# USO DE CIRCUITOS EQUIVALENTES Y TEORÍA DE FILTROS PARA EL DISEÑO DE SUPERFICIES SELECTIVAS EN FRECUENCIA

Juan E. Page jep@etc.upm.es Dpto de Electromagnetismo y Teoría de Circuitos. Universidad Politécnica de Madrid. Avda. Complutense 30 28040 Madrid

(FSS) Abstract-Frequency selective surfaces and reflect/trasmitarrays are mostly designed on the basis ot optimization using an electromagnetic simulator. That is a time consuming method and some decisions have to be taken using simply intuition. The use of equivalent circuits of the scatterers selected for the design allows the substitution of the intuition and most part of the optimization process by the application of the classic rules of filter design. This communication presents all the steps necessary to obtain the equivalent circuit of different square scatterers in a periodic lattice and to implement the desired FSS frequency behaviour calculating the number of layers and the dimensions of the periodic cells. Several examples are included to evaluate the results.

## I. INTRODUCCIÓN

Los elementos difractores que configuran las superficies selectivas en frecuencia (en adelante FSS), incluyendo en tal denominación los reflectarrays y trasmitarrays, se pueden modelar mediante circuitos equivalentes, lo que permite aplicar al diseño de tales superficies las estrategias clásicas de síntesis de filtros. En la presente comunicación se consideran algunos de estos elementos, se obtiene su circuito equivalente y se utiliza para realizar un pre-diseño típico. En ningún caso se ha pretendido el cumplimiento estricto de unas especificaciones, por lo que no se ha utilizado ninguna estrategia de optimización posterior de los prediseños obtenidos, etapa esta inevitable en la práctica. Pero observando los resultados es obvio deducir que este tipo de estrategia implica un ahorro muy importante de esfuerzo computacional.

### II. CIRCUITO EQUIVALENTE Y ELEMENTOS BÁSICOS

El funcionamiento de una FSS se basa en la acción cooperativa de la difracción individual que sobre una onda introduce una agrupación periódica de elementos difractores. El conjunto puede ser de elementos idénticos, como es en el caso de lo que mas tradicionalmente se han denominado FSS, o diferentes, como en el caso de los reflectarrays y transmitarrays. Dado que el análisis de estos últimos se realiza habitualmente con la aproximación de periodicidad local puede considerarse que su tratamiento no es formalmente distinto del dado a las FSS y por tanto incorporarlos bajo tal denominación.

En este análisis consideraremos tres premisas básicas: que los elementos difractores son conductores (que aproximaremos como perfectos), que su geometría predominante es bi-dimensional y que la onda incidente es plana, linealmente polarizada e incide en dirección normal al plano que contiene al elemento.

Si se desprecia el espesor del elemento nos encontramos ante un caso de discontinuidad en plano transversal al de propagación y por tanto su circuito equivalente es una reactancia situada en paralelo en una línea de transmisión con impedancia igual a la intrínseca del espacio libre ( $120\pi\Omega$ ). Pero en la práctica el elemento se realiza mediante fotograbado y ha de estar soportado por una lámina dieléctrica, teniendo además un espesor finito. Por ello es mas realista utilizar una geometría en la que un sustrato dieléctrico, que supondremos sin pérdidas, permitividad  $\varepsilon$  y espesor h soporta un elemento conductor de espesor  $\delta$ .

Una geometría de este tipo se modela [1] con una reactancia paralelo y un par de líneas de trasmisión, una en el lado del vacío, con impedancia característica igual a la intrínseca de éste, y otra en el lado del sustrato, con impedancia igual a la intrínseca del medio de permitivdad  $\varepsilon$ (Fig.1). Seleccionando adecuadamente los valores de la reactancia y las dos longitudes de línea es posible representar el comportamiento en reflexión y transmisión del elemento, cuyos parámetros S han de obtenerse mediante simulación.



Fig. 1. Celda periódica y su circuito equivalente.

Un posterior análisis de polos y ceros de la reactancia (o susceptancia) permitirá, en su caso, encontrar un conjunto de elementos concentrados que la representen en un margen finito de frecuencias.

