

# Estimación del modelo de acoplamiento en un array de parches mediante la medida del campo radiado

O. Moreno, J.L. Masa, J.M. Fernández, D. Castellanos, M. Sierra Castañer, M. Sierra Pérez

Departamento de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación  
Universidad Politécnica de Madrid

e-mail : [m.sierra.castaner@gr.ssr.upm.es](mailto:m.sierra.castaner@gr.ssr.upm.es)

**Abstract-** In the design process of array antennas, coupling is one of the most important elements to be counted. The real feeding radiated coefficients can be quite different from the theoretical ones because of this effect. In this paper, a compensation method is presented allowing matching each element from the array. All the parameters which are part of the coupling process are obtained through measurements, and the model to obtain those parameters is presented. An application to linear patch array is presented as an example.

## I. INTRODUCCIÓN

La impedancia y el campo radiado en condiciones reales por cada uno de los elementos de un array puede ser muy distinto del previsto cuando se considera un único elemento radiando en el espacio libre, debido a los acoplos que se producen entre ellos. La impedancia de entrada de un array puede calcularse a partir de un modelo de red de  $N$  puertos descrito por su matriz de impedancia ( $Z$ ) o de dispersión ( $S$ ). Puede calcularse también el campo radiado si conocemos el campo activo radiado por cada elemento (es decir, teniendo en cuenta la influencia del array completo sobre el campo radiado por cada elemento), como lo presentó Mailloux [1]. En antenas receptoras, el modelo sería el mismo, con un diagrama activo equivalente y una impedancia de salida equivalente que dependen del circuito de carga. En arrays grandes, la mayoría de elementos presentan condiciones similares de tipo, posición y carga. Esa situación proporciona una impedancia y un diagrama activos casi iguales para la mayoría de los elementos del array excepto los situados más cerca de los extremos. En [2], Wasylkiwskii muestra la relación entre la impedancia de entrada y el campo radiado para antenas de mínima dispersión (Minimum Scattering Antennas, MSA). Muchas veces, se asume el comportamiento de antenas reales como si fueran MSA, obteniéndose buenos resultados [3]. En otros casos, esa asunción no es tan afortunada, y la relación entre la matriz de acoplamiento de entrada ( $Z$ ) y el campo radiado activo no está tan clara. Una de las preguntas más importantes en el diseño del diagrama de una antena o en el comportamiento de antenas activas y adaptativas, es si el acoplamiento puede modelarse por una matriz de acoplamiento ( $C$ ) como se describe en la mayoría de estudios sobre arrays adaptativos [4].

En este artículo se presenta un modelo matricial para antenas de array alimentadas mediante redes lineales. El modelo se basa en los distintos modos activos de los elementos del array y en el cálculo del diagrama activo en función de estos modos. Si el comportamiento electromagnético de cada elemento puede describirse mediante  $k$  modos independientes, serán necesarios  $N \times k$  modos para definir todas las características de la radiación del array. Una matriz cuadrada de  $N \times (k+1)$  describirá entonces el comportamiento del array. Esta descripción es independiente de la red de alimentación, la red de distribución o la aplicación de transmisión-recepción [5]. Para muchos parches impresos, un solo modo de radiación basta para describir el campo radiado de cada elemento. Cuando esto ocurre, una matriz de  $2N \times 2N$  describe el modelo del array completo. Basada en este modelo, y aplicando los parámetros de la red de alimentación, puede obtenerse una matriz de acoplamiento  $C$  para compensar la influencia del acoplamiento entre elementos en el modelo de diseño. Los parámetros de este modelo pueden obtenerse mediante las medidas del diagrama de radiación para cada elemento individual en la disposición final del array. Como ejemplo, una antena impresa de parches rectangulares como la descrita por Pozar en [6], nos va a permitir demostrar la precisión del modelo matricial presentado en este artículo.

## II. MODELO DE CAMPO RADIADO O RECIBIDO

### A. Modelo de transmisión para una antena individual

El comportamiento eléctrico de una antena en transmisión puede definirse por su impedancia de entrada y su campo radiado (1):

$$\bar{E}_{\text{rad}} = v_e \hat{e}_e(\theta, \phi) F(\theta, \phi) \frac{\exp(-jk_0 r)}{r} \quad (1)$$

donde  $v_e$  es un voltaje proporcional a la corriente de entrada,  $F(\theta, \phi)$  es el diagrama de radiación y  $\hat{e}_e(\theta, \phi)$  es el vector de polarización. La antena puede definirse también en función de su matriz de dispersión, y entonces el campo y la potencia radiados pueden expresarse como (2) y (3):

$$\vec{E}_{\text{rad}}(\theta, \phi) = b_e \sqrt{2\eta_0} F(\theta, \phi) \frac{\exp(-jk_0 r)}{r} \hat{e}_c(\theta, \phi) \quad (2)$$

$$P_{\text{rad}} = \eta |a_0|^2 (1 - |S_a|^2) = |b_e|^2 \int_{4\pi} |F_s(\theta, \phi)|^2 d\Omega = |b_e|^2 \quad (3)$$

