



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Facultad de Informática

Departamento de Inteligencia Artificial

TESIS DOCTORAL

Análisis de Texturas Mediante el Histograma de
Frecuencias de Elementos Conexos

Miguel Ángel Patricio Guisado

Director: Darío Maravall Gómez-Allende

Madrid 2002

Resumen

El Análisis de Texturas, y más concretamente, la segmentación de texturas es uno de los campos de mayor interés dentro de la Visión Artificial. La segmentación de una escena del mundo real es casi imposible llevarla a cabo sin poder segmentar los objetos texturizados que en ella se encuentran. Este proceso es más crítico cuando se pretende aplicar en sistemas de inspección automática en entornos industriales. Un error en esta fase se propagará en subsiguientes etapas y provocará una degeneración completa del sistema. Por este motivo, la inspección de productos industriales juega un papel muy importante en los procesos de producción, en los que cada vez más aumenta la demanda de calidad en un entorno de fuerte competitividad.

El principal problema con el que nos enfrentamos en el Análisis de Texturas es el de encontrar la mejor representación de textura. Uno de los inconvenientes más significativos dentro de la caracterización e identificación de texturas es que la mayoría de sus descripciones son subjetivas y difusas. La mayor parte de las características utilizadas para su descripción dependen muy estrechamente del problema que se intenta resolver y desgraciadamente no existe un esquema estandarizado. Sobre esta problemática se centra la principal aportación de este trabajo. Hemos desarrollado un novedoso concepto al que hemos llamado: Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos (HFEC). Se puede definir el HFEC de una imagen como una aproximación a la función de densidad de un suceso o evento aleatorio denominado "elemento conexo". Este suceso no sólo representa la distribución de los niveles de gris de la textura, sino también la dependencia espacial que existe entre ellos.

El trabajo se compone principalmente de tres partes. La primera parte del trabajo se centra en la descripción de esta novedosa herramienta, así como en el estudio de sus propiedades. Se presentan los parámetros que definen el HFEC: el Nivel de Conectividad y el Parámetro Morfológico. Mediante un estudio de sensibilidad de estos parámetros se demuestra como el Histograma de niveles de gris de una imagen es un caso particular de la configuración de un HFEC.

En una segunda parte se presenta una arquitectura para el diseño de Sistemas de Reconocimiento Automático de Formas basados en la representación de un HFEC. Dicha arquitectura se divide en tres fases: (1) Extracción de características, (2) Selección de características y (3) Clasificación. En la primera fase, como su nombre indica, se extraen las características del HFEC que entran en juego en nuestro problema de reconocimiento y cuyo fin es la conversión del HFEC en características que representen, idealmente, la información condensada y más importante de un HFEC dado. En esta fase, además de las herramientas clásicas como la transformada de Fourier, se ha utilizado una herramienta matemática cuyo uso está siendo bastante extenso y exitoso en sistemas de reconocimientos de formas como es la

transformada Wavelet. El objetivo principal de un HFEC es el de caracterizar la región de una textura para su posterior clasificación. El HFEC de una textura natural es una función no estacionaria y, por lo tanto, es deseable para su estudio poder trabajar con una representación espacio / escalar (frecuencia) de la forma que nos lo permite el análisis Wavelet. En la fase de selección de características se identifican el menor número de características que mejor identifican un HFEC dado con la mínima redundancia posible. Para ello se ha implementado un procedimiento estadístico que tiene en cuenta la información de dispersión entre/intra clases a la hora de seleccionar una característica. En la tercera y última fase se asigna una categoría de textura a un HFEC específico de acuerdo con las características seleccionadas en la etapa anterior. Hemos elegido como clasificador un tipo de redes neuronales como el modelo de perceptrón multicapa con propagación hacia delante (feedforward neural network), asociado al algoritmo de ajuste denominado Retropropagación del Gradiente (Back-Propagation).

Por último, se presenta la aplicación de esta arquitectura y el HFEC a un sistema real de inspección automática de madera. El problema que se pretende resolver es el de la detección de defectos en objetos de madera. La inspección de estos objetos se realiza bajo condiciones de un entorno industrial y existe una gran variabilidad en la apariencia de los mismos. Parte del desarrollo expuesto es fruto del trabajo de investigación realizado durante más de seis años en un proyecto de colaboración entre el Departamento de Inteligencia Artificial de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Madrid y una empresa privada (por motivos de confidencialidad evitamos el nombre). A la hora de escribir estas líneas existen seis plantas industriales (tres en España, dos en Francia y una en Portugal) utilizando el sistema de inspección automática desarrollado en este proyecto.

Summary

Textures Analysis, or more precisely, texture segmentation, is one of the most critical issues in computer vision. There are virtually no scenes taken from the real world that can be analyzed automatically without segmenting the texture elements present in the corresponding digital images. Focusing on the automatic quality inspection of industrial products, the results attained in the segmentation phase are critical for the performance of the whole computer-based vision system. On the other hand, because of ever-increasing competitiveness in business and industry, quality inspection has become a key issue in any production process.

The main problem that we face ourselves in Textures Analysis is finding the best texture representation. One of the most significant drawbacks within texture characterization and identification is that most of the descriptions are subjective and vague. Although the description, selection and classification of texture features are crucial for automatic object inspection, there is, unfortunately, no universally accepted standard for such a strategic endeavor. Most of the texture features used in practice depend very closely on the application domain and, furthermore, there is a disturbing lack of agreement even in the terminology used by the different authors. For any domain-specific application, the problem of selecting the best set of texture features, aside from being crucial, is more an art than a science. The main contribution of this thesis centers on these problems. We have developed a novel concept that we have called: Frequency Histogram of Connected Elements (FHCE). The FHCE can be defined as an approximation to the probability density function of a random event called "Connected Element". The FHCE represents the frequency of occurrence of a random event, which not only describes the texture's gray-level distribution, but also the existing spatial dependence within the texture.

The thesis is composed of three parts. The first part centers on the description of this novel concept, as well as on the study of its main properties. The parameters that define the so-called "Connected Element" are introduced: the Connectivity Level and the Morphology Parameter. A sensibility study of these parameters shows that the gray-level histogram of a digital image is a particular case of the FHCE.

The second part introduces an architecture for the design of Automatic Recognition Systems based on the representation of an FHCE. This architecture is divided into three phases: (1) characteristics extraction, (2) characteristics selection and (3) classification. In the first phase, the characteristics of the FHCE that come into play in our recognition problem are extracted. The purpose is to convert the FHCE into characteristics that represent the condensed information of a given FHCE. In this phase, in addition to classic tools, such as the Fourier transform, we used a widely used and highly successful mathematical tool for recognition systems: the Wavelet transform. The main objective of an FHCE is to characterize the

region of a texture for its subsequent classification. The FHCE of a natural texture is a non-stationary function and, therefore, it is desirable for its study to be able to work with a space/scalar (frequency) representation, as the Wavelet analysis does. In the characteristics selection phase, the smallest number of characteristics that best identify an FHCE, with the minimum possible redundancy, are identified. For this reason, a statistical procedure was implemented that takes into account the dispersion information between/within classes in order to select a characteristic. In the third and last phase, the FHCE is assigned to a texture category according to the characteristics selected in the previous stage. A feed-forward multi-layer perceptron, trained with the back-propagation algorithm, is the specific ANN classifier applied for the detection and recognition of textures in digital images.

Finally, this architecture and the FHCE are applied to a real automatic wood inspection system. The problem that is to be solved is the detection of defects in wooden objects. These objects are inspected under industrial environment conditions. Part of the development presented is the result of investigative work carried out over more than six years in a collaborative project between the *Departamento de Inteligencia Artificial* of the *Facultad de Informática* of the *Universidad Politécnica de Madrid* and a private company (to remain unnamed for confidentiality reasons). At the time of this writing, there are six industrial plants (three in Spain, two in France and one in Portugal) using the automatic inspection system developed in this project.

Agradecimientos

En primer lugar deseo expresar mi agradecimiento a Darío por todas sus horas invertidas durante mi formación. Sin sus consejos y desinteresado apoyo nunca se podría haber realizado esta tesis. Desde aquí mi más sincero agradecimiento.

A todos mis amigos y compañeros que tanto me han apoyado durante el largo periodo de realización de mi tesis. Gracias por estar ahí y soportarme, ya que comprendo que no es nada fácil aguantar a una persona en sus últimos años de elaboración de tesis.

Por último, y por ello no menos, deseo expresar mi gratitud a mi familia, quien es totalmente participe de mi tesis. Gracias por todos los esfuerzos, afecto y compañía que me habéis ofrecido durante todos estos años.

Índice

1. Introducción	1
2. El Histograma de Frecuencia de Elementos Conexos	4
2.1 Introducción	4
2.2 Concepto de vecindad	5
2.3 Noción de elemento conexo	5
2.4 Histograma de frecuencias de elementos conexos (<i>HFEC</i>)	6
2.4.1 Parámetro morfológico	9
2.4.2 Nivel de conectividad	15
2.5 Aspectos computacionales	16
2.6 Generalización del histograma de frecuencia de elementos conexos	18
2.7 La Matriz de Coocurrencia y el histograma de frecuencias de elementos conexos	22
3. Diseño de un SRAF basado en el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos	26
3.1 Introducción	26
3.2 Análisis wavelet	28
3.2.1 Introducción	28
3.2.2 La Transformada de Fourier en ventanas	29
3.2.3 La transformada Wavelet continua	30
3.2.4 Propiedades de las funciones wavelet	32
3.2.5 Funciones wavelet discretas	33
3.2.6 Filtro paso banda	34
3.2.7 La función de escala	35
3.2.8 Codificación subbanda	36
3.2.9 La transformada wavelet discreta. El algoritmo piramidal de Mallat	37
3.2.10 La Transformada Wavelet Empaquetada (TWE)	42
3.2.11 Generalización de la Transformada Discreta Wavelet para m-bandas	43
3.2.12 Transformada wavelet bidimensional	44
3.2.13 Aplicaciones de la transformada wavelet	45
3.2.13.1 Filtrado de ruido en señales / imágenes	45
3.2.13.2 Compresión de información	45
3.2.14 La transformada wavelet y el reconocimiento de formas	46
3.2.14.1 Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos completo	47

3.2.14.2	Valores de energía y entropía de las distintas escalas	48
3.3	Selección de las características con mayor capacidad de discriminación	49
3.3.1	Paso 1: Normalización de los datos	50
3.3.2	Paso 2: Ránking de las características más discriminantes	50
3.3.3	Paso 3: Diseño del vector de características mediante el método de incorporación	50
3.4	Las Redes de Neuronas Artificiales como clasificadores	53

4. Aplicación del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos al análisis automático de madera57

4.1	Introducción	57
4.2	Adquisición	60
4.3	Preprocesamiento	66
4.4	Extracción de características	68
4.4.1	Subdivisión de la imagen	68
4.4.2	Diseño del vector de características	69
4.4.2.1	Definición del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos	70
4.4.2.2	Transformada de Fourier del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos	73
4.4.2.3	Transformada Wavelet del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos	74
4.4.2.4	Distribución de la energía de la Transformada Wavelet y su valor de entropía	76
4.5	Selección de características	77
4.5.1	Optimización en la selección de descriptores	80
4.6	Clasificación y resultados	91
4.6.1	Test 1: Sensibilidad del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” para un valor de “Máxima Desviación” igual a 0,1	93
4.6.2	Test 2: Sensibilidad del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” para un valor de “Máxima Desviación” igual a 0,2	97
4.6.3	Test 3: Sensibilidad del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” para un valor de “Máxima Desviación” igual a 0,5	100
4.6.4	Optimización en el diseño del clasificador	103

5. Conclusiones y futuras líneas de trabajo 106

5.1	Introducción	106
5.2	Conclusiones	106
5.3	Futuras líneas de trabajo	109

Apéndice A. Diseño software del sistema para el desarrollo de un S.R.F. basado en el HFEC 111

Bibliografía 116

Listado de ilustraciones

FIG. 2.1. DOS EJEMPLOS DE VECINDAD (1,2) Y (3,2) DEL PIXEL x_k CON COORDENADAS (I,J).	5
FIG. 2.2. IMAGEN ARTIFICIAL CON UNA DENSIDAD DE NIVELES DE GRIS DE 8.	6
FIG. 2.3. HISTOGRAMA DE NIVELES DE GRIS DE LA IMAGEN ARTIFICIAL DE LA FIGURA 2.2.	7
FIG. 2.4. <i>HFEC</i> DE LA IMAGEN ARTIFICIAL DE LA FIGURA 2.2.	7
FIG. 2.5. ESTÁN SOMBRADOS LOS PÍXELES (I,J) QUE REPRESENTAN EL CENTRO DE LOS RESPECTIVOS ELEMENTOS CONEXOS PARA UNA VALOR DE $T=2$. OBSÉRVESE QUE LOS NIVELES DE GRIS QUE DEBEN POSEER LOS PÍXELES PERTENECIENTES A LAS VECINDADES DEFINIDAS POR $\phi^{0,1}$ DEBEN SER 1, 2, Ó $3 \in [2-1, 2+1]$	8
FIG. 2.6. RESULTADO DE UMBRALIZAR LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.2 UTILIZANDO COMO UMBRAL $T=3$	8
FIG. 2.7. IMAGEN DE MADERA EN LA QUE PODEMOS OBSERVAR UNA GRIETA. CON UN RECUADRO INDICAMOS LA REGIÓN DE LA IMAGEN QUE VA A SER ESTUDIADA.	9
FIG. 2.8. GRÁFICOS DE L (A) HISTOGRAMA DE NIVELES DE GRIS Y (B) <i>HFEC</i> DE LA VENTANA SELECCIONADA EN LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.7.	9
FIG. 2.9. RESULTADO DE UMBRALIZAR LA REGIÓN DE LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.7 UTILIZANDO INFORMACIÓN DEL <i>HFEC</i>	9
FIG. 2.10. DISTINTAS DEFINICIONES DE PARÁMETROS MORFOLÓGICOS.	10
FIG. 2.11. IMAGEN BINARIA SOBRE LA QUE SE VA A APLICAR LA OPERACIÓN DE EROSIÓN.	10
FIG. 2.12. ELEMENTO ESTRUCTURANTE UTILIZADO PARA REALIZAR LA OPERACIÓN DE EROSIÓN SOBRE LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.11.	10
FIG. 2.13. RESULTADO DE REALIZAR LA OPERACIÓN DE EROSIÓN SOBRE LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.11 UTILIZANDO EL ELEMENTO ESTRUCTURANTE DE LA FIGURA 2.12.	10
FIG. 2.14. RESULTADO DE LA OPERACIÓN DE DILATACIÓN DE LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.11 UTILIZANDO COMO ELEMENTO ESTRUCTURANTE EL DE LA FIGURA 2.12.	11
FIG. 2.15. OPERACIÓN DE APERTURA.	12
FIG. 2.16. IMÁGENES DE CÍRCULOS Y LA SECUENCIA DE CRIBA.	13
FIG. 2.17. DISTRIBUCIÓN DEL TAMAÑO DE LOS CÍRCULOS: $\Omega(k)$, $\Phi(k)$ Y $D\Phi(k)$	14
FIG. 2.18. MATRIZ DE <i>HFECs</i> . CADA COLUMNA ES UN <i>HFEC</i> CON UN PARÁMETRO MORFOLÓGICO x_k	14
FIG. 2.19. IMAGEN ORIGINAL DE LA QUE VAMOS A OBTENER DISTINTOS <i>HFEC</i> . LOS <i>HFEC</i> SE OBTENDRÁN DE LA REGIÓN DE LA IMAGEN SEÑALADA POR UN RECTÁNGULO.	15
FIG. 2.20. DIFERENTES <i>HFECs</i> CON SUS CORRESPONDIENTES DEFINICIONES DE ELEMENTO CONEXO INDICADAS EN LA PARTE SUPERIOR IZQUIERDA DE CADA GRÁFICO.	15
FIG. 2.21. IMAGEN DIGITALIZADA DE UN PERIÓDICO. LA REGIÓN QUE SE ENCUENTRA RECUADRADA ES LA QUE VAMOS A ANALIZAR.	16
FIG. 2.22. <i>HFECs</i> CORRESPONDIENTES A LA REGIÓN SEÑALADA EN LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.20. EL NIVEL DE CONECTIVIDAD DISMINUYE EN ESTE ORDEN (A), (B), (C) Y (D).	16
FIG. 2.23. GENERALIZACIÓN DEL CÁLCULO DE ELEMENTOS CONEXOS PARA N CARACTERÍSTICAS.	19

FIG. 2.24. IMAGEN DE UNA TABLA DE MADERA CON UNA GRIETA QUE LA RECORRE HORIZONTALMENTE (A). EN (B) TENEMOS EL RESULTADO DE APLICAR UN OPERADOR LOCAL PARA LA OBTENCIÓN DE LÍNEAS HORIZONTALES. EN (B) ESTÁN MARCADAS DOS VENTANAS: 1 – PERTENECE A LA GRIETA; 2 – SE CORRESPONDE CON MADERA EN BUENAS CONDICIONES.	19
FIG. 2.25. PÍXELES IMPLICADOS EN EL OPERADOR LOCAL DE OBTENCIÓN DE LÍNEAS HORIZONTALES.....	20
FIG. 2.26. HFECs CORRESPONDIENTES A LAS VENTANAS DE LA IMAGEN DE LA FIGURA 2.23-(B).....	20
FIG. 2.27. IMAGEN DE UNA ESTRUCTURA DE MADERA, CUYA VISIÓN FRONTAL NOS MUESTRA CINCO TABLAS ALINEADAS HORIZONTALMENTE. LA TERCERA DE ELLAS POSEE UNA GRIETA DE IZQUIERDA A DERECHA QUE RECORRE APROXIMADAMENTE UN CUARTO DE LA TABLA. TAMBIÉN PODEMOS OBSERVAR COMO LA TEXTURA DE LAS CINCO TABLAS ES MUY POCO HOMOGÉNEA (NUDOS DE LA MADERA, MANCHAS, CLAVOS, ...)	21
FIG. 2.28. RESULTADO DE APLICAR LOS FILTROS DE LAW EN LA FIGURA 2.25.	22
FIG. 2.29. LA MATRIZ DE COOCURRENCIA NOS INFORMA DE LA PROBABILIDAD DE, DADO UN NIVEL DE GRIS x_i , LA “OCURRENCIA” DE UN NIVEL DE GRIS x_j A UNA DISTANCIA d Y UNA ORIENTACIÓN θ	22
FIG. 2.30. CONFIGURACIÓN PARA LA OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE COOCURRENCIA $d=1$ Y $\theta=270^\circ$	24
FIG. 2.31. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA FUNCIÓN $P'(x)^*$	25
FIG. 3.1. DIAGRAMA DE BLOQUES DEL DISEÑO DE UN SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE FORMAS BASADO EN EL HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS. EN ESTE MODELO GENERAL, ADEMÁS DE SU REPRESENTACIÓN FORMAL CON LAS TRES FASES, ES NECESARIO LA APLICACIÓN DE UN CONOCIMIENTO O EXPERIENCIA EN EL DOMINIO DEL PROBLEMA QUE SE PRETENDE SOLUCIONAR CON EL FIN DE PODER AJUSTARLE Y CONTROLARLE.	28
FIG. 3.2. PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET MEDIANTE TRASLACIONES Y ESCALADOS DE LA FUNCIÓN MADRE $\Psi(t)$	31
FIG. 3.3. LOCALIZACIÓN DE LOS MUESTREOS DE LAS FUNCIONES WAVELET DISCRETAS EN EL ESPACIO TIEMPO-ESCALAR.	33
FIG. 3.4. ESPECTROS DE FUNCIONES WAVELET QUE RESULTAN DEL ESCALADO DE LA FUNCIÓN WAVELET MADRE EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.	35
FIG. 3.5. UN NÚMERO INFINITO DE FUNCIONES WAVELET SE REEMPLAZAN POR LA FUNCIÓN DE ESCALA. ...	36
FIG. 3.6. PARTICIÓN DEL ESPECTRO DE LA SEÑAL MEDIANTE SUCESIVOS FILTROS PASO-BANDA.....	37
FIG. 3.7. DESCOMPOSICIÓN DE LA SECUENCIA a_0 MEDIANTE LA TRANSFORMADA WAVELET RÁPIDA. LOS COEFICIENTES DE ESTA DESCOMPOSICIÓN SE ENCUENTRAN EN NEGRITA.....	39
FIG. 3.8. FUNCIONES MADRE UTILIZADAS EN LA PRESENTE TESIS. POR ORDEN INDICAMOS LA FUENTE DE CADA UNA DE ELLAS EN DONDE SE PUEDE ENCONTRAR MÁS INFORMACIÓN: BATTLE-LEMARIE [136] (TABLA 1); BURT-ADELSON [49] (TABLA 8.4); COIFLET_2, COIFLET_4, COIFLET_6 [12] (APÉNDICE A); DAUBECHIES_4, DAUBECHIES_6, DAUBECHIES_8, DAUBECHIES_10, DAUBECHIES_12, DAUBECHIES_20 [49] (TABLA 6.1); HAAR [49] (p. 10); PSEUDOCOIFLET [182]; SPLINE_2_2, SPLINE_2_4, SPLINE_3_3, SPLINE_3_7 [49] (TABLA 8.2).....	40
FIG. 3.9. EN CADA UNO DE ESTOS GRÁFICOS SE REPRESENTA EN ROJO LA FUNCIÓN ORIGINAL CON $L=256$ (2^8) Y EN NEGRO LA FUNCIÓN RECONSTRUIDA UTILIZANDO SÓLO LOS COEFICIENTES DEL NIVEL DE ESCALADO INDICADO EN LA PARTE SUPERIOR IZQUIERDA. PODEMOS OBSERVAR COMO LOS NIVELES DE ESCALADO SUPERIORES ALBERGAN INFORMACIÓN DE LOS DETALLES DE LA FUNCIÓN ORIGINAL, MIENTRAS QUE SEGÚN BAJAMOS DE NIVEL DE ESCALADO LOS COEFICIENTES POSEEN MAYOR INFORMACIÓN DE LOS GRANDES DETALLES. EN ESTE EJEMPLO SE HA UTILIZADO LA FUNCIÓN MADRE BURT-ADELSON.	41
FIG. 3.10. DISTINTAS APROXIMACIONES DE UNA FUNCIÓN MEDIANTE LA RECONSTRUCCIÓN INCREMENTAL DESDE EL NIVEL DE ESCALADO 3 HASTA EL NIVEL DE ESCALADO 7. ES UNA FUNCIÓN CUYO RANGO DINÁMICO ES $256=2^8$, POR LO TANTO POSEE 8 NIVELES DE ESCALADO. EN ESTA REPRESENTACIÓN SE HA UTILIZADO COMO FUNCIÓN WAVELET MADRE LOS COEFICIENTES DAUBECHIES_4.	41
FIG. 3.11. DISTINTAS APROXIMACIONES DE LA MISMA FUNCIÓN QUE EN LA FIGURA 3.9. EN ESTE CASO SE HA UTILIZADO COMO FUNCIÓN WAVELET MADRE LOS COEFICIENTES DAUBECHIES_20. COMO COMENTAMOS ANTERIORMENTE ESTA FUNCIÓN WAVELET MADRE PRODUCE UNA TRANSFORMADA WAVELET MÁS SUAVE.	42
FIG. 3.12. ESQUEMA DE DESCOMPOSICIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET EMPAQUETADA. LAS LETRAS S Y D INDICAN, RESPECTIVAMENTE, EL RESULTADO DE LA OPERACIÓN DE SUAVIZADO Y EL DETALLE DE LOS COEFICIENTES DEL NIVEL SUPERIOR.	42
FIG. 3.13. EJEMPLOS DE SELECCIÓN DE UNA BASE DE LA DESCOMPOSICIÓN COMPLETA DE LA TWE.	42
FIG. 3.14. TRANSFORMADA DISCRETA WAVELET PARA 3-BANDAS DE UNA FUNCIÓN CON NUEVE MUESTRAS. EL SÍMBOLO L INDICA UN FILTRO PASO-BAJO MIENTRAS QUE H_1 Y H_2 SON DOS FILTROS PASO-ALTO. LOS COEFICIENTES WAVELETS ESTÁN REPRESENTADOS POR $D_{jk}^{(s)}$	43

FIG. 3.15. (A) EJEMPLO DE APLICAR EL ALGORITMO PIRAMIDAL HASTA EL NIVEL 2; (B) ETIQUETAS CORRESPONDIENTES A LAS SUBIMÁGENES DE (A).....	45
FIG. 3.16. ORGANIGRAMA DEL ALGORITMO DE SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS.....	53
FIG. 3.17. ESTRUCTURA DE UNA NEURONA ARTIFICIAL.....	54
FIG. 3.18. ESTRUCTURA GENERAL DE UNA RED MULTICAPA.	55
FIG. 4.1. EJEMPLOS DE IMÁGENES DE MADERA EN BUENAS CONDICIONES. OBSÉRVESE COMO LA APARIENCIA DE CADA UNA DE ELLAS ES BASTANTE DISTINTA.	59
FIG. 4.2. EJEMPLOS DE IMÁGENES DE MADERA CON GRIETAS. AL IGUAL QUE LAS IMÁGENES DE MADERA EN BUENAS CONDICIONES LA VARIABILIDAD ENTRE DISTINTAS IMÁGENES ES MANIFIESTA.	59
FIG. 4.3. DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN SISTEMA DE INSPECCIÓN AUTOMÁTICA DE MADERA.....	60
FIG. 4.4. FOTOGRAFÍA DEL EQUIPO CONSTRUIDO CON TECNOLOGÍA LÁSER.	63
FIG. 4.5. IMAGEN DE RANGO TOMADA CON TECNOLOGÍA BASADA EN LÁSER.....	64
FIG. 4.6. IMAGEN DE UN TABLÓN DE MADERA ADQUIRIDO CON UN ESCÁNER DE RAYOS X.....	64
FIG. 4.7. FOTOGRAFÍA DE UN SISTEMA DE ADQUISICIÓN UTILIZANDO CÁMARAS DE COLOR DEL TIPO 'LINE-SCAN'.....	65
FIG. 4.8. IMAGEN DE UN TABLERO CAPTADO CON UNA CÁMARA DE COLOR DEL TIPO 'LINE-SCAN'.	65
FIG. 4.9. LA LUZ INCIDE POR LA IZQUIERDA 'MATANDO' LA SOMBRA QUE PODRÍA PROVOCAR LA GRIETA.	66
FIG. 4.10. LA LUZ INCIDE POR LA DERECHA CREANDO UNA BUENA SOMBRA QUE REALZA LA GRIETA.	66
FIG. 4.11. IMAGEN DE MADERA CON GRIETA (A) Y SU HISTOGRAMA DE NIVELES DE GRIS (B). IMAGEN ECUALIZADA (C) Y SU HISTOGRAMA DE NIVELES DE GRIS (D).	67
FIG. 4.12. TRES EJEMPLOS DE APLICAR LA MÁSCARA DE (4.1) SOBRE IMÁGENES DE MADERA CON GRIETAS. LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA SON LAS IMÁGENES ORIGINALES (A), (C) Y (D); Y LA COLUMNA DE LA DERECHA SON SUS RESPECTIVOS RESULTADOS DE PREPROCESAMIENTO (B), (D) Y (F).	67
FIG. 4.13. IMAGEN DE UNA MADERA CON UNA GRIETA. EN LA IMAGEN SE HA DIBUJADO UNA VENTANA QUE SE ENCUENTRA UBICADA ENCIMA DE UNA GRIETA.	68
FIG. 4.14. EN LA FIGURA TENEMOS DOS HISTOGRAMAS DE NIVEL DE GRIS: (A) HISTOGRAMA DE TODA LA REGIÓN DE MADERA DE LA FIGURA ANTERIOR; (B) HISTOGRAMA DE LA VENTANA SEÑALADA EN LA FIGURA ANTERIOR EN BLANCO.	68
FIG. 4.15. RESULTADO DE UMBRALIZAR LA VENTANA DE LA FIGURA 4.13 PARA UN VALOR DE $T=28$	69
FIG. 4.16. VECINDAD SELECCIONADA PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL ELEMENTO CONEXO.	71
FIG. 4.17. EJEMPLOS DEL HFEC DE IMÁGENES DE MADERA EN BUENAS CONDICIONES. EN LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA SE ENCUENTRAN IMÁGENES DE MADERA EN BUENAS CONDICIONES ((A), (B) Y (C)); A LA DERECHA EL HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS DE LAS VENTANAS RECUADRADAS EN LAS CORRESPONDIENTES IMÁGENES ((D), (E) Y (F)).	72
FIG. 4.18. EJEMPLOS DEL HFEC DE IMÁGENES DE MADERA CON DEFECTOS. EN LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA SE ENCUENTRAN IMÁGENES DE MADERA CON DEFECTOS ((A), (B) Y (C)); A LA DERECHA EL HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS DE LAS VENTANAS RECUADRADAS EN LAS CORRESPONDIENTES IMÁGENES ((D), (E) Y (F)).....	72
FIG. 4.19. (A) HFEC DE UNA VENTANA DE IMAGEN DE MADERA EN BUENAS CONDICIONES; (B) HFEC DE UNA VENTANA DE IMAGEN DE MADERA CON DEFECTO. CON UN COLOR MÁS CLARO SE SEÑALA LA MITAD IZQUIERDA DE AMBOS HFEC.	73
FIG. 4.20. (A) HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS DE UNA VENTANA CON DEFECTO; (B) HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS NORMALIZADO DE LA MISMA VENTANA QUE (A).....	75
FIG. 4.21. EN LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA TENEMOS IMÁGENES DE MADERA CON DEFECTO (A), (B) Y (C). EN LA COLUMNA DE LA DERECHA SE ENCUENTRAN LOS HISTOGRAMAS DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS NORMALIZADO (D), (E) Y (F) DE CADA UNA DE LAS VENTANAS RECUADRADAS EN LA IMAGEN DE SU IZQUIERDA.	76
FIG. 4.22. EN LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA SE ENCUENTRAN IMÁGENES DE MADERA EN BUENAS CONDICIONES (A) Y (B). EN LA COLUMNA DE LA DERECHA OBSERVAMOS LOS HISTOGRAMAS DE FRECUENCIAS DE ELEMENTOS CONEXOS NORMALIZADOS (C) Y (D) DE LAS VENTANAS RECUADRADAS EN CADA UNA DE LAS IMÁGENES DE SU IZQUIERDA.	76
FIG. 4.23. GRÁFICO DE DISPERSIÓN DE LAS DOS CLASE RESPECTO A LAS DOS CARACTERÍSTICAS MÁS DISCRIMINANTES.	79
FIG. 4.24. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LAS DOS CLASES RESPECTO A LAS TRES CARACTERÍSTICAS MÁS DETERMINANTES.	80
FIG. 4.25. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LA CARACTERÍSTICA SELECCIONADA (FOURIER [131]) UTILIZANDO SÓLO LOS COEFICIENTES DEL ESPECTRO DE POTENCIAS DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER DEL HFEC.	81

FIG. 4.26. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 29 Y 5 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (BATTLE-LEMARIE) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	81
FIG. 4.27. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 32 Y 15 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (BURT-ADELSON) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	82
FIG. 4.28. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 32 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (COIFLET2) Y EL VALOR DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA A NIVEL 1 CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	82
FIG. 4.29. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 31 Y 3 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (COIFLET4) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	83
FIG. 4.30. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 31 Y 5 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (COIFLET6) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	83
FIG. 4.31. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 17 Y EL PORCENTAJE DE ENERGÍA EN EL NIVEL 1 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (DAUBECHIES4) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	84
FIG. 4.32. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 33, 5 Y 7 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (DAUBECHIES6) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	84
FIG. 4.33. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 15 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (DAUBECHIES8) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	85
FIG. 4.34. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 8 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (DAUBECHIES10) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	85
FIG. 4.35. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LA ENTROPÍA DE LA DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA Y EL COEFICIENTE 4 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (DAUBECHIES12) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	86
FIG. 4.36. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 30, 8 Y 7 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (DAUBECHIES20) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	86
FIG. 4.37. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 17 Y 9 Y LA DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA A NIVEL 1 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (HAAR) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	87
FIG. 4.38. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 16 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (PSEUDO COIFLET) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	87
FIG. 4.39. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 16 Y DE LA DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DEL NIVEL 3 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (SPLINE22) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	88
FIG. 4.40. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 16 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (SPLINE24) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	88

FIG. 4.41. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DEL COEFICIENTE 16 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (SPLINE33) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	89
FIG. 4.42. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE LOS COEFICIENTES 14 Y 61 DE LA TRANSFORMADA WAVELET (SPLINE37) CON MAYOR CAPACIDAD DE DISCRIMINACIÓN, SELECCIONADOS DE TODOS LOS COEFICIENTES DE LA TRANSFORMADA, LOS VALORES DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA DE LA TRANSFORMADA Y EL VALOR DE ENTROPÍA DE LAS ENERGÍAS.	89
FIG. 4.43. ARQUITECTURA DE LA RNA SELECCIONADA, CON UNA CAPA DE ENTRADA CON TRES NEURONAS (VECTOR DE CARACTERÍSTICAS), UNA CAPA INTERNA CON TRES NEURONAS Y UNA CAPA DE SALIDA CON DOS NEURONAS (“EN BUEN ESTADO” Y “CON DEFECTO”).	92
FIG. 4.44. PORCENTAJES DE ACIERTOS DEPENDIENDO DEL <i>NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES</i> PARA EL PARÁMETRO FIJO <i>MÁXIMA DESVIACIÓN</i> IGUAL A 0,1.	96
FIG. 4.45. PORCENTAJES DE ACIERTOS DEPENDIENDO DEL <i>NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES</i> PARA EL PARÁMETRO FIJO <i>MÁXIMA DESVIACIÓN</i> IGUAL A 0,2.	99
FIG. 4.46. PORCENTAJES DE ACIERTOS DEPENDIENDO DEL <i>NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES</i> PARA EL PARÁMETRO FIJO <i>MÁXIMA DESVIACIÓN</i> IGUAL A 0,5.	102
FIG. 4.47. RESULTADOS DE BINARIZACIÓN SOBRE IMÁGENES DE MADERA CON DEFECTOS. EN LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA SE ENCUENTRAN LAS IMÁGENES CON DEFECTO Y A SU DERECHA EL RESULTADO DE HABER SIDO CLASIFICADAS CON NUESTRO MÉTODO.	105
FIG. A.1. SIMBOLOGÍA UTILIZADA PARA LA REPRESENTACIÓN DEL DIAGRAMA DE CLASES.	111
FIG. A.2. DIAGRAMA DE CLASES DE PRIMER NIVEL.	112
FIG. A.3. DIAGRAMA DE LA CLASE RED NEURONAL ARTIFICIAL.	113
FIG. A.4. REPRESENTACIÓN DE LA CLASE TFISHER.	114
FIG. A.5. DIAGRAMA DE CLASES RELACIONADAS CON LA CLASE THFEC.	115

Listado de tablas

TABLA 2.1. MATRIZ DE COOCURRENCIA PARA $D=1$, $\theta=270^\circ$	24
TABLA 2.2. FUNCIÓN DE PROBABILIDAD $P^*(x)$	25
TABLA 2.3. FUNCIÓN DE PROBABILIDAD $P^*(x)$ NORMALIZADA.	25
TABLA 4.1. COMPOSICIÓN DE LAS MUESTRAS SELECCIONADAS PARA EL DISEÑO DEL CLASIFICADOR AUTOMÁTICO.	78
TABLA 4.2. SELECCIÓN DE CARACTERÍSTICAS SEGÚN EL PORCENTAJE DE MEJORA.	78
TABLA 4.3. RESULTADOS DE CLASIFICACIÓN UTILIZANDO LAS TRANSFORMADAS SOBRE EL HFEC DE FORMA INDIVIDUAL. EL VECTOR DE CARACTERÍSTICAS SE CORRESPONDE CON EL OBTENIDO EN EL PROCESO DE SELECCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS MÁS DISCRIMINANTES PARA CADA UNA DE LAS TRANSFORMADAS.	103
TABLA 4.4. RESULTADOS DE CLASIFICACIÓN UTILIZANDO LAS TRANSFORMADAS SOBRE EL HFEC DE FORMA INDIVIDUAL. EL VECTOR DE CARACTERÍSTICAS SE CORRESPONDE CON EL OBTENIDO EN EL PROCESO DE SELECCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS MÁS DISCRIMINANTES PARA CADA UNA DE LAS TRANSFORMADAS.	104

Capítulo 1

Introducción

El objeto principal que se plantea en la presente Tesis Doctoral es el de presentar una novedosa herramienta de Análisis de Texturas dentro del campo de la Visión Artificial. Uno de los temas de discusión en Visión Artificial es el problema de la transformación simbólica de las imágenes, el cual entre otros presenta dos aspectos cruciales:

- i. La elección de los símbolos que vamos a obtener.
- ii. El método idóneo para transformar la imagen en ese conjunto de símbolos.

