacto media ( $F_m$ ) y la desviación típica ( $\Omega_{max}$ )

Se incluyen gráficas en las que se indican los límites que puede alcanzar la fuerza de contacto media para asegurar una buena calidad de captación de corriente.

La desviación típica máxima admisible para catenaria flexible adquiere un valor de  $\Omega_{max} = 0.3 F_m$

- Porcentaje de arcos NQ

Es una medida directa del porcentaje de despegues del pantógrafo. Se define un parámetro PQ que cuantifica esta magnitud.

#### • **UNE-EN 50206**

Se definen las características generales que deben poseer los pantógrafos para permitir una correcta captación de corriente.

Esta norma se divide en dos partes. En la primera parte se tratan los pantógrafos para vehículos de vía principal mientras que en la segunda se tratan aquellos implementados en metros y trenes ligeros.

Se utilizará en el proyecto para desarrollar un modelo de pantógrafo multicuerpo.

## 8. PRINCIPIOS TEÓRICOS

Este apartado incluye las bases teóricas de mayor importancia para el desarrollo del proyecto. Se exponen los principios referidos al Método de los Elementos Finitos, así como los referidos a Sistemas Multicuerpo.

### 8.1. Método de los Elementos Finitos

#### 8.1.1. Tipologías FEM

En el presente Trabajo Fin de Grado se realizan modelos de elementos finitos del pantógrafo y de los componentes principales que forman la estructura de catenaria rígida: carril conductor, hilo de contacto, bridas de unión y soportes.

Una parte fundamental a la hora de plantear cualquier problema por el método de los elementos finitos es elegir adecuadamente la manera de discretizar o mallar los cuerpos que intervienen en la simulación.

El tipo de mallado empleado determina la precisión de los resultados obtenidos y el tiempo de computación requerido para obtener esos resultados.

El módulo ‘Simulation’ de SolidWorks emplea una serie de elementos básicos que permiten modelar las formas de comportamiento más habituales. Para poder distinguir estos elementos se establece la denominación acorde con el nombre en inglés. A continuación se reflejan los elementos empleados en este proyecto [15-16]:

#### • Solid3D

Elemento sólido en el que se obtienen directamente las tensiones de tipo axil  $\sigma_x$   $\sigma_y$   $\sigma_z$  y tensiones cortantes  $\tau_{xy}$   $\tau_{xz}$   $\tau_{yz}$ . Pueden estar sometidos a todo tipo de esfuerzos.

En el mallado de una pieza mediante elementos Solid3D el programa genera a su vez dos tipos de elementos [16]:

- a) Elementos sólidos tetraédricos lineales: cada elemento se define mediante cuatro nodos angulares conectados por seis aristas rectas.
- b) Elementos sólidos tetraédricos parabólicos: cada elemento se define cuatro nodos angulares, seis nodos centrales y seis aristas.

Por lo general, para un mismo tamaño de malla, los elementos parabólicos presentan resultados más precisos. No obstante, requieren mayores recursos computacionales.

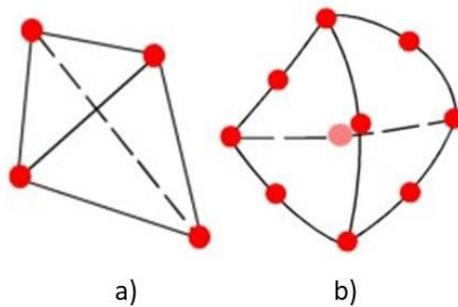


Figura 8.1: a) Elemento lineal b) Elemento parabólico

Cada nodo en un elemento del tipo Solid3D tiene 6 grados de libertad, asociados a tres traslaciones y tres rotaciones en el espacio.

• **Beam3D**

Las hipótesis necesarias más importantes para poder discretizar un cuerpo mediante elementos Beam3D aparecen enumeradas a continuación:

- Elemento lineal.
- Secciones rectas antes de la deformación permanecen rectas después de la deformación.
- Hipótesis de Bernoulli: se desprecia la deformación debido al cortante.

Estos elementos pueden estar sometidos a las siguientes solicitaciones: axil ( $N_x$ ), cortante ( $Q_y$ ,  $Q_z$ ), flexión ( $M_y$ ,  $M_z$ ) y torsión ( $M_x$ ).

Cada elemento de viga está definido por dos puntos finales y una sección transversal. Además, el programa identifica juntas que definen los puntos inicial y final de cada cuerpo modelado de esta manera.

Cada nodo tiene seis grados de libertad asociados a tres desplazamiento y tres giros, tal y como se refleja en la siguiente figura:

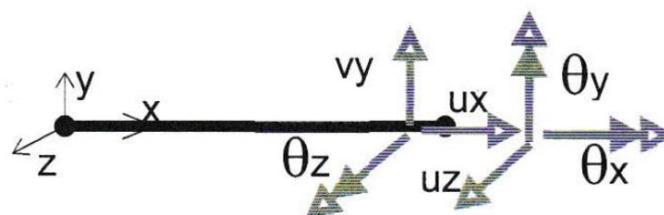


Figura 8.2: Grados de libertad elemento Beam3D

Esta opción de mallado se puede utilizar para aquellos cuerpos que cumplan las hipótesis anteriormente mencionadas, obteniéndose resultados precisos y empleando muchos menos recursos computacionales que en el caso de mallar con elementos Solid3D.

### • Shell

Las estructuras que se pueden considerar superficiales (una dimensión mucho menor que las otras dos) se pueden discretizar mediante elementos tipo Shell.

A la hora de estudiar las solicitaciones a las que están sometidas, las estructuras planas se clasifican en:

- Placas: cargas perpendiculares al plano.
- Lajas: cargas contenidas en el plano.
- Láminas: comportamiento simultáneo de placa y laja.

Estos elementos tienen cinco grados de libertad en el espacio, los cuales aparecen reflejados en la siguiente figura.

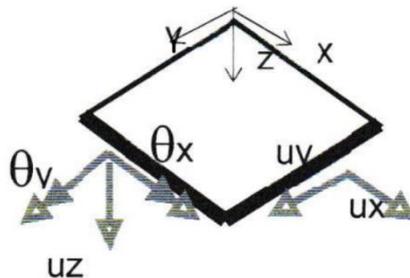


Figura 8.3: Grados de libertad elemento Shell

Para cuerpos que cumplen las hipótesis necesarias se obtienen resultados precisos disminuyéndose el tiempo de computación.

### • Sólido rígido

Hasta ahora, todos los elementos que se han descrito corresponden a modelizaciones de cuerpos deformables. No obstante, si un elemento es significativamente más rígido que los componentes circundantes, se puede tratar como sólido rígido.

La principal ventaja de considerar un sólido como rígido en un ensamblaje es ahorrar tiempo de simulación.

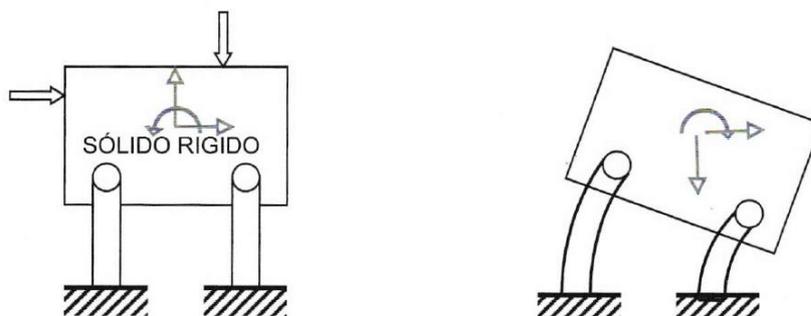


Figura 8.4: Elemento sólido rígido

• **Resorte-amortiguador**

De los otros elementos que se pueden encontrar en el programa cabe destacar los de tipo muelle. Estos pueden ser utilizados para modelar muelles físicos (amortiguadores, resortes...) y para reproducir el efecto de flexibilidades locales que pueden aparecer en condiciones de contorno o entre elementos. Los sistemas resorte-amortiguador lineales relacionan la fuerza ejercida con la diferencia de desplazamientos y velocidades de los extremos.

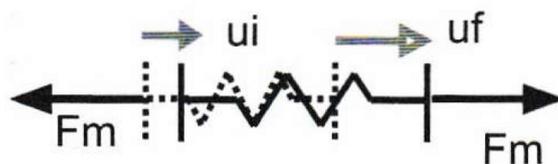


Figura 8.5: Elemento resorte-amortiguador

**8.1.2. Ecuaciones FEM**

A continuación, se explican las ecuaciones correspondientes al Método de los Elementos Finitos que resuelve internamente el programa SolidWorks para simular el comportamiento del sistema pantógrafo – catenaria rígida.

Se detallan las ecuaciones correspondientes a la estructura de catenaria rígida, al pantógrafo y a la interacción entre los dos sistemas.

El objetivo de este apartado no es presentar exactamente todas las ecuaciones que se resuelven, únicamente se pretende dar unas consideraciones generales sobre el procedimiento seguido.

**8.1.2.1. Catenaria rígida**

Como se explicará detalladamente en el apartado 9.1, el carril conductor se modela como una única barra discretizada mediante elementos tipo Beam3D y los soportes se modelan con elementos tipo muelle con una constante de rigidez  $K_{equivalente}$ .

Debido a las condiciones del problema, se puede asumir que el movimiento del carril conductor se produce en el plano y por lo tanto los nodos de los elementos Beam3D sólo tienen dos grados de libertad con movimiento distinto de cero.

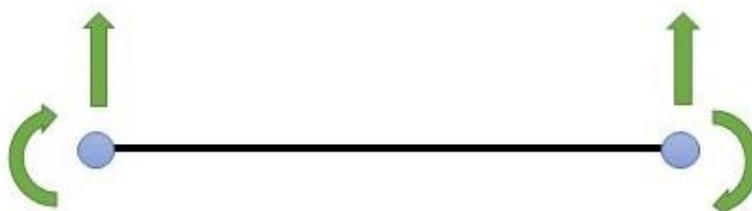


Figura 8.6: Grados de libertad elemento simplificado

El comportamiento dinámico de la catenaria rígida se rige por la ecuación (1):

$$\mathbf{M}_c \ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{K}_c \mathbf{q}_c = \mathbf{R}_c \quad (1)$$

Dónde:

- **M<sub>c</sub>, K<sub>c</sub>**: corresponden a las matrices de masa y rigidez respectivamente, ensambladas a partir de las matrices correspondientes de cada elemento.
- **C<sub>c</sub>**: matriz de amortiguamiento global de Rayleigh. Este modelo asume que la matriz de amortiguamiento [C<sub>c</sub>] se puede aproximar como una combinación lineal de las matrices de masa [M<sub>c</sub>] y rigidez [K<sub>c</sub>]:

$$[\mathbf{C}_c] = \alpha[\mathbf{M}_c] + \beta[\mathbf{K}_c] \quad (2)$$

Los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  empleado en este proyecto son los siguientes:

$$\alpha = 0.04$$

$$\beta = 0.004$$

Estos valores se han obtenido mediante estudios realizados en el departamento de Ingeniería Gráfica que no entran dentro del alcance de este proyecto.

- $\ddot{\mathbf{q}}_c, \dot{\mathbf{q}}_c, \mathbf{q}_c$  : aceleraciones, velocidades y desplazamientos nodales.
- **R<sub>c</sub>**: fuerzas externas nodales aplicadas.

Cuando la catenaria rígida se encuentra sometida a la fuerza ejercida por el pantógrafo en un punto  $F_c$ , todas las componentes de  $\mathbf{R}_c$  son nulas excepto aquellas correspondientes a los nodos de los elementos donde se encuentra el pantógrafo en ese instante.

Las fuerzas y los momentos nodales de cada elemento se calculan mediante las funciones de forma  $\varphi_1 \overline{\varphi}_1 \varphi_2 \overline{\varphi}_2$  asociadas a los grados de libertad con movimiento no nulo.

Las fuerzas y momentos nodales varían con el tiempo en función del punto de aplicación de la fuerza  $F_c$  (figura 8.7). Además, cuando esta fuerza pase a aplicarse sobre un elemento distinto, el efecto se producirá sobre los grados de libertad de este nuevo elemento.

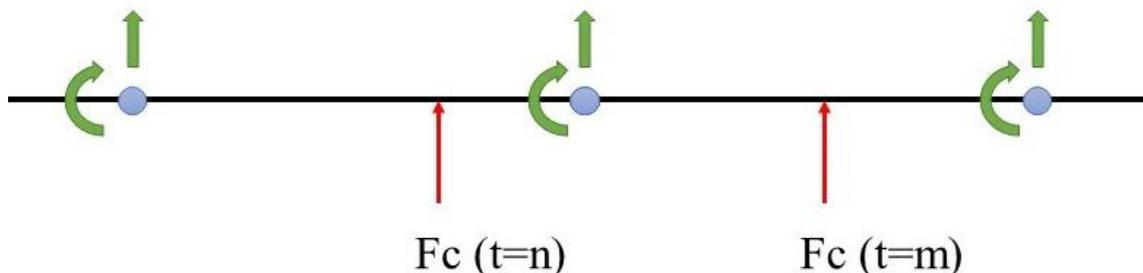


Figura 8.7: Variación del punto de aplicación de la fuerza  $F_c$

Para resolver este problema se puede definir un vector de funciones de forma cuyos términos intercambian las posiciones en función del punto de aplicación de la carga.

$$\varphi = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ \varphi_1 \ \overline{\varphi_1} \ \varphi_2 \ \overline{\varphi_2} \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (3)$$

El vector de fuerzas nodales externas aplicadas queda entonces de la siguiente manera:

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{F}_c \varphi \quad (4)$$

### 8.1.2.2. Pantógrafo

Los pantógrafos utilizados en la simulación por el Método de los Elementos Finitos corresponden a modelos discretos masa-muelle-amortiguador, los cuales se explican en el apartado 9.1.3.

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento dinámico del pantógrafo dependen del tipo de modelo utilizado. En el desarrollo que se explica a continuación se ha despreciado la fuerza aerodinámica  $F_a = kV^2$ .

#### • Modelo con tres masas

$$m_c \ddot{y}_c + k_c y_c - k_c y_1 = F_c \quad (5)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + c_1 \dot{y}_1 + (k_c + k_1) y_1 - c_1 \dot{y}_2 - k_1 y_2 - k_c y_c = 0 \quad (6)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + (c_1 + c_2) \dot{y}_2 + (k_1 + k_2) y_2 - c_1 \dot{y}_1 - k_1 y_1 = F_2 \quad (7)$$

Las ecuaciones (5), (6) y (7) se pueden escribir en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_c \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & -c_1 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_c \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_c & -k_c & 0 \\ -k_c & k_c + k_1 & -k_1 \\ 0 & -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_c \\ y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ 0 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Siendo  $y_c, y_1, y_2$  la diferencia de la longitud total y la elongación inicial de cada muelle.

#### • Modelo con cuatro masas

$$m_4 \ddot{y}_4 + c_{34} \dot{y}_4 + k_{34} y_4 - c_{34} \dot{y}_3 - k_{34} y_3 = F_c \quad (9)$$

$$m_3 \ddot{y}_3 + (c_{34} + c_{23}) \dot{y}_3 + (k_{34} + k_{23}) y_3 - c_{23} \dot{y}_2 - k_{23} y_2 - c_{34} \dot{y}_4 - k_{34} y_4 = 0 \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + (c_{12} + c_{23}) \dot{y}_2 + (k_{23} + k_{12}) y_2 - c_{23} \dot{y}_3 - k_{23} y_3 = F_2 \quad (11)$$

Si se escriben las ecuaciones (9), (10) y (11) en forma matricial se obtiene la ecuación (12):

$$\begin{bmatrix} m_4 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_4 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{34} & -c_{34} & 0 \\ -c_{34} & c_{34} + c_{23} & -c_{23} \\ 0 & -c_{23} & c_{23} + c_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_4 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{34} & -k_{34} & 0 \\ -k_{34} & k_{34} + k_{23} & -k_{23} \\ 0 & -k_{23} & k_{23} + k_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_4 \\ y_3 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ 0 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Siendo  $y_4, y_3, y_2$  la diferencia de la longitud total y la elongación inicial de cada muelle.

Es importante aclarar que el pantógrafo no se modela como un sistema multicuerpo en SolidWorks, sino que también se soluciona mediante el Método de los Elementos Finitos. Sin embargo, al estar formado por masas consideradas como sólidos rígidos o de muy alta rigidez, se puede asegurar que estas ecuaciones se cumplen.

### 8.1.2.3. Interacción pantógrafo – catenaria rígida

La fuerza de contacto  $F_c$  depende tanto de la dinámica de la catenaria como de la del pantógrafo. Se pueden dar dos situaciones distintas en función de si existe contacto entre ambos sistemas o no:

- **Contacto**

Se hacen coincidir los desplazamientos y las velocidades de los puntos de contacto ( $y_c, \dot{y}_c$ ), los cuales se calculan de la siguiente manera:

$$y_c = \varphi^T q_c \quad (13)$$

Se define  $\dot{y}_c$  de la siguiente manera:

$$\dot{y}_c = \frac{\partial y_c}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y_c}{\partial t} \quad (14)$$

Operando las derivadas se obtiene la siguiente expresión para  $\dot{y}_c$ :

$$\dot{y}_c = V(t) \varphi_x^T q_c + \varphi^T \dot{q}_c \quad (15)$$

Siendo  $\varphi_x$  la derivada del vector de funciones de forma y  $V(t)$  la velocidad del pantógrafo.

Con estos cambios es posible plantear un único sistema de ecuaciones que adopta la misma forma que el sistema de catenaria aislada:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = R \quad (16)$$

Las matrices  $M$ ,  $C$  y  $K$  quedan constituidas por coeficientes correspondientes tanto al pantógrafo como a la catenaria.

Además, el vector  $R$  es ahora conocido.

$$R = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Se integra este sistema global cuando es detectado el contacto ( $Y_c > Y_1$ )

- **No contacto**

Cuando deja de existir el contacto entre ambos sistemas ( $F_c < 0$ ), se resuelven las ecuaciones correspondientes a la catenaria y al pantógrafo de forma independiente, sin emplearse el sistema global (16)

### 8.1.3. Métodos de resolución ecuaciones FEM

En el apartado anterior se han indicado las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del problema planteado. En este apartado se explican los diferentes métodos que incluye SolidWorks para resolver esas ecuaciones, haciéndose especial hincapié en el problema de la interacción dinámica.

#### 8.1.3.1. Tipos de Solver en SolidWorks

En el Método de los Elementos Finitos, los problemas están representados por un sistema de ecuaciones algebraicas que se resuelven paralelamente.

Dentro de los métodos de resolución existen dos clases: directo e iterativo.

Los métodos directos solucionan el sistema de ecuaciones por medio de técnicas numéricas exactas. Los métodos iterativos usan técnicas de aproximación para encontrar la solución repitiendo el proceso hasta que la diferencia entre dos soluciones consecutivas alcance un valor suficientemente bajo.

Tanto para problemas estáticos, dinámicos o de análisis de frecuencia, SolidWorks ofrece la elección de diferentes tipos de solver.

En cuanto a solver directos se encuentran tres opciones:

- Direct Sparse: especialmente recomendado para estudios con contactos sin penetración.
- Direct Sparse para problemas grandes: permite trabajar con problemas que sobrepasen los recursos de la memoria.
- Direct Sparse de Intel: para ciertos problemas mejora las velocidades de problemas de solución que se solucionan en el núcleo.

Además, se puede elegir también un solver iterativo:

- FFEPlus: es eficaz para problemas con muchos grados de libertad. No obstante, su comportamiento es peor cuando existen contactos sin penetración.

### 8.1.3.2. Métodos resolución problema de la interacción pantógrafo-catenaria

El estudio de la interacción entre pantógrafo y catenaria se lleva a cabo mediante un estudio dinámico no lineal realizado con SolidWorks (véase sección 10.4).

Además de elegir el tipo de solver (directo o iterativo) se debe elegir la técnica de resolución del sistema.

Si el solver elegido es de tipo iterativo, se debe elegir la técnica iterativa entre las siguientes opciones [17]:

- Newton-Raphson:

Es un método con convergencia cuadrática utilizado para hallar las raíces raíces de una función  $f(x)$ .

El proceso iterativo seguido sigue la siguiente fórmula:

$$x_{i+1} = x_i - (\nabla f_i)^{-1} f(x_i) \quad (18)$$

Siendo  $\nabla f_i$  la Jacobiana de la función.

- Newton-Raphson modificado:

Este método mantiene la misma Jacobiana en varios pasos. Aumenta el número de pasos, pero puede disminuir el tiempo de cálculo.

Por el contrario, si el solver elegido es de tipo directo se debe elegir el tipo de integrador entre las siguientes opciones:

- Wilson-Theta
- Diferencial central
- Newmark

Entre estos métodos el más conveniente para resolver el problema de la interacción pantógrafo-catenaria es el método de Newmark, cuyo planteamiento es el siguiente:

Se estiman las posiciones y velocidades en  $t_{n+1}$  mediante unas expresiones que promedian las aceleraciones mediante dos parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .

$$q_{n+1} = q_n + h\dot{q}_n + \frac{h^2}{2}((1 - 2\beta)\ddot{q}_n + 2\beta\ddot{q}_{n+1}) \quad (19)$$

$$\dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + h((1 - \gamma)\ddot{q}_n + \gamma\ddot{q}_{n+1}) \quad (20)$$

Añadiendo las ecuaciones diferenciales del movimiento evaluadas en  $t_{n+1}$ :

$$M\ddot{q}_{n+1} + C\dot{q}_{n+1} + Kq_{n+1} = f_{n+1} \quad (21)$$

se tiene un sistema de tres ecuaciones matriciales con tres incógnitas ( $q_{n+1}$ ,  $\dot{q}_{n+1}$ ,  $\ddot{q}_{n+1}$ ) que puede resolverse de diferentes maneras.

## 8.2. Sistemas Multicuerpo

En este apartado se explica la teoría aplicada a la cinemática y la dinámica de un sistema multicuerpo [18].

### 8.2.1. Cinemática

El primer paso para determinar un sistema mecánico bidimensional es definir las 3 coordenadas del sistema de referencia local asociado a cada elemento.

Las  $q_i$  coordenadas escogidas forman el vector de coordenadas  $q$ :

$$\mathbf{q}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_3(t)]^T \quad (22)$$

Una vez que se han definido las coordenadas, se determinan las ‘m’ ecuaciones de restricción que relacionan entre sí las ‘n’ coordenadas.

El mecanismo que se simula en este proyecto (véase sección 9.2) consta de un grado de libertad y, por tanto:

$$n = m + 1 \quad (23)$$

Las restricciones geométricas son funciones escalares ‘ $\phi$ ’ expresadas en función de las coordenadas del sistema. La  $i$ -ésima ecuación adquiere la siguiente forma:

$$\phi_i = \phi_i[q_1, q_2, \dots, q_n]^T = \phi_i(q) = 0 \quad (24)$$

Siendo  $\phi$  el vector formado por las ecuaciones escalares  $\phi_i$ , se puede escribir en notación matricial:

$$\boldsymbol{\phi}(q) = \mathbf{0} \quad (25)$$

Estas restricciones geométricas engloban las restricciones debidas a juntas cinemáticas y las restricciones de cuerpo fijo.

Se tiene un sistema de ‘m’ ecuaciones de restricción y ‘n’ incógnitas, por lo tanto, se necesita una ecuación motriz que determine una coordenada en función del tiempo que haga que el sistema tenga solución única para cada valor de tiempo.

El sistema final de ecuaciones del movimiento se resuelve en Matlab mediante el método de Newton-Raphson (véase sección 8.1.3.2)

## 8.2.2. Dinámica

### 8.2.2.1. Planteamiento ecuaciones dinámicas

Las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico de un sistema multicuerpo son las siguientes:

$$\begin{matrix} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} & - & \phi_q^T \mathbf{R} & = & \mathbf{F} \\ (n \times n)(n \times 1) & & (n \times m)(m \times 1) & & (n \times 1) \end{matrix} \quad (26)$$

$$\begin{matrix} \phi_q & = & \mathbf{0} \\ (m \times 1) & & \end{matrix} \quad (27)$$

De esta forma queda un sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales formado por ‘n’ ecuaciones diferenciales y ‘m’ ecuaciones algebraicas.

El desarrollo que se hace a continuación está aplicado al caso particular del modelo de pantógrafo multicuerpo creado (véase sección 9.2) y por ello se recuerdan los siguientes valores para m y n:

- n = número de coordenadas = 18
- m = número de ecuaciones de restricción geométricas = 17

El vector  $\mathbf{R}$  es un vector de incógnitas que incluye las reacciones en los pares cinemáticos y en los cuerpos fijos. Al ser todos los pares de rotación se obtienen dos reacciones por cada par. Para el cuerpo fijo se obtienen tres reacciones.

$$\mathbf{R} = [R_{1x} \ R_{1y} \ M_{1z} \ R_{Ax} \ R_{Ay} \ \dots \ R_{Gx} \ R_{Gy}]^T \quad (28)$$

La matriz  $\mathbf{M}$  se trata de una matriz diagonal que contiene información acerca de las masas y los momentos de inercia de los cuerpos que forman parte del mecanismo.

El vector  $\mathbf{F}$  contiene información acerca de las fuerzas, en coordenadas globales, que actúan sobre cada coordenada del sistema.

### 8.2.2.2. Resolución del sistema de ecuaciones

Para poder resolver el sistema es necesario convertirlo en un sistema algebraico-diferencial de primer orden y realizar una serie de cambios:

- Derivar una vez con respecto al tiempo las ‘m’ ecuaciones de restricción:

$$\phi(t) = 0 \quad \xrightarrow{\text{derivando}} \quad \frac{d\phi(t)}{dt} = 0 \quad (29)$$

- Sustituir:

$$\mathbf{R} = [R_{Ax} \ R_{Ay} \ \dots \ R_{Gx} \ R_{Gy}]^T = [\dot{p}_{Ax} \ \dot{p}_{Ay} \ \dots \ \dot{p}_{Gx} \ \dot{p}_{Gy}]^T = \mathbf{p} \quad (30)$$

Por consiguiente, el sistema de ecuaciones a resolver queda de la siguiente manera:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \vdots \\ \dot{X}_6 \\ \dot{Y}_6 \\ \dot{\phi}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ u_6 \\ v_6 \\ \omega_6 \end{bmatrix} = V \quad (31)$$

$$M\dot{V} + \dot{\phi}_q^T \dot{p} = F \quad (32)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = 0 \quad (33)$$

En total se tienen 18 ecuaciones del primer sistema, 18 ecuaciones del segundo sistema y 17 ecuaciones del tercer sistema (ecuaciones en función de  $u$ ,  $v$ ,  $\omega$ ). Suman un total de 53 ecuaciones algebraico-diferenciales.

Se tienen 18 incógnitas referidas a las coordenadas, 18 incógnitas referidas a las derivadas de las coordenadas y 17 referidas a las reacciones. Suman un total de 53 incógnitas.

Para resolver este sistema de ecuaciones en Matlab se puede recurrir a dos opciones: “ode23t” ó “ode15i”

#### • Opción 1: ode23t

El algoritmo ode23t necesita reorganizar las ecuaciones de la siguiente manera:

$$Mx = \dot{f}(x, t) \quad (34)$$

Por lo sistema queda de la forma siguiente:

$$[M]\dot{q} = [A]q + U \quad (35)$$

Las submatrices sin rellenar que se muestran a continuación son todas nulas.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{M} & & \mathbf{J}^T_{17 \times 18} \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (17 \times 18) \\ \hline & \mathbf{1} & \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (18 \times 17) \\ \hline & & \\ \hline (17 \times 18) & (17 \times 18) & (17 \times 17) \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \dot{\mathbf{V}} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \dot{\mathbf{q}} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \dot{\mathbf{p}} \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (18 \times 17) \\ \hline & \mathbf{1} & \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (18 \times 17) \\ \hline & \mathbf{J}_{17 \times 18} & \\ \hline (17 \times 18) & (17 \times 18) & (17 \times 17) \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{V} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \mathbf{q} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \mathbf{p} \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}
 +
 \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{F} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}$$

El integrador ode23t resuelve este sistema de ecuaciones en Matlab mediante el método de la regla trapezoidal.

• Opción 2: ode15i

Las ecuaciones se reorganizan de la siguiente manera:

$$f(\dot{x}, x, t) = 0 \tag{36}$$

Por lo que el sistema queda de la forma siguiente:

$$[M]\dot{q} - [A]q - U = 0 \tag{37}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{M} & & \mathbf{J}^T_{17 \times 18} \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (17 \times 18) \\ \hline & \mathbf{1} & \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (18 \times 17) \\ \hline & & \\ \hline (17 \times 18) & (17 \times 18) & (17 \times 17) \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \dot{\mathbf{V}} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \dot{\mathbf{q}} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \dot{\mathbf{p}} \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}
 -
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (18 \times 17) \\ \hline & \mathbf{1} & \\ \hline (18 \times 18) & (18 \times 18) & (18 \times 17) \\ \hline & \mathbf{J}_{17 \times 18} & \\ \hline (17 \times 18) & (17 \times 18) & (17 \times 17) \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{V} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \mathbf{q} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \mathbf{p} \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}
 -
 \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{F} \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \\ \hline (18 \times 1) \\ \hline \\ \hline (17 \times 1) \\ \hline \end{array}$$

El integrador ode15i resuelve este sistema de ecuaciones en Matlab mediante métodos multietapa de orden variable.



## 9. MODELIZACIÓN DEL SISTEMA DE CATENARIA RÍGIDA

En este apartado se explican los diferentes tipos de modelización que se aplican sobre los elementos que forman parte del sistema de catenaria rígida.

Nuevamente se hace una diferenciación entre la modelización para el Método de los Elementos Finitos y la modelización de Sistemas Multicuerpo.

### 9.1. Modelización Método de los Elementos Finitos

Se realizan modelos de elementos finitos de todos aquellos elementos que afectan al comportamiento del sistema.

#### 9.1.1. Carril conductor, hilo de contacto y bridas de unión

A partir de los planos correspondientes a la instalación de catenaria rígida de la línea 8 de metro de Madrid entre las estaciones de Mar de Cristal y Barajas [19], se han creado modelos CAD del carril conductor, del hilo de contacto y de las bridas de unión.

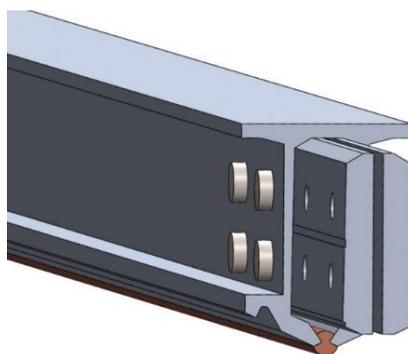


Figura 9.1: Modelo CAD del carril conductor, hilo de contacto y bridas de unión

Aunque los estudios realizados se centren sobre el perfil de catenaria rígida de Furrey & Frey, también se ha creado el modelo CAD correspondiente al perfil 'METRO\_730', tal como se muestra en la siguiente figura:

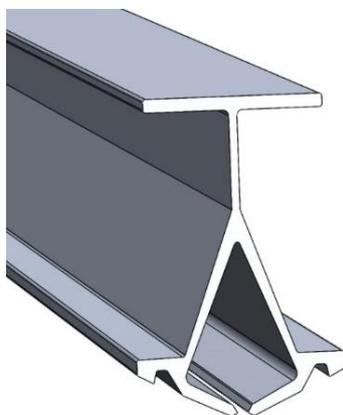


Figura 9.2: Modelo CAD carril conductor con perfil METRO\_730

Dependiendo del tipo de elemento que se utiliza para mallar los cuerpos se distinguen dos tipos de modelización:

• **Mallado mediante elementos Solid3D**

Esta es la forma de mallado más sencilla y que más tiempo de preparación ahorra. Sin embargo, aumenta considerablemente los tiempos de computación para los estudios más complejos al incrementarse los grados de libertad del problema a resolver.

