

## RESPUESTA SISMICA DE SUELOS CON HISTERESIS Y VISCOSIDAD

Ma S. GOMEZ-LERA<sup>\*</sup>; P. GUELIN<sup>§</sup>; W.K. NOWACKY<sup>§</sup>; E. ALARCON<sup>\*</sup>

(\*) Universidad Politécnica de Madrid

(§) Institute de Mécanique de Grenoble

(§) Institute of Fundamental Technological Research,  
Warsaw.

Resumen.- Un problema importante de ingeniería sísmica es la respuesta de depósitos estratificados de suelos cuando se encuentran sometidos a la acción del terremoto. El problema puede ser directo o inverso, según se pretenda obtener el movimiento en superficie cuando el fondo es solicitado por un sismo dado o, lo que es muy común en la técnica de análisis sísmico, se pretende realizar la deconvolución de un movimiento en superficie hasta una profundidad determinada con objeto de realizar a posteriori un análisis de interacción terreno-estructura.

El problema es bien conocido así como sus dificultades relacionadas principalmente con el carácter no lineal del suelo y sus propiedades de amortiguamiento.

Un estado de la cuestión relativamente creciente puede verse en la referencia 1. Las referencias 2 y 8 introdujeron el llamado método lineal equivalente, mientras que la 3 y 5 presentan un método de las características y un método en diferencias finitas de los que este trabajo es una extensión generalizada.

### PLANTEAMIENTO

Se supone un semiespacio formado por estratos horizontales e infinitos que se encuentran apoyados sobre una base, rígida en principio, a la que se aplica (o en la que interesa conocer) el movimiento sísmico. El estudio se limita a la propagación de ondas S verticales y por ello el problema se reduce a otro monodimensional con sección transversal unidad. Esto es, el suelo se modela mediante una barra cilíndrica formada por elementos consecutivos representativos de cada uno de los estratos.

Como es sabido es muy importante modelar de forma adecuada el comportamiento del terreno a deformación tangencial ya que se observa que (ref. 6) las propiedades dinámicas del suelo dependen sobre todo de la tensión media efectiva, el índice de huecos, el grado de saturación, el número de ciclos de carga y la amplitud de la deformación. El método propuesto en 2 y 8 es el cálculo del módulo de rigidez G y del índice de amortiguamiento  $\zeta$  equivalentes en cada capa. Para ello se obtienen el módulo se-

cante y el  $\zeta$  que hacen que una probeta de suelo cargada en forma cíclica hasta un pico de deformación dado y un sistema viscoelástico lineal den la misma respuesta. El método lineal equivalente procede de la siguiente forma:

- a) Se suponen valores de  $G$  y  $\zeta$  para cada estrato.
- b) Se calcula la respuesta en régimen lineal.
- c) Se obtiene un valor ponderado de la deformación de  $\gamma$  para cada estrato.
- d) Se calculan nuevos valores de  $G$  y  $\zeta$  correspondientes a dicha deformación y se repite el análisis.

Aunque el método converge para la mayoría de los casos prácticos ello no está garantizado, especialmente en casos de estratos profundos y sacudidas fuertes. Existe además el problema de la definición de la deformación característica, que suele tomarse del orden de  $2/3$  de la máxima.

En términos cualitativos el método funciona bien aunque se observan desplazamientos de los picos y una sobreestimación de los valores máximos de la aceleración acompañada de una infravaloración de los máximos de deformación. Los trabajos 3 y 5 fueron propuestos entre otros para conseguir un método que reprodujese mejor el comportamiento no lineal. El método de cálculo en el primero es el de las características con un modelo de Ramberg-Osgood para el suelo, mientras que en el segundo se trabaja en diferencias finitas y un modelo de Masing (7) con un número finito de piezas.

En este artículo se pretende utilizar el método de las características para un medio viscoelástico en el que se incluyen además propiedades histeréticas con un modelo generalizado de Masing puesto a punto por Guélin (9).