Tanto el conjunto de símbolos como las técnicas de transformación dependen muy estrechamente de los objetivos y objetos que queremos analizar. Desgraciadamente, para el caso de las texturas, la elección de un conjunto de símbolos es una tarea bastante complicada en sí misma. Es más, de las investigaciones y trabajos realizados en este campo no se ha conseguido un conjunto de símbolos satisfactorios para la descripción de las diferentes clases de texturas [159]. El término ‘textura’ lo podemos encontrar en el diccionario con la siguiente definición: “características y apariencias visuales o táctiles de algo”. Esto nos lleva a una distinción entre la dimensión visual y táctil de una textura. Evidentemente nosotros trataremos con la primera de ellas. De acuerdo con Haralick las texturas se caracterizan por propiedades primitivas tonales y por la relación espacial existente entre ellas [82]. Horn considera las texturas como una estructura detallada de una imagen que es lo bastante fina para poder ser analizada y no demasiado gruesa para producir una oscilación notable en los niveles de gris de las celdas vecinas. Según Cross [47] una textura es una distribución espacial de los valores de nivel de gris asociados a los píxeles que conforman una textura. Esta relación es, además, en la mayoría de los casos más o menos estocástica y periódica, con una regularidad estadística y estructural.

Los objetivos de la presente Tesis Doctoral apuntan hacia la descripción de las texturas desde el punto de vista de la automatización industrial. Las texturas son muy importantes en los procesos de control de calidad debido a que muchas de las decisiones de inspección se basan en la apreciación textural de un material dado. La inspección de productos industriales para propósitos de calidad desempeña un papel

muy importante en los procesos de producción debido al crecimiento de la demanda de calidad en un entorno de fuerte competitividad empresarial.

De una forma general podemos definir tres tipos diferentes de problemas asociados con el análisis de texturas. El primero de ellos tiene como objeto la identificación de patrones bidimensionales en una imagen. Es decir, dado un conjunto de ventanas caracterizadas por distintos patrones dentro de una misma imagen, debemos ser capaces de poder clasificarlas y, más aún, describirlas. Otro tipo de problemas, quizás más complejos, es el de la segmentación de imágenes utilizando su información textural. En este tipo de problemas el objetivo es encontrar regiones de la imagen que posean una textura similar. Por último, existen otros tipos de problemas donde la textura de la imagen se utiliza para inferir información sobre la profundidad u orientación de los objetos de la misma.

Nuestro trabajo se centra en el análisis de texturas como un problema de segmentación de imágenes. De la misma forma que los algoritmos clásicos de segmentación de imágenes basados en la agrupación de regiones cuyo nivel de intensidad es similar, en nuestro caso agruparemos regiones que exhiban las mismas propiedades texturales.

El principal problema radica, por lo tanto, en la representación de las características texturales de una imagen. Las técnicas o herramientas más comúnmente utilizadas en la representación de texturas son las basadas en métodos estadísticos. Estos métodos utilizan ciertas medidas estadísticas para caracterizar el comportamiento pseudo-aleatorio de una textura. Si comparamos los parámetros estadísticos de las distribuciones del nivel de gris de dos regiones de una imagen podemos llegar a determinar que poseen una textura similar si sus parámetros estadísticos lo son. Aún siendo las regiones de un nivel de gris homogéneo o texturizado, es evidente que podemos ‘captar’ el comportamiento regular o irregular de las regiones observando sus histogramas de nivel de gris.

Los parámetros estadísticos de *primer orden* de un histograma de nivel de gris de una imagen suponen un resumen sencillo y conciso de la información contenida en él. Numerosos trabajos e investigaciones han utilizado valores estadísticos como la media, la varianza o la curtosis para caracterizar las propiedades texturales de una imagen. La principal ventaja en la utilización de estos parámetros la encontramos obviamente en su sencillez. Sin embargo, esta descripción de la textura de una imagen posee numerosos inconvenientes cuando las escenas a analizar son complejas. El histograma de nivel de gris de una imagen determina la frecuencia de aparición de un evento aislado como es el nivel de gris de un píxel. Esta representación no nos informa de la estructura o relación espacial entre los píxeles que forman la imagen. En este sentido, en el CAPÍTULO 2, presentamos la aportación principal de esta Tesis Doctoral. En él describimos una novedosa herramienta para la caracterización de la textura de una imagen, la cual se basa en la descripción de la distribución aleatoria de un suceso o evento relacionado con la estructura de los niveles de gris de la imagen. Esta nueva representación la hemos llamado *Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos* y se ha demostrado que representa de una forma fehaciente la textura de una imagen. El objetivo de la Tesis será la de definir esta herramienta matemática, así como mostrar sus propiedades principales y relaciones con otras representaciones clásicas del análisis de texturas (matrices de coocurrencia [51], [131], [139], [152], [205], [215], y morfología matemática [197]).

Después de presentar la novedosa descripción de texturas que hemos llamado *Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos* es necesario detallar el método computacional que se puede utilizar para caracterizar las texturas de una forma cuantitativa. Con este objetivo describiremos en el CAPÍTULO 3 la metodología para el desarrollo de un sistema de Reconocimiento de Formas basado en esta nueva descripción de texturas. En esta metodología se dará especial atención a una herramienta matemática de reciente aplicación en diferentes campos de la ingeniería como es la teoría de las Wavelet. Durante principios de la década de los 90 se han establecido las bases teóricas de esta nueva herramienta matemática. Los matemáticos han trabajado con agudísimo detalle y la teoría sobre las wavelets ha llegado en nuestros días a una etapa de enorme refinamiento que ha traído consigo generalizaciones y nuevas extensiones del Análisis Wavelet. Gracias a este desarrollo teórico ya es posible abordar la aplicación de esta teoría a numerosos campos, y en particular a la visión artificial. La presente Tesis Doctoral pretende aportar su “grano de arena” a esta tarea y aprovechar las facilidades que el Análisis Wavelet brinda en labores de Reconocimiento de Formas y Clasificación de Señales. Otro punto importante de la metodología será la presentación de la técnica utilizada para la extracción y selección de las características con mayor capacidad de discriminación en un problema general de Reconocimiento de Formas.

En el CAPÍTULO 4 se detallan las experiencias y resultados de la aplicación de dicha metodología en un problema real de inspección automática de madera en un entorno industrial. En este capítulo se describe la arquitectura de un sistema de inspección automática de madera desarrollado en la presente

Tesis Doctoral y que utiliza como descripción para caracterizar la estructura de la madera el *Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos*. Describiremos cada una de las etapas de esta arquitectura que enumeramos a continuación:

Etapa 1. Adquisición, donde se realiza una breve descripción de los distintos métodos de adquisición que han sido utilizados en la inspección automática de madera. De los más importantes cabe destacar los siguientes: Láser, ultrasonidos, rayos x, visión artificial (cámaras) y mediante campos dieléctricos. Nuestra mayor atención se centrará en los sistemas basados en visión artificial. También trataremos otros temas de suma importancia dentro de un sistema de inspección automática como es el Sistema de Iluminación y la disposición de toda la instrumentación.

Etapa 2. Preprocesamiento. En esta fase se describen las técnicas cuyo principal objetivo es el de transformar la imagen adquirida en la etapa anterior para facilitar el proceso de inspección.

Etapa 3. Extracción de características. Después de mejorar la imagen se describe la forma en la que se representa cuantitativamente la información pseudo-aleatoria de la madera. Para ello hacemos uso del *Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos*. En la literatura especializada podemos consultar cómo la mayoría de los métodos de extracción de características se han basado en la representación de la estructura de la madera mediante distintas herramientas como el histograma de niveles de gris, las matrices de coocurrencia, el espectro de potencias de Fourier, etc. [159]. A partir de estas representaciones se obtienen medidas que identifican de alguna forma la organización textural de las regiones de una imagen. Estos valores escalares son concatenados para componer así un vector de características. El vector de características sirve como la entrada a un procedimiento estadístico de reconocimiento de patrones o red de neuronas artificiales para su clasificación. Aunque estos estadísticos suministran información de cómo se encuentran distribuidos los niveles de gris en la región de la imagen, queremos aportar un enfoque novedoso en este campo y demostrar la hipótesis de que no son suficientes para retener la información que posee la distribución completa, y que por lo tanto es más eficiente utilizar la distribución completa como información discriminante [161]. Más concretamente trabajaremos con representaciones transformadas utilizando la teoría del Análisis de Fourier y Análisis Wavelet.

Etapa 4. Selección de características. En esta etapa se aplica un método estadístico de selección de características con el que se consigue un conjunto de características incorreladas con mayor capacidad discriminante.

Etapa 5. Clasificación. Después de obtener el vector de características óptimo para nuestra aplicación, se diseña el clasificador basado en redes de neuronas artificiales que mejor resultados obtiene ante un conjunto aproximado de 1400 muestras.

Por último comentaremos en el CAPÍTULO 5 las conclusiones obtenidas en el desarrollo de la presente Tesis Doctoral así como las líneas de investigación futuras a partir de éstas.

Capítulo 2

El Histograma de Frecuencia de Elementos Conexos

2.1 Introducción

Uno de los problemas más significativos en la caracterización de las texturas es que la mayoría de sus descripciones son subjetivas y borrosas. Aunque la identificación, descripción y clasificación de aspectos texturales son cruciales en los procesos de control y de inspección automática, desafortunadamente no existe un esquema estandarizado para su descripción. La mayoría de las características utilizadas en un determinado proceso dependen muy estrechamente de éste y la terminología varía considerablemente. Así, a la hora de enfrentarnos a un problema de descripción y clasificación de elementos texturales debemos tener en cuenta:

1. El tipo de representaciones que son posibles de aplicar en los elementos texturales.
2. Los métodos computacionales que se pueden utilizar para caracterizar cuantitativamente estas representaciones.

Siempre deberemos tener en cuenta que a la hora de enfrentarnos a un problema de descripción y clasificación de elementos texturales, por una parte, el tipo de descripciones que son posibles para este tipo de textura, y por otra, los métodos computacionales que se pueden utilizar para caracterizarla cuantitativamente. Conscientes del amplio abanico de aplicaciones relacionadas con el análisis de texturas, en la presente Tesis Doctoral se ha acotado el problema de descripción y clasificación a un tipo de texturas que son las más frecuentes en los procesos de control de calidad industrial y en el análisis automático de documentos. Las características fundamentales de estas texturas son las que han servido como base empírica de este nuevo método que se presenta:

1. Dentro de la distribución pseudo-aleatoria de dos texturas, éstas poseen una distribución de niveles de gris diferenciada. Es decir, se encuentran en un rango separado en el histograma

de niveles de gris. Por lo tanto, es cierto que existe un valor de nivel de gris (umbral) capaz de separar las dos texturas.

2. Las texturas están compuestas de unidades altamente estructuradas en grupos compactos.

Con estas premisas vamos a definir algunos conceptos básicos en los que se apoya el método.

2.2 Concepto de vecindad

Es uno de los conceptos más importantes de este método. Sea I una imagen formada por $N \times M$ píxeles $I = \{x_1, x_2, \dots, x_{N \times M}\}$. Considerando las coordenadas de un píxel x_k como (i, j) , definimos la vecindad del píxel x_k :

$$\begin{aligned} v &= \{\varphi_{i,j}, (i, j) \in I\} \\ \varphi_{i,j} &= \{(k, l) \in I / D((k, l), (i, j)) \text{ es cierto}\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde D es un predicado definido por una condición basada en una relación de distancia.

Por ejemplo, una definición válida de vecindad de un píxel x_k con coordenadas (i, j) viene dada por el conjunto:

$$\begin{aligned} \varphi_{i,j}^{r,s} &= \{(k, l) \in I / \|k - i\| \leq r \vee \|l - j\| \leq s\} \\ r, s &\in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (2.2)$$

y nos indica que la vecindad de un píxel x_k estará formada por el conjunto de píxeles cuya distancia entre coordenadas no sea superior a los valores enteros r y s , respectivamente. En la figura 2.1 tenemos dos ejemplos de vecindad.

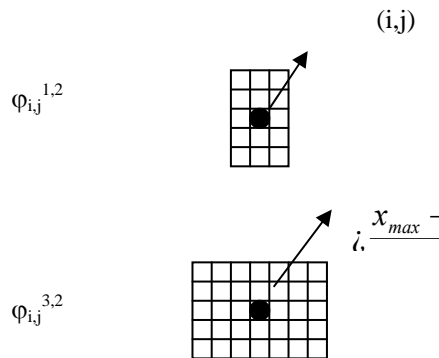


Fig. 2.1. Dos ejemplos de vecindad (1,2) y (3,2) del píxel x_k con coordenadas (i, j) .

2.3 Noción de elemento conexo

La noción de elemento conexo está asociada a la definición de vecindad. Entendemos por elemento conexo:

$$C_{i,j}(T) = \{\varphi_{i,j}^{r,s} / Ng_x \subset [T - \varepsilon, T + \varepsilon], \forall x \in \varphi_{i,j}^{r,s}\} \quad (2.3)$$

siendo Ng_x el nivel de gris del píxel x . Es decir, un elemento conexo es aquella vecindad tal que todos sus píxeles poseen un nivel de gris cercano a un nivel de gris T dado.

2.4 Histograma de frecuencias de elementos conexos (HFEC)

El histograma de frecuencias de elementos conexos se define como:

$$H(T) = \sum_{\forall (i,j) \in I} C_{i,j}(T) \quad (2.4)$$

$$0 \leq T \leq Ng_{max} - 1$$

es decir, $H(T)$ nos informa de la frecuencia de aparición de elementos conexos en la imagen I . El proceso de construcción del HFEC consiste en contabilizar el número de elementos conexos que tenemos en la imagen para cada valor de T . Merece la pena detenernos en este punto y reflexionar sobre el significado de la información albergada en esta función. Valores de $H(T)$ altos nos indicarán que en la imagen existe un buen número de grupos conexos de píxeles cuyas distribuciones de niveles de gris son homogéneas y se centran alrededor del nivel de gris T .

El HFEC conjuga dos tipos de información sobre la misma textura de una imagen:

1. Un HFEC refleja la frecuencia de aparición de los niveles de gris en la imagen y nos informa de los niveles de gris candidatos a ser un valor de umbral de separación entre tipos de texturas diferentes.
2. Además, un HFEC recoge la interdependencia espacial entre los píxeles de la imagen que forman una determinada textura.

Así definido, el HFCE generaliza el concepto de histograma de grises, ya que mientras éste sólo representa la frecuencia de aparición de cada nivel de gris en una particular imagen, sin tener en cuenta los píxeles vecinos, el HFCE representa la frecuencia de aparición de cada nivel de gris en un entorno espacial de cada uno de los píxeles de esa particular imagen –lo que hemos denominado vecindad, que coincide con el concepto de elemento estructurante que se emplea en morfología matemática–.

Vamos a mostrar un caso sencillo de construcción de un HFEC. Sea la imagen artificial de la figura 2.2, la cual posee un rango de niveles de gris de 0 a 7 (una profundidad de nivel de gris de 8).

4	6	1	0	0	3	3	7
6	7	1	0	1	3	7	5
3	5	2	1	2	7	5	6
6	6	0	2	2	5	4	7
3	3	1	1	2	4	7	5
4	4	0	0	2	4	5	6

Fig. 2.2. Imagen artificial con una densidad de niveles de gris de 8.

En esta imagen podemos apreciar cómo entre la tercera y quinta columna, empezando a contar por la izquierda, existe una agrupación de píxeles cuyos niveles de gris se encuentran cercanos a 1. Esta agrupación se encuentra bien diferenciada del resto de la imagen que presenta una distribución de niveles de gris “seudo-aleatoria”. En primer lugar estudiaremos su histograma de niveles de gris:

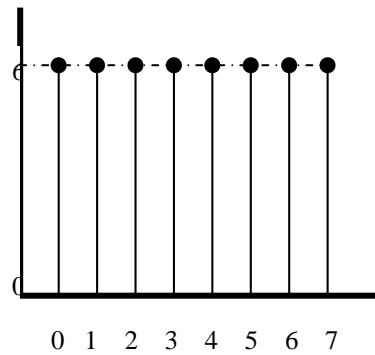
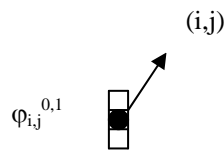


Fig. 2.3. Histograma de niveles de gris de la imagen artificial de la figura 2.2.

Como podemos observar el histograma de niveles de gris no nos aporta ninguna información sobre la presencia de las dos distribuciones de niveles de gris de las que acabamos de comentar en el párrafo anterior. A la vista de este histograma sólo podríamos afirmar que la probabilidad de aparición de un cierto nivel de gris en esta imagen es la misma sea cual sea el nivel de gris, es decir, todos los niveles de gris son equiprobables; pero no podemos decir más. A continuación vamos a construir el histograma de frecuencias de elementos conexos, para ello seguiremos los siguientes pasos:

Paso 1 En primer lugar definimos las dimensiones de la vecindad. Sin duda alguna la elección de la vecindad es un proceso empírico. En la mayoría de las aplicaciones somos capaces de determinar la disposición de las distribuciones conexas que queremos distinguir. En el ejemplo, podemos comprobar cómo la dirección privilegiada de las dos texturas de nuestra imagen de ejemplo es vertical y por lo tanto definiremos una vecindad $\varphi^{0,1}$.



Paso 2 Para esta vecindad determinamos el elemento conexo como:

$$C_{i,j}(T) = \{\varphi_{i,j}^{0,1} / Ng_x \subset [T - 1, T + 1], \forall x \in \varphi_{i,j}^{0,1}\} \tag{2.5}$$

Paso 3 Con estas definiciones calculamos el HFEC según la ecuación (2.4). Para evitar problemas de valores límite hemos omitido los píxeles de los bordes superior e inferior, y obtenemos el siguiente resultado:

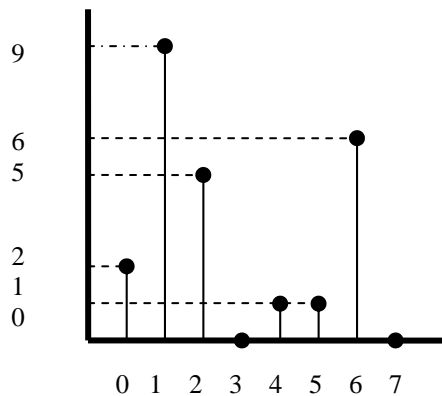


Fig. 2.4. HFEC de la imagen artificial de la figura 2.2.

En la imagen señalamos en sombreado el centro del elemento conexo cuando $T=2$ (existen 5 elementos conexos):

4	6	1	0	0	3	3	7
6	7	1	0	1	3	7	5
3	5	2	1	2	7	5	6
6	6	0	2	2	5	4	7
3	3	1	1	2	4	7	5
4	4	0	0	2	4	5	6

Fig. 2.5. Están sombreados los píxeles (i,j) que representan el centro de los respectivos elementos conexos para un valor de $T=2$. Obsérvese que los niveles de gris que deben poseer los píxeles pertenecientes a las vecindades definidas por $\phi^{0,1}$ deben ser 1, 2, ó 3 $\in [2-1, 2+1]$.

Podemos observar cómo la información que nos aporta el *HFEC* es diferente a la que teníamos con el histograma de niveles de gris. Esta nueva función presenta una apariencia bimodal. Podemos distinguir con relativa facilidad las dos regiones de la imagen que poseen distintas texturas. Si fijamos un valor de nivel de gris $T=3$ como umbral de separación entre las dos texturas y asignamos un valor de nivel de gris 0 a los píxeles con nivel de gris inferior a $T=3$ y 7 para los niveles de gris superiores o iguales a $T=3$, tendremos como resultado la siguiente imagen:

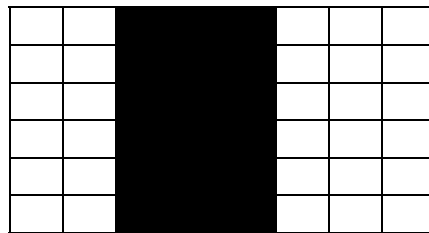


Fig. 2.6. Resultado de umbralizar la imagen de la figura 2.2 utilizando como umbral $T=3$.

Vamos a realizar una comparativa en un entorno real. En la imagen de la figura 2.7 podemos observar una tabla de madera con una grieta en su parte central que la recorre de izquierda a derecha. Parte del objetivo de la aplicación que queremos desarrollar es determinar los píxeles de la tabla que pertenezcan a la grieta y cuáles no. Esta tabla es parte de una estructura utilizada para el transporte de mercancías en entornos industriales. Debemos tener en cuenta que existe una gran variabilidad en este tipo de imágenes debido en parte a la naturaleza “textural” de la madera; al proceso de fabricación (cortes irregulares de la superficie de la madera); al desgaste y deterioro por su uso (como hemos comentado, son maderas que se utilizan para el transporte de mercancías); y cómo no, a las condiciones de iluminación en un entorno industrial. Esta variabilidad hace que los métodos de binarización clásicos basados en la información del histograma de niveles de gris no obtengan buenos resultados en un conjunto extenso de ejemplos y cualquier toma de decisión basada en la segmentación de estas imágenes es poco fiable.

Sea la ventana seleccionada en la imagen en la que podemos apreciar una grieta:

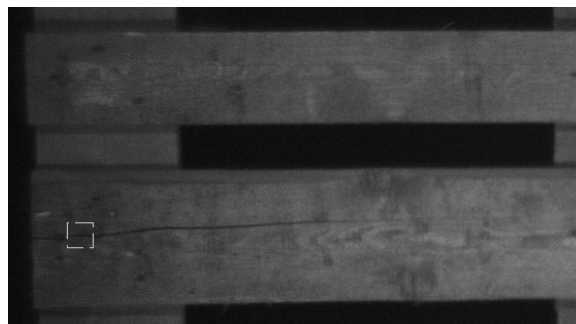


Fig. 2.7. Imagen de madera en la que podemos observar una grieta. Con un recuadro indicamos la región de la imagen que va a ser estudiada.

En la imagen hemos seleccionado con un recuadro la parte de la imagen que vamos a analizar. La zona ha sido seleccionada con toda intención. Podemos apreciar que en la región del área que hemos seleccionado es bastante complicado, incluso para un observador humano, determinar qué píxeles pertenecen a la grieta. En la figura 2.8 tenemos los gráficos del histograma de niveles de gris y el *HFEC* de esta ventana.

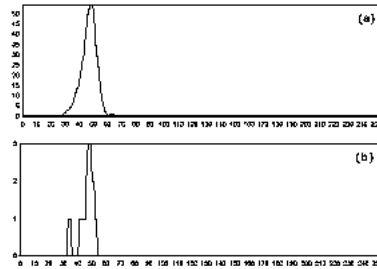


Fig. 2.8. Gráficos de l (a) histograma de niveles de gris y (b) *HFEC* de la ventana seleccionada en la imagen de la figura 2.7.

En los gráficos de la figura 2.8 podemos apreciar cómo el histograma de niveles de gris no nos aporta información para poder determinar qué píxeles pertenecen a la grieta. Sin embargo, el *HFEC* posee una forma bimodal con una primera distribución a la izquierda que se corresponde con los elementos conexos que forman la grieta y una segunda distribución a la derecha, mayor que la anterior y que representa a los elementos conexos que componen la madera en buenas condiciones. Obviamente la labor de binarización o etiquetación de los píxeles que pertenecen a la grieta es bastante trivial para un proceso automático de umbralización clásico. En la imagen de la figura 2.9 vemos el resultado de haber umbralizado la ventana con un valor de 38.



Fig. 2.9. Resultado de umbralizar la región de la imagen de la figura 2.7 utilizando información del *HFEC*.

De lo visto hasta ahora podemos establecer como un proceso crítico para la obtención de un *HFEC* óptimo el diseño de los parámetros que lo definen, a saber: *parámetro morfológico* y *nivel de conectividad*.

2.4.1 Parámetro morfológico

Entendemos por “parámetros morfológicos” aquellos que definen la forma del elemento conexo y que constituyen lo que hemos denominado vecindad. Evidentemente estos parámetros dependerán en cada caso de la aplicación que estemos diseñando. El éxito de nuestra aplicación dependerá en gran medida de la correcta elección de los parámetros morfológicos. En el apartado 2.2 se ha mostrado como ejemplo un tipo de familia de parámetros morfológicos que los hemos llamado $\phi^{r,s}$, con r y s construimos la vecindad rectangular de un píxel cuyo ancho es $2*r + 1$ y alto es $2*s + 1$. De una forma más generalizada podemos definir otras vecindades como las siguientes:

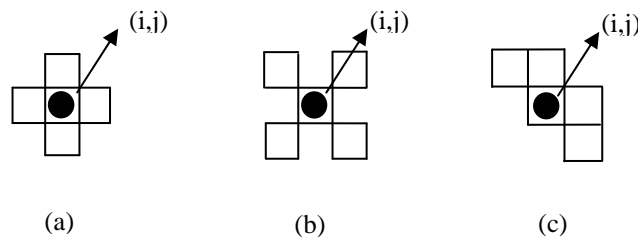


Fig. 2.10. Distintas definiciones de parámetros morfológicos.

Queremos llamar la atención sobre una cierta analogía que existe entre los parámetros morfológicos y los elementos estructurantes (del inglés *structuring elements*) utilizados en el procesamiento de imágenes mediante técnicas de morfología matemática [62] y [197]. Para ilustrar esta analogía trataremos más concretamente con una de las ramas de la morfología matemática que es la denominada morfología binaria. La morfología binaria está relacionada con la transformación de imágenes binarias. De una forma muy general podemos decir que el procesamiento morfológico de una imagen está basado en la geometría de los objetos que la componen ya que la idea básica consiste en ir sondeando una imagen con un elemento estructurante (del estilo a los parámetros morfológicos de la figura 2.10) y cuantificar el modo en el cual dicho elemento estructurante “casa” (o no casa) dentro de la imagen.

Una de las operaciones más ampliamente utilizadas en la morfología matemática es la operación de erosión. La erosión consiste en pasear el elemento estructurante por todos los píxeles de la imagen e ir marcando aquellas posiciones en las que se sitúa el origen del elemento estructurante, siempre y cuando éste “case” en la imagen. Sirva de ejemplo la siguiente operación de erosión sobre la siguiente imagen artificial:

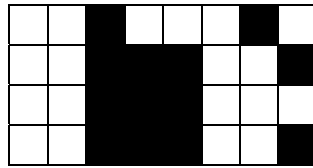


Fig. 2.11. Imagen binaria sobre la que se va a aplicar la operación de Erosión.

y el elemento estructurante:

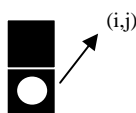


Fig. 2.12. Elemento estructurante utilizado para realizar la operación de erosión sobre la imagen de la figura 2.11.

Y el resultado de realizar la operación de erosión:

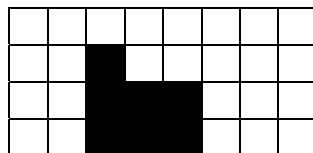


Fig. 2.13. Resultado de realizar la operación de erosión sobre la imagen de la figura 2.11 utilizando el elemento estructurante de la figura 2.12.

Utilizando las definiciones de la morfología matemática podemos expresar la construcción del *HFEC* de una imagen I cuyos píxeles pueden tener N niveles de gris posibles en los siguientes pasos:

Paso 1 Para cada valor de T , de tal forma que $0 \leq T \leq N-1$, realizamos la siguiente operación de binarización:

$$I'(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } T - \varepsilon \leq I(x, y) \leq T + \varepsilon \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2.6)$$

siendo ε un valor entero relacionado con el nivel de conectividad que veremos en el siguiente apartado. De esta forma obtenemos N imágenes I' , una por cada valor de T y todas ellas binarias.

Paso 2 A cada una de las imágenes I' aplicamos la operación de erosión binaria utilizando como elemento estructurante un parámetro morfológico del tipo a los vistos en la figura 2.10.

Paso 3 Por último, para cada una de las imágenes del paso anterior calculamos el número de píxeles con valor 1. Y de esta forma obtenemos el mismo *HFEC* que presentamos en el apartado 2.4.