El carril conductor y el hilo de contacto pueden ser considerados bien cuerpos diferentes unidos entre sí o bien se puede modelar un único cuerpo equivalente.

En ambas opciones se malla el conjunto utilizando elementos tipo Solid3D, tal como se ilustra en la siguiente imagen:

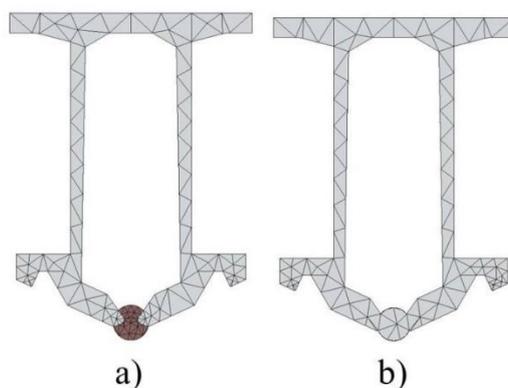


Figura 9.3: a) Dos cuerpos b) Cuerpo único

Por otro lado, considerar las bridas de unión como sólidos con su correspondiente mallado incrementaría el tiempo de simulación de una manera inadmisibile y además no se obtendrían mejores resultados.

Por este motivo, la unión entre barras se puede modelar de las siguientes dos maneras, obteniéndose los mismos resultados:

- Unión rígida entre caras en contacto de barras adyacentes
- Carril conductor formado por un único cuerpo.

• **Mallado mediante elementos Beam3D**

Si se elige esta técnica de mallado, la preparación del estudio es más compleja y requiere más tiempo. No obstante, se reducen muy significativamente los grados de libertad del problema y por consiguiente el tiempo de computación.

En este caso se modela el carril conductor y el hilo de contacto como un único cuerpo equivalente. Esta suposición es correcta puesto que el carril conductor sujeta el hilo de contacto con una fuerza suficiente para que no aparezca deslizamiento entre ambos cuerpos.

Para obtener las características físicas y geométricas del cuerpo equivalente hay que tener en cuenta que el carril conductor y el hilo de contacto están compuestos por materiales distintos.

Por este motivo, es necesario realizar una serie de cálculos previos, a fin de considerar que el cuerpo equivalente está completamente constituido por aluminio.

El perfil equivalente obtenido se muestra en la figura 9.4:

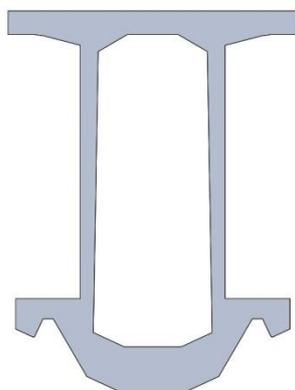


Figura 9.4: Perfil equivalente "carril conductor + hilo de contacto "

El conjunto equivalente "carril conductor + hilo de contacto" se discretiza mediante elementos unidimensionales tipo Beam3D viga de Bernoulli. Para realizar cálculos por el Método de los Elementos Finitos, el programa utiliza los siguientes datos referidos a la geometría del perfil y propiedades del material:

<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidad</b>
<b>Área, A</b>	2452	mm <sup>2</sup>
<b>Momento de inercia respecto al eje vertical, I<sub>1</sub></b>	111	cm <sup>4</sup>
<b>Momento de inercia respecto al eje vertical, I<sub>2</sub></b>	426	cm <sup>4</sup>
<b>Momento polar de inercia, J</b>	535	cm <sup>4</sup>
<b>Densidad equivalente, ρ</b>	2925	kg/m <sup>3</sup>
<b>Módulo elástico aluminio, E</b>	6.9 e10	N/m <sup>2</sup>
<b>Módulo cortante aluminio, G</b>	2.58 e10	N/m <sup>2</sup>
<b>Tensión máxima aluminio, σ<sub>adm</sub></b>	150	Mpa

Tabla 9.1: Propiedades conjunto "carril conductor + hilo de contacto"

Para considerar el efecto de las bridas de unión es necesario crear un nuevo conjunto equivalente "carril conductor + hilo de contacto + brida de unión", el cual se muestra en la figura 9.5:

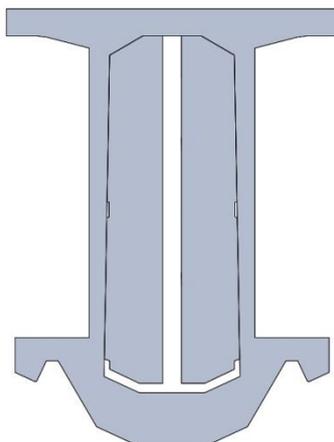


Figura 9.5: Perfil equivalente " carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión "

Al igual que en el caso anterior, se muestran en la tabla 9.2 las propiedades utilizadas por el programa SolidWorks para realizar los cálculos por el Método de los Elementos Finitos.

<b>Parámetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidad</b>
<b>Área, A</b>	4934	mm <sup>2</sup>
<b>Momento de inercia respecto al eje vertical, I<sub>1</sub></b>	139	cm <sup>4</sup>
<b>Momento de inercia respecto al eje vertical, I<sub>2</sub></b>	582	cm <sup>4</sup>
<b>Momento polar de inercia, J</b>	721	cm <sup>4</sup>
<b>Densidad equivalente, ρ</b>	2925	kg/m <sup>3</sup>
<b>Módulo elástico aluminio, E</b>	6.9 e10	N/m <sup>2</sup>
<b>Módulo cortante aluminio, G</b>	2.58 e10	N/m <sup>2</sup>
<b>Tensión máxima aluminio, σ<sub>adm</sub></b>	150	Mpa

Tabla 9.2: Propiedades conjunto " carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión "

### 9.1.2. Soportes

En este proyecto se realizan estudios de tres tipos de soportes diferentes:

- Tipo A: línea 8 Metro de Madrid entre las estaciones de Barajas y Mar de Cristal (2001)
- Tipo B: línea C-4 Cercanías en la estación de Nuevos Ministerios
- Tipo C: línea 8 Metro de Madrid en la estación de Nuevos Ministerios

De los tres se han realizado modelos CAD, los cuales se muestran en la figura 9.6:

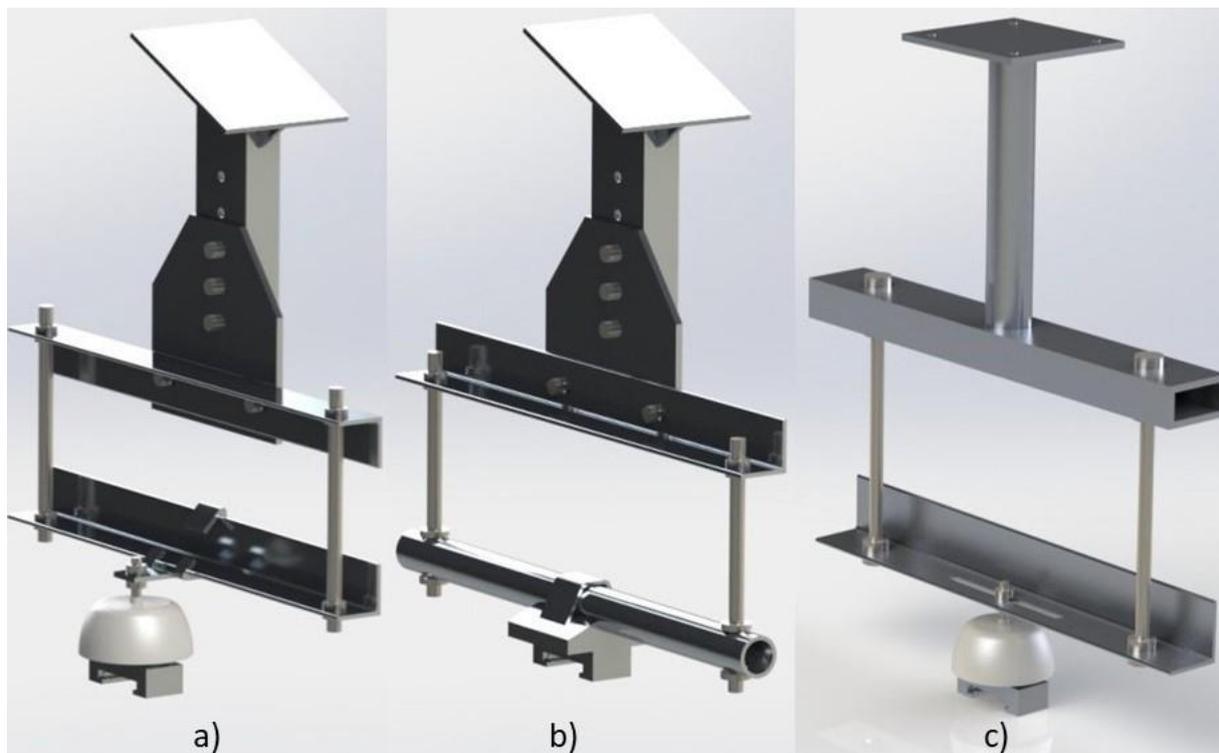


Figura 9.6: Modelos CAD renderizados de los soportes tipo a) A; b) B; c) C

Se realizan estudios estáticos, de frecuencia y dinámicos de los tres tipos de soportes mediante el Método de los Elementos Finitos.

A continuación se explican tres formas diferentes de modelizar los conjuntos en SolidWorks. Únicamente se explica para el caso del soporte tipo A, siendo los otros dos casos análogos.

#### • Mallado mediante elementos Solid3D

Es la opción más sencilla en cuanto a tiempo de preparación se refiere. Todas las piezas se mallan con elementos sólidos y se definen contactos con el objetivo de impedir penetración entre las piezas.

Además, se eliminan redondeos y otros detalles para favorecer el mallado del conjunto.

Para modelizar las uniones con pernos se puede recurrir a tres opciones:

- a) Modelizar los pernos como piezas adicionales, mallándose igual que las demás piezas del conjunto.
- b) Incluir conectores tipo perno en SolidWorks, los cuales restringen los grados de libertad necesarios en la unión.
- c) Establecer condiciones de unión rígida entre las aristas en contacto de los agujeros de las piezas a unir.

Estas opciones se ilustran en la figura 9.7, en la que se ha utilizado un tamaño máximo de elemento de mallado de 14mm.

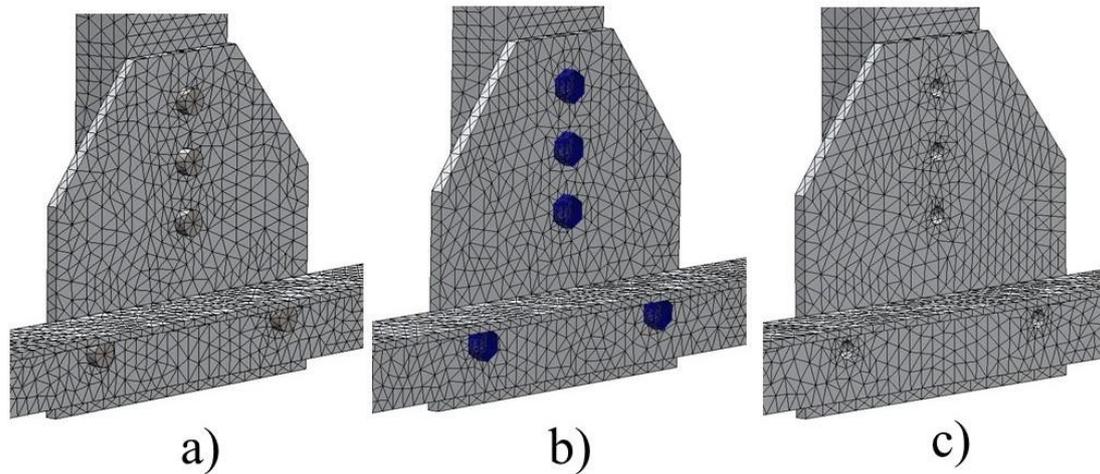


Figura 9.7: a) Piezas adicionales b) Conector tipo perno c) Unión rígida aristas

#### • Mallado mixto

Gran parte de las piezas que conforman el conjunto de suspensión son láminas delgadas. Por este motivo se pueden mallar con elementos bidimensionales tipo Shell.

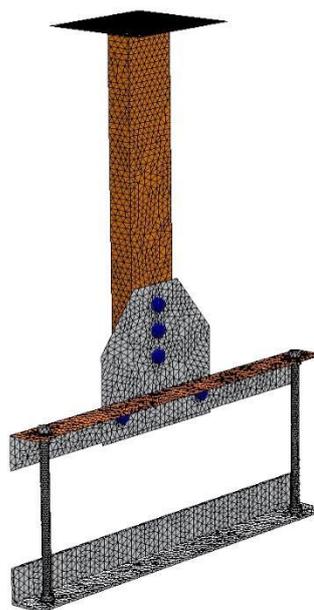


Figura 9.8: Modelo FEM del soporte empleando un mallado mixto

En la figura 9.8 se observa que no todas las piezas se modelizan con este tipo de elementos, hecho que se explica a continuación.

Las varillas se pueden modelizar como elementos tipo Beam3D. Sin embargo, existen limitaciones relacionadas con la definición de contactos en SolidWorks y por ello se mallan con elementos sólidos.

Por otro lado, el perfil L inferior, pese a que cumple las condiciones para poderse discretizar con elementos tipo Shell, se malla también con elementos sólidos por limitaciones a la hora de preparar el estudio estático.

Empleando esta técnica de mallado se modelan las uniones mediante la definición de conectores tipo perno.

- **Resorte equivalente**

El modelo más simplificado posible que proporciona resultados correctos consiste en un apoyo elástico con rigidez vertical finita, tal y como se ilustra en la siguiente figura:

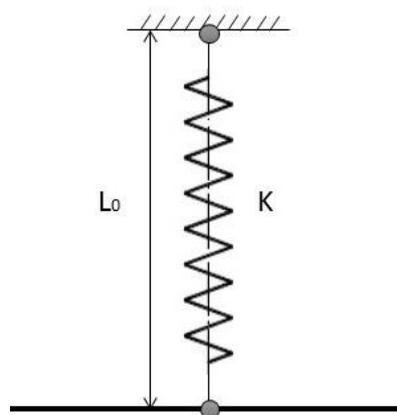


Figura 9.9: Resorte equivalente soporte de catenaria rígida

El valor de la rigidez equivalente se obtiene en el apartado 11.2.1 y la longitud  $L_0$  es arbitraria.

### 9.1.3. Pantógrafo

Dentro de los modelos de pantógrafo creados para ser utilizados en SolidWorks se destacan dos categorías: modelos discretos masa-resorte-amortiguador y modelos CAD.

#### 9.1.3.1. Modelo discreto masa-resorte-amortiguador

El pantógrafo es un sistema mecánico complejo en el que intervienen diversos cuerpos, muelles, amortiguadores, actuadores, conectores, etc.

Debido a esta complejidad se opta por utilizar un modelo simplificado formado por masas, resortes y amortiguadores cuyo comportamiento dinámico se aproxima al del sistema real.

Dentro de este tipo de modelos se emplean en este proyecto dos configuraciones diferentes:

- **Modelo con tres masas (P1, P2)**

Este modelo corresponde al modelo de referencia especificado en la norma UNE-EN 50318.

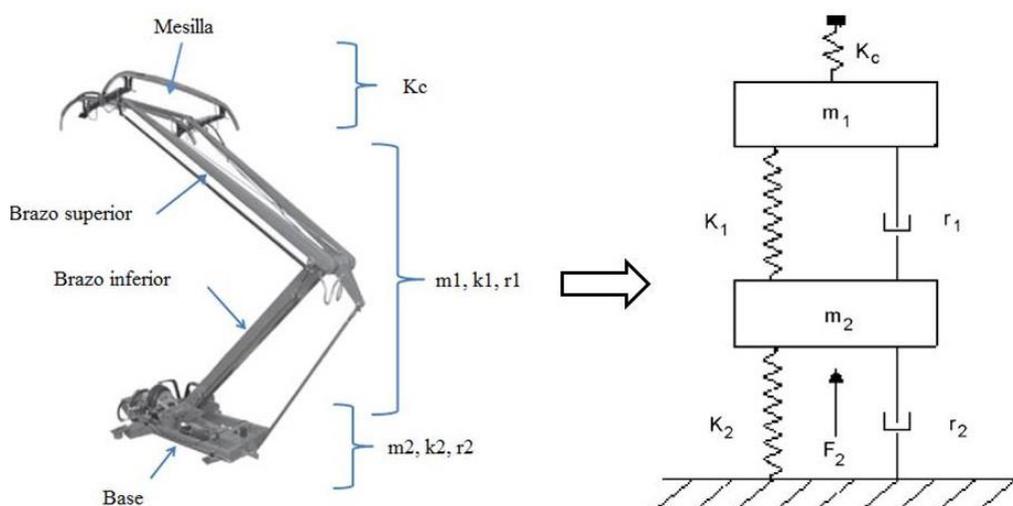


Figura 9.10: Modelo discreto pantógrafo P1 y P2

La masa inferior ( $m_0$ ) equivale a la base, la masa intermedia ( $m_2$ ) corresponde a la estructura de brazos articulados y la masa superior ( $m_1$ ) representa la mesilla del pantógrafo.

El resorte  $K_c$  representa el muelle de contacto. Como todos los muelles deben tener un punto de inicio y otro de final, se define una cuarta masa de valor próximo a 0kg donde irá unido el extremo libre del muelle.

Los valores de los diferentes parámetros que intervienen en el modelo vienen reflejados en la tabla 9.3.

La única fuerza exterior aplicada sobre el sistema es la fuerza vertical  $F_2$  sobre el cuerpo inferior. De acuerdo a la norma UNE-EN 50318, la fuerza ejercida por el mecanismo de elevación debe asegurar una fuerza de contacto próxima al valor óptimo para la captación de corriente, en este caso 110-120 N.

Denominación cuerpo	Masa dinámica efectiva (kg)	Rigidez (N/m)	Amortiguación (Ns/m)
<b>Resorte de contacto</b>	$m_c = 0$	$k_c = 50000$	-
<b>Cabeza de captación</b>	$m_1 = 7.2$	$k_1 = 4200$	$c_1 = 10$
<b>Bastidor de articulación</b>	$m_2 = 15$	$k_2 = 50$	$c_2 = 90$
<b>Base</b>	$m_0 = 10$	-	-

Tabla 9.3: Parámetros modelos P1 y P2

Además de definir estos parámetros también se determinan las juntas que conectan las masas. Para este modelo se utilizan tres juntas prismáticas ( $Pris_{0-2}$ ,  $Pris_{2-1}$ ,  $Pris_{1-c}$ ), permitiéndose únicamente el movimiento a lo largo del eje vertical e impidiendo cualquier movimiento de rotación relativo entre las masas.

Se han creado en SolidWorks dos modelos de pantógrafo distintos con estas características (P1 y P2). Las diferencias entre ambos vienen determinadas por la posición y geometría de las masas, las elongaciones iniciales de los muelles y la fuerza aplicada sobre la masa inferior.

#### • Modelo con cuatro masas (P3)

El modelo corresponde al utilizado en un estudio validado de interacción pantógrafo-catenaria flexible realizado por la Universidad Técnica de Lisboa [3].

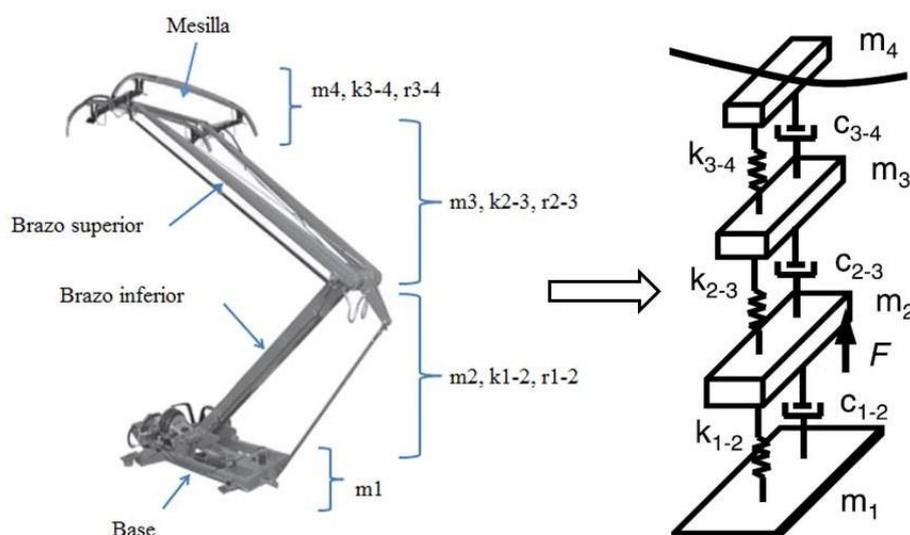


Figura 9.11: Modelo discreto pantógrafo P3

Este modelo incluye una masa más con respecto al anterior, modelando con cuerpos diferentes el brazo inferior y el superior del pantógrafo.

En la tabla 9.4 aparecen reflejados los parámetros necesarios para caracterizar el modelo:

Denominación cuerpo	Masa dinámica efectiva (kg)	Rigidez (N/m)	Amortiguación (Ns/m)
Base	$m_1 = 1$	$k_{1-2} = 1$	$c_{1-2} = 32$
Brazo inferior	$m_2 = 4.80$	$k_{2-3} = 5400$	$c_{2-3} = 5$
Brazo superior	$m_3 = 4.63$	$k_{3-4} = 6045$	$c_{3-4} = 10$
Mesilla	$m_4 = 8.50$	-	-

Tabla 9.4: Parámetros modelo P3

Se mantienen las consideraciones acerca de la fuerza exterior  $F$  y de las juntas con respecto al modelo anterior.

### 9.1.3.2. Modelo CAD

Se obtienen dos modelos CAD realizados con SolidWorks de dos pantógrafos con características diferentes. Estos modelos son utilizados para calcular propiedades físicas y geométricas de interés del conjunto, así como de las diferentes piezas que los conforman.

#### • Pantógrafo A1

Se trata de una simplificación de un pantógrafo de tipo poligonal el que se han modelado las barras principales que integran el mecanismo. Está formado por 18 piezas diferentes.



Figura 9.12: Modelo CAD renderizado pantógrafo A1

### • Pantógrafo A2

Se trata de un modelo completo del pantógrafo tipo WBL de la empresa “Schunk Ibérica”, el cual está funcionando actualmente en Metro de Madrid, donde hay instalados muchos kilómetros de catenaria rígida.

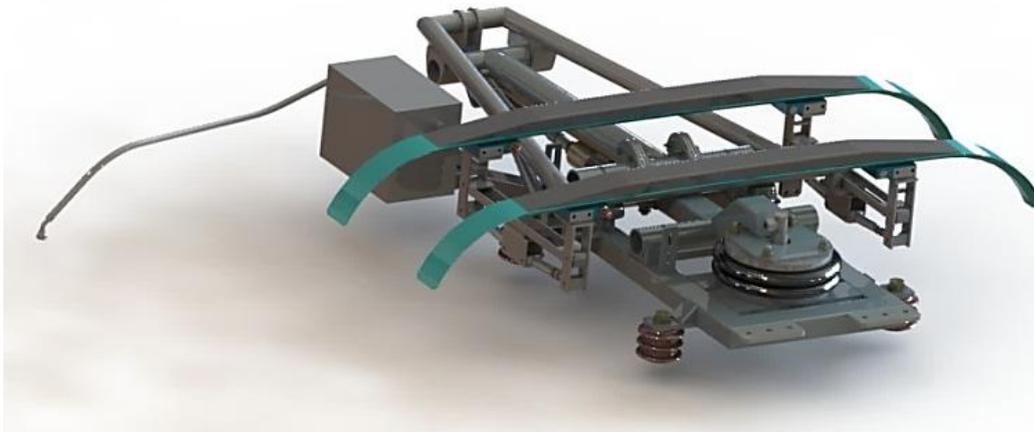


Figura 9.13: Modelo CAD renderizado pantógrafo A2

Los modelos CAD de las piezas por separado que forman el conjunto se han obtenido por cortesía de la propia empresa y posteriormente se han ensamblado esas piezas en SolidWorks, obteniéndose el conjunto representado en la figura 9.13.

A diferencia del modelo anterior, este es mucho más complejo y está formado por 143 piezas diferentes.

## 9.2. Modelización sistemas Multicuerpo; modelo de pantógrafo

Todos los modelos de pantógrafo anteriores se crean para realizar simulaciones con el software SolidWorks.

No obstante, en este proyecto también se construye un modelo de pantógrafo que se programa y se simula con Matlab. Posteriormente este pantógrafo será utilizado para estudiar la interacción con la catenaria empleando un código de programación ya creado en el departamento de Ingeniería Gráfica de la ETSII, aunque ello esté fuera del alcance del presente proyecto.

El modelo de pantógrafo creado corresponde a un sistema multicuerpo, es decir, un conjunto de cuerpos rígidos o flexibles conectados entre sí mediante pares cinemáticos y sobre los que actúan fuerzas exteriores. La siguiente figura muestra un esquema general de este tipo de sistemas:

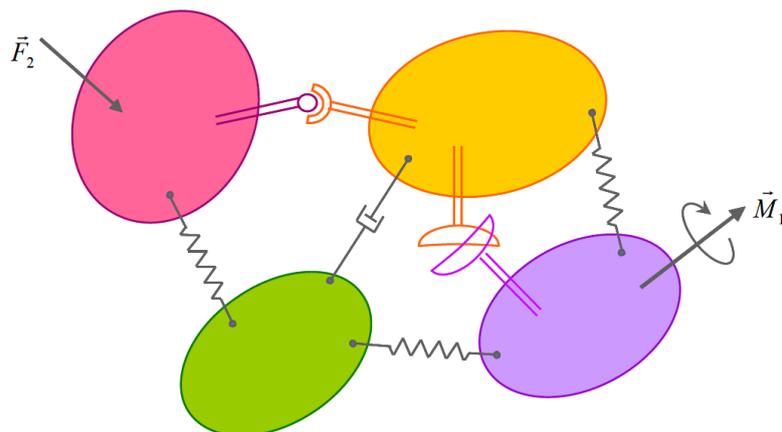


Figura 9.14: Esquema general sistema multicuerpo

Partiendo del modelo de pantógrafo incluido en la norma UNE-EN 50206 se diseña el modelo multicuerpo bidimensional reflejado en la siguiente figura:

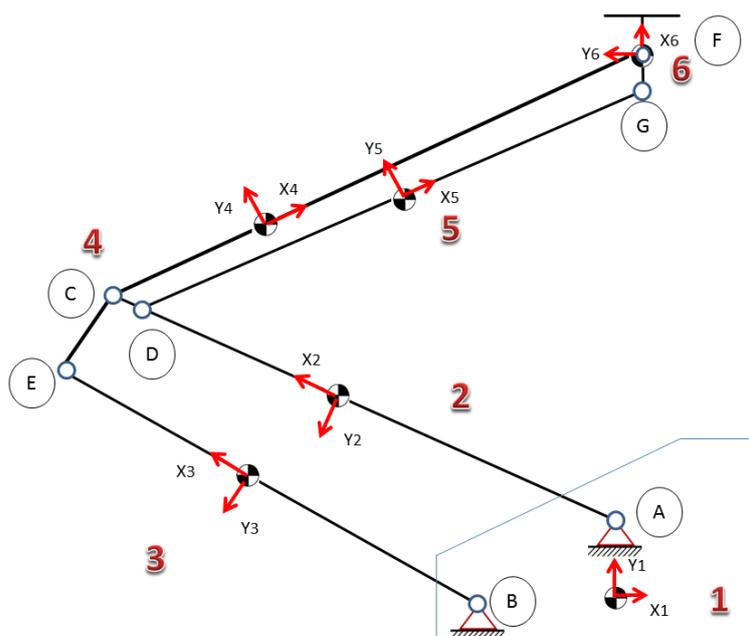


Figura 9.15: Modelo multicuerpo de pantógrafo

Las tablas 9.5 y 9.6 muestran las características físicas y geométricas de cada cuerpo del sistema.

Todos los datos que se muestran están calculados a partir de cálculos realizados con SolidWorks sobre los modelos de las figuras 9.12 y 9.13.

Número	Cuerpo	Masa (kg)	Momento inercia (kgm <sup>2</sup> )	Longitud (m)
1	Base	32	2.76	-
2	Barra de tracción	32.18	10.43	1.56
3	Barra inferior	3.1	0.46	1.36
4	Barra superior	15.6	7.76	2.1
5	Guía	1.15	0.48	1.63
6	Cabeza	1.51	0.05	0.25

Tabla 9.5: Propiedades físicas cuerpos modelo multicuerpo pantógrafo

Número	Cuerpo	X <sub>inicial</sub> (m)	Y <sub>inicial</sub> (m)	$\phi_{inicial}$ (grados)
1	Base	0	0	0
2	Barra de tracción	-0.77	0.37	172
3	Barra inferior	-1.03	0.15	167
4	Barra superior	-0.70	0.70	14.79
5	Guía	-0.65	0.63	11.82
6	Cabeza	0.14	0.93	91.21

Tabla 9.6: Posición inicial del modelo multicuerpo de pantógrafo

La tabla 9.7 muestra los pares cinemáticos existentes entre los diferentes cuerpos que conforman el mecanismo.

Par cinemático	Tipo	Cuerpos
A	Revolución	1 - 2
B	Revolución	1 - 3
C	Revolución	2 - 4
D	Revolución	2 - 5
E	Revolución	3 - 4
F	Revolución	4 - 6
G	Revolución	5 - 6

Tabla 9.7: Pares cinemáticos modelo multicuerpo de pantógrafo

Es necesario poder determinar los **grados de libertad** de libertad del mecanismo, es decir, el número de entradas que se necesita proporcionar con el objetivo de obtener una salida predecible [18].

Aplicando el criterio de Gruebler y teniendo en cuenta que se trata de un mecanismo plano con juntas de revolución, la fórmula para obtener los grados de libertad es la siguiente:

$$N.^{\circ} \text{grados de libertad} = 3 * N.^{\circ} \text{elementos} - 2 * N.^{\circ} \text{pares revolución} - 3 * N.^{\circ} \text{elementos fijos}$$

Sustituyendo para este caso se obtiene:

$$N.^{\circ} \text{grados de libertad} = 3 * 6 - 2 * 7 - 3 * 1 = 1_{gdl}$$

## **10. EXPLICACIÓN ESTUDIOS DE SIMULACIÓN**

En este apartado explican los diferentes estudios de simulación que se han realizado durante el desarrollo de este Trabajo Fin de Grado.

Se justifica la razón por la que se realizan, se enuncian los objetivos que se persiguen, se explica el modelo empleado en cada uno de ellos y se describe su configuración.

Todos los apartados que se muestran continuación se refieren a estudios realizados con SolidWorks, a excepción del apartado 10.5, que se refiere a un estudio realizado mediante Matlab.

### **10.1. Estudios sobre el modelo masa-resorte-amortiguador de pantógrafo**

Se realizan dos tipos de estudio sobre el modelo discreto de pantógrafo: análisis de movimiento y estudio de frecuencias naturales.

#### **10.1.1. Análisis de movimiento**

##### **10.1.1.1. Justificación y objetivos**

El modelo discreto del pantógrafo viene definido por el valor de las masas, las rigideces de los muelles y los valores del coeficiente de amortiguamiento. No obstante, no se tiene información sobre las longitudes iniciales de los muelles ni sobre la posición de equilibrio de las masas. Por consiguiente, tampoco se conoce la precarga inicial de los muelles.

Este estudio tiene como objetivo calcular los valores anteriormente citados que hagan que la fuerza de contacto entre catenaria y pantógrafo adquiera un valor constante y dentro del intervalo de 110-150 N. Estos valores son necesarios para la definición unívoca del sistema.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de este sistema están explicadas en el apartado 8.1.2.2. Sin embargo, en el punto de equilibrio (derivadas nulas), se tienen más ecuaciones que incógnitas.

