

DESARROLLOS EN LA DEFINICIÓN GEOMÉTRICA Y EN EL MODELADO DE LA DEGRADACIÓN MECÁNICA DE LAS PAREDES ARTERIALES EN EL CAYADO AÓRTICO.

C. Polindara, S. Blanco, J.M. Goicolea
{cpolindara, sblanco, goicolea}@mecnica.upm.es

9 de noviembre de 2011

Resumen

Presentación del grupo

Caracterización geométrica de paredes arteriales

Fallo mecánico de la pared arterial

Esquema de integración IMPL-EX

Conclusiones

Resumen

Presentación del grupo

Caracterización geométrica de paredes arteriales

Fallo mecánico de la pared arterial

Esquema de integración IMPL-EX

Conclusiones

Grupo de Mecánica Computacional (GMC)

- ▶ Ubicado en la E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos de la UPM
- ▶ Inicia los trabajos de investigación en biomecánica en el año 2000
- ▶ Proyectos financiados:
 - ▶ Nuevos modelos de cálculo para las solicitaciones fluido-dinámicas y el riesgo de rotura de la aorta humana (2011-2013)
 - ▶ Biomechanics of human aorta: new analysis models and medical applications (2008-2011)
 - ▶ Development of a simulation system for arterial wall and blood flow in coronary arteries (2000-2003)
- ▶ Líneas de investigación (mecánica de sólidos):
 - ▶ Caracterización geométrica de la pared arterial a partir de Tomografía Computarizada (TC) *in vivo*, y a partir de muestras *in vitro*
 - ▶ Caracterización del fallo material debido al ablandamiento por deformación
 - ▶ Desarrollo de estrategias para evaluar el efecto de las tensiones residuales en las paredes arteriales

Resultados previos: Proyecto MOTRICO, CAMOVA

Estudio del crecimiento inducido por las tensiones tangenciales que el flujo sanguíneo ejerce sobre la pared de la arteria coronaria derecha.

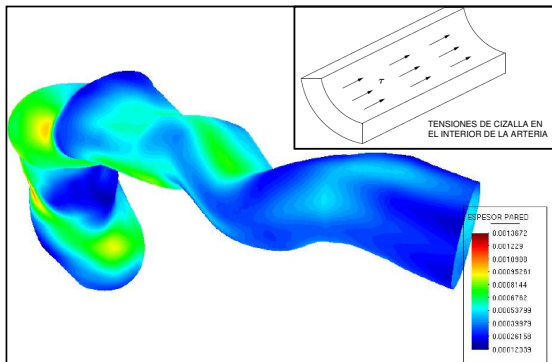


Figura: Contorno de espesores nodales.

J. Rodríguez. Modelos numéricos para mecánica cardiovascular de las paredes arteriales y sus procesos de adaptación. PhD thesis 2003.

Resultados previos: Proyecto AORMEF

Propuesta de un índice de fallo basado en alargamientos máximos medidos para tejidos sanos y con diferentes patologías.

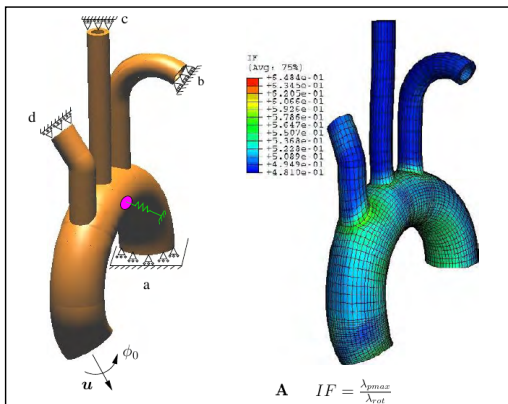


Figura: Contornos del índice de fallo.