Con esta exposición queremos resaltar cómo podemos representar nuestro nuevo método utilizando terminología del análisis de imágenes mediante morfología matemática. De hecho ésta es una de las principales razones por las que hemos denominado a nuestro parámetro “*parámetro morfológico*”. Sin lugar a dudas es muy interesante poder describir nuestro nuevo método en términos de la morfología matemática, ya que nos permite poder reutilizar muchas de las propiedades e ideas que en este campo se utilizan. Sirva como ejemplo el concepto de *granulometría* que ha sido utilizado de forma efectiva en el análisis de texturas y de formas. Georges Matheron descubrió un método granulométrico para el análisis de tamaños y formas en imágenes granulares [61], [63], [101], [116], [143], [196], [228] y [244]. Matheron consideraba una imagen granular como la unión de regiones conectadas, donde cada una de estas regiones se correspondía con la definición de gránulo. Su método caracteriza imágenes granulares a partir del modo en el cual estas imágenes son cribadas a través de cribas de diferente tamaño y forma.

Antes de continuar debemos presentar dos operaciones morfológicas sobre las que se basan las granulometrías. Aparte de la operación de erosión de la que hablamos en párrafos anteriores, la operación de dilatación es la segunda operación básica sobre la que se construyen la mayoría de los operadores morfológicos. La dilatación consiste en pasear el elemento estructurante por todos los píxeles de la imagen y, si el origen del elemento estructurante coincide con un píxel activo¹, entonces marcamos las posiciones activas del elemento estructurante. Veamos esta definición con un ejemplo, aplicando a la imagen de la figura 2.11. la operación de dilatación utilizando como elemento estructurante el de la figura 2.12. El resultado de la operación de dilatación es el siguiente:

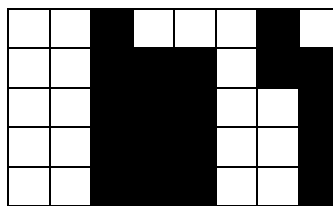


Fig. 2.14. Resultado de la operación de dilatación de la imagen de la figura 2.11 utilizando como elemento estructurante el de la figura 2.12.

Junto con las dos operaciones primarias, dilatación y erosión, existen dos operaciones secundarias que desempeñan un papel muy importante en el procesamiento morfológico de imágenes. Éstas son las operaciones de cierre y apertura. Para explicar el método granulométrico es necesario conocer el significado de la operación de apertura. La apertura de una imagen I por un elemento estructurante x se denota por $I \circ x$, y se define como una erosión seguida de una dilatación con el mismo elemento estructurante. En sí, la apertura es una operación de suavizado de los detalles salientes de una imagen. Gráficamente la podemos representar de la siguiente forma:

¹ Entendemos que un píxel es activo en una imagen binaria (0,1) si su valor es 1.

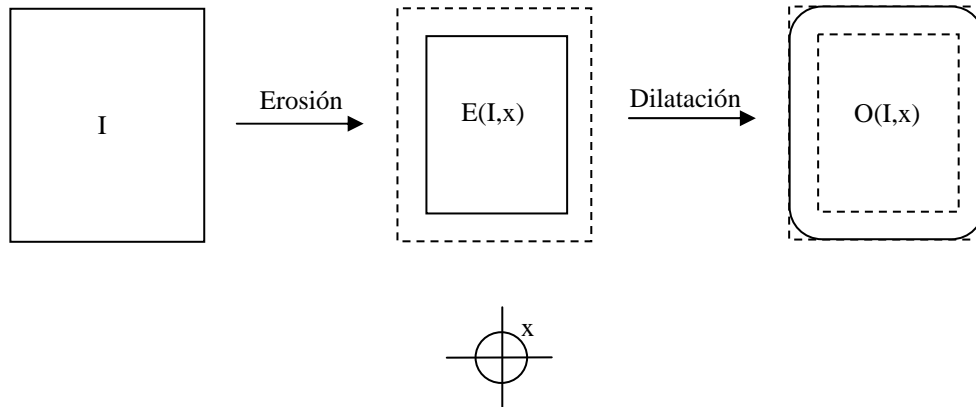


Fig. 2.15. Operación de apertura.

Consideremos la secuencia $\{x_k\}$ con $k=1,2, \dots$ de elementos estructurantes de tamaño creciente, donde x_{k+1} es invariante para todo k con respecto a la operación de apertura. Observemos que, si I es una imagen, entonces $I \circ x_{k+1}$ es una subimagen de $I \circ x_k$. Por lo tanto, realizar una sucesión de aperturas mediante dichos elementos estructurantes produce una secuencia decreciente de imágenes:

$$I \circ x_1 > I \circ x_2 > I \circ x_3 > \dots \tag{2.7}$$

Para cada k llamaremos $\Omega(k)$ (*función de distribución de tamaños*) al número de píxeles activos en $I \circ x_k$. Por lo tanto, $\Omega(k)$ será una función de creciente con respecto a k . Normalizando, obtenemos la siguiente función de distribución de tamaños:

$$\Phi(k) = 1 - \frac{\Omega(k)}{\Omega(1)} \tag{2.8}$$

donde $\Omega(1)$ es el número de píxeles de la imagen activos y $\Omega(k) = 0$ para un valor de k suficientemente grande, asumiendo que:

$$\begin{aligned} x_1 &= \text{un único píxel.} \\ x_2 &= x \\ x_3 &= x \oplus x \\ x_4 &= x \oplus x \oplus x \\ &\dots \end{aligned} \tag{2.9}$$

donde \oplus es el símbolo de la operación dilatación. A modo de ilustración fijémonos en la figura 2.16. en la que se han dibujado círculos de cuatro tamaños diferentes. La secuencia $\{x_k\}$ se compone de círculos de tamaño creciente. Según crece el tamaño de los círculos x_k utilizados para realizar la operación de apertura, los círculos de la imagen se van cribando:

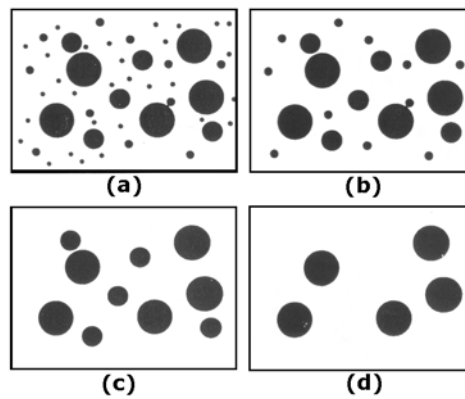


Fig. 2.16. Imágenes de círculos y la secuencia de criba.

En la figura 2.17. tenemos la función distribución del tamaño de los círculos sin normalizar $\Omega(k)$. En la misma figura se encuentran la función distribución normalizada del tamaño de los círculos $\Phi(k)$ y su derivada discreta $d\Phi(k)$, que se la conoce con el nombre de *función distribución de tamaño granulométrico* o *espectro de patrón*. En la gráfica del espectro de patrón podemos observar cuatro impulsos, los cuales se corresponden con los cuatro tamaños de círculos y sus pesos están relacionados con los tamaños de área cribados en los cuatro estados de la granulometría en los que son eliminados. Este ejemplo ilustra precisamente el tipo de análisis granulométrico concebido por Matheron. Al hilo del análisis granulométrico de Matheron podemos desarrollar un análisis basándonos en nuestra función *HFEC*. Al comienzo de este apartado comentábamos cómo podíamos obtener el *HFEC* de una región de una imagen utilizando operadores de la Morfología Matemática. En ese desarrollo utilizábamos como elemento estructurante un parámetro morfológico seleccionado para el análisis de una imagen concreta. Este parámetro morfológico era único. Sin embargo, fusionando conceptos del análisis granulométrico de Matheron y nuestro *HFEC* podemos llegar a una representación más pormenorizada de una región de una imagen con textura. Ahora trabajaríamos con imágenes en niveles de gris, en vez de imágenes binarias. Igual que construíamos el *HFEC*, para cada valor de T obtenemos una imagen binaria y calculamos el número de píxeles activos después de aplicar la operación de erosión sobre la imagen binaria utilizando como elemento estructurante un único píxel (x_1). El proceso continúa utilizando como elemento estructurante x_2 , y así sucesivamente para x_3 , x_4 , ... etc. Estos elementos estructurantes poseen la propiedad de la ecuación 9. A su vez, el proceso se repite para todos los posibles valores de T , $0 \leq T \leq N-1$, siendo N el número de posibles niveles de gris. En definitiva tendremos una matriz como la de la tabla 1. Con este ejemplo queremos volver a resaltar la facilidad de poder reutilizar métodos aplicados en el análisis de imágenes mediante Morfología Matemática junto nuestra nueva función *HFEC*.

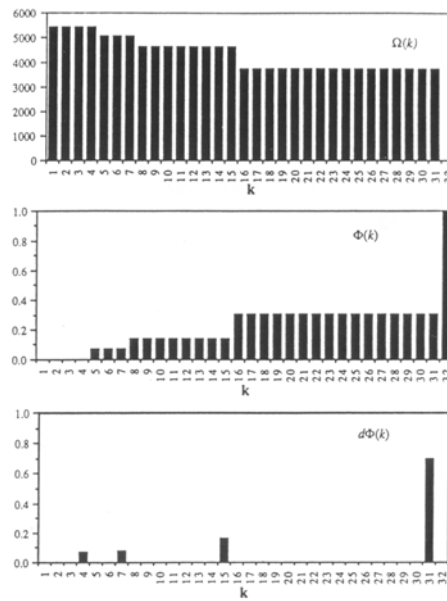


Fig. 2.17. Distribución del tamaño de los círculos: $\Omega(k)$, $\Phi(k)$ y $d\Phi(k)$

T	N-1			...	
	·	·	·		·
	·	·	·		·
	·	·	·		·
	1			...	
0			...		
	1	2	...	n	
	k				

Fig. 2.18. Matriz de HFECs. Cada columna es un HFEC con un parámetro morfológico x_k .

Una de las propiedades que posee el *HFEC*, es que el histograma de niveles de gris es un caso particular de un *HFEC* y se corresponde con al *HFEC* con una vecindad $\varphi^{0,0}$ (véase la figura 2.16-a). Esto es así debido a que la vecindad definida por $\varphi^{0,0}$ es un único píxel y, obviamente, posee la propiedad de ser un elemento conexo.

La selección de unos parámetros morfológicos apropiados para una aplicación concreta no es una labor sencilla y requiere en estudio empírico bastante profundo. Incluso si desarrollásemos algoritmos para seleccionar los parámetros morfológicos óptimos, el criterio mediante el cual estos algoritmos realizan sus selecciones estará a fin de cuentas determinado por el tipo de información que nosotros deseemos conseguir. El conocimiento que tenemos de una imagen depende del modo en el que la observamos, y por lo tanto, todas las relaciones consecuentes dependerán de las elecciones tomadas en nuestras observaciones.

Fijémonos en la imagen de la figura 2.19.

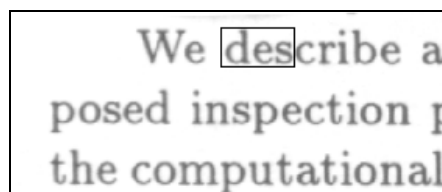


Fig. 2.19. Imagen original de la que vamos a obtener distintos *HFEC*. Los *HFEC* se obtendrán de la región de la imagen señalada por un rectángulo.

La imagen de la figura 2.19. es un fragmento digitalizado de un documento. Vamos a estudiar los distintos *HFECs* que podemos obtener según los parámetros morfológicos seleccionados. El estudio no se va a realizar sobre la imagen completa, sino que calcularemos los *HFEC* de la región de la imagen señalada con una ventana. En la siguiente figura tenemos representadas distintos *HFECs*, en la parte superior izquierda se indica el tipo de parámetro morfológico utilizado.

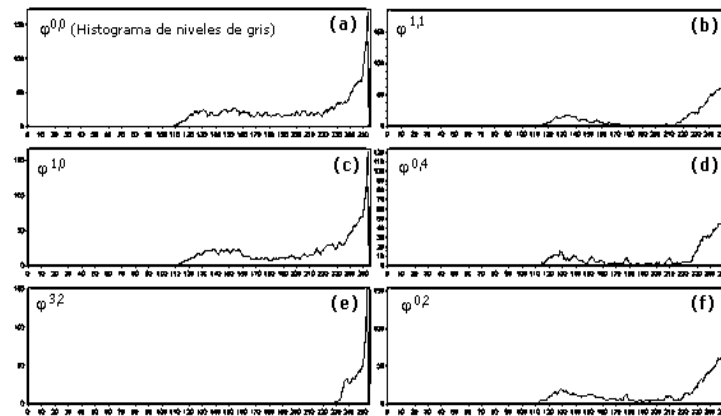


Fig. 2.20. Diferentes *HFECs* con sus correspondientes definiciones de elemento conexo indicadas en la parte superior izquierda de cada gráfico.

Como hemos señalado anteriormente la elección del parámetro morfológico suele ser una labor empírica y dependerá del conocimiento que tengamos sobre el dominio de la aplicación en concreto. En estas gráficas observamos como la elección de un determinado parámetro morfológico puede determinar el éxito o fracaso en nuestra labor de reconocimiento de una imagen. El gráfico 2.19-b con un parámetro morfológico $\varphi^{1,1}$ es el que representa, de una manera más fehaciente, la región señalada en la imagen de la figura 2.18, ya que muestra las dos distribuciones de niveles de gris que existen: el texto y el fondo. También se puede apreciar cómo algunos parámetros conexos no aportan ninguna información sobre la distribución espacial de los niveles de gris de la imagen. El ejemplo más acusado es el de la figura 2.19-e con el parámetro morfológico $\varphi^{3,2}$.

2.4.2 Nivel de conectividad

El nivel de conectividad en un *HFEC* está relacionado con el valor ε en la definición de elemento conexo de la ecuación (2.3). Con este parámetro definimos la restricción que deben cumplir todos los píxeles de una vecindad para ser considerada como elemento conexo. De la misma forma que nos ocurría con el parámetro morfológico, el nivel de conectividad es un valor que depende de la aplicación en la que estemos trabajando y su elección necesita de un proceso de experimentación. Vamos a ilustrar las distintas configuraciones de un *HFEC* con diferentes definiciones del nivel de conectividad. Volvemos a utilizar una imagen digitalizada de un documento que en este caso es un periódico (figura 2.20).

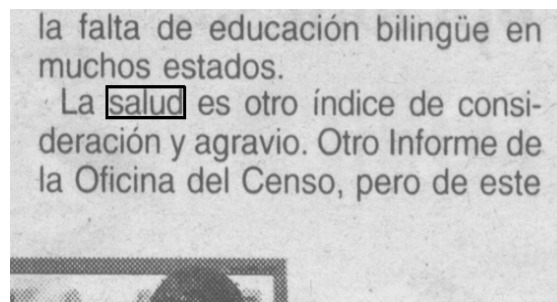


Fig. 2.21. Imagen digitalizada de un periódico. La región que se encuentra recuadrada es la que vamos a analizar

En la siguiente figura podemos observar distintas *HFECs*. Cada *HFEC* posee un nivel de conectividad diferente.

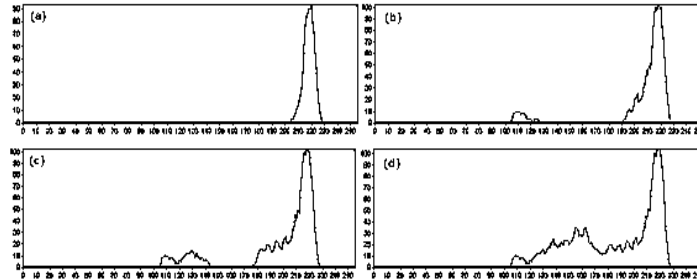


Fig. 2.22. *HFECs* correspondientes a la región señalada en la imagen de la figura 2.20. El nivel de conectividad disminuye en este orden (a), (b), (c) y (d).

El nivel de conectividad decrece desde 2.21-a (máxima conectividad - $\epsilon \ll$) hasta 2.21-d (conectividad nula - $\epsilon \gg$). El *HFEC* de la figura 2.21-d posee una conectividad nula, es decir, cualquier vecindad definida por un parámetro morfológico se considera elemento conexo. De hecho, éste es equivalente al histograma de niveles de gris. Podemos observar en las cuatro gráficas la importancia de elegir un nivel de conectividad óptimo. En el gráfico 2.21-c tenemos una distribución bimodal en la que la primera distribución (a la izquierda) representa los elementos conexos que forman el texto de la imagen de la figura 2.20 y la segunda distribución (a la derecha) se corresponde con el fondo del documento.

2.5 Aspectos computacionales

Experimentalmente se ha comprobado que los mejores resultados del método se han obtenido aplicándolo sobre pequeñas ventanas que se deslizan a través de toda la imagen. El problema de aplicar cualquier método local es el de la selección del tamaño de la ventana de exploración. En el análisis de texturas de imágenes este problema es bastante común, siendo la solución ideal el utilizar un tamaño de ventana capaz de retener la estructura de la textura. Una textura la podemos ver como un conjunto de elementos primitivos y unas reglas de colocación o emplazamiento de las primitivas. Varios autores han partido de esta hipótesis y han establecido una de las corrientes clásicas del análisis de texturas que se conoce como *análisis estructural* [43], [220] y [230]. Otro punto a tener en cuenta es la forma con la que deslizamos la ventana a lo largo de la imagen. El resultado de este deslizamiento será la aplicación del método en la imagen como si fuera una rejilla de ventanas del tamaño seleccionado. Es muy probable que al deslizar la ventana sistemáticamente de arriba a abajo y de izquierda a derecha algunas partes del elemento que estamos analizando coincidan con los bordes de la ventana de estudio y sea difícil su discriminación. Por lo tanto, es conveniente aplicar el método en ventanas que se irán solapando tanto en sentido vertical como horizontal.

Todo esto conlleva una carga computacional bastante elevada. Tenemos que recorrer píxel a píxel en cada ventana solapada tantas veces como posibles valores de T y comprobar si la vecindad de un píxel dado cumple la condición de elemento conexo. En un entorno real la gama de nivel de gris (T) varía de 0 a 256. Para el uso del método en una aplicación industrial en la que se precisa tiempo real hemos realizado una modificación en el proceso de obtención del histograma de frecuencias de elementos conexos. Recorremos la ventana de arriba a abajo y de izquierda a derecha y por cada píxel calculamos el valor máximo y mínimo de nivel de gris de su vecindad. La vecindad de este píxel se considerará como elemento conexo si la diferencia entre el nivel de gris máximo y mínimo en relación con el rango dinámico del histograma del nivel de gris de la ventana es pequeña. Por ejemplo:

$$\frac{x_{max} - x_{min}}{g_{max} - g_{min}} < \epsilon \quad (2.10)$$

o

$$\left(1 - e^{-\beta|x_{max} - x_{min}|}\right) < \varepsilon \quad (2.11)$$

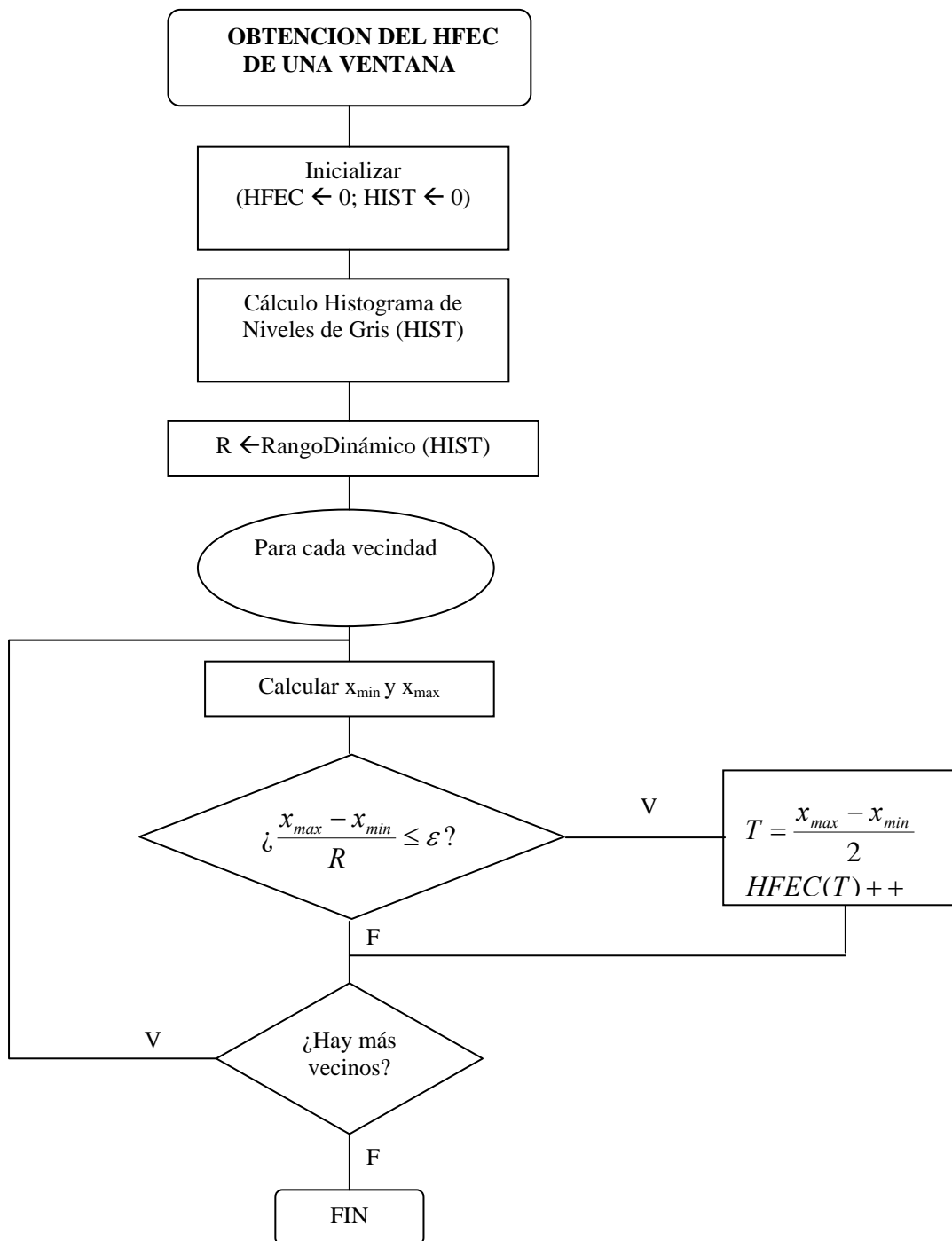
siendo,

$$\frac{2}{g_{max} - g_{min}} \leq \beta \leq \frac{5}{g_{max} - g_{min}} \quad (2.12)$$

donde g_{max} y g_{min} son el nivel de gris mayor y menor del histograma y ε un valor numérico pequeño (por ejemplo, $\varepsilon = 0.1$). Si se cumple esta condición entonces la vecindad se considera como elemento conexo y añadimos una ocurrencia al histograma de frecuencia de elementos conexos para

$$T = \frac{x_{max} + x_{min}}{2} \quad (2.13)$$

Incluso, podríamos afinar más y añadir la ocurrencia para el valor de T igual a la media de la vecindad, pero pensamos que sería mayor gasto computacional y no aportaría mucha más información discriminante, máxime si trabajamos con entornos pequeños como el anterior – 10% de variabilidad. Esquemáticamente tendríamos el siguiente organigrama:



2.6 Generalización del histograma de frecuencia de elementos conexos

Para la construcción del histograma de elementos conexos nos hemos limitado a estudiar la distribución espacial de los niveles de gris de la imagen. Otra forma de ver una imagen digital es como un conjunto de vectores de características donde cada píxel (i,j) es un vector de características unidimensional y el nivel de gris es la única característica. Si a la imagen original le aplicamos un operador local (por ejemplo, el gradiente, la media, extracción de bordes, filtros de Law, ...) tendremos por cada píxel el resultado de este operador local y la descripción del vector de características del píxel pasaría de poseer una única característica a ser un vector n -dimensional (si aplicamos $n-1$ operadores locales). Para cada característica tendremos un histograma de elementos conexos tal y como se detalla en el diagrama siguiente:

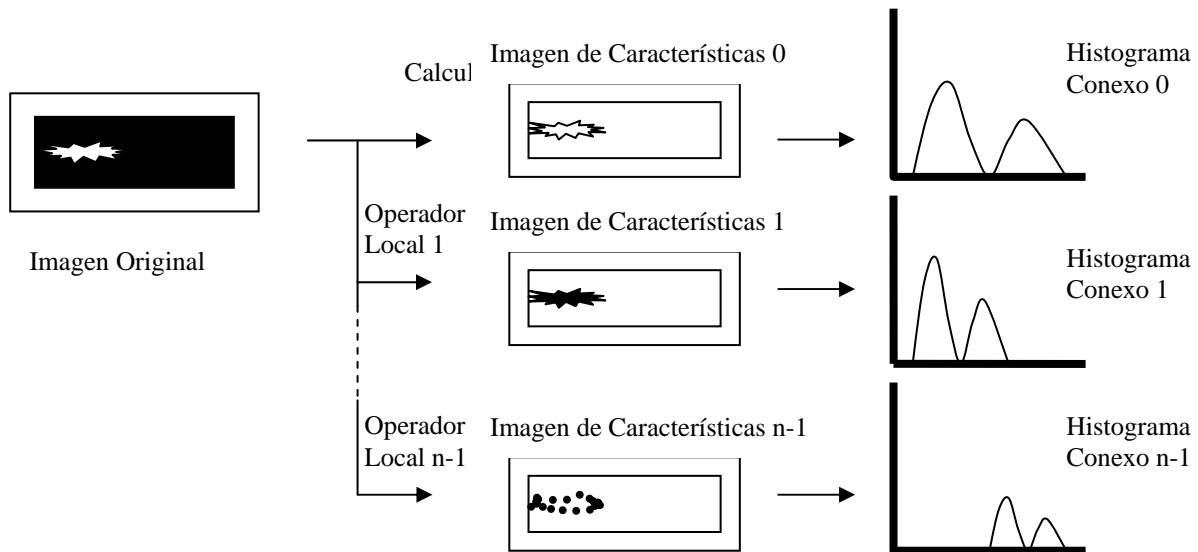


Fig. 2.23. Generalización del cálculo de elementos conexos para n características.

Con esto queremos demostrar que la teoría del histograma de frecuencias de elementos conexos es aplicable a cualquier característica de un píxel. Sirvan de ejemplo las siguientes imágenes:

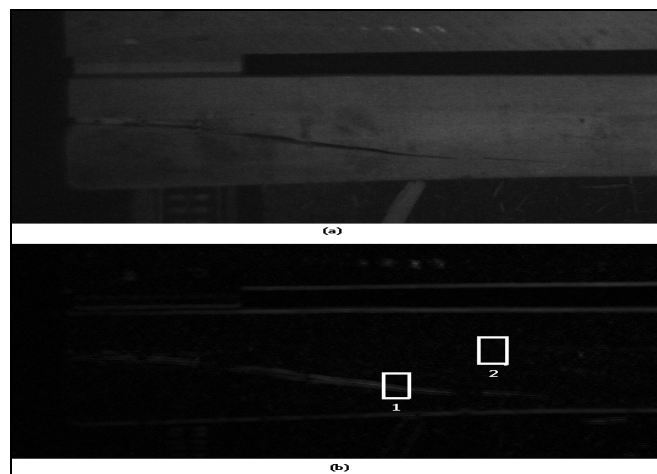


Fig. 2.24. Imagen de una tabla de madera con una grieta que la recorre horizontalmente (a). En (b) tenemos el resultado de aplicar un operador local para la obtención de líneas horizontales. En (b) están marcadas dos ventanas: 1 - pertenece a la grieta; 2 - se corresponde con madera en buenas condiciones.

En la imagen de la figura 2.23-(a) tenemos una tabla de madera con una grieta horizontal. Durante la experimentación se obtuvieron buenos resultados utilizando como operador local para la obtención de líneas horizontales el siguiente:

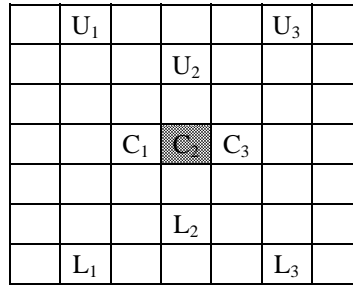


Fig. 2.25. Píxeles implicados en el operador local de obtención de líneas horizontales.

La nueva imagen se obtiene aplicando las siguientes ecuaciones (los U_i , C_i y L_i indican los niveles de gris de los píxeles correspondientes):

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{U_1 + U_2 + U_3}{3} \\
 C &= \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3} \\
 L &= \frac{L_1 + L_2 + L_3}{3} \\
 I'(i, j) &= |C - U| + |C - L|
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

El resultado de aplicar este operador local sobre la imagen de la madera de la figura 2.23-a lo podemos observar en 2.23-b. En esta imagen hemos señalado dos ventanas. La primera de ellas (etiquetada con un '1') posee parte de la grieta y la segunda (etiquetada con un '2') se corresponde con zona de la madera en buenas condiciones. Ahora la característica de un píxel es la respuesta de éste al operador local de la tabla 2.2.

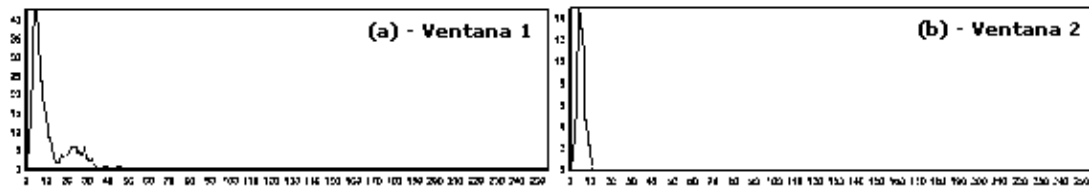


Fig. 2.26. HFECs correspondientes a las ventanas de la imagen de la figura 2.23-(b)

Se puede apreciar cómo en la figura 2.24-(a) existen dos distribuciones: primero los píxeles de la madera en buenas condiciones y segundo los correspondientes a la grieta. Sin embargo, en la figura 2.24-(b) tenemos una única distribución ya que la ventana comprende sólo píxeles de madera en buenas condiciones.

Otro tipo de operador local utilizado en numerosos trabajos de análisis de texturas ([1], [9], [24], [25], [168], [179] y [183]) son las “medidas de energía de textura” desarrollado por Laws [120]. Las medidas de Laws se obtienen a partir de tres vectores de longitud tres, $L3 = (1,2,1)$, $E3 = (-1, 0, 1)$ y $S3 = (-1,2,-1)$, los cuales representan respectivamente operaciones en una dimensión de una valor de media pesado en su valor central, primera diferencia (detector de bordes) y segunda diferencia (detector de puntos). Si multiplicamos los vectores columna de longitud 3 por los vectores fila de la misma longitud, obtenemos las ocho máscaras de Law de 3x3 (todas menos L3L3):

$$\begin{aligned}
 L3E3 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & E3L3 &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} & E3E3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 E3S3 &= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} & S3L3 &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} & S3E3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
 S3S3 &= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} & L3E3 &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Para utilizar estas máscaras a la hora de describir la textura de una imagen, debemos realizar una convolución de las mismas por toda la imagen y utilizar los valores resultantes de esta convolución como características texturales. Laws concluyó su trabajo afirmando que la característica con mayor información discriminante era la varianza de los resultados de las convoluciones. En la siguiente imagen podemos observar una estructura de madera cuya parte frontal se compone de 5 tablas de madera. Si numeramos los tableros de arriba abajo, en la tabla tercera existe una grieta que se expande horizontalmente.

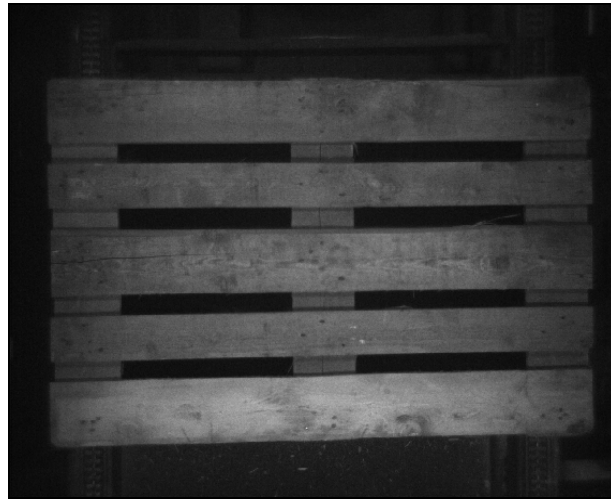


Fig. 2.27. Imagen de una estructura de madera, cuya visión frontal nos muestra cinco tablas alineadas horizontalmente. La tercera de ellas posee una grieta de izquierda a derecha que recorre aproximadamente un cuarto de la tabla. También podemos observar cómo la textura de las cinco tablas es muy poco homogénea (nudos de la madera, manchas, clavos, ...)