Para poder calcular estos valores se utiliza el módulo 'Motion' incluido en SolidWorks. Dentro de este módulo se crea un análisis de movimiento dinámico en el que todos los cuerpos son considerados como sólidos rígidos.

Las ecuaciones de movimiento del sistema vienen definidas por un sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales. La integración de estas ecuaciones y el cumplimiento de las ecuaciones de restricción tienen como resultado una solución numérica para cada paso de tiempo.

### 10.1.1.2. Procedimiento

Para realizar el estudio de movimiento dinámico se parte de un modelo CAD de un ensamblaje completo que contiene el pantógrafo y un tramo de catenaria rígida con los soportes incluidos.

En este estudio se configuran los siguientes factores:

- Relaciones de posición que se van a satisfacer durante el movimiento.
- Contacto sin penetración entre la pieza superior del pantógrafo y el hilo de contacto.
- Gravedad.
- Muelles – amortiguadores: se introduce el valor de la constante de rigidez del muelle, el valor de la constante de amortiguamiento y la elongación inicial.
- Fuerza aplicada sobre la masa inferior del pantógrafo.

En el desarrollo del presente Trabajo Fin de Grado se emplean tres modelos discretos diferentes de pantógrafo (véase sección 9.1.3.1). Aunque se realice el estudio sobre los tres modelos, únicamente se muestra en la figura 10.1 el aspecto del mismo para el caso del modelo P1. El aspecto para los otros dos casos es muy similar.

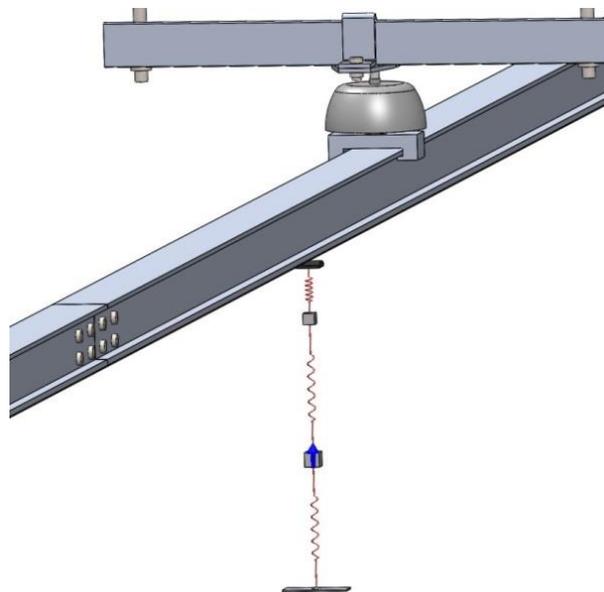


Figura 10.1: Análisis de movimiento P1 en SolidWorks

El procedimiento seguido para la obtención de la posición de equilibrio es un proceso iterativo que se explica en el siguiente flujograma:

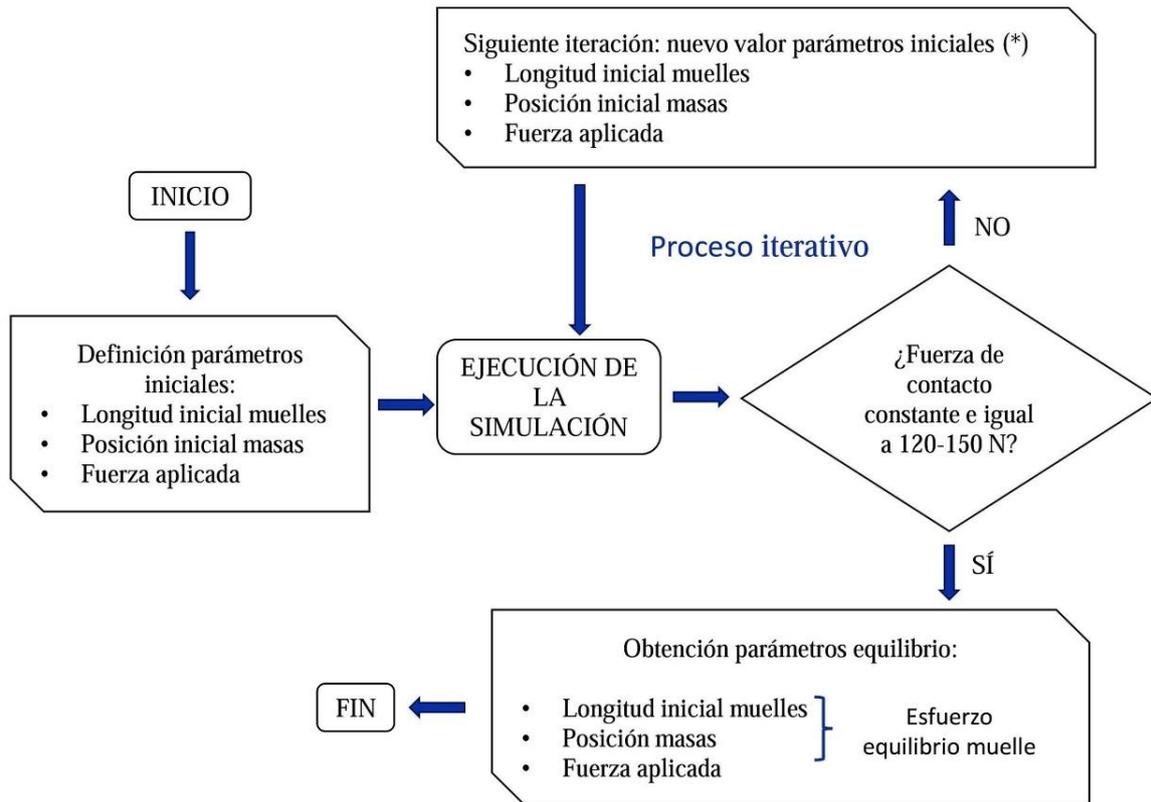


Figura 10.2: Flujograma análisis de movimiento pantógrafo

(\*) – Se toma como base de cálculo para la obtención de los parámetros iniciales la media de la elongación y del esfuerzo en los muelles en los últimos segundos de simulación. Se varía la fuerza aplicada en función de la magnitud de la fuerza de contacto calculada.

### 10.1.2. Estudio de frecuencias naturales

Durante el proceso de interacción entre el pantógrafo y la catenaria se pueden dar problemas de resonancia mecánica. Por ello es de interés calcular las frecuencias naturales del pantógrafo para posteriormente compararlas con las de la catenaria.

Si hay posibilidad de que existan fenómenos de resonancia se debe rediseñar el modelo de pantógrafo creado.

Para cambiar las frecuencias naturales del sistema se puede modificar tanto la geometría de las masas como el módulo de Young de los materiales utilizados.

El estudio se realizó empleando un estudio de frecuencias naturales incluido dentro de 'SolidWorks Simulation'.

Solo se realiza el estudio sobre el pantógrafo tipo P1, ya que es el que se utilizará en el estudio de la interacción dinámica con la catenaria. El estudio para los demás modelos es totalmente análogo.

## 10.2. Estudios sobre los soportes de catenaria rígida

Se realizan dos tipos de estudios sobre los soportes de catenaria rígida: estudios estáticos y estudios de frecuencias naturales.

### 10.2.1. Estudio estático

Este estudio se realiza sobre los tres tipos de soporte explicados en el apartado 9.1.2.

El objetivo consiste en obtener el desplazamiento vertical de la brida de sujeción cuando el soporte está sometido al peso del carril conductor.

Se realiza el estudio empleando los primeros tipos de modelización explicados en el apartado de modelización: mallado mediante elementos Solid3D y mallado mixto, obteniéndose para ambos resultados muy similares.

Posteriormente, en los estudios estáticos y dinámicos de la catenaria, se modelan estos conjuntos mediante elementos tipo muelle, cuya rigidez equivalente necesita ser calculada.

A partir de la carga a la que está sometido cada soporte y del desplazamiento obtenido se calcula una primera aproximación de la rigidez equivalente:

$$K_{equivalente} = \frac{\textit{Desplazamiento vertical brida sujeción}}{\textit{Carga}_{soporte}}$$

Resulta necesario calcular la carga que soporta cada conjunto de suspensión en una instalación de catenaria rígida. Esta información se obtiene a partir del estudio estático de la catenaria (véase sección 11.3.1.3).

### 10.2.2. Estudio de frecuencias naturales

#### 10.2.2.1. Justificación y objetivos

El sistema de catenaria rígida sufre de fenómenos indeseables que son consecuencia de las vibraciones que se producen debido al paso del pantógrafo. Estos fenómenos provocan un empeoramiento de la calidad de captación de corriente y un elevado desgaste del pantógrafo.

El diseño del sistema de suspensión influye significativamente en el comportamiento de la estructura de catenaria rígida y es muy útil conocer sus frecuencias naturales principales.

Existe un estudio realizado por la Universidad de Málaga en colaboración con ADIF [20] en el que se calculan los principales modos de vibración del soporte tipo B (véase figura 9.6)

No obstante, no se han encontrado referencias acerca de las frecuencias naturales de los soportes tipo A y C. Por este motivo se realizan sendos estudios en este Trabajo Fin de Grado.

Además de obtenerse las frecuencias naturales de los soportes modelados, se calcula la variación de las mismas como consecuencia de cambios en el diseño.

### 10.2.2.2. Modelización FEM empleada

Todas las piezas que forman parte de ambos conjuntos de suspensión se discretizan mediante elementos Solid3D de tipo tetraédrico parabólico.

Los tiempos de computación para tamaños de malla suficientemente pequeños son reducidos, por lo que no es necesario emplear técnicas de mallado más avanzadas.

En la figura 10.3 se ilustra la malla utilizada en cada caso:

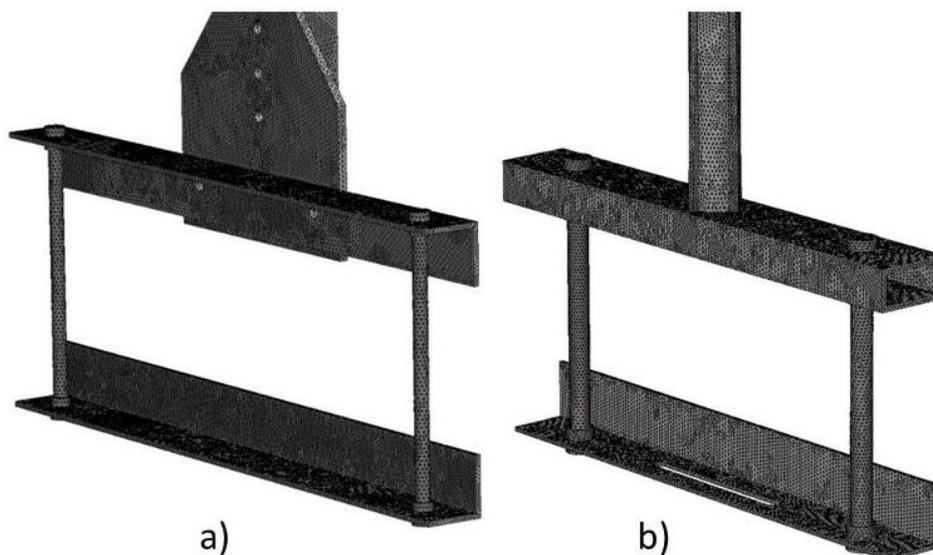


Figura 10.3: Mallado empleado para los soportes tipo A y tipo C

### 10.2.2.3. Contactos y sujeciones

Además de definir el tipo de mallado, se configuran también los contactos entre las piezas. En ambos conjuntos se impide la penetración entre las diferentes piezas que los integran.

Adicionalmente, en el conjunto tipo A, se definen cinco condiciones de unión rígida entre las aristas en contacto correspondientes a los agujeros concéntricos de la cartela. De esta forma se simula el efecto de los pernos que van emplazados en esas posiciones.

Por último, se define la sujeción del soporte al techo. Para ello se definen los cuatro puntos de anclaje, tal como se ilustra en la figura 10.4. Posteriormente se añade una condición de geometría fija aplicada a cada uno de ellos.

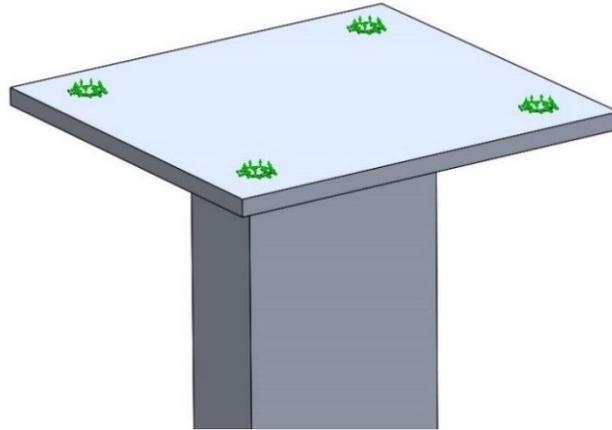


Figura 10.4: Detalle modelización puntos de anclaje al techo del soporte

### **10.3. Estudios sobre la estructura de catenaria rígida**

En este apartado se explican los estudios realizados sobre la estructura completa de catenaria rígida, incluyendo carril conductor, cable de contacto, bridas de unión y soportes.

Se incluyen dos tipos de estudio: estático y dinámico.

#### **10.3.1. Estudio estático**

##### **10.3.1.1. Objetivos**

Resulta de gran interés conocer el comportamiento estático de un tramo de catenaria rígida. Entre los factores más relevantes a calcular se encuentran los siguientes:

- Desplazamiento vertical en cada punto, siendo principalmente relevante la flecha máxima
- Desplazamiento vertical en los soportes
- Distribución de esfuerzos cortantes y momentos flectores a lo largo del carril

##### **10.3.1.2. Descripción del estudio**

Como se ha comentado en el apartado 6.1, la instalación de catenaria rígida está separada en cantones, es decir, tramos separados físicamente entre sí.

Por este motivo, el modelo utilizado en la simulación estática corresponde a un cantón de catenaria rígida. Se escoge un tramo de 120 metros de longitud, magnitud correspondiente a un ciclo de senoide completo.

Se realizan estudios estáticos para diferentes configuraciones en las que se varía la distancia entre soportes, adquiriendo valores de 8,10 y 12 metros.

Al inicio y al final del seccionamiento se colocan los soportes a distancias menores, con el objetivo de suavizar el contacto con el pantógrafo.

En las figuras 10.5, 10.6 y 10.7 se muestran, de forma esquemática, las tres configuraciones utilizadas:



Figura 10.5: Esquema configuración 120 metros con distancia entre soportes de 8 metros

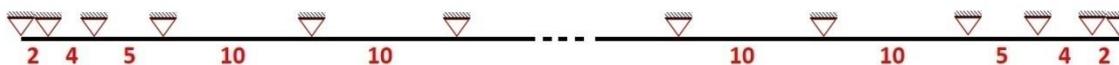


Figura 10.6: Esquema configuración 120 metros con distancia entre soportes de 10 metros



Figura 10.7: Esquema configuración 120 metros con distancia entre soportes de 12 metros

### 10.3.1.3. Modelización FEM empleada

A lo largo de este tramo se ha trabajado con el conjunto “carril conductor + hilo de contacto”, cuyas propiedades se reflejaron en la tabla 9.1.

Se desprecia la influencia de los descentramientos laterales, así como de las bridas de unión entre barras, al comprobarse que son factores que no afectan significativamente al comportamiento del modelo.

Se modela el carril conductor mediante elementos Beam3D de 1 metro de longitud. Además, en los puntos de unión con los soportes se incluyen juntas de viga, sobre las que se pueden aplicar restricciones y fuerzas.

Los soportes se modelan mediante elementos tipo muelle, definidos por un constante de rigidez  $K_{\text{equivalente}}$ .

Es necesario definir en SolidWorks los puntos extremos a los que está unido el muelle. Al no poder seleccionarse las juntas de viga como puntos extremos, se recurre a la solución ilustrada en la figura 10.8.

Como se puede observar en la imagen, se han creado dos piezas auxiliares con salientes en forma cónica que constituyen los puntos extremos de los muelles.

La pieza inferior se une mediante unión rígida a la junta de la viga, mientras que la pieza superior representa el techo y por lo tanto está fija.

Ambas piezas se consideran como sólidos rígidos.

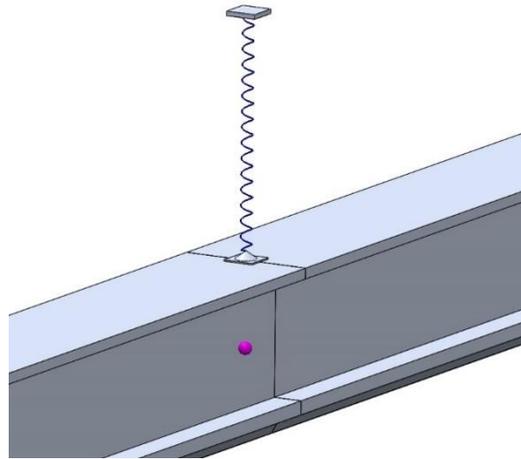


Figura 10.8: Configuración empleada en SolidWorks para unir los soportes al carril conductor

En definitiva, se distinguen cuatro tipologías de elementos diferentes:

- A: elemento Beam3D no unido a junta
- B: elemento Beam3D unido a junta
- C: elemento muelle
- D: elemento sólido rígido

A continuación, se describen los **grados de libertad** y las **restricciones** de cada tipo de elemento:

#### • Elemento tipo A

Corresponde a un elemento tipo Beam3D sin restricciones. Dispone, por definición, de seis grados de libertad en cada nodo (tres desplazamientos y tres giros) como se muestra en la siguiente figura:

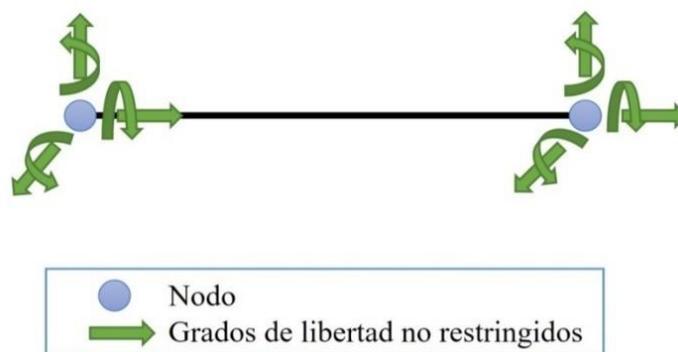


Figura 10.9: Elemento tipo A

### • Elemento tipo B

En cada junta se restringen todos los grados de libertad excepto el desplazamiento vertical y longitudinal, como consecuencia de las acciones que realiza la brida de sujeción sobre el carril conductor. El nodo que no está unido a la junta conserva los seis grados de libertad mientras que la junta sólo dispone de dos.

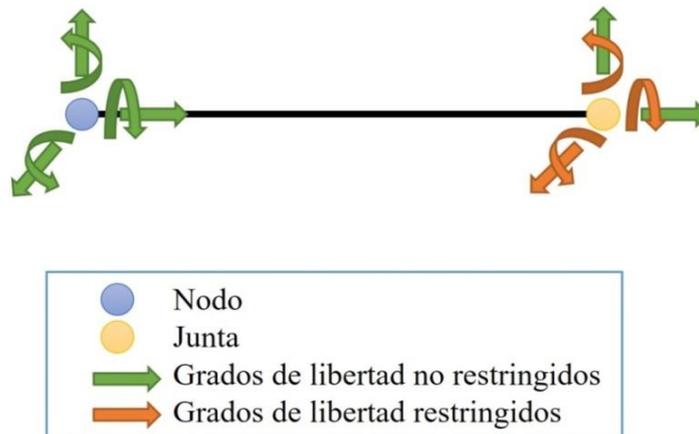


Figura 10.10: Elemento tipo B

### • Elemento tipo C

Los elementos tipo muelle disponen, por defecto, de un solo grado de libertad, tal como se ilustra en la siguiente figura:

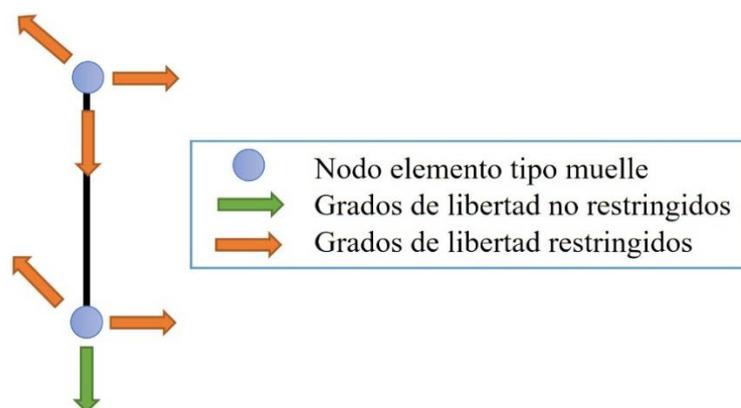


Figura 10.11: Elemento tipo C

### • Elemento tipo D

Corresponde a un elemento tipo Solid3D rígido. Por ello tiene todos los grados de libertad en el espacio y se impide su deformación.

## 10.3.2. Estudio dinámico

### 10.3.2.1. Objetivos

En el presente Trabajo Fin de Grado se desea simular el contacto entre el pantógrafo y la catenaria rígida, para lo cual se necesita realizar un estudio dinámico que incluya los dos sistemas.

Previamente a realizar este estudio dinámico conjunto, es imprescindible realizar un estudio dinámico únicamente de la catenaria. Este análisis persigue los siguientes dos objetivos principales:

- Comprobar que la posición de equilibrio obtenida coincide con la calculada para el estudio estático.
- Calcular el tiempo de estabilización desde la posición inicial hasta la posición de equilibrio deformada.

### 10.3.2.2. Descripción

El estudio de la interacción entre pantógrafo y catenaria se estudia empleando la configuración en la que la distancia entre soportes es de 10 metros. Por ello este estudio dinámico se efectúa únicamente para esta configuración. El estudio para los otros dos modelos sería completamente análogo.

Por motivos de tiempos de computación no se simula el contacto del pantógrafo a lo largo de los 120 metros del cantón completo.

En su defecto, se crea un modelo reducido de 35 metros, ilustrado en la figura 10.12:



Figura 10.12: Modelo reducido de 35 metros

Para que el modelo reducido sea correcto es necesario incluir el efecto del resto de la estructura que ya no forma parte del mismo. Dicho de otro modo, resulta necesario definir condiciones de contorno del nuevo modelo.

En la figura 10.13 se representan estas condiciones de contorno, las cuales están constituidas por un esfuerzo cortante en dirección vertical ( $Q_y$ ) y un momento flector ( $M_z$ ) en cada extremo del modelo.

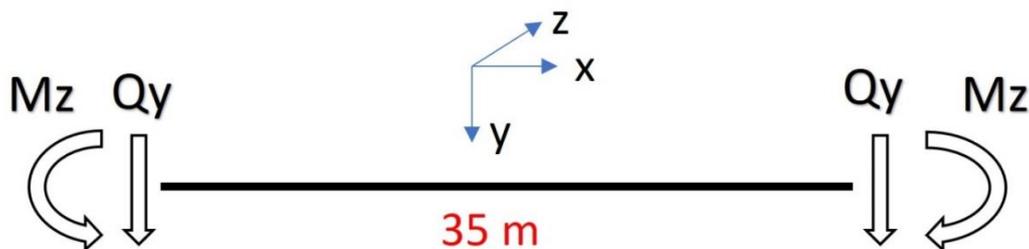


Figura 10.13: Condiciones contorno modelo 35 metros

### 10.3.2.3. Modelización FEM empleada

Los diferentes cuerpos que intervienen en la simulación dinámica se discretizan de la misma manera que en el estudio estático.

No obstante, se debe refinar la malla con la que se discretiza el carril conductor con el fin de conseguir convergencia en la solución. Por ello, se escogen elementos Beam3D de 0.25 metros de longitud.

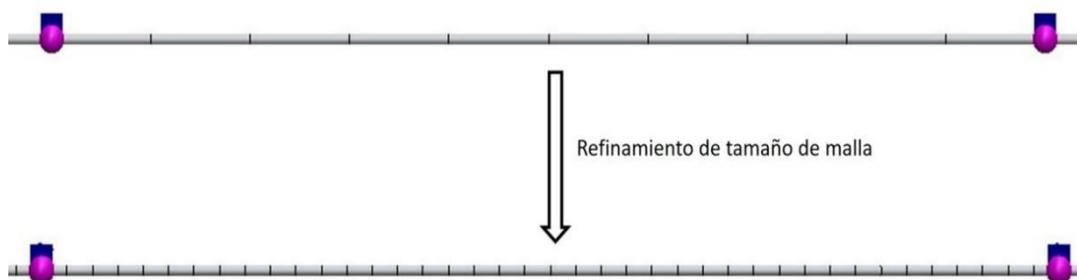


Figura 10.14: Refinamiento del tamaño de malla empleado en el carril conductor

## 10.4. Estudio interacción dinámica pantógrafo-catenaria

El estudio de la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria rígida comprende el estudio central del presente Trabajo Fin de Grado. Los resultados obtenidos en los estudios anteriormente explicados son necesarios para poder configurar éste correctamente.

### 10.4.1. Justificación

El análisis de la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria es objeto de estudio desde hace muchos años, especialmente en el ámbito de la catenaria convencional.

Sin embargo, la interacción dinámica entre el pantógrafo y la catenaria rígida no está tan profundamente estudiada al tratarse aún de un sistema emergente.

La evolución de la fuerza de contacto se trata de un aspecto clave para asegurar el correcto paso de la corriente desde la catenaria al pantógrafo, evitando perturbaciones de carácter electromagnético y reduciendo el desgaste tanto del pantógrafo como del hilo de contacto.

Por estos motivos resulta imprescindible crear una herramienta que sea capaz de predecir la evolución de esta fuerza de contacto ante diferentes condiciones de funcionamiento.

#### **10.4.2. Objetivos**

La realización de este estudio implica la consecución de los siguientes objetivos:

- Calcular la evolución de la fuerza de contacto para diferentes velocidades del pantógrafo.
- Estudiar la evolución en el tiempo de la elevación en cada punto de la catenaria como consecuencia del paso del pantógrafo.
- Realizar un posprocesado de los resultados referidos a la fuerza de contacto obtenida, a fin de poder realizar una evaluación de la calidad de captación de corriente.

#### **10.4.3. Descripción**

En este estudio se analiza simultáneamente el comportamiento de dos sistemas distintos: catenaria rígida y pantógrafo.

El modelo de catenaria rígida corresponde al modelo de 35 metros utilizado en el apartado 10.3.2.

En cuanto al pantógrafo, se utiliza el modelo discreto masa-resorte-amortiguador tipo P1 (véase sección 9.1.3.1 y 11.1.1)

Para poder estudiar la interacción dinámica entre ambos sistemas se realiza un estudio dinámico no lineal incluido dentro de ‘SolidWorks Simulation’.

Pese a que el comportamiento de todos los cuerpos que forman parte del estudio se mantiene dentro del régimen lineal, se emplea un estudio no lineal debido a que incluye muchas más opciones que el estudio lineal de SolidWorks, constituyendo una herramienta suficientemente potente como para resolver el problema planteado.

#### **10.4.4. Definición del contacto pantógrafo-catenaria en SolidWorks**

En este estudio se quiere estudiar la interacción entre dos sistemas distintos (pantógrafo y catenaria) y por lo tanto es necesario definir el contacto entre ambos.

El contacto definido debe cumplir las siguientes características:

- Ser independiente de la posición inicial de los cuerpos.
- No permitir penetración.
- Permitir pérdida y recuperación de contacto.

Se puede definir en SolidWorks un contacto, llamado contacto sin penetración, que cumple estos requisitos.

La solución óptima consistiría en definir este contacto entre la cara superior del pantógrafo y la cara inferior del carril conductor.

Sin embargo, esta solución no es posible implementarla en SolidWorks si uno de los dos cuerpos está modelado como viga, como es el caso del carril conductor.

Por este motivo se ha ideado una solución en la que se incluye un elemento auxiliar que permite solucionar este problema.

Este elemento auxiliar consiste en una superficie de ancho reducido y longitud igual a la del carril conductor (35 metros), tal como se ilustra en la siguiente figura:

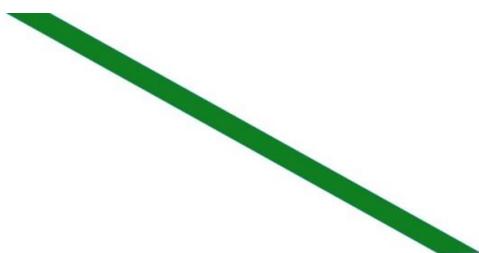


Figura 10.15: Superficie auxiliar

Esta superficie se une mediante un contacto de unión rígida al carril conductor, quedando ambos cuerpos fijados entre sí. De esta manera cualquier perturbación que reciba el elemento superficial será transmitida al carril conductor y viceversa.

Posteriormente, se define el contacto tipo sin penetración entre la cara superior del pantógrafo y la superficie auxiliar.

En la figura 10.16 se ilustra la configuración utilizada:

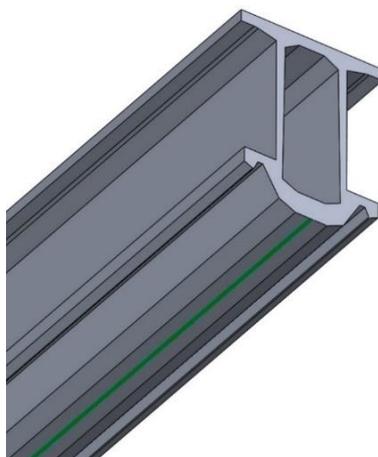


Figura 10.16: Configuración empleada para poder definir el contacto

Cabe destacar que esta solución no sería válida si el hecho de unir la superficie al carril conductor alterara significativamente el comportamiento dinámico del mismo. Por ello, tras realizarse diversas pruebas estáticas y dinámicas, se consigue un diseño óptimo que cumple este requisito.

Los parámetros que se varían en el proceso de optimización de la superficie son los siguientes:

- Geometría de la superficie.
- Propiedades del material personalizado utilizado.

Por último, con el fin de obtener un contacto más preciso sin que ello aumente significativamente el tiempo de computación, se ha modelado la cara superior del pantógrafo con forma redondeada, tal como se ilustra en la figura 10.17.

De esta forma la zona de contacto pasa de ser una superficie a ser una línea, brindando así mejores resultados en SolidWorks.

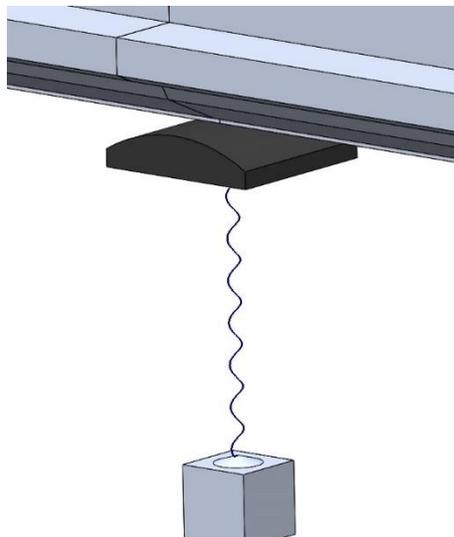


Figura 10.17: Detalle de la parte superior del pantógrafo

## 10.4.5. Modelización FEM empleada

### 10.4.5.1. Catenaria rígida

Se emplea la misma modelización que en el estudio dinámico del sistema de catenaria aislado.

El tamaño del mallado del carril conductor vuelve a ser de 0.25 metros de longitud por elemento. Posteriormente se comprueba que es un valor suficientemente alto como para alcanzar convergencia en los resultados.