Grupo de Mecánica Computacional (GMC)

- ▶ Ubicado en la E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos de la UPM
- ▶ Inicia los trabajos de investigación en biomecánica en el año 2000
- ▶ Proyectos financiados:
 - ▶ Nuevos modelos de cálculo para las solicitaciones fluido-dinámicas y el riesgo de rotura de la aorta humana (2011-2013)
 - ▶ Biomechanics of human aorta: new analysis models and medical applications (2008-2011)
 - ▶ Development of a simulation system for arterial wall and blood flow in coronary arteries (2000-2003)
- ▶ Líneas de investigación (mecánica de sólidos):
 - ▶ Caracterización geométrica de la pared arterial a partir de Tomografía Computarizada (TC) *in vivo*, y a partir de muestras *in vitro*
 - ▶ Caracterización del fallo material debido al ablandamiento por deformación
 - ▶ Desarrollo de estrategias para evaluar el efecto de las tensiones residuales en las paredes arteriales

Resumen

Presentación del grupo

Caracterización geométrica de paredes arteriales

Fallo mecánico de la pared arterial

Esquema de integración IMPL-EX

Conclusiones

Geometría 3D a partir de tomografía computarizada

Se reconstruye una geometría 3D a partir de una tomografía computarizada usando el software Mimics.

- ▶ **Caso:** T.C. - 70 años
Hospital Puerta de Hierro, Madrid
- ▶ **Grupo:** GMC-UPM
- ▶ **Resolución:** 5mm
- ▶ **Patología:** Posible aneurisma

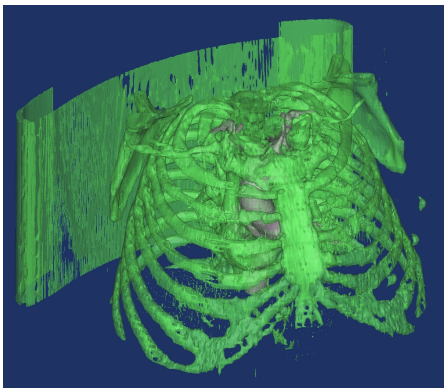


Figura: Paciente con posible aneurisma. Software MIMICS.

Geometría 3D a partir de tomografía computarizada

De la geometría completa se aíslan las secciones que definen el tejido blando del cayado aórtico.

- ▶ **Caso:** T.C. - 70 años
Hospital Puerta de Hierro, Madrid
- ▶ **Grupo:** GMC-UPM
- ▶ **Resolución:** 5mm
- ▶ **Patología:** Posible aneurisma

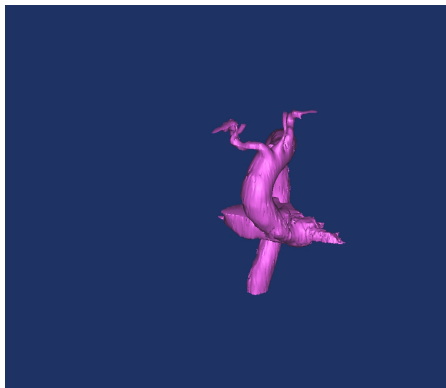


Figura: Paciente con posible aneurisma. Software MIMICS.

Geometría 3D a partir de tomografía computarizada

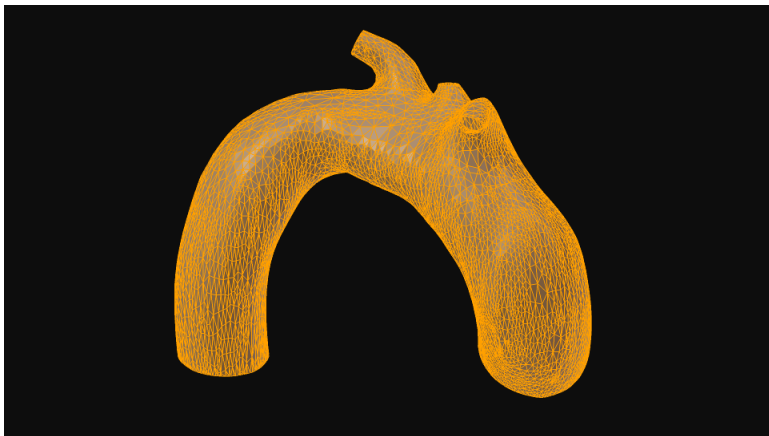


Figura: Superficie STL. Software Mimics.