El resultado de aplicar estos filtros a lo largo de la imagen anterior es el siguiente:

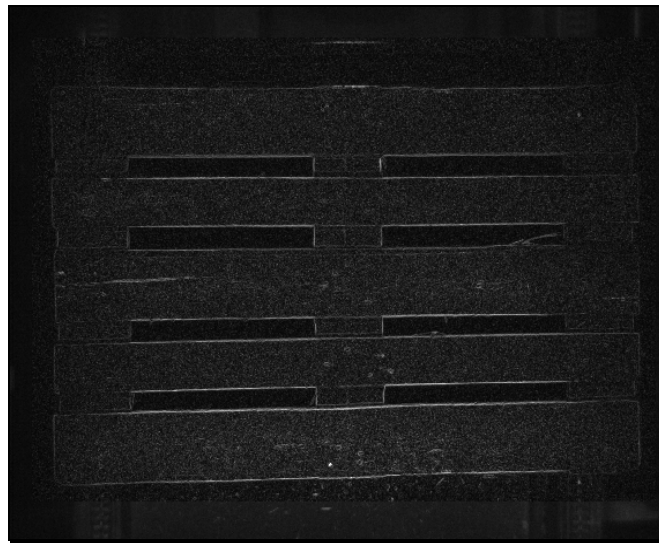


Fig. 2.28. Resultado de aplicar los filtros de Law en la figura 2.25.

Podemos comprobar cómo mediante los filtros de Law podemos llegar a caracterizar de una forma bastante eficaz aquellas regiones de la imagen con propiedades texturales distintas. Obsérvese en particular cómo los filtros de Law poseen una respuesta muy alta a los cambios bruscos de textura (grietas, clavos, nudos de la madera, bordes de los tableros) y cómo se pueden apreciar diferencias entre la textura del fondo de la imagen y la madera de los tableros. Con esta presentación podemos afirmar que los filtros de Law suponen un buen operador local en muchas aplicaciones relacionadas con el análisis de texturas como preproceso al cálculo del *HFEC*.

2.7 La Matriz de Coocurrencia y el histograma de frecuencias de elementos conexos

Los métodos de análisis de texturas mediante la matriz de coocurrencia de una imagen se han utilizado con buenos resultados en numerosos trabajos ([51], [131], [139], [152], [205] y [215]). Esta matriz, también conocida como matriz de dependencia espacial, nos suministra información sobre la distribución espacial de los valores de nivel de gris de una imagen. Definimos la matriz de coocurrencia de una imagen $N \times M$ como una matriz $N_g \times N_g$, siendo N_g el número de posibles niveles de gris de la imagen. Cada celda de la matriz indica la probabilidad de que estando en un píxel con un nivel de gris x_i pasemos a un píxel con nivel de gris x_j que se encuentra a una distancia d y una orientación θ .

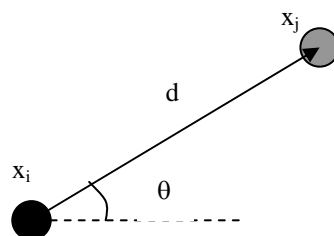


Fig. 2.29. La matriz de coocurrencia nos informa de la probabilidad de, dado un nivel de gris x_i , la “ocurrencia” de un nivel de gris x_j a una distancia d y una orientación θ .

Para cada valor d y θ tenemos una matriz de coocurrencia:

$$A = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} n(0,0) & n(0,1) & \dots & n(0,x_j) & \dots & n(0,N_g) \\ n(1,0) & n(1,1) & \dots & n(1,x_j) & \dots & n(1,N_g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n(x_i,0) & n(x_i,1) & \dots & n(x_i,x_j) & \dots & n(x_i,N_g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n(N_g,0) & \dots & \dots & n(N_g,x_j) & \dots & n(N_g,N_g) \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

donde $n(x_i, x_j)$ es el número de pares de píxeles con una posición relativa (d, θ) y cuyos valores de nivel de gris son x_i y x_j respectivamente. Siendo R el número total de posibles pares podemos decir que:

$$P(x_i / x_j) = \frac{1}{R} n(x_j, x_i) \quad (2.17)$$

La matriz de coocurrencia es simétrica respecto a su diagonal principal y por lo tanto $P(x_i/x_j) = P(x_j/x_i)$.

Alguno de los inconvenientes de los métodos de análisis de texturas basados en la matriz de coocurrencia son:

- i. Para imágenes reales en las que normalmente $N_g=256$ es preciso realizar una reducción del número de valores de N_g . Si esto no se llevara a cabo la carga computacional sería muy elevada. Uno de los algoritmos más utilizados en este sentido es el del EPQ (*Equal Probability Quantizing*) de R.W. Connors y C.A. Harlow [38]. Los autores defienden que este algoritmo reduce el número de niveles de gris conservando las características ‘texturales’ de la imagen. En general esto es cierto siempre y cuando no queramos trabajar con pequeños detalles de la textura. Desgraciadamente en numerosos procesos de control de calidad, lo que se necesita encontrar o detectar son defectos que suponen una pequeña región del objeto inspeccionado. Es decir, necesitamos conocer los pequeños detalles.
- ii. Otro inconveniente importante es que para cada par de valores (d,θ) disponemos de una matriz de coocurrencia distinta. En la mayoría de los casos prácticos se calculan varias matrices y como matriz resultante se calcula la media de las demás.

Una vez descritas las características de la matriz de coocurrencia y conociendo el amplio uso de esta técnica en numerosas aplicaciones de análisis de texturas, vamos a comentar ciertas analogías que existen con el *HFEC*. Si nos fijamos en la diagonal principal de la matriz de coocurrencia y un pequeño entorno de ésta vemos que:

$$\begin{pmatrix} P(0/0) & \dots & \dots & \dots & P(0/N_g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & P(x_{i-1}/x_{i-1}) & P(x_{i-1}/x_i) & P(x_{i-1}/x_{i+1}) & \dots \\ \dots & P(x_i/x_{i-1}) & P(x_i/x_i) & P(x_i/x_{i+1}) & \dots \\ \dots & P(x_{i+1}/x_{i-1}) & P(x_{i+1}/x_i) & P(x_{i+1}/x_{i+1}) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P(N_g/0) & \dots & \dots & \dots & P(N_g/N_g) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

De la definición del *HFEC* de la ecuación (4) podemos afirmar que $H(x_i)$ nos informa de la probabilidad que tiene un píxel de poseer el nivel de gris x_i condicionado a que los niveles de gris de los píxeles que definen su vecindad tengan un nivel de gris “*cercano*” a ese nivel de gris. Análogamente podemos asimilar este mismo concepto para una matriz de coocurrencia. La probabilidad de que un píxel

posea un nivel de gris i -ésimo condicionado a que los niveles de gris de su vecindad son cercanos a este nivel viene dada por la expresión:

$$P'(x_i) = P(x_i / x_{i-1}) + P(x_i / x_i) + P(x_i / x_{i+1}) \tag{2.19}$$

Entendiendo, por ejemplo, por niveles de gris cercanos a aquellos que se encuentran en el entorno definido por $[x_{i-1}, x_{i+1}]$. También podemos expresar la definición del HFEC en términos de probabilidades condicionadas llegando a la siguiente expresión:

$$P'(x_i) = \frac{1}{N} H(x_i) = P(x_i / x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) \tag{2.20}$$

siendo N el número de todos los posibles elementos conexos.

Debemos fijarnos en el poder de caracterización más selectivo que tenemos en el histograma de frecuencias de elementos conexos. Mientras que en la matriz de coocurrencia, la probabilidad de obtener un nivel de gris x_i está condicionada a la aparición de un único nivel de gris x_j , en el histograma de elementos conexos esta misma probabilidad está condicionada a la aparición conjunta de más niveles de gris (los que se obtienen de la definición de su vecindad). El parámetro morfológico del HFEC es análogo a los parámetros d y θ de la matriz de coocurrencia, siendo el primero una herramienta más versátil en cuanto a capacidad de representación. Por lo tanto, podemos concluir que el histograma de elementos conexos nos ofrece una información más restrictiva y a la vez más discriminante de la imagen que la matriz de coocurrencia.

Volviendo a la imagen artificial de la figura 2.2, vamos a calcular la matriz de coocurrencia para $d=1$ y $\theta=270^\circ$.

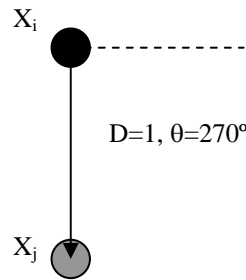


Fig. 2.30. Configuración para la obtención de la matriz de coocurrencia $d=1$ y $\theta=270^\circ$.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	2	5	1					
1	5	2	4					
2	1	4	6					
3				2	2		4	2
4				2	2	2	1	1
5					2	0	3	6
6				4	1	3	0	2
7				2	1	6	2	0

Tabla 2.1. Matriz de coocurrencia para $d=1$, $\theta=270^\circ$.

Calculamos la probabilidad de pertenencia de un nivel de gris x a un pequeño entorno suyo aplicando la ecuación (2.19).

N_g	0	1	2	3	4	5	6	7
$P'(x)$	7	11	10	4	6	5	5	2

Tabla 2.2. Función de probabilidad $P'(x)$.

Para normalizar tomamos $R=50$ y obtenemos que:

N_g	0	1	2	3	4	5	6	7
$P'(x)^*$	0,14	0,22	0,2	0,08	0,12	0,1	0,1	0,04

Tabla 2.3. Función de probabilidad $P'(x)$ normalizada.

Gráficamente tenemos que:

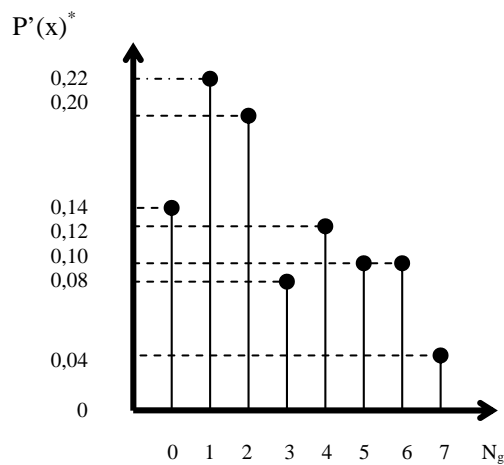


Fig. 2.31. Representación gráfica de la función $P'(x)^*$.

En esta nueva función de probabilidad podemos apreciar cómo existe un pequeño valle para $N_g=3$ que nos indica una separación entre dos distribuciones homogéneas de nivel de gris que se corresponden con las dos regiones de la imagen con distintas texturas. Obviamente con este método seríamos capaces de encontrar el nivel de gris que separa las dos distribuciones de una forma más efectiva que lo hace el histograma de niveles de gris tal como vimos en secciones anteriores. Sin embargo, si comparamos la claridad con la que el histograma de frecuencias de elementos conexos separa las dos distribuciones observamos que este es bastante más eficiente (ver figura 2.4).

Como vemos, la filosofía del método es bastante sencilla a la vez que potente. Básicamente esta nueva herramienta representa la distribución de probabilidad de un evento o suceso llamado elemento conexo. Con esta nueva representación disponemos de información sobre el nivel de gris de la imagen (esta información es la única que obtenemos del histograma de nivel de gris), junto con información que nos refleja las dependencias locales entre la distribución del nivel de gris de los píxeles (información de conectividad).

Capítulo 3

Diseño de un SRAF basado en el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos

3.1 Introducción

El término Reconocimiento Automático de Formas (RAF) comprende un amplio rango de técnicas para el análisis e interpretación de información compleja. Durante varias décadas se han desarrollado numerosas aplicaciones de sistemas de reconocimiento automático de formas (SRAF) con el fin de mecanizar procesos que los seres humanos realizan de una forma natural. Tal es el caso de los sistemas de reconocimiento del habla o de interpretación visual de escenas o imágenes. Por otro lado, las técnicas de reconocimiento de patrones también nos proporcionan un medio para poder extraer información relevante de un conjunto de datos complejos, los cuales pueden ser muy complicados de interpretar para un ser humano. Para el análisis del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos hemos decidido utilizar técnicas y herramientas basadas en el RF principalmente por los siguientes motivos:

1. Estas técnicas son aproximaciones multivariantes, las cuales no sólo utilizan la información contenida en una única variable o medida, si no que también usan la información obtenida por la interrelación entre distintas variables.
2. El RF nos suministra métodos para poder discriminar entre muestras de diferentes clases y asignar una muestra a una clase en particular. Incluso, estos métodos incluyen a veces estimaciones sobre la probabilidad de pertenencia de una cierta muestra a una determinada clase.
3. Las técnicas de RF posibilitan la representación de información multidimensional (dimensiones mayores que 3) de forma que su visualización sea sencilla. Eso nos ayudará a poder identificar grupos de ejemplos similares y sus relaciones con ejemplos de otros grupos o del mismo grupo.

4. El RF es una solución basada en una algorítmica que puede implementarse en un ordenador. Con esta facilidad conseguimos por una parte la capacidad de tratar gran cantidad de información compleja con un consumo de tiempo mínimo, y por otra, que nuestro método de análisis sea objetivo e imparcial.

El reconocimiento de formas es un tema bastante extenso que conjuga métodos de varias disciplinas. Podemos decir que existen principalmente tres aproximaciones al reconocimiento de patrones [193]. Las aproximaciones más tradicionales históricamente son la estadística y la estructural o sintáctica. Más recientemente ha resurgido un gran interés por una tercera aproximación relacionada con el ámbito de la Inteligencia Artificial conexionista que utiliza redes de neuronas en la implementación de algoritmos de reconocimiento de patrones. Estas tres aproximaciones no son mutuamente excluyentes, por ejemplo algunos clasificadores neuronales (*redes de neuronas probabilísticas*) se diseñan para implementar algoritmos estadísticos más tradicionales [138]. Las tres aproximaciones persiguen el mismo objetivo que es el de describir las características relevantes de la información y el de facilitar un método para discriminar entre distintos tipos de clases de información.

El *reconocimiento de formas estadístico* utiliza medidas y transformaciones de la estructura de los patrones como vector de características [72]. La selección de las características se suele realizar mediante aproximaciones secuenciales o, en ciertas ocasiones, mediante la acotación heurística de soluciones guiadas por la experiencia de expertos en el dominio del problema. Los clasificadores utilizados en este tipo de aproximaciones suelen depender de la distribución de probabilidad particular de las características. Uno de los clasificadores más ampliamente utilizados es el *Clasificador Bayesiano*, que supone distribuciones normales de las características. Además de éste, también son bastante comunes otras técnicas de clasificación no paramétricas como los *K Vecinos más Cercanos*, cuando la presunción de normalidad no se puede aplicar. Estos clasificadores y un conjunto de los más conocidos se pueden consultar por el lector interesado en [140] donde se describen de una forma clara y didáctica.

Las técnicas del *reconocimiento estructural de formas* nos suministran una representación de la información que se encuentra muy relacionada con su estructura. En vez de representar las características como valores numéricos, de la misma forma que lo hace las técnicas estadísticas, éstas se describen estructuralmente donde las características más intrínsecas, a las que se denominan primitivas, son la base de la representación. Junto con estas características primitivas se formulan distintas reglas con las que poder construir la estructura del patrón [71]. El reconocimiento estructural de formas también se suele denominar como reconocimiento de patrones sintáctico, ya que la forma de representar la estructura de los patrones es muy similar a la sintaxis de los lenguajes definidos formalmente mediante gramáticas. Igual que en la teoría de los lenguajes formales, los patrones se describen como las frases, que son analizadas mediante un analizador sintáctico (o mejor conocido en el entorno informático como *parser*) [193].

Las técnicas de *reconocimiento de formas mediante redes de neuronas* son sistemas computacionales que imitan el comportamiento que tiene el sistema neuronal biológico para manipular la información. Las redes de neuronas tienen la capacidad de poder tratar gran cantidad de información y de descubrir patrones dentro de ésta. En la sección 4 de este capítulo describiremos con más detalle el comportamiento y características de las redes de neuronas.

Un sistema de reconocimiento de formas se puede dividir en una secuencia de fases o etapas. La primera de ellas es la fase de *extracción de características* de los patrones que entran en juego en nuestro problema de reconocimiento y cuyo fin es la conversión de estos patrones en características que representen, idealmente, la información condensada y más importante de estos patrones. La siguiente fase es la denominada *Selección de Características*, donde se identifican el conjunto mínimo de características que mejor representan a los patrones con la mínima redundancia posible. La última fase es la de *Clasificación*, en la cuál a cada patrón específico se le asigna una categoría o clase de acuerdo con las características seleccionadas en la etapa anterior.

El objetivo de esta tesis es el de diseñar una solución completa al problema general de reconocimiento de imágenes con textura. En principio la información de la que partimos son regiones de imagen con textura. Como vimos en el capítulo anterior, el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos (*HFEC*) de una región caracteriza de una forma efectiva la textura de una imagen. Por lo tanto, el problema de reconocimiento utilizará como características la información derivada del *HFEC*. En este capítulo describiremos distintas representaciones del *HFEC* utilizando herramientas cuyo uso está siendo bastante extenso y exitoso en los sistemas de reconocimiento de patrones, como es la transformada wavelet. En la sección 2 de este capítulo se ha realizado una recopilación sobre la definición y características de esta novedosa herramienta para caracterizar tanto funciones unidimensionales (*HFEC*)

como bidimensionales (imágenes). La sección 2 terminará describiendo la aplicación en concreto de la transformada wavelet al reconocimiento de formas y es aquí donde encontraremos las características que describirán de una forma fehaciente al HFEC. Para la selección de características (sección 3) se ha implementado un procedimiento estadístico que tiene en cuenta la información de dispersión entre/intra-clases a la hora de seleccionar una característica. Como clasificador de las características seleccionadas hemos implementado una red de neuronas artificiales cuya estructura se comenta en la sección 4.

La descripción general del sistema de reconocimiento de formas basado en el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos se puede observar esquemáticamente en la figura 3.1:

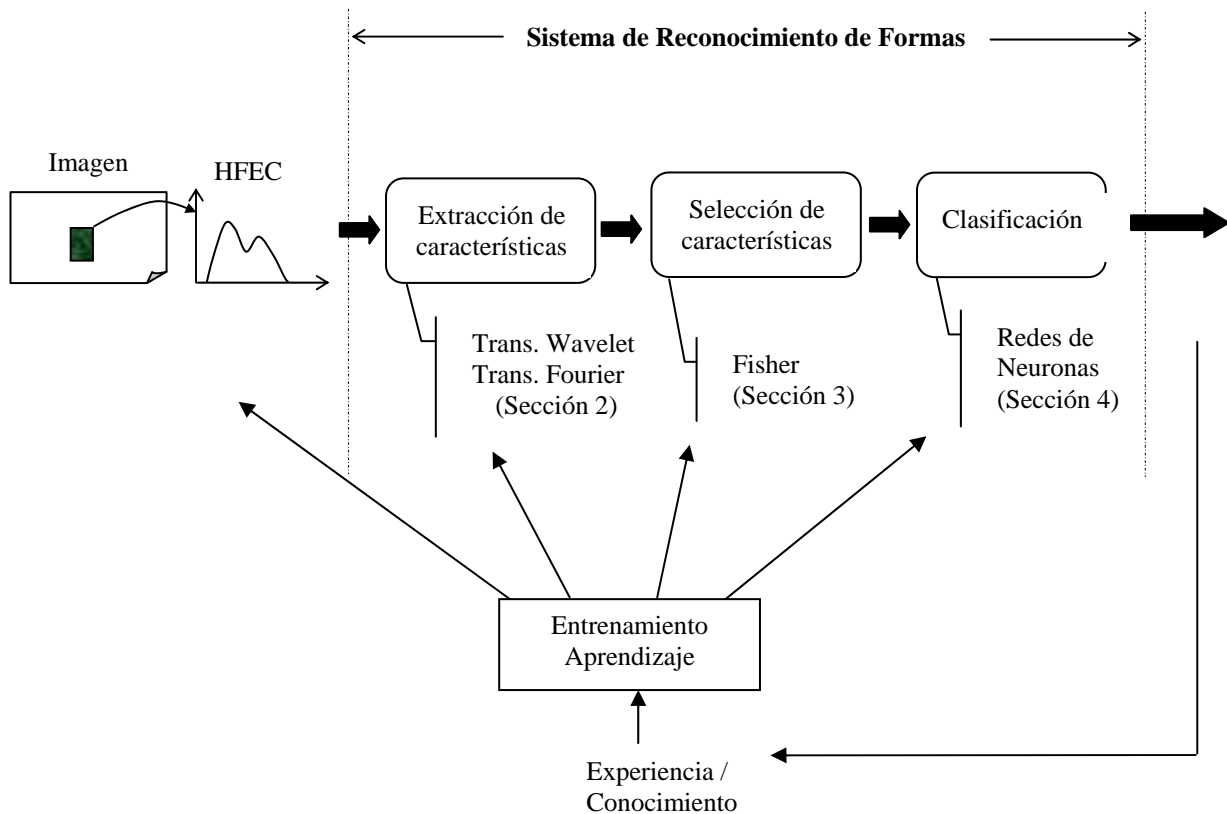


Fig. 3.1. Diagrama de bloques del diseño de un Sistema de Reconocimiento de Formas basado en el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos. En este modelo general, además de su representación formal con las tres fases, es necesaria la aplicación de un conocimiento o experiencia en el dominio del problema que se pretende solucionar con el fin de poder ajustarle y controlarle.

3.2 Análisis wavelet

3.2.1 Introducción

De la teoría de Fourier sabemos que algunas funciones periódicas las podemos representar mediante una suma de series de senos y cosenos, que se conoce con el nombre de *expansión de Fourier*. La expansión de Fourier supone una representación de la función en el dominio de la frecuencia y, por lo tanto, con ella podemos determinar todas las frecuencias de la función. Sin embargo, no podemos determinar en que momento del tiempo tienen éstas su presencia. Durante varias décadas se han estado desarrollando

soluciones con las que, con mayor o menor acierto, representar una función tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

La idea que subyace en la mayoría de las representaciones conjuntas tiempo-frecuencia es la de dividir la función de interés en varias partes y estudiar cada una de ellas de una forma aislada. Obviamente, el analizar una función de esta forma nos aporta mayor información sobre cuándo y cómo acontecen las diferentes componentes frecuenciales. Sin embargo, nos enfrentamos con un problema bastante complejo: ¿cómo dividir la función?.

Supongamos que queremos conocer exactamente todas las componentes frecuenciales de una función en un momento dado. Para ello necesitamos realizar un corte en la función utilizando, por ejemplo, la función delta de Dirac. El realizar un corte en una función es similar a realizar una convolución entre la función y la ventana de corte (la delta de Dirac). Debido a que la convolución en el dominio del tiempo se corresponde con la multiplicación en el dominio de la frecuencia y que la transformada de Fourier de la función delta de Dirac posee todas las frecuencias posibles, nos encontramos que los componentes frecuenciales de la función a estudio quedarán esparcidos a lo largo del eje de frecuencias. De hecho esta situación nos lleva al caso contrario a la transformada de Fourier, ya que ahora disponemos de resolución temporal pero no de resolución frecuencial.

El principio básico de este fenómeno que acabamos de describir se conoce como el *principio de incertidumbre de Heisenberg*, el cual, adaptado a la terminología del procesamiento de señales, establece que es imposible conocer la frecuencia exacta y el tiempo exacto de ocurrencia de esta frecuencia en una señal. Es decir, una señal no se puede representar simplemente como un punto en el espacio tiempo-frecuencia.

De lo visto hasta ahora podemos afirmar que la transformada de Fourier no es una buena herramienta para representar funciones no estacionarias. Es decir, supongamos que tenemos dos funciones distintas. Supongamos también que estas funciones poseen las mismas componentes espectrales, con una única diferencia. Una de las funciones posee cuatro componentes frecuenciales a lo largo del tiempo, mientras que la otra función posee las mismas componentes frecuenciales pero en diferentes instantes de tiempo. La transformada de Fourier de las dos funciones es la misma, aunque ambas funciones son completamente diferentes.

3.2.2 La Transformada de Fourier en ventanas

La transformada de Fourier en ventanas conocida por “*Short Time Fourier Transform*” o “*Windowed Fourier Transform*” viene a suplir las deficiencias de la Transformada de Fourier a la hora de representar funciones no estacionarias. La transformada de Fourier en ventanas nos permite aproximarnos a una representación de las funciones en el dominio tiempo-frecuencia.

Con la transformada de Fourier en ventanas, la función $f(t)$ se divide en secciones de tal forma que estas porciones se puedan considerar como estacionarias y en cada sección se analiza su contenido frecuencial de forma separada. Para llevar a cabo esta partición se utiliza una función ventana ω . El ancho de esta ventana debe ser igual al segmento de la función que consideremos como estacionario.

La definición de la transformada de Fourier en ventanas viene dada por:

$$STFT_x^{(\omega)}(t, f) = \int_t [x(t) \omega^*(t-t')] e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.1)$$

donde $x(t)$ es la función a estudio, $\omega^*(t)$ es el conjugado complejo de la función ventana $\omega(t)$.

Evidentemente con esta transformada obtenemos una representación en el dominio tiempo-frecuencia. El problema de la transformada de Fourier en ventanas está relacionado con el ancho de la función ventana. Este ancho de la función se conoce como el *soporte* de la ventana (del inglés *support*).

Ahora bien, si utilizamos una ventana de ancho infinito, entonces tendremos la Transformada de Fourier, la cual posee muy buena información sobre resolución frecuencial y nula información sobre resolución temporal. Con objeto de obtener funciones estacionarias debemos elegir un tamaño de ventana que nos acerque a esta condición. Cuanto más pequeña escojamos la ventana, mejor resolución temporal obtendremos y con mayor firmeza podremos asumir la condición de estacionalidad, sin embargo la información sobre resolución frecuencial será escasa. En resumen,

Tamaño de ventana	Consecuencia
Estrecho	Buena resolución temporal, escasa resolución frecuencial
Ancho	Buena resolución frecuencial, escasa resolución temporal

El problema, por lo tanto, se centra en la elección de la función ventana. La solución normalmente vendrá asociada al tipo de aplicación con la que estemos trabajando. Si los componentes frecuenciales están bien separados en la función original, entonces sacrificaremos parte de la resolución frecuencial y buscaremos una mejor resolución temporal ya que los componentes espectrales ya están bien separados. Sin embargo, en cada caso, encontrar una buena función ventana puede llegar a ser un trabajo casi imposible.

La Transformada Wavelet o, más genéricamente, el análisis wavelet es probablemente la solución más reciente que viene a suplir estas deficiencias de la transformada de Fourier. En la literatura especializada se puede consultar más extensamente comparaciones entre la transformada de Fourier y el análisis wavelet [58], [185], [207] y [210]. En el análisis wavelet se utiliza una ventana escalable y modulable que soluciona el problema de división de la función. La ventana se desliza a lo largo de la función y para cada una de sus posiciones se calcula su espectro, repitiéndose el proceso varias veces utilizando una ventana algo más pequeña (o más grande) para cada nuevo ciclo. Al final del proceso obtendremos como resultado un conjunto de representaciones tiempo-frecuencia de la función a estudio, todas ellas con diferentes resoluciones (véase la fig. 2). La transformada wavelet se considera como *un análisis multiresolución* de la función debido a las distintas representaciones que se obtienen de la misma. Normalmente dentro del análisis wavelet no se habla de representaciones tiempo-frecuencia, sino de representaciones tiempo-escalares. Dentro de este nuevo concepto de escala, en la literatura especializada, no aparece demasiado claro cuál es la diferencia entre pequeñas y grandes escalas. Cuando en nuestra exposición nos refiramos a grandes escalas, la entenderemos como si tratásemos una imagen completa, mientras que como pequeña escala haremos referencia a los detalles de la imagen. Así, la acción de ir desde grandes escalas a pequeñas es similar, en este contexto, a realizar una acción de acercamiento (zoom in).

En las siguientes secciones nos introduciremos en el análisis wavelet y desarrollaremos un esquema que nos permita la implementación de la transformada wavelet de una forma eficiente. La teoría sobre funciones wavelet es un campo de reciente investigación y su aplicación principal está siendo sobre la teoría del tratamiento de las señales. El objetivo de este capítulo no pretende ser una presentación de sus aspectos teóricos más profundos. Sobre este tema existen varios libros y publicaciones en las que se puede profundizar sobre el estudio teórico de las wavelets. No en vano, los fundamentos de dónde se ha extraído el contenido de este capítulo se encuentran en estas publicaciones. Entre ellas cabe destacar [21], [49], [97], [104], [136], [199] y [231]. Sin embargo, con objeto de poder realizar una exposición coherente del apartado vamos a presentar algunos fundamentos matemáticos.

3.2.3 La transformada Wavelet continua

El análisis wavelet descrito en el apartado anterior se conoce como la transformada wavelet continua (del inglés *Continuous Wavelet Transform – CWT*). Formalmente se describe como:

$$\gamma(s, \tau) = \int f(t) \Psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (3.2)$$

donde * denota conjugado complejo. Esta ecuación indica cómo una función $f(t)$ se descompone en un conjunto de funciones base $\psi_{s,\tau}(t)$, denominadas “funciones wavelet”. Las variables s y τ , que denominaremos como escala y traslación, son las nuevas dimensiones con las que trabajaremos después de realizar la transformación. Al igual que en el caso de la transformada de Fourier y otras transformaciones integrales, la transformada wavelet puede invertirse. La inversa viene dada por:

$$f(t) = \iint \gamma(s, \tau) \Psi_{s,\tau}(t) d\tau ds \quad (3.3)$$

Las funciones wavelet se generan a partir de sucesivas traslaciones y escalados de una única función $\psi(t)$, denominada “wavelet madre” (del inglés *mother wavelet*):

$$\Psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (3.4)$$

donde s es el factor de escala, τ es el factor de traslación y $s^{-1/2}$ tiene como objeto la normalización de la energía a lo largo de las diferentes escalas. En la figura 3.2 podemos apreciar el proceso de la transformada wavelet.

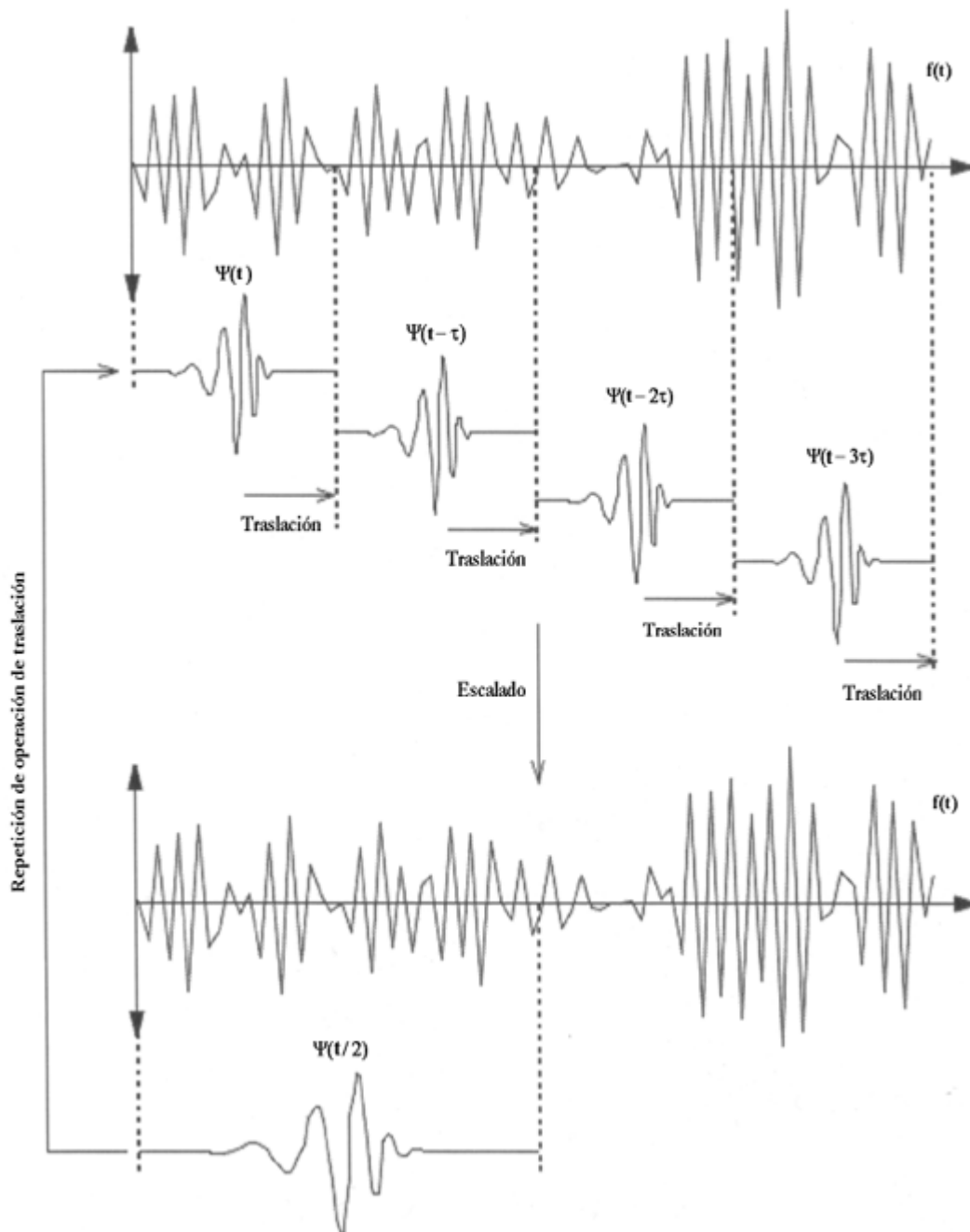


Fig. 3.2. Proceso de construcción de la transformada wavelet mediante traslaciones y escalados de la función madre $\Psi(t)$

De lo visto hasta ahora merece la pena fijarnos en que las funciones base wavelet no han sido especificadas todavía. Esta es una de las diferencias más acusada entre la transformada de Fourier y la

transformada wavelet. La transformada de Fourier utiliza como funciones base las funciones seno y coseno, mientras que la transformada wavelet utiliza para su descomposición distintas versiones de la función wavelet madre. A continuación nos introduciremos en la teoría del análisis wavelet, expondremos sus propiedades generales y definiremos un marco para el diseño de funciones wavelet.