Como es sabido, la ecuación de equilibrio dinámico en la propagación vertical de ondas S es:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

o bien:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} - \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

La ley de comportamiento del suelo se supone de la forma:

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\tau}}{G} + \mu < \phi \left( \frac{\tau}{\tau_e} - 1 \right) > \text{sign } \tau \quad (3)$$

donde  $\mu$  es un coeficiente de viscosidad y  $G$  el módulo de rigidez tangente.

Además, evidentemente:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4)$$

Las ecuaciones (2), (3) y (4) se pueden escribir en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \gamma}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & - & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \gamma}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau}{\partial t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\langle f \rangle \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

donde se ha hecho:

$$\langle f \rangle = \mu \langle \phi \left( \frac{\tau}{\tau_e} - 1 \right) \rangle \text{sign } \tau$$

para simplificar la escritura.

Como es sabido, las características del sistema:

$$\underset{\sim}{A} \frac{\partial \underset{\sim}{u}}{\partial z} + \underset{\sim}{B} \frac{\partial \underset{\sim}{u}}{\partial t} + \underset{\sim}{C} = 0 \quad (6)$$

se obtienen calculando los valores  $m$  que cumplen:

$$\underset{\sim}{\lambda}^T (\underset{\sim}{A} - m \underset{\sim}{B}) = 0 \quad (7)$$

es decir:

$$|\underset{\sim}{A} - m \underset{\sim}{B}| = 0$$

y, además, a lo largo de ellas las ecuaciones se reducen a:

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{du} + \underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{dx} &= 0 \\ \underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{du} + \underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

En el caso que nos ocupa las características se obtienen de:

$$\begin{vmatrix} -m & -1 & 0 \\ 0 & m\rho & 1 \\ -m & 0 & \frac{m}{G} \end{vmatrix} = 0$$

con soluciones:

$$m_1 = 0 \quad m_2 = C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad m_3 = -C_s = -\sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (9)$$

a cada una de las cuales corresponden los autovectores:

$$\lambda_1 = (0, 0, 1); \quad \lambda_2 = (1, \frac{1}{\rho C}, -1); \quad \lambda_3 = (1, -\frac{1}{\rho C}, -1) \quad (10)$$

que corresponden a líneas verticales la primera y a líneas inclinadas con pendientes  $\pm C_s$ .

Las ecuaciones en cada una de ellas son:

$$\begin{aligned} m = 0 & \quad d\gamma - \frac{1}{G} d\tau - \langle f \rangle dt = 0 \\ m = C_s & \quad \frac{1}{\rho C} d\tau - dv + \langle f \rangle dx = 0 \\ m = -C_s & \quad \frac{1}{\rho C} d\tau + dv + \langle f \rangle dx = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Las características  $\pm C_s$  son fijas cuando tanto  $G$  como  $\rho$  son constantes. En las hipótesis de partida se ha supuesto que  $\rho$  es constante en cada estrato y  $G$  depende del nivel de deformación  $\gamma$ . Ello implica la variación del sistema de características y el tratamiento que se indica en el apartado siguiente.

## RESOLUCION NUMERICA

Para la resolución numérica del problema anterior se utiliza el método y programa descritos en la referencia 11, con una serie de modificaciones que se pasan a comentar.

La primera labor consiste en el trazado de la malla de características adecuada a las dimensiones y características mecánicas de las piezas. El proceso es iterativo y semejante al descrito en la referencia 11 y para su fijación es preciso asignar valores adecuados al módulo de rigidez  $G$ . Se supone que el material es reblandecible de modo que  $G$  es siempre inferior al valor inicial  $G_0$ , con lo que, si a partir de un punto  $A$  del plano de -

