



Desarrollos en la caracterización geométrica y el comportamiento mecánico de paredes arteriales

**C. Polindara** S. Blanco J.M. Goicolea  
Grupo de Mecánica Computacional - Universidad Politécnica de Madrid

II Reunión Capítulo Nacional Español de la Sociedad Europea de Biomecánica, 2012

Caracterización geométrica

Tensiones iniciales fisiológicas

Degradación del material. Modelo de daño regularizado.

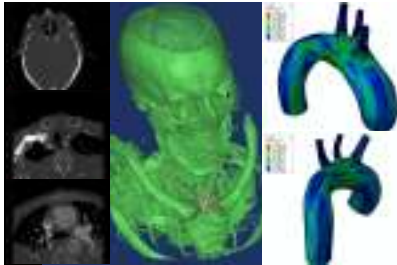
Trabajos futuros

Caracterización geométrica

Tensiones iniciales fisiológicas

Degradación del material. Modelo de daño regularizado.

Trabajos futuros



## Técnicas

- ▶ **Tomografía computarizada *in vivo*.**  
Colaboración con el Hospital Puerta de Hierro de Madrid.  
La segmentación se realiza con el Software Mimics ©.



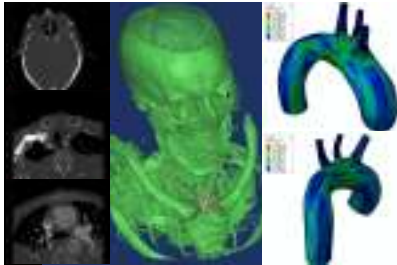
## Técnicas

- ▶ *Moldes in situ.*

Colaboración con el Departamento de Anatomía de la Facultad de Medicina de la Universidad Complutense de Madrid.

La captura se realiza con un escáner laser 3D NextEngine ©.

# Obtención de las geometrías



## Técnicas

- ▶ **Tomografía computarizada *in vivo*.**  
Colaboración con el Hospital Puerta de Hierro de Madrid.  
La segmentación se realiza con el Software Mimics ©.
- ▶ **Moldes *in situ*.**  
Colaboración con el Departamento de Anatomía de la Facultad de Medicina de la Universidad Complutense de Madrid.  
La captura se realiza con un escáner laser 3D NextEngine ©.

Se obtienen geometrías en formato STL que nos dan información sobre la pared interior (no proporcionan información sobre el espesor).



## Proceso

1. **Obtención de la geometría en formato STL.**  
Partimos de una superficie triangulada no estructurada.



## Proceso

2. Redefinición de la geometría continua mediante entidades discretas.  
Se extraen entidades geométricas discretas (*splines* y *nurbs*) adecuadas para el pre-proceso.





## Proceso

3. **Construcción de la malla.**  
Utilizando el pre-procesador de Ansys ©.



## Proceso

1. **Obtención de la geometría en formato STL.**  
Partimos de una superficie triangulada no estructurada.
2. **Redefinición de la geometría continua mediante entidades discretas.**  
Se extraen entidades geométricas discretas (*splines* y *nurbs*) adecuadas para el pre-proceso.
3. **Construcción de la malla.**  
Utilizando el pre-procesador de Ansys ©.

El proceso se automatiza mediante scripts programados en python dentro del programa de diseño Blender © con ayuda de los paquetes NumPy/SciPy.

Caracterización geométrica

**Tensiones iniciales fisiológicas**

Degradación del material. Modelo de daño regularizado.

Trabajos futuros

## Definición y cálculo

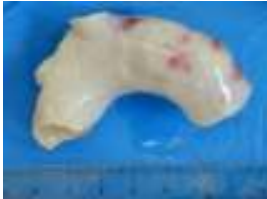
- Tensiones que equilibran la presión sanguínea en un instante dado. Incluyen a las tensiones residuales y a las tensiones que se originan cuando el tejido se carga con la presión sanguínea (presión diastólica).
- Se rigidiza la estructura en estudio, de forma que la configuración de referencia y la configuración deformada son casi la misma y el campo de tensiones equilibra las cargas externas en la configuración de referencia.