$S_a$  representa el coeficiente de reflexión a la entrada definido respecto de  $Z_0$ , y  $b_e$  es una onda de potencia proporcional a la amplitud y fase de la onda de potencia de entrada ( $a_0$ ). La impedancia de referencia a la entrada es  $Z_0$ , mientras que la impedancia de referencia a la salida es  $\eta_0 = 120\pi$ . La ganancia de la antena puede expresarse usando el diagrama de radiación normalizado y la eficiencia de antena como (4):

$$G(\theta, \phi) = \eta 4\pi |F(\theta, \phi)|^2 = \frac{|S_c|^2}{1 - |S_a|^2} 4\pi |F(\theta, \phi)|^2 \quad (4)$$

### B. Modelo de recepción para una antena individual

Cuando la antena se usa en recepción, la superficie equivalente  $A_e(\theta, \phi)$  (5) representa la cantidad de potencia captada por la antena. Si  $S_a$  representa el coeficiente de reflexión del circuito, entonces puede extraerse una onda de potencia ( $b_0$ ) de la puerta de entrada.

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \phi) = \eta \lambda^2 |F(\theta, \phi)|^2 \quad (5)$$

$$P_{\text{dis}} = |a_e|^2 \frac{|S_r|^2}{1 - |S_a|^2} = |\hat{e}_i \cdot \hat{e}_c(\theta, \phi)|^2 \frac{1}{2\eta_0} |E_i|^2 \frac{|S_r|^2}{1 - |S_a|^2}; \quad (6)$$

La onda de potencia recibida proporcional al campo incidente es (7):

$$a_e = [\hat{e}_i \cdot \hat{e}_c(\theta, \phi)] \frac{1}{\sqrt{2\eta_0}} |E_i| \lambda |F(\theta, \phi)| \quad (7)$$

Finalmente, si se aplica el principio de reciprocidad, entonces  $S_e = S_r$ .

### C. Modelo de campo radiado o recibido para un array

Una primera aproximación del modelo para tener en cuenta los efectos anteriores se ha propuesto en [5,7]. Esta nueva red tiene en cuenta la descomposición en múltiples modos característicos. Entonces, cualquier antena de array de  $N$  elementos puede representarse por una red de  $(k+1) \times N$ . La nueva red tiene una puerta de entrada y  $k$  puertas de salida correspondientes a cualquiera de los modos de radiación de cada antena (por puertas de entrada indicamos cualquiera de las entradas de excitación del array, mientras que por puertas de salida indicamos puertas ficticias que representan cualquier función de radiación). La figura 1 muestra esta nueva red de  $I+1$  puertas ( $I$  correspondientes a la entrada de

antena y  $n$  a los modos de radiación). Cuando los elementos radiantes son antenas microstrip resonantes, puede considerarse un sólo modo de radiación, resultando en una red de  $2N$ -puertas. Esta red se representa en la figura 2. Los terminales a la izquierda de la red de  $2N$ -puertas representan sondas físicas de la antena que pueden medirse directamente, mientras que las del lado derecho nos permiten definir las funciones de radiación. Nunca serán cargadas ya que representan antenas radiantes ideales ( $b_e$ ) o receptoras ( $a_e$ ). Entonces la ecuación matricial relacionando las variables anteriores es (8):

$$\begin{pmatrix} b \\ b_e \end{pmatrix}_{(2N \times 1)} = S_{(2N \times 2N)} \cdot \begin{pmatrix} a \\ a_e \end{pmatrix}_{(2N \times 1)} \Rightarrow \begin{aligned} b &= S_a \cdot a + S_r \cdot a_e \\ b_e &= S_e \cdot a + S_s \cdot a_e \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $S_a$  representa el coeficiente de reflexión, el vector  $S_e$  representa el parámetro de transmisión para cada modo,  $S_r$  representa el acoplamiento en recepción para cualquiera de los modos definidos y la matriz  $S_s$  indica el campo dispersado por cada modo.