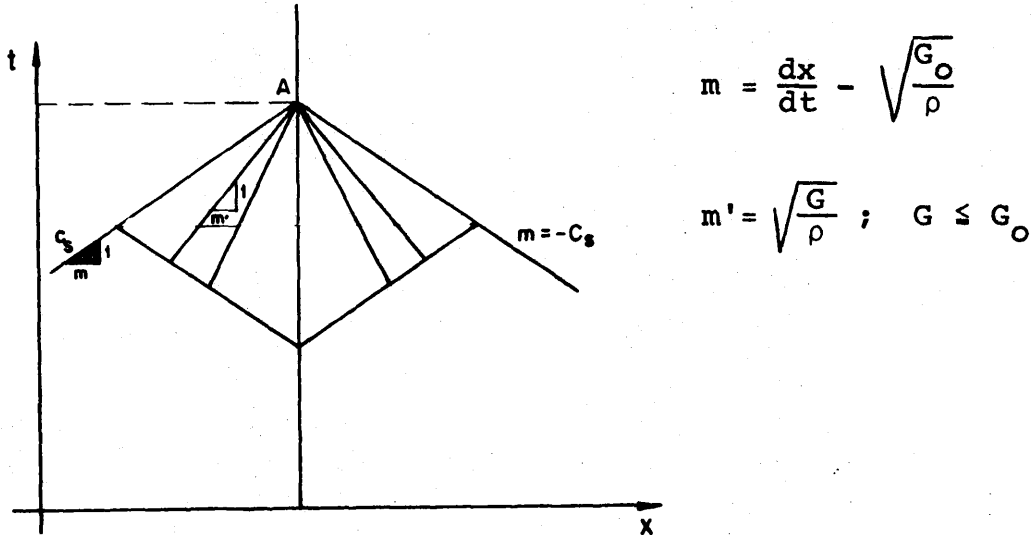


FIGURA 1

de fase correspondiente a unas coordenadas  $(x, t)$  se trazan las características correspondientes a un valor  $G < G_0$ , se obtienen líneas de mayor pendiente que las  $\frac{1}{C_s}$  y por tanto contenidas en el ángulo  $\pm C_s$ , lo que será utilizado más abajo.

La malla se fija pues con el valor  $G_0$  para cada uno de los estratos.

El cálculo se realiza ahora en forma semejante al caso de la referencia 11, esto es, se conoce para todos los puntos de la característica inicial las condiciones:

$$\tau = 0, \quad \gamma = 0, \quad v = 0$$

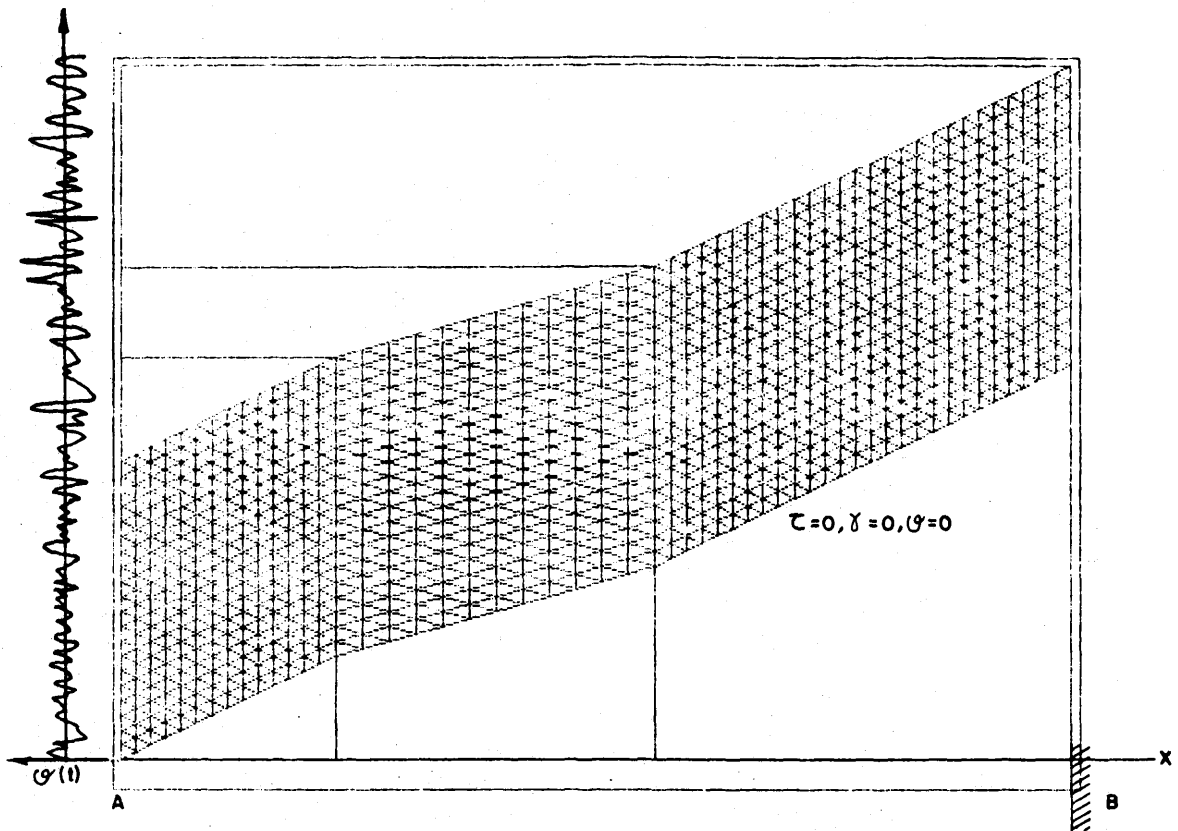
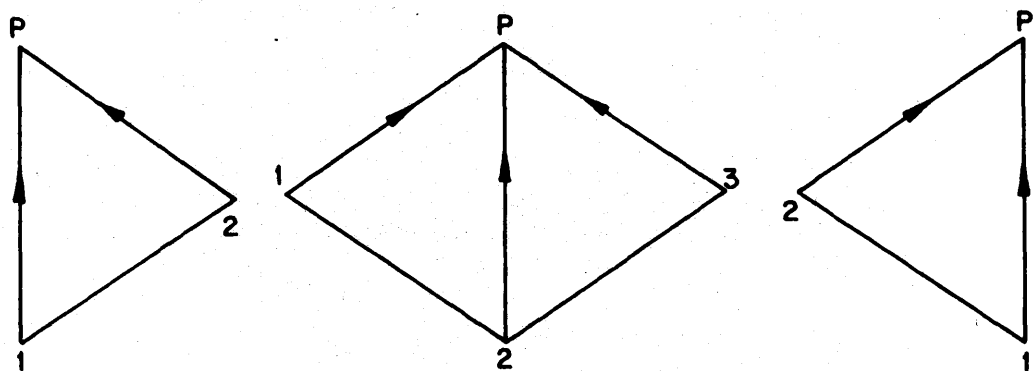


FIGURA 2

mientras que para  $x=0$  se sabe la distribución de velocidades  $v(t)$  que actúa sobre el extremo A de la columna.

De capa a capa de característica se progresa mediante el establecimiento de las ecuaciones 11 para los casos indicados en la figura 3.



(a)

(b)

(c)

FIGURA 3

El caso 3(a) corresponde a puntos situados en el extremo A de la barra. A partir de los vectores de estado  $(\tau, \gamma, v)$  en 1 y 2 se pueden establecer dos ecuaciones en diferencias basadas en las ecuaciones 11 que permiten encontrar el valor de  $\tau$  y  $\gamma$  en P, donde  $v$  es conocido como dato inicial. El caso 3(b) corresponde a una situación intermedia donde los vectores de estado se conocen en 1, 2, 3 y mediante las 3 ecuaciones 11 se obtienen los valores en P.