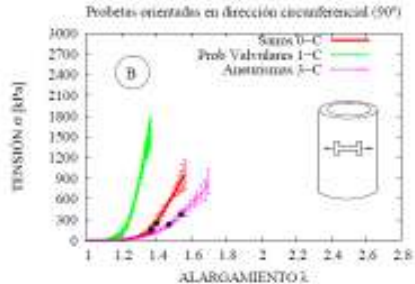
# Estudio de la influencia de las tensiones iniciales

## Caracterización del material e hipótesis de carga

- ▶ Cayado aórtico de pacientes mayores de 65 años sanos
- ▶ Modelo isótropo de Demiray:  $\Psi = \frac{a}{b} \left[ e^{\frac{b}{2}(I_1-3)} \right]$ ,  $a = 69,219kPa$ ,  $b = 5,792$
- ▶ Presión interna que oscila entre 80 y 150  $mmHg$



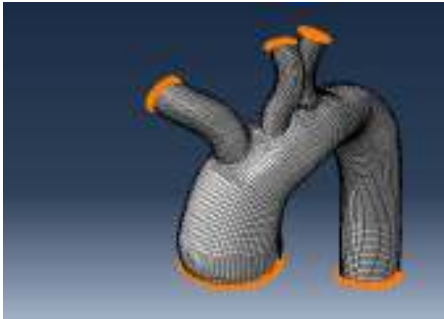
Muestra de estudio



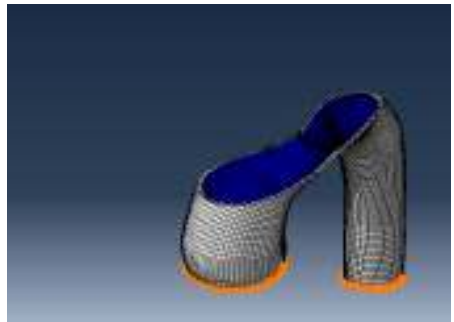
Ensayo tracción circunferencial.

Comportamiento mecánico de la aorta ascendente: caracterización experimental y simulación numérica C.M. García Herrera. Tesis doctoral. ETSICCP, UPM. 2008

## Condiciones de contorno

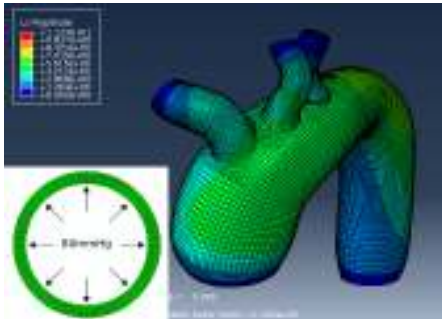


Apoyos

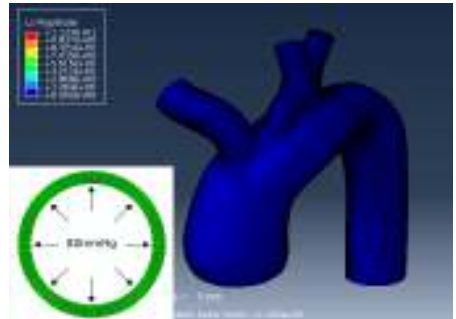


Presion interna

## Desplazamientos para presión diastólica

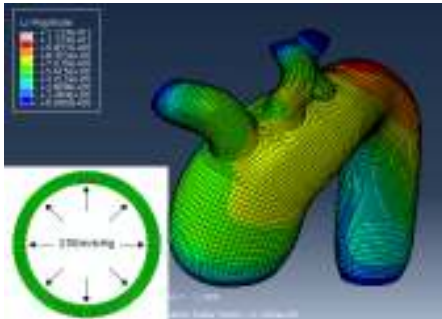


Desplazamientos sin tensiones residuales.

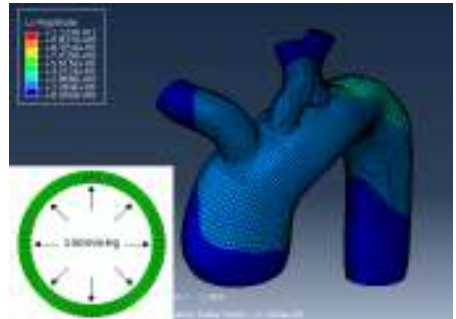


Desplazamientos con tensiones residuales.

## Desplazamientos para presión sistólica



Desplazamientos sin tensiones residuales.



Desplazamientos con tensiones residuales.

