

# Nuevos desarrollos en la caracterización geométrica y simulación mecánica de paredes arteriales

C. Polindara<sup>1</sup>, S. Blanco<sup>1</sup>, J.M. Goicolea<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Depto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, U.P.M., Madrid, España, {cesar.polindara,sergio.blanco,jose.goicolea}@upm.es

## Resumen

El presente trabajo resume los desarrollos realizados por el Grupo de Mecánica Computacional de la ETSICCP de la UPM en el campo de la biomecánica. Se presentan estrategias de caracterización geométrica de paredes arteriales a partir de tomografía computarizada y de reconstrucciones tridimensionales del cayado aórtico, se describe una metodología de implementación de las tensiones iniciales dentro del contexto del análisis por elementos finitos y se expone un modelo constitutivo de daño continuo que busca reproducir la degradación material del tejido aórtico.

## 1. Motivación

El comportamiento mecánico de las paredes arteriales es un ingrediente fundamental para poder estudiar enfermedades cardiovasculares como fisuraciones de placa de ateroma o disecciones aórticas. Un análisis que reproduzca con suficiente precisión estos fenómenos debe partir de una correcta caracterización de la geometría, y debe implementar adecuadamente el estado fisiológico real de las solicitaciones. Además, para el caso en el que la pared aórtica sufra procesos de degradación, bien por patologías o bien por sufrir solicitaciones mayores que un cierto umbral, el modelo utilizado debe reproducir la pérdida de capacidad portante que tiene lugar.

El apartado 2 muestra las estrategias seguidas para reproducir la geometría de las paredes arteriales y el apartado 3 describe la metodología usada para incluir las tensiones iniciales en un análisis por elementos finitos. Por último, el apartado 4 resume un modelo constitutivo de daño continuo.

## 2. Caracterización geométrica de paredes arteriales

En el desarrollo de este trabajo se ha contado con la colaboración de médicos cardiólogos del Hospital Puerta de Hierro de Madrid quienes han aportado imágenes de tomografía computarizada (CT) de pacientes adultos con patología. Se ha contado también con la colaboración del departamento de Anatomía de la Facultad de Medicina de la Universidad Complutense de Madrid quienes pusieron a nuestra disposición muestras de cayados aórticos, que se inyectaron con yeso para obtener moldes completos. Se han obtenido geometrías realistas en formato STL (STereoLithography) a partir de las imágenes de CT así como a partir de los moldes. En el primer caso a través de un procedimiento denominado segmentación, y en el

segundo usando un escáner láser 3D. Las geometrías en formato STL definen únicamente la superficie interior del cayado aórtico y no tienen ninguna información del espesor de la pared arterial.

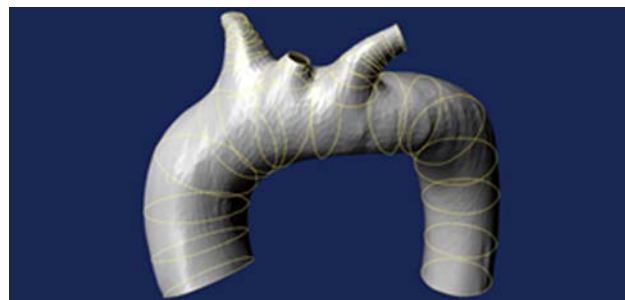


Figura 1. Geometría STL del cayado aórtico. Se han ajustado curvas Splines en el contorno.

Cada geometría STL se modificó con el software *Blender* para generar una nueva representación del cayado aórtico formada por entidades geométricas (*splines* y *nurbs*) adecuadas para el preproceso, ver Fig. 1, suponiendo una pared arterial de espesor constante de acuerdo con medidas reportadas en la literatura. Para este propósito se desarrolló un script para el API de *Blender* que usa además los paquetes *Numpy/SciPy* de *Python*. Este procedimiento facilitó la construcción de la malla de elementos finitos del cayado aórtico, ver Fig. 2.



Figura 2. Malla de elementos finitos del cayado aórtico. Se asume espesor constante de la pared arterial.

