



Determinación del coeficiente de rozamiento grano-pared en silos de pared corrugada mediante el método de los elementos discretos

Á. Ramírez¹, D.F. Llana¹, C. González-Montellano¹, M. Moya², F. Ayuga¹

¹Grupo de Investigación EIPIRMA. Universidad Politécnica de Madrid, Ciudad Universitaria s/n, 28040 Madrid, España.

²Centro Universitario de Plasencia, Universidad de Extremadura, Avda. Virgen del Puerto 2, 10600 Plasencia, Cáceres, España.

RESUMEN

El comportamiento de los materiales granulares almacenados en silos se ve afectado por varios parámetros, tanto aquellos característicos del material como de la geometría del silo. La determinación del coeficiente de rozamiento pared-partícula es uno de los parámetros de mayor importancia, siendo habituales en su determinación el uso de ensayos de corte directo. En el presente trabajo se estudia dicho coeficiente para el supuesto de una pared corrugada, el cual, teóricamente, debe representar a un valor efectivo que depende tanto del coeficiente de rozamiento grano-pared (para el caso de una pared lisa) y el ángulo de rozamiento interno del material. La determinación del rozamiento efectivo se ha realizado a través de la simulación por elementos discretos de un ensayo de corte sobre una pared corrugada. Los valores obtenidos han sido comparados con las prescripciones expuestas en la normativa vigente. La potencialidad del método de los elementos discretos permite el estudio de diversas configuraciones geométricas de la pared corrugada de los silos sin necesidad de realizar ensayos de laboratorio. Esto permitirá, en trabajos sucesivos, investigar la influencia de muy diversos factores en el valor del rozamiento efectivo grano-pared en este tipo de paredes.

Palabras clave: silo, coeficiente de rozamiento, pared corrugada, elementos discretos

ABSTRACT

The mechanical behaviour of granular materials stored in silos is affected by numerous parameters, some of them being related to the characteristic of the stored materials and others to the geometry of the silo. The determination of the particle-wall friction coefficient (or wall friction) is of great importance and direct shear tests are usually conducted in order to obtain its value. In this work this variable is analysed for the case of a corrugated wall. This value is expected to be an effective value between the particle-wall friction coefficient (obtained for a flat wall) and the internal friction coefficient of the material under study. The effective wall friction determination has been carried out by using a discrete element model to simulate a direct shear test on a corrugated wall. The values obtained have been compared with prescriptions given in the current standards. The potential of the discrete element method allows different geometries of the silo corrugated wall to be considered without the necessity of developing laboratory tests. In future works it will allow the influence of numerous parameters on the effective wall friction in corrugated walls to be studied.

Keywords: silo, friction coefficient, corrugated wall, discrete element method

1 - INTRODUCCIÓN

La comprensión del comportamiento mecánico del material almacenado en silos es esencial para la correcta predicción de los empujes que se producen en las paredes de los silos durante su llenado y descarga, así como de los diferentes tipos de flujo del material que pueden llegar a producirse. El comportamiento mecánico de estos materiales resulta complejo de entender hoy por hoy, y es por ello que todavía siguen produciéndose fallos estructurales en las industrias agroalimentarias, causando graves pérdidas económicas cuando esto ocurre.

Son varios los factores que intervienen en el comportamiento mecánico de los materiales almacenados. A menos que se comprendan y definan correctamente será difícil la posterior interpretación de los resultados obtenidos en ensayos de medición de presiones o en la determinación del tipo de flujo del material almacenado (Brown and Nielsen, 1998). Algunas de las propiedades mecánicas de los materiales almacenados son: el ángulo de rozamiento interno, el coeficiente de Poisson, la densidad o el coeficiente de rozamiento entre la pared del silo y el material almacenado, también llamado coeficiente de rozamiento grano-pared.

