

# Análisis del Comportamiento de Membranas Semitransparentes Frente a Incidencia Oblicua de Haces Gaussianos con Modos Superiores

Fernando Martín Jiménez, Jesús Martín Pintado  
Instituto de Estructura de la Materia.  
Departamento de Astrofísica Molecular e Infrarrojo  
C.S.I.C.

[fernando@damir.iem.csic.es](mailto:fernando@damir.iem.csic.es)  
[martin@damir.iem.csic.es](mailto:martin@damir.iem.csic.es)

Manuel Sierra Castañer, Leandro De Haro y Ariet  
Grupo de Radiación, Departamento de Señales,  
Sistemas y Radiocomunicaciones  
U.P.M.

[m.sierra.castaner@qr.ssr.upm.es](mailto:m.sierra.castaner@qr.ssr.upm.es)  
[leandro@qr.ssr.upm.es](mailto:leandro@qr.ssr.upm.es)

**Abstract-** There are two main possibilities that are being considered for the ALMA calibration system. The first one consists in a polarizing grid used as beam splitter. The second one consists in a semitransparent vane, a more feasible system but less accurate, which is now under test. This paper introduces an analysis of this kind of devices with the intention of advancing into the knowledge of the vane features and improving its accuracy in this manner. Therefore, a study about its response to oblique incidence is developed. Together with a beam mode expansion into gaussian higher order modes over the fields that impinge on the foam, observing its behaviour in contrast with fundamental mode analysis, taking into account the finite dimensions of the foam. By last, a study about effects of the incidence angle into power transmitted by the foam is presented.

## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad dos son las alternativas principales que se manejan a la hora de realizar el sistema de calibración del proyecto ALMA. La primera, consistente en utilizar una rejilla de polarización como combinador de potencia, parece que puede satisfacer las expectativas de precisión establecidas (1%) pero tiene como desventaja la dificultad de su implementación. La segunda consiste en el uso de una membrana semitransparente o foam como combinador, y presenta una mayor facilidad y menor coste que la anterior; pero existen dudas sobre la precisión que pueda llegar a alcanzar. En esta segunda línea se están dedicando diversos esfuerzos en torno al intento de una mejor comprensión de su funcionamiento como paso necesario a un aumento de su precisión.

En este contexto, el objeto de este trabajo es ayudar a la caracterización de la respuesta de dieléctricos en entornos similares a los del proyecto ALMA. Para ello se ha desarrollado un estudio de la respuesta de la foam ante

incidencia oblicua de haces gaussianos para diversos ángulos de incidencia y bajo diversas premisas de análisis, que incluyen como novedad análisis multimodal junto con el truncamiento del haz.

Se analizan los coeficientes de transmisión y reflexión de una foam en función del ángulo de incidencia, para a continuación simular la respuesta de la foam ante la incidencia de dos campos descompuestos en modos gaussianos, observando las diferencias entre utilizar sólo modo fundamental o incluir modos superiores; así como el efecto de truncamiento del haz provocado por la finitud de la foam. Por último, se realiza un estudio del comportamiento del sistema ante variaciones del ángulo de inclinación de la foam.

## II. TEORÍA DE EXPANSIÓN MODAL GAUSSIANA

La expansión del campo producido por una bocina cónica corrugada, como las que utilizaremos, fue presentada por [1]. Establece que dicho campo se puede expandir del siguiente modo:

$$E(r, z) = \sum_{p=0}^{\infty} A_p \left( \frac{2}{\pi w^2} \right)^{0.5} L_{0,p} \left[ \frac{2r^2}{w^2} \right] \exp \left( -j \left( \frac{k_0 r^2}{2q(z)} \right) + \phi_p(z) \right) \exp(jk_0 z) \quad (1)$$

donde  $r$  es la distancia perpendicular al eje de propagación  $z$ ,  $q(z)$  y  $\phi(z)$  son parámetros de haz,  $L_{0,p}$  los polinomios de Laguerre de orden  $0p$ , y  $A_{0,p}$  es el coeficiente del modo de ese mismo orden; modos simétricos que dada la simetría del campo radiado son suficientes para su descomposición.