## 3. Implementación de las tensiones iniciales fisiológicas

Las tensiones residuales se deben principalmente al crecimiento y la remodelación del tejido, y desempeñan un papel muy importante en el comportamiento mecánico de los vasos sanguíneos. En el presente contexto se definen también las tensiones iniciales como las tensiones que equilibran la presión sanguínea en un instante

arbitrario. Así definidas, las tensiones iniciales no solamente incluyen a las tensiones residuales sino también a las tensiones que se originan cuando el tejido en la configuración *in situ* se carga con la presión sanguínea, llegando finalmente a la configuración *in vivo*. Las tensiones iniciales existen en la configuración *in vivo*, las tensiones residuales en la configuración *in situ*.

Para obtener las tensiones iniciales de una estructura, hecha de un material homogéneo y con unos apoyos y unas cargas dadas, se ha obtenido la respuesta tensional de esa misma estructura pero rigidizándola, de forma que la configuración de referencia y la configuración deformada es prácticamente la misma y el campo de tensiones equilibra las cargas externas en la misma configuración de referencia.

Este modelo se ha validado con el llamado “ensayo de apertura de ángulo” descrito en [6], mediante la programación de rutinas de usuario en el programa de elementos finitos ABAQUS. Las Figs. 3, 4 y 5 muestran las distintas fases del ensayo para un material isótropo de Demiray, con unas constantes elásticas correspondientes a las de un paciente mayor sano de acuerdo con lo reportado en [7].

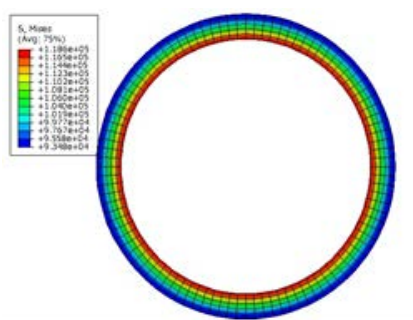


Figura 3. Anillo con presión interna y tensiones iniciales. Configuración *in vivo*. Tensión de von Mises

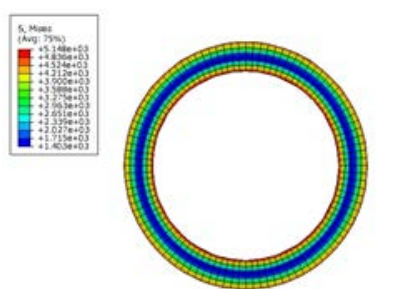


Figura 4. Anillo con tensiones residuales y sin presión interna. Configuración *in situ*. Tensión de von Mises

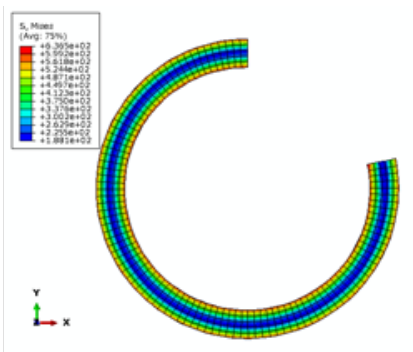


Figura 5. Anillo tras corte radial. Se libera parte de las tensiones residuales. Tensión de von Mises

Se estudia luego un modelo completo del cayado aórtico. Las condiciones de contorno usadas se muestran en la Fig. 6. Se desea estudiar en este caso la influencia de las tensiones iniciales en la respuesta mecánica del cayado aórtico cuando este soporta una presión interna que oscila entre 80 y 150 *mmHg*, rango que va desde la presión diastólica normal hasta el valor más alto que puede tener lugar en un caso de hipertensión. Las tensiones iniciales se calculan tomando como presión de referencia 80 *mmHg* de acuerdo con el procedimiento explicado anteriormente. Las Figs. 7 y 8 muestran la magnitud del campo de desplazamientos en el cayado bajo carga de 150 *mmHg* con y sin tensiones iniciales. A lo largo de las diferentes ramas (aorta ascendente/descendente AA, tronco braquiocefálico TB, carótida común CC y subclavia AS) se definieron secciones de control en las que se midió el cambio en el diámetro. En la Tabla 1 se detallan los cambios porcentuales en el diámetro de las diferentes ramas. Dado que se tienen varios puntos de control en donde se hacen las mediciones en la tabla se resumen los resultados más relevantes, valores promedio y máximo de distensibilidad para dos presiones dadas. Se aprecia claramente la influencia de las tensiones iniciales en la distensibilidad del cayado aórtico.