No obstante, a diferencia del estudio aislado de la catenaria, en este estudio se ha incluido un nuevo cuerpo auxiliar superficial, el cual se discretiza mediante elementos bidimensionales tipo Shell con comportamiento de lámina delgada.

Esta opción de mallado brinda buenos resultados y además reduce el tiempo de computación en comparación con un mallado mediante elementos Solid3D.

En la figura 10.18 se ilustra el modelo FEM de ambos cuerpos:

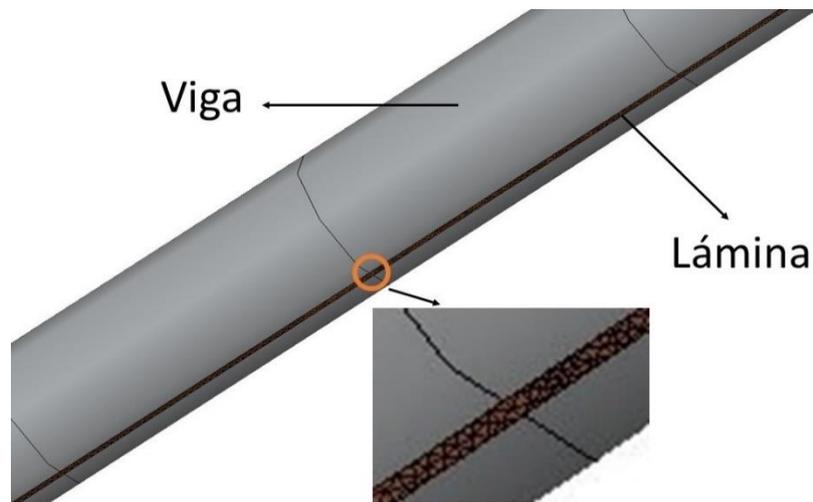


Figura 10.18: Detalle modelo FEM del carril conductor

#### 10.4.5.2. Pantógrafo

##### • Características físicas y geométricas del modelo de pantógrafo

Idealmente el pantógrafo de masas apiladas corresponde a un modelo de sólidos rígidos unidos mediante sistemas resorte-amortiguador. Sin embargo, a la hora de resolver este sistema con SolidWorks Simulation, se producen errores de singularidad.

Para paliar este problema se ajustan las rigideces de las masas del pantógrafo de la siguiente manera:

- Masa superior en inferior: tratadas como sólido rígido.
- Masas intermedias: tratadas como sólidos deformables pero constituidas por un material de alta rigidez.

Con estos cambios se consigue que la simulación se ejecute sin problemas.

Por otro lado, al igual que ocurría en los muelles que representan los soportes de la catenaria (véase sección 10.3.1.3), es necesario realizar salientes en forma de cono que sirvan como puntos extremos inicial y final de los sistemas muelle-amortiguador que actúan entre las masas.

##### • Características del mallado aplicado al modelo

Los cuatro cuerpos que integran el modelo de pantógrafo se modelan mediante elementos Solid3D tetraédricos lineales basados en curvatura. Se comprueba que los resultados obtenidos convergen para un tamaño grande de los elementos de mallado. Esto significa que el número de grados de libertad es reducido y por lo tanto el tiempo de computación también lo es.

Sin embargo, los salientes cónicos son zonas de un tamaño significativamente menor al de los elementos de mallado utilizados. Por este motivo es necesario refinar el tamaño de malla en estas zonas. Esto se consigue aplicando un control de mallado sobre las superficies cónicas.

En la figura 10.19 se muestra el mallado aplicado al pantógrafo, observándose el refinamiento de la malla en las zonas cónicas del modelo.



Figura 10.19: Modelo FEM del pantógrafo P1

#### • Restricciones geométricas aplicadas al modelo

En primer lugar, se considera que la distancia entre el techo del tren y la catenaria permanece constante. Por esta razón se aplica una restricción de rodillo deslizante sobre la base del pantógrafo que impide que varíe su coordenada vertical.

Adicionalmente, las masas que integran el modelo de pantógrafo utilizado están conectadas unas con otras mediante juntas cinemáticas prismáticas, las cuales permiten el movimiento relativo únicamente en la dirección vertical, restringiendo los demás movimientos y los tres giros.

Esto se consigue aplicando restricciones de rodillo deslizante sobre las caras paralelas al plano medio del carril conductor.

Por último, se le dota al pantógrafo de una cierta velocidad en la dirección del hilo de contacto, aplicando una restricción de desplazamiento con respecto al tiempo sobre las caras perpendiculares al movimiento.

La figura 10.20 muestra el modelo que incluye todas estas restricciones en SolidWorks:

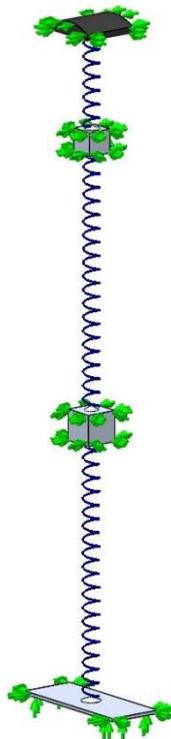


Figura 10.20: Restricciones aplicadas al pantógrafo P1

#### 10.4.6. Definición del movimiento en SolidWorks

Como se ha comentado en la introducción del proyecto, este estudio se realiza para diferentes velocidades del pantógrafo.

La velocidad escogida en cada caso es distinta pero la distancia recorrida por el pantógrafo es siempre de 30 metros. Como consecuencia, el tiempo que dura el movimiento es diferente en cada caso.

Además, antes de que el pantógrafo comience su movimiento, debe transcurrir un tiempo de estabilización con el objetivo de que la catenaria y el pantógrafo alcancen su posición de equilibrio y la fuerza de contacto adquiera un valor constante.

El movimiento se define estableciendo restricciones de desplazamiento prescrito que cumplan las condiciones de establecer una velocidad concreta durante la fase de movimiento y de dejar un tiempo de estabilización durante la fase en la que el pantógrafo se encuentra parado.

### 10.4.7. Método de resolución

Para resolver este problema se utiliza el solver directo ‘Direct Sparse Solver’, al comprobarse que consigue resolver correctamente las ecuaciones empleando un tiempo reducido.

A diferencia de los estudios estáticos o de frecuencia, en los estudios dinámicos es necesario definir el incremento de tiempo para el cual se resuelven las ecuaciones del Método de los Elementos Finitos.

Los resultados obtenidos se ajustarán más a la realidad cuantos más puntos de cálculo se elijan, o lo que es lo mismo, cuanto más pequeño sea el incremento de tiempo.

El criterio para elegir el paso consiste en que se calculen, independientemente de la velocidad del pantógrafo, tantos puntos como elementos Beam3D tenga el carril conductor.

En este caso se simulan 30 metros de contacto y el carril está discretizado con una longitud de elemento de 0.25 metros. Por lo tanto, se obtienen 120 valores numéricos de la fuerza de contacto.

Bajo este criterio, el paso se calcula atendiendo a la siguiente fórmula:

$$Paso = \left( Velocidad \left( \frac{m}{s} \right) \times 4 \left( \frac{elementos}{metro} \right) \right)^{-1}$$

Se realizan simulaciones para 8 velocidades diferentes, mostrándose en la tabla 10.1 los pasos utilizados en cada una de ellas.

Velocidad (km/h)	Incremento de tiempo (s)
18	0.05
36	0.025
54	0.0167
72	0.0125
90	0.01
108	0.0083
144	0.00625
180	0.005

Tabla 10.1: Velocidades e incremento de tiempo de las simulaciones

### 10.4.8. Posprocesado de la fuerza de contacto

Una vez obtenidos los datos referidos a la evolución de la fuerza de contacto con SolidWorks, se realiza un procesamiento de los mismos mediante Matlab de acuerdo a las normas UNE-EN 50317, UNE-EN 50318 y UNE-EN 50367.

Este posprocesado de los resultados tiene los siguientes objetivos:

- Posibilitar la evaluación de la calidad de captación de corriente.
- Posibilitar la comparación cuantitativa de los resultados con respecto a otros modelos de simulación existentes.
- Posibilitar la comparación de los resultados de simulación obtenidos con los medidos experimentalmente, a efectos de poder validar el modelo.

El procesado de la fuerza de contacto consiste en pasar la fuerza de contacto por un filtro de paso bajo con una frecuencia de corte de 20 Hz, obteniéndose una nueva gráfica.

Una vez que se tienen los nuevos resultados se obtienen los siguientes parámetros estadísticos:

- Valor medio de la fuerza de contacto,  $F_m$ .
- Desviación típica de la fuerza de contacto,  $\sigma$ .
- Máximo real de la fuerza de contacto.
- Mínimo real de la fuerza de contacto.
- Máximo estadístico de la fuerza de contacto:  $F_m + 3\sigma$ .
- Mínimo estadístico de la fuerza de contacto:  $F_m - 3\sigma$ .
- Representación gráfica de la evolución temporal de la fuerza de contacto.

En la figura 10.21 se muestra el código Matlab del posprocesado:

```
% FILTRO 20 HZ para V=108 km/h
% Se obtienen las variables de SolidWorks
Rint=fuerza(:);
tint=tiempo(:);
% Se representa la gráfica de SolidWorks
plot(tint,Rint)
hold on
% Se definen los parámetros del filtro
Fs=120; % Frecuencia de muestreo
Nfir=100; % Nivel del filtro
Est=20; % Frecuencia de corte
% Se declara el filtro paso bajo
firf = designfilt('lowpassfir','FilterOrder',Nfir, ...
    'CutoffFrequency',Est,'SampleRate',Fs);
Prueba2=filtfilt(firf,Rint);
% Se representa la gráfica filtrada
plot(tint,Prueba2,'r','linewidth',2)
% Parámetros estadísticos en la zona en movimiento
media=mean(Prueba2(640:1:768));
minimo=min(Prueba2(640:1:768));
maximo=max(Prueba2(640:1:768));
desvtip=std(Prueba2(640:1:768));
maxest=media+3*desvtip;
minset=media-3*desvtip;
```

Figura 10.21: Código Matlab del posprocesado de la fuerza de contacto para  $V = 108$  km/h

## 10.5. Estudios sobre el modelo multicuerpo de pantógrafo

En este apartado se muestran los estudios realizados con Matlab sobre los modelos cinemático y dinámico del pantógrafo multicuerpo creado.

### 10.5.1. Estudio cinemático

#### 10.5.1.1. Objetivos

Los principales objetivos de este estudio aparecen enunciados a continuación:

- Comprobar el correcto modelado del sistema en Matlab, garantizando que tanto las ecuaciones de restricción como la Jacobiana están correctamente calculadas e introducidas en el código.
- Verificar la no existencia de puntos singulares durante el movimiento.
- Analizar las variaciones en el movimiento causadas por modificaciones del driver utilizado.

#### 10.5.1.2. Ecuaciones de restricción

Se tienen 7 pares cinemáticos de revolución, por lo tanto, se tiene un total de 14 **ecuaciones de restricción geométricas**.

- Par A

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_1 - X_2 - d_{12} \sin \varphi_1 + d_{21} \cos \varphi_2 \\ Y_1 - Y_2 + d_{12} \cos \varphi_1 + d_{21} \sin \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Par B

$$\begin{bmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_1 - X_3 - d_{11} \cos \varphi_1 + d_{32} \cos \varphi_3 \\ Y_1 - Y_3 - d_{11} \sin \varphi_1 + d_{32} \sin \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Par C

$$\begin{bmatrix} \phi_5 \\ \phi_6 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_2 - X_4 + d_{22} \cos \varphi_2 + d_{42} \cos \varphi_4 \\ Y_2 - Y_4 + d_{22} \sin \varphi_2 + d_{42} \sin \varphi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Par D

$$\begin{bmatrix} \phi_7 \\ \phi_8 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_2 - X_5 + d_{23} \cos \varphi_2 + d_{52} \cos \varphi_5 \\ Y_2 - Y_5 + d_{23} \sin \varphi_2 + d_{52} \sin \varphi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Par E

$$\begin{bmatrix} \phi_9 \\ \phi_{10} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_3 - X_4 + d_{31} \cos \varphi_3 + d_{43} \cos \varphi_4 - d_{44} \sin \varphi_4 \\ Y_3 - Y_4 + d_{31} \sin \varphi_3 + d_{43} \sin \varphi_4 + d_{44} \cos \varphi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Par F

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_4 - X_6 + d_{41} \cos \varphi_4 \\ Y_4 - Y_6 + d_{41} \sin \varphi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Par G

$$\begin{bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{14} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_5 - X_6 + d_{51} \cos \varphi_5 + d_{61} \cos \varphi_6 \\ Y_5 - Y_6 + d_{51} \sin \varphi_5 + d_{61} \sin \varphi_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El cuerpo 1 está fijo, añadiendo tres **ecuaciones de restricción de cuerpo fijo**.

$$\begin{bmatrix} \phi_{15} \\ \phi_{16} \\ \phi_{17} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por último, se necesita añadir una **ecuación motriz** al sistema. En este caso se toma como driver el giro del cuerpo 3.

$$[\phi_{18} = \varphi_3 - \varphi_{driver}(t) = 0]$$

Siendo:  $\varphi_{driver}(t) = \varphi_0 + A \sin(\omega t)$

$$\varphi_0 = 2.8 \text{ rad}$$

$$A = 0.25 \text{ rad}$$

$$\omega = 0.5 \text{ rad/s}$$

### 10.5.1.3. Matriz Jacobiana

Se trata de una matriz de dimensiones 18 x 18. Se incluyen a continuación, con carácter ilustrativo, las filas correspondientes a  $\phi_1$  y  $\phi_8$  (juntas cinemáticas),  $\phi_{16}$  (cuerpo fijo) y  $\phi_{18}$  (motriz).

	$\frac{\partial}{\partial x_1}$	$\frac{\partial}{\partial y_1}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_1}$	$\frac{\partial}{\partial x_2}$	$\frac{\partial}{\partial y_2}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_2}$	$\frac{\partial}{\partial x_3}$	$\frac{\partial}{\partial y_3}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_3}$	$\frac{\partial}{\partial x_4}$	$\frac{\partial}{\partial y_4}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_4}$	$\frac{\partial}{\partial x_5}$	$\frac{\partial}{\partial y_5}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_5}$	$\frac{\partial}{\partial x_6}$	$\frac{\partial}{\partial y_6}$	$\frac{\partial}{\partial \varphi_6}$
$\phi_1$	1	0	$J_{13}$	-1	0	$J_{16}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\phi_8$	0	0	0	0	1	$J_{86}$	0	0	0	0	0	0	0	-1	$J_{815}$	0	0	0
$\phi_{16}$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\phi_{18}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$J_{1,3} = -d_{12} \cos \varphi_1$$

$$J_{1,6} = -d_{21} \sin \varphi_2$$

$$J_{8,6} = d_{23} \cos \varphi_2$$

$$J_{8,15} = d_{52} \cos \varphi_5$$

10.5.1.4. Estructura del código Matlab

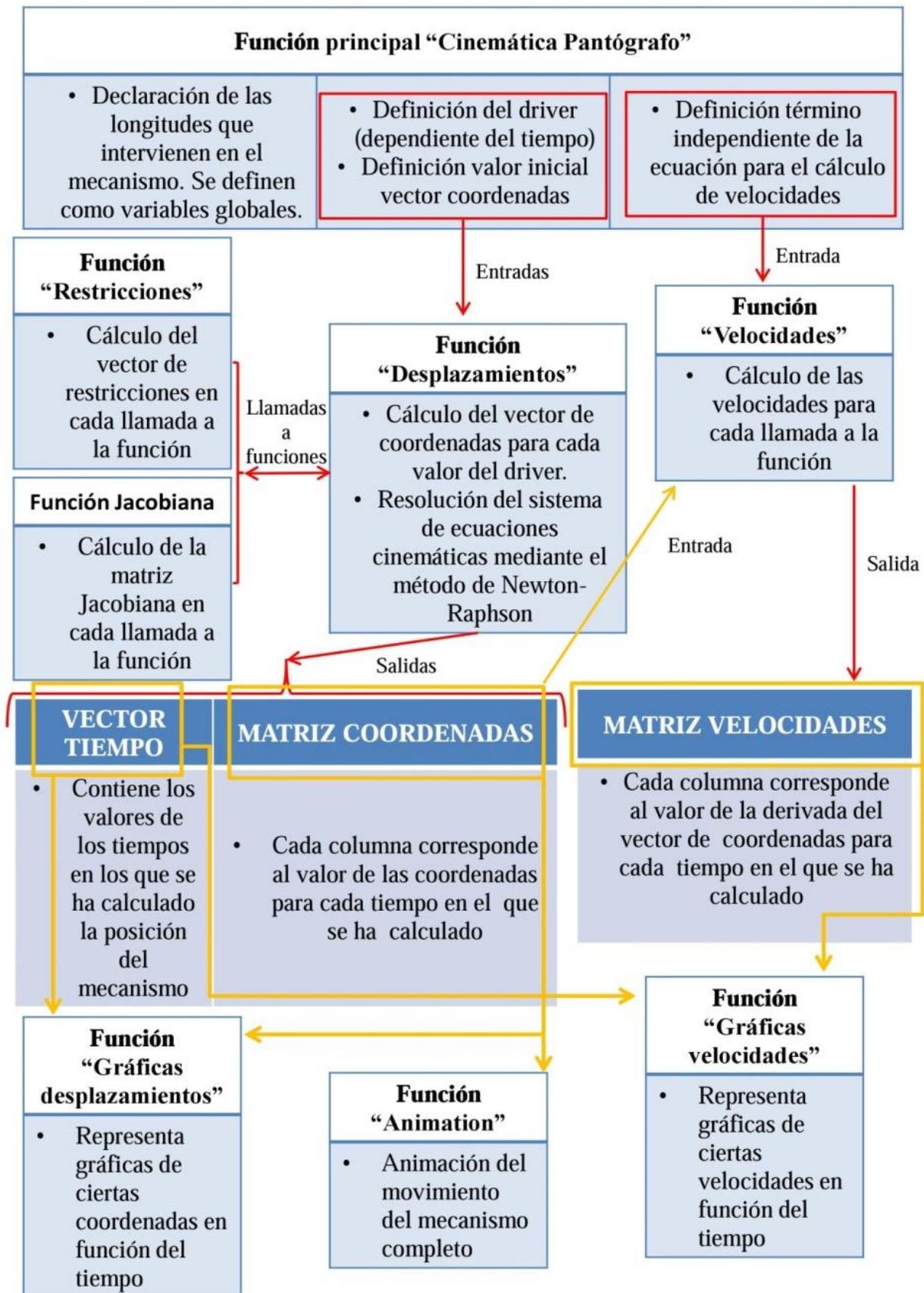


Figura 10.22: Estructura código Matlab del modelo cinemático del pantógrafo

## 10.5.2. Estudio dinámico

### 10.5.2.1. Modelo dinámico

Anteriormente, en el estudio cinemático, se conseguía el movimiento por medio de un driver que controlaba el valor del grado de libertad del mecanismo. En este caso se prescinde de este driver y el mecanismo pasa a moverse gracias a la aplicación de fuerzas y momentos.

En la figura 10.23 se muestra el modelo dinámico del pantógrafo. Se trata del mismo mecanismo al que se le ha incluido el peso de los cuerpos, un actuador en forma de resorte-amortiguador ( $k_1$ ,  $c_1$ ) y un momento exterior equivalente a la acción ejercida por el sistema operativo neumático del pantógrafo.

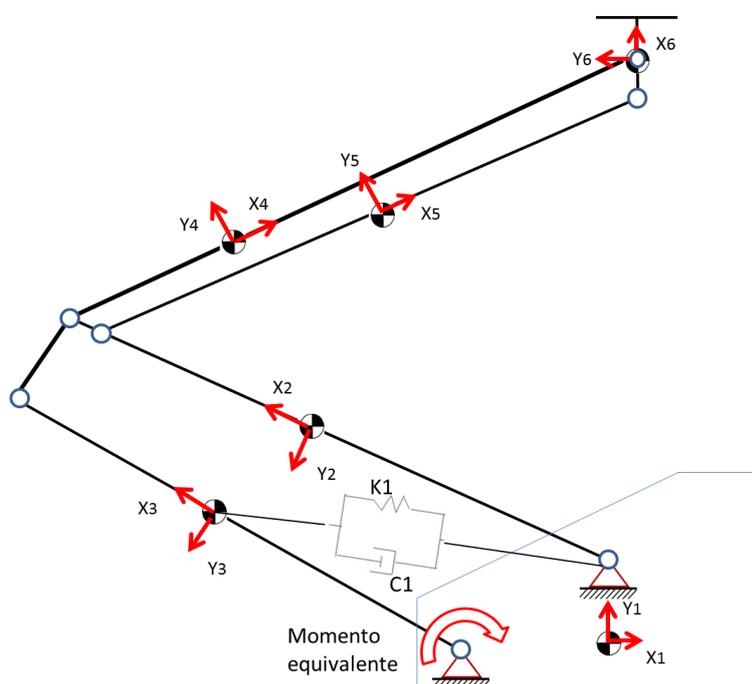


Figura 10.23: Modelo dinámico del pantógrafo multicuerpo

### 10.5.2.2. Modelización contacto pantógrafo catenaria

En este estudio no se desea estudiar el contacto entre el pantógrafo y la catenaria. Únicamente se desea restringir la extensión máxima que puede alcanzar el mecanismo. El límite de esta extensión viene fijado precisamente por el tope que supone la catenaria.

Para implementar esta restricción en Matlab se emplea el modelo mostrado en la figura 10.24.

Si la altura de la cabeza del pantógrafo no alcanza el valor límite de contacto, los parámetros  $C_{cat}$  y  $K_{cat}$  son nulos.

Por el contrario, cuando la cabeza del pantógrafo llegue al tope marcado por la catenaria se asignarán valores a estos parámetros.

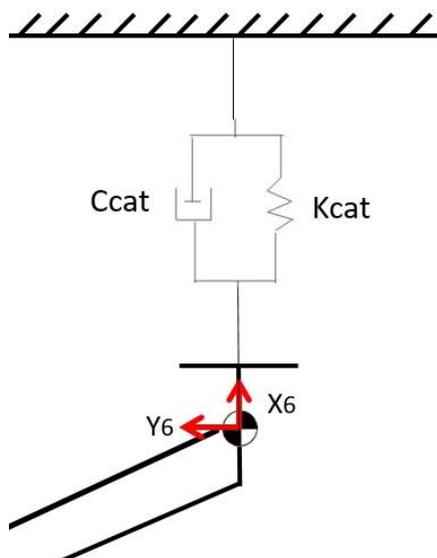


Figura 10.24: Modelización del contacto con la catenaria

### 10.5.2.3. Objetivos

Los principales objetivos de este estudio se presentan a continuación.

- Comprobar que el código Matlab está correctamente programado, verificando que el movimiento obtenido es correcto.
- Evaluar el comportamiento del mecanismo ante variaciones de parámetros como fuerzas exteriores, rigideces de muelles o valores de amortiguadores.
- Servir como herramienta para optimizar el diseño del pantógrafo, cambiando longitudes, masas e inercias de las barras.

### 10.5.2.4. Matrices y vectores entrada del sistema

En este modelo es necesario introducir una matriz de masas que recopila información acerca de las características físicas de los cuerpos del modelo y un vector de fuerzas que recoge las acciones exteriores.

- Matriz de masas  $\mathbf{M}$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & m_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & J_6 \end{bmatrix}$$

- Vector de fuerzas  $\mathbf{F}$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_1 g \\ 0 \\ 0 \\ -m_2 g \\ 0 \\ F_{muelle} + F_{amort} = k_1 * (dist - L_0) * \cos(fi) + c_1 * \dot{X}_3 \\ -m_3 g - F_{muelle} - F_{amort} = -m_3 g - k_1 * (dist - L_0) * \sin(fi) - c_1 * \dot{Y}_3 \\ M_{equivalente} \\ 0 \\ -m_4 g \\ 0 \\ 0 \\ -m_5 g \\ 0 \\ 0 \\ -m_6 g \\ 0 \end{bmatrix}$$

Siendo:

$$dist = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2}$$

$$L_0 = \text{elongación inicial muelle} = 0.96m$$

$$\cos(fi) = \frac{X_3}{dist}$$

$$\sin(fi) = \frac{Y_3}{dist}$$

10.5.2.5. Estructura del código Matlab

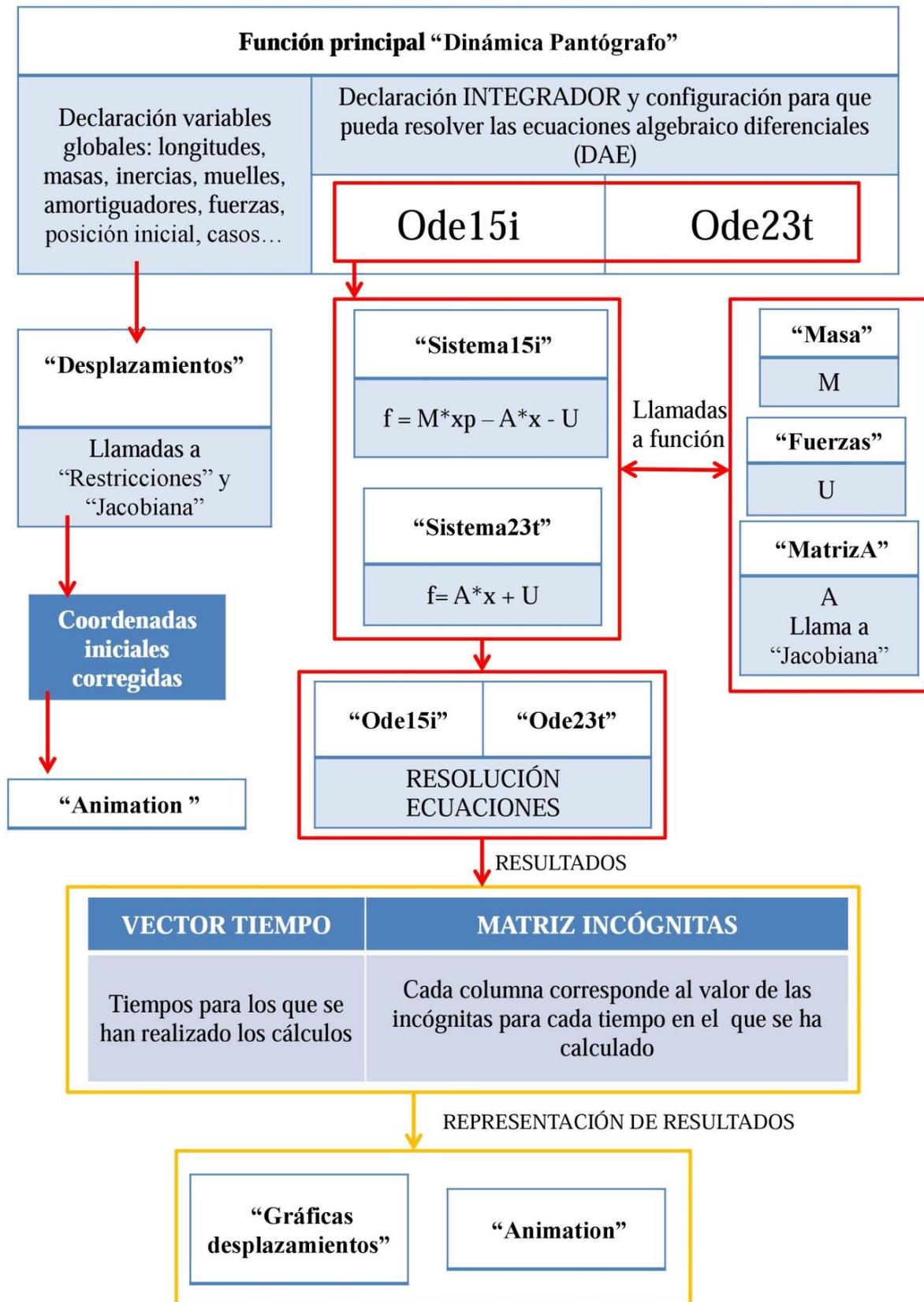


Figura 10.25: Estructura código Matlab del modelo dinámico del pantógrafo

## 11. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se presentan los resultados más relevantes de los estudios de simulación explicados en la sección anterior, discutiéndose los aspectos más relevantes y realizándose una valoración crítica de los mismos.

### 11.1. Estudios sobre el modelo masa-resorte-amortiguador de pantógrafo

#### 11.1.1. Resultados del análisis de movimiento

El esquema general de los tres tipos de pantógrafo empleados se puede representar mediante el esquema mostrado en la siguiente figura:

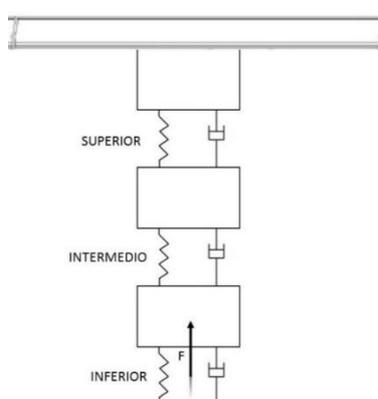


Figura 11.1: Modelo general que engloba los modelos P1, P2 y P3

El estudio tiene como objetivo calcular los siguientes valores referidos a la posición de equilibrio del pantógrafo: longitud natural, elongación y carga de los muelles y fuerza  $F$ . Estos resultados se muestran en la tabla 11.1:

Modelo pantógrafo	Muelle	Longitud natural (mm)	Longitud equilibrio (mm)	Carga equilibrio (N)	F (N)
P1	Inferior	1000	183.8	40.8	300
	Intermedio	230	183.9	193.4	
	Superior	72	69.5	124.7	
P2	Inferior	4533	218.1	215.8	130
	Intermedio	199	151.1	128.1	
	Superior	67	64.1	198.6	
P3	Inferior	176390	513.9	175.9	120
	Intermedio	323.9	277.8	248.9	
	Superior	213.8	180.1	203.47	

Tabla 11.1: Definición completa de los modelos de pantógrafo a partir de los resultados del análisis de movimiento

Las figuras 11.2, 11.3 y 11.4 muestran las gráficas que justifican la elección de los valores reflejados en la tabla 11.1. Corresponden todas ellas a la última iteración realizada, en la cual se ha alcanzado la posición de equilibrio.