3.2.4 Propiedades de las funciones wavelet

Las propiedades más importantes de las funciones wavelet son las condiciones de *admisibilidad* y *regularidad*, las cuales son las propiedades a las que se debe su nombre. En [199] se demuestra la *condición de admisibilidad* que debe cumplir una función wavelet y dice que:

$$\int \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (3.5)$$

Con la condición de *admisibilidad* se puede afirmar que existe una transformada directa wavelet así como su inversa. $\psi(\omega)$ representa la transformada de Fourier de $\psi(t)$. Sheng demuestra que la condición de admisibilidad implica que el momento de orden cero de una wavelet en el dominio del tiempo es cero:

$$\int \Psi(t) dt = 0 \quad (3.6)$$

y por lo tanto $\psi(t)$ debe oscilar; es decir, $\psi(t)$ debe ser una onda (del inglés *wave*).

Como vimos en (2) la transformada wavelet de una función unidimensional es bidimensional; y análogamente, si una función es de dimensión 2 su transformada wavelet es de dimensión 4. Otra característica que deseamos imponer a las funciones wavelet es que la transformada wavelet debe decrecer rápidamente según va disminuyendo el factor de escala s . A estas condiciones se las conoce como las “condiciones de regularidad” y establecen que las funciones wavelet deben ser funciones “suaves” y deben estar concentradas en el dominio de la frecuencia y del tiempo.

La condición de regularidad es un concepto algo complejo y vamos a intentar describirlo utilizando el concepto de los momentos de desvanecimiento (del inglés *vanishing moments*) o momentos nulos. Si desarrollamos en series de Taylor la transformada wavelet con $t=0$ hasta el orden n (para simplificar $\tau=0$) tenemos que [199]:

$$\gamma(s,0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[\sum_{p=0}^n f^{(p)}(0) \int \frac{t^p}{p!} \Psi\left(\frac{t}{s}\right) dt + O(n+1) \right] \quad (3.7)$$

donde $f^{(p)}$ es la derivada p -ésima de f y $O(n+1)$ indica el resto del desarrollo. Definimos los momentos de una función wavelet como:

$$M_p = \int t^p \Psi(t) dt \quad (3.8)$$

Podemos volver a escribir (3.7) como:

$$\gamma(s,0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[f(0)M_0s + \frac{f^{(1)}(0)}{1!} M_1s^2 + \frac{f^{(2)}(0)}{2!} M_2s^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} M_n s^{n+1} + O(n+1) \right] \quad (3.9)$$

De la condición de admisibilidad tenemos que el momento de orden cero es cero, $M_0=0$. Si a continuación diseñamos la función wavelet de tal forma que los demás momentos hasta M_n también sean cero, entonces los coeficientes de la transformada wavelet $\gamma(s, \tau)$ disminuirán con un índice de rapidez del orden s^{n+2} . A esta característica se la conoce en la literatura especializada como los “momentos de desvanecimiento u orden de aproximación”. Un profundo desarrollo de las propiedades de regularidad lo podemos encontrar en [21] y [49].

3.2.5 Funciones wavelet discretas.

Ahora que conocemos un poco más qué es la transformada wavelet, el siguiente paso será el de utilizarla en la práctica. La transformada wavelet tal como la hemos descrito en apartados anteriores posee al menos tres inconvenientes a la hora de poder implementarla:

1. La transformada wavelet de (3.2) se obtiene a través de continuos desplazamientos y escalados de una función sobre otra y calculando la correlación entre ambas. Esta operación supone sin duda alguna una gran redundancia que en la mayoría de las aplicaciones se desea evitar.
2. Incluso eliminando esta redundancia todavía poseemos un infinito número de funciones wavelet para realizar la transformada y deseamos reducir su número a la hora de obtener una información manejable.
3. Un problema asociado a la transformada wavelet es que para muchas funciones no se posee una solución analítica y sólo se puede calcular numéricamente.

Como hemos comentado en apartados anteriores la transformada wavelet continua realiza una correspondencia de una señal unidimensional en una representación conjunta tiempo-escala bidimensional cuya información es altamente redundante. Siendo el objetivo primordial de la transformada wavelet el de describir una función con los mínimos componentes posibles, se introduce una nueva definición denominada “*wavelet discreta*”. Una wavelet discreta no es una función escalable y trasladable de una forma continua si no que el escalado y translación se realiza por pasos. Así, redefinimos la expresión de (3.4) y tenemos que [49]:

$$\Psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} \Psi\left(\frac{t - k\tau_0 s_0^j}{s_0^j}\right) \quad (3.10)$$

Aunque esta expresión se conoce como una wavelet discreta, normalmente se corresponde con una función continua. Los valores de j y k son enteros y $s_0 > 1$ es el incremento de dilatación. El factor de translación τ_0 depende del incremento de dilatación. Normalmente tomamos $s_0 = 2$ de tal forma que el muestreo del eje de las frecuencias se corresponda con un muestreo *diádico*. Para el factor de translación se suele utilizar un valor de $\tau_0 = 1$.

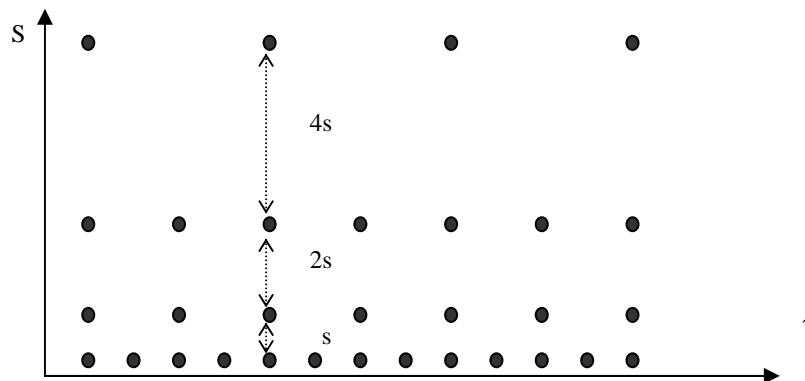


Fig. 3.3. Localización de los muestreos de las funciones wavelet discretas en el espacio tiempo-escalar.

Cuando utilizamos funciones wavelet para la transformación de una función continua obtenemos como resultado una serie de coeficientes wavelet a lo que en la literatura especializada se denomina como *descomposición wavelet*. Una cuestión de vital importancia sobre este esquema de descomposición es, sin duda alguna, la reconstrucción de la función. Obviamente de nada nos sirve la simplificación que supone esta representación, si no somos capaces de poder reconstruir la función a partir de su descomposición wavelet. En [49] podemos encontrar la demostración de que la condición necesaria y suficiente para poder reconstruir una función es que la energía de los coeficientes wavelet deben estar limitados por dos valores positivos, es decir:

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{j,k} |\langle f, \Psi_{j,k} \rangle|^2 \leq B\|f\|^2 \quad (3.11)$$

donde $\|f\|^2$ es el valor de energía de $f(t)$, $A > 0$, $B < \alpha$ y A, B independientes de $f(t)$. Si se satisface esta condición, entonces la familia con las funciones base $\Psi_{j,k}(t)$ con $j, k \in \mathbb{Z}$ recibe el nombre de *frame* acotado por los valores A y B . Prosiguiendo con nuestro objetivo de eliminar redundancia de la transformada wavelet, el siguiente paso es el de obligar que las funciones wavelet discretas formen una base de funciones ortonormales. Las funciones wavelet discretas son ortonormales si se cumple que:

$$\int \Psi_{j,k}(t) \Psi_{m,n}^*(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } j = m \text{ y } k = n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.12)$$

Cualquier función puede ser reconstruida mediante la suma de las funciones wavelet ortonormales que forma la base multiplicadas por los coeficientes wavelet de la transformada [199]:

$$f(t) = \sum_{j,k} \gamma(j,k) \Psi_{j,k}(t) \quad (3.13)$$

La necesidad de que las funciones wavelet formen una base ortonormal no es una condición esencial para la representación de las funciones. Las funciones wavelet no necesitan ser ortonormales y en algunas aplicaciones la redundancia puede ayudar a reducir la sensibilidad al ruido [199] o a mejorar la invarianza al desplazamiento de la transformada [21]. De hecho ésta es una de las desventajas más acusadas de la transformada wavelet: la transformada wavelet de una función no es invariante al desplazamiento respecto al desplazamiento de esta función, es decir, la transformada wavelet de una función y una versión de la misma función desplazada en el tiempo no se corresponden a dos transformadas wavelet desplazadas la una de la otra. Como veremos más adelante ésta es una de las propiedades que ha hecho que la transformada wavelet no haya tenido muchos adeptos en el campo del reconocimiento de patrones.

3.2.6 Filtro paso banda

Una vez eliminada la redundancia, todavía nos quedan dos obstáculos para poder utilizar la transformada wavelet en la práctica. Necesitamos todavía reducir el número de funciones wavelet requeridas en la transformada y resolver el problema relacionado con la dificultad de tratar soluciones analíticas.

Incluso utilizando funciones wavelet discretas todavía necesitamos un número infinito de escalados y translaciones para calcular la transformada wavelet. La manera más sencilla de enfrentarnos a este problema es, sencillamente, la de no utilizar un número infinito de funciones wavelet discretas. Sin duda alguna esta reducción nos hará plantearnos la cuestión de la calidad de la transformación. Es decir, ¿es posible reducir el número de funciones wavelet de la transformada y seguir obteniendo resultados óptimos?

Por una parte, las translaciones de las funciones wavelet se pueden limitar por la duración de la función a transformar, así que ya tenemos un límite superior. Ahora sólo nos queda estudiar la problemática de la dilatación: ¿cuántos escalados necesitamos para analizar nuestra función?, ¿con qué criterio establecemos

el escalado inferior?. Para resolver estos problemas veamos la transformada wavelet desde una perspectiva diferente.

Sheng [199] demuestra que una función que cumple la condición de admisibilidad posee un espectro similar a un filtro paso banda. De la teoría de Fourier sabemos que la compresión de una función en el tiempo es equivalente a expandir y aumentar su espectro de frecuencias

$$F\{f(at)\} = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (3.14)$$

Es decir, si comprimimos una función en el tiempo por un factor de 2 entonces su espectro de frecuencias se extenderá por un factor de 2 y, además, aumentarán todos sus componentes de frecuencia por un factor de 2. De esta forma podremos recorrer el espectro de nuestra función a estudio con el espectro de funciones wavelet dilatadas de la misma forma que la recorriamos en el dominio del tiempo con las translaciones de las funciones wavelet. A la hora de obtener una cobertura óptima del espectro de la función, el espectro de las funciones wavelet expandidas deberían tocarse unas con otras. Ejemplo de ello lo tenemos en la figura 3.4.

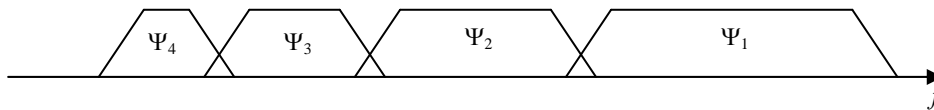


Fig. 3.4. Espectros de funciones wavelet que resultan del escalado de la función wavelet madre en el dominio del tiempo.

Esta propiedad se establece a la hora de diseñar las funciones wavelet. A una función wavelet se la puede considerar como un filtro paso-banda, y, por lo tanto, a un conjunto de funciones wavelet la se le considera como un *banco de filtros paso-banda* (del inglés “band-pass filter bank”). Una propiedad que poseen todas estas funciones wavelet es que la razón entre la frecuencia central del espectro de una función wavelet y la anchura de su espectro es la misma para todo el conjunto de funciones wavelet. Este índice se conoce como el *factor de fidelidad Q* de un filtro y en el caso de las funciones wavelet se denomina *constante Q del banco de filtros* (del inglés “constant-Q filter bank”).

Una de las restricciones más importantes que deben cumplir nuestras funciones es la siguiente: “Las funciones a analizar deben poseer un valor de energía finito”. Obviamente, lo podríamos deducir de los comentarios que hemos realizado en los últimos párrafos de este apartado, ya que cuando una función posee un valor de energía infinito es imposible cubrir o recorrer su espectro de frecuencias y su duración en el tiempo con funciones wavelet. Formalmente diremos que se debe cumplir que:

$$\int_0^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (3.15)$$

3.2.7 La función de escala

Una pregunta que nos podemos hacer llegados a este punto es sobre cómo podemos abarcar el espectro completo de la función hasta llegar a cero. Debido a que cada vez que deslizamos la función wavelet en el dominio del tiempo con un factor de 2, su ancho de banda se va dividiendo por la mitad. Es decir, con cada estiramiento de la función wavelet sólo recubrimos la mitad del espectro restante, lo cual significa que necesitaremos un número infinito de funciones wavelet para recubrir toda la función.

Para solucionar este problema Mallat [136] introdujo el concepto de *función de escala*. La idea se basa en no intentar cubrir todo el espectro de potencias mediante la utilización de una función paso bajo de tal forma que tenga en cuenta las frecuencias más bajas. Debido a su característica de filtro paso bajo al espectro de la función de escala se le denomina *filtro de la media*.

Considerando la función de escala como una función con un filtro paso bajo, podemos descomponerla en componentes wavelet y expresarla de la misma forma que en (3.13).

$$\varphi(t) = \sum_{j,k} \gamma(j,k) \Psi_{j,k}(t) \quad (3.16)$$

Debido a que hemos seleccionado una función de escala $\varphi(t)$ de tal forma que su espectro recubre el espacio abierto dejado por las funciones wavelet a su izquierda (frecuencias bajas), en (3.16) utilizaremos un infinito número de funciones wavelet hasta una cierta escala j (véase la figura 3.5). Esto significa que si analizamos una función utilizando conjuntamente la función de escala y las funciones wavelet, tendremos que la función de escala tendrá en cuenta todo el espectro cubierto por todas las funciones wavelet hasta una cierta escala j , mientras que el resto estará a cargo de las funciones wavelet en sí. De esta forma se limita el número de funciones wavelet de un número infinito a un número finito.

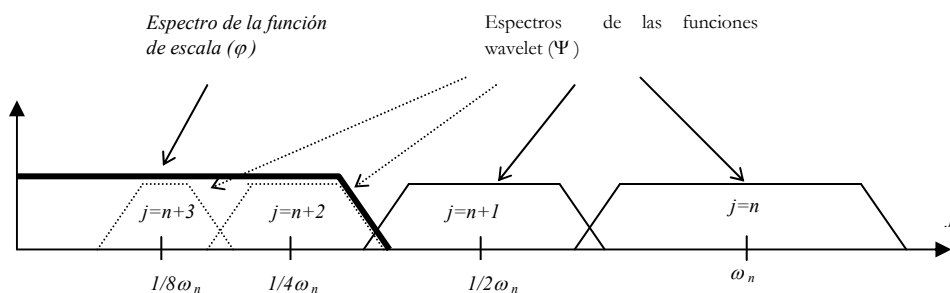


Fig. 3.5. Un número infinito de funciones wavelet se reemplazan por la función de escala.

Introduciendo la función de escala hemos circunscrito el problema de tener un número infinito de funciones wavelet y hemos fijado un límite inferior de funciones wavelet. Obviamente cuando utilizamos una función de escala en vez de sus correspondientes funciones wavelet estamos perdiendo cierta información. Desde el punto de vista de representación de una función, verdaderamente no estamos perdiendo ningún tipo de información, ya que seremos capaces de reconstruir la función original. Sin embargo, desde el punto de vista del análisis wavelet estamos eliminando una posible información útil sobre la escala. Por lo tanto, el ancho del espectro de la función de escala es un parámetro muy importante para el diseño de la transformada wavelet. Cuanto más pequeño es el espectro, más coeficientes wavelet tendremos y más información sobre la escala. Sin embargo, como casi siempre, existirán limitaciones prácticas en cuanto al número de coeficientes wavelet que podremos manipular. Como veremos más adelante, este problema se resolverá de una forma más o menos automática mediante la transformada wavelet discreta.

3.2.8 Codificación subbanda

Como hemos visto en apartados anteriores podemos considerar la transformada wavelet como el efecto de pasar un banco de filtros paso-banda a través de una función. Las salidas de los diferentes filtros son los coeficientes de la transformada de las funciones wavelet y la función de escala. El hecho de analizar una función mediante el uso de banco de filtros no es una idea nueva y se le conoce desde hace años con el nombre de *Codificación subbanda* (del inglés *Subband coding*).

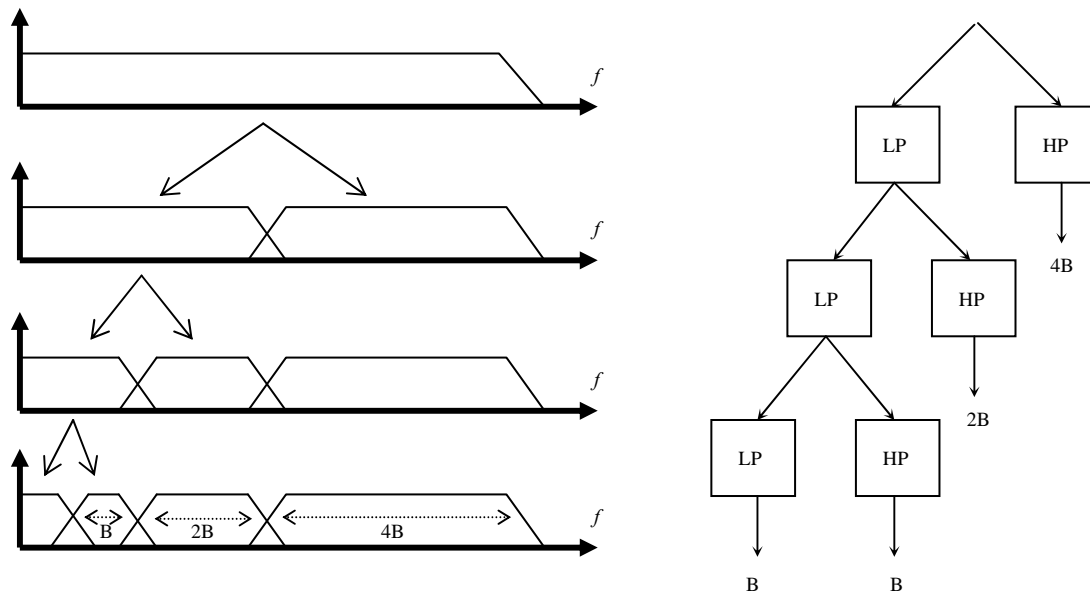


Fig. 3.6. Partición del espectro de la señal mediante sucesivos filtros paso-banda.

Podemos diseñar el banco de filtros de varias formas. Una de ellas es el diseño de un conjunto de filtros paso-banda de tal forma que dividan el espectro de frecuencias en distintas bandas. La principal ventaja de este método es que podemos tener filtros de diferente anchura y de tal forma que recubramos la función a analizar en las zonas que mayor interés puedan tener. Obviamente, el mayor problema se centra ahora en que debemos diseñar cada uno de los filtros de forma separada y esto conllevará un tiempo de proceso excesivo. Otra forma puede ser mediante la división del espectro de la señal en dos partes iguales que denominaremos la parte paso-bajo (del inglés low-pass – LP) y la parte paso-alto (del inglés high-pass – HP). Con la parte paso-alto obtendríamos los detalles más pequeños de la función a estudio y podríamos pararnos aquí. Sin embargo, con la parte paso-bajo aún nos queda por obtener algunos detalles y por lo tanto la volvemos a dividir. Este mismo proceso lo repetimos varias veces hasta llegar a un cierto número de bandas. A este proceso de análisis es a lo que se conoce en la literatura especializada como *banco de filtros iterativos*. Normalmente se suele limitar el número de bandas por ejemplo a la cantidad de datos o a la capacidad de potencia de computación. El proceso de división del espectro de la función lo podemos observar en la figura 3.6. La gran ventaja de este esquema es que sólo tenemos que diseñar dos filtros, aunque por otro lado tenemos que la forma de recubrir todo el espectro es fija.

3.2.9 La transformada wavelet discreta. El algoritmo piramidal de Mallat.

Como en muchas aplicaciones de procesamiento de señales, es necesario realizar un muestreo de la función a estudio. Normalmente trataremos con funciones discretas y por lo tanto tendremos que discretizar la transformada wavelet. Debemos recordar que las funciones wavelet discretas que definimos en apartados anteriores no son discretas en el tiempo, si no que son discretas en pasos en los ejes de escala y translación.

En este apartado vamos a describir el algoritmo de descomposición piramidal de Mallat [136] para el cálculo de la transformada wavelet, también conocido como la transformada rápida wavelet. Para ello utilizaremos las funciones base construidas por Daubechies [49] que son sin lugar a dudas las funciones wavelet más utilizadas en distintas aplicaciones sobre procesamiento y representación de señales. Los parámetros de la correspondiente descomposición wavelet vienen dados por una secuencia de número reales (h_0, h_1, \dots, h_N) que suponen la solución de las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{n=0}^N h_n = \sqrt{2} \tag{3.17}$$

$$\sum_{n=0}^N (-1)^n n^k h_n = 0 \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, (N-1)/2 \quad (3.18)$$

$$\sum_{n=0}^{N-2k} h_n h_{n+2k} = 0 \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, (N-1)/2 \quad (3.19)$$

Este sistema de ecuaciones tiene la propiedad que para un valor de N impar, existen $2^{(N-1)/2}$ soluciones.

La descomposición comienza con una secuencia finita $a_0 = (a_{0n})$ ($n=0, 1, \dots, L-1$) de longitud L, que representa la función a estudio. La secuencia $a_1 = (a_{1n})$ y $d_1 = (d_{1n})$ se define como:

$$a_{(m+1)n} = \sum_{k=2n}^{2n+N} h_{k-2n} a_{mk}$$

$$\left(n = \frac{1-N}{2}, \frac{1-N}{2} + 1, \dots, \frac{L}{2} - 1 \quad \text{para } L \text{ par y} \right. \quad (3.20)$$

$$\left. n = \frac{1-N}{2}, \frac{1-N}{2} + 1, \dots, \frac{L-1}{2} \quad \text{para } L \text{ impar} \right)$$

$$d_{(m+1)n} = \sum_{k=2n+1-N}^{2n+1} (-1)^k h_{2n+1-k} a_{mk}$$

$$\left(n = 0, 1, \dots, \frac{L+N-3}{2} \quad \text{para } L \text{ par y} \right. \quad (3.21)$$

$$\left. n = 0, 1, \dots, \frac{L+N-2}{2} \quad \text{para } L \text{ impar} \right)$$

para $m=0$ obtenemos una descomposición cuya longitud es aproximadamente la mitad de la longitud de la secuencia a_0 . Esta secuencia es, en sí, la descomposición de la información contenida en a_0 y por lo tanto podemos expresar que:

$$a_{0n} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [h_{n-2k} a_{1k} + (-1)^n h_{2k+1-n} d_{1k}] \quad (3.22)$$

es decir, podemos reconstruir con la mayor precisión posible la secuencia a_0 desde las secuencias a_1 y d_1 [173].

Aplicando recursivamente (3.20) y (3.21) obtenemos la descomposición de la secuencia a_0 en una matriz de secuencias $d_1, d_2, \dots, d_M, a_M$ como se muestra en la siguiente figura:

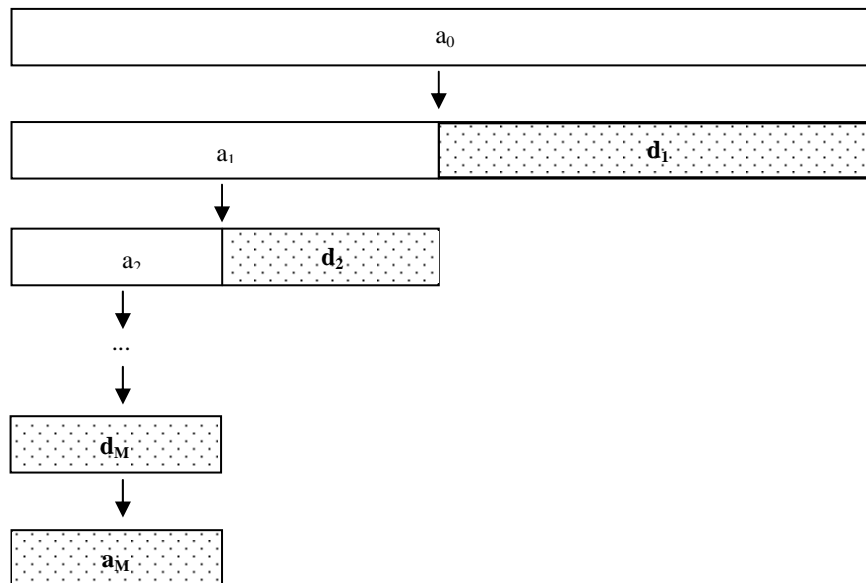


Fig. 3.7. Descomposición de la secuencia a_0 mediante la Transformada Wavelet Rápida. Los coeficientes de esta descomposición se encuentran en negrita.

Los coeficientes obtenidos de estas secuencias constituyen la descomposición wavelet de una función. Dada la forma de obtención de estos coeficientes, la transformada rápida wavelet transforma una función discreta finita de longitud L , donde L es una potencia de 2, en otra función discreta finita de longitud L . Como hemos visto en apartados anteriores existen infinitas funciones que pueden satisfacer la condición de una función wavelet “madre”. Sin embargo, en la práctica sólo se utilizan las más conocidas. Para nuestra tesis hemos seleccionado un conjunto de ellas. Una función wavelet “madre” se representa por un conjunto de valores numéricos que son los denominados coeficientes del filtro wavelet (son los h_i de las ecuaciones anteriores) y cumplen las condiciones (3.17), (3.18) y (3.19). En la presente tesis se han seleccionado un conjunto de ellas (figura 3.8).

El algoritmo para el cálculo de la transformada wavelet, más conocido como el algoritmo en pirámide de Mallat, consiste en ir aplicando los coeficientes del filtro wavelet primero con la función o señal de entrada de longitud L y a continuación volver a aplicarlos sobre el vector suavizado de longitud $L/2$, y a continuación sobre el vector suavizado-suavizado de longitud $L/4$ y así sucesivamente hasta que el vector “suavizado-...-suavizado” sólo tenga dos componentes. El vector resultante de toda la transformación se encuentra dividido en componentes con diferentes respuestas de suavizado (o filtro paso-bajo) de la función de entrada. A estos componentes es a los que se denominan en el argot del análisis wavelet como distintos rangos de escalado. Los dos primeros coeficientes del vector (coeficientes 1 y 2) representan el vector de entrada totalmente suavizado y de hecho estos valores se corresponden con algo más que la media de la función original. Los siguientes dos coeficientes (3 y 4) representan un escalado ligeramente menor de la función de entrada y, al final, los últimos $L/2$ componentes representan el escalado más bajo (o las frecuencias más altas) de la información de la función de entrada. De hecho en la mayoría de las aplicaciones estos coeficientes se corresponden con “ruido” de la función original y a menudo se suelen despreciar sin producir ninguna pérdida de información.

La transformada rápida wavelet de una función presenta los coeficientes wavelet en un vector que ha sido construido secuencialmente con coeficientes de diferentes escalas de la función original. Cada una de las escalas se corresponde con una dilatación distinta de la función wavelet madre. Los coeficientes más bajos (los que se encuentran al principio) representan la información de la función original con mayor grado de escalado, mientras que los coeficientes mayores (los que se encuentran al final) representan la información de la función original con menor grado de escalado. Para una función de longitud 2^j , los coeficientes se ordenarán en j niveles de escala. El nivel de escala l está representado por los coeficientes 1 y 2. El nivel de escala i , está representado por los coeficientes que se encuentran desde la posición $2^{i-1} + 1$ a la posición 2^i . Dentro de una escala, cada coeficiente se corresponde con una traslación de la función madre (ya dilatada por la escala). Un coeficiente en una determinada posición de un nivel de escala representa información relativa a una determinada posición de la función original. Esta propiedad es la

que se conoce como *capacidad de localización* y es la que nos permite relacionar los coeficientes wavelet con información de la función original. Por ejemplo, información localizada en el centro de la función original se encontrará representada por los coeficientes wavelet en el centro de cada nivel de escala. En la figura 3.9 podemos observar la información que se encuentra albergada en los coeficientes de cada uno de los niveles de escalado. En el ejemplo utilizamos como función wavelet madre los coeficientes BURT-ADELSON. Queremos llamar la atención sobre cómo los niveles superiores poseen mayor información sobre las altas frecuencias de la función original y cómo, según reducimos el nivel de escalado, se posee más información sobre las frecuencias más bajas.

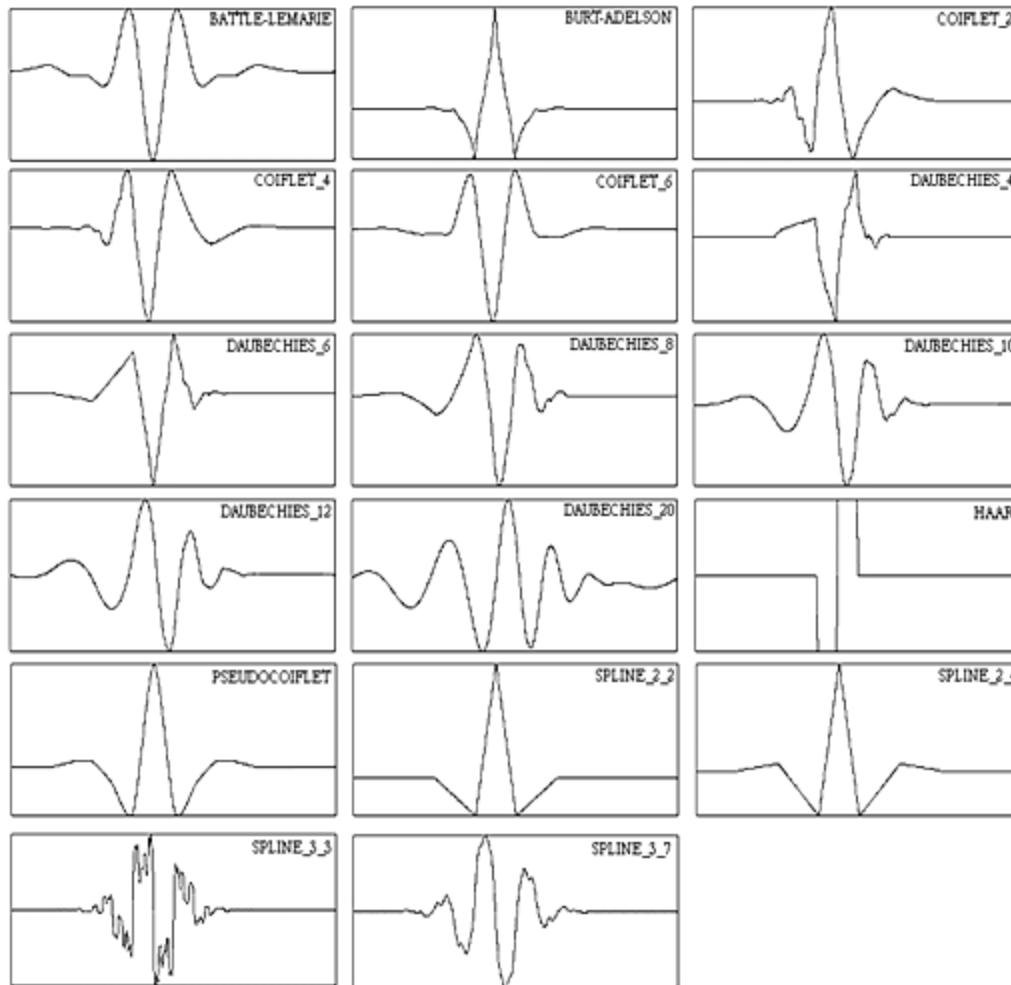


Fig. 3.8. Funciones madre utilizadas en la presente tesis. Por orden indicamos la fuente de cada una de ellas en donde se puede encontrar más información: BATTLE-LEMARIE [136] (Tabla 1); BURT-ADELSON [49] (Tabla 8.4); COIFLET_2, COIFLET_4, COIFLET_6 [12] (apéndice A); DAUBECHIES_4, DAUBECHIES_6, DAUBECHIES_8, DAUBECHIES_10, DAUBECHIES_12, DAUBECHIES_20 [49] (Tabla 6.1); HAAR [49] (p. 10); PSEUDOCOIFLET [184]; SPLINE_2_2, SPLINE_2_4, SPLINE_3_3, SPLINE_3_7 [49] (Tabla 8.2).