La correcta determinación del coeficiente de rozamiento grano-pared es de gran importancia para la obtención analítica de las presiones actuantes en la pared del silo así como para la interpretación de resultados obtenidos en la determinación experimental de presiones en silos. Varios investigadores han descrito ensayos para determinar este parámetro, principalmente basados en la utilización de un aparato de corte directo o similar. En estos casos suele utilizarse una de las mitades que constituyen de la caja de corte directo convencional, la cual se hace deslizar sobre una muestra de pared con las características deseadas. Aplicando diferentes cargas sobre la muestra de material almacenado, la resistencia que se genera en este deslizamiento suele ser medida mediante un anillo dinamométrico o similar (Jenike et al. 1960; Arnold et al. 1978). Cuando la muestra de pared de silo es lisa el ensayo se puede llevar a cabo sin muchos problemas. Sin embargo cuando la pared considerada es de tipo corrugada, el ensayo se dificulta en gran medida (Molenda et al. 2000). Adicionalmente, no existe a día de hoy un procedimiento normalizado que aclare cómo abordar este tipo de ensayo.

Muchas de las normas existentes para cálculo de presiones en silos (EN 1994-1, 2006; AS 3774, 1996) proponen algunos procedimientos analíticos para la determinación del rozamiento efectivo del grano con una pared corrugada. Basándose en que el plano de ruptura entre el material y la pared se encuentra en las proximidades de la pared (Figura 2), dichos procedimientos proponen la obtención del valor efectivo del rozamiento como una función que depende del ángulo de rozamiento interno del material almacenado y del coeficiente de rozamiento grano-pared, este último bajo el supuesto de una pared lisa.

El objetivo del trabajo presentado es determinar numéricamente, mediante el método de los elementos discretos, este parámetro. Se han elaborado diferentes modelos para ciertas propiedades concretas del material almacenado (ángulo de rozamiento interno, densidad, etc.). Este análisis pretende contrastar los resultados obtenidos numéricamente con las recomendaciones que actualmente figuran en la normativa vigente. En trabajos futuros se pretende llevar a cabo un extenso análisis paramétrico con objeto de tener en cuenta todas las fuentes de variabilidad del rozamiento efectivo en paredes corrugadas. A través de él se espera proponer una nueva formulación analítica que mejore los resultados propuestos por las normas existentes.

2 - METODOLOGÍA

El método de los elementos discretos (Discrete Element Method, DEM) es una técnica numérica utilizada para la simulación del comportamiento mecánico de medios granulares. Está basado en un esquema numérico explícito en el que la interacción entre partículas está monitorizada contacto a contacto y en el que el movimiento de las partículas está modelizado partícula a partícula (Cundal y Strack, 1979). En el DEM se asume que la deformación de cada partícula individual es muy pequeña en relación con la deformación de la masa granular en conjunto (Cundal y Strack, 1979). Esto permite que no sea necesario modelizar la deformación de la partícula de un modo preciso para poder simular con exactitud el comportamiento mecánico del conjunto. De este modo, cada partícula será simulada como un cuerpo rígido al que se le permite solaparse con otros en los puntos de contacto entre partículas, siendo este solape entre ambas partículas el que simula de alguna forma la deformación individual de las partículas.

Todos los modelos de elementos discretos desarrollados en el presente trabajo han sido realizados mediante el programa informático PFC 3.10 (Itasca 2004). Dichos modelos tuvieron un carácter bidimensional en el que las partículas simuladas fueron discos circulares, de radios comprendidos entre 1,5 y 3 cm y sin posibilidad de giro sobre sí mismos. Las propiedades del material consideradas en todos los modelos realizados en el presente trabajo son las expuestas en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros del material empleados en los modelos DEM.

Parámetros del material	Valores
Rigidez partícula (Pa)	10^8
Rigidez pared (Pa)	10^8
Densidad partícula (kg/m^3)	1287
Coef. rozamiento partículas	0,3
Coef. rozamiento pared-partícula	0,3
Diámetro menor (cm)	1,5
Diámetro mayor (cm)	3

Se han realizado tres modelos de elementos discretos distintos. En el primero de ellos (M2) se ha modelizado un ensayo de corte directo modificado en el que tan solo se ha simulado una de las mitades de la caja de corte deslizando sobre una pared lisa. En este caso se pretende conocer la relación entre el valor del rozamiento partícula-pared obtenido a nivel macroscópico (μ_w) y el valor microscópico del rozamiento entre partículas empleado en la definición del modelo (Tabla 1). En el segundo modelo (M2) se ha modelizado un ensayo de corte directo convencional, con objeto de obtener los valores del coeficiente de rozamiento interno del material ($\tan \phi_i$) (variable macroscópica) en función del valor microscópico del coeficiente de rozamiento entre partículas empleado en la definición del modelo (Tabla 1). Finalmente se realizó un tercer modelo (M3), similar al modelo M1, en el que la pared lisa de éste fue sustituida por una pared con corrugas de forma trapezoidal (Figura 1). A través de él se obtuvo el valor del coeficiente de rozamiento efectivo (μ_{eff}) entre partículas y la pared corrugada.