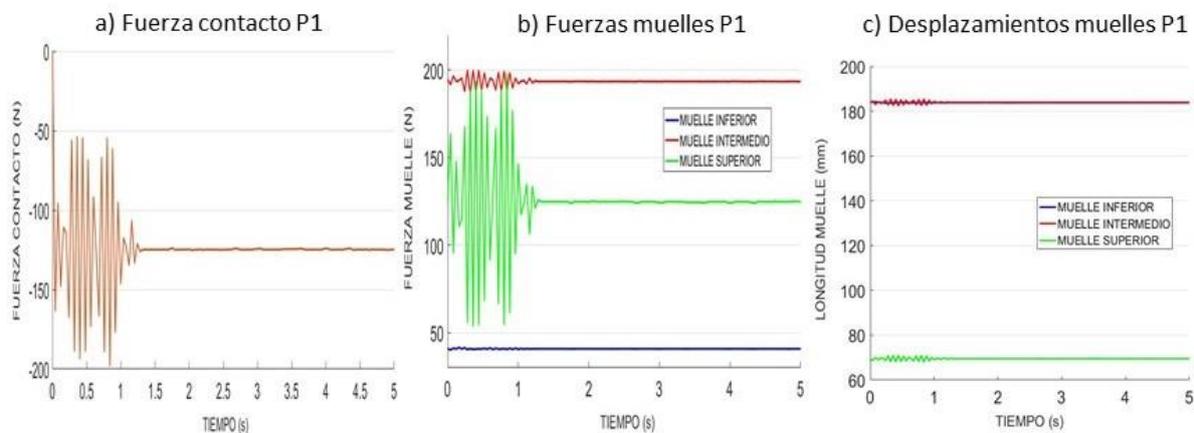


Figura 11.2: Resultados del análisis de movimiento en SolidWorks para el modelo P1

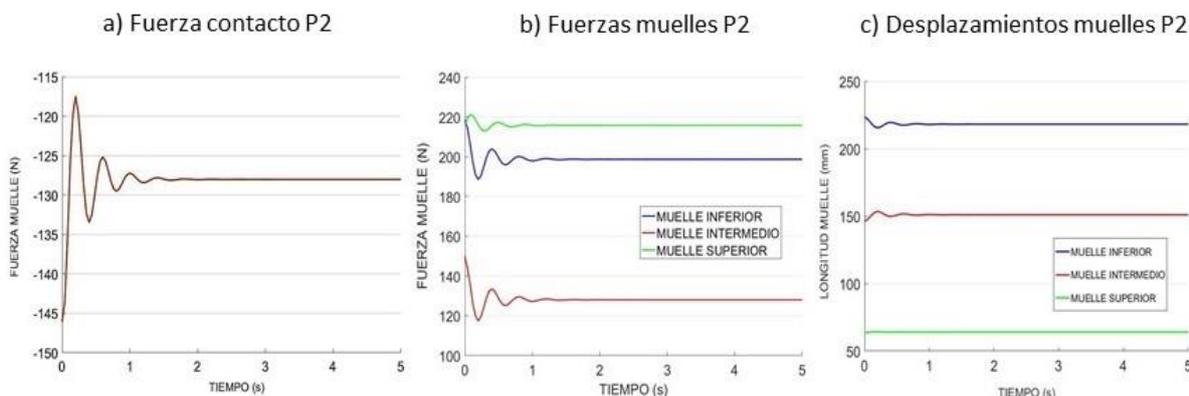


Figura 11.3: Resultados del análisis de movimiento en SolidWorks para el modelo P2

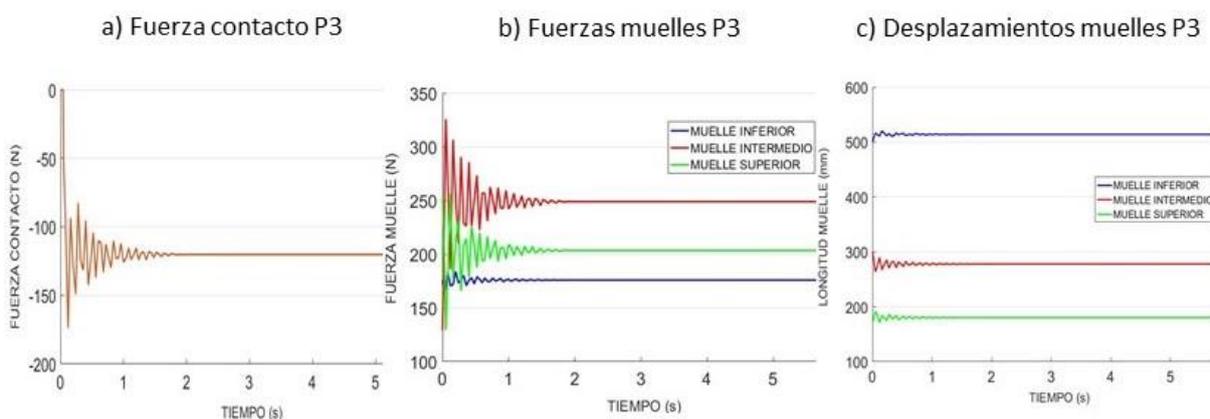


Figura 11.4: Resultados del análisis de movimiento en SolidWorks para el modelo P3

Se recuerda que estas gráficas no representan el estudio del contacto pantógrafo catenaria, sino que este análisis únicamente busca el objetivo de validar los parámetros de los modelos discretos de pantógrafo empleados.

### 11.1.2. Resultados del estudio de frecuencias naturales

El modelo estudiado en esta simulación corresponde a un modelo de 2 grados de libertad, al ser nula la masa del cuerpo superior. Por este motivo se obtienen dos modos de vibración con sus frecuencias naturales asociadas, tal como se muestra en la tabla 11.2:

Modo	Frecuencia (Hz)	Descripción
1	2.57	Movimiento oscilatorio en fase de las dos masas
2	14.02	Movimiento oscilatorio en contrafase de las dos masas

Tabla 11.2: Frecuencias naturales asociadas al modelo de pantógrafo P1

Si se comparan estos valores de frecuencia con las frecuencias asociadas a la estructura de catenaria rígida se observa que no coinciden, lo cual reduce las posibilidades de que existan fenómenos de resonancia durante el estudio de la interacción dinámica.

Los valores de las frecuencias naturales asociadas a la estructura de catenaria rígida que se han empleado para realizar la comparación se han obtenido mediante un estudio de frecuencias empleando SolidWorks. Este estudio, el cual ha sido validado mediante mediciones experimentales, ha sido desarrollado en el departamento de Ingeniería Gráfica. No obstante, no se incluye en estas líneas al no entrar dentro del alcance del presente Trabajo Fin de Grado.

## 11.2. Estudios sobre los soportes de catenaria rígida

### 11.2.1. Resultados estudio estático

La carga que soporta cada soporte se calcula mediante el estudio estático de la catenaria (véase sección 11.3.1), obteniéndose el siguiente valor para el caso de distancia entre soportes igual a 10 metros:

$$F_{soporte} = 658 \text{ N}$$

El desplazamiento vertical de la brida de sujeción obtenido para cada soporte se muestra a continuación:

$$\delta_A = 1.706 \text{ mm}$$

$$\delta_B = 1.869 \text{ mm}$$

$$\delta_C = 1.548 \text{ mm}$$

Con estos valores de desplazamientos, se obtienen los siguientes valores de Kequivalente.

$$K_A = 385697 \text{ N/m}$$

$$K_B = 352060 \text{ N/m}$$

$$K_C = 425064 \text{ N/m}$$

El valor de la rigidez equivalente calculada de esta manera es una primera aproximación y por lo tanto se elige un valor medio válido para los tres soportes:

$$K_{equivalente} = 400000 \text{ N/m}$$

### 11.2.2. Resultados estudio de frecuencias naturales

#### 11.2.2.1. Modos de vibración principales de los soportes tipo A y tipo C

Se obtienen frecuencias que se encuentran entre 0 y 70 Hz.

• Soporte tipo A

Modo	Frecuencia (Hz)	Descripción
1	7.8	Balaceo perfil L superior
2	8.7	Torsión mástil en fase con perfil L superior e inferior
3	15.3	Lateral de perfil L inferior
4	21.9	Balaceo perfil L inferior
5	50.9	Torsión mástil en contrafase con perfil L inferior (I)
6	66.1	Torsión mástil en contrafase con perfil L inferior (II)

Tabla 11.3: Modos de vibración principales y frecuencias naturales asociadas para el soporte tipo A

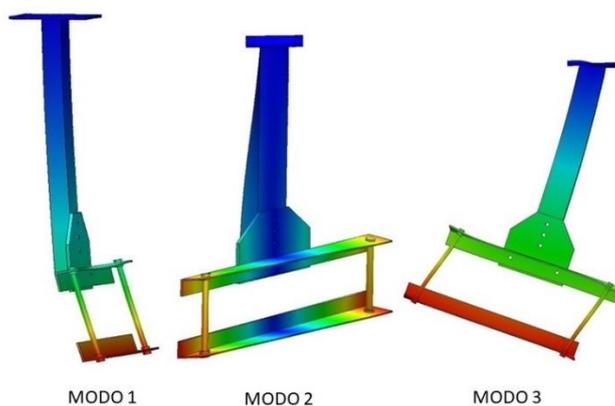


Figura 11.5: Representación gráfica de los modos de vibración 1, 2 y 3 del soporte tipo A

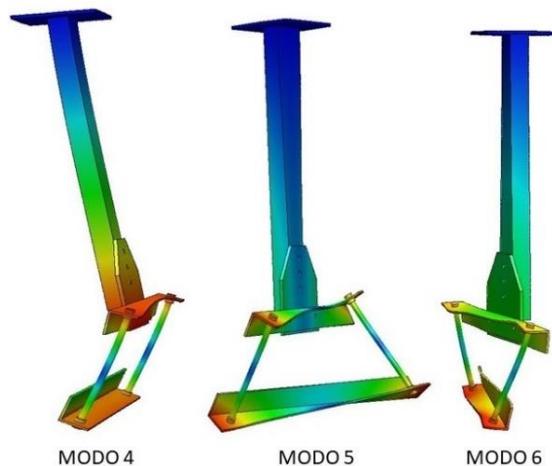


Figura 11.6: Representación gráfica de los modos de vibración 4, 5 y 6 del soporte tipo A

- Soporte tipo C

Modo	Frecuencia (Hz)	Descripción
1	6.2	Balanceo perfil tubular
2	6.3	Lateral perfil L
3	29.4	Torsión mástil en fase con perfil tubular y perfil L
4	42.5	Lateral perfil tubular
5	59.5	Balanceo perfil L

Tabla 11.4: Modos de vibración principales y frecuencias naturales asociadas para el soporte tipo C

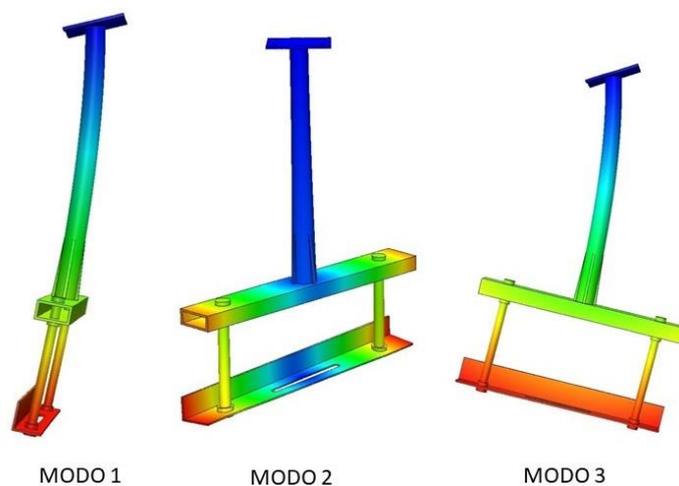


Figura 11.7: Representación gráfica de los modos de vibración 1, 2 y 3 del soporte tipo C

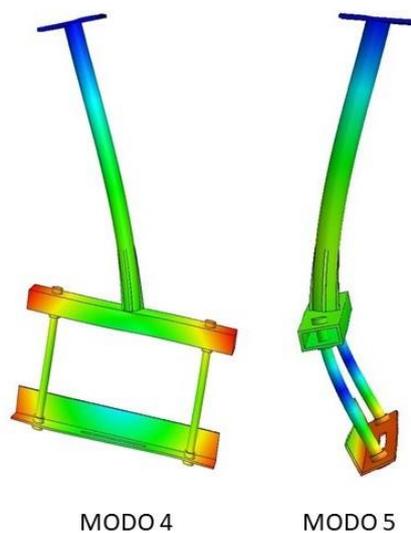


Figura 11.8: Representación gráfica de los modos de vibración 4 y 5 del soporte tipo C

Un aspecto imprescindible a la hora de realizar cualquier cálculo por el Método de los Elementos Finitos es ajustar el tamaño de malla hasta obtener convergencia.

En la figura 11.9 se muestran las frecuencias relativas al primer modo de vibración de ambos soportes en función de diferentes tamaños de malla utilizados.

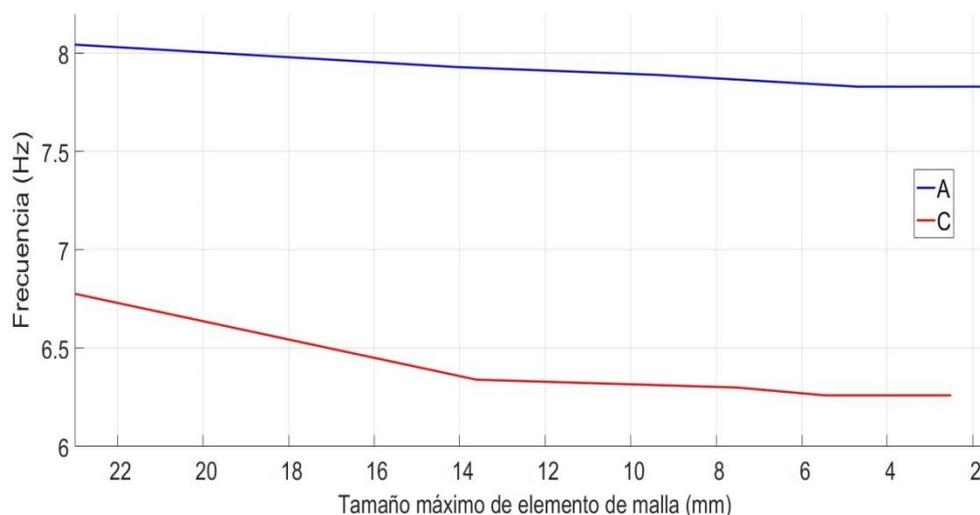


Figura 11.9: Convergencia en los resultados del estudio de frecuencias naturales

El tamaño máximo del elemento de malla escogido en cada caso es:

- Tipo A: 4.69 mm
- Tipo C: 5.51 mm

Estos valores son suficientes para obtener convergencia en los resultados y además los tiempos de simulación requeridos son cortos.

#### 11.2.2.2. Variación de los modos de vibración en función del diseño de los soportes.

El diseño de los soportes de catenaria rígida se debe ajustar en función del gálibo disponible y por lo tanto puede variar para cada caso particular.

En este estudio se estudia la influencia de modificar dos medidas relativas al diseño, ilustradas en la figura 11.10.

Estas medidas toman los siguientes valores:

- A = 1360, 930, 500 (mm)
- B = 800, 400 (mm)

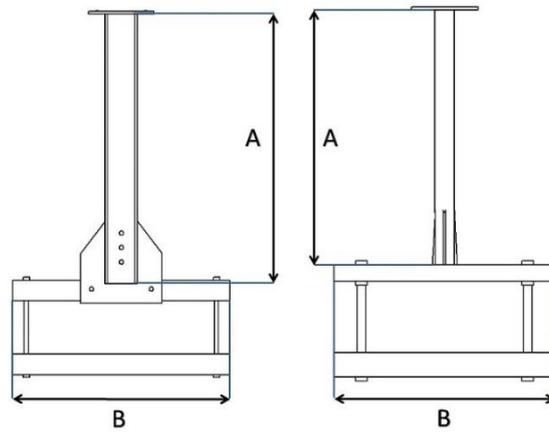


Figura 11.10: Cotas A y B de los soportes

Pese a que se calcula la variación de las frecuencias naturales asociadas a todos los modos y con todas las configuraciones posibles, sólo se muestra, a modo de ejemplo, la variación de la frecuencia natural asociada al modo de vibración 3. La tendencia seguida por las demás frecuencias naturales es la misma.

- Variación de la cota A, siendo  $B = 800\text{mm}$

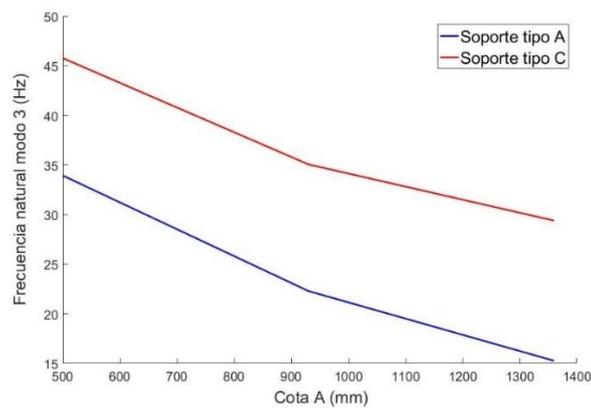


Figura 11.11: Variación de la frecuencia natural del modo 3 al modificar la cota A

- Variación de la cota B, siendo  $A = 500\text{mm}$

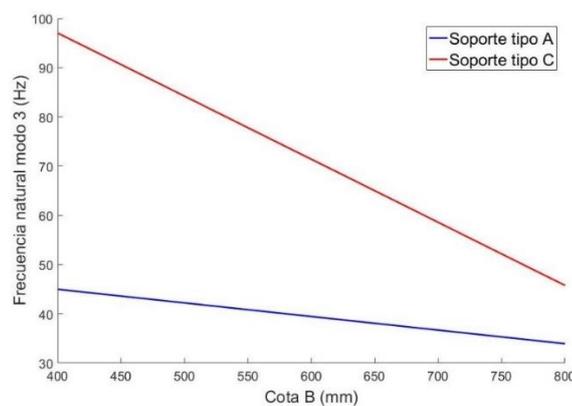


Figura 11.12: Variación de la frecuencia natural del modo 3 al modificar la cota B

Como conclusión de este estudio se obtiene que una disminución tanto de la cota A como de la cota B supone un aumento de la frecuencia natural asociada a cada modo de vibración. Esto se cumple para ambos tipos de soportes.

Por otro lado, si se comparan los modos de vibración obtenidos con los del soporte equivalente tipo 2 [20], se observa que los modos son prácticamente los mismos pero las frecuencias naturales asociadas tienen diferentes valores.

### 11.3. Estudios sobre la estructura de catenaria rígida

#### 11.3.1. Resultados del estudio estático

##### 11.3.1.1. Deformada del carril conductor

En la figura 11.13 se muestra la deformada del carril conductor correspondiente a la configuración con soportes cada 10 metros. Las deformadas de las otras dos configuraciones son similares.

Para poder apreciar los desplazamientos se ha aplicado una escala de deformación de valor 1000.

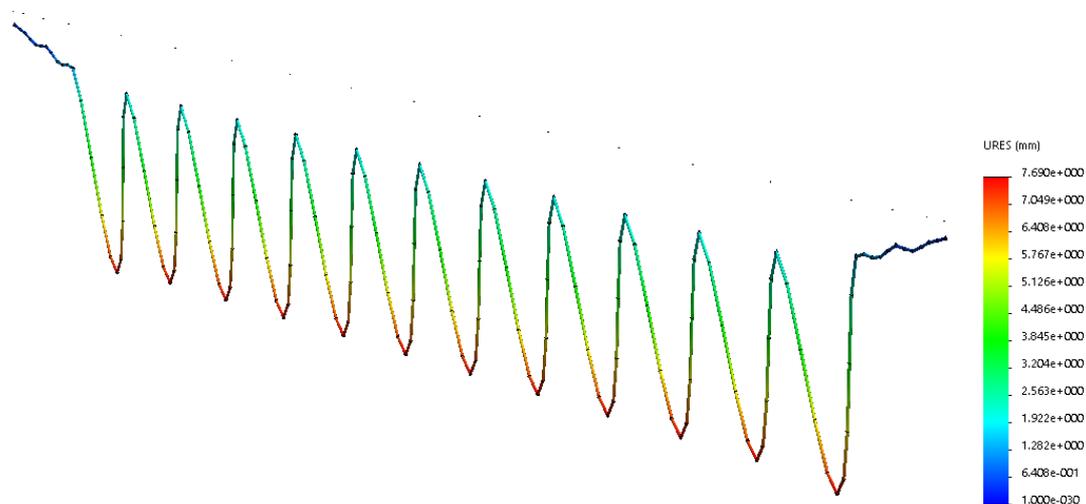


Figura 11.13: Deformada carril conductor para una distancia entre soportes de 10 metros

Se observa que el desplazamiento vertical es igual en todos los vanos de 10 metros excepto en los extremos donde es ligeramente superior.

Además, se aprecia que en los vanos de los extremos el desplazamiento vertical es sensiblemente menor, cumpliéndose así el objetivo de suavizar la toma de contacto del pantógrafo.

### 11.3.1.2. Flecha máxima y desplazamiento vertical soportes

En la tabla 11.5 se muestran estos valores para las tres configuraciones utilizadas:

<b>Distancia entre soportes (m)</b>	<b>Flecha máxima (mm)</b>	<b>Desplazamiento vertical soportes (mm)</b>
8	3.25	1.19
10	7.45	1.63
12	14.55	1.95

Tabla 11.5: Resultados estudio estático

Como era de esperar, tanto la flecha como el desplazamiento vertical de los soportes aumentan al aumentar la distancia entre soportes.

Además de comprobar la convergencia de los resultados obtenidos analizando la influencia del tamaño de malla, se comparan con resultados reales correspondientes a mediciones hechas en una instalación de catenaria rígida del metro de Barcelona [10].

Los resultados obtenidos a partir de la comparación se muestran en la tabla 11.6:

<b>Distancia entre soportes (m)</b>	<b>Flecha máxima obtenida (mm)</b>	<b>Flecha máxima medida (mm)</b>	<b>Error (%)</b>
8	3.25	3.1	4.8
10	7.45	7.5	0.67
12	14.55	15.5	6.5

Tabla 11.6: Comparación resultados obtenidos con resultados experimentales

Se observa que los errores con respecto a medidas reales son muy bajos. Estos se pueden deber a que se utilizan perfiles de catenaria ligeramente diferentes y a que se está empleando en el estudio una simplificación de los soportes que no representa exactamente el comportamiento estático de un soporte real.

### 11.3.1.3. Diagramas Esfuerzo Cortante y Momento Flector

En las figuras 11.14 y 11.15 se muestran los diagramas de esfuerzo cortante y momento flector correspondientes a un tramo de 10 metros en cuyos extremos se encuentran en los soportes. La forma de los diagramas para los casos de 8 y 12 metros es idéntica, cambiando únicamente los valores.

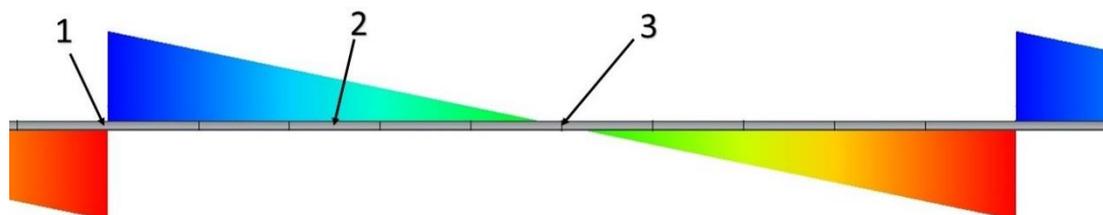


Figura 11.14: Diagrama esfuerzo cortante  $Q_y$

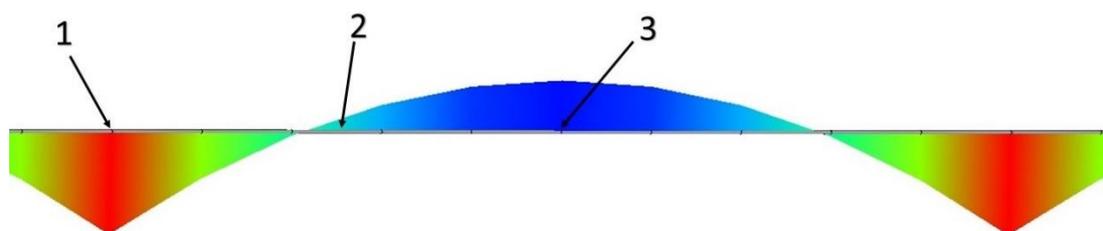


Figura 11.15: Diagrama momento flector  $M_z$

En la tabla 11.7 se muestran los valores más relevantes de ambos diagramas:

Magnitud	Distancia entre soportes (m)	Punto 1	Punto 2	Punto 3
<b>Esfuerzo Cortante (N)</b>	8	238.47	119.23	0
	10	324.73	162.36	0
	12	389.72	194.86	0
<b>Momento flector (Nm)</b>	8	-318.16	40.81	160
	10	-541.68	57.55	270.67
	12	-779.91	99.59	389.77

Tabla 11.7: Valores más relevantes de los diagramas de esfuerzos

A partir de estos diagramas se obtienen las reacciones en los apoyos, así como las condiciones de contorno a imponer cuando se realiza el modelo reducido.

En las instalaciones de catenaria rígida la distancia entre soportes y uniones de barras se realizan aproximadamente a  $\frac{1}{4}$  de la longitud de las mismas. Como se observa en los diagramas, esta zona corresponde a momento flector nulo o de valor muy bajo.

### 11.3.2. Resultados estudio dinámico

Como se ha comentado en el apartado 10.3.2, este estudio se realiza sobre el modelo en el que los soportes se encuentran distanciados 10 metros entre sí.

A partir del estudio estático del apartado anterior se obtienen los siguientes valores de esfuerzo cortante y momento flector en los extremos.

$$Q_y = 162.36 N$$
$$M_z = 57.55 Nm$$

#### 11.3.2.1. Deformada del carril conductor

La deformada en la posición de equilibrio se muestra en la figura 11.16, con la misma escala de deformación que en el caso del cantón completo. Se comprueba que el carril conductor adopta la misma forma que la obtenida en el estudio estático.

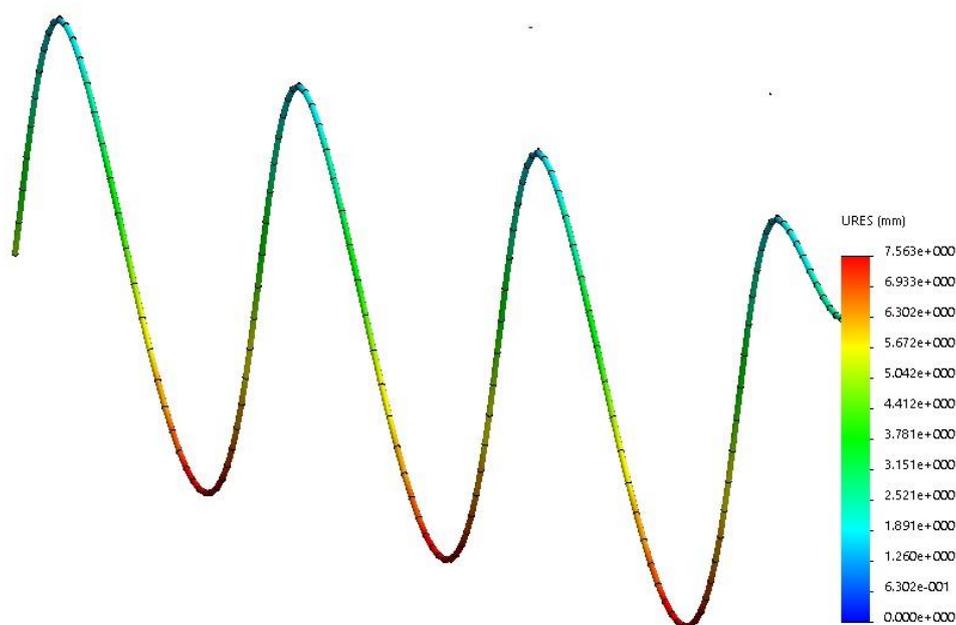


Figura 11.16: Deformada del carril conductor obtenida en el estudio dinámico

### 11.3.2.2. Flecha máxima y desplazamiento vertical soportes

Los valores de la flecha máxima y el desplazamiento vertical obtenidos son prácticamente idénticos a los obtenidos en el estudio estático:

$$\begin{aligned} \text{Flecha máxima} &= 7.51 \text{ mm} \\ \text{Desplazamiento vertical soportes} &= 1.58 \text{ mm} \end{aligned}$$

Se comprueba que el tamaño de malla utilizado es suficiente para conseguir convergencia en los resultados.

### 11.3.2.3. Proceso de estabilización

En este estudio la catenaria rígida comienza en una posición inicial (totalmente horizontal) y tras un proceso de estabilización alcanza la posición de equilibrio mostrada en la figura 11.16.

En la figura 11.17 se muestra la evolución temporal del desplazamiento vertical del punto central entre soportes y de uno de los soportes centrales.

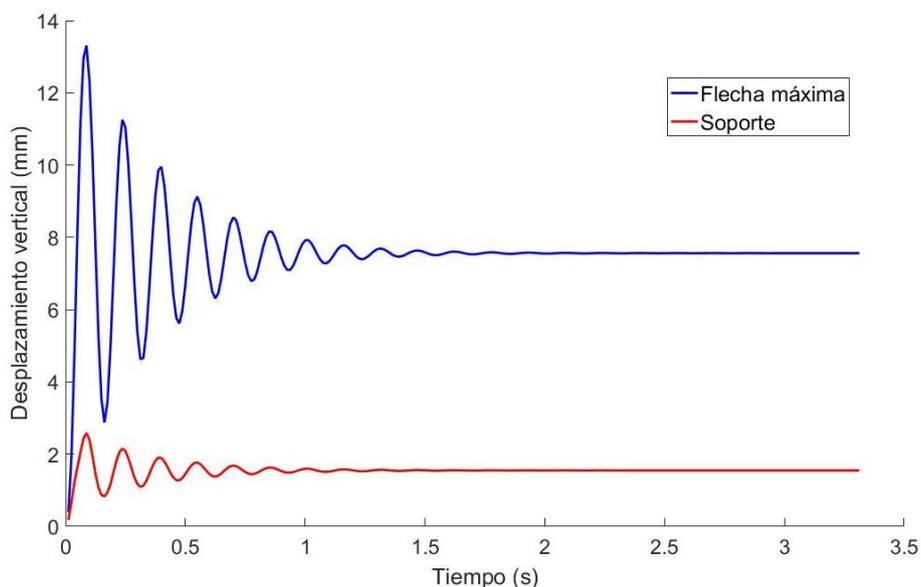


Figura 11.17: Evolución temporal posición del punto central y de un soporte

De la gráfica se concluye que el tiempo necesario para conseguir la posición de equilibrio en este estudio es de 1.75 segundos.

Los valores de los coeficientes del amortiguamiento global influyen sensiblemente sobre este tiempo de estabilización. Se comprueba que un aumento en estos coeficientes provoca que se alcance antes la posición final de equilibrio.

## 11.4. Resultados interacción dinámica pantógrafo-catenaria

### 11.4.1. Evolución de la fuerza de contacto durante el proceso de estabilización

En la figura 11.18 se representa la evolución de la fuerza de contacto durante el proceso de subida del pantógrafo.

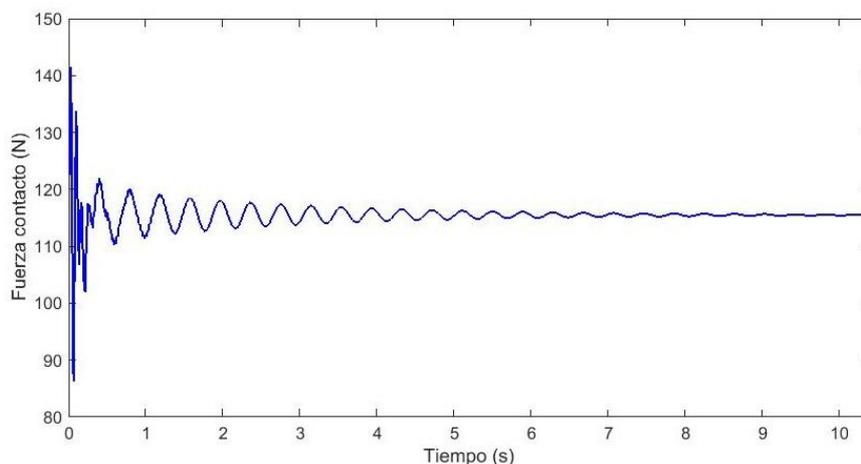


Figura 11.18: Evolución de la fuerza de contacto durante el periodo de estabilización

Inicialmente la fuerza sufre grandes oscilaciones como consecuencia de la toma de contacto. Estas oscilaciones se van atenuando hasta que se consigue una fuerza de contacto constante y de valor 115 N.

Para el caso representado, cuyo incremento de tiempo es de 0.0125 segundos, el proceso de estabilización completo dura 9 segundos.

Como era de esperar, se trata de un tiempo de estabilización mayor al requerido por la catenaria aislada (véase sección 11.3.2.3), al tener que estabilizarse simultáneamente dos sistemas en contacto.