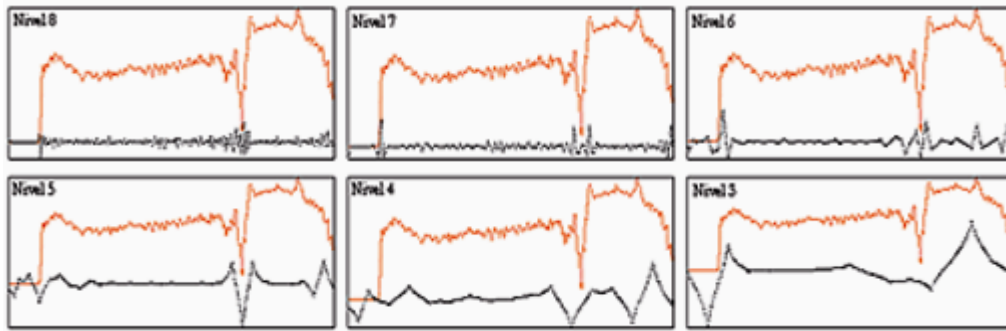


Fig. 3.9. En cada uno de estos gráficos se representa en rojo la función original con $L=256$ (2^8) y en negro la función reconstruida utilizando sólo los coeficientes del nivel de escalado indicado en la parte superior izquierda. Podemos observar como los niveles de escalado superiores albergan información de los detalles de la función original, mientras que según bajamos de nivel de escalado los coeficientes poseen mayor información de los grandes detalles. En este ejemplo se ha utilizado la función madre BURT-ADELSON.

Evidentemente, la elección de una determinada función wavelet vendrá dada por la función o señal a transformar. Como ejemplo, fijémonos en uno de los filtros wavelet más utilizados como son las series de Daubechies [49]. Dentro de las series que están expuestas en la figura 3.8, queremos llamar la atención sobre el filtro DAUBECHIES_4, el cual posee cuatro coeficientes y como veremos más adelante genera una respuesta más sensible a las altas frecuencias o como se denomina en el análisis wavelet: “la información de los pequeños detalles”; frente a DAUBECHIES_20 que con veinte coeficientes produce una transformada wavelet más suavizada. Estas diferencias se pueden apreciar en las figuras 3.10 (DAUBECHIES_4) y 3.11 (DAUBECHIES_20).

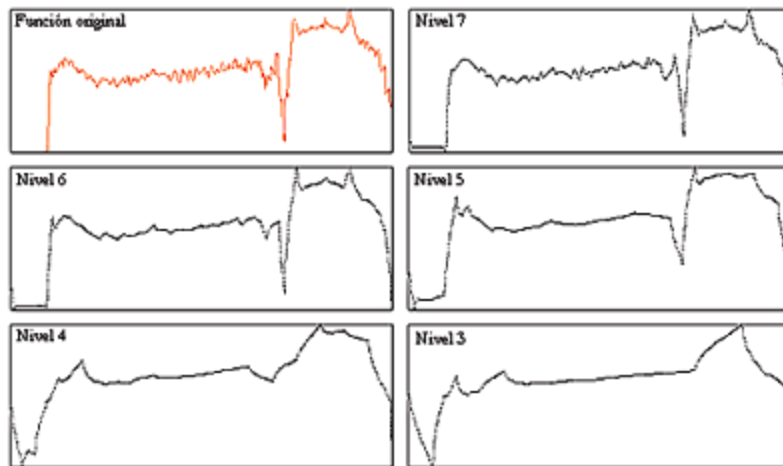


Fig. 3.10. Distintas aproximaciones de una función mediante la reconstrucción incremental desde el nivel de escalado 3 hasta el nivel de escalado 7. Es una función cuyo rango dinámico es $256=2^8$, por lo tanto posee 8 niveles de escalado. En esta representación se ha utilizado como función wavelet madre los coeficientes DAUBECHIES_4.

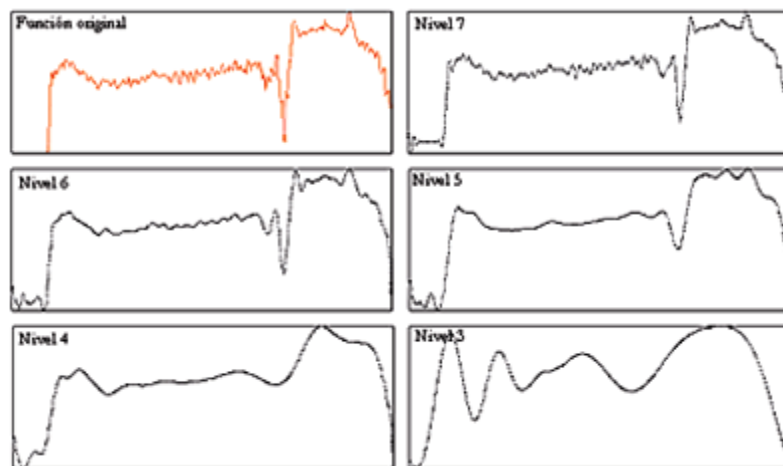


Fig. 3.11. Distintas aproximaciones de la misma función que en la figura 3.9. En este caso se ha utilizado como función wavelet madre los coeficientes DAUBECHIES_20. Como comentamos anteriormente esta función wavelet madre produce una transformada wavelet más suave.

3.2.10 La Transformada Wavelet Empaquetada (TWE)

La transformada wavelet empaquetada es una generalización de la transformada wavelet discreta. Como hemos observado en el apartado anterior la transformada wavelet discreta se construye mediante un algoritmo piramidal en donde no se analizan o exploran los detalles de la función. Es decir, el algoritmo piramidal de Mallat posee una estructura en árbol de la que sólo se explora una de las ramas. La transformada wavelet empaquetada, sin embargo, analiza la estructura completa. Esta estructura la podemos observar en la siguiente tabla:

Función original							
S1				D1			
SS2		SD2		DS2		DD2	
SSS3	SSD3	SDS3	SDD3	DSS3	DSD3	DDS3	DDD3

Fig. 3.12. Esquema de descomposición de la Transformada Wavelet Empaquetada. Las letras S y D indican, respectivamente, el resultado de la operación de suavizado y el detalle de los coeficientes del nivel superior.

Comparando con el algoritmo piramidal, la TWE nos aporta mayor flexibilidad. En vez de ir analizando exclusivamente las bajas frecuencias, nos permite poder centrarnos en cualquiera de las partes del dominio tiempo-frecuencia. Sin embargo, desde el punto de vista de la obtención de una única base para la función original, tal y como ocurre en el algoritmo piramidal, tenemos que la TWE es altamente redundante ya que en la división que realizamos entre la operación de suavizado y detalle estamos creando dos subespacios ortogonales. Por lo tanto, necesitamos seleccionar aquellas ‘casillas’ de la tabla 3.1 de tal forma que se cubra horizontalmente sin que exista ningún solape verticalmente. Ejemplos lo podemos observar a continuación:

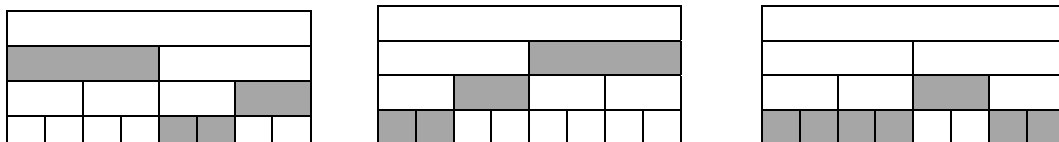


Fig. 3.13. Ejemplos de selección de una base de la descomposición completa de la TWE.

Coifman y sus colaboradores [34], [35] y [233] desarrollaron un método para escoger la mejor base de la descomposición completa de la TWE y la aplicaron a la compresión de datos. Para ello se basaron en los conceptos de entropía y energía de una señal. Por energía de una señal entendemos la suma de los cuadrados de sus elementos o, dicho de otra forma, de las coordenadas de la señal en el espacio de los datos. Si escogemos diferentes bases para el espacio de los datos, la energía de la señal será la misma aunque la distribución de sus coordenadas sea distinta. Podemos caracterizar esta distribución mediante el cálculo de la entropía del cuadrado de las coordenadas de la señal. Si la energía de la señal está muy distribuida entre las distintas funciones base, entonces la entropía será alta. Sin embargo, si la energía se encuentra centrada en un pequeño conjunto de funciones base, la entropía será baja. Así Coifman, a la hora de realizar técnicas de compresión, escogía aquellas bases cuyo resultado obtenían menor valor de entropía ya que de esta forma podríamos representar la función original en el menor número de coeficientes posibles. El algoritmo que diseñó recorría el árbol de descomposición desde arriba hacia abajo calculando la entropía de cada una casilla y la de los dos niveles siguientes de descomposición. Cuando la entropía de una casilla era menor que la suma de la entropía de las dos casillas que tenía por debajo, entonces la casilla se seleccionaba y se paraba la descomposición.

Como hemos comentado esta selección es óptima para aplicar la TWE a la compresión de datos. Sin embargo en el campo del reconocimiento de patrones no se trabaja con señales individuales, sino con grupos o clases de señales. En principio, podríamos escoger la descomposición completa de la TWE y utilizar todos los coeficientes como características del patrón que queremos reconocer. Sin embargo, la descomposición completa aumenta la complejidad del problema de reconocimiento ya que aumenta considerablemente la información respecto a los datos originales. Por ejemplo, si partimos de una función con 64 variables (2^6) y la descomponemos mediante la TWE, obtendremos $6 \cdot 2^6 = 384$ variables. Saito [190] introdujo un nuevo algoritmo para la selección de las mejores bases al que denominó LDB (“*Local Discriminant Basis*”). Este algoritmo se basa en realizar una primera preselección de las mejores bases atendiendo a su capacidad para poder describir diferencias entre clases, para después seleccionar características individuales generadas por estas bases. En vez de utilizar el concepto de entropía tradicional, que describe la distribución de los coeficientes de un único vector, trabaja con el concepto de *entropía cruzada* (del inglés *cross-entropy*) que representa la distribución de la diferencia entre dos vectores.

3.2.11 Generalización de la Transformada Discreta Wavelet para m-bandas

De una forma más general, podemos describir la transformada discreta wavelet para m -bandas introducida por P. Steffen y sus colaboradores. En la figura 3.13 podemos observar la descripción esquemática de una TDW para 3-bandas de una función discreta ($a_{00}, a_{01}, \dots, a_{08}$) que se corresponde con en el nivel 0 de la TDW.

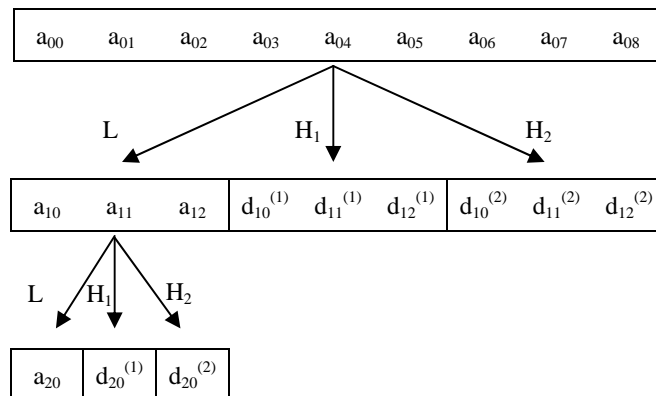


Fig. 3.14. Transformada discreta wavelet para 3-bandas de una función con nueve muestras. El símbolo L indica un filtro paso-bajo mientras que H_1 y H_2 son dos filtros paso-alto. Los coeficientes wavelets están representados por $d_{jk}^{(s)}$.

En la figura 3.13 tenemos un filtro paso-bajo (L) y dos filtros paso-alto (H_1 y H_2). Para ir de un nivel al siguiente, sólo se filtran los coeficientes del resultado del filtro paso-bajo, a_{1k} , excepto para el nivel 0 donde todos los coeficientes se filtran ya que se trata de la función original. La acción de realizar un filtro paso-bajo seguido de un filtro paso-alto produce una operación de paso-banda que va separando la información inicial en diferentes bandas de frecuencia. Denominaremos como banda(l,t) a la banda t-

ésima ($t \in 0, 1, \dots, m-1$) del nivel l de la transformada discreta wavelet. En el ejemplo de la figura 3.13 la banda que se encuentra al comienzo del árbol de descomposición es la banda (0,0). En el siguiente nivel nos encontramos de izquierda a derecha con la banda(1,0), la banda(1,1) y la banda(1,2).

En la transformada discreta wavelet para m -bandas tendremos un filtro paso-bajo y $m-1$ filtros paso-alto. El número de coeficientes en cada banda será una m -ésima parte del nivel anterior. Sean $L = (L_0, L_1, \dots, L_{N_f-1})$ los coeficientes del filtro paso-bajo y $H^{(s)} = (H_0^{(s)}, H_1^{(s)}, \dots, H_{N_f-1}^{(s)})$ los coeficientes del filtro paso-alto. Las operaciones de filtrado que nos pasan del nivel l al nivel $l+1$ vienen dadas por:

$$\begin{aligned} a_{l+1,k} &= \sum_{i=0}^{N_f-1} L_i a_{l,mk+i} \\ d_{l+1,k}^{(s)} &= \sum_{i=0}^{N_f-1} H_i^{(s)} a_{l,mk+i} \quad s = 1, \dots, m-1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.2.12 Transformada wavelet bidimensional

Como hemos visto en apartados anteriores la transformada wavelet de una señal $f(t)$ se obtiene mediante la proyección de f en un conjunto de funciones wavelet que constituyen una base, en la mayoría de los casos, ortogonal. Este conjunto está compuesto de versiones dilatadas y desplazadas de una función denominada “función wavelet madre”. Se ha demostrado que esta transformada se puede obtener mediante la convolución iterativa la función f con un conjunto de filtros paso-bajo (L) y paso-alto (H) (véase la figura 3.6). De una forma análoga podemos obtener la transformada wavelet de una función bidimensional (como puede ser una imagen). En este caso aplicaremos los mismos filtros H y L secuencialmente a lo largo de las filas y columnas de la imagen. Las subimágenes que obtendríamos con la aplicación de la primera iteración del algoritmo piramidal de Mallat sobre una imagen $I(x,y)$ serían:

$$\begin{aligned} L^1(m,n) &= [L_x * [L_y * I]](x,y) \\ D_1^1(m,n) &= [L_x * [H_y * I]](x,y) \\ D_2^1(m,n) &= [H_x * [L_y * I]](x,y) \\ D_3^1(m,n) &= [H_x * [H_y * I]](x,y) \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde $*$ indica el operador de convolución. La primera convolución se realiza a lo largo de las columnas y la segunda convolución a través de las filas. L^1 es una versión suavizada de la imagen original I , mientras que D_1^1 , D_2^1 , y D_3^1 están relacionados con los detalles de I en la dirección vertical, horizontal y diagonal. La transformada completa la obtendríamos aplicando sucesivamente las convoluciones sobre la subimagen L^1 , de la misma forma que en el caso unidimensional. Análogamente podríamos aplicar la descomposición sobre las imágenes D_i^1 , obteniendo así la transformada wavelet empaquetada bidimensional. Un ejemplo de la aplicación del algoritmo piramidal hasta el nivel 2 lo podemos observar en la siguiente figura:

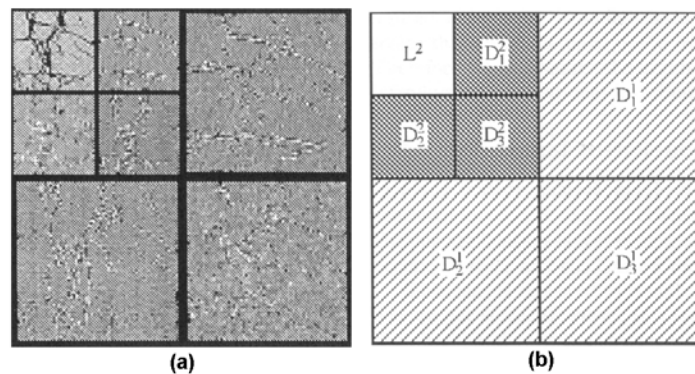


Fig. 3.15. (a) Ejemplo de aplicar el algoritmo piramidal hasta el nivel 2; (b) Etiquetas correspondientes a las subimágenes de (a).

3.2.13 Aplicaciones de la transformada wavelet

En lo principios de la década de los 90 se han establecido las bases teóricas del análisis wavelet. Los matemáticos han estado trabajando con agudísimo detalle y la teoría sobre las wavelets ha llegado en nuestros días a su etapa de refinamiento. Refinamiento que trae consigo generalizaciones y nuevas extensiones del análisis wavelet como los wavelet empaquetados (*packet wavelet*) [32], el análisis wavelet multibanda (*m-band wavelet*) o la transformada wavelet adaptativa (*adapted waveforms*) [234]. Ahora le tiene que llegar el momento a las aplicaciones que deben hacer uso de estas herramientas. La presente tesis pretende aportar su “grano de arena” a esta tarea y aprovechar las facilidades que el análisis wavelet brinda en labores de reconocimiento de patrones y clasificación de señales. A continuación vamos a presentar alguna de las aplicaciones más características en las que se está utilizando el análisis wavelet. Además de las aplicaciones que expondremos en las siguientes secciones el lector interesado puede consultar otras aplicaciones relacionadas con la transformada wavelet en la dirección <http://www.mathsoft.com/wavelets.html> [consultado el 19-2-2000]. Entre otras podrá recopilar documentación completa sobre la aplicación de la transformada wavelet al diseño gráfico, al análisis fractal, a la teoría de la comunicación, a la síntesis de notas musicales, a la econometría, a la estadística, al análisis numérico y a la resolución de ecuaciones diferenciales.

3.2.13.1 Filtrado de ruido en señales / imágenes

En numerosas aplicaciones en las que se necesita del estudio de una señal / imagen, los científicos y desarrolladores se han encontrado con el problema de la recuperación de una señal / imagen desde datos o información incompleta, indirecta o incluso ruidosa. David Donoho lleva trabajando desde hace varios años en una técnica que utiliza el análisis wavelet e intenta evitar este problema [60].

Básicamente la técnica funciona de la siguiente manera. En la descomposición de una señal utilizando la transformada wavelet se utilizan filtros que actúan como filtros paso-bajo que obtienen información promediada y filtros paso-alto que destacan los detalles de la señal. Si estos detalles son pequeños, se podrían suprimir sin afectar sustancialmente a las características principales de la señal. Con este fin, se anulan aquellos coeficientes de la transformada wavelet que no superen un cierto umbral. Con los coeficientes restantes reconstruimos la señal. A esta técnica Donoho la denominó “*wavelet shrinkage and thresholding methods*”.

En este sentido y aprovechando la capacidad que nos suministra el análisis wavelet de poder trabajar con una representación multiescalar de la información, han surgido numerosas aplicaciones y podemos encontrar algunas de ellas recopiladas en [204]: análisis de señales sísmicas, estudio del núcleo de un cometa, filtrado y predicción del comportamiento de datos financieros [76].

3.2.13.2 Compresión de información

En numerosas aplicaciones es necesario poder comprimir datos, voz y vídeo tanto para realizar una transmisión más eficiente como para optimizar el espacio que estos ocupan. Una de las más emblemáticas

puede ser el Sistema para la Identificación Automática de Huellas Dactilares desarrollado por el Centro Nacional de Información sobre el Crimen del FBI (EE.UU.) [17]. Desde 1924 hasta nuestros días el FBI (EE.UU.) había recogido cerca de 30 millones de huellas dactilares. Este inmenso archivo se componía principalmente de muestras impresas con tinta en tarjetas. A través de facsímiles estas tarjetas eran escaneadas y distribuidas entre las agencias jurisdiccionales. Este método de trabajo planteaba diversos problemas como la pérdida de calidad e incompatibilidades entre los distintos equipos hardware de cada agencia e incluso de formato de datos. Estos problemas llevaron a las autoridades americanas a impulsar un proyecto para la estandarización de la digitalización y compresión de estas muestras. En este proyecto se comprobó que las huellas digitales estaban compuestas de discontinuidades rugosas las cuales podían comprimirse mediante la transformada discreta wavelet (TDW) con un ratio 20:1 sin ninguna pérdida de información. Es más, se demostró que la TDW era un método bastante rápido ya que suponía una complejidad de orden $O(N)$ [90]. Este ratio de compresión incluso superaba al método tradicional de compresión utilizado por el standard JPEG (IEEE Joint Photographic Expert Group).

3.2.14 La transformada wavelet y el reconocimiento de formas

Una de las principales motivaciones para la utilización del análisis wavelet en el reconocimiento de patrones se debe a su capacidad de poder representar un patrón en diferentes niveles de resolución. De hecho, existen claras evidencias de que el sistema visual humano utiliza una representación multiescalar bastante similar. A principios de los 80, David Marr comenzó a trabajar en el Laboratorio de Inteligencia Artificial del Instituto Tecnológico de Massachussets (MIT) sobre visión artificial. Era un experto en el sistema visual humano y su principal objetivo fue el estudio de por qué los primeros intentos para el desarrollo de un robot autónomo capaz de entender su entorno no tuvieron éxito.

Marr pensaba que era de vital importancia establecer los fundamentos científicos para la visión excluyendo aquellos que tuvieran alguna dependencia con el aprendizaje y cultura, y que se basaran en los aspectos mecánicos o involuntarios de la visión. Con la construcción de este nivel-bajo de la visión seríamos capaces de recrear la organización tri-dimensional del mundo real a partir de las excitaciones que estimulan a la retina. La teoría de Marr establece que el procesamiento de las imágenes en el sistema visual humano posee una estructura jerárquica compleja que involucra varias capas de procesamiento.

Sin embargo y a pesar de las facilidades que teóricamente nos aporta la transformada wavelet para su aplicación en el reconocimiento de formas, esta técnica no ha tenido muchos adeptos en este campo. Esto se debe a que la transformada wavelet no es independiente al desplazamiento de la función original. Es decir, si dos funciones son iguales y se encuentran desplazadas la una de la otra, sus transformadas wavelets son distintas:

$$g(t) = f(t + \tau) \text{ no implica que } WTg(u) = W Tf(u + \tau) \quad (3.25)$$

Este es un problema que ya fue señalado por Stefan Mallat en su publicación [137] y que afecta a las representaciones tradicionales multiescalares en forma de pirámide. Aunque este es un problema que afecta a una aplicación de reconocimiento de patrones en general, puede que en otras aplicaciones éste no lo sea en absoluto; dependerá de la aplicación. Para aquellas que sí lo necesiten, se suele resolver utilizando técnicas de preprocesamiento que intentan normalizar las funciones originales. Además, se han desarrollado diversos trabajos con el objeto de evitar este problema. Algunos de ellos son [37], [151], [129] y [167]. Quizás el más conocido sea el denominado como “*Spin Cycle*” propuesto por Coifman y Donoho [37]. La idea básica de este algoritmo es la de crear distintas versiones trasladadas de una función y utilizar todas ellas como ejemplos de entrada a una fase de entrenamiento de un clasificador automático.

En nuestra opinión pensamos que la transformada wavelet es una herramienta excelente para aplicaciones basadas en el reconocimiento y clasificación de patrones principalmente por los siguientes motivos:

1. Nos proporciona información de una función a distintas escalas. Esta es una característica que la convierten en una herramienta capaz de poder captar la información de una función desde una visión global hasta los más pequeños detalles, pasando por distintas escalas. Son varios los trabajos relacionados con la extracción de características locales relevantes, algunos de ellos son [191] y [36]. Esta capacidad de poder tener una representación de una función en varios niveles de resolución ha permitido a algunos autores la creación de clasificadores paralelos. Por cada escala se

utiliza un clasificador que aporta un resultado independiente de las demás. En un segundo paso se reúnen los resultados de los distintos clasificadores y se toma una decisión conjunta.

2. En muchas de las aplicaciones se suele trabajar con funciones wavelet ortogonales. La ventaja de esta elección se debe a que la transformada wavelet descompone una función en distintas bandas las cuales son ortogonales entre sí. De esta forma, en la nueva representación de la función original conseguiremos reducir la información redundante y aumentar la posibilidad de discriminación de nuestra representación.
3. Respecto al método clásico de representación basado en la transformada de Fourier, posee una menor complejidad computacional. Mientras que el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier posee una complejidad de $O(N \log_2 N)$, el algoritmo de Mallat para la transformada wavelet es de $O(N)$.
4. La transformada wavelet posee la capacidad de representar de una manera fehaciente una función en el dominio tiempo/escalar, según comentamos en las primeras secciones de este capítulo.

Por todos estos motivos, podemos considerar la transformada wavelet como una excelente herramienta para su uso en el reconocimiento de patrones. De hecho existen varios equipos de trabajo de bastante relevancia que están trabajando en este sentido. Por citar alguno podríamos hablar de los profesores Naoki Saito y Raphy Coifman de la Universidad de Yale y el profesor David Donoho de la Universidad de Stanford. Y si consideramos el análisis de texturas como un problema de reconocimiento de patrones, existen también numerosos grupos de investigación como son el del profesor Alan Bovik de la Universidad de Texas en Austin, profesor Dennis Healy de la Universidad de Dartmouth, profesor Jay Kuo de la Universidad del Sur de California, profesor Andrew Laine de la Universidad de Florida, Dr. Michael Unser del NIH, profesores Hiro Yoshida y Kunio Doi de la Universidad de Chicago, etc.

La transformada wavelet se está convirtiendo en una herramienta de gran utilidad en sistemas basados en el reconocimiento de patrones. En este sentido se están desarrollando numerosas aplicaciones de las que cabe destacar:

1. Reconocimiento de señales de radar y subacuáticas: [4], [7], [23], [54], [74], [88], [93], [95], [98], [103], [117], [123], [124], [128], [134], [156], [222], [241] y [242].
2. Análisis de señales ultrasónicas: [26], [78], [99], [125], [180], [186] y [198].
3. Sistemas de reconocimiento del habla: [20], [48], [66], [75], [92], [150], [187], [211] y [224].
4. Aplicaciones a la medicina: análisis de electrocardiogramas [3], [55], [57], [58], [59], [64], [86], [87], [105], [127], [130], [182], [189], [238], [240] y [246]; electroencefalogramas [86], [87], [142], [181], y [189]; ecocardiografías [6]; neurocirugía [209]; radiografías [240]; fonocardiogramas [10].
5. Identificación de individuos: reconocimiento de rostros [94], [102], [237] y [245]; análisis del iris [50].
6. Análisis de texturas [68], [77], [84], [106], [107], [118], [133], [135], [158], [172], [194], [195], [213], [226] y [227].
7. Reconocimiento de caracteres [122], [214], [216], [217] y [236].

Centrándonos ya en nuestro problema de reconocimiento, el cual parte de la representación de una región de una imagen con textura en el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos (HFEC), vamos a describir las características que identificarán a esta región con textura en un proceso de clasificación:

3.2.14.1 Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos completo.

Según como hemos indicado en el capítulo anterior el HFEC se puede considerar como una generalización del típico histograma de niveles de gris de la región de una imagen. Basándonos en esta analogía, podemos hacer uso de técnicas basadas en el histograma de niveles de gris que han sido aplicadas en numerosos problemas de análisis de texturas. Una de las técnicas más utilizadas en la descripción del histograma de niveles de gris es el uso de las medidas escalares que se conocen como *Estadísticas de Primer Orden*. Entre ellas cabe destacar la *Media*, la *Varianza* (nos da una idea de cómo

los niveles de gris difieren de la media), *Asimetría* respecto la media, *Curtosis* (nos informa si el histograma es aplanado o puntiagudo), *Entropía* y *Energía*. Estos valores escalares se concatenan para componer así un vector de características que identifique el histograma de la región. El vector de características nos sirve como la entrada a un procedimiento estadístico de reconocimiento de patrones o red de neuronas artificiales para su clasificación [160]. Aunque estos estadísticos nos suministran información de cómo se encuentran distribuidos los niveles de gris en la región de la imagen, existe una corriente de ideas que afirman que no son suficientes para retener la información que posee la distribución completa y que, por lo tanto, es más eficiente utilizar la distribución completa como información discriminante. Algunos trabajos relacionados con esta teoría se encuentran en [154], [155], [225] y [229]. En nuestra tesis hemos optado por utilizar una solución intermedia. En lugar de trabajar con la distribución completa del *HFEC* vamos a usar varias versiones de su transformada wavelet y su transformada de Fourier. Por lo tanto, en principio nuestro vector de características comenzará teniendo $(17+1)*2^n$ (de las 17 funciones madre wavelet implementadas que indicamos en la figura 3.8, más la transformada de Fourier), siendo n el número de bits con que se codifica los niveles de gris de la imagen. En la mayoría de las aplicaciones n es igual a 8, ya que es bastante común trabajar con 256 niveles de gris.

3.2.14.2 Valores de energía y entropía de las distintas escalas

Como ya hemos comentado en varias ocasiones, la transformada wavelet de una función no es independiente a la traslación de la función original. Así, para poder utilizar la transformada wavelet de una función en la que se presume de la existencia de posibles traslaciones de patrones que pertenecen a la misma clase, es necesario realizar algún tipo de normalización sobre los patrones. Otra posibilidad utilizada por varias aplicaciones es la de calcular los valores de energía de la transformada wavelet en sus distintas escalas. El estudio sobre la distribución de la energía en el espacio de las transformadas ha sido aplicado en análisis de Fourier [5]. De la misma forma lo podemos aplicar a la transformada wavelet.

Definimos la energía $\|p\|^2$ de una secuencia $p = (p_n)$ como:

$$\|p\|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n^2 \quad (3.26)$$

Si utilizamos como funciones wavelet madre aquellas que constituyen bases ortogonales se puede demostrar [118] que sus descomposiciones conservaran la energía, es decir las energías de las secuencias a_0 , a_1 y d_1 cumplen la siguiente condición:

$$\|a_0\|^2 = \|a_1\|^2 + \|d_1\|^2 \quad (3.27)$$

y aplicando recursivamente (20), (21) y (22) obtenemos la descomposición de la secuencia a_0 en una matriz de secuencias $d_1, d_2, \dots, d_M, a_M$, las cuales contienen la misma cantidad de información que a_0 y cumplen la siguiente propiedad:

$$\|a_0\|^2 = \|a_M\|^2 + \sum_{m=1}^M \|d_m\|^2 \quad (3.28)$$

Evidentemente, podremos diagnosticar que dos patrones pertenecen a dos clases distintas o a la misma clase, si sus distribuciones de energía en el dominio de la transformada wavelet son lo suficientemente distintas o parecidas, respectivamente. Sin embargo, a la hora de realizar un proceso automático de clasificación basándonos en estas distribuciones de energía es necesario previamente normalizar los valores de energía de cada una de las escalas:

$$\|d_m\|_N^2 = \frac{\|d_m\|^2}{E_T} \quad (m = 1, \dots, M) \quad (3.29)$$

donde E_T es la energía total de la descomposición wavelet. De esta forma añadiremos a nuestro vector de características M elementos correspondientes a las energías normalizadas de cada una de las escalas de la transformada wavelet, siendo M el número de escalas de la transformada wavelet.