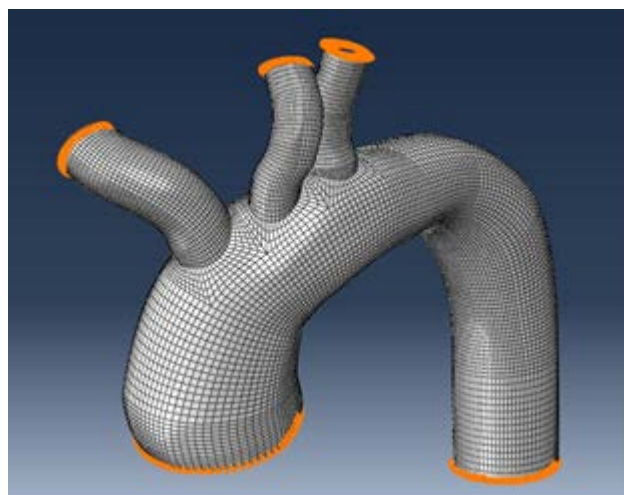


Figura 6. Condiciones de contorno. Extremos empotrados.

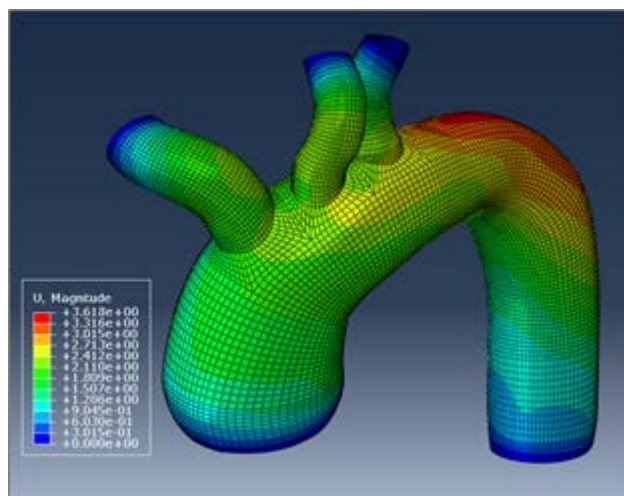


Figura 7. Campo de desplazamientos en el cayado aórtico bajo presión de 150 *mmHg*. Tiene tensiones iniciales.

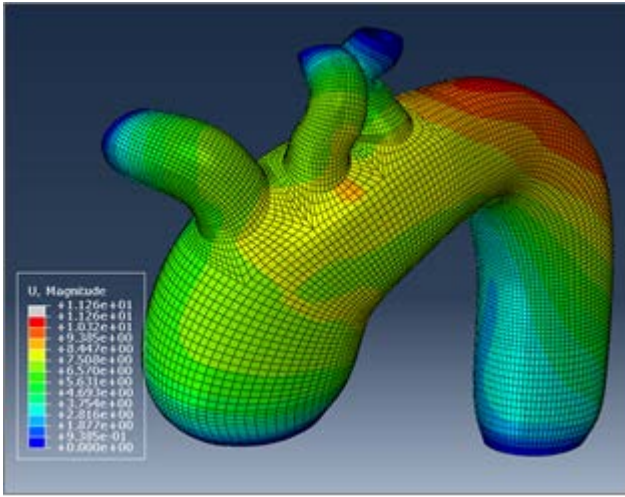


Figura 8. Campo de desplazamientos en el cayado aórtico bajo presión de 150 mmHg. No tiene tensiones iniciales

PRESION mmHg		SIN TENSIONES		CON TENSIONES	
		80	150	80	150
AA	Promedio	21.27	28.73	0.20	6.58
	Máximo	26.50	34.90	0.50	7.50
TB	Promedio	13.38	20.48	0.26	6.18
	Máximo	17.20	25.10	0.70	6.40
CC	Promedio	8.68	13.97	0.28	5.15
	Máximo	9.60	15.40	0.40	5.30
AS	Promedio	12.32	15.54	0.12	5.00
	Máximo	13.70	20.00	0.50	6.30

Tabla 1. Variación porcentual del diámetro en las diferentes ramas que componen el cayado aórtico. Comparación de resultados con y sin tensiones iniciales.