Todos los modelos se han llevado a cabo empleando bajas velocidades de desplazamiento de la caja sobre la pared con objeto de evitar perturbaciones. Durante el desplazamiento se ha aplicado una presión normal constante a través del uso de un servomecanismo que modifica

ligeramente la posición de la pared superior con objeto de mantener constante el valor de una determinada presión de consigna. Adicionalmente, durante todo el deslizamiento se han registrado los valores de fuerza total en la pared vertical 1 según el esquema de la Figura 1.

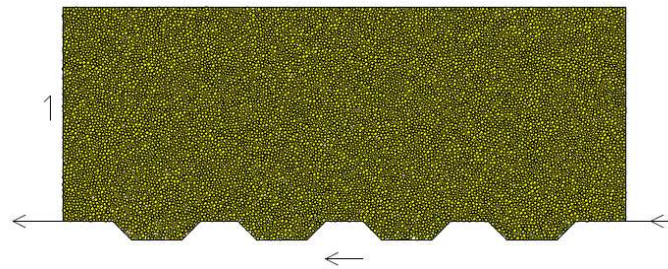


Figura 1. Caja simulando pared trapezoidal

Los resultados obtenidos para μ_{eff} en el modelo M3 se han comparado con los resultantes de la formulación propuesta para su determinación analítica en el Eurocódigo EN 1994-1 (2006). En dicha formulación, el rozamiento efectivo se obtiene a través de una ponderación de los valores del coeficiente de rozamiento partícula-pared obtenido para el caso de una pared lisa (μ_w) y del coeficiente de rozamiento interno ($\tan \phi_i$) característico del material (Ec. 1). Esta ponderación está basada en un parámetro a_w (Ec. 2) cuyo valor es función de las dimensiones concretas de la pared corrugada (Figura 2). Los valores de μ_w y $\tan \phi_i$ utilizados para el cálculo analítico de μ_{eff} (valor que será comparado con el obtenido en M3) son los obtenidos en los modelos M2 y M1 respectivamente.

$$\mu_{eff} = (1 - a_w) \cdot \tan \phi_i + a_w \cdot \mu_w \quad (1)$$

$$a_w = \frac{b_w}{b_w + b_i} \quad (2)$$

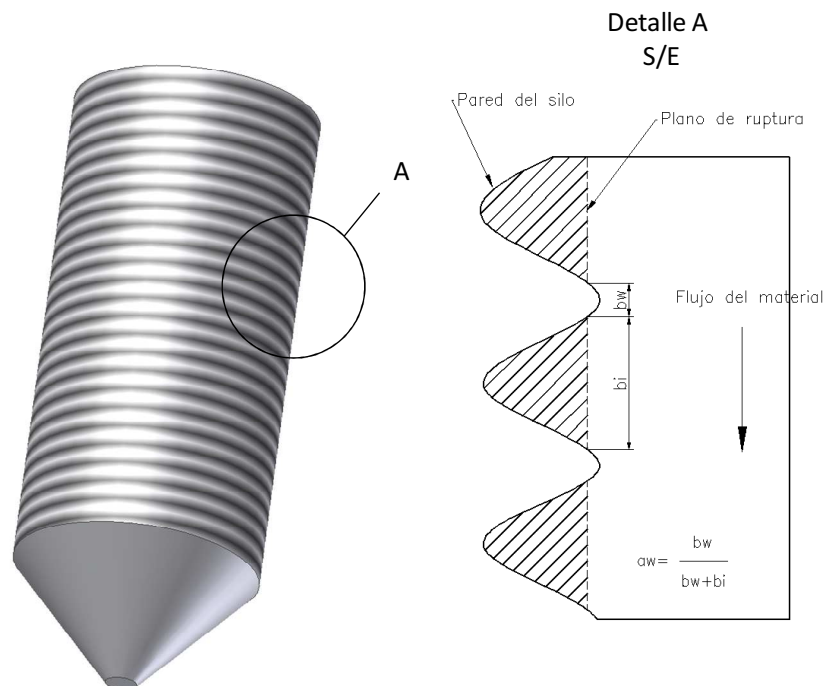


Figura 2. Representación esquemática del plano de ruptura formado al deslizar el material almacenado