Geometría 3D a partir de tomografía computarizada

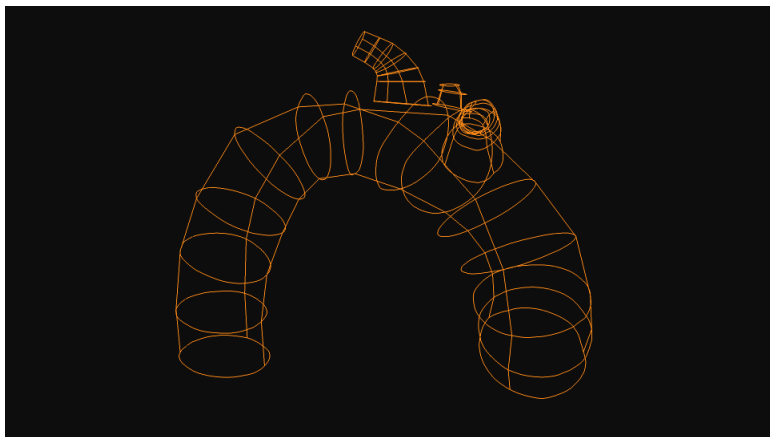


Figura: Ajuste curvas Spline. Software Blender + Numpy/Scipy.

Geometría 3D a partir de tomografía computarizada

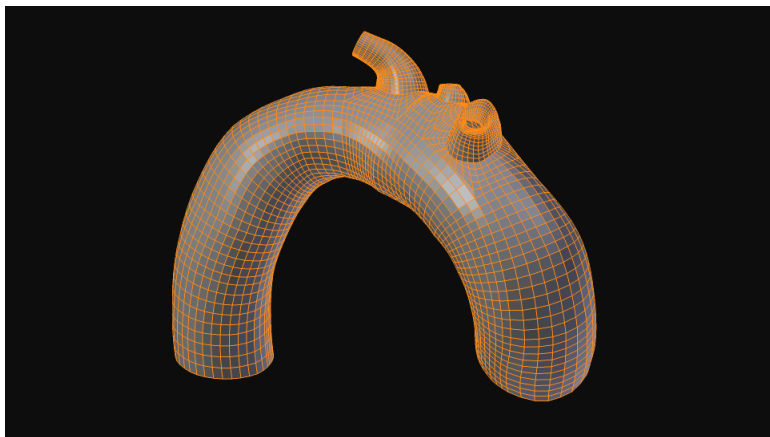


Figura: Malla de elementos finitos. Software Ansys.

Resumen

Presentación del grupo

Caracterización geométrica de paredes arteriales

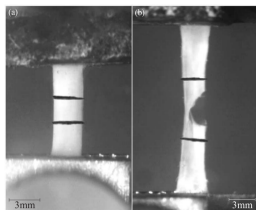
Fallo mecánico de la pared arterial

Esquema de integración IMPL-EX

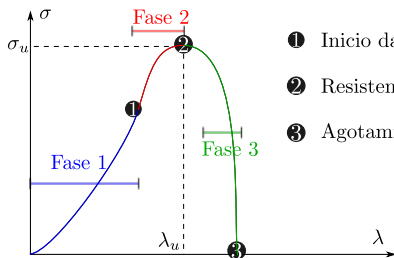
Conclusiones

Modelo de daño continuo con ablandamiento regularizado

Se busca un modelo mecánico que reproduzca el fallo material de la pared arterial cuando los esfuerzos son superiores a los fisiológicos



- ▶ **Fase 1.** Rango fisiológico del material (elástico)
- ▶ **Fase 2.** Procesos inelásticos con degradación
- ▶ **Fase 3.** Caída brusca de la capacidad resistente



- ① Inicio daño
- ② Resistencia última
- ③ Agotamiento material

Modelo de daño continuo con ablandamiento regularizado

- Función densidad de energía

$$W = U(J) + (1 - d_g)\overline{W}_g + (1 - d_{f1})\overline{W}_{f1} + (1 - d_{f2})\overline{W}_{f2}$$

- Disipación interna del modelo

$$\mathcal{D}_{\text{INT}} = \dot{d}_g\overline{W}_g + \dot{d}_{f1}\overline{W}_{f1} + \dot{d}_{f2}\overline{W}_{f2} \geq 0$$

- Variables internas (siendo $\alpha = \{g, f1, f2\}$)

$$d_\alpha \in [0, 1], \quad \dot{d}_\alpha \geq 0, \quad d_\alpha = 1 - \frac{q_\alpha(r_\alpha)}{r_\alpha}$$