Además, estos resultados son coherentes con los obtenidos mediante el estudio de movimiento realizado al pantógrafo en el apartado 11.1.1, obteniéndose el mismo valor de fuerza de contacto en estático.

### 11.4.2. Evolución de la fuerza de contacto a diferentes velocidades

En este apartado se muestra la evolución de la fuerza de contacto entre pantógrafo y catenaria para diferentes velocidades de circulación.

La distancia recorrida en todos los casos estudiados es igual a 30 metros, siendo el tiempo empleado para recorrer esta distancia dependiente de la velocidad.

Las simulaciones realizadas tienen como resultado la evolución de la fuerza de contacto desde el momento inicial hasta que se ha recorrido el tramo completo de catenaria.

En la figura 11.19 se muestra, a modo de ilustración, la evolución completa de la fuerza de contacto para el caso de 36km/h.

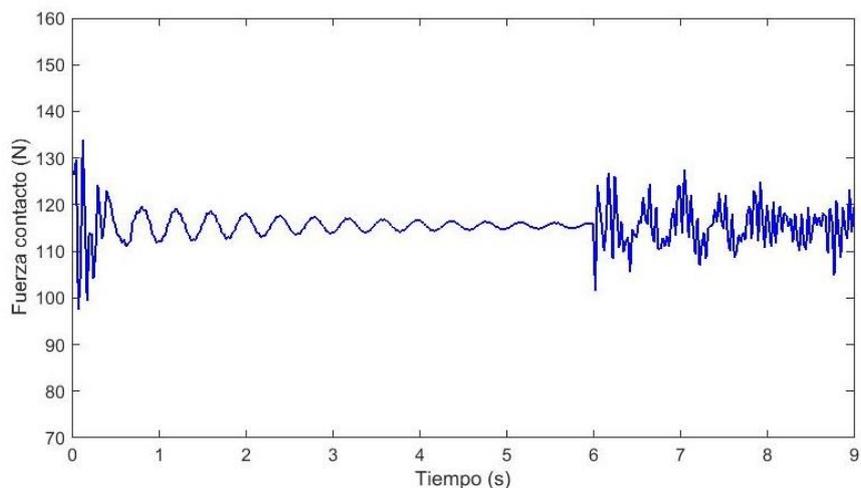


Figura 11.19: Evolución completa de la fuerza de contacto para V=36 km/h

Se observa que el tiempo transcurrido durante el periodo de estabilización no es suficiente para que la fuerza de contacto alcance un valor completamente constante. No obstante, se han realizado pruebas empleando un tiempo de estabilización mayor obteniéndose una evolución de la fuerza de contacto idéntica durante la fase de movimiento del pantógrafo.

Por lo tanto, se justifica el uso de un tiempo de estabilización menor pues se reducen los tiempos de simulación sin perjudicar la validez de los resultados obtenidos.

En las figuras 11.20, 11.21, 11.22 y 11.23 se representa la evolución de la fuerza de contacto frente a la distancia recorrida a diferentes velocidades.

Se muestra únicamente el tramo en el que el pantógrafo se encuentra el movimiento, no mostrándose el periodo de estabilización.

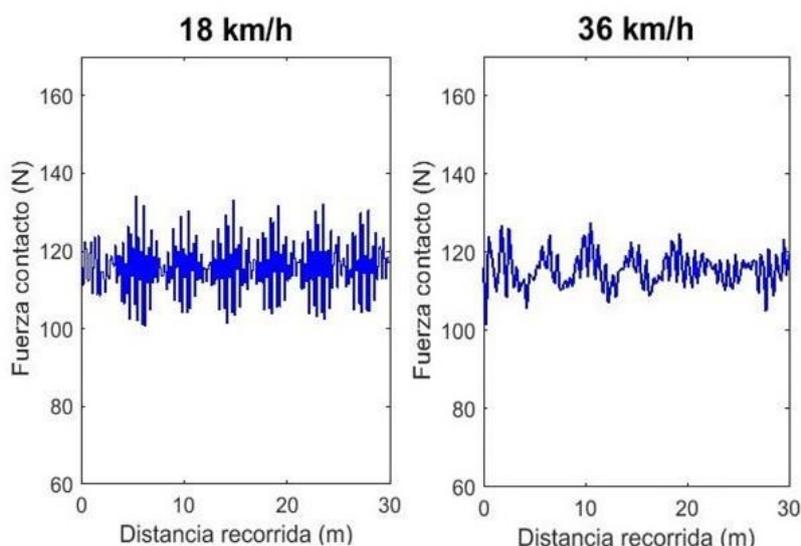


Figura 11.20: Fuerza de contacto para V = 18 km/h y V = 36km/h

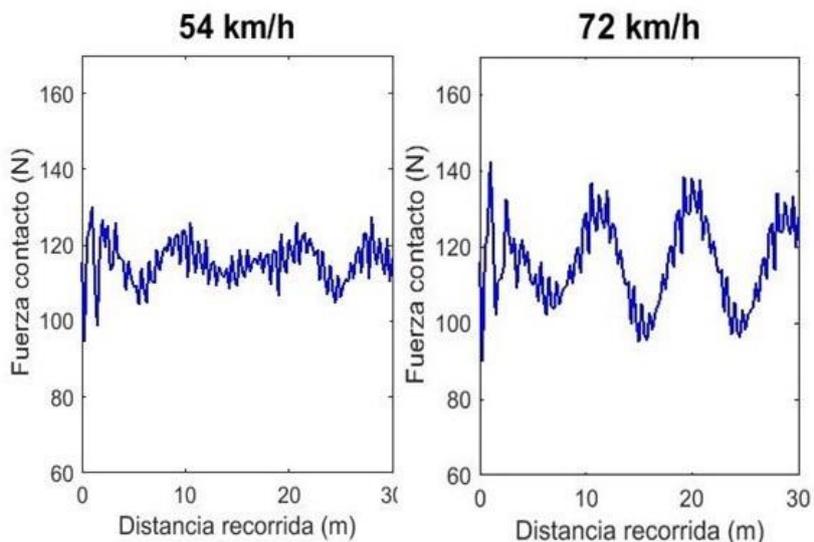


Figura 11.21: Fuerza de contacto para  $V = 54$  km/h y  $V = 72$  km/h

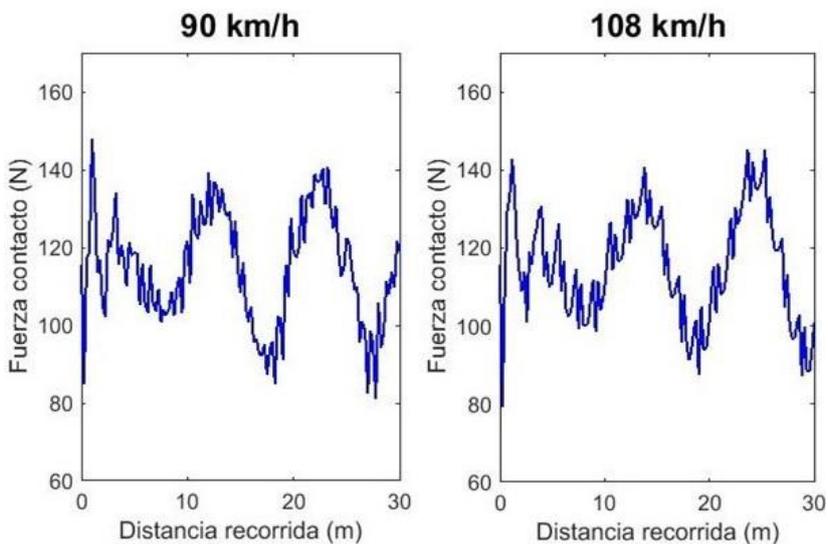


Figura 11.22: Fuerza de contacto para  $V = 90$  km/h y  $V = 108$  km/h

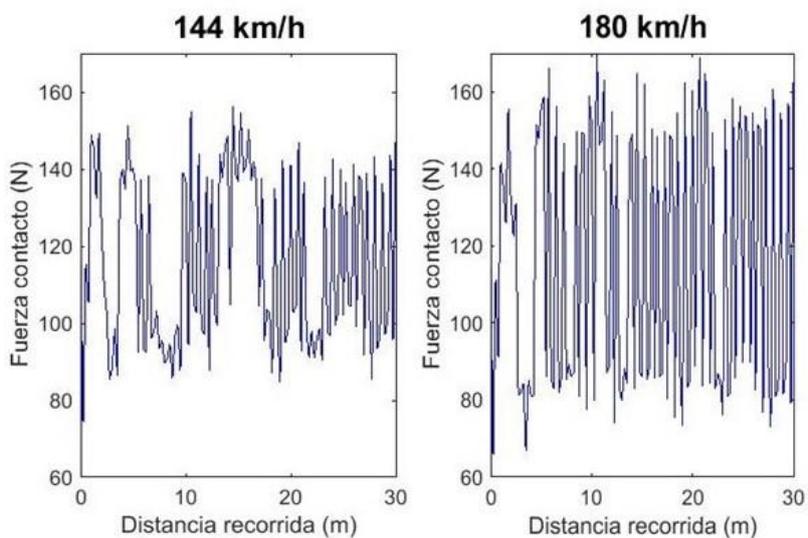


Figura 11.23: Fuerza de contacto para  $V = 144$  km/h y  $V = 180$  km/h

Se observa que la velocidad del pantógrafo influye de manera muy significativa en la evolución de la fuerza de contacto.

A medida que aumenta la velocidad de circulación aumenta el máximo de la fuerza obtenida y disminuye el mínimo. Además, también se observa un significativo aumento de la frecuencia de las oscilaciones.

*A priori* los resultados obtenidos coinciden con los esperados y son coherentes con los obtenidos por otros modelos de interacción dinámica pantógrafo-catenaria rígida.

No obstante, para poder evaluar la captación de corriente a partir de los resultados obtenidos, poder compararlos con otros modelos y poder compararlos con mediciones reales resulta necesario realizar un posprocesado de los datos conforme a las normas UNE-EN 50317, UNE-EN 50318 y UNE-EN 50367.

### 11.4.3. Resultados del posprocesado de la fuerza de contacto

Como esta explicado en la sección 10.4.8, el posprocesado de los datos comprende los siguientes pasos:

- Pasar la fuerza de contacto por un filtro de paso bajo con una frecuencia de corte de 20Hz.
- Obtener una serie de parámetros estadísticos referidos a la fuerza de contacto filtrada.

#### 11.4.3.1. Gráficas fuerza de contacto a diferentes velocidades filtradas (20Hz)

En las figuras 11.24, 11.25, 11.26 y 11.27 se muestran las gráficas de la fuerza de contacto obtenidas tras el posprocesado.

La gráfica en color azul corresponde a la obtenida mediante SolidWorks, mientras que la de color rojo corresponde a la obtenida debido al posprocesado mediante Matlab.

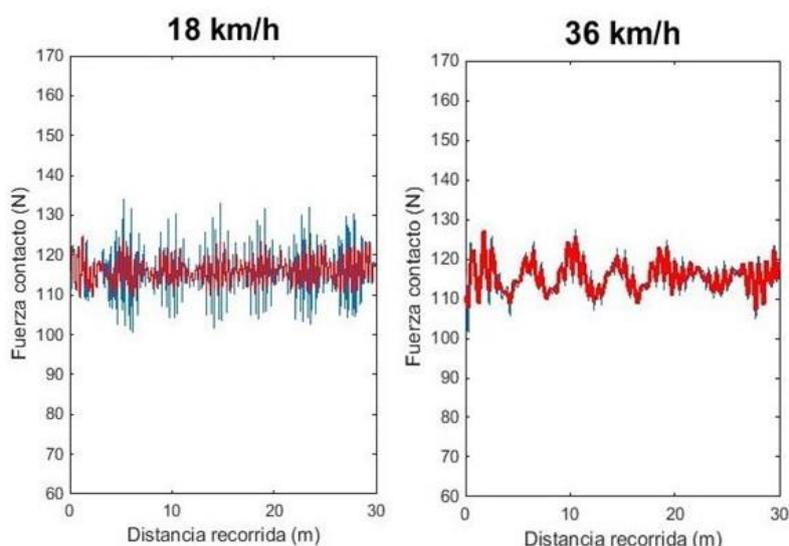


Figura 11.24: Posprocesado de la fuerza de contacto para  $V = 18$  km/h y  $V = 36$  km/h

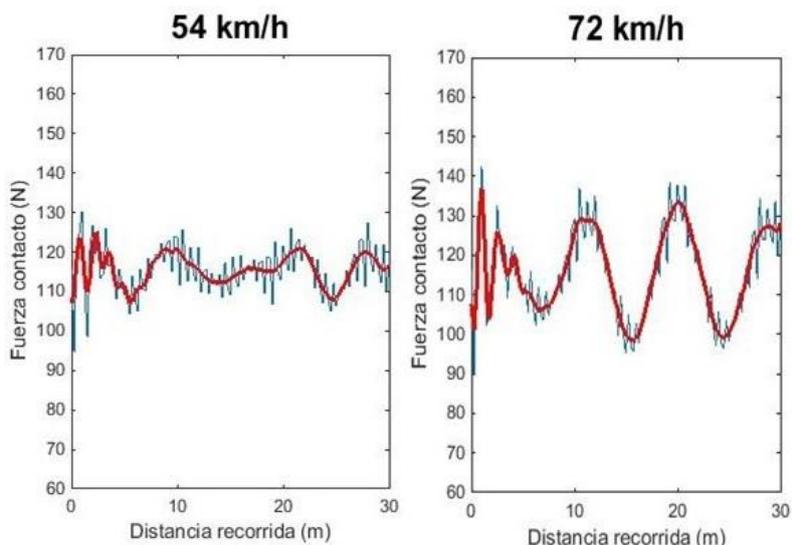


Figura 11.25: Posprocesado de la fuerza de contacto para  $V = 54$  km/h y  $V = 72$  km/h

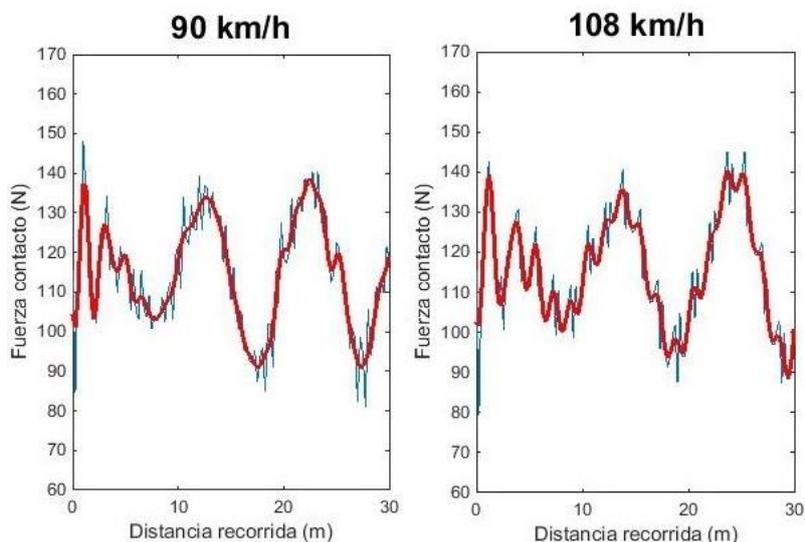


Figura 11.26: Posprocesado de la fuerza de contacto para  $V = 90$  km/h y  $V = 108$  km/h

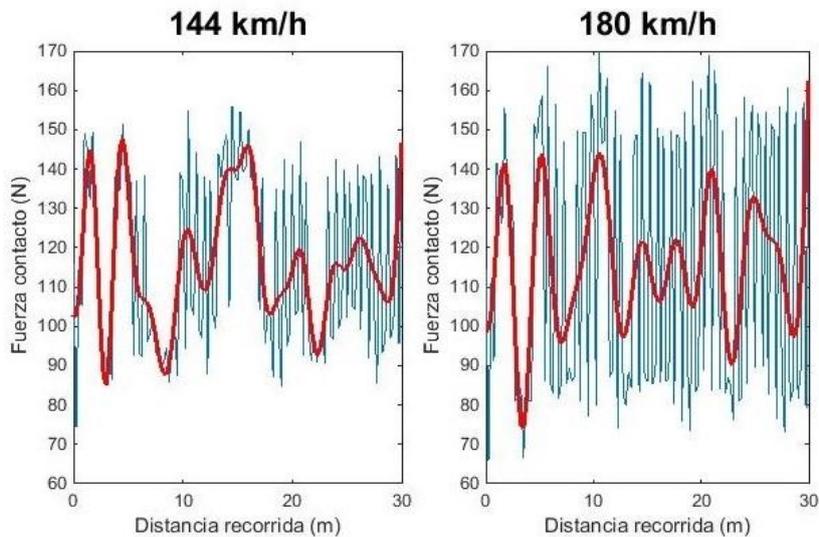


Figura 11.27: Posprocesado de la fuerza de contacto para  $V = 144$  km/h y  $V = 180$  km/h

### 11.4.3.2. Parámetros estadísticos fuerza de contacto

A continuación, se representan los parámetros estadísticos obtenidos en forma de gráfico de barras para destacar tanto los valores numéricos obtenidos como su variación con respecto a la velocidad del pantógrafo.

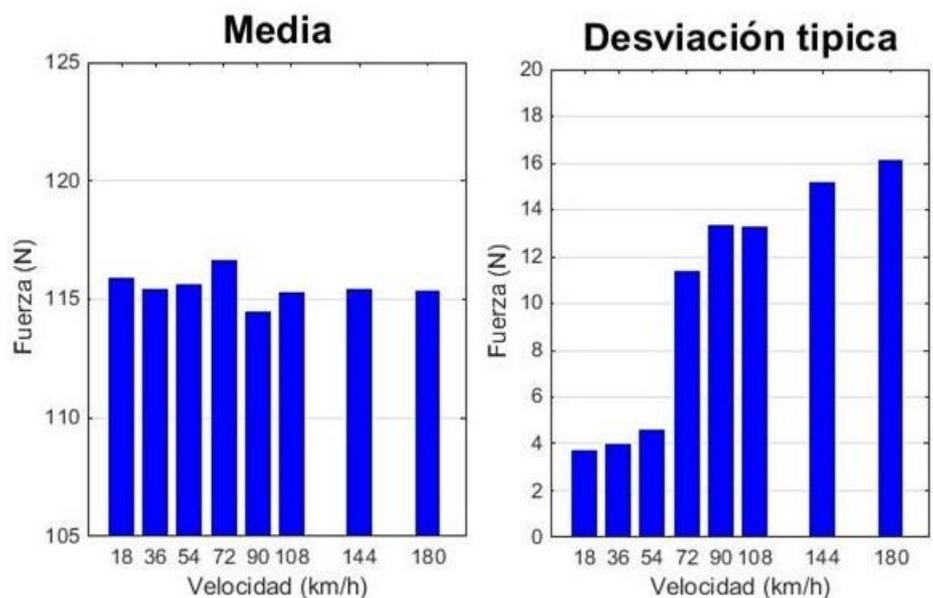


Figura 11.28: Media y Desviación típica de la fuerza de contacto para diferentes velocidades

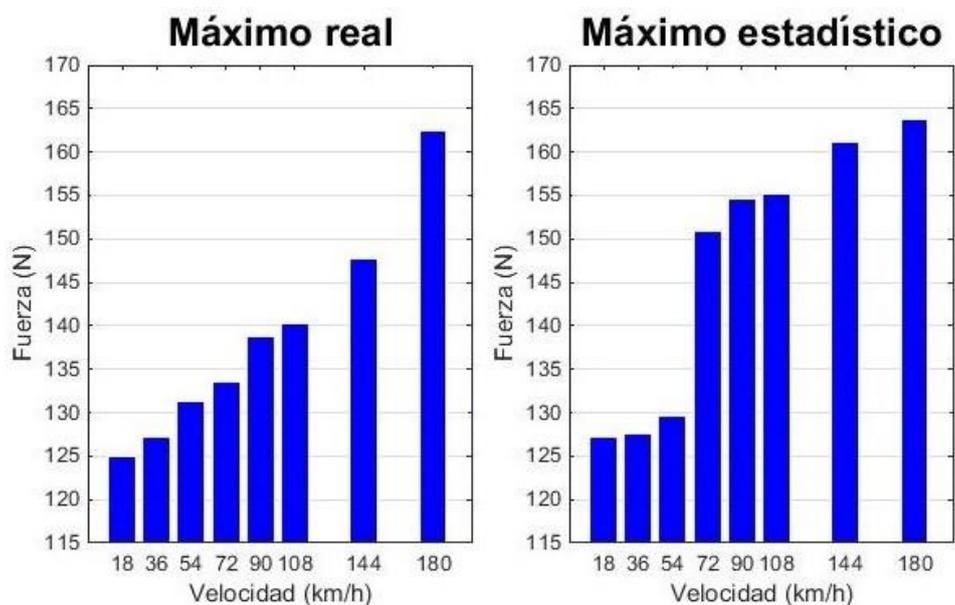


Figura 11.29: Máximo real y estadístico de la fuerza de contacto para diferentes velocidades

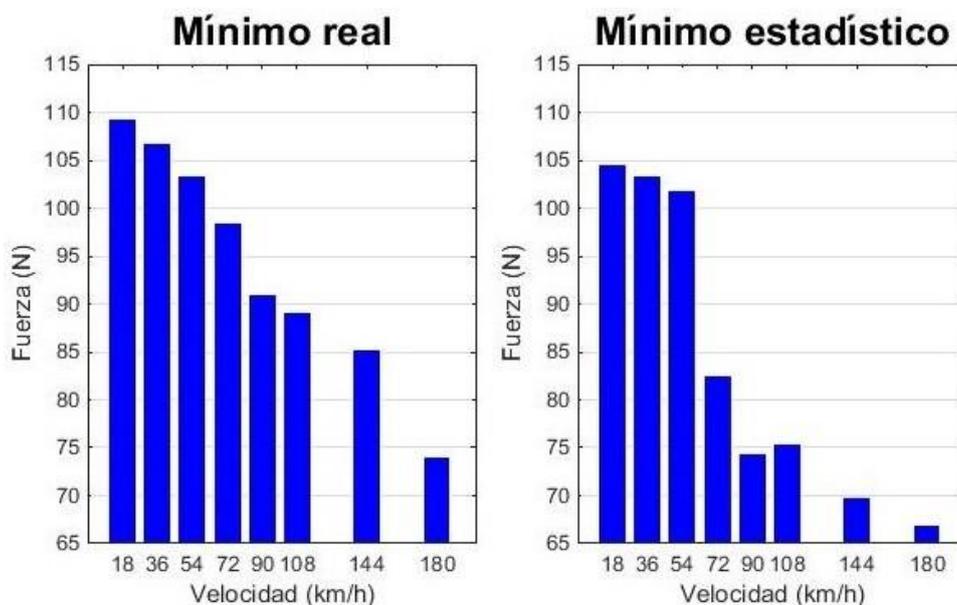


Figura 11.30: Mínimo real y estadístico de la fuerza de contacto para diferentes velocidades

A continuación se realiza una valoración de las gráficas obtenidas:

- **Media**

Se obtiene un valor de fuerza de contacto media prácticamente independiente de la velocidad del pantógrafo y con un valor redondeado de 116 N.

Este valor está dentro del intervalo que indica la norma para la correcta captación de corriente y coincide con valores obtenidos experimentalmente. Además, coincide con el valor de diseño del modelo de pantógrafo creado.

- **Desviación típica**

Tal y como sucede en la realidad, la desviación típica aumenta a medida que el pantógrafo tiene mayor velocidad.

En cuanto a la evaluación de los valores de desviación típica obtenidos prácticamente no existen estudios que sirvan como referencia para este parámetro. Sin embargo, se ha encontrado uno en el que se calcula la máxima velocidad posible en una instalación de catenaria rígida [21].

En este estudio, cuyo modelo de simulación está validado, se da un valor de desviación típica igual a 15.8 N para una velocidad de 140 km/h.

En este proyecto se ha obtenido un valor de desviación típica igual a 15.21 N para una velocidad de 144 km/h, existiendo un error entre ambos valores de un 3.7 %.

Por lo tanto, además de que los valores se encuentren dentro de un intervalo esperado, la comparación con un modelo anterior es muy satisfactoria al obtenerse un error muy reducido.

Además, estos valores sirven para realizar comparaciones entre catenaria rígida y catenaria convencional.

La normativa exige que la desviación típica no sobrepase un cierto límite para poder validar un modelo de interacción dinámica entre pantógrafo y catenaria flexible.

$$\sigma_{max} < 0.3F_{media}$$

Este criterio da un valor de desviación típica máxima demasiado alto para el caso de catenaria rígida y por la tanto no es aplicable.

El mayor valor de desviación típica obtenido corresponde al caso de 180km/h, adquiriendo un valor de 16.15 N. El valor máximo admisible para el caso de catenaria flexible sería de 34.5N.

**• Máximo real y estadístico**

Ambos parámetros aumentan a medida que aumenta la velocidad del pantógrafo. Además, se mantienen dentro de los límites esperados.

Para evaluar los resultados obtenidos se vuelven a comparar con los obtenidos en el estudio anteriormente mencionado, en el cual se calcula la evolución de la fuerza de contacto para velocidades de 110,140 y 150 km/h.

La tabla 11.8 muestra una comparación entre ambos modelos:

Velocidad (km/h)	F <sub>máx</sub> modelo TFG (N)	F <sub>max</sub> modelo anterior (N)
90	139	-
108	140	-
110	-	143
140	-	152
144	148	-
150	-	160

Tabla 11.8: Comparación resultados modelo TFG con otro modelo

Aunque no se puedan comparar directamente debido a que las velocidades no son iguales, se observa que los valores obtenidos son muy parecidos para velocidades similares.

**• Mínimo real y estadístico**

Las oscilaciones de la fuerza de contacto son prácticamente simétricas con respecto al valor medio. Por lo tanto, la evaluación de los valores mínimos obtenidos es análoga a la realizada sobre los valores máximos.

#### 11.4.4. Representación gráfica del contacto pantógrafo-catenaria

Hasta ahora se han expuestos resultados acerca de la fuerza de contacto, habiéndose obtenido resultados satisfactorios. Sin embargo, también es importante y de gran utilidad obtener resultados acerca de los desplazamientos que se producen en la catenaria rígida debido a la interacción con el pantógrafo.

En las figuras 11.31 y 11.32 se representa la deformada de la catenaria en cuatro instantes de tiempo diferentes para el caso de 72 km/h.

La primera imagen ilustra los desplazamientos existentes en la posición de equilibrio tras el proceso de estabilización. Las tres siguientes muestran los desplazamientos cuando el pantógrafo se encuentra en el punto central entre soportes (coordenadas donde se consigue la máxima flecha).

Se ha aplicado una escala de deformación igual a 1000 para apreciar correctamente el efecto del contacto.

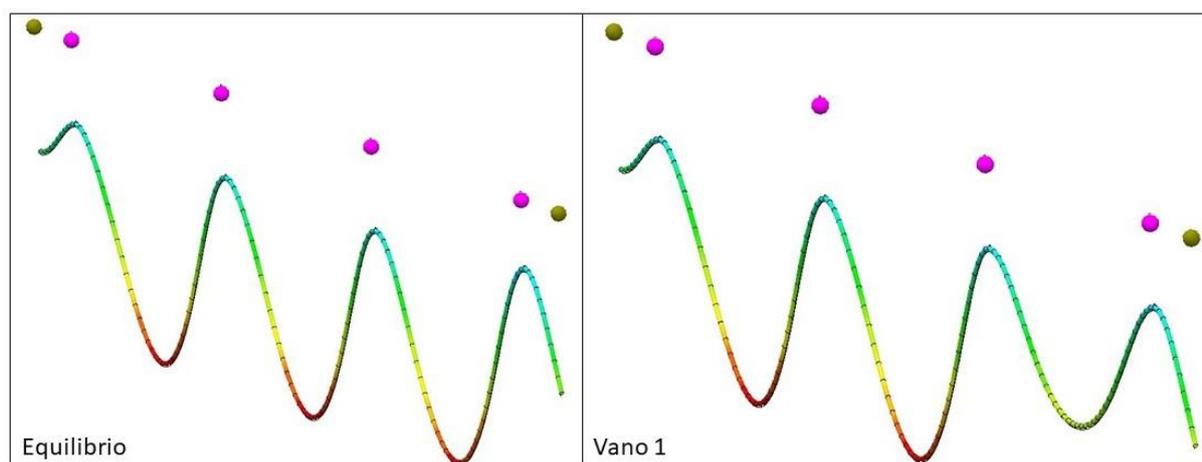


Figura 11.31: Deformaciones carril conductor: equilibrio y paso pantógrafo vano 1

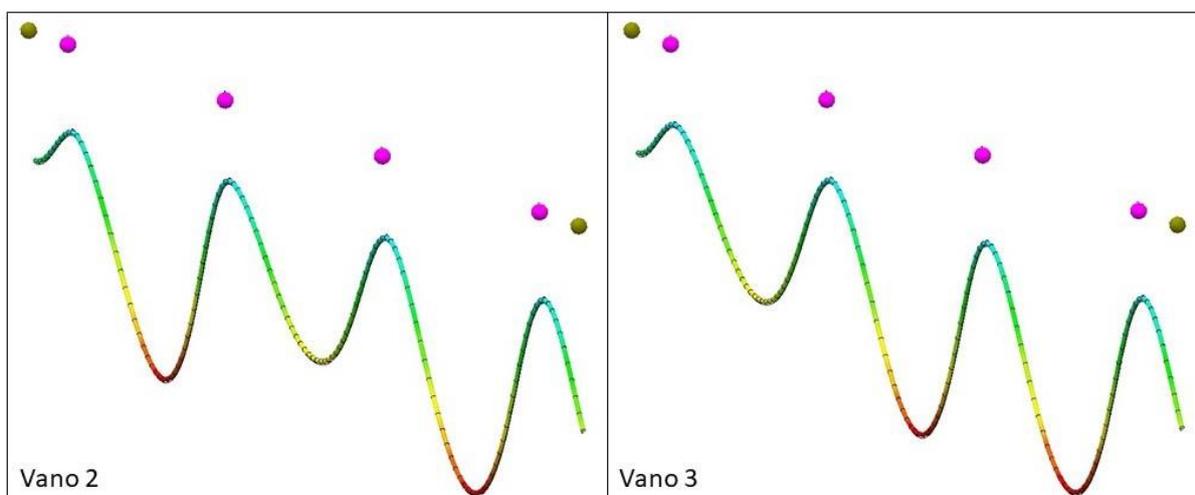


Figura 11.32: Deformaciones carril conductor: paso pantógrafo vano 2 y 3

Se observa que, efectivamente, el paso del pantógrafo provoca un desplazamiento vertical del punto de la catenaria donde se produce el contacto. Por ese motivo el desplazamiento vertical del punto central del vano donde se encuentra el pantógrafo es inferior al de los otros dos puntos centrales entre soportes.

Adicionalmente se comprueba que la posición de equilibrio reflejada en la figura 11.32 coincide con la posición de equilibrio obtenida con el estudio dinámico de la catenaria aislada (véase figura 11.16).

Con el fin de cuantificar estos desplazamientos se representa en la figura 11.33 la evolución temporal del desplazamiento del segundo soporte y del punto central del modelo.