Cuando un haz de estas características pasa a través de una apertura circular sufre un truncamiento; que, según se recoge en [1], se traduce en que los nuevos coeficientes de los modos pasan a estar dados por  $B_m$ , (2); donde  $x_t$  es la relación entre el radio de la apertura y el beam radius del haz en ese punto  $\omega(z)$ ,  $R(z)$  es el radio de curvatura del haz en

ese punto,  $Top$  es el número de modos de la expansión y  $z_0$  es la posición de la apertura respecto al beam waist.

$$I_{mn} = \int_0^{2x_i^2} L_{0m}(x) * L_{0n}(x) * e^{-x} dx$$

$$S_{mn} = I_{mn} * \exp\left(2j * (n - m) * \tan^{-1}\left(\frac{\pi * \varpi(z_0)}{\lambda * R(z_0)}\right)\right)$$

$$B_m = \sum_{n=0}^{Top} A_n * S_{mn} \quad (2)$$

### III. TEORÍA DE INCIDENCIA OBLICUA EN MEDIOS DIELECTRICOS

Haciendo uso de la teoría de incidencia oblicua de ondas planas sobre medios dieléctricos podemos estudiar como se comporta un foam ante la presencia de haces gaussianos. Partiendo de lo presentado en [3] con ligeras modificaciones, se ha analizado mediante un proceso recursivo problemas de este tipo. El resultado es la obtención de dos coeficientes de transmisión y dos de reflexión, cada uno correspondiente a la polarización paralela o perpendicular al plano de incidencia de la onda, definido por el plano de la superficie y el de la onda. Con este proceso se puede llegar a una caracterización matricial de la foam que permite junto con el truncamiento una resolución del problema basada en producto de matrices, además de incluir en el proceso de calibrado más elementos en serie con la foam para aumentar su precisión (como otras foam o rejillas[4])

### IV. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DE UNA FOAM IDEAL ANTE INCIDENCIA OBLICUA

Asumamos una foam con  $\epsilon_r=1.21$  ( $\eta_r=0.909$ ), con pérdidas despreciables y un espesor de 45 mm, datos parecidos a los de foams que van a ser medidas en el contexto del proyecto ALMA. La figura 1 muestra los coeficientes de transmisión y reflexión de dicha foam en función del ángulo de incidencia; mientras que la figura 2 muestra un detalle de las pérdidas de transmisión asociadas.

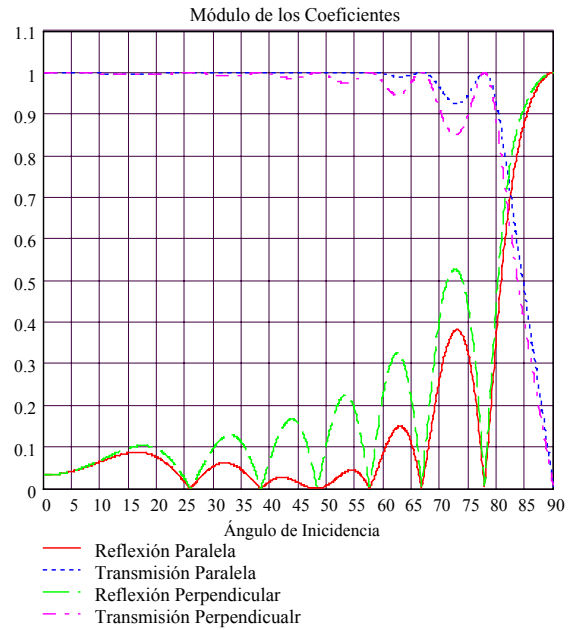


Fig. 1. Coeficientes de transmisión y Reflexión.