Consideremos un parche cuadrado como elemento constituyente de una estructura periódica bidimensional de periodo P, también cuadrado. iluminado en dirección normal por una onda plana linealmente polarizada con el campo eléctrico paralelo a dos de los lados del parche. Haciendo uso de CST (en nuestro caso se ha utilizado un solo armónico de Floquet en el cálculo) se han obtenido los parámetros S de la estructura, que denominaremos (S<sup>s</sup>), habiéndose situado los planos de referencia sobre las caras exteriores del elemento y el sustrato respectivamente. A partir de ellos se pueden obtener los parámetros de transmisión (T<sup>s</sup>) y de éstos las longitudes de las líneas de entrada y salida que conducen a un circuito formado por una reactancia en paralelo, obligando al cumplimiento de la relación

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ jB & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\varepsilon 0} & j\eta_0 \sin\theta_{\varepsilon 0} \\ \frac{j}{\eta_0} \sin\theta_{\varepsilon 0} & \cos\theta_{\varepsilon 0} \end{pmatrix}^{-1} \left(T^s\right) \begin{pmatrix} \cos\theta_{\varepsilon} & j\eta \sin\theta_{\varepsilon} \\ \frac{j}{\eta} \sin\theta_{\varepsilon} & \cos\theta_{\varepsilon} \end{pmatrix}^{-1}$$

que constituye un conjunto de tres ecuaciones con tres incógnitas.

Como ejemplo consideremos el caso de un sistema constituido por parches cuadrados de 10µm de espesor grabados sobre DiClad ( $\varepsilon_r = 2,17$ ) de 127µm de espesor. Se ha obtenido el circuito equivalente en función del lado del parche, normalizado al periodo, para valores de 0.1 a 0.95 utilizando un modelo resonante serie, concluyéndose que, en la banda de frecuencias considerada (1 a 30GHz) el parche es predominantemente capacitivo (la primera resonancia se produce por encima de 70GHz), lo que le hace adecuado para diseños paso-bajo. En cuanto a las longitudes de línea que completan el circuito equivalente puede considerarse sin error apreciable que la del lado del aire es despreciable (algunas micras) mientras que la del lado del sustrato coincide con muy buena aproximación con el espesor del mismo. En la Fig. 2 se muestra la variación de la capacidad para dos periodos distintos: 3.15mm ( $\lambda$ /5 a 19GHz) y 3,95mm ( $\lambda$ /4 a 19GHz)



Fig. 2. Capacidad equivalente del parche cuadrado.

De forma natural se deduce que la apertura, complementaria del parche, tendrá comportamiento inductivo, lo que permitirá diseñar estructuras paso-alto. Un proceso análogo conduce a los valores de la inductancia, que se muestran en la Fig. 3 y a conclusiones idénticas a las obtenidas para el parche en relación con las líneas que completan el circuito.



Fig. 3. Inductancia equivalente de la apertura cuadrada.

### III. EJEMPLOS DE DISEÑO

Puesto que se dispone de los elementos reactivos necesarios es posible ya realizar diseños de estructuras multicapa con respuesta en frecuencia predefinida. Como es habitual en alta frecuencia las topologías están restringidas por la tecnología, que, en este caso, solo permite la conexión todo-paralelo, con las limitaciones que ello conlleva. La secuencia de diseño es entonces: prototipo paso-bajo, conversión, en su caso a paso alto, desnormalización y conversión a todo paralelo mediante inversores en  $\lambda/4$ .

Consideremos primero un diseño paso-bajo con el objetivo de que proporcione una respuesta equi-rizado de 0.2dB hasta una frecuencia de 20GHz y una atenuación de 25dB a 35GHz. El prototipo paso bajo [2] resulta ser de orden 5, simétrico, y las capacidades necesarias para una implementación todo-paralelo tienen valores  $C_1=28.27$ fF,  $C_2=28.22$ fF y  $C_3=45.72$ fF.

Mediante interpolación (en nuestro caso se han usado splines) se pueden obtener los valores de los lados de cada parche necesarios para sintetizar las capacidades requeridas, que resultan ser, para el caso de periodo 3,15mm,  $l_1=2,6mm$ ,  $l_2=2,6mm$  y  $l_3=2,85mm$ . Para el diseño se han supuesto separadores de aire de  $\lambda/4$  a la frecuencia de corte, corregidos en el espesor del sustrato dieléctrico (separación de 3,62mm), y la respuesta de la estructura periódica completa, comparada con la circuital, se da en la Fig.4.

Para el diseño paso-alto se ha elegido un rizado de 0.2dB desde 20GHz con una atenuación de 25dB a 12GHz. De nuevo el orden es cinco con inductancias en paralelo de valores  $L_1$ =2.24nH,  $L_2$ =2.24nH y  $L_3$ =1.38nH. Puesto que se requieren valores altos de inductancia conviene usar como periodo el valor de 3,95mm, para el que los lados de apertura correspondientes a las inductancias del diseño son  $l_1$ =3,87mm,  $l_2$ =3,87mm y  $l_3$ =3,96mm. Los resultados obtenidos se dan en la Fig.5.