De la teoría de la información sabemos que una medida alternativa para describir la información es la entropía. Esta medida ya fue utilizada por R.M. Haralick en el análisis de texturas [81] y ha sido aplicada eficientemente por R.R. Coifman en la identificación de las ‘mejores bases’ para la construcción de transformadas wavelets empaquetadas en la compresión de señales [34]. La entropía se define formalmente como:

$$H = - \sum_{i=1}^I p_i \ln p_i \quad (3.30)$$

donde I es el número total de eventos y p_i es la probabilidad del evento i . La entropía normalmente se utiliza como una medida de uniformidad, ya que $H = 0$ cuando $p_i = 1$ para un único evento i y H obtiene su valor máximo cuando $p_i = \rho$ para todos los eventos i . Una forma de analizar la distribución de la energía de la función original en cada una de las escalas de su transformada wavelet es mediante la medida del valor de la entropía. Cuando la energía esté uniformemente distribuida por todas las escalas de la transformada, entonces el valor de la entropía será alto. Sin embargo, cuando la energía esté concentrada en un número pequeño de escalas la entropía tendrá un valor pequeño.

3.3 Selección de las características con mayor capacidad de discriminación

En el reconocimiento de patrones, una difícil pero fundamental tarea de un sistema inteligente, depende en gran medida de la elección particular de las características que formaran el clasificador. La elección de características implica la obtención de las características más sobresalientes de la información en bruto de tal forma que reduzcamos la cantidad de información necesaria para poder clasificar, aumentando a su vez la capacidad de discriminación de la misma. La elección de un conjunto apropiado de características es una de las tareas más difíciles y delicadas en el diseño de un sistema de clasificación de patrones. Desde los niveles más bajos sensoriales el proceso de reconocimiento se ve afectado por distintos tipos de ruidos y a menudo es muy complejo y difícil poder definir las características de un sistema. Además, pueden existir un número considerable de interacciones y dependencias entre las características que deben ser identificadas y eliminadas. El número de posibles características de un sistema puede llegar a ser lo suficientemente grande como para ser prohibitiva cualquier exploración sistemática de todas las posibles interacciones entre características. Además, cualquier tipo de proceso para medir el rendimiento de un subconjunto de características implicaría la construcción y validación de un clasificador, con la consiguiente sobrecarga en todo el proceso de diseño del sistema de reconocimiento de patrones. Por este motivo vamos a presentar en esta sección el algoritmo que hemos utilizado en la presente Tesis para la selección del mejor conjunto de características o combinación de ellas para representar las diferencias existentes entre las distintas clases o patrones de las que se comprenden nuestro problema de reconocimiento. Este proceso de reducción del número de características, mientras mantenemos la estructura básica de los datos intacta, se le conoce como *Elección de Características*. A continuación describiremos de una forma genérica el proceso utilizado en nuestras investigaciones.

3.3.1 Paso 1: Normalización de los datos

Sea las clases $\alpha_1, \dots, \alpha_k, \dots, \alpha_N$. Partimos de un conjunto amplio de muestras del problema a solucionar. Cada una de las muestras posee n características y pertenece a una clase α_k . Para normalizar los valores de las muestras se calcula para cada clase α_k , la media de j -ésima característica, m_j , y la varianza σ_j^2 :

$$\begin{aligned}\hat{m}_j &= \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} x_{ij} \\ \hat{\sigma}_j^2 &= \frac{1}{N_j - 1} \sum_{i=1}^{N_j} (x_{ij} - \hat{m}_j)^2\end{aligned}\quad (3.31)$$

siendo N_j el número de muestras de la clase α_k . Se normalizan las muestras con la siguiente transformación:

$$x_j^* = \frac{x_j - m_j}{\sigma_j} \quad (3.32)$$

3.3.2 Paso 2: Ránking de las características más discriminantes

Realizamos un ordenamiento según la potencia de discriminación individual para cada una de las características, x_i . Utilizamos el ratio de Fisher generalizado para cada una de las características:

$$\begin{aligned}R_i &= \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (m_{ij} - m_i)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_N^2} \\ m_i &= \frac{m_{i1} + m_{i2} + \dots + m_{iN}}{N}\end{aligned}\quad (3.33)$$

donde el índice $j=1,2, \dots, N$ representa la correspondiente clase o patrón. El índice $i=1,2, \dots, n$ se corresponde con los elementos del vector de características.

Después del cálculo de los ratios de Fisher de cada una de las características, ordenamos las características de la siguiente forma:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad / \quad R_1 > R_2 > \dots > R_N \quad (3.34)$$

3.3.3 Paso 3: Diseño del vector de características mediante el método de incorporación

Del paso anterior obtenemos la característica que individualmente posee la mayor capacidad de discriminación, es decir aquella cuyo ratio de Fisher es máximo. Sea x_1 (para R_1) la característica con mayor capacidad de discriminación, a continuación debemos evaluar la capacidad de discriminación de todos los subconjuntos de características obtenidos mediante la incorporación de una nueva característica. Una vez evaluadas todas las posibles parejas de características nos quedamos con aquella que posea mayor capacidad de discriminación. El proceso se repite incorporando una tercera característica y así hasta que la capacidad de discriminación no mejore sustancialmente por la incorporación de una nueva característica.

Para calcular la capacidad de discriminación de un conjunto de características podemos hacer uso de cualquiera de los siguientes ratios:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{\text{traza}(S_B)}{\text{traza}(S_W)} \\
 J_2 &= \frac{\det|S_B|}{\det|S_W|} \\
 J_3 &= \text{traza}(S_W^{-1}S_B)
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

En el cálculo de este ratio nos basamos en la información de las matrices S_B y S_W . La matriz S_B (matriz *Between*) se define como la matriz de covarianza interclases, nos da una idea de la dispersión que existe entre las clases. Se obtiene de la expresión:

$$S_B = \sum_{i=1}^N p_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T
 \tag{3.36}$$

siendo p_i la probabilidad a priori de la clase α_i y \mathbf{m}_i es el vector media de la clase α_i y \mathbf{m} es el vector media global:

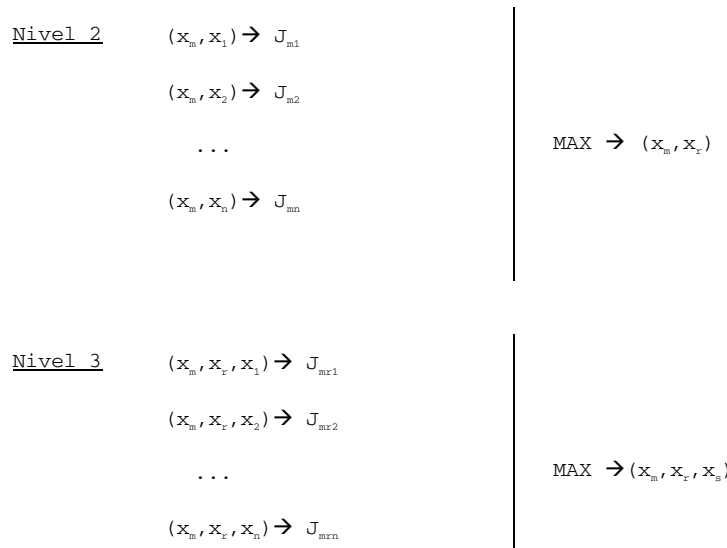
$$\mathbf{m} = \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{m}_i$$

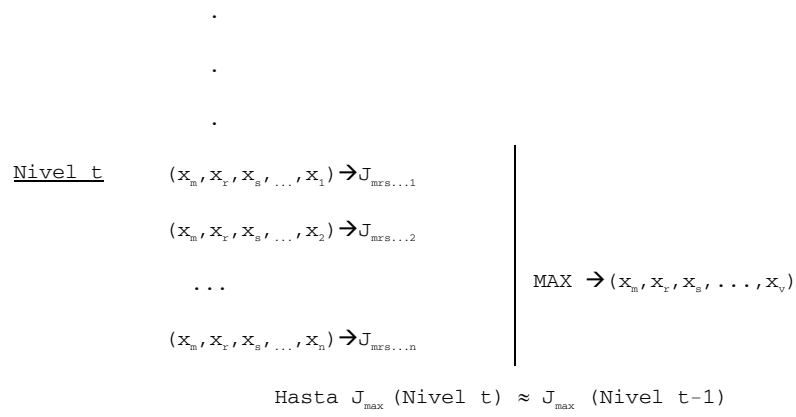
La matriz S_W (matriz *Whitin*) se define como la matriz de media de las matrices de covarianza, nos informa sobre la dispersión interna que existe en las clases. Su expresión viene dada por:

$$\begin{aligned}
 S_W &= \sum_{i=1}^N p_i \mathbf{C}_i \\
 \mathbf{C}_i &= E\{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T\}
 \end{aligned}
 \tag{3.37}$$

C_i la matriz de covarianza de la clase α_i .

Esquemáticamente el proceso lo representamos en el siguiente gráfico:





El organigrama de todo el proceso lo podemos visualizar a continuación:

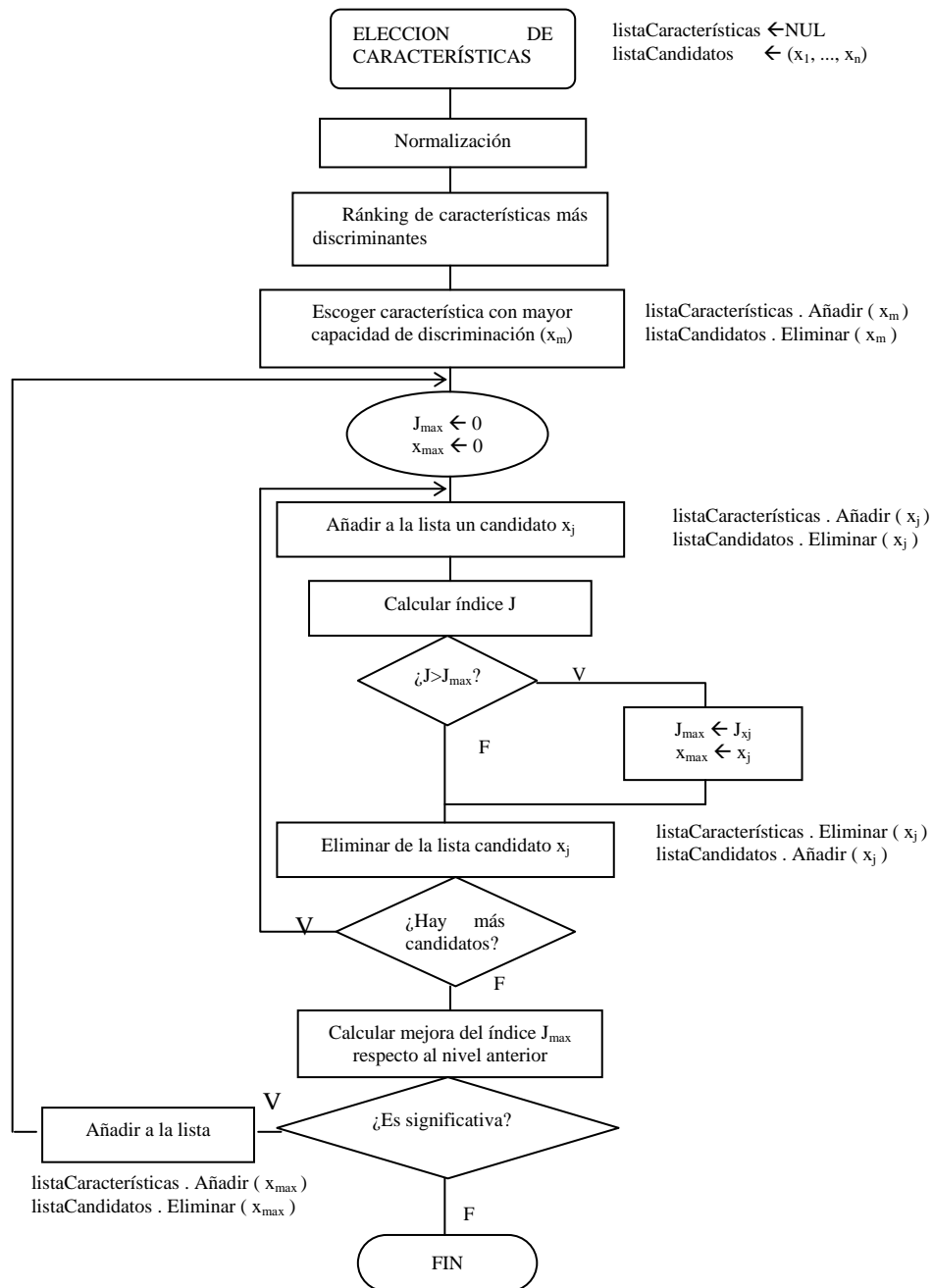


Fig. 3.16. Organigrama del algoritmo de selección de características.

3.4 Las Redes de Neuronas Artificiales como clasificadores

Las Redes de Neuronas Artificiales (RNA) surgieron del movimiento conexionista que nació junto la Inteligencia Artificial (IA) simbólica o tradicional hacia los años 50. La IA simbólica se basa en que todo conocimiento se puede representar mediante combinaciones de símbolos, derivadas de otras combinaciones que representan verdades incuestionables (axiomas). La IA tradicional asume que el conocimiento es independiente de la estructura que maneje los símbolos, siempre y cuando la ‘máquina’

realice algunas operaciones básicas entre ellos. En contraposición, los 'conexionistas' intentan representar el conocimiento desde el estrato más básico de la inteligencia: el estrato físico. Creen que el secreto para el aprendizaje y el conocimiento se halla directamente relacionado con la estructura del cerebro: concretamente con las neuronas y la interconexión entre ellas.

Aunque la estructura básica de las RNA es común a todas las redes neuronales, existe una gran variedad de arquitecturas diseñadas para realizar tareas bien distintas. En este apartado vamos a tratar un tipo de redes concebidas para realizar funciones de clasificación. El objetivo de estas redes es clasificar un conjunto de configuraciones dentro de un conjunto de categorías. Para ello, es necesario una etapa inicial de entrenamiento en la cual, se debe enseñar a la red a qué categoría pertenece cada estímulo. Cuanto mayor sea el tiempo dedicado a la enseñanza y mayor el número de muestras a clasificar, mayor será la capacidad de generalización de la red. Esta es una propiedad importante, porque lo que realmente se pretende es que la red sea capaz de clasificar correctamente estímulos nuevos, o simplemente versiones distorsionadas de estímulos presentadas en la sesión de aprendizaje.

Las RNA pueden considerarse como funciones de decisión muy flexibles. En contraste con la filosofía de cálculo secuencial con procesadores muy potentes, las técnicas conexionistas están basadas en un alto número de procesadores muy simples funcionando en paralelo y de forma cooperativa (Proceso Paralelo Distribuido).

La estructura de RNA más general se basa en un conjunto de unidades de proceso $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $x_i=x_i(e_1, e_2, \dots, e_m)$; cada uno de los cuales realiza una operación sencilla sobre sus entradas $\{e_i\}$. Estos procesadores están interconectados entre sí en forma de red, de modo que las salidas de unos alimentan las entradas de otros. Ciertas entradas y salidas de algunos procesadores se utilizan como entradas y salidas globales de la red. El procesador elemental más común se conoce como neurona formal. Se trata de una función discriminante lineal: realiza una suma ponderada de sus entradas. Sus coeficientes definen un hiperplano en el espacio de entrada que separa los semiespacios de salida positiva y negativa. Mediante una función no lineal, normalmente de saturación, la salida de la neurona indica (por ejemplo con 0 ó 1) en qué semiespacio se encuentra su entrada.

$$y = g\left(\sum_{i=1}^m w_i e_i + w_0\right) \quad (3.38)$$

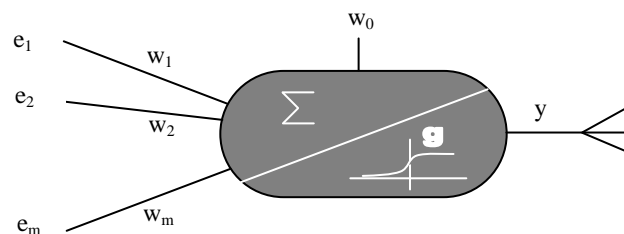


Fig. 3.17. Estructura de una neurona artificial.

El funcionamiento de una neurona artificial es semejante al de una neurona natural. En las primeras etapas de nuestra vida, cuando realizamos el aprendizaje de nuestros cerebros, entrenamos nuestras neuronas mediante el éxito o fracaso de una acción a unos estímulos sensoriales. Cuando cierta acción realizada en respuesta a alguna entrada sensorial es exitosa (por ejemplo, al beber agua calmamos la sed), las conexiones entre un grupo de neuronas se fortalecen, de manera que cuando tengamos una sensación sensorial parecida, la salida será la correcta. De esta forma se establecen fuertes conexiones entre grupos de neuronas, que pueden servir para realizar otras acciones complejas.

El modelo conexionista más conocido y utilizado en la actualidad es el perceptrón multicapa con propagación hacia adelante (*feedforward neural network*), que suele ir asociado al algoritmo de ajuste denominado Retropropagación del Gradiente (*Back-Propagation*).

Consideremos un conjunto de ejemplos de clasificación designados por e_j^i (j -ésimo ejemplo de la clase i -ésima). El objetivo de una RNA como clasificador es la de encontrar una función f que asocie a cada uno de los ejemplos con la clase a que pertenece $f(e_j^i)=i$ ($i=1..n, j=1..m_i$). Para ello se utiliza una red de neuronas estructurada en capas consecutivas, en las que las entradas a las neuronas de una capa son las

salidas de la capa anterior. Las entradas de la primera capa son las componentes de cada ejemplo \mathbf{e}_j^i , y la salida de la última capa codifica la clase a que pertenece la entrada (véase figura 3.16).

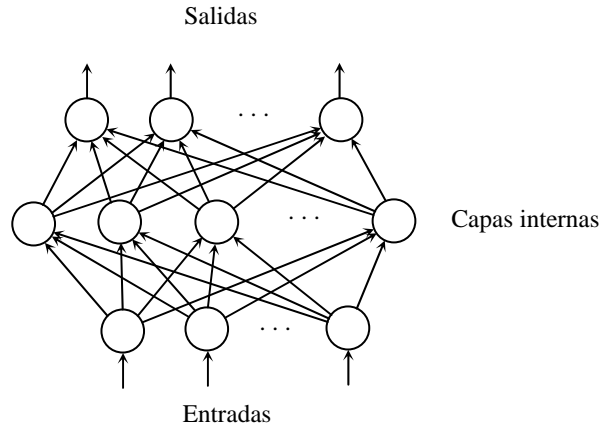


Fig. 3.18. Estructura general de una red multicapa.

Las asociaciones que realiza la red dependen de los pesos de cada una de las neuronas, así como de los coeficientes de sus funciones de saturación. Se representa este conjunto de parámetros mediante el “vector de pesos” \mathbf{w} de la red. La salida dependerá de la entrada y del vector de pesos.

Definimos el error que comete la red al clasificar un ejemplo como la diferencia al cuadrado entre el vector clase deseado (\mathbf{y}_d) y el vector obtenido a la salida de la red (\mathbf{y}_s):

$$E(\mathbf{w}) = \|\mathbf{y}_d - \mathbf{y}_s\|^2 \quad (3.39)$$

Cada ejemplo que se presenta a la red define una función de error en el espacio de pesos:

$$E(\mathbf{w}) = E(\mathbf{w}, \mathbf{e}) = \|\mathbf{y}_d - f(\mathbf{e})\|^2 \quad (3.40)$$

Al ser derivable la función de saturación, es posible calcular analíticamente el gradiente del error, lo que permite minimizarlo utilizando un algoritmo de gradiente descendiente:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \alpha \nabla E(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}) \quad (3.41)$$

donde α es el *coeficiente de aprendizaje* con el que podemos cuantificar el ajuste de los pesos de una iteración a otra. En realidad es necesario minimizar el error total cometido por la red, que es la suma de los errores cometidos en cada uno de los ejemplos:

$$E_T = \sum_i \|\mathbf{y}_{d_i} - f(\mathbf{e}_i)\|^2 \quad (3.42)$$

por lo que la corrección que debe hacerse sobre cada peso es la suma de las correcciones debidas a cada ejemplo:

$$\Delta \mathbf{w}_T = \sum_i \Delta \mathbf{w}_i \quad (3.43)$$

A la hora de la corrección de los pesos se puede escoger entre dos estrategias. La primera acumula las correcciones correspondientes a cada uno de los ejemplos de entrenamiento y finalmente modifica los pesos con el valor acumulado debido a todos ellos. La segunda alternativa modifica inmediatamente los pesos cada vez que llega un nuevo ejemplo, teniendo en cuenta únicamente la función de error individual de cada ejemplo presentada. Mientras que la primera estrategia nos ofrece una aproximación del gradiente verdadero de la función error global, la segunda converge más rápidamente cuando la función de error global es muy “llana”. De ambas formas, es razonable que tras un número suficiente de iteraciones se alcance un mínimo de la función de error global en el espacio de los pesos.

El algoritmo de retropropagación del gradiente es la técnica más utilizada para el proceso de ajuste de los pesos de las neuronas internas, y tal como su nombre indica tiene la función de ir propagando los errores producidos en la capa de salida hacia atrás. Este algoritmo fue propuesto por Rumelhart [188], y su idea es la siguiente. En primer lugar se presenta un ejemplo a la red, produciéndose la activación sucesiva de las capas, desde la entrada hasta la salida. A continuación se realiza un proceso análogo de propagación de la “sensibilidad” del error respecto a cada neurona, desde la capa de salida (donde puede calcularse directamente) hasta la entrada, utilizando de forma recursiva las sensibilidades de una capa para calcular las de la capa anterior. El ajuste requerido para cada peso se obtiene directamente teniendo en cuenta cómo afecta el peso a su neurona asociada y cómo afecta esta neurona al error.

Lamentablemente, no existe una regla establecida para determinar el número de capas internas y el número de neuronas de cada una de ellas para un problema de clasificación en concreto. La topología característica de una red de neuronas está fuertemente determinada por el problema a resolver. Las redes de neuronas almacenan en su estructura la información sobre la resolución al problema en concreto para las que se han diseñado. Por este motivo, el entrenamiento o aprendizaje de las redes de neuronas se convierte en un proceso crítico y vital para cualquier aplicación práctica.

Capítulo 4

Aplicación del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos al análisis automático de madera

4.1 Introducción

En este capítulo presentaremos los resultados obtenidos en la solución de un problema general relacionado con el análisis de imágenes con textura. Nuestro trabajo se centra en un área de máximo interés industrial que se engloba dentro de los objetivos del análisis de textura como son los procesos de control de calidad sobre la madera.

En líneas generales, un proceso de control de calidad de madera tiene como objetivos principales los siguientes:

- Clasificar un producto según su calidad.
- Localizar las posibles anomalías que posee la madera con el objeto de realizar los cortes óptimos en el caso de la fabricación de productos madereros o de sustituir un elemento de una estructura ya manufacturada.

El fin último de la evaluación/clasificación de un objeto siempre viene dado por la necesidad de adecuar su uso al propósito oportuno. Así, por ejemplo, un tablero de madera libre de cualquier defecto o anomalía puede utilizarse para la fabricación de una mesa de máxima calidad. Si tuviera ciertos tipos de defectos, estéticamente no sería la mejor opción para construir una mesa; sin embargo, sería perfectamente aceptable para la fabricación del armazón de un sillón. Este ejemplo da una idea de cómo la clasificación de madera afecta al precio de la manufacturación de productos madereros. Estaríamos perdiendo dinero si un producto lo estuviéramos usando para un fin en el que su calidad está por encima de lo necesario. En el caso contrario, utilizar un producto por debajo de una calidad exigida, implicará que posteriormente tenga que ser reclasificado o rechazado con el consiguiente aumento del coste de producción.

Uno de los principales problemas en los procesos de inspección automática en entornos industriales está relacionado con el ratio o índice de clasificación. Una línea de producción típica suele tener una velocidad de 2-3 metros/segundo. Este requisito hace que en numerosas ocasiones no sea rentable que la inspección sea llevada a cabo por operadores humanos. Para un operador humano es casi imposible mantener la máxima atención durante un periodo largo de tiempo y a la vez mantener una objetividad sobre sus criterios de clasificación. De hecho se pueden consultar estudios en los que se confirma que la precisión de un clasificador humano en procesos de manufacturación de madera está por debajo del 100%. Huber y sus colaboradores realizaron un estudio con seis empleados cualificados y fiables de una fábrica de madera y observaron que la media de precisión era de un 68% [96]. Polzleitner y Schwingshagl llevaron a cabo cuatro ensayos independientes con clasificadores humanos y observaron una efectividad media del 55% [178]. Estudios más recientes ([119] y [200]) concluyen que la precisión de los clasificadores humanos se encuentra entre el 70-80%.

Dentro de la literatura sobre sistemas de reconocimiento automático de defectos en madera ([42], [89] y [146]) se han recopilado los requerimientos que, desde el punto de vista del cliente final, debe cumplir un "sistema ideal". Nosotros sólo recopilamos estos requisitos que, obviamente, pueden ser aplicados a cualquier sistema de inspección automático:

- El sistema automático debe sustituir completamente al operador humano. Debe mejorar o al menos igualar el rendimiento del clasificador humano.
- El sistema debe trabajar en tiempo real. Es importante que se tenga en cuenta en el diseño de la algorítmica que se va a utilizar.
- El sistema deberá trabajar en condiciones industriales. Principalmente son dos los problemas más acusados en este entorno:
 - ❖ La iluminación: será necesario un diseño especial del sistema de iluminación que dependerá estrechamente del problema que se desee inspeccionar. En general se deben evitar las condiciones de no-uniformidad.
 - ❖ Las vibraciones de la línea de inspección.
- Debe ser un sistema parametrizable respecto a su entrada. Al sistema podrán llegar maderas de diversa procedencia geográfica, de distintas especies e incluso de distintas partes de árbol. A su vez las maderas pueden haber sido usadas en otros ciclos de explotación y encontrarse algo deterioradas.
- Debe ser un sistema parametrizable respecto a su salida. El fin último de la inspección es el de determinar la calidad de la madera. Esta calidad debe ser parametrizable.
- El sistema debe identificar y localizar los defectos de la madera. La calidad de una madera no sólo viene dada por el número de defectos que posee y su tamaño, sino además por el lugar donde se encuentran tales defectos.
- El sistema debe ser capaz de almacenar los resultados de la inspección para su estudio estadístico. El análisis de los resultados de inspección puede ser muy variado. Si un defecto aparece con relativa asiduidad durante la inspección, este debe ser notificado a la planta de producción y de esta manera nos ayudarán a mejorar la producción. También nos suministrará información para poder determinar la calidad de los suministradores de madera.
- La operación del sistema debe ser consistente y fiable. Debe ser tolerante a fallos, incluso sería necesario un sistema de backup en casos de caídas del sistema.
- El sistema debe poseer un coste efectivo. Es decir, el coste de desarrollo y explotación del sistema debe estar más que compensado con el crecimiento del valor de la producción.
- El sistema debe ser fácil de mantener; tanto los componentes mecánicos y electrónicos, como la algorítmica.

Teniendo en mente estos requisitos del sistema ideal, nuestro objetivo es el de desarrollar un sistema automático de inspección visual sobre madera. El objetivo principal de este capítulo es el de mostrar una aplicación concreta del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos. Para ello vamos a tratar de resolver el problema de detección de grietas en madera. En la siguiente figura vemos algunos ejemplos de imágenes de madera en buenas condiciones (figura 4.1) y de madera con defectos (figura 4.2).

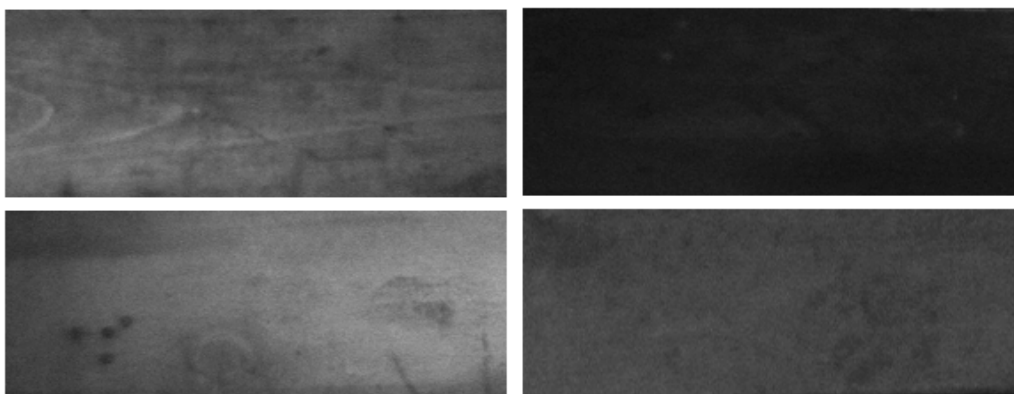


Fig. 4.1. Ejemplos de imágenes de madera en buenas condiciones. Obsérvese como la apariencia de cada una de ellas es bastante distinta.

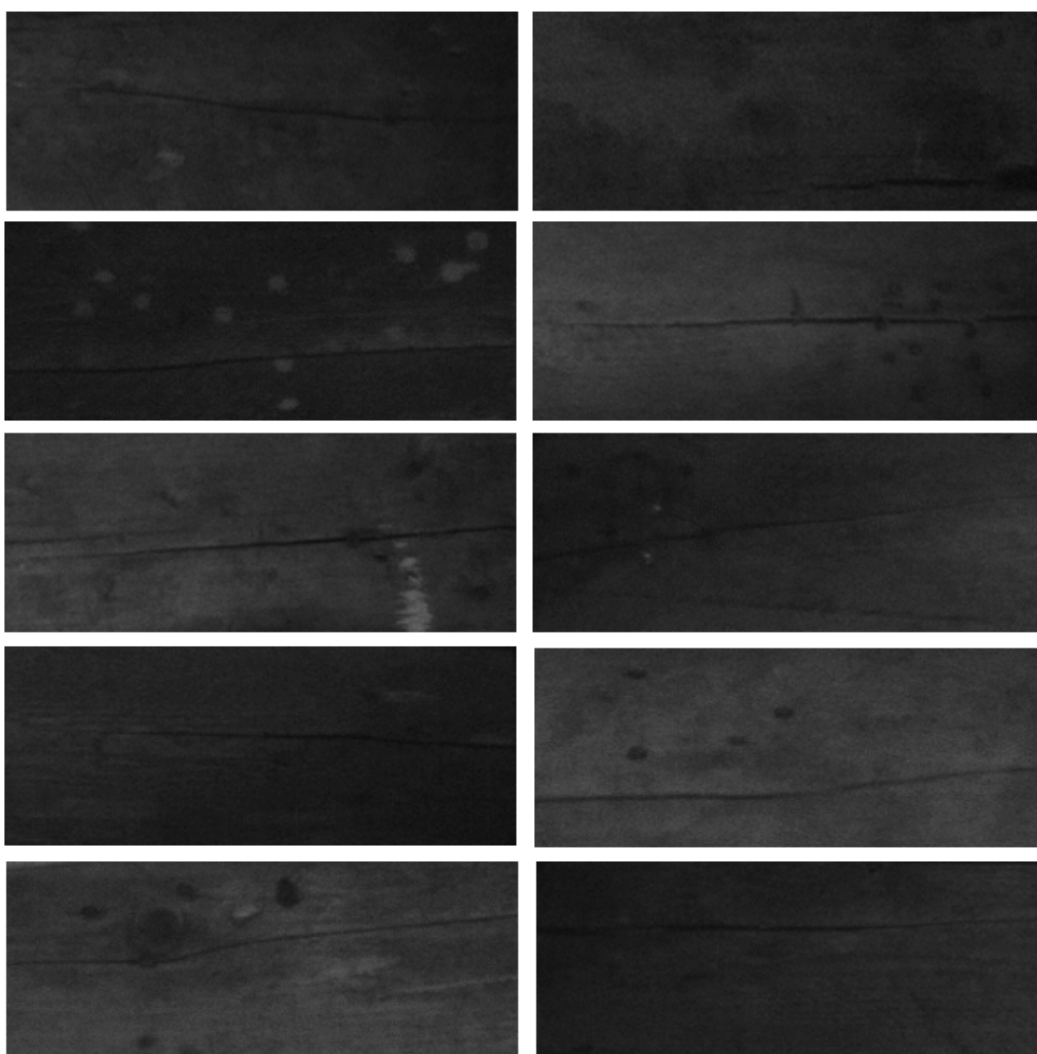


Fig. 4.2. Ejemplos de imágenes de madera con grietas. Al igual que las imágenes de madera en buenas condiciones la variabilidad entre distintas imágenes es manifiesta.

Tanto en las imágenes de madera en buenas condiciones como en las de madera con grietas podemos observar que existe una gran variabilidad.