De lo que se recoge en la figura 2 se puede colegir como la variación de las pérdidas presenta una variación con el ángulo distinta a una que obedeciera sólo al espesor recorrido en la foam por la onda. Si bien en el caso ideal, esta variación es casi inapreciable, en el caso real de una foam con pérdidas esta variación sería mucho mayor en términos absolutos, por lo que debe ser tenida en cuenta a la hora de realizar y explicar las medidas de transmisión de las foam a emplear en el proyecto.

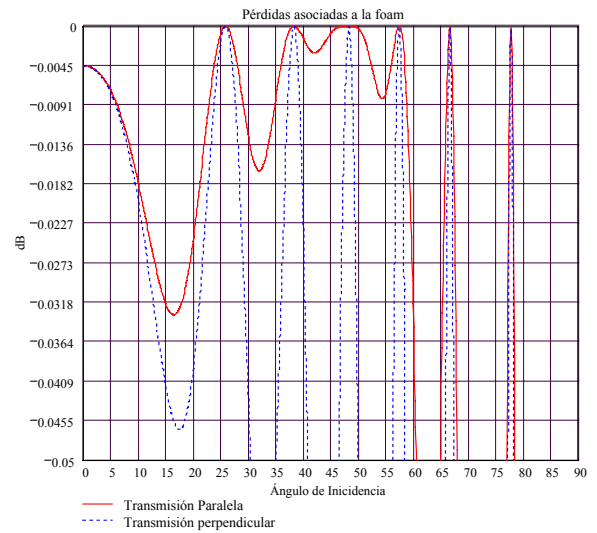


Fig. 2. Pérdidas de transmisión

### V. ANÁLISIS DE UN FOAM IDEAL FINITO

Situemos la foam anterior en un sistema como el recogido en la figura 3, donde inciden sobre ella dos haces gaussianos emitidos por sendas bocinas cónicas corrugadas de iguales características, recogidas junto con otras de ubicación de la foam en la Tabla 1. A una distancia de esa foam se pone un medidor que calcula que campo hay en ese punto como resultado de las potencias de entrada.

Frecuencia	33 GHz
------------	--------

Radio de la boca	13.83 mm
Longitud lateral	32.438 mm
Ángulo de abocinamiento	23,1°
Beta (error de fase en la apertura)	2,04
Polarización	Lineal y paralela al plano de incidencia
Distancia confocal ( $z_c$ )	16 mm
Beam waist ( $\omega_0$ )	6.8 mm
Distancia waist-foam	$6 * z_c$
Beam radius en $6 * z_c$	35.72 mm
Ángulo de inclinación de la foam	45°
Punto de cálculo	$3 * z_c$ desde la foam
Grosor lámina	45 mm

Tabla 1. Características de las bocinas cónicas corrugadas simuladas.

Con estos datos, se obtienen los coeficientes de reflexión y transmisión que, para un ángulo de incidencia de 45°, se recogen en módulo en la Tabla 2; verificándose que la suma de los módulos al cuadrado de los coeficientes de polarización paralela y los de perpendicular es 1, resultado esperado en ausencia de pérdidas.

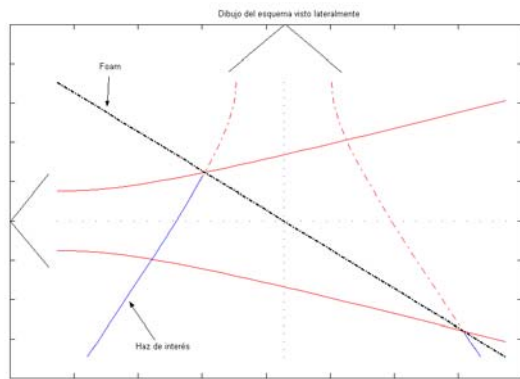


Fig.3. Esquema de simulación.