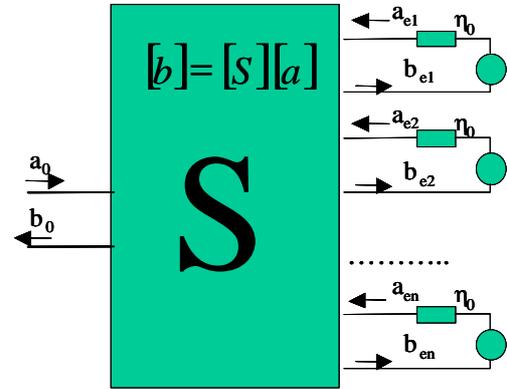


Fig. 1. Red equivalente de  $n+1$  puertas para una antena individual con varios modos de radiación.

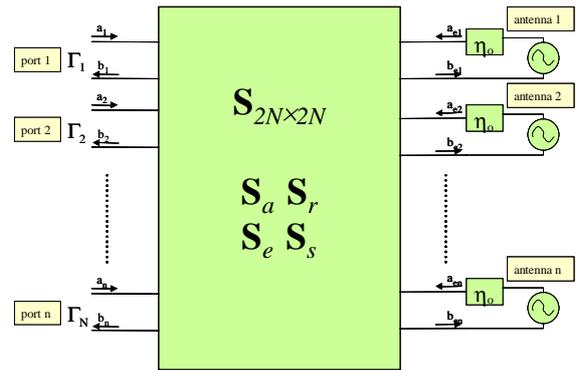


Fig. 2: Red equivalente de  $2N$  puertas para un array de elementos con un único modo de radiación.

Cuando funcione en transmisión, el array se alimenta a través de un conjunto de generadores con una onda incidente equivalente  $a_{g(N \times 1)}$  y un coeficiente de reflexión  $\Gamma_{g(N \times N)}$ . En este caso, la ecuación (8) puede simplificarse, porque  $a_e = 0$ . El campo radiado total puede expresarse como la suma de las contribuciones de cualquiera de los elementos radiantes. Éste puede escribirse de forma vectorial como el producto escalar del vector de dirección y la onda de potencia de transmisión (9). Puede definirse una matriz de acoplo  $C_e$  (10):

$$E_{\text{rad}}(\theta, \phi) = (d^T(\theta, \phi) \cdot b_e) \sqrt{2\eta_0} \frac{\exp(-jk_0 r)}{r} = d^T(\theta, \phi) \cdot C_e \cdot a_g \sqrt{2\eta_0} \frac{\exp(-jk_0 r)}{r} \quad (9)$$

$$C_e = S_e \cdot (I - \Gamma_g \cdot S_a)^{-1} \quad (10)$$

$d$  es el steering vector en la dirección  $(\theta, \phi)$ . Cada término de la matriz  $C_e$  ( $C_{ij}$ ) representa la cantidad de señal acoplada desde la antena  $j$  a la  $i$ . La intensidad de radiación puede expresarse como el siguiente producto escalar:

$$U(\theta, \phi) = \frac{r^2}{2\eta_0} |\bar{E}_{\text{rad}}|^2 = a_g^H C_e^H \bar{d}^* \cdot \bar{d}^T C_e a_g = a_g^H \cdot M_e \cdot a_g \quad (11)$$

### III. CÁLCULO DE LOS COEFICIENTES DEL MODELO

Este modelo se puede concretar en un conjunto de dos cuadripolos en cascada como el de la figura 3.

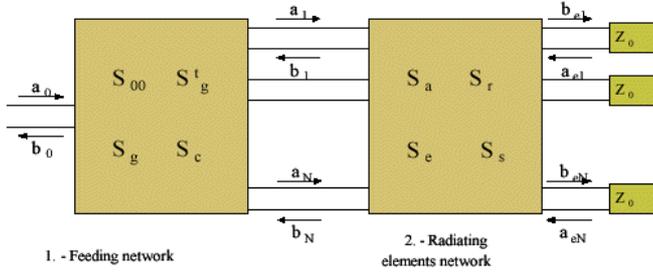


Fig. 3: Modelo de array de antenas.

Una vez que se ha definido el modelo,  $S_a$  puede obtenerse realizando medidas con un analizador vectorial de redes.  $\Gamma_g$  representa el coeficiente de reflexión del generador y la matriz  $S_e$  puede calcularse mediante medidas del diagrama de radiación para cada antena individual del array, como sigue:

Si un array lineal de  $N$  parches independientes (sin red de alimentación) se mide excitando un parche cada vez (los elementos del vector  $a$  son igual a cero para todos ellos excepto uno), se obtendrán de una en una las columnas de la matriz  $S_e$  (8) (considerando  $a_e=0$ ).  $b_e$  se obtiene después de procesar el diagrama de radiación. El campo radiado en un punto del espacio situado en campo lejano respecto de cada parche será:

$$\bar{E}(\hat{r}_m) = \sum_n \bar{E}_n = \sqrt{2\eta_0} \sum_n b_{en} \hat{e}_n(\hat{r}_{m,n}) F_n(\hat{r}_{m,n}) \frac{\exp(-jk_0 |\bar{r}_m - \bar{r}_n|)}{|\bar{r}_m - \bar{r}_n|} \quad (12)$$

donde las posiciones se muestran en la figura 4.