Estas ecuaciones deben plantearse cuidadosamente cuando la característica vertical coincide con una interfase de estrato. Finalmente el caso 3(c) corresponde al extremo B de la barra y, como puede observarse tan sólo se dispone de dos ecuaciones tipo 11: la correspondiente a la característica vertical y a la de pendiente positiva. La ecuación que falta se obtiene al imponer las condiciones de extremo libre, fijo o con cualquier otra situación.

Cada una de las etapas anteriores, sin embargo, exige un trabajo adicional. En efecto, como ya se ha dicho, el módulo  $G$  depende de la deformación tangencial e influye en la pendiente de las características, por lo que se precisa corregir en cada "diamante" los valores hasta encontrar las características congruentes con los valores finalmente obtenidos en P.

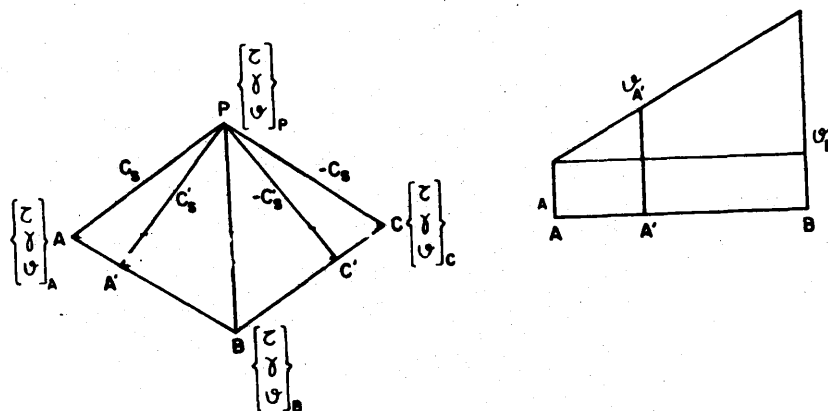


FIGURA 4

Considérese, por ejemplo, la situación de la figura 4a. En los puntos A, B, C se conoce el vector de estado y tras una primera aproximación se ha determinado el correspondiente al punto P:  $(\tau, \gamma, v)^T$ ; con el valor de  $\gamma$  se obtiene una nueva lectura de  $G$  y con ella se calcula un  $C'_s < C_s$ , por lo que las características -

adecuadas deberían ser PA' y PC'. En este momento se precisan los vectores de estado en A' y C', y ello se consigue interpolando en forma lineal. (figura 4b). Para la velocidad por ejemplo:

$$v_{A'} = v_A + \frac{AA'}{BB'} (v_B - v_A) \quad (12)$$

Con los nuevos vectores de estado en A' y C' se repite el cálculo y se prosigue de esta forma hasta obtener valores congruentes de  $\gamma_p$  y  $G_p$ .

Queda por especificar la ley  $\gamma$ -G escogida. Debido a razonamientos desarrollados en otro lugar (ref. 9) se ha seleccionado como modelo más adecuado para representar la histéresis del material un esquema de Masing generalizado descrito por un algoritmo:

$$A(W; dW_L) \rightarrow [\omega_a, \tau_{aM}, \tau_{aR}] \quad (13)$$

(en el) que para cada arco  $\alpha$  de rama  $k$  determina un escalar apoyándose en una serie memorizada de estados de inversión  $\{\sigma_{aM}^a\}$  tal que el último elemento  $\sigma_{aR}$  se utiliza como estado de referencia.