Como primer paso del análisis, nos centraremos en lo que le ocurre al haz al incidir sobre la foam. En este estudio es importante decidir el número de modos superiores que utilizamos. Otro aspecto importante es el de la finitud de la lámina. Para ver como afecta ambos hechos, la Figura 4 muestra los haces transmitidos y reflejados por la foam ante una entrada correspondiente a una de las dos bocinas. Se recoge la comparativa con el caso de sólo considerar modo fundamental en el análisis de los resultados. También se puede observar la diferencia entre una foam infinita y una foam finita, en este caso de 1.2 veces el beam radius en la perpendicular de la lámina proyectado sobre la propia lámina (121.2mm).

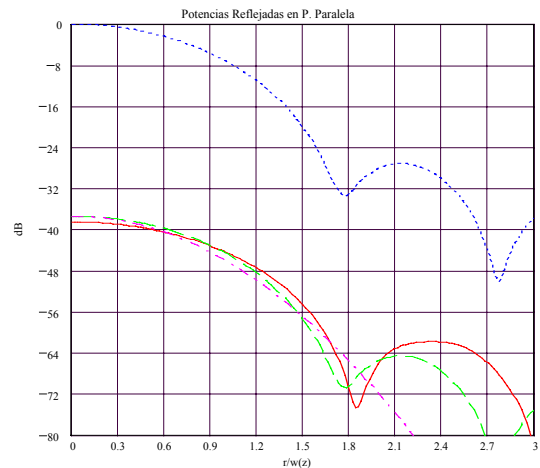
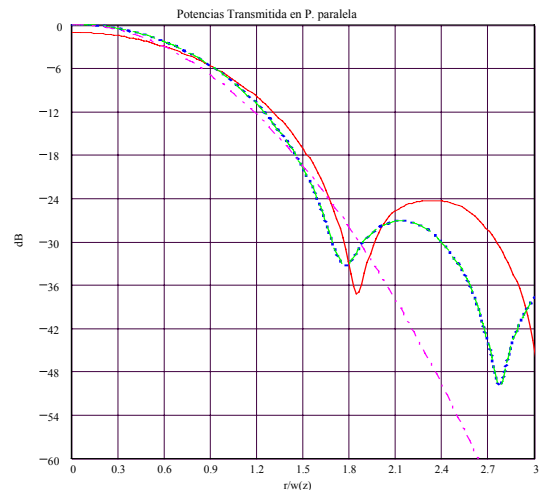


Fig. 4 Campos transmitidos y reflejados por la foam en polarización paralela. Punteado el campo que obtendríamos sin foam, en continuo con foam expandido en 20 modos gaussianos en punto-rama ese mismo campo con modo fundamental sólo y en rayado el campo resultante de truncar el haz.

Transmisión polarización paralela	0.99991
Transmisión polarización perpendicular	0.9882
Reflexión polarización paralela	0.013
Reflexión polarización perpendicular	0.1531

Tabla 2. Módulo de los coeficientes de transmisión y reflexión

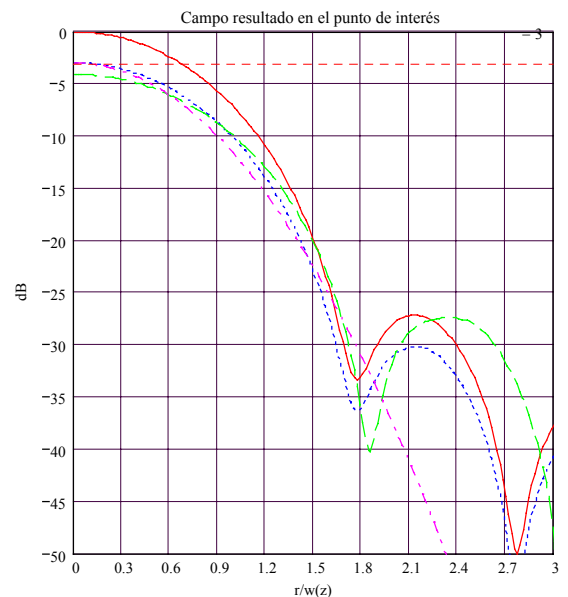


Fig. 5 Campos resultado en el punto de medida. En continuo el campo que obtendríamos sin foam expandido en 20 modos, punteado con foam expandido en 20 modos, en punto-rama ese mismo campo con modo fundamental sólo y en rayado el campo resultante de truncar el haz.