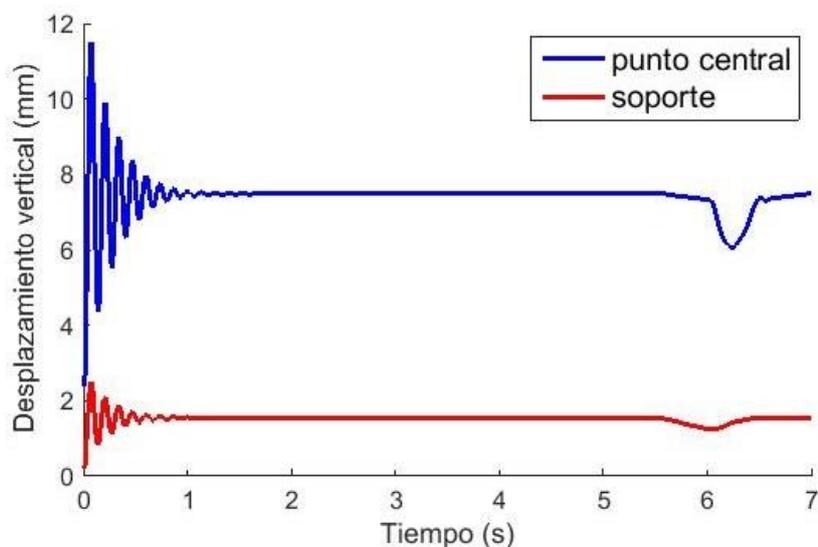


Figura 11.33: Evolución temporal de la elevación en el punto central y en los soportes

Los valores de ambos desplazamientos en la posición de equilibrio coinciden con los calculados en el estudio dinámico de la catenaria sin el pantógrafo.

$$Despl. central_{eq} = 7.45 \text{ mm}$$

$$Despl. soportes_{eq} = 1.55 \text{ mm}$$

El efecto que produce el contacto del pantógrafo hace que se alcancen valores mínimos de estos desplazamientos.

$$Despl. central_{min} = 6.06 \text{ mm}$$

$$Despl. soportes_{min} = 1.24 \text{ mm}$$

Teniendo en cuenta ambas parejas de datos podemos calcular la elevación tanto en el punto medio como en los soportes debida al efecto del contacto.

$$Elevación_{central} = 1.39 \text{ mm}$$

$$Elevación_{soportes} = 0.31 \text{ mm}$$

Se comprueba que estos valores de elevación son significativamente menores que en el caso de la catenaria flexible, donde adquieren un valor más de un orden de magnitud superior.

### 11.4.5. Influencia de la fuerza exterior aplicada al modelo de pantógrafo

El intervalo de fuerzas de contacto que aseguran una buena captación de corriente comprende aquellas fuerzas que son lo suficientemente elevadas como para evitar despegues y mala captación de corriente y lo suficientemente pequeñas como para reducir el desgaste del pantógrafo.

Hasta ahora se han realizado simulaciones en las que la fuerza estática de contacto adquiere un valor de 116N. Sin embargo, un valor de fuerza diferente también puede asegurar una calidad correcta de captación de corriente.

La fuerza que ejerce el mecanismo de elevación del pantógrafo tiene una influencia directa sobre la fuerza de contacto que se ejerce sobre la catenaria. En este apartado se muestran los resultados para diferentes fuerzas exteriores aplicadas sobre el pantógrafo para el caso de 72 km/h.

El valor utilizado hasta ahora corresponde a una fuerza de valor 290 N. Se compara este valor con otros tres diferentes: 260,320 y 350 N.

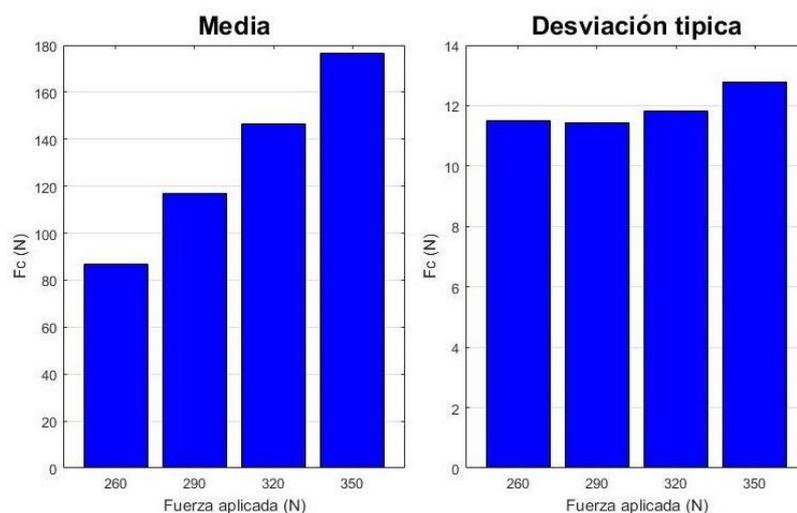


Figura 11.34: Media y Desviación típica de la fuerza de contacto para diferentes velocidades al variar la fuerza aplicada

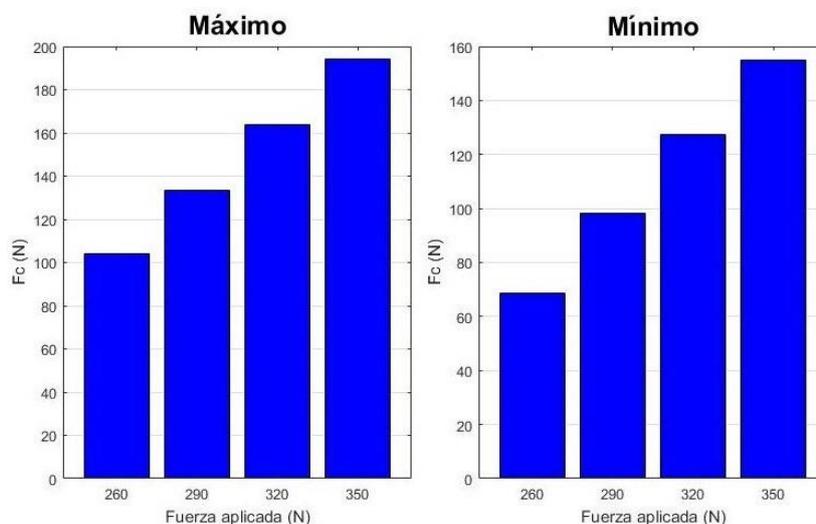


Figura 11.35: Máximo y mínimo de la fuerza de contacto para diferentes velocidades al variar la fuerza aplicada

Se observa que la media de la fuerza de contacto varía proporcionalmente con la fuerza exterior aplicada.

La desviación típica permanece prácticamente constante excepto en el caso de fuerza exterior igual a 350N, en el cual aumenta ligeramente.

El máximo y el mínimo siguen la misma tendencia que la media, variando de manera directamente proporcional con la fuerza exterior aplicada.

En conclusión, el efecto causado por un aumento de la fuerza exterior aplicada consiste únicamente en el desplazamiento de la gráfica de fuerza de contacto a lo largo del eje de ordenadas.

## 11.5. Estudios sobre el modelo multicuerpo de pantógrafo

### 11.5.1. Resultados del estudio cinemático

El pantógrafo comienza en una posición inicial intermedia. Se programa una simulación de 25 segundos durante la cual se realizan dos ciclos completos finalizando el mecanismo en la misma posición.

El driver utilizado en la simulación, como ya se ha explicado en el apartado 10.5.1, adopta la siguiente expresión:

$$\varphi_{driver}(t) = \varphi_3(t) = \varphi_0 + A \sin(\omega t)$$

Siendo:  $\varphi_0 = 2.8 \text{ rad}$ ;  $A = 0.25 \text{ rad}$ ;  $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$

#### 11.5.1.1. Animación del mecanismo

La función “Animation” devuelve una animación del mecanismo, cuya posición va cambiando para cada instante de tiempo en el que se resuelven las ecuaciones de movimiento.

En las figuras 11.36 y 11.37 se representa un proceso de subida y un proceso de bajada completo entre las cotas máximas y mínimas del mecanismo. Se han incluido cuatro instantes de tiempo por proceso.

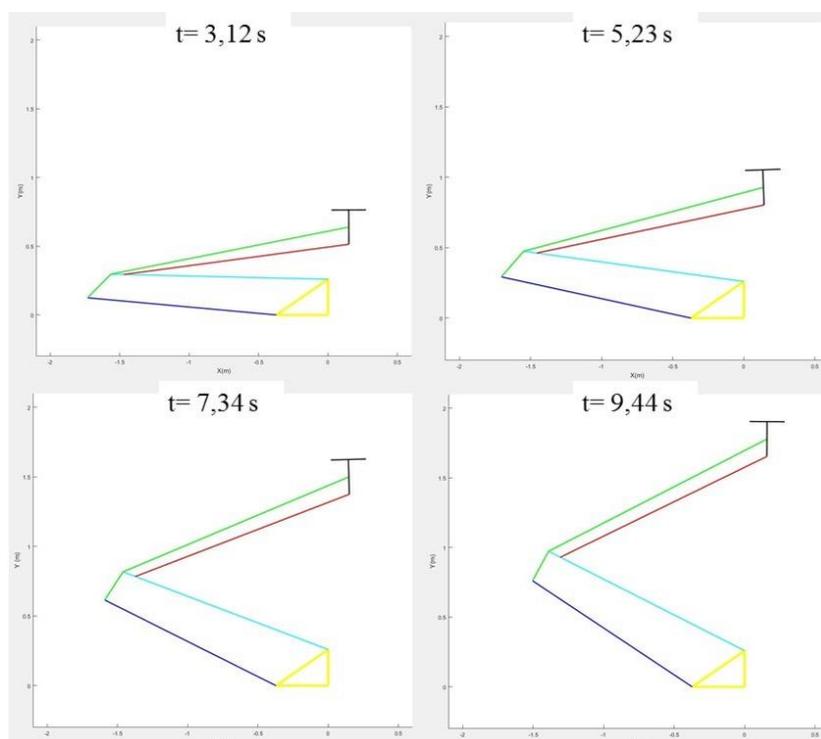


Figura 11.36: Animación proceso subida modelo cinemático

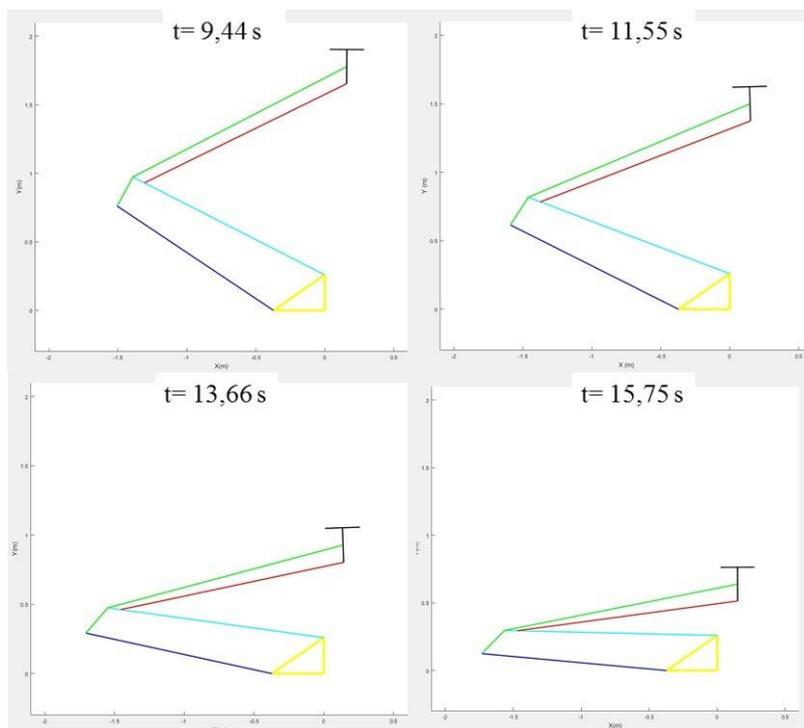


Figura 11.37: Animación proceso bajada modelo dinámico

El movimiento obtenido es el esperado. Se observa que se cumplen correctamente las restricciones impuestas tanto por las juntas cinemáticas como las de cuerpo fijo.

Se realizan diferentes simulaciones cambiando los parámetros del driver para evaluar la respuesta del mecanismo.

Por ejemplo, si se emplea un valor de  $A=0.45$  rad, se obtienen las siguientes posiciones con el pantógrafo recogido y desarrollado:

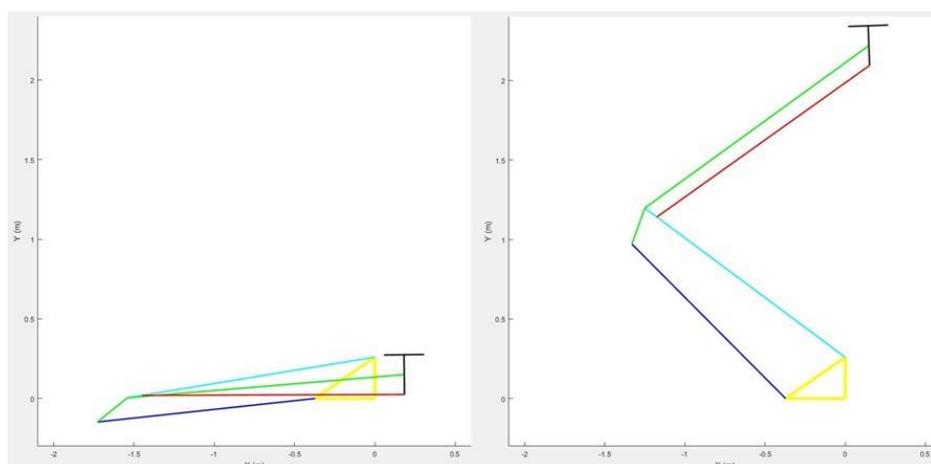


Figura 11.38: Variación posiciones extremas del mecanismo

Se verifica que el comportamiento es correcto ya que la cota mínima alcanzada por la cabeza del pantógrafo es inferior al caso anterior y la cota máxima es superior.

### 11.5.1.2. Gráficas desplazamientos

Además de ver representado gráficamente el movimiento del mecanismo, se pueden obtener gráficas relativas al mismo.

Se representa a continuación, a modo de ejemplo, la evolución de la altura de la cabeza del pantógrafo  $Y_6(t)$  para diferentes valores de  $A$  y  $\omega$ .

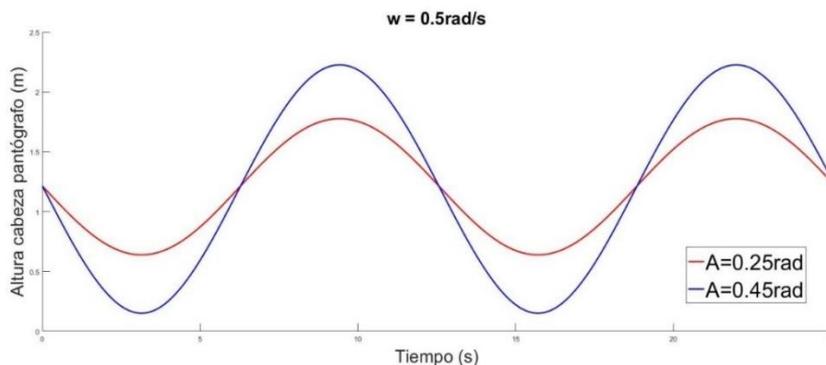


Figura 11.39: Altura de la cabeza del pantógrafo para diferentes valores de  $A$  ( $w=0.5 \text{ rad/s}$ )

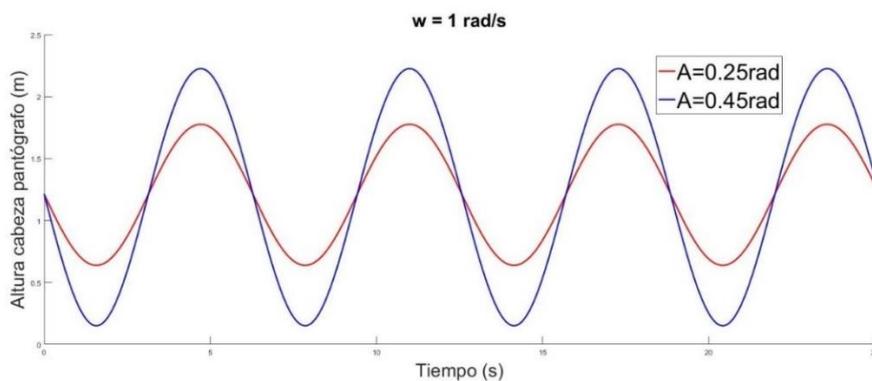


Figura 11.40: Altura de la cabeza del pantógrafo para diferentes valores de  $A$  ( $w=0.5 \text{ rad/s}$ )

Se verifica que un aumento de  $\omega$  conlleva un aumento de la frecuencia del movimiento y que un aumento de  $A$  tiene como resultado un aumento de la amplitud del movimiento.

### 11.5.2. Resultados del estudio dinámico

Se programan tres casos diferentes de simulación:

- Caso 1: modelo sin fuerzas exteriores aplicadas ni actuadores tipo muelle-amortiguador.
- Caso 2: se incluye el efecto de fuerzas exteriores y actuadores tipo muelle-amortiguador.
- Caso 3: se incluyen fuerzas exteriores, actuadores tipo muelle-amortiguador y el efecto del contacto con la catenaria.

Los casos 1 y 2 sirven para comprobar paso a paso el correcto funcionamiento del modelo dinámico y para obtener una primera estimación de los valores correspondientes al sistema muelle-amortiguador y al momento exterior aplicado.

El caso 3 engloba a los otros dos casos y por lo tanto sólo se analizan aquí estos resultados.

A continuación, se muestran los valores que adquieren el momento exterior y los parámetros relativos a los sistemas muelle-amortiguador.

$$\begin{aligned}
 M_{equivalente} &= 700 \text{ Nm} \\
 K_1 &= 1200 \text{ N/m} \\
 C_1 &= 400 \text{ Ns/m} \\
 K_{cat} &= 100000 \text{ N/m} \\
 C_{cat} &= 50 \text{ Ns/m}
 \end{aligned}$$

Estos valores no corresponden necesariamente a la realidad, únicamente sirven para verificar el comportamiento del modelo.

#### 11.5.2.1. Animación del mecanismo

Se realiza una simulación de 10 segundos, obteniéndose la siguiente animación.

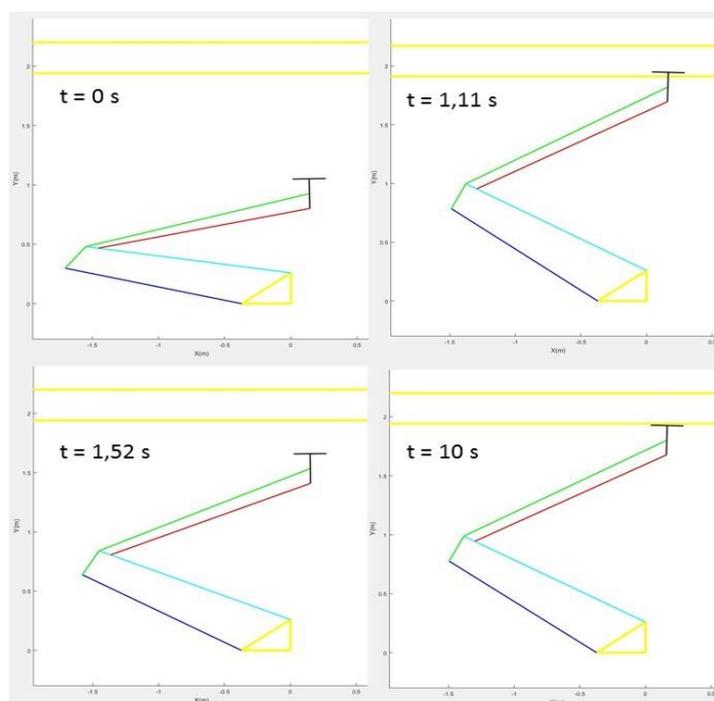


Figura 11.41: Animación del proceso de subida del modelo dinámico de pantógrafo multicuerpo

Se observa que el pantógrafo comienza recogido y tras un proceso de estabilización en el cual varía la altura de la cabeza del pantógrafo, alcanza la posición de equilibrio en la altura donde se encuentra la catenaria.

### 11.5.2.2. Gráficas desplazamientos

En la figura 11.42 se muestra la evolución de la altura de la cabeza del pantógrafo frente al tiempo.

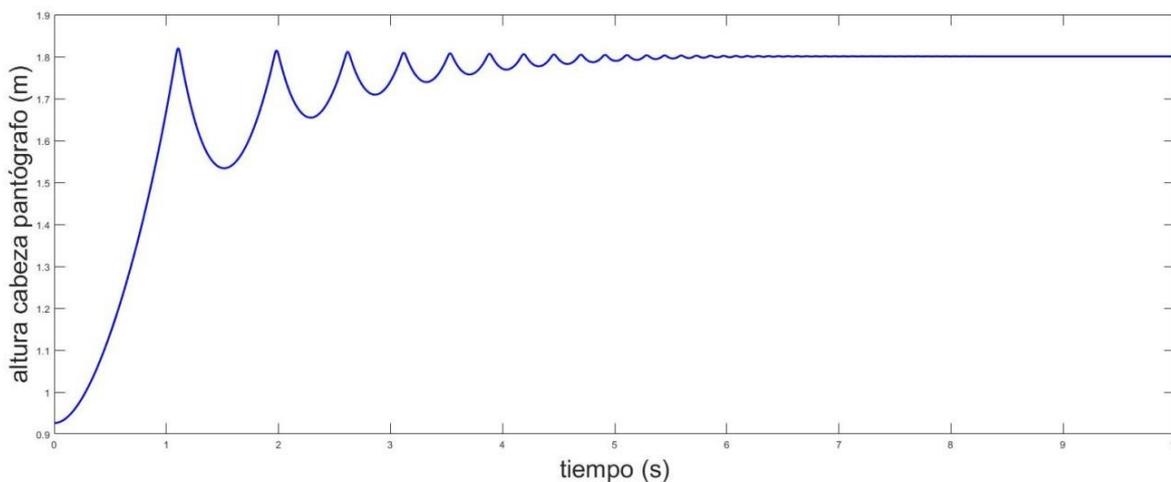


Figura 11.42: Evolución de la altura de la cabeza del pantógrafo en el modelo dinámico

Se observa claramente la existencia de despegues, que se pueden apreciar tanto en la gráfica como en la animación.

Se recuerda que el objetivo de este estudio no es estudiar la interacción dinámica entre pantógrafo y catenaria. Por ese motivo, la gráfica mostrada no guarda relación con una gráfica real que represente el proceso de subida de un pantógrafo (véase figura 11.18).

En cambio, uno de los objetivos del estudio sí es analizar el efecto que tiene sobre el modelo la modificación de los parámetros del mismo.

En este apartado se muestra, a modo de ejemplo, la evolución temporal de la altura de la cabeza del pantógrafo para diferentes valores del momento equivalente aplicado y del coeficiente de amortiguamiento del pantógrafo.

• Variación  $M_{equivalente}$

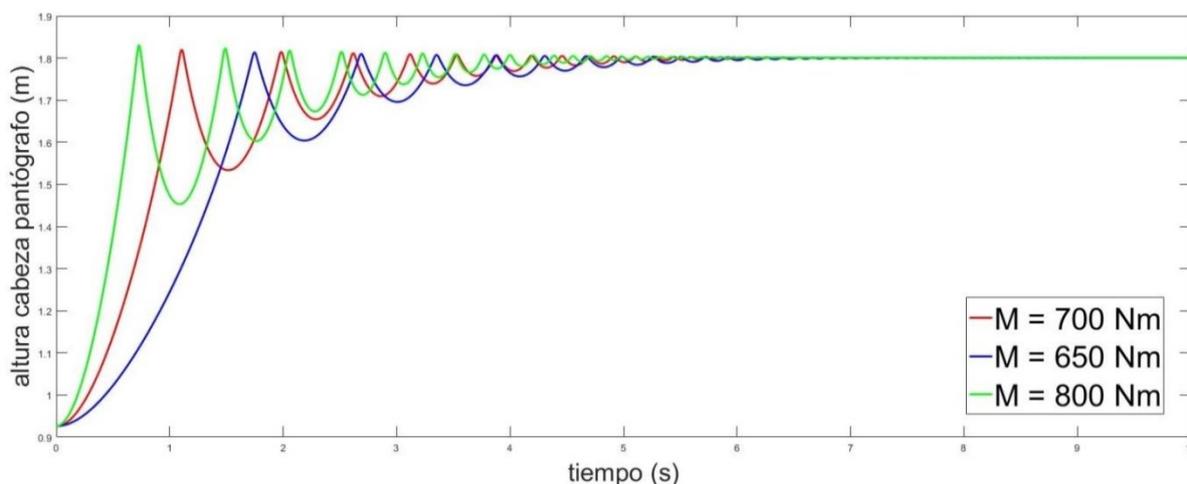


Figura 11.43: Variación de la altura del pantógrafo al modificar  $M_{equivalente}$

Cuanto mayor es el momento equivalente aplicado sobre el pantógrafo más rápido es el proceso de subida y las oscilaciones producidas durante el proceso de estabilización son de mayor amplitud.

• Variación  $C_1$

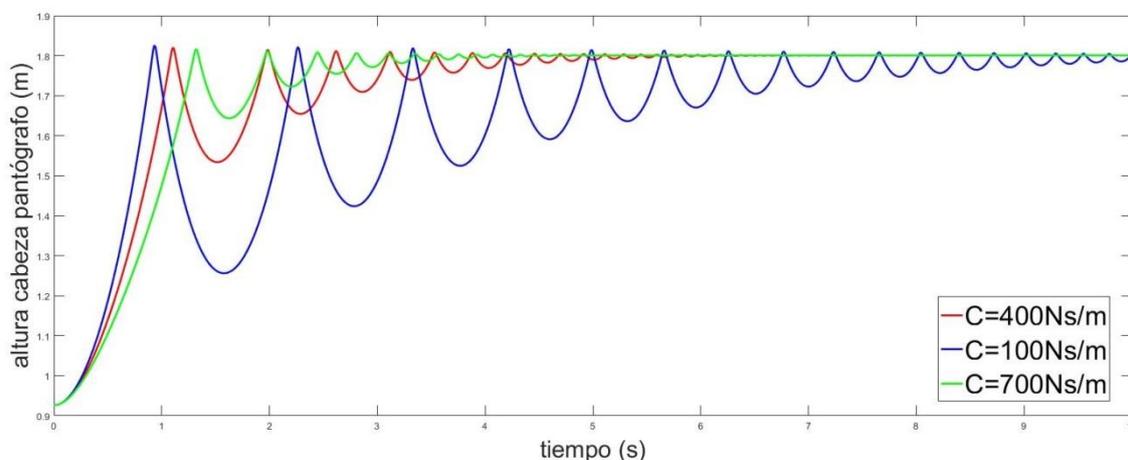


Figura 11.44: Variación de la altura del pantógrafo al modificar  $C_1$

Cuanto mayor es el coeficiente de amortiguamiento del pantógrafo, antes se alcanza la posición de equilibrio final.

Ambos resultados obtenidos se encuentran dentro de la respuesta esperada. Además, aunque no se incluyan, se ha estudiado el efecto de modificar los demás parámetros, obteniéndose también resultados satisfactorios.

Se concluye por lo tanto que el modelo de pantógrafo creado es válido y puede emplearse para estudiar la interacción con la catenaria mediante un método distinto al empleado en este Trabajo Fin de Grado.



## 12. CONCLUSIONES

El desarrollo de este Trabajo Fin de Grado ha conllevado la consecución de una serie de hitos en materia de simulación del sistema de catenaria rígida.

Estos hitos aparecen resumidos a continuación:

- Se ha conseguido definir la forma óptima de modelizar la infraestructura de catenaria rígida y el pantógrafo con el objetivo de que puedan ser simulados con un programa de Elementos Finitos.  
Entre las principales dificultades que supone el desarrollo de un modelo de estas características se encuentran las limitaciones relacionadas con el tiempo de computación necesario para resolver los problemas más complejos.  
Los primeros resultados aceptables relacionados con la interacción pantógrafo-catenaria que se obtuvieron requerían un tiempo de simulación próximo a las 30 horas, empleando un ordenador de gama media-alta.  
Debido a las modificaciones realizadas se ha conseguido realizar el mismo estudio obteniéndose resultados más fiables y precisos y requiriéndose un tiempo de simulación inferior a 30 minutos.
- Se ha creado un modelo de pantógrafo multicuerpo cuya validez para estudiar la interacción con la catenaria ya ha sido probada en el departamento de Ingeniería Gráfica de la ETSII, obteniéndose resultados satisfactorios.
- Se ha obtenido información de gran utilidad acerca del comportamiento de diversos soportes de catenaria rígida que, tras ser validada, servirá para optimizar el diseño de los mismos.
- Se ha logrado obtener información acerca del comportamiento estático de la catenaria rígida. Estos resultados coinciden con las mediciones realizadas en el banco de ensayos de Adif presente en Málaga mencionado en capítulos anteriores.
- Se ha construido una herramienta fiable que permite estudiar la interacción pantógrafo – catenaria rígida para un amplio intervalo de velocidades del pantógrafo. Mediante esta herramienta se puede conseguir gran cantidad de información útil. Entre los principales resultados que se pueden calcular destacan los siguientes:
  - Evolución temporal de la fuerza de contacto entre pantógrafo y catenaria.
  - Desplazamientos originados en todos los puntos de la catenaria como consecuencia de la interacción con el pantógrafo.
- Tras realizarse un procesado estadístico de la fuerza de contacto se obtienen unos resultados muy similares a los arrojados por un modelo diferente de interacción pantógrafo - catenaria rígida ya validado.  
Los resultados del proyecto se encuentran dentro de los valores estipulados para asegurar una buena calidad de captación de corriente.  
Además, tras compararse los resultados obtenidos para diferentes condiciones de simulación, se observa una correcta relación entre fuerza de contacto y velocidad del pantógrafo.

- Se concluye que la norma referida a validaciones de estudios de simulación en materia de interacción dinámica pantógrafo – catenaria flexible no es aplicable a catenaria rígida, comprobándose que el comportamiento es significativamente distinto. Por este motivo cabe la necesidad de redactar una nueva norma que verse específicamente sobre el sistema de catenaria rígida. Los resultados obtenidos en este proyecto pueden ser en un futuro de gran ayuda para redactar esa nueva norma.

Es importante destacar que el proceso de creación de esta herramienta no concluye aquí, ya que se pretende aumentar la precisión y la fiabilidad de los resultados obtenidos, así como la capacidad para simular más situaciones de funcionamiento.

En este sentido se seguirá trabajando en la mejora del modelo con vistas a conseguir una validación del mismo en un futuro.

### 13. LÍNEAS FUTURAS

En el desarrollo de este Trabajo Fin de Grado se han realizado diversos tipos de estudios sobre el sistema de catenaria rígida. Sin embargo, el estudio más complejo e importante de todos corresponde al análisis de la interacción dinámica pantógrafo-catenaria.

Es por ello que las líneas futuras que se destacan a continuación implican una mejora en este campo.

- Obtener la evolución temporal de la fuerza de contacto para diferentes configuraciones de la distancia entre soportes. A partir de la información obtenida se definirá la distancia máxima entre soportes que asegure una buena calidad de captación de corriente.
- Obtener resultados fiables de la fuerza de contacto para velocidades superiores a las simuladas, obteniéndose la velocidad máxima que asegure una buena calidad de captación de corriente.
- Realizar las simulaciones sobre un modelo de longitud superior para aumentar la fiabilidad de los resultados obtenidos y considerar el efecto de más factores de influencia.

Ya se ha conseguido crear un modelo de 85 metros de longitud que permite calcular la fuerza de contacto para velocidades bajas del pantógrafo, obteniéndose resultados satisfactorios.

A modo de ejemplo se ilustra a continuación la evolución temporal de la fuerza de contacto que se ha obtenido mediante este modelo para una velocidad del pantógrafo de 36km/h.