Fig. 4. Estructura paso-bajo y respuesta.





Fig. 5. Estructura paso-alto y respuesta.

### IV. ELEMENTOS PARA EL DISEÑO PASO-BANDA Y BANDA ELIMINADA

Como se ha visto, los parches y aperturas tienen sus primeras resonancias a frecuencias muy elevadas, dado que su tamaño máximo está limitado por el periodo de la estructura. Esto impide diseñar con ellos respuestas paso-bajo o pasoalto. Se requiere por tanto algún tipo de elemento que permita un control independiente de la inductancia y la capacidad, es decir con dos grados de libertad geométricos. Para ello basta considerar el anillo y su dual, la ranura, que se muestran en la Fig. 6.



Fig. 6. Anillo y ranura.

Se han analizado estas dos geometrías para el caso de periodo 3,95mm, parametrizando sus dimensiones en función de la separación entre los bordes exteriores de los lados de elementos contiguos y la anchura del anillo o slot, normalizados siempre al periodo. Se han usado cien muestras, diez para cada dimensión entre 0,03 y 0,3 y obtenido los valores de los elementos del circuito equivalente (resonador serie para el anillo y resonador paralelo para la ranura) junto con los correspondientes tramos de línea. En la Fig. 7 se presentan los valores de las frecuencias de resonancia e impedancias nominales ( $\sqrt{L/C}$ ) obtenidos para el caso del anillo. Si se desea una cierta frecuencia de resonancia es posible obtenerla con muchos parejas de valores L-C sin mas que elegir adecuadamente la geometría.

Análogo proceso se ha seguido para el caso de la ranura, obteniéndose el mapa de la Fig.8



Fig. 7. Mapa de frecuencias de resonancia (--).e impedancias nominales (--) para el anillo. Las flechas señalan el sentido creciente.



Fig. 8. Mapa de frecuencias de resonancia (--).e impedancias propias (--) para la ranura. Las flechas señalan el sentido creciente.

En cuanto a las líneas de transmisión que completan el circuito aplican exactamente los mismos resultados obtenidos para el parche y la apertura.

Disponiendo de estos nuevos elementos es posible realizar nuevos diseños basados en circuitos equivalentes. Consideremos por ejemplo el caso de la estructura paso-bajo del apartado anterior. Es posible introducir de forma muy simple un cero de transmisión si se sustituye, por ejemplo, el condensador central por un circuito resonante serie de forma que su frecuencia de resonancia sea aquella a la que desea obtenerse el cero ( $f_0$ ) y la nueva capacidad cumpla

$$C = C_3 \left[ 1 - \left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2 \right]$$

de manera que la reactancia a la frecuencia de corte  $f_c$  se conserve. Tomando  $f_0=33$ GHz los valores obtenidos son C=26,19 fF y L=0,89nH. Podemos sintetizar los condensadores mediante parches y el resonador mediante un anillo y obtener las dimensiones siguientes (se ha usado en este caso el periodo 3.95mm)  $l_1=l_2=3,14$ mm,  $l_{3int}=2,39$ mm y  $l_{3ext}=3,09$ mm. El sistema así diseñado se ha simulado, obteniéndose los resultados de la Fig. 9, en la que la respuesta se compara con la que tendría el filtro paso-bajo original.

### V. CONCLUSIONES

El uso de circuitos equivalentes facilita el prediseño de superficies selectivas en frecuencia y reflect/trasmitarrays y disminuye sensiblemente el tiempo de optimización. Aunque se han usado difractores de geometría cuadrada la estrategia de prediseño puede utilizarse para cualquier tipo de elemento. Cuantos más grados de libertad geométricos tenga éste, mayor será el margen de valores de los elementos constitutivos del circuito equivalente, ampliando así el número de diseños realizables.







Fig. 9. Estructura paso-bajo modificada y respuesta.

#### VI. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación, proyectos TEC2010–17567, CONSOLIDER–INGENIO CSD2008–00068 (TERASENSE) y TEC2013-43345-P.

#### REFERENCIAS

- C.G. Montgomery et al. *Principles of Microwave Circuits* McGraw-Hill 1948 p. 106.
- [2] D.M. Pozar Microwave Engineering John Wiley 2012.