Esto se debe a que el problema que nos planteamos resolver trabajará con maderas que han sufrido un uso y que por lo tanto su apariencia ha sido degradada. Nos encontraremos con maderas, que aún estando en buenas condiciones, sus apariencias son bastante distintas. El problema es más complejo que trabajar exclusivamente con maderas nuevas (recién producidas en un aserradero) y el método de reconocimiento que utilicemos deberá tener en cuenta esta variabilidad para procurar evitar las posibles falsas alarmas. Por lo tanto, debemos añadir a los problemas a los que normalmente nos enfrentamos cuando trabajamos con madera (nudos, astillados, vetas, restos de resina, etc.) otros nuevos que nos dificultaron el correcto diagnóstico del sistema al tratarse de maderas usadas (restos de pintura, manchas, marcas, etc; en general, suciedad de distinto tipo).

La arquitectura diseñada para tal efecto se compone de las siguientes etapas: Adquisición, Preprocesamiento, Extracción de Características, Selección de Características y Clasificación (ver figura 4.3).

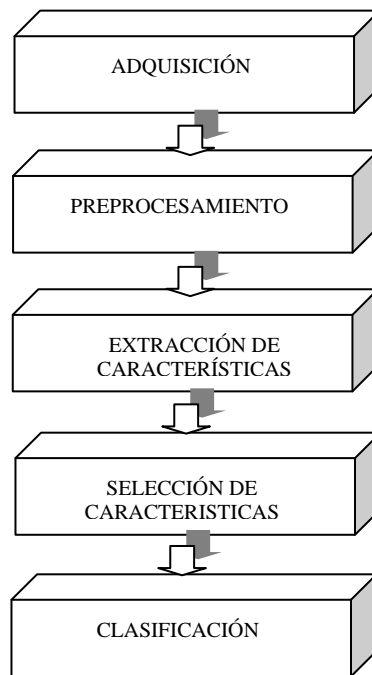


Fig. 4.3. Diagrama de bloques de un sistema de inspección automática de madera.

A continuación comentaremos los puntos más importantes que surgieron en el desarrollo de este sistema en cada una de sus fases.

4.2 Adquisición

A la hora de poder procesar la calidad de la madera es necesario utilizar un método de adquisición. En la literatura especializada se han descrito distintos métodos de adquisición de los que cabe destacar los siguientes: láser, ultrasonidos, rayos x, visión artificial (cámaras) y mediante campos dieléctricos.

Aunque hoy en día la visión artificial es uno de los métodos de adquisición más extensamente utilizados, en la década de los 80 fue el láser el más implementado [212]. De hecho los primeros trabajos en el desarrollo de sistemas de inspección sobre madera no utilizaban cámaras como método de adquisición. Por ejemplo, Hallock y Galiger [79], McDonald [145] utilizaban técnicas basadas en ultrasonidos; mientras que Mathews y Beech [144] desarrollaron un sistema láser y King [110] empleó láser en su sistema Bendix. El sistema Bendix trabajaba con la ayuda asistida de un operador humano que previamente marcaba con un lápiz de color oscuro los defectos leves y con una pintura reflectante los defectos más graves. Ninguno de estos sistemas era capaz de discriminar entre distintos defectos.

La tomografía por ordenador (del inglés *Computerized Tomography* – CT) es una técnica basada en rayos X y ha sido empleada en diversos trabajos de inspección de madera [52], [147], [148], [247] y [248]. Los sistemas tomográficos fueron desarrollados en un principio con fines clínicos para

diagnósticos médicos. La ventaja de utilizar estos sistemas radica en la posibilidad de detectar defectos internos de la madera. Sin embargo, estos sistemas se han encontrado con dos graves problemas que han limitado su uso en entornos industriales:

- (a) Los sistemas tomográficos generan gran cantidad de información que debe ser adquirida y procesada en tiempo real.
- (b) El coste, tanto de compra como de mantenimiento, de estos sistemas es bastante elevado.

Conners y sus colaboradores [46] propusieron el uso de un escáner de rayos X para la detección de los nudos de la madera. Comprobaron que los sistemas ópticos basados en cámaras no eran suficientes para poder detectar este tipo de anomalías. Los nudos internos de la madera son imposibles de detectar mediante métodos ópticos ya que en la superficie de la madera con nudos, ésta puede poseer un nivel de gris similar al de la madera en buenas condiciones.

Más recientemente, la empresa CAE/Newnes comercializa un sistema llamado AddVantage [15]. Este sistema utiliza escáners de rayos X para medir la densidad de la madera. Está especialmente diseñado para detectar defectos en la madera como son los nudos, los procesos de putrefacción y la albura (enfermedad de la madera que provoca un emblaquecimiento). Es capaz de inspeccionar de 15.000 – 16.500 metros lineales de madera con una efectividad superior al 90%. Para los demás tipos de defectos (grietas, astillados, etc.) se necesita la presencia de un operador humano que se encarga de marcarlos. Mediante un escáner láser el sistema calcula la geometría de la madera.

Una técnica menos usada, que principalmente se ha implantado para medir la densidad de la madera en los procesos de detección de nudos, deformaciones de la madera y la albura, es la basada en la respuesta dieléctrica de la madera a un campo eléctrico [100]. Steele y sus colaboradores [204] demostraron cómo el análisis estadístico del voltaje eléctrico medido en la madera expuesta a un campo eléctrico era capaz de discriminar entre estos tres tipos de defectos.

Consultando en la literatura especializada se podrá comprobar que los métodos de adquisición más ampliamente utilizados en la inspección de madera son los basados en visión artificial. Aunque es cierto que estos sistemas son incapaces de poder detectar nudos internos, e incluso, en ocasiones, tienden a confundirse con bastante facilidad con sombras, pintura, suciedad y pequeños arañazos con defectos, se han mostrado a lo largo de los últimos años como los sistemas más eficientes en numerosas aplicaciones [28]. De hecho éstos son los sistemas sobre los que se han desarrollado mayor número de investigaciones [2], [11], [141], [166], [170], [171], [200] y [239].

En los sistemas basados en visión artificial es necesario prestar la máxima atención a la iluminación y la configuración de las cámaras a la hora de obtener imágenes de máxima calidad. La luz ambiente puede reducir seriamente la calidad de la imagen, mientras que una luz bien controlada nos permitirá conseguir imágenes de mayor calidad en condiciones de estabilidad.

Debemos tener en cuenta que los sistemas que queremos desarrollar deben trabajar en entornos industriales donde las condiciones de iluminación pueden llegar a ser muy variables si no se controlan. Por este motivo la luz ambiente no se recomienda para estos sistemas. En la mayoría de los casos, la inspección se realiza dentro de una cabina cerrada con paredes negras para así poder establecer las condiciones de iluminación que más nos interesen.

Las fuentes de iluminación más frecuentemente utilizadas en sistemas de inspección de madera son:

- Luz fluorescente [31], [111], [115], [121] y [141].
- Lámparas de halógeno-tungsteno [45] y [46].
- Láser [192].
- Lámparas de xenón [45] y [46].

Conners y sus colaboradores ([45] y [46]) utilizaron cables de fibra óptica para dirigir la luz a los lugares de interés. Esta configuración permitía mayor facilidad de mantenimiento ya que se podía cambiar las lámparas gastadas de una forma sencilla, evitando cualquier distorsión de la configuración del sistema. En sus investigaciones concluyeron que la ventaja de utilizar lámparas de halógeno-tungsteno se encontraba en su reducido coste y su larga duración. Por otro lado, las lámparas de Xenón, sin embargo, proporcionaban mejores características espectrales y mayor duración, aunque a un precio mayor.

Igual o más importante que las fuentes de iluminación es la disposición de las mismas. Tatari y Haettich [218] estudiaron tres posiciones de iluminación: iluminación por detrás del elemento (iluminación a contraluz) para detectar defectos abiertos como las grietas y agujeros; iluminación frontal para defectos cerrados; e iluminación oblicua para resaltar la textura de la madera. Otros tipos de

disposiciones son las que utilizó Faust [67] en su sistema para la clasificación de contrachapados. Faust utilizó un proyector que dirigía la luz de forma oblicua para realzar las rugosidades de la madera.

Siempre que nos enfrentemos al diseño de un sistema de iluminación debemos tener especial cuidado en conseguir una luz uniforme a lo largo de la madera. Ersboll y Conradsen [65] desarrollaron un software especial para conseguir una iluminación uniforme. Desgraciadamente, en su trabajo no se describe con detalle el algoritmo que desarrollaron. Conners y sus colaboradores [40] implementaron un método para la corrección de sombras en sus imágenes basado en la exposición de un patrón de niveles de gris que se deslizaba por todo el campo de luz de las fuentes de iluminación.

El uso de cámaras de color en trabajos de inspección de madera esta experimentando un auge en estos últimos tiempos. En los primeros trabajos de inspección visual no tuvo demasiado éxito, quizás por los problemas clásicos que planteaba el uso de color en aplicaciones industriales en las que se requiere tiempo real. Uno de los principales problemas era la carga computacional que implica el uso de estos sensores ([18] y [19]). La información se triplica al utilizar los tres canales de color rojo, verde y azul. También hay que reseñar que el coste de los sensores en color siempre fue bastante más elevado que las cámaras en blanco y negro. Sin embargo, esta situación está cambiando, y tanto los precios de los sensores en color como los equipos hardware, son cada vez más potentes y poseen mayor capacidad de cálculo. Una alternativa para obtener información de color es el uso de filtros de color y cámaras en blanco y negro. Un ejemplo de estos trabajos lo tenemos en [192], donde Sales y sus colaboradores utilizaron dos cámaras con filtros rojo y azul.

Conners y sus colaboradores [40] propusieron el uso del color para mejorar el rendimiento de un sistema que, en un principio, estaba compuesto sólo de cámaras en blanco y negro. Sus investigaciones le condujeron a afirmar que, debido a la incorporación de cámaras de color en su sistema, la efectividad aumentaba [42]. En sus trabajos evaluaron cuatro canales (nivel de gris, rojo, verde y azul) para descubrir que combinación era la ideal. Comprobaron que la mejor combinación era la utilización de los cuatro canales a la vez (76%). Tanto el canal rojo, como el verde y azul tenían una efectividad individualmente del 58%. El canal de nivel de gris también poseía en solitario del 58%. La mejor combinación de dos canales fue la compuesta por el rojo y el azul, con un 70% de efectividad. La combinación del rojo, verde y azul obtuvo un 71%. Finalmente analizaron el ratio de efectividad frente a la carga computacional y concluyeron que la configuración ideal se debía componer de los canales rojo, azul y el de nivel de gris.

El color también ha sido utilizado para realizar clasificaciones parciales de la madera. La idea de Silven y Kauppinen [200] era la de utilizar el color para determinar regiones de madera en buenas condiciones antes de realizar una inspección pormenorizada de los defectos. De esta forma se reducía la carga computacional de la inspección.

En algunos sistemas es normal combinar distintos sensores, ya sean del mismo tipo o diferentes. Incluso suele ser frecuente que un sistema tenga más de una zona de captación. Ciccotelli y Wolf [30] desarrollaron un sistema de dos fases. En la primera utilizaban dos cámaras en blanco y negro con filtro de color cuya finalidad era la de tomar la decisión de si era necesario pasar a una segunda fase de clasificación o ya se podía determinar la calidad de la madera. Obviamente la segunda fase realizaba una inspección más pormenorizada de la madera. En otro trabajo, los mismos autores configuraban dos zonas para realizar la inspección, primero de la parte superior (primera zona) y después de la parte posterior (segunda zona) [31].

Algo más complejo era el sistema ideado por Flatman y Bodell [69] que utilizaba 12 cámaras colocadas en grupos de 4 y un escáner de rayos X. La primera fase de 3 cámaras poseía unas fuentes de iluminación que proyectaban su luz en oblicuo para resaltar la rugosidad de la madera. El segundo grupo de cámaras utilizaba luz dispersa para tener una visión global de la estructura de la madera. En la tercera fase utilizaban filtros de colores para detectar manchas y madera en malas condiciones. Después de estas tres fases de inspección con cámaras, la madera pasaba por un escáner de rayos X que se encargaba de detectar los nudos y las bolsas o vetas de resina internas de la madera. Cada una de las cámaras poseían un procesador independiente de imágenes, así como el escáner disponía de su propio procesador para agilizar la velocidad de inspección.

A la hora de diseñar sistemas de inspección que deben funcionar en entornos industriales, es necesario tener en cuenta otras consideraciones que influyen directamente en el rendimiento del mismo. Este es el caso de la suciedad y polvo generado en la manipulación de la madera en el proceso de inspección. El polvo y el serrín se acumulan en la superficie de la madera y a su vez en las lentes de las cámaras y fuentes de alimentación. Kim y Koivo [109] comentan en sus trabajos esta incidencia y afirman que la presencia de polvo reduce considerablemente el rendimiento de un sistema de inspección automático. Proponen el uso de un ventilador para eliminar el polvo. Birkeland y Timland [13] limpiaban las lentes utilizando un sistema de ventilación de aire.

No debemos olvidar la importancia de la resolución de la imagen en la calidad de inspección. Obviamente, cuanto menor resolución tengamos en las cámaras de nuestro sistema, más defectos pequeños se perderán. Sin embargo, a mayor resolución, será mayor la carga computacional de nuestro sistema. En definitiva, siempre deberemos buscar el equilibrio entre estos dos extremos en nuestra aplicación en particular.

Para terminar nuestra exposición sobre métodos de adquisición vamos a describir tres sistemas desarrollados por los profesores R.W. Conners y D.E. Kline y sus colaboradores del *Department of Wood Science and Forest Product of the Virginia Polytechnic Institute and State University*.

(a) Tecnología basada en láser.

El sistema para el cálculo del rango basado en láser que proponen utiliza cámaras de 128x128 píxeles cuya velocidad de captación es de 384 frames por segundo. Cada cámara abarca 100 mm del campo de visión y puede generar información de rango con una resolución de 1,25 píxeles/mm en sentido horizontal y 0,63 píxeles/mm en sentido vertical. El sistema es capaz de detectar variaciones de la madera de un espesor de 0,4 mm. El sistema lleva incorporado cuatro cámaras de este tipo, dos cámaras escanean la parte frontal de la madera y otras dos la parte posterior.

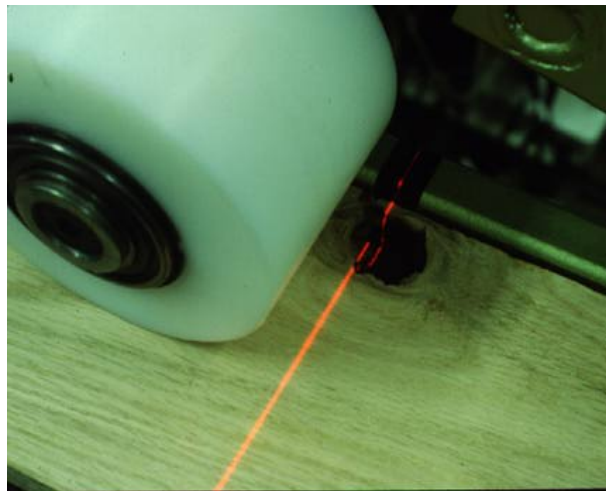


Fig. 4.4. Fotografía del equipo construido con tecnología láser.

La luz del láser se genera con gas Helio Neón. Para realizar el barrido a lo ancho de la madera utiliza un espejo poligonal que rota a 30.000 rpm aproximadamente. Las cámaras de alta velocidad visualizan la línea del láser y, mediante triangulación, calculan la correlación del desplazamiento de la línea del láser a lo ancho de la madera.

Esta técnica ha sido utilizada en particular en la detección de características geométricas y morfológicas de la madera como son el grosor, las grietas, los agujeros y otros tipos de deformaciones de la madera. Un ejemplo de una imagen de rango obtenida por este sistema lo tenemos en la siguiente figura:

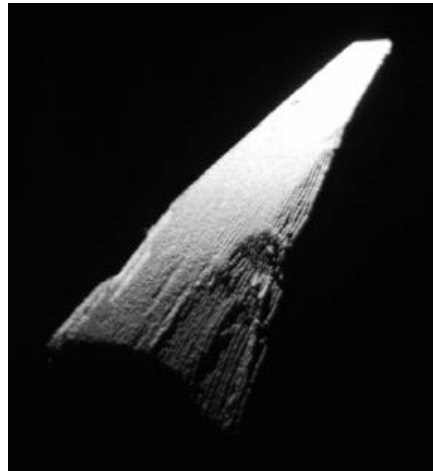


Fig. 4.5. Imagen de rango tomada con tecnología basada en láser

(b) Tecnología basada en rayos X.

La tecnología basada en un escáner de rayos X utilizada para la inspección de madera es similar a la que se aplica en los aeropuertos y aduanas. El sistema diseñado posee una resolución en ancho de 1,25 píxeles/mm y de 0,63 píxeles/mm a lo largo.

La inspección mediante rayos X se suele utilizar principalmente en la detección completa de la extensión de los nodos y en la comprobación del deterioro de la madera. Obviamente los rayos X son una excelente técnica para detectar características internas de la madera como son los nodos internos, la carcoma, las bolsas de resina, los minerales incrustados y objetos metálicos como clavos en maderas ya manipuladas.

Un ejemplo de una tabla de madera adquirida con este sistema lo podemos observar en la siguiente figura:



Fig. 4.6. Imagen de un tablón de madera adquirido con un escáner de rayos X.

(c) Tecnología basada en cámaras de color.

Este sistema está basado en una cámara lineal o *'line-scan'* en color. La cámara utilizada posee una resolución de 864 píxeles en color. Aunque la cámara se puede ajustar a diferentes anchuras de madera que deben ser objeto de inspección, en este sistema se configuró para que abarcara 340 mm del campo de visión cuya anchura era suficiente para el propósito de su diseño (inspección de tablones de madera). La cámara poseía una velocidad de barrido de 2,5 MHz. En la configuración diseñada para el sistema se podían obtener imágenes con una resolución en ancho de 2,5 píxeles/mm y 1,25 píxeles/mm a lo largo del tablón.

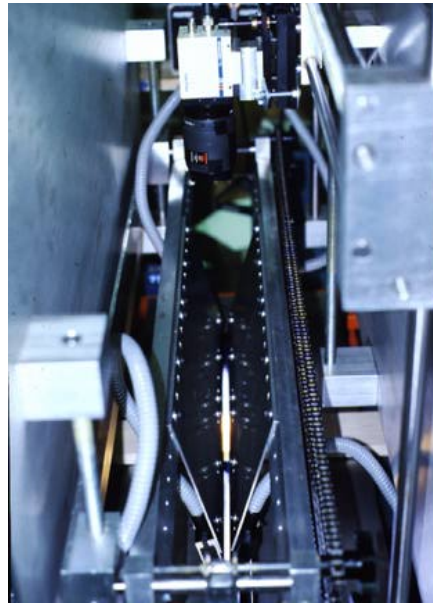


Fig. 4.7. Fotografía de un sistema de adquisición utilizando cámaras de color del tipo 'line-scan'.

Como fuentes de iluminación de la superficie de los tablones se utilizan lámparas incandescentes de halógeno-tungsteno. La luz de las lámparas se conduce a la superficie de la madera mediante cable de fibra óptica.

Este sistema se muestra bastante eficaz en la detección de nodos agujeros, astillados, grietas y manchas. Además, este sistema también ha sido utilizado para la clasificación de madera por su color.

Un ejemplo de un tablón de madera adquirido utilizando este método lo tenemos en la siguiente figura:



Fig. 4.8. Imagen de un tablero captado con una cámara de color del tipo 'line-scan'.

El método de adquisición utilizado en la presente Tesis es una cámara de alta resolución en blanco y negro junto a una tarjeta digitalizadora. La cámara es de la casa PULNIX modelo TM-1300 con una resolución de 1300 (H) x 1030 (V) píxeles. Dispone de una salida digital RS-422 que se conecta a una tarjeta de DATA TRANSLATION DT 3157 enganchada a un ordenador PC-compatible por un bus PCI.

El sistema de captación está aislado en una cabina cuyo interior, techo y suelo están pintados de negro mate. Como fuente de iluminación se han utilizado focos halógenos dispuestos de forma que la iluminación en toda la madera fuese homogénea.

Durante de la investigación se estudiaron otros tipos de disposiciones de las fuentes de iluminación. En concreto se realizaron pruebas proyectando la luz oblicuamente sobre la madera para resaltar sus características texturales. Las conclusiones que se obtuvieron en estos experimentos rechazaron la posibilidad de esta disposición debido a:

- La iluminación a lo largo de la madera no era uniforme. Obviamente existía mayor intensidad de luz en las regiones de la madera más cercanas a la fuente de luz. Para poder evitar esta situación era necesaria una corrección de la luz que bien se podría realizar por Software o físicamente. Por Software tendríamos que corregir la intensidad de luz con la consiguiente carga computacional añadida. La otra posibilidad era la de dotar a la fuente de iluminación de filtros capaces de corregir la desigualdad entre las regiones de la madera. El uso de estos filtros complicaría el mantenimiento del sistema, ya que al encontrarse cercanos a la fuente de iluminación se deteriorarían con gran facilidad y requerirían de un continuo recambio.

- Si bien es cierto que la luz proyectada oblicuamente resalta las características texturales de la madera, en algunos casos se comprobó el efecto contrario. Normalmente sucedía con grietas de tamaño considerable. Según como incidiera la luz en la grieta, ésta era visible o casi desaparecía. En las siguientes figuras podemos observar este fenómeno. En las figuras se representa la cámara captando una toma frontal, la fuente de iluminación y una sección de la superficie de una madera con grieta.

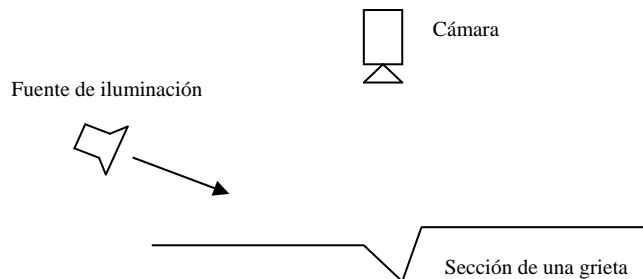


Fig. 4.9. La luz incide por la izquierda ‘matando’ la sombra que podría provocar la grieta.

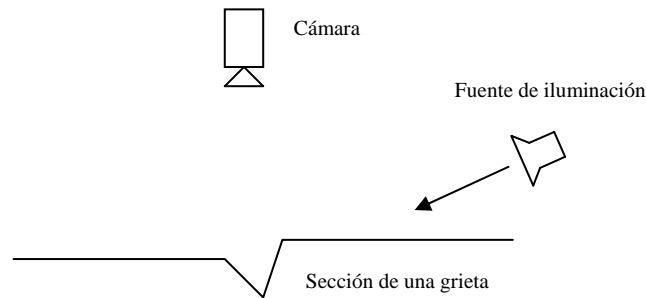


Fig. 4.10. La luz incide por la derecha creando una buena sombra que realza la grieta.

- Los resultados obtenidos con una iluminación no dirigida y uniforme fueron altamente satisfactorios.

4.3 Preprocesamiento

El objetivo de esta fase es el de transformar la imagen adquirida en la etapa anterior para facilitar el proceso de inspección. Estamos interesados en resaltar las diferencias entre la madera con defectos frente a la madera en buenas condiciones. Lepage y sus colaboradores [126] propusieron la ecualización del histograma como método de preprocesamiento. Como bien sabemos, el resultado de la ecualización de un histograma es la obtención de una imagen cuyo histograma es plano, y por lo tanto, cualquier método de segmentación basado en el histograma tendría una eficacia nula. Además la ecualización, al aumentar el rango dinámico del histograma, realza tanto las zonas oscuras como las claras de la imagen. En la siguiente figura podemos observar una imagen de madera (a) y su histograma de niveles de gris (b), junto a la misma imagen ecualizada (c) y su histograma de niveles de gris.

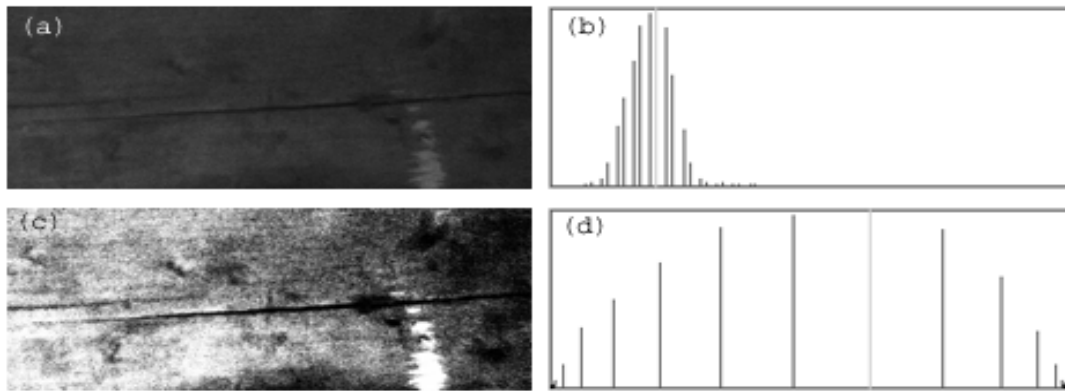


Fig. 4.11. Imagen de madera con grieta (a) y su histograma de niveles de gris (b). Imagen ecualizada (c) y su histograma de niveles de gris (d).

Para nuestro desarrollo hemos creído conveniente el uso de técnicas de filtrado digital. Hemos diseñado una máscara de convolución de 3x3 que resalta las diferencias entre los niveles de gris de la grieta frente a los de la madera en buenas condiciones. Para realizar el diseño se contaba con un conocimiento a priori del dominio del problema. Como hemos comentado al principio, nuestro objetivo es detectar grietas en la madera. Podemos asegurar que la mayoría de las grietas poseen el mismo sentido que las vetas de la madera. La máscara de 3x3 diseñada tiene en cuenta esta consideración:

$$\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 \\ -2 & 2 & 4 \\ -5 & -5 & -2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

En la siguiente figura podemos observar tres resultados obtenidos al aplicar esta máscara sobre imágenes de madera con grietas.

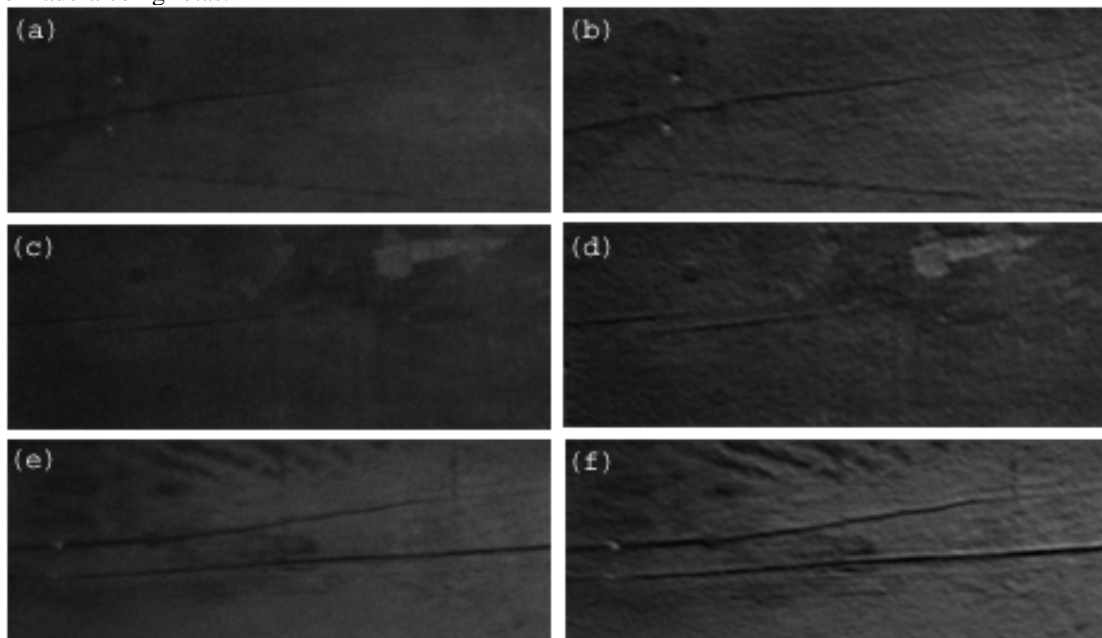


Fig. 4.12. Tres ejemplos obtenidos al aplicar la máscara de (4.1) sobre imágenes de madera con grietas. La columna de la izquierda representa las imágenes originales (a), (c) y (e); y la columna de la derecha representa sus respectivos resultados de procesamiento (b), (d) y (f).

4.4 Extracción de características

4.4.1 Subdivisión de la imagen

Después de mejorar la imagen con la máscara de convolución debemos representar la información pseudoaleatoria de la madera para que nos sirva como base de un sistema de clasificación que determine la calidad de la madera. En este proceso la máxima de “divide y vencerás” posee un acertado criterio. No en vano muchas de las investigaciones desarrolladas con madera subdividen la imagen en regiones rectangulares [41], [112], [113], [202] y [203].

La división de una imagen en regiones rectangulares se ha utilizado en algunos trabajos debido a que es una técnica sencilla y rápida para poder implementar la extracción de características y clasificación de forma paralela. Aunque en nuestro trabajo no se descarta esta posibilidad, la motivación principal de subdividir la imagen en regiones fue otra.

En regiones pequeñas, la información de nivel de gris que tenemos para poder diferenciar madera en buenas condiciones de defectos es más acusada. Si calculamos el histograma de una región en la que hay defectos y madera en buenas condiciones, podemos apreciar cómo éste posee una distribución bimodal. El histograma de la imagen completa apenas notaría esta diferencia. Fijémonos en la siguiente ilustración:

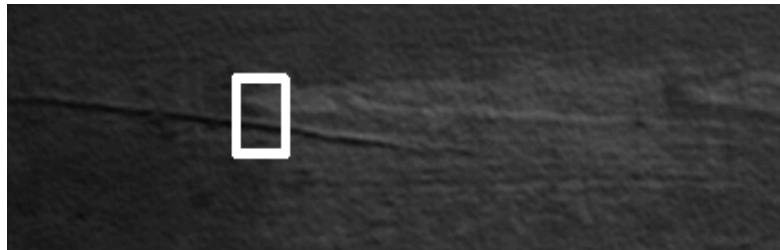


Fig. 4.13. Imagen de una madera con una grieta. En la imagen se ha dibujado una ventana que se encuentra ubicada encima de una grieta.

Si calculamos el histograma de nivel de gris de la región completa de la madera y el de la ventana indicada en la figura anterior tenemos que:

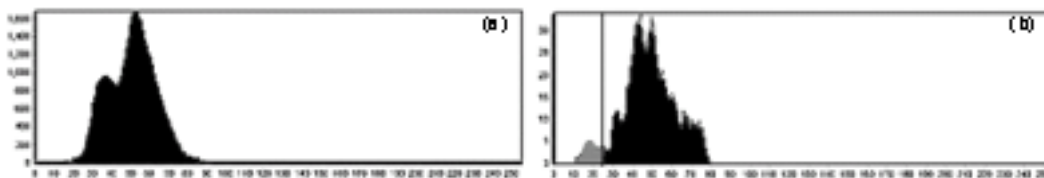


Fig. 4.14. En la figura tenemos dos histogramas de nivel de gris: (a) Histograma de toda la región de madera de la figura anterior; (b) Histograma de la ventana señalada en la figura anterior en blanco.

Podemos comprobar cómo en el caso del histograma de niveles de gris de la región de madera completa no disponemos información para diferenciar los niveles de gris que se corresponden con la grieta de aquellos que se corresponden con la madera en buenas condiciones. Sin embargo, en el histograma de niveles de gris de la ventana señalada en la figura 4.13, si disponemos de información para poder detectar un valor umbral que nos diferencie entre los niveles de gris que se corresponden con la grieta. Con el histograma de la figura 4.14(b) es sencillo determinar mediante un algoritmo de umbralizado el valor de umbral que separa las dos regiones (señalado para $T=28$). El resultado de la umbralización lo podemos observar en la siguiente figura:

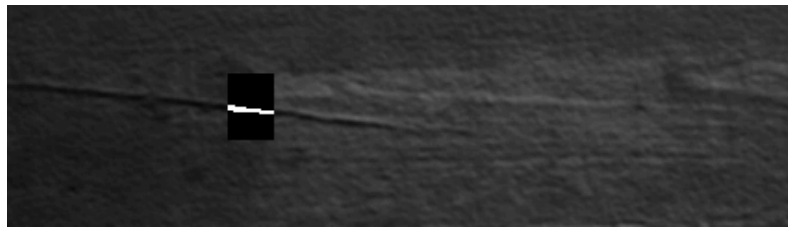