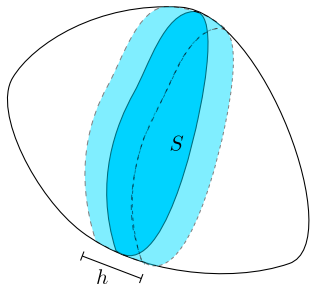
$$r_\alpha = \max_t \sqrt{2\overline{W}_\alpha}, \quad \dot{q}_\alpha = -H_\alpha(q_\alpha)\dot{r}_\alpha = -A_\alpha q_\alpha^\beta \dot{r}_\alpha$$

- Disipación total dentro del dominio

$$W_{\text{TOT}} = \int_{\Omega} d\Omega \left(\int_{t=t_d}^{\infty} \mathcal{D}_{\text{int}} dt \right) = \sum_{\alpha=g, f1, f2} \int_{\Omega} d\Omega \left(\int_{t=t_d}^{\infty} \frac{1}{2} (q_\alpha \dot{r}_\alpha - \dot{q}_\alpha r_\alpha) dt \right)$$

Regularización del ablandamiento

- ▶ Parámetro densidad superficial de energía de fractura.



$$\begin{aligned}
 W_{\text{TOT}} &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} \int_{\Omega} d\Omega \left[\frac{1}{A_{\alpha}} \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \right] \\
 &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} Sh \left[\frac{1}{A_{\alpha}} \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \right] \\
 &= \sum_{\alpha=g,f1,f2} SG_{\alpha}^f
 \end{aligned}$$

- ▶ Módulo de ablandamiento regularizado

$$H_{\alpha}(q_{\alpha}(t)) = A_{\alpha} q_{\alpha}^{\beta}(t) h = - \frac{(q_{\alpha}^0)^{2-\beta}}{(2-\beta)} \frac{1}{G_{\alpha}^f} q_{\alpha}^{\beta}(t) h$$

Resumen

Presentación del grupo

Caracterización geométrica de paredes arteriales

Fallo mecánico de la pared arterial

Esquema de integración IMPL-EX

Conclusiones

Degradación de la robustez numérica debido al ablandamiento

Matriz tangente global

$$\mathbf{K} = \mathcal{A}_{e=1}^{n_{elem}} \left[\mathbf{K}_T^{(e)} \right]$$

$$K_{T_{IJ}}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} \left[(\nabla_{\mathbf{x}} N_I)^T \cdot \boldsymbol{\tau}_{(e)} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} N_K + \mathbf{B}_I^T : \mathbb{C}_{(e)} : \mathbf{B}_K \right] d\Omega$$

Operador algorítmico tangente

$$\mathbb{C}_{(e)}^{load} = \mathbb{C}_{VOL} + \sum_{\alpha=g,f1,f2} J^{-1} \left(\frac{q_{\alpha}}{r_{\alpha}} \bar{\mathbb{C}}_{\alpha} + \frac{H_{\alpha} r_{\alpha} - q_{\alpha}}{r_{\alpha}^3} \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\alpha} \otimes \bar{\boldsymbol{\tau}}_{\alpha} \right)$$

En presencia de ablandamiento ($H_{\alpha} < 0$) el operador $\mathbb{C}_{(e)}^{load}$ tiene autovalores negativos y degrada el número de condición de la matriz \mathbf{K} .

*M. Jirásek, Comparative study on finite elements with embedded discontinuities-
CMAME 2000*

Algoritmo de integración IMPL-EX

Resumen

- ▶ Consta de dos esquemas de integración simultáneos:
 - ▶ Un esquema implícito estandar (*backward-Euler*)
 - ▶ Un esquema explícito
- ▶ En el esquema explícito las variables internas se calculan extrapolando los valores obtenidos con el esquema implícito en pasos anteriores.
- ▶ Las tensiones se calculan con los valores de las variables internas obtenidas con el método explícito.
- ▶ La contribución $\mathbf{B}_I^T : \mathbf{C}_{(e)} : \mathbf{B}_K$ a la componente de la matriz tangente elemental $K_{T_{IJ}}^{(e)}$ es semidefinida positiva.
- ▶ Es necesario usar pasos de tiempo pequeños.