3 - RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el modelo M1 se realizó un ensayo de corte modificado sobre una pared lisa con objeto de conocer el valor macroscópico del coeficiente de rozamiento con la pared (μ_w). El valor obtenido para esta variable fue de $\mu_w = 0,3$, valor que coincide exactamente con el valor microscópico empleado en la definición del modelo para el coeficiente de rozamiento partícula-pared (Tabla 1). Posteriormente, en el modelo M2 se desarrolló un ensayo de corte convencional con objeto de conocer el valor del coeficiente de rozamiento interno ($\tan \phi_i$). Las curvas de fuerza-desplazamiento obtenidas para este modelo no permitían identificar claramente el instante en el que se producía la rotura del material. Debido a ello, se consideraron dos instantes diferentes que representaban las situaciones extremas, es decir, aquellas para las que se obtenían los valores máximos y mínimo del coeficiente de rozamiento interno ($\tan \phi_i$). En la Figura 3 se muestran, para cada una de estas dos situaciones extremas, las envolventes de Mohr-Coulomb obtenidas con el modelo de corte directo convencional elaborado (M2). A través de ellas, los valores mínimo y máximo del coeficiente de rozamiento interno calculados son, respectivamente, $\tan \phi_i = 0,63$ y $\tan \phi_i = 0,87$. Esto supone que el valor microscópico del coeficiente de rozamiento entre partículas empleado en la definición del modelo está asociado a un valor macroscópico del coeficiente de rozamiento entre partículas que oscila entre 0.63-0.87.

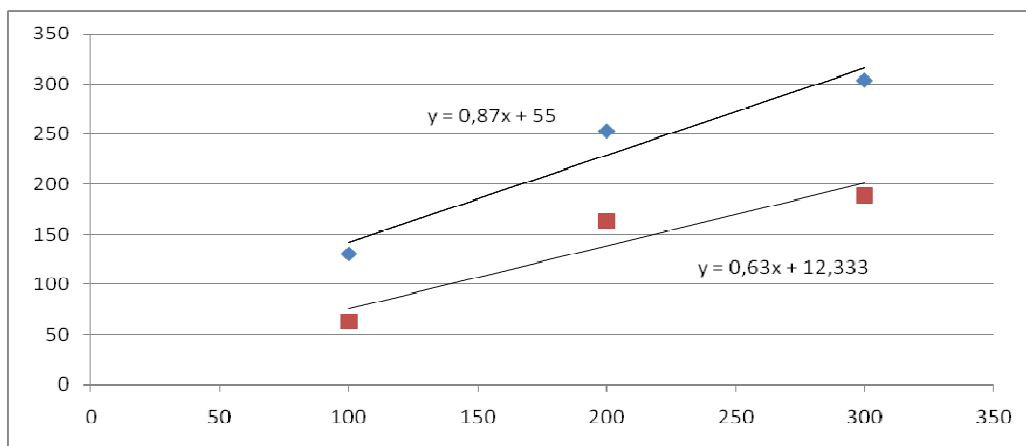


Figura 3. Envolventes de Mohr-coulomb. Eje Y, fuerza alcanzada en la rotura (kPa). Eje X, presión del servomecanismo (kPa)

Según el modelo analítico propuesto por el Eurocódigo EN 1994-1 (2006), el valor del coeficiente de rozamiento efectivo (μ_{eff}) que se tendría en el caso de una pared corrugada sería un valor intermedio entre el coeficiente de rozamiento partícula-pared obtenido para una pared lisa (μ_w) y el coeficiente de rozamiento interno (o entre partículas) $\tan \phi_i$. Según este modelo analítico y para los resultados descritos en el párrafo anterior, el valor de rozamiento efectivo (μ_{eff}) esperado en el modelo M3, donde se representaba una pared corrugada, debería localizarse en el rango 0.3-0.63 o en el rango 0.3-0.87 según el caso extremo considerado en el ensayo de corte directo convencional realizado en el modelo M2