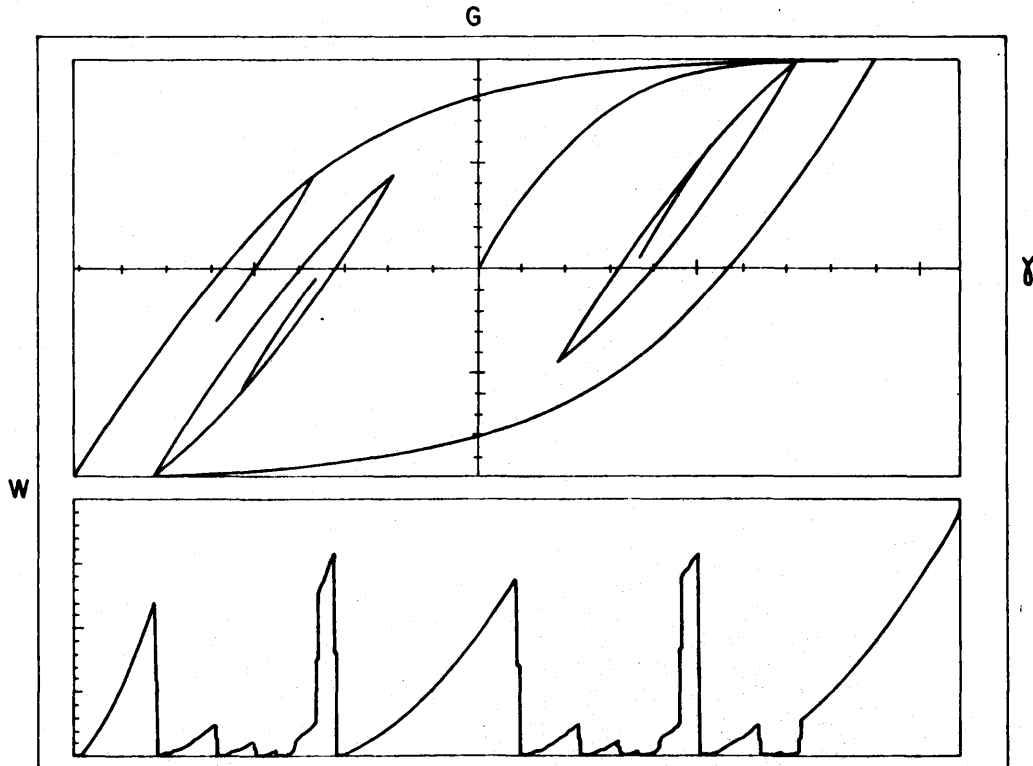


FIGURA 5



Si por ejemplo se decide escoger como línea básica la ley:

$$\tau = \tau_0 \operatorname{th} \left( \frac{2G}{\tau_0} \gamma \right) \quad (14)$$

la relación entre incrementos de tensión y deformación es:

$$\dot{\tau} = 2G \left[ 1 - \frac{(\tau - \tau_r^{k,\alpha})^2}{(\omega \tau_0)^2} \right] \quad (15)$$

donde  $\tau_0$  es el límite de plastificación y  $\omega$  vale 1 ó 2, según el tipo de ciclo. La figura 5 recoge una historia de deformación controlada.

#### EJEMPLO

La validación del procedimiento anterior se ha realizado sobre un ejemplo presentado en la referencia 5. La figura 6a recoge un perfil de terreno con tres estratos de arena limosa, arena y arcilla limosa respectivamente, así como los valores de sus módulos de compresibilidad y densidades relativas, profundidad y número de capas. La figura 6b recoge las propiedades dinámicas del suelo para cada capa, en función de la amplitud de deformación. La sollicitación de la columna de suelo es un terremoto denominado CALTECH A1 de 15 seg. de duración con una aceleración máxima del 15% g y cuyo espectro de respuesta se recoge en línea discontinua en la figura 6c. Una idea de la forma de la malla (que es en realidad de más pequeño tamaño) se encuentra en la figura 2. La figura 14c recoge en línea continua el espectro de respuesta para un índice de amortiguamiento del 5% obtenidos en la referencia 5, así como en puntos los resultados obtenidos con el método expuesto más arriba. Se observa una buena concordancia de resultados, aunque los picos se hallan algo más suavizados, lo que puede achacarse a los valores tomados para las propiedades viscosas.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el marco de un plan concertado de investigación entre la U.P.M y el Institute de Mécanique de Grenoble, patrocinado por la Dirección General de Política Científica del M.E.C. y la embajada de Francia en España.