La potencia de recepción se obtiene si el diagrama de la sonda de medida ( $F_{sm}$ ) es conocido (13). Esta ecuación representa la relación entre  $b_e$  y el diagrama medido, como se deseaba.

$$a_{em} = \lambda \sum_n b_{en} \langle \hat{e}_n(\hat{r}_{m,n}) \hat{e}_{sm}(\hat{r}_{n,m}) \rangle F_n(\hat{r}_{m,n}) F_{sm}(\hat{r}_{n,m}) \frac{\exp(-jk_0 |\bar{r}_m - \bar{r}_n|)}{|\bar{r}_m - \bar{r}_n|} \quad (13)$$

Normalmente, se miden más puntos que elementos hay, así que puede desarrollarse un proceso de optimización para obtener los coeficientes  $b_{en}$ , y la matriz de acoplos  $C_e$ .

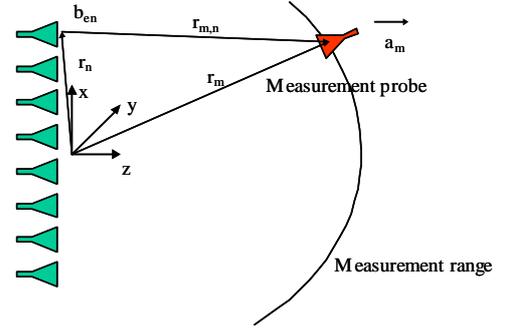


Fig. 4: Geometría de la estructura de medida.

### IV. APLICACIÓN PRÁCTICA

Esta teoría se va a aplicar a un array de parches de 4 elementos excitados mediante sonda. El modelo se va a aplicar con las simulaciones realizadas a los distintos elementos (individualmente y en array), con ayuda del Software CST Microwave Studio 3.0 y con las medidas realizadas en las cámaras anecoicas de la E.T.S.I. Telecomunicación. Estos elementos funcionan en la banda de 3.5 GHz y son parches microstrip sobre un sustrato doble de fibra de vidrio sobre espuma sólida. En la figura 5 se muestra el array de parches. Se ha diseñado una red de distribución de potencia que se utilizará para validar el modelo con la construcción de un prototipo completo, que se muestra en la figura 6. La red de distribución se ha construido sobre un sustrato de teflón – vidrio comercial. La medida de los parámetros de reflexión y aislamiento de este circuito completan el primer cuadripolo de la figura 3.

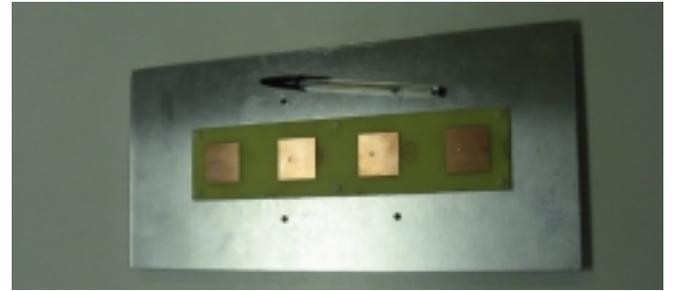


Fig. 5. Elementos radiantes.

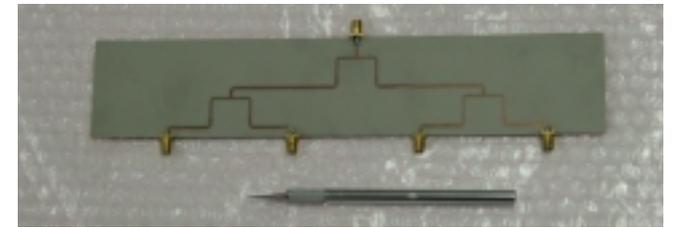


Fig. 6. Red de distribución.

En este ejemplo la matriz  $S_a$  se obtiene de las medidas (o simulaciones) del aislamiento e impedancia de entrada entre las 4 puertas (figura 7).