La Figura 5 recoge los campos a la salida normalizados a la potencia total de entrada. Si nos centramos en el campo con lámina infinita, veremos que el resultado es que se obtiene la mitad de la potencia de entrada, lo que concuerda con lo esperado para el caso sin pérdidas. Además, se puede observar el efecto de utilizar tan sólo un modo frente a una expansión con modos superiores, que redundaría en error claro al estimar la potencia que tenemos, ya en el lóbulo principal, pero sobre todo en el secundario. El efecto del truncamiento también es apreciable, la potencia del lóbulo principal disminuye y se ensancha, el lóbulo secundario se desplaza a la derecha y presenta una mayor potencia que en el caso infinito.

## VI. ANÁLISIS DE LA POTENCIA TRANSMITIDA EN FUNCIÓN DEL ÁNGULO DE INCIDENCIA

Para finalizar el estudio de la foam, se ha realizado un análisis para observar el efecto del ángulo de incidencia sobre el nivel de campo obtenido a un determinado valor de corte del haz. Para ello se ha hecho pasar el haz de una de las dos bocinas por la foam y observado la parte transmitida de dicho haz a una distancia de 3 veces  $z_c$ , a una distancia de 1.2 y 1.8 (mínimo del lóbulo principal) el beam radius de ese punto. Las figuras 6 y 7 recogen los resultados obtenidos considerando foam infinita con (análisis multimodo y monomodo) y foam finita como la del apartado anterior.

De ambas gráficas se observa que el ángulo de incidencia influye poco en el nivel de potencia hasta 60 grados, punto a partir del cual la caída se hace muy pronunciada. Cabe señalar que estamos trabajando sin pérdidas, por lo que el rizado existente hasta  $60^\circ$  se hará mucho más patente cuando estas aparezcan.

El hecho de truncar el haz por la foam no afecta más allá de un offset de potencia, mucho más marcado en el caso del mínimo del lóbulo principal por las razones antes expuestas.

Por último resaltar la diferencia entre usar modo fundamental sólo en el análisis o introducir también modos superiores, y que se refleja para un corte en algo parecido al efecto del truncamiento, esto es un aumento o disminución de potencia respecto al caso de expansión modal superior.

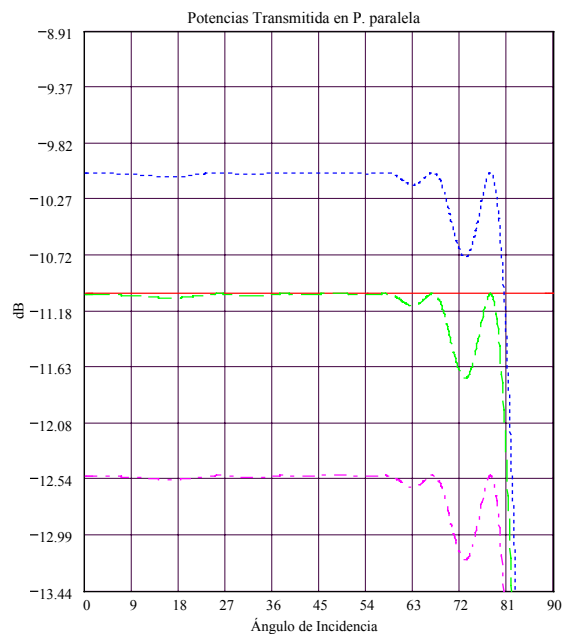


Fig. 6 Niveles de potencias para un corte del haz a 1.2 veces el beam radius. En continuo el campo que obtendríamos sin foam expandido modos, en rayado con foam expandido en 20 modos, en punto-rama ese mismo campo con modo fundamental sólo y en punteado el campo resultante de truncar el haz.