También se agradece la ayuda de la Comisión Asesora de Investigación Científica y Técnica a través del proyecto "Seguridad de Estructuras en Centrales Nucleares", desarrollado en la Cátedra de Estructuras de la E.T.S.I.I. de la U.P.M.

PROF. m.	TIPO	MOD. COMPRES. Kg m <sup>-3</sup>	DENS. RELAT.	ESTRATO Nº	PROF. m.
----------	------	----------------------------------	--------------	------------	----------

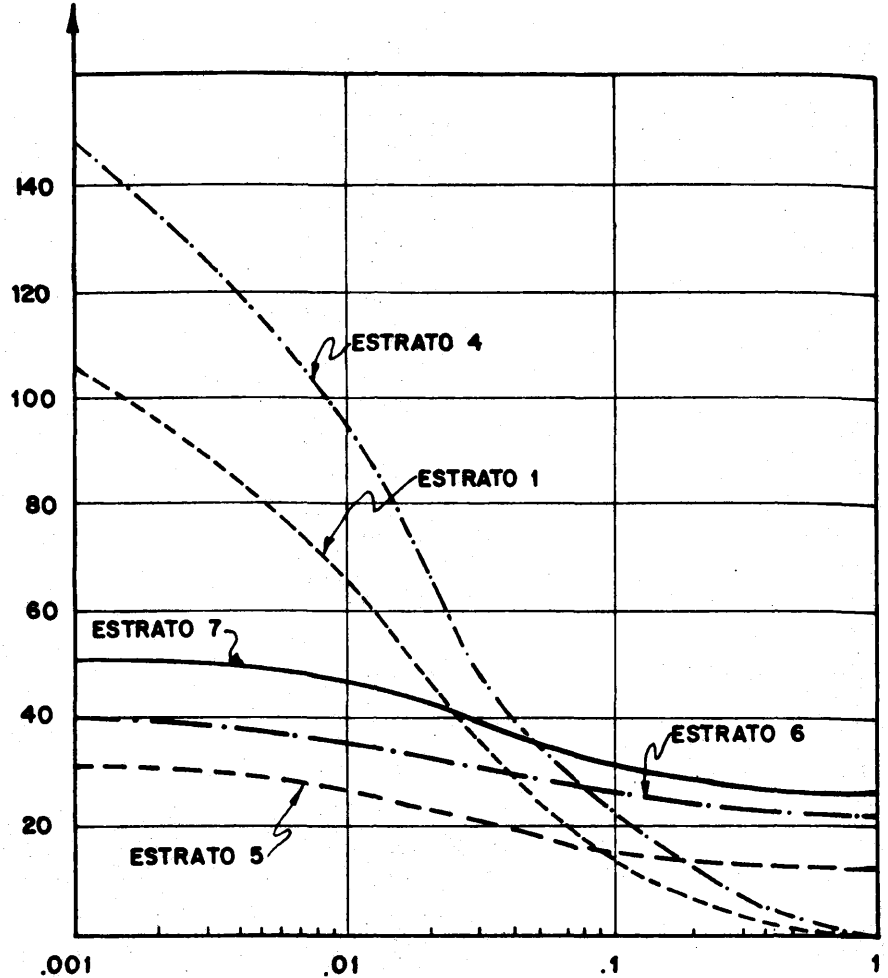
3.05	①	1922	0.9	1	3.05
24.38	②	2003	0.85	2	9.14
			0.65	4	16.76
48.77	③	1842		5	24.38
				6	32.0
				7	39.62

- ① ARENA LIMOSA
- ② ARENA
- ③ LIMO ARCILLOSO

(d)