## 4. Modelo de daño continuo

### 4.1. Introducción

La pared arterial está formada por tres capas concéntricas, llamadas *íntima*, *media* y *adventicia*, que pueden modelarse idealmente como un material compuesto por una matriz incompresible y dos familias de fibras de colágeno dispuestas helicoidalmente [1]. Las fibras de colágeno se caracterizan geoméricamente mediante un vector dirección media definido en cada punto material, y mecánicamente mediante una ley constitutiva que capture el incremento en la rigidez que tiene lugar al producirse el reclutamiento de las fibras de colágeno con la deformación [2]. Debido a que la capacidad portante del tejido aórtico está limitada, es necesario dotar a dicha ley de los ingredientes necesarios para que pueda modelar la degradación que tiene lugar cuando los esfuerzos superan un cierto umbral.

### 4.2. Función densidad de energía de deformación y respuesta tensional del modelo de daño

Consideremos un medio continuo formado por una matriz incompresible y dos familias de fibras de colágeno que en la configuración material se caracterizan mediante el vector unidad  $\mathbf{A}_\alpha$ , con  $\alpha = 1, 2$ . Denominemos el tensor gradiente de deformaciones como  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ , siendo  $J = \det(\mathbf{F})$  la tasa de deformación volumétrica, y apliquemos a dicho tensor la descomposición multiplicativa  $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = (J^{1/3} \mathbf{1}) \bar{\mathbf{F}}$  [3]. Definamos también el tensor simétrico de Cauchy-Green por la derecha y su correspondiente modificado:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = J^{2/3} \bar{\mathbf{C}}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \bar{\mathbf{F}}$$

Si asumimos que el comportamiento dilatacional y distorsional están desacoplados y que los comportamientos de la matriz y de cada una de las fibras también lo están podemos expresar la función densidad de energía libre como:

$$\begin{aligned} \Psi = U(J) &+ (1 - d_m) \bar{\Psi}_m [\bar{I}_1(\bar{\mathbf{C}}), \bar{I}_2(\bar{\mathbf{C}})] \\ &+ (1 - d_{f1}) \bar{\Psi}_{f1} [\bar{I}_1(\bar{\mathbf{C}}), \bar{I}_4(\bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{A}}_1)] \\ &+ (1 - d_{f2}) \bar{\Psi}_{f2} [\bar{I}_1(\bar{\mathbf{C}}), \bar{I}_6(\bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{A}}_2)] \end{aligned}$$

donde  $\bar{\Psi}_m$ ,  $\bar{\Psi}_{f1}$  y  $\bar{\Psi}_{f2}$  definen el comportamiento isocórico de la matriz y de cada una de las fibras para los materiales no dañados, los factores  $(1 - d_m)$ ,  $(1 - d_{f1})$  y  $(1 - d_{f2})$  son los factores de reducción, inicialmente propuestos por Kachanov [4], que incorporan los fenómenos inelásticos de degradación y los invariantes se definen como:

$$\bar{I}_1 = \text{tr}(\bar{\mathbf{C}}), \quad \bar{I}_2 = \frac{1}{2} [\bar{I}_1^2 - \text{tr}(\bar{\mathbf{C}}^2)]$$

$$\bar{I}_4 = \bar{\mathbf{C}} : (\mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{A}_1), \quad \bar{I}_6 = \bar{\mathbf{C}} : (\mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{A}_2).$$

Aplicando la desigualdad de Clausius-Planck para procesos isoterms obtenemos la respuesta tensional en la configuración material mediante el segundo tensor de Piola-Kirchhoff:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} = J \frac{dU}{dJ} \mathbf{C}^{-1} &+ (1 - d_m) J^{-2/3} \mathbb{P} : \left[ \sum_{\alpha=1,2} 2 \frac{\partial \bar{\Psi}_m}{\partial \bar{I}_\alpha} \frac{\partial \bar{I}_\alpha}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right] \\ &+ (1 - d_{f1}) J^{-2/3} \mathbb{P} : \left[ \sum_{\alpha=1,4} 2 \frac{\partial \bar{\Psi}_{f1}}{\partial \bar{I}_\alpha} \frac{\partial \bar{I}_\alpha}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right] \\ &+ (1 - d_{f2}) J^{-2/3} \mathbb{P} : \left[ \sum_{\alpha=1,6} 2 \frac{\partial \bar{\Psi}_{f2}}{\partial \bar{I}_\alpha} \frac{\partial \bar{I}_\alpha}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right] \end{aligned}$$