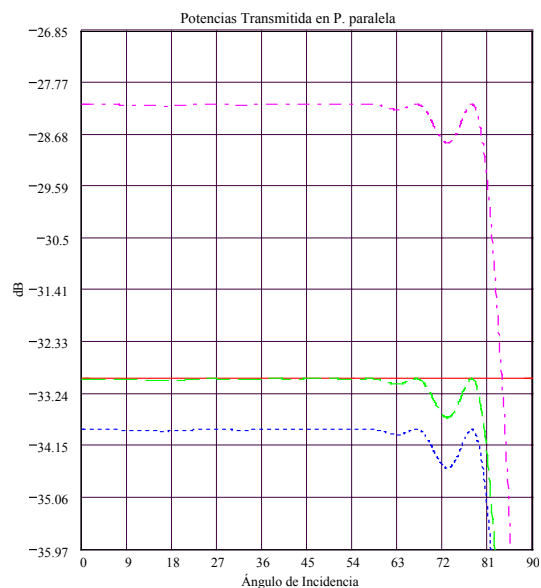


Fig. 7 Niveles de potencias para un corte del haz a 1.8 veces el beam radius (nivel aproximado del primer nulo). En continuo el campo que obtendríamos sin foam expandido modos, en rayado con foam expandido en 20 modos, en punto-rama ese mismo campo con modo fundamental sólo y en punteado el campo resultante de truncar el haz.

## VII. CONCLUSIONES

Las dudas sobre la precisión que el uso de un sistema de calibración para ALMA basado en foam necesitan de un estudio detallado a nivel teórico y de medidas que abunde en las líneas ya iniciadas. Se ha presentado la variación teórica esperable para las pérdidas de transmisión de una foam. En un intento de perseverar en esas líneas.

Se ha expuesto el efecto del ángulo teórico de una incidencia oblicua sobre la foam de dos haces gaussianos como los que aparecerían en un receptor ALMA, provenientes de dos cargas cuales fueran, en el proceso de calibrado.

Se ha observado la importancia del uso de modos superiores en la BME, pues el modo fundamental, aun aportando la mayor parte de potencia, es incapaz de asumir los lóbulos secundarios, por lo que en sus cercanías la aproximación falla considerablemente. Por lo tanto el uso de expansiones en modo fundamental queda muy limitada al caso en el que la relación  $r/w(z)$  del punto donde se mida esté dentro del lóbulo principal.

Además se ha observado la importancia de la dimensión del material a la hora de trincar los haces que le llegan, presentando un ensanchamiento de los lóbulos unido a un descenso del lóbulo principal.

#### AGRADECIMIENTOS

Este proyecto ha sido financiado por el Ministerio español de Ciencia y Tecnología bajo el proyecto AYA 2002-10113-E "Diseño y estudio de viabilidad de la contribución española (en especie) a la construcción del "Atacama Large Millimeter Array" (ALMA)"

#### REFERENCIAS

- [1] Wilde, J. R. 1984, "Millimetre-wave Gaussian beam-mode optics and corrugated feed horns", IEEE Proc. Antennas and Propagation, Vol. 131, nº4.
- [2] J. Anthony Murphy, Stafford Withington, Aidan Egan; "Mode Conversion at Diffracting Apertures in Millimeter and Submillimeter WAVE optical Systems"; IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 41, N 10, Octubre 1993
- [3] C.A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics", U.S.A.; Wiley, 1989
- [4] M. Houde, Polarizing grids, their assemblies, and beams of radiation", of the Astronomical Society of the Pacific, USA, 2001