

# DEFLEXIONES TRANSVERSALES DE RADIACION LUMINOSA EN ESTRUCTURAS PRISMATICAS DE CRISTAL LIQUIDO

M.A. Muriel y J.A. Martín Pereda

Departamento de Tecnología Electrónica y  
Electrónica Cuántica  
E.T.S. de Ingenieros de Telecomunicación  
Ciudad Universitaria. Madrid.

ABSTRACT.- A novel structure, based on a wedge shaped configuration, is presented. This structure, previously used in one of his forms for refraction index measurements is analysed in this paper. The results obtained give the possibility of his use in electro and magneto-optical modulation and deflection.

## INTRODUCCION

En el presente artículo se realiza un estudio en profundidad del comportamiento de estructuras con configuración prismática y cristal líquido nemático en su interior. El comportamiento estudiado aquí, se refiere exclusivamente al del paso de una radiación luminosa a su través, teniendo en cuenta las diferentes configuraciones moleculares que el cristal líquido puede adoptar, así como las polarizaciones de la radiación incidente.

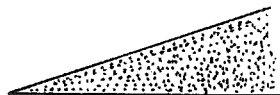
El desarrollo presentado se basa exclusivamente en el empleo de métodos de Óptica Geométrica y en particular en el Principio de Fermat para medios anisótropos, ya que el cristal líquido lo es. La justificación del empleo de dichos métodos aparece claramente expresada en los trabajos desarrollados por Granjean /1/ y Kline y Kay /2/ para dichos medios.

Este estudio presenta la innegable ventaja de, aparte de su relativa sencillez formal, de su posterior empleo en el análisis de estas estructuras como medios aptos para servir de moduladores y deflectores electro y magneto-ópticos, hecho que este puesto de manifiesto por nosotros en una serie de artículos simultáneos al presente.

## CONFIGURACIONES ADOPTADAS

Tres son las posibles estructuras que van a ser analizadas aquí. Una cuarta, la configuración torsionada, ha sido ya presen-

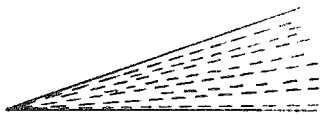
tada previamente por nosotros /3/. Estas tres configuraciones son las representadas en la Fig. 1. La configuración 1.a representa el corte transversal de la estructura adoptada, en la que las moléculas de cristal líquido presentan sus directores con una orientación paralela al vértice de la cuña. La 1.b, tiene los directores de las moléculas perpendiculares a las superficies de la cuña. Finalmente, la 1.c adopta una configuración con dichos directores perpendiculares al vértice. Estas configuraciones, como puede apreciarse, son las comunmente designadas como homogéneas ( las 1.a y 1.c) y homeotrópica ( la 1.b)



1.a Configuración homogénea paralela



1.b Configuración homeotrópica



1.c Configuración homogénea perpendicular

Fig. 1. Configuraciones empleadas.

Pasemos a analizar, en consecuencia dichas estructuras.

### ESTRUCTURA HOMOGÉNEA PARALELA

De acuerdo con la Fig. 2, y según los ejes en ella indicados, una radiación luminosa polarizada circularmente, que se propague en la dirección del eje z, y cuyo punto de incidencia diste del vértice de la cuña una distancia  $\rho_i$ , describirá en el interior de la dicha estructura una trayectoria rectilínea. La razón de ello es, simplemente, la incidencia perpendicular del rayo. La trayectoria, en coordenadas polares, es

$$\rho = \rho_i / \cos \theta \quad (1)$$

donde  $\rho$  y  $\theta$  aparecen definidos en la Fig. 2.

Una vez atravesada la estructura prismática, aparecerán dos rayos, el ordinario y el extraordinario, definidos con respecto a la dirección de incidencia, por dos ángulos cuyos valores vienen dados por

$$\alpha_0 = \text{arc sen} (n_0 \text{ sen} \alpha) - \alpha \quad (2)$$

$$\alpha_e = \text{arc sen} (n_e \text{ sen} \alpha) - \alpha \quad (3)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de la cuña,  $n_0$  el índice de refracción ordinario,  $n_e$  el extraordinario y en donde, así mismo se han despreciado los efectos posibles del vidrio que conforma la estructura.