En la Figura 4 se muestra, para el modelo M3, la representación de la fuerza horizontal de corte registrada sobre la pared número 1 de la Figura 1 en función del tiempo transcurrido desde el inicio de la simulación para un determinado valor de fuerza de compresión en el servomecanismo. La curva representada es el resultado del ensayo de corte modificado sobre

pared corrugada que fue considerado en el modelo M3. Dicha curva permite obtener el valor del coeficiente de rozamiento efectivo (μ_{eff}) entre el material y la pared corrugada. Con objeto de comparar este valor con los esperados según el modelo analítico del Eurocódigo EN 1994-1 (2006), en la Figura 4 se representan adicionalmente los dos rangos de valores que, según lo explicado en párrafos anteriores, deberían incluir al valor de μ_{eff} . Puede observarse que la rotura del material en el modelo M3 se produce dentro de dichos intervalos. Esto indica que las suposiciones iniciales del modelo analítico del Eurocódigo EN 1994-1 (2006) son, en principio, correctas, siendo el valor de μ_{eff} un valor intermedio entre $\tan \phi_i$ y μ_w . La proporción en la que influye cada uno de éstos en el valor de μ_{eff} no ha sido definida en el presente trabajo, dada la dificultad presentada en el modelo M2 para la identificación del momento de la rotura. El estudio más detallado de estas proporciones así como de la influencia de otras variables son cuestiones que serán contempladas en trabajos posteriores.