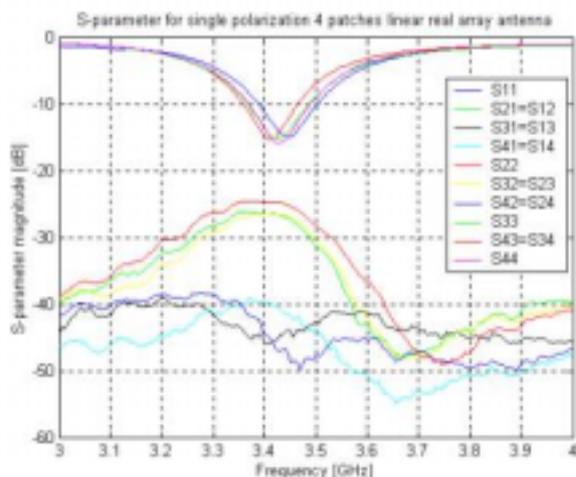


Fig. 7. Aislamiento e impedancias de entrada entre parches

La matriz  $S_e$  se obtiene a partir de la medida del diagrama de radiación del elemento individual y de cada uno de los elementos dispuestos en el array. (Figura 8). Las matrices  $S_r$  y  $S_s$  son nulas cuando se trabaja en transmisión con un array.

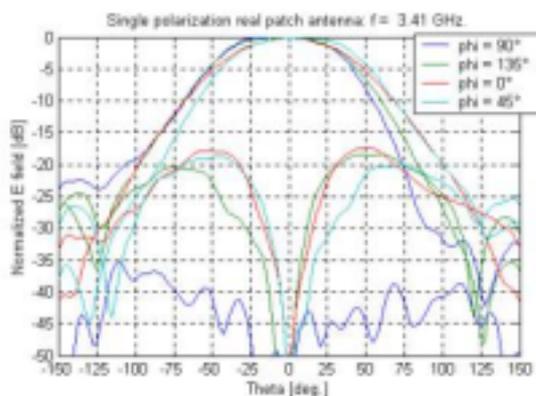


Fig. 8. Diagrama de radiación de 1 elemento en el array

Los resultados del análisis de un array de este tipo se compararán con la medida del mismo y se presentarán en el Congreso URSI'03

## V. CONCLUSIONES

La compensación de acoplos en un array puede realizarse mediante la utilización de redes de adaptación individuales, las cuales compensan la influencia de los distintos acoplos producidos en la estructura. Se consigue con ello, realizar una adaptación activa de los elementos del array, consiguiendo la radiación del diagrama vertical deseada. Un punto importante está en la elección de la estructura física que permita sintetizar las redes adaptadoras. En este caso se ha escogido una estructura muy simple. En futuras implementaciones se probarán configuraciones más complejas.

Se ha mostrado una aplicación práctica del método de cálculo de los parámetros de acoplos entre elementos a través de medidas de sus diagramas de radiación activo, implementándose una serie de prototipos. En estos momentos se está debe montar un prototipo de antena completa, medirlo y compararlo con las simulaciones obtenidas a través de este modelo, considerando los acoplos tal como se ha presentado.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer a CST (Computer Simulation Technology GMBH) la licencia de uso del software CST Microwave Studio v.3.0 y 4.0, utilizada en las simulaciones que se han realizado en este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] J.R. Mailloux, Phased Array Antenna Handbook. Artech House Inc. 1994
- [2] W. Wasylkiwskyj and W. K. Kahn. Theory of Mutual Coupling Among Minimum-Scattering Antennas. IEEE Trans. on AP. Vol AP18, no.2, March 1970, pp. 204-216.
- [3] I.J. Gupta, A.A. Ksienski. Effect of Mutual Coupling on the Performance of Adaptive Arrays, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-31, No 5 September 1983, pp. 785-791.
- [4] H. Steiskal and J.S. Herd Mutual Coupling Compensation in Small Array Antennas, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-38 No. 12, December 1990, pp. 1971-1975
- [5] D. Segovia-Vargas, R. Martín-Cuerdo, M. Sierra-Pérez, Mutual Coupling Effects Correction in Microstrip Arrays for Direction of Arrival (DOA) Estimation, IEE Proceedings on Microwave, Antennas and Propagation. 18th January 2002.
- [6] D.M. Pozar. Finite phased array of rectangular microstrip patches. IEEE Trans. on Antennas and propagation, Vol. AP-34, num. 5, May 86, pp. 658-665.
- [7] M. Sierra-Pérez, D. Segovia-Vargas, M. Sierra-Castañer, O. Moreno. Array Antenas Coupling Model for Multimode radiators. Proceedings of JINA, 2002. Nice, november, 2002.
- [8] J.L. Masa, M. Sierra Pérez. Coupling Compensation in a Microstrip Patch Array. Proceedings of JINA, 2002. Nice, november, 2002.