Oliver et. al, Stability and robustness issues in numerical modeling of material failure with the strong discontinuity approach - CMAME 2006

Algoritmo de integración IMPL-EX

Esquema implícito estandar. Operador algorítmico tangente.

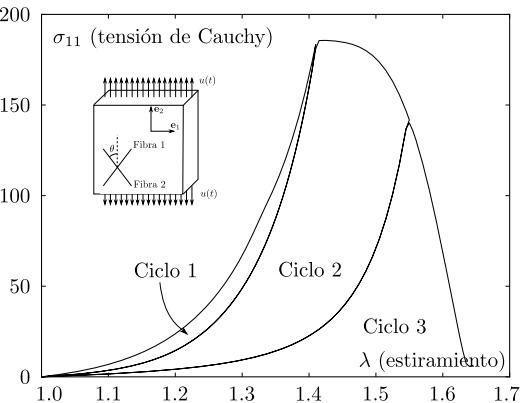
$$\begin{aligned}\mathbb{C}_{\alpha, \text{tan}}^{n+1} &= 2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} \left(\frac{q_{\alpha}^{n+1}(\mathbf{C}_{n+1})}{r_{\alpha}^{n+1}(\mathbf{C}_{n+1})} \bar{\mathbf{S}}_{\alpha}^{n+1}(\mathbf{C}_{n+1}) \right) \\ &= \frac{q_{\alpha}^{n+1}}{r_{\alpha}^{n+1}} 2 \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_{\alpha}^{n+1}}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} + 2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} \left(\frac{q_{\alpha}^{n+1}}{r_{\alpha}^{n+1}} \right) \otimes \bar{\mathbf{S}}_{\alpha}^{n+1}\end{aligned}$$

Esquema IMPL-EX. Operador algorítmico efectivo.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbb{C}}_{\alpha, \text{eff}}^{n+1} &= 2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{C}_{n+1}} \left(\frac{\hat{q}_{\alpha}^{n+1}(\mathbf{C}_n, \mathbf{C}_{n-1})}{\hat{r}_{\alpha}^{n+1}(\mathbf{C}_n, \mathbf{C}_{n-1})} \bar{\mathbf{S}}_{\alpha}^{n+1}(\mathbf{C}_{n+1}) \right) \\ &= \frac{\hat{q}_{\alpha}^{n+1}}{\hat{r}_{\alpha}^{n+1}} 2 \frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_{\alpha}^{n+1}}{\partial \mathbf{C}_{n+1}}\end{aligned}$$

$\frac{\partial \bar{\mathbf{S}}_{\alpha}^{n+1}}{\partial \mathbf{C}_{n+1}}$ definido positivo $\Rightarrow \hat{\mathbb{C}}_{\alpha, \text{eff}}^{n+1}$ semidefinido positivo

Ejemplo de aplicación



Matriz

$$c = 7,64 \text{ kPa}$$

Fibras

$$k_{1i} = 100 \text{ kPa}$$

$$k_{2i} = 10$$

$$\theta = 40,02^\circ$$

$$\kappa_i = 0$$

$$\sigma_g^u = 15 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{f_i}^u = 100 \text{ kPa}$$

$$G_g^f = 10 \frac{\text{KNm}}{\text{m}^2}$$

$$G_{f_i}^f = 16 \frac{\text{KNm}}{\text{m}^2}$$

$$\beta_g = 1,0$$

$$\beta_{f_i} = 1,0$$

Cuadro: Parametros materiales.

Resumen

Presentación del grupo

Caracterización geométrica de paredes arteriales

Fallo mecánico de la pared arterial

Esquema de integración IMPL-EX

Conclusiones

Conclusiones.

- ▶ Nuestro objetivo es lograr un modelo realista del cayado aórtico (definición geométrica, condiciones de contorno y comportamiento mecánico en rotura)
- ▶ Se han desarrollado herramientas para la manipulación de geometrías STL que permiten obtener geometrías aptas para el mallado.
- ▶ Usamos un modelo de daño con ablandamiento regularizado que considera la degradación de forma desacoplada para la matriz y para cada familia de fibras.
- ▶ Se utiliza un esquema de integración IMPL-EX que reduce el mal condicionamiento de la matriz tangente global debido a la presencia de ablandamiento por deformación.