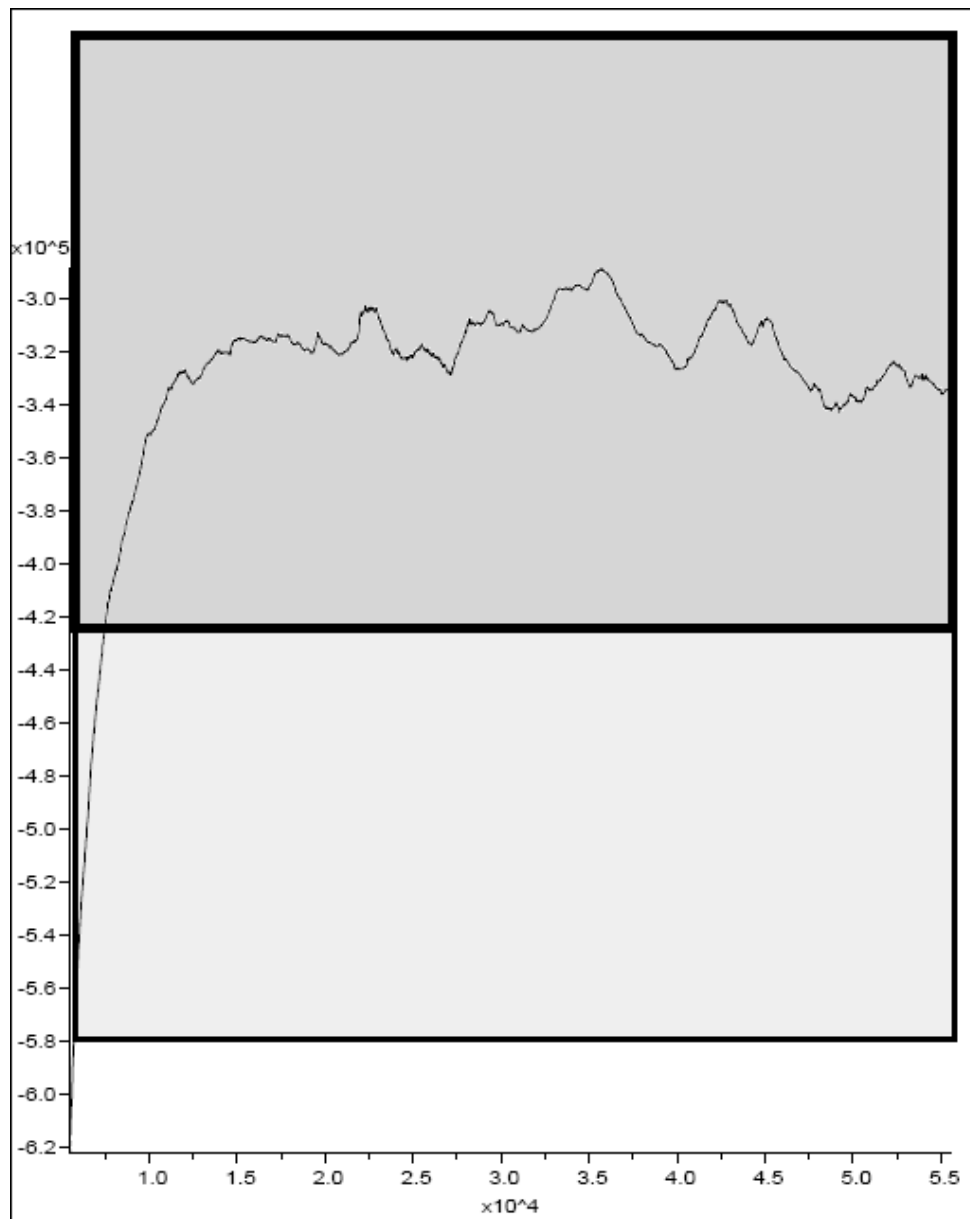


Figura 4. Zonificación que permite evaluar la influencia de ϕ_i y μ_w en la determinación de μ_{eff} . Eje Y, presión registrada en la pared 1 (Pa). Eje X, tiempo (nº de pasos).

4 - CONCLUSIONES

Los modelos de elementos discretos elaborados en el presente trabajo han permitido comprobar que el rozamiento efectivo obtenido para el caso de una pared corrugada representa a un valor intermedio entre el rozamiento partícula-pared calculado para una pared lisa del mismo material (μ_w) y el coeficiente de rozamiento interno de las partículas ($\tan \phi_i$). Esta observación permite corroborar de forma preliminar la validez del modelo analítico propuesto por el Eurocódigo EN 1994-1 (2006).

No obstante, la gran cantidad de fluctuaciones observada durante la simulación del ensayo de corte directo realizada en el modelo M2 hace que la determinación del valor de $\tan \phi_i$ sea dificultosa. Esto impide comprobar la proporción exacta en que el coeficiente de rozamiento interno del material ($\tan \phi_i$) y el coeficiente de rozamiento pared-partícula (μ_w) influyen en el valor del coeficiente de rozamiento efectivo de la pared corrugada (μ_{eff}). El estudio más detallado de estas proporciones así como de la influencia de otras variables son cuestiones que serán contempladas en trabajos posteriores.

5 - BIBLIOGRAFÍA

- [1] Brown C. J. and Nielsen J. (1998) Silos: Fundamentals of theory, behaviour and design, E&F Spon, London. 835 pp.
- [2] Jenike, A.W., Elsey, P.J. and Wooley, R.H. (1960) Flow properties of bulk solids, Proceedings of the American Society for Testing and Materials, 60, 1168-1181.
- [3] Arnold, P.C., McLean, A.G. and Roberts, A.W. (1978) Bulk Solids: Storage, Flow and Handling, Tunra Bulk Solids Handling Research Associates, University of Newcastle, Australia (second edition 1980) .
- [4] M. Molenda, S. A. Thompson, I. J. Ross (2000) PH—Postharvest Technology: Friction of Wheat on Corrugated and Smooth Galvanized Steel Surfaces. Journal of Agricultural Engineering Research, 77 (2): 209-219.
- [5] EN 1991-4. Eurocode 1 (2006). Basis of design and actions on structures - part 4: actions on silos and tanks, European Committee on Standardization, Brussels.
- [6] AS 3774 (1996). Loads on bulk Solids Containers, Australian Standard with Commentary, Standards Association of Australia, Sydney, August.
- [7] Cundal, P. & Strack, O. (1979), 'A discrete numerical model for granular assemblies', *Geotechnique* 29(2), 47-65.
- [8] Itasca Consulting Group, Inc. (2004). Particle Flow Code in 2 dimensions. User's Guide. Minneapolis, USA.