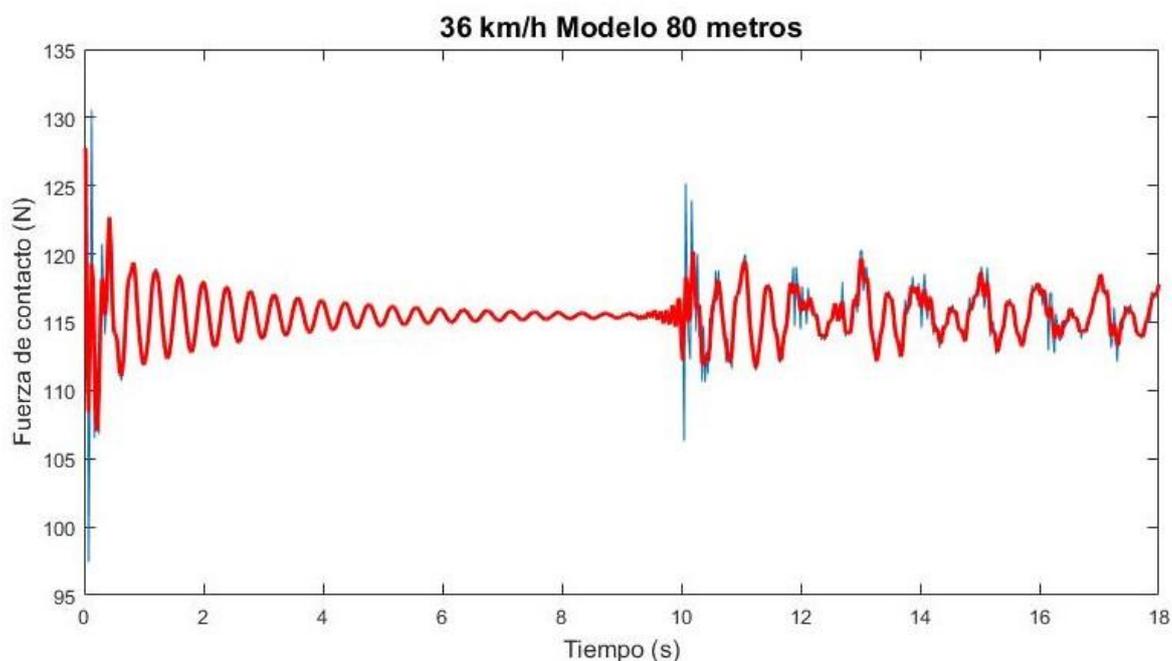


Figura 13.1: Evolución de la fuerza de contacto para un modelo de 80 m y  $V=36$  km/h (20Hz)

Se observa que la gráfica obtenida es muy similar a la conseguida mediante el modelo de 35 metros.

En el futuro se prevé mejorar este modelo con el fin de conseguir velocidades superiores y se crearán modelos de mayor longitud.

- Estudiar el efecto de variaciones de altura, desvíos y seccionamientos sobre la calidad de captación de corriente.
- Obtener la evolución temporal de la fuerza de contacto empleando el modelo multicuerpo de pantógrafo desarrollado en este proyecto.
- Realizar simulaciones con dos pantógrafos a la vez.

Todas estas mejoras tendrían como resultado la creación de una herramienta fiable que sirva para elaborar una norma acerca de catenaria rígida y para optimizar el diseño sin necesidad de realizar un gran número de ensayos reales, los cuales son muy costosos.

## 14. RESPONSABILIDAD SOCIAL

En esta sección se explica brevemente la dimensión social de este Trabajo Fin de Grado.

Los resultados obtenidos en este proyecto son de gran utilidad para conocer mejor el sistema de catenaria rígida. Este Trabajo de Fin de Grado y su continuación ayudará para la creación de una nueva norma que favorecerá aún más la implantación de este sistema.

En última instancia, el ciudadano es el principal beneficiado de estos avances puesto que es el usuario de los trenes que emplean esta tecnología. Los avances se encuentran orientados hacia dos objetivos principales:

- Aumentar la fiabilidad del sistema: la catenaria rígida es un sistema que tiene menos averías que la catenaria convencional. Además, la reparación de las mismas es mucho más sencilla y se realiza de una manera más rápida.  
Por lo tanto, la implantación del sistema de catenaria rígida aumenta la fiabilidad de la red ferroviaria, evitando retrasos que perjudican al usuario.
- Aumentar la velocidad de circulación: la herramienta creada se puede utilizar para optimizar el diseño de la catenaria de tal forma que se consiga un buen comportamiento para velocidades máximas superiores. Esto se traduce en una mejora de la movilidad de los ciudadanos.

Asimismo, la implantación de este sistema supone la implantación de un sistema totalmente eléctrico con cero emisiones respetuoso con el medio ambiente.

En España, la red de ferrocarriles metropolitanos se encuentra electrificada pero no es así en otros países especialmente de América del Sur. Un mayor conocimiento de la tecnología de catenaria rígida puede suponer la transición de un sistema de tracción contaminante como el diésel a uno totalmente limpio.



## 15. REFERENCIAS

- [1] JD. Sanz, FJ. Páez. “*Apuntes asignatura Ferrocarriles: Instalaciones Ferroviarias P*”, ETSII UPM, 2017.
- [2] J.Pombo, J.Ambrósio. “*Contact Model for The Pantograph-Catenary Interaction*”, Journal of System Design and Dynamics, Paris, France, 2007.
- [3] J.Pombo, J.Ambrósio. “*Influence of pantograph suspension characteristics on the contact quality with the catenary for high speed trains*”, Computers and Structures 2012, 110-11,32-42.
- [4] Jong-Hwi Seo, Seok-Won Kim, Il-Ho Jung, Tae-Won Park. “*Dynamic analysis of a pantograph-catenary system using absolute nodal coordinates*”, Vehicle System Dynamics, 44:8, 615-630, 2006.
- [5] J.P. Massat, J.P. Laine, A.Bobillot. “*Pantograph-catenary dynamics simulation*”, Vehicle System Dynamics, 44:1, 551-559, 2006.
- [6] J.Benet, N.Cuartero, F.Cuartero, T.Rojo, P.Tendero, E.Arias. “*An advanced 3D-model for the study and simulation of the pantograph catenary system*”, Transportation Research Part C 36, 138-156, 2013.
- [7] A.Bautista, J.Montesinos, P.Pintado. “*Dynamic interaction between pantograph and rigid overhead lines using a coupled FEM – multibody procedure*”, Mechanism and Machine Theory, 97, 100-111, 2016.
- [8] B.Suárez, J.Paulin, C.Vera. “*Optimización de la captación de corriente con catenaria rígida*”, Actas del I Congreso Nacional de Innovación Ferroviaria, Calatayud, España, 5-6 Octubre, 2004.
- [9] Soluciones en tracción eléctrica: características generales del sistema de catenaria rígida. Disponible en: <http://www.e2f.es/pdfs/3.pdf>
- [10] R.Martínez, “*Proyecto constructivo para la instalación de catenaria rígida y actuaciones complementarias en los túneles urbanos de Cercanías de Barcelona*”, Marzo 2008.
- [11] UNE-EN 50317. “*Aplicaciones ferroviarias. Sistemas de captación de corriente. Requisitos y validaciones de medidas de la interacción dinámica entre el pantógrafo y las líneas aéreas de contacto*”, Enero 2012.
- [12] UNE-EN 50318. “*Aplicaciones ferroviarias. Sistemas de captación de corriente. Validación de la simulación de la interacción dinámica entre el pantógrafo y las líneas aéreas de contacto*”, Marzo 2003.
- [13] UNE-EN 50367. “*Aplicaciones ferroviarias. Sistema de captación de corriente. Criterios técnicos para la interacción entre el pantógrafo y la línea aérea*”, Diciembre 2012.
- [14] UNE-EN 50206. “*Aplicaciones ferroviarias. Material rodante. Pantógrafos: Características y ensayos*”. Marzo 2011.
- [15] MC. Huerta, “*Modelado de Estructuras*”, ETSII UPM, 2017.

- [16] Dassault Systèmes SolidWorks Corporation. “*SolidWorks Simulation*”, Concord, Massachusetts, USA, 2011.
- [17] J.García de Jalón. “*Apuntes asignatura: Matemáticas de la Especialidad Ingeniería Mecánica*”, ETSII UPM, 2016.
- [18] J.Félez, G.Romero, B.Suárez. “*Simulación en Ingeniería Mecánica*”, ETSII UPM.
- [19] I.Centellas, J.Vadillo, J.Taboada, “*Electrificación a 1500 Vcc y distribución de energía de línea 8 tramo: Mar de Cristal –Barajas*”, Enero 2001.
- [20] M.Simarro, S.Postigo, D.Torrealba. “*Soporte de catenaria rígida del túnel Sol-Nuevos Ministerios: modelado con elementos finitos y actualización con ensayos modales experimentales*”, Congreso Innovación Ferroviaria, Valencia, España, 19-20-21 Octubre 2016.
- [21] C.Vera, B.Suárez, J.Paulin and P.Rodríguez. “*Simulation model for the study of overhead rail current collector systems dynamics, focussed on the design of a new conductor rail*”, 2006.

## 16. PLANIFICACIÓN TEMPORAL

El desarrollo del proyecto se divide en tres periodos diferentes reflejados en la tabla 16.1:

Periodo	Fecha inicio	Fecha final	Semanas	Horas semanales	Horas totales
Primer cuatrimestre	01/10/2016	29/12/2016	13	14	182
Segundo cuatrimestre	22/1/2017	08/06/2017	20	28	560
Verano 2017	08/06/2017	28/07/2017	7	36	252
<b>TFG completo</b>	<b>01/10/2016</b>	<b>28/07/2017</b>	<b>40</b>	<b>-</b>	<b>994</b>

Tabla 16.1: Periodos en los que se divide el proyecto

La planificación temporal es un aspecto clave a la hora de realizar un proyecto. A continuación, se incluyen dos herramientas que ayudan a explicar esta planificación: la Estructura de Descomposición del Proyecto y el diagrama de Gantt.

### 16.1. Estructura de Descomposición del Proyecto (EDP)

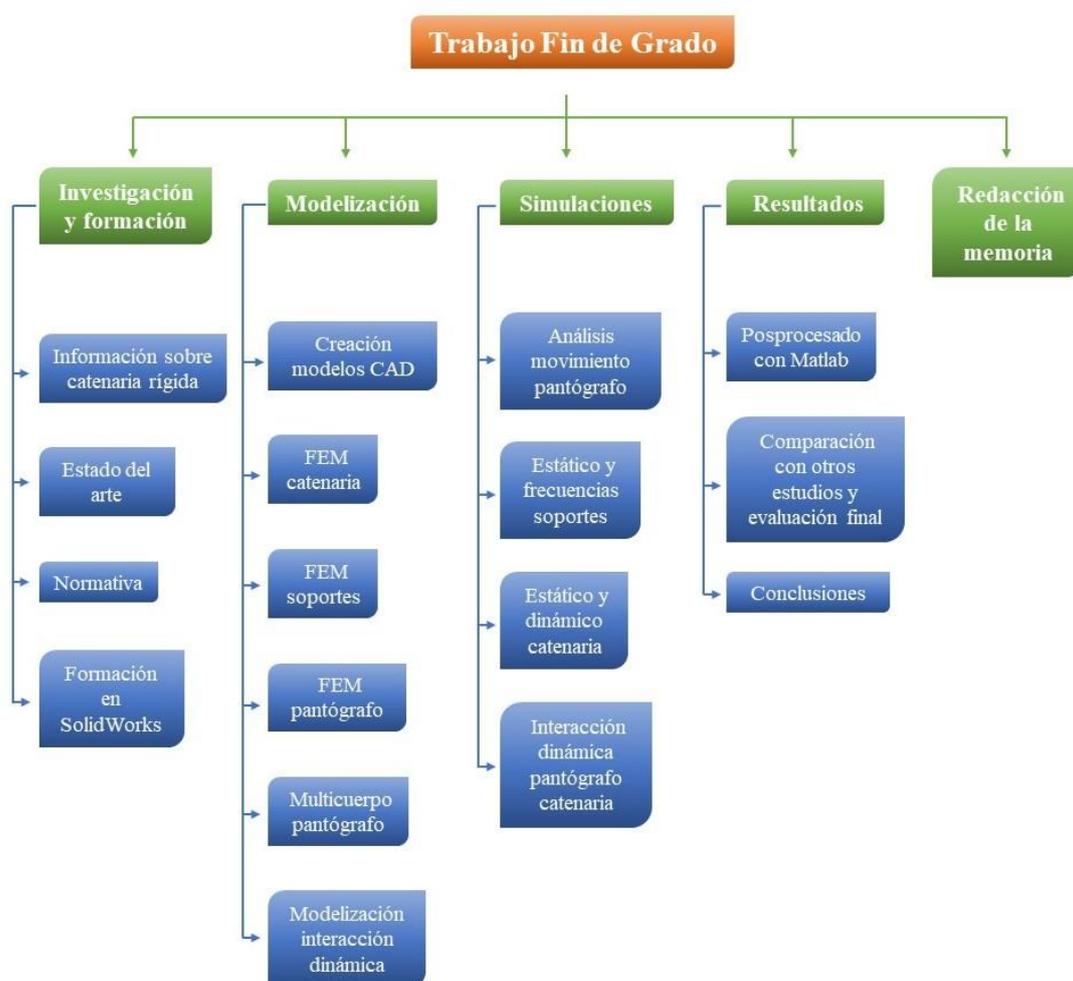


Figura 16.1: Estructura de Descomposición del Proyecto (EDP)

## 16.2. Diagrama de Gantt

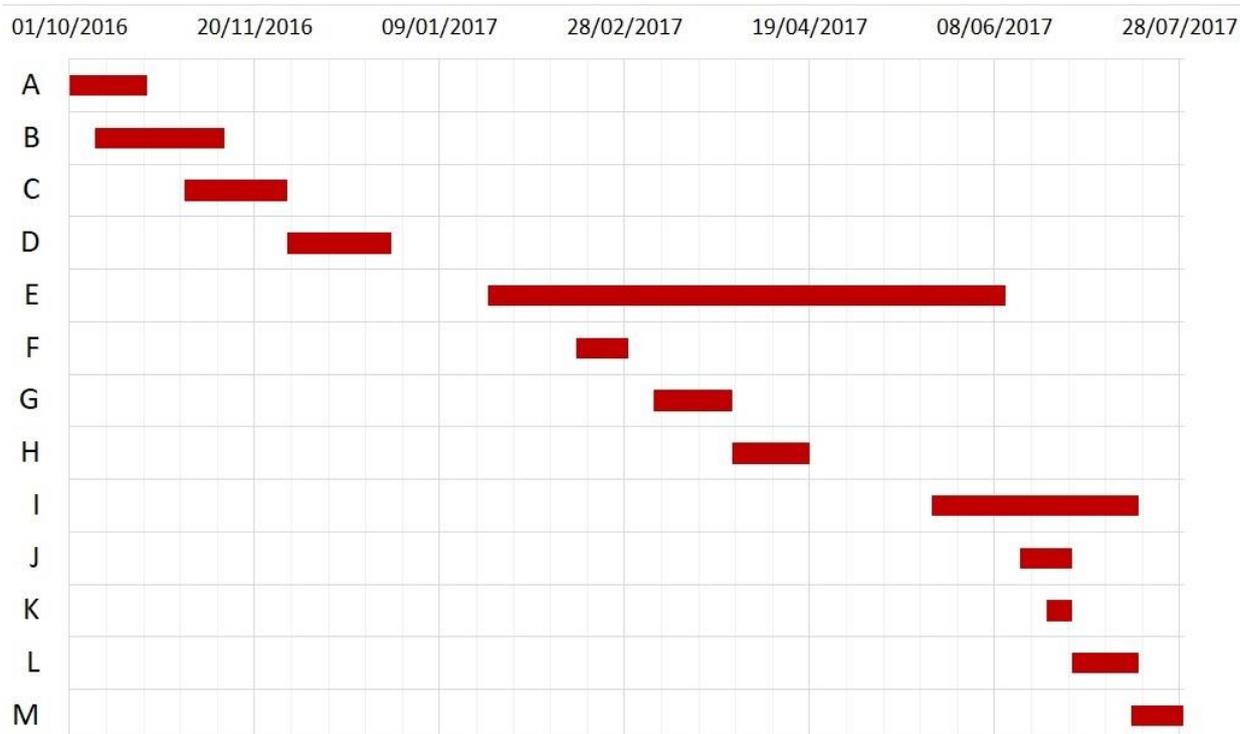


Figura 16.2: Diagrama de Gantt

En la tabla 16.2 se detalla información acerca de las actividades que aparecen en el diagrama de Gantt:

Actividad	Fecha inicio	Duración (semanas)	Fecha fin	Descripción
A	01/10/2016	3	22/10/2016	Investigación
B	08/10/2016	5	15/11/2016	Formación SolidWorks
C	01/11/2016	4	29/11/2016	Modelos CAD
D	29/11/2016	4	29/12/2016	Análisis movimiento modelo pantógrafo
E	22/01/2017	20	15/06/2017	Creación modelo FEM interacción dinámica
F	15/02/2017	2	28/02/2017	Modelo multicuerpo pantógrafo
G	08/03/2017	3	29/03/2017	Estudios estático y dinámico catenaria
H	29/03/2017	3	22/04/2017	Estudios soportes
I	22/05/2017	8	22/07/2017	Redacción memoria
J	15/06/2017	2	29/06/2017	Resultados interacción pantógrafo-catenaria
K	22/06/2017	1	29/06/2017	Posprocesado resultados
L	29/06/2017	2	15/07/2017	Análisis y evaluación resultados
M	15/07/2017	14	29/07/2017	Colaboración tras finalización

Tabla 16.2: Actividades del diagrama de Gantt

## 17. PRESUPUESTO

En la tabla 17.1 se presenta el presupuesto de realización del Trabajo Fin de Grado, reflejando el coste que habría supuesto para una empresa:

<b>Partida</b>	<b>Coste</b>
Ingeniero	19.880,00 €
Software técnico	45.385,00 €
Ordenadores y software básico	683,00 €
<b>Total</b>	<b>60.548,00 €</b>

Tabla 17.1: Presupuesto de realización del TFG

A continuación, se explica detalladamente cada una de las partidas:

- **Ingeniero:** resultado de multiplicar las horas empleadas por el alumno para el desarrollo del Trabajo Fin de Grado por el coste por hora.  
Se han calculado 994 horas dedicadas por el alumno teniendo en cuenta un coste horario de 20 €/h.
- **Ordenadores y software básico:** se incluye aquí la amortización durante la duración del proyecto (10 meses) de los tres ordenadores que se han utilizado considerando que se amortizan durante cuatro años siguiendo una ley lineal. También se incluyen los costes derivados de las licencias de software de carácter básico empleado: Microsoft Office y Windows.

<b>Equipo</b>	<b>Precio</b>	<b>Amortización</b>
Portátil personal	1.060,00 €	221,00 €
Sobremesa personal	1.220,00 €	254,00 €
Sobremesa departamento	1.000,00 €	208,00 €
<b>Total</b>	<b>3.280,00 €</b>	<b>683,00 €</b>

Tabla 17.2: Presupuesto relativo a los ordenadores empleados

El uso de tres equipos diferentes está justificado por la necesidad de realizar un gran número de simulaciones de larga duración.

- **Software técnico:** en esta partida se incluyen las licencias anuales del software específico empleado para realizar el proyecto.

<b>Software</b>	<b>Coste licencia por año y equipo</b>	<b>Número de equipos</b>	<b>Coste total</b>
SolidWorks Simulation Premium 2016	14.295,00 €	3	42.885,00 €
Matlab	2.500,00 €	1	2.500,00 €
<b>Total</b>	-	-	<b>45.385,00 €</b>

Tabla 17.3: Presupuesto relativo al software técnico

El software SolidWorks se ha utilizado en los tres equipos por la necesidad anteriormente mencionada de realizar gran número de simulaciones. Sin embargo, el software Matlab únicamente ha sido necesario utilizarse en un equipo.

Se observa que el precio relativo a la licencia del software SolidWorks es muy elevado. Esto se debe a que incluye la versión más completa posible del módulo de simulación por Elementos Finitos.

Se han utilizado otros programas informáticos cuyas licencias son gratuitas, por lo que no se incluyen dentro del presupuesto.

## 18. ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Modelización pantógrafo UNE-EN 50318 .....	5
Figura 2.2: Modelización soporte catenaria rígida.....	6
Figura 2.3: Modelización conjunto "carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión" ....	6
Figura 2.4: Evolución temporal de la fuerza de contacto para $V = 36$ km/h .....	7
Figura 2.5: Desplazamientos en la catenaria como consecuencia del contacto con el pantógrafo.....	7
Figura 2.6: Evolución de la fuerza de contacto para $V = 72, 108, 180$ km/h (20Hz) .....	8
Figura 2.7: Comparación media, desviación típica y máximo para diferentes velocidades .....	8
Figura 2.8: Animación de un ciclo de subida del modelo cinemático del pantógrafo multicuerpo.....	9
Figura 3.1: Captación por tercer carril .....	11
Figura 3.2: Línea tranviaria: Euskotren Bilbao .....	12
Figura 3.3: Instalación de catenaria flexible .....	12
Figura 3.4: Instalación de catenaria rígida .....	12
Figura 6.1: a) Perfil FURREY & FREY b) Perfil METRO_730 c) Perfil tipo T .....	19
Figura 6.2: a) Detalles perfil Furrey & Frey b) Carro tendido de la empresa Arruti .....	20
Figura 6.3: Hilo de contacto .....	20
Figura 6.4: Bridas de unión entre perfiles .....	21
Figura 6.5: Soporte de catenaria rígida .....	21
Figura 6.6: Detalle seccionamiento catenaria rígida .....	22
Figura 6.7: Punto fijo de catenaria rígida .....	22
Figura 6.8: Representación esquemática en planta de un tramo de 240 metros de catenaria rígida.....	23
Figura 6.9: Modelo CAD de un tramo de 40 metros de catenaria rígida .....	24
Figura 6.10: Esquema de pantógrafo propuesto por ADIF .....	25
Figura 6.11: Pantógrafo simétrico poligonal.....	25
Figura 6.12: Pantógrafo asimétrico de la empresa "Schunk Ibérica" .....	26
Figura 8.1: a) Elemento lineal b) Elemento parabólico .....	30
Figura 8.2: Grados de libertad elemento Beam3D.....	30
Figura 8.3: Grados de libertad elemento Shell.....	31
Figura 8.4: Elemento sólido rígido.....	31
Figura 8.5: Elemento resorte-amortiguador .....	32
Figura 8.6: Grados de libertad elemento simplificado .....	32
Figura 8.7: Variación del punto de aplicación de la fuerza $F_c$ .....	33
Figura 9.1: Modelo CAD del carril conductor, hilo de contacto y bridas de unión.....	43
Figura 9.2: Modelo CAD carril conductor con perfil METRO_730.....	43
Figura 9.3: a) Dos cuerpos b) Cuerpo único .....	44
Figura 9.4: Perfil equivalente " carril conductor + hilo de contacto " .....	45
Figura 9.5: Perfil equivalente " carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión " .....	46
Figura 9.6: Modelos CAD renderizados de los soportes tipo a) A; b) B; c) C .....	47
Figura 9.7: a) Piezas adicionales b) Conector tipo perno c) Unión rígida aristas .....	48
Figura 9.8: Modelo FEM del soporte empleando un mallado mixto .....	48

Figura 9.9: Resorte equivalente soporte de catenaria rígida .....	49
Figura 9.10: Modelo discreto pantógrafo P1 y P2 .....	50
Figura 9.11: Modelo discreto pantógrafo P3.....	51
Figura 9.12: Modelo CAD renderizado pantógrafo A1 .....	52
Figura 9.13: Modelo CAD renderizado pantógrafo A2 .....	53
Figura 9.14: Esquema general sistema multicuerpo.....	54
Figura 9.15: Modelo multicuerpo de pantógrafo .....	54
Figura 10.1: Análisis de movimiento P1 en SolidWorks .....	58
Figura 10.2: Flujograma análisis de movimiento pantógrafo .....	59
Figura 10.3: Mallado empleado para los soportes tipo A y tipo C.....	61
Figura 10.4: Detalle modelización puntos de anclaje al techo del soporte .....	62
Figura 10.5: Esquema configuración 120 metros con distancia entre soportes de 8 metros....	63
Figura 10.6: Esquema configuración 120 metros con distancia entre soportes de 10 metros.	63
Figura 10.7: Esquema configuración 120 metros con distancia entre soportes de 12 metros..	63
Figura 10.8: Configuración empleada en SolidWorks para unir los soportes al carril conductor .....	64
Figura 10.9: Elemento tipo A.....	64
Figura 10.10: Elemento tipo B .....	65
Figura 10.11: Elemento tipo C .....	65
Figura 10.12: Modelo reducido de 35 metros .....	66
Figura 10.13: Condiciones contorno modelo 35 metros .....	67
Figura 10.14: Refinamiento del tamaño de malla empleado en el carril conductor.....	67
Figura 10.15: Superficie auxiliar.....	69
Figura 10.16: Configuración empleada para poder definir el contacto.....	69
Figura 10.17: Detalle de la parte superior del pantógrafo.....	70
Figura 10.18: Detalle modelo FEM del carril conductor .....	71
Figura 10.19: Modelo FEM del pantógrafo P1 .....	72
Figura 10.20: Restricciones aplicadas al pantógrafo P1 .....	73
Figura 10.21: Código Matlab del posprocesado de la fuerza de contacto para $V = 108$ km/h	75
Figura 10.22: Estructura código Matlab del modelo cinemático del pantógrafo .....	78
Figura 10.23: Modelo dinámico del pantógrafo multicuerpo .....	79
Figura 10.24: Modelización del contacto con la catenaria.....	80
Figura 10.25: Estructura código Matlab del modelo dinámico del pantógrafo.....	82
Figura 11.1: Modelo general que engloba los modelos P1, P2 y P3.....	83
Figura 11.2: Resultados del análisis de movimiento en SolidWorks para el modelo P1 .....	84
Figura 11.3: Resultados del análisis de movimiento en SolidWorks para el modelo P2.....	84
Figura 11.4: Resultados del análisis de movimiento en SolidWorks para el modelo P3.....	84
Figura 11.5: Representación gráfica de los modos de vibración 1, 2 y 3 del soporte tipo A... 86	
Figura 11.6: Representación gráfica de los modos de vibración 4, 5 y 6 del soporte tipo A... 86	
Figura 11.7: Representación gráfica de los modos de vibración 1, 2 y 3 del soporte tipo C... 87	
Figura 11.8: Representación gráfica de los modos de vibración 4 y 5 del soporte tipo C..... 87	
Figura 11.9: Convergencia en los resultados del estudio de frecuencias naturales..... 88	
Figura 11.10: Cotas A y B de los soportes .....	89
Figura 11.11: Variación de la frecuencia natural del modo 3 al modificar la cota A .....	89

Figura 11.12: Variación de la frecuencia natural del modo 3 al modificar la cota B .....	89
Figura 11.13: Deformada carril conductor para una distancia entre soportes de 10 metros ....	90
Figura 11.14: Diagrama esfuerzo cortante $Q_y$ .....	92
Figura 11.15: Diagrama momento flector $M_z$ .....	92
Figura 11.16: Deformada del carril conductor obtenida en el estudio dinámico .....	93
Figura 11.17: Evolución temporal posición del punto central y de un soporte.....	94
Figura 11.18: Evolución de la fuerza de contacto durante el periodo de estabilización .....	95
Figura 11.19: Evolución completa de la fuerza de contacto para $V=36$ km/h .....	96
Figura 11.20: Fuerza de contacto para $V = 18$ km/h y $V = 36$ km/h.....	96
Figura 11.21: Fuerza de contacto para $V =54$ km/h y $V = 72$ km/h.....	97
Figura 11.22: Fuerza de contacto para $V =90$ km/h y $V = 108$ km/h.....	97
Figura 11.23: Fuerza de contacto para $V =144$ km/h y $V = 180$ km/h.....	97
Figura 11.24: Posprocesado de la fuerza de contacto para $V =18$ km/h y $V = 36$ km/h.....	98
Figura 11.25: Posprocesado de la fuerza de contacto para $V =54$ km/h y $V = 72$ km/h.....	99
Figura 11.26: Posprocesado de la fuerza de contacto para $V =90$ km/h y $V = 108$ km/h.....	99
Figura 11.27: Posprocesado de la fuerza de contacto para $V =144$ km/h y $V = 180$ km/h.....	99
Figura 11.28: Media y Desviación típica de la fuerza de contacto para diferentes velocidades .....	100
Figura 11.29: Máximo real y estadístico de la fuerza de contacto para diferentes velocidades .....	100
Figura 11.30: Mínimo real y estadístico de la fuerza de contacto para diferentes velocidades .....	101
Figura 11.31: Deformaciones carril conductor: equilibrio y paso pantógrafo vano 1 .....	103
Figura 11.32: Deformaciones carril conductor: paso pantógrafo vano 2 y 3 .....	103
Figura 11.33: Evolución temporal de la elevación en el punto central y en los soportes .....	104
Figura 11.34: Media y Desviación típica de la fuerza de contacto para diferentes velocidades al variar la fuerza aplicada .....	105
Figura 11.35: Máximo y mínimo de la fuerza de contacto para diferentes velocidades al variar la fuerza aplicada.....	105
Figura 11.36: Animación proceso subida modelo cinemático .....	107
Figura 11.37: Animación proceso bajada modelo dinámico.....	108
Figura 11.38: Variación posiciones extremas del mecanismo .....	108
Figura 11.39: Altura de la cabeza del pantógrafo para diferentes valores de $A$ ( $w=0.5$ rad/s).....	109
Figura 11.40: Altura de la cabeza del pantógrafo para diferentes valores de $A$ ( $w=0.5$ rad/s).....	109
Figura 11.41: Animación del proceso de subida del modelo dinámico de pantógrafo multicuerpo.....	110
Figura 11.42: Evolución de la altura de la cabeza del pantógrafo en el modelo dinámico....	111
Figura 11.43: Variación de la altura del pantógrafo al modificar $Mequivalente$ .....	112
Figura 11.44: Variación de la altura del pantógrafo al modificar $C1$ .....	112
Figura 13.1: Evolución de la fuerza de contacto para un modelo de 80 m y $V= 36$ km/h (20Hz).....	117
Figura 16.1: Estructura de Descomposición del Proyecto (EDP) .....	123
Figura 16.2: Diagrama de Gantt .....	124



## 19. ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 7.1: Normativa empleada en el desarrollo del proyecto.....	27
Tabla 9.1: Propiedades conjunto "carril conductor + hilo de contacto" .....	45
Tabla 9.2: Propiedades conjunto " carril conductor + hilo de contacto + bridas de unión " ....	46
Tabla 9.3: Parámetros modelos P1 y P2.....	51
Tabla 9.4: Parámetros modelo P3 .....	52
Tabla 9.5: Propiedades físicas cuerpos modelo multicuerpo pantógrafo.....	55
Tabla 9.6: Posición inicial del modelo multicuerpo de pantógrafo.....	55
Tabla 9.7: Pares cinemático modelo multicuerpo de pantógrafo .....	55
Tabla 10.1: Velocidades e incremento de tiempo de las simulaciones .....	74
Tabla 11.1: Definición completa de los modelos de pantógrafo a partir de los resultados del análisis de movimiento.....	83
Tabla 11.2: Frecuencias naturales asociadas al modelo de pantógrafo P1.....	85
Tabla 11.3: Modos de vibración principales y frecuencias naturales asociadas para el soporte tipo A.....	86
Tabla 11.4: Modos de vibración principales y frecuencias naturales asociadas para el soporte tipo C.....	87
Tabla 11.5: Resultados estudio estático .....	91
Tabla 11.6: Comparación resultados obtenidos con resultados experimentales .....	91
Tabla 11.7: Valores más relevantes de los diagramas de esfuerzos.....	92
Tabla 11.8: Comparación resultados modelo TFG con otro modelo .....	102
Tabla 16.1: Periodos en los que se divide el proyecto .....	123
Tabla 16.2: Actividades del diagrama de Gantt .....	124
Tabla 17.1: Presupuesto de realización del TFG.....	125
Tabla 17.2: Presupuesto relativo a los ordenadores empleados .....	125
Tabla 17.3: Presupuesto relativo al software técnico .....	125