y en la configuración espacial mediante el tensor de Cauchy:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} = \frac{dU}{dJ} \mathbf{1} &+ (1 - d_m) J^{-1} \mathbb{P} : \bar{\mathbf{F}} \left[ \sum_{\alpha=1,2} 2 \frac{\partial \bar{\Psi}_m}{\partial \bar{I}_\alpha} \frac{\partial \bar{I}_\alpha}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right] \bar{\mathbf{F}}^T \\ &+ (1 - d_{f1}) J^{-1} \mathbb{P} : \bar{\mathbf{F}} \left[ \sum_{\alpha=1,4} 2 \frac{\partial \bar{\Psi}_{f1}}{\partial \bar{I}_\alpha} \frac{\partial \bar{I}_\alpha}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right] \bar{\mathbf{F}}^T \\ &+ (1 - d_{f2}) J^{-1} \mathbb{P} : \bar{\mathbf{F}} \left[ \sum_{\alpha=1,6} 2 \frac{\partial \bar{\Psi}_{f2}}{\partial \bar{I}_\alpha} \frac{\partial \bar{I}_\alpha}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \right] \bar{\mathbf{F}}^T \end{aligned}$$

donde  $\mathbb{P}$  es el operador desviador en la descripción lagrangiana y euleriana respectivamente.

### 4.3. Ingredientes del modelo de daño

Además de la respuesta tensional, la desigualdad de Clausius-Planck proporciona la disipación interna del material como:

$$\mathcal{D}_{INT} = \dot{d}_m \bar{\Psi}_m + \dot{d}_{f1} \bar{\Psi}_{f1} + \dot{d}_{f2} \bar{\Psi}_{f2} \geq 0,$$

lo que nos permite definir las funciones  $\bar{\Psi}_\alpha$  como las variables de estado conjugadas de las variables internas  $d_\alpha$ , siendo  $\alpha = \{m, f_1, f_2\}$ , las cuales deben cumplir:

$$d_\alpha \in [0,1], \quad \dot{d}_\alpha \geq 0.$$

La evolución de las variables  $d_\alpha$  se definirá utilizando unas variables internas tipo deformación  $r_\alpha$  y tipo tensión  $q_\alpha(r_\alpha)$  de la forma:

$$d_\alpha(r_\alpha) = 1 - \frac{q_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha},$$

donde la variable interna tipo deformación  $r_\alpha \in [r_\alpha^0, r_\alpha(t)]$  representa una norma de las deformaciones, siendo  $r_\alpha^0$  el valor inicial que define el tamaño del dominio elástico para el material sin degradar.

La evolución en el tiempo de  $r_\alpha(t)$  se obtiene imponiendo que el estado tensional definido por el par  $(\sigma_\alpha, r_\alpha)$  se encuentre dentro del espacio de las tensiones admisibles. Para hacerlo definimos en cada una de las fases las siguientes funciones de fluencia que nos proporcionan el criterio de daño:

$$\Phi_\alpha = \sqrt{2\bar{\Psi}_\alpha} - r_\alpha \leq 0$$

A partir de estas funciones de fluencia, e imponiendo las condiciones de Kuhn-Tucker y la condición de persistencia en la superficie de fluencia para el caso de carga inelástica

$$\dot{r}_\alpha \geq 0, \quad \dot{\Phi}_\alpha \leq 0, \quad \dot{r}_\alpha \Phi_\alpha = 0; \quad \dot{r}_\alpha \dot{\Phi}_\alpha = 0,$$

obtenemos finalmente la integración a lo largo del tiempo de la variable interna tipo deformación como el máximo histórico de la norma de deformaciones  $\sqrt{2\bar{\Psi}_\alpha}$ :

$$r_\alpha(t) = \text{MAX}_{s \in [0,t]} \left[ r_\alpha^0, \sqrt{2\bar{\Psi}_\alpha(s)} \right].$$

#### 4.4. Ejemplo de aplicación

Como ejemplo de aplicación se ha considerado un ensayo de tracción uniaxial tal como se describe en la Fig. 8. El ensayo se ha realizado imponiendo tres ciclos de carga-descarga siendo los intervalos utilizados  $[0,1.41]$ ,  $[0,1.55]$  y  $[0,1.65]$ .