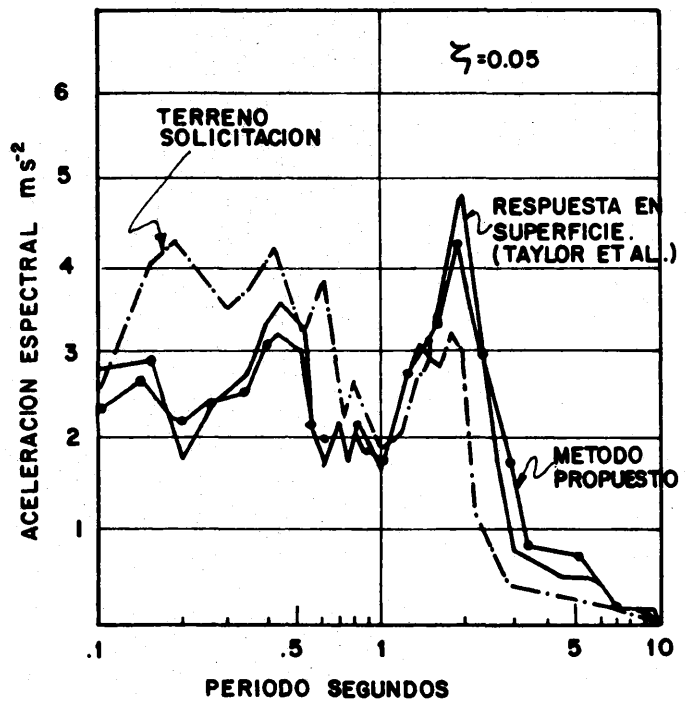
FIGURA 6

MODULO DE RIGIDEZ KPa



DEFORMACION TANGENCIAL ( $\times 10^{-2}$ )  
 LOS VALORES PARA LOS ESTRATOS 2 Y 3 SON 95% DE LOS DEL ESTRATO 4.

(b)



(c)

## REFERENCIAS

1. Lysmer, J.: Seismic site and soil-structure interaction analysis en "Numerical Methods in Geomechanics". ed. by J.B. Martin, Nato Advanced Study Institutes Series. D. Reidel Publishing Comp. 1982.
2. Seed, H.B. and Idriss, I.M.: "The influence of soil conditions on ground motions during earthquakes". Jour. Soil Mech. Found. Div. ASCE Vol. 94. SM1. Enero 1969.
3. Streeter, V.L., Wylie, E.B. and Richart, F.E. Jr.: "Soil motion Computations by characteristics method". Jour. Geot. Eng. Div. ASCE Vol 100, GT3, Marzo 1974.
4. Idriss, I.M., Dobry, R., Doyle, E.H. and Singh, R.D.: "Behavior of soft clays under earthquake loading conditions". Proc. Offshore Tech. conf. Paper No OTC 2671. Dallas. May 1976.
5. Taylor, P.W. and Larkin, T.J.: "Seismic Site Response of Non-linear Soil Media". Jour. Geotech. Engr. Div. ASCE Vol 104, GT3, Marzo 1978.
6. Hardin, B.O. and Drnevich, V.P.: "Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects". Jour. Soil Mech. Found. Div. ASCE Vol 98, SM6, June 1972.
7. Masing, G.: "Eipenspannungen und Verfestigung beim Messing". Proceedings of the 2nd International Congress Applied Mechanics. Zurich 1926.
8. Schnabel, P.B., Lysmer, J., Seed, H.B.: "Shake-A computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites". Report No EERC 72-12. Univ. Calif. Berkeley 1972.
9. Guélin, P.: "Remarque sur l'hystérésis mécanique-1. Les bases d'un schéma thermomécanique à structure héréditaire". J. de Mécanique vol 19 n° 2, 1980.
10. Nowacki, W.K.: Stress waves in non-elastic solids. Pergamon Press. 1978.
11. J. Gallego; R. Alvarez; W.K. Nowacki; E. Alarcón.: "Aplicación del método de las características a problemas de impacto en medios viscoplásticos". 1<sup>er</sup> Congreso Iberoamericano de Métodos Computacionales en Ingeniería. Madrid. 1985.