### ESTRUCTURA HOMEOTROPICA

La configuración geométrica, muy análoga a la del caso anterior, aparece mostrada en la Fig. 3. De acuerdo con ella, se presentan dos casos netamente diferenciados, según la polarización del rayo inci-

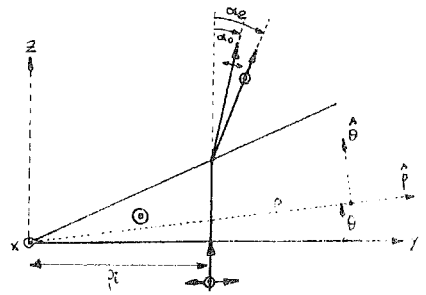


Fig. 2. Configuración homogénea paralela

dente. En el caso de una polarización según el eje x, el comportamiento es análogo al del caso anterior, esto es, como un rayo ordinario. Los resultados, en consecuencia, son los mismos y no serán repetidos aquí.

Para el caso de una polarización según el eje y, la situación es otra. Habrá de cumplirse, como es lógico, el principio de Fermat para la trayectoria del rayo, esto es

$$\delta \int n_r ds = 0 \quad (4)$$

donde  $n_r$  es el índice de refracción de rayo y  $ds$  es el elemento diferencial de la trayectoria. El primero viene dado, como ya es sabido, por

$$n_r^2 = n_e^2 \cos^2 \xi + n_0^2 \sin^2 \xi \quad (5)$$

siendo  $\xi$  el ángulo formado por el vector de Poynting con la perpendicular al director.

Llevando la expresión de  $n_r$  a (4), se obtiene

$$\delta \int n_0 \sqrt{a^2 + (\rho \dot{\theta})^2} d\rho = 0 \quad (6)$$

donde  $a$  es el cociente entre  $n_e$  y  $n_0$  y  $\dot{\theta}$  implica derivada con respecto a  $\rho$ .

Aplicando la ecuación de Euler del cálculo variacional a (6) y teniendo en cuenta que para  $\theta=0$  es  $\rho = \rho_i$  y  $\dot{\theta} = \infty$ , siendo  $\rho_i$  la distancia del punto de incidencia al vértice de la cuña, se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{\theta} = a \rho_i / (\rho \sqrt{\rho^2 - \rho_i^2}) \quad (7)$$

Esta ecuación, resuelta, conduce a

$$\rho = \rho_i / \cos(\theta/a) \quad (8)$$

Basándonos en este resultado, es posible ya obtener los valores correspondientes a los ángulos de salida de los rayos, equivalentes a los obtenidos en el caso anterior. De ellos, el ordinario, como ya se ha visto, saldrá con el mismo ángulo expresado en (2).

El correspondiente al rayo extraordinario, viene dado por

$$\alpha_e = \arcsen(n_e \sen(\alpha/a)) - \alpha \quad (9)$$

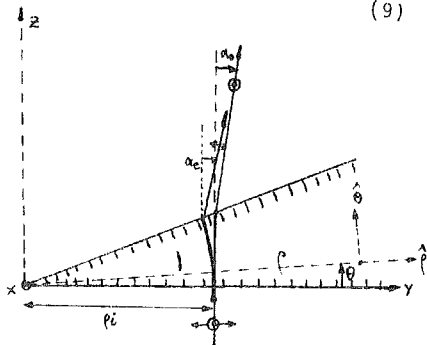


Fig. 3 Configuración homeotrópica.