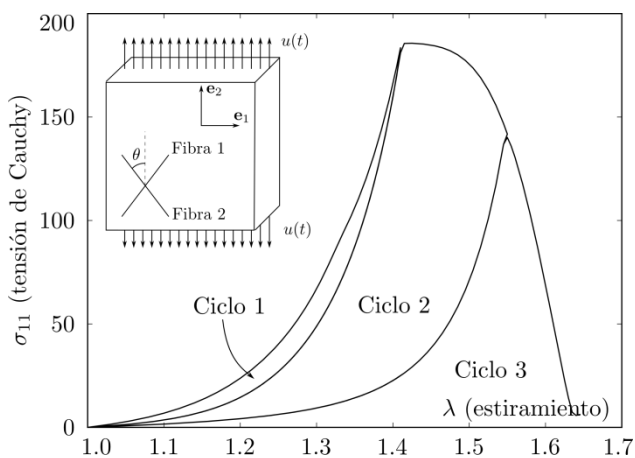


Figura 9. Ensayo de tracción uniaxial

Se ha particularizado la formulación presentada en el apartado 4.2-4.3 con la ley tipo exponencial propuesta en

[5] para reproducir el comportamiento de cada familia de fibras. La función de energía de deformación pasa a expresarse entonces como:

$$\Psi = \frac{1}{2} \underbrace{K(J-1)^2}_{u(J)} + c \underbrace{(\bar{I}_1 - 3)}_{\bar{\Psi}_m} + \frac{k_{11}}{2k_{21}} \underbrace{(e^{k_{21}\bar{E}_1^2} - 1)}_{\bar{\Psi}_{f_1}} + \frac{k_{12}}{2k_{22}} \underbrace{(e^{k_{22}\bar{E}_2^2} - 1)}_{\bar{\Psi}_{f_2}}$$

donde  $K$  es un penalizador de las deformaciones volumétricas, los parámetros  $\{c, k_{11}, k_{21}, k_{12}, k_{22}\}$  son parámetros materiales y las cantidades  $\bar{E}_1 = \bar{I}_4 - 1$  y  $\bar{E}_2 = \bar{I}_6 - 1$  represen la deformación en la dirección de las orientaciones  $\bar{A}_1$  y  $\bar{A}_2$ . Para el caso mostrado los parámetros materiales utilizados han sido  $c = 7.64 \text{ kPa}$ ,  $k_{11} = k_{12} = 100 \text{ kPa}$ ,  $k_{21} = k_{22} = 10$ ,  $\sigma_f^\mu = 100 \text{ KPa}$  y  $G_f = 16 \text{ kN/m}$ , donde  $\sigma_f^\mu$  y  $G_f$  son los valores de la tensión última y la energía de fractura asociados a las fibras.

## 5. Conclusiones

Se han presentado los siguientes desarrollos destinados al análisis de la respuesta mecánica de la pared arterial: técnicas de caracterización geométrica, estrategias de inclusión de las tensiones iniciales y un modelo de daño continuo para capturar la degradación material.

## Agradecimientos

El soporte financiero para esta investigación ha sido proporcionado por el ministerio de Ciencia e Innovación a través del proyecto de investigación DPI-2008-3130/DPI.

## Referencias

- [1] Holzapfel G.A., Biomechanical Modelling at the Molecular, Cellular and Tissue Levels. CISM International Centre for Mechanical Sciences, number 508, pages 259–344. Springer, 2009 (ISBN 978-3-211-95873-5).
- [2] Chuong C.J. and Fung Y.C. Three-dimensional stress distribution in arteries. *Journal of Biomechanical Engineering*, vol 105(3), 1983, pp 268–274 (ISSN: 0148-0731).
- [3] Flory P.J., Thermodynamic relations for high elastic materials. *Trans. Faraday Soc.*, vol 57, 1961, pp 829–83
- [4] Kachanov L., Time of the rupture process under creep conditions. *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk*, vol 8, 1958, pp 26–31.
- [5] Gasser T.C., Ogden, R.W. and Holzapfel G.A., Hyperelastic modelling of arterial layers with distributed collagen fibre orientations. *Journal of The Royal Society Interface*, vol 3(6), 2006, pp 15–35 (ISSN: 1742-5662).
- [6] Alastrué V., Peña E., Martínez M.A., Doblaré M. Assessing the Use of the Opening Angle Method to Enforce Residual Stresses in Patient-Specific Arteries. *Annals of Biomedical Engng.*, vol 35, 2007, pp 1821-1837
- [7] García Herrea C. Comportamiento mecánico de la Aorta Ascendente: Caracterización experimental y simulación numérica. Tesis doctoral UPM, 2008.