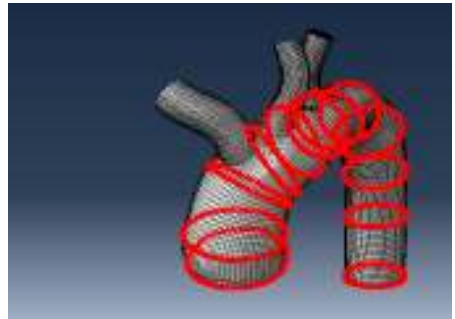


## Variación de diámetros entre diástole y sístole

PRESION mmHg		SIN TENSIONES		CON TENSIONES	
		80	150	80	150
AA	Promedio [%]	21.27	28.73	0.20	6.58
	Máximo [%]	26.50	34.90	0.50	7.50
TB	Promedio [%]	13.38	20.48	0.26	6.18
	Máximo [%]	17.20	25.10	0.70	6.40
CC	Promedio [%]	8.68	13.97	0.28	5.15
	Máximo [%]	9.60	15.40	0.40	5.30
AS	Promedio [%]	12.32	15.54	0.12	5.00
	Máximo [%]	13.70	20.00	0.50	6.30

Distensibilidad de las arterias.

- Aorta ascendente/descendente (AA)
- Tronco braqueocefálico (TB)
- Carótida común (CC)
- Subclavia (AS)



Puntos de control donde se mide el cambio del diámetro.

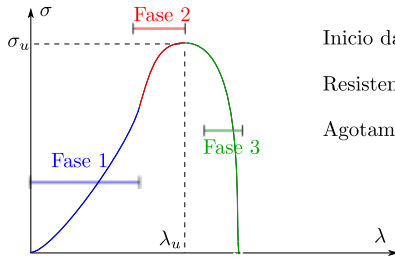
Caracterización geométrica

Tensiones iniciales fisiológicas

Degradación del material. Modelo de daño regularizado.

Trabajos futuros

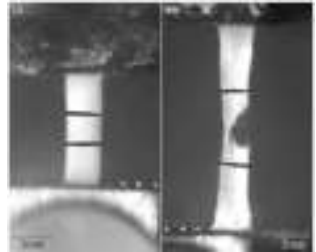
## Fallo material paredes arteriales.



Inicio daño

Resistencia última

Agotamiento material



- ▶ **Fase 1.** Rango elástico del material. Engloba al rango fisiológico de las acciones.
- ▶ **Fase 2.** Inicio de los procesos inelásticos con degradación del material.
- ▶ **Fase 3.** Tras alcanzar la tensión última se produce una caída brusca de la capacidad resistente.

## Función densidad de energía

$$\begin{aligned}
 W = & \underbrace{\frac{1}{2}K(J-1)^2}_{U(J)} + (1-d_g) \underbrace{\frac{1}{2}c(\bar{I}_1-3)}_{\bar{W}_g} + (1-d_{f1}) \underbrace{\frac{k_{11}}{2k_{21}} \left( e^{k_{21}\bar{E}_1^2} - 1 \right)}_{\bar{W}_{f1}} \\
 & + (1-d_{f2}) \underbrace{\frac{k_{12}}{2k_{22}} \left( e^{k_{22}\bar{E}_2^2} - 1 \right)}_{\bar{W}_{f2}}
 \end{aligned}$$

- ▶ Se descompone en una parte **volumétrica** y una parte **isocórica**.

## Función densidad de energía

$$\begin{aligned}
 W = & \underbrace{\frac{1}{2}K(J-1)^2}_{U(J)} + (1-d_g) \underbrace{\frac{1}{2}c(\bar{I}_1-3)}_{\bar{W}_g} + (1-d_{f1}) \underbrace{\frac{k_{11}}{2k_{21}}(e^{k_{21}\bar{E}_1^2}-1)}_{\bar{W}_{f1}} \\
 & + (1-d_{f2}) \underbrace{\frac{k_{12}}{2k_{22}}(e^{k_{22}\bar{E}_2^2}-1)}_{\bar{W}_{f2}}
 \end{aligned}$$

- ▶ Se descompone en una parte volumétrica y una parte isocórica.
- ▶ La parte isocórica se define como una **parte efectiva** de los materiales no dañados multiplicadas por unos **factores de reducción**.

En este caso la parte efectiva es la función de energía libre hiperelástica de Gasser-Ogden-Holzapfel.

## Respuesta tensional

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \boldsymbol{\tau}_{\text{VOL}} + J^{-1}(1 - d_g) \mathbb{P} : \tilde{\boldsymbol{\tau}}_g + J^{-1}(1 - d_{f1}) \mathbb{P} : \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{f1} + J^{-1}(1 - d_{f2}) \mathbb{P} : \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{f2}$$

siendo:

$$\begin{aligned} \mathbb{P} &= \mathbb{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}; \quad \boldsymbol{\tau}_{\text{VOL}} = Jp\mathbf{1}; \quad \tilde{\boldsymbol{\tau}}_g = \bar{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{S}}_g \bar{\mathbf{F}}^T = c\bar{\mathbf{b}} \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{f1} &= \bar{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{S}}_{f1} \bar{\mathbf{F}}^T = 2k_1 \bar{E}_1 e^{k_2 \bar{E}_1^2} \underbrace{(\kappa \bar{\mathbf{b}} + (1 - 3\kappa) \bar{\mathbf{a}}_1 \otimes \bar{\mathbf{a}}_1)}_{\bar{\mathbf{h}}_1} = 2k_1 \bar{E}_1 e^{k_2 \bar{E}_1^2} \bar{\mathbf{h}}_1 \\ \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{f2} &= \bar{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{S}}_{f2} \bar{\mathbf{F}}^T = 2k_1 \bar{E}_2 e^{k_2 \bar{E}_2^2} \underbrace{(\kappa \bar{\mathbf{b}} + (1 - 3\kappa) \bar{\mathbf{a}}_2 \otimes \bar{\mathbf{a}}_2)}_{\bar{\mathbf{h}}_2} = 2k_1 \bar{E}_2 e^{k_2 \bar{E}_2^2} \bar{\mathbf{h}}_2 \end{aligned}$$

- ▶ Disipación interna del modelo

$$\mathcal{D}_{\text{INT}} = \dot{d}_g \bar{W}_g + \dot{d}_{f1} \bar{W}_{f1} + \dot{d}_{f2} \bar{W}_{f2} \geq 0$$

- ▶ Disipación interna del modelo

$$\mathcal{D}_{\text{INT}} = \dot{d}_g \bar{W}_g + \dot{d}_{f1} \bar{W}_{f1} + \dot{d}_{f2} \bar{W}_{f2} \geq 0$$

- ▶ Variables internas de daño (siendo  $\alpha = \{g, f1, f2\}$ )

$$d_\alpha \in [0, 1], \quad \dot{d}_\alpha \geq 0, \quad d_\alpha = 1 - \frac{q_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha}$$



- ▶ Disipación interna del modelo

$$\mathcal{D}_{\text{INT}} = \dot{d}_g \bar{W}_g + \dot{d}_{f1} \bar{W}_{f1} + \dot{d}_{f2} \bar{W}_{f2} \geq 0$$

- ▶ Variables internas de daño (siendo  $\alpha = \{g, f1, f2\}$ )

$$d_\alpha \in [0, 1], \quad \dot{d}_\alpha \geq 0, \quad d_\alpha = 1 - \frac{q_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha}$$

- ▶ Variable interna tipo deformación

$$r_\alpha = \max_t \sqrt{2\bar{W}_\alpha}$$

## Ingredientes del modelo de daño

- ▶ Disipación interna del modelo

$$\mathcal{D}_{\text{INT}} = \dot{d}_g \overline{W}_g + \dot{d}_{f1} \overline{W}_{f1} + \dot{d}_{f2} \overline{W}_{f2} \geq 0$$

- ▶ Variables internas de daño (siendo  $\alpha = \{g, f1, f2\}$ )

$$d_\alpha \in [0, 1], \quad \dot{d}_\alpha \geq 0, \quad d_\alpha = 1 - \frac{q_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha}$$

- ▶ Variable interna tipo deformación

$$r_\alpha = \max_t \sqrt{2\overline{W}_\alpha}$$

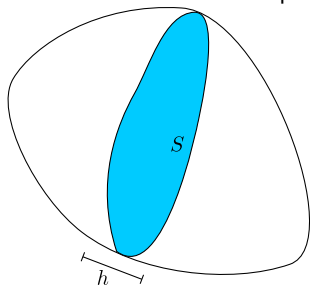
- ▶ Variable interna tipo tensión

$$\dot{q}_\alpha = H_\alpha(r_\alpha) \dot{r}_\alpha, \quad H_\alpha(r_\alpha) = \frac{\partial q_\alpha}{\partial r_\alpha}, \quad \text{siendo } q_\alpha^0 = r_\alpha^0$$

Buscamos redefinir (regularizar)  $H_\alpha(r_\alpha)$  siguiendo la aproximación de fisura cohesiva difusa para evitar la dependencia del tamaño de malla utilizado.

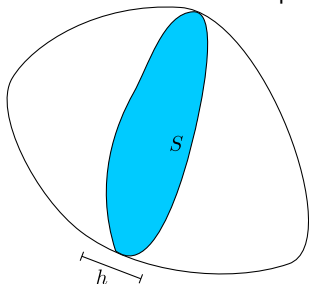


- ▶ Parámetro densidad superficial de energía de fractura.



$$\begin{aligned}
 W_{\text{TOT}} &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} \int_{\Omega} d\Omega \left[ \frac{1}{A_{\alpha}} \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \right] \\
 &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} Sh \left[ \frac{1}{A_{\alpha}} \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \right] \\
 &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} SG_{\alpha}^f
 \end{aligned}$$

- ▶ Parámetro densidad superficial de energía de fractura.