#### CONFIGURACION ESTRUCTURA HOMOGENEA PERPENDICULAR

De forma análoga a lo realizado en el caso anterior, pueden obtenerse los valores correspondientes a los ángulos de salida de los rayos así como la trayectoria seguida por ellos. La configuración geométrica aparece representada en la Fig. 4. Los valores obtenidos, teniendo en cuenta que la integral correspondiente a (6) del caso anterior, es ahora:

$$\delta \int n_0 \sqrt{1 + a^2(\rho \dot{\theta})^2} d\rho = 0 \quad (10)$$

así como las mismas técnicas operacionales empleadas allí e idénticas condiciones de incidencia, conducen a la siguiente ecuación diferencial para el rayo extraordinario, esto es, el polarizado según el eje y,

$$\dot{\theta} = \rho_i / (a\rho \sqrt{\rho^2 - \rho_i^2}) \quad (11)$$

su resolución para este caso conduce a:

$$\rho = \rho_i / \cos(a\theta) \quad (12)$$

El rayo ordinario, polarizado según el eje x, seguirá una trayectoria como la expresada en (1) y su ángulo de salida será el dado por (2).

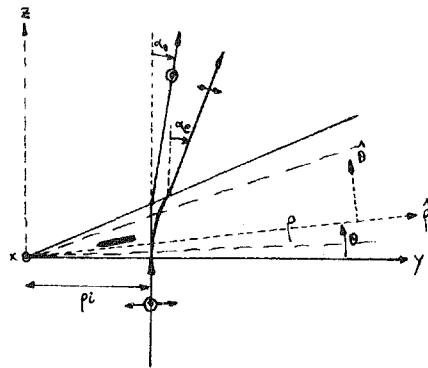


Fig. 4 Configuración Homogénea perpendicular.

Conocida la expresión de la trayectoria seguida por el rayo extraordinario, en el interior de la cuña, puede obtenerse ya el ángulo correspondiente de salida, con respecto al eje z. Su valor viene dado por:

$$\alpha_e = \arcsen(n_0 \sen(\alpha)) - \alpha \quad (13)$$

#### CONCLUSIONES

Los valores obtenidos en los anteriores apartados, permiten calcular las trayectorias de los rayos en el interior de estructuras en forma de cuña y de ellas los valores de los ángulos de salida. Este hecho es uno de los más significativos de la configuración adoptada ya que en los anteriores tipos de estructuras presentadas por otros grupos de investigación que siguen caminos análogos al nuestro, los rayos de salida aparecen coincidentes con lo que la posible relación señal/ruido, caso de ser aplicados como moduladores es muy inferior a la que se obtendría con la nuestra. Por otra parte, como ya es sabido, la posible velocidad de modulación, depende la separación entre electrodos, y en nuestro caso, al poderse trabajar en regiones próximas al vértice, estas distancias pueden reducirse a valores inferiores a las 5 micras. Por ello, con estas estructuras, como ya hemos demostrado en /3/, pueden alcanzarse velocidades de hasta 12,5 kHz para el caso de deflectores y alrededor de 25 kHz para moduladores. Siendo posible, por otra parte, modulaciones del tipo electro y mag

neto-optico con la adecuada elección del tipo de cristal líquido nemático.

Las trayectorias presentadas en el presente artículo habrán de ser, evidentemente, alteradas para el caso de existencia de campos eléctricos y magnéticos aunque una solución exacta como la presentada aquí, no podrá obtenerse en todos los casos. Ellos se debe al hecho de la fuerte dependencia de las inestabilidades electrohidrodinámicas que pueden aparecer en el caso de los cristales con anisotropía dieléctrica negativa, de acuerdo con la tensión y la frecuencia aplicada. La aparición de estructuras moleculares del tipo de los dominios de Williams o del tipo de "chevrons" entre otros, puede complicar notoriamente la solución del problema aunque se han realizado pruebas empíricas de que es posible un estudio en profundidad de los rayos de salida. Los resultados obtenidos serán publicados en breve por los autores del presente trabajo.

#### BIBLIOGRAFIA

- /1/ F. Granjean, Bull.Soc.Fr.Mine-  
ral. 42, 42 (1919).
- /2/ M. Kline y I.W. Kay-"electro-  
magnetic Theory and Geometri-  
cal Optics", Wiley, 1965.
- /3/ M.A. Muriel y J.A. Martín-Pere-  
da, 1980 European Conference  
on Optical Systems. Utrecht.  
Septiembre, 23-25, 1980.