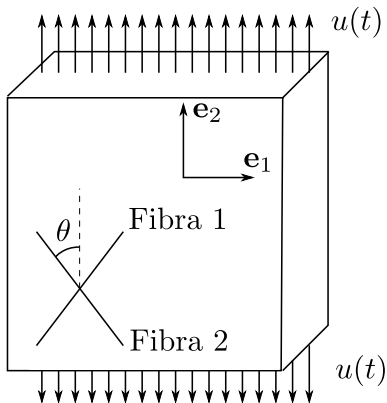
$$\begin{aligned}
 W_{\text{TOT}} &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} \int_{\Omega} d\Omega \left[ \frac{1}{A_{\alpha}} \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \right] \\
 &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} Sh \left[ \frac{1}{A_{\alpha}} \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \right] \\
 &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} SG_{\alpha}^f
 \end{aligned}$$

- ▶ Módulo de ablandamiento regularizado

$$H_{\alpha}(q_{\alpha}(t)) = A_{\alpha} q_{\alpha}^{\beta}(t) h = - \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \frac{1}{G_{\alpha}^f} q_{\alpha}^{\beta}(t) h$$

Hacemos que la disipación del modelo sea independiente del tamaño de malla utilizado

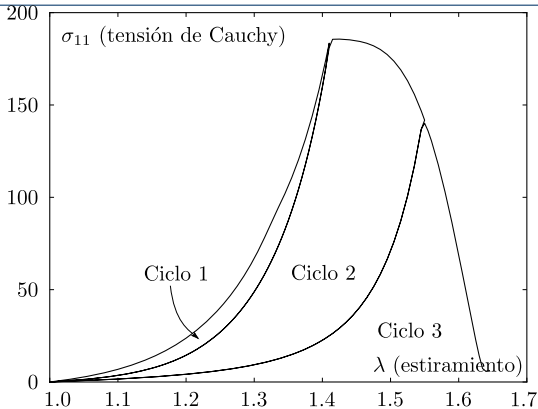
## Ejemplo de aplicación. Descripción ensayo uniaxial.



Matriz	Fibras
$c = 7,64 \text{ kPa}$	$k_{1_i} = 100 \text{ kPa}$
	$k_{2_i} = 10$
	$\theta = 40,02^\circ$
	$\kappa_i = 0$
$\sigma_g^u = 15 \text{ kPa}$	$\sigma_{f_i}^u = 100 \text{ kPa}$
$G_g^f = 10 \frac{\text{KNm}}{\text{m}^2}$	$G_{f_i}^f = 16 \frac{\text{KNm}}{\text{m}^2}$
$\beta_g = 1,0$	$\beta_{f_i} = 1,0$

Cuadro: Parámetros materiales.

## Ejemplo de aplicación. Resultados numéricos.



$$\sigma_x = c \left( \lambda_x^2 - \frac{1}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \right) + 2k_1 E_1 e^{k_2 E_1^2} \lambda_x^2 a_{1x}^2 + 2k_1 E_2 e^{k_2 E_2^2} \lambda_x^2 a_{2x}^2$$

$$0 = c \left( \lambda_y^2 - \frac{1}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \right) + 2k_1 E_1 e^{k_2 E_1^2} \lambda_y^2 a_{1y}^2 + 2k_1 E_2 e^{k_2 E_2^2} \lambda_y^2 a_{2y}^2$$

Caracterización geométrica

Tensiones iniciales fisiológicas

Degradación del material. Modelo de daño regularizado.

**Trabajos futuros**



- ▶ Fundamentar biológicamente los parámetros necesarios del modelo de daño presentado, que son:
  - ▶ Tensión de comparación  $\Rightarrow$  Permite definir el tamaño inicial del dominio elástico
  - ▶ Densidad superficial de energía de fractura  $\Rightarrow$  permite regularizar el ablandamiento
- ▶ Lograr una mayor robusted numérica que permita, en el análisis de estructuras arteriales realistas:
  - ▶ capturar la rama post-pico de la curva de equilibrio.
  - ▶ pasar puntos límite (*snap-back* y *snap-through*).
- ▶ Desarrollar un modelo de degradación que evite la dependencia de la solución con la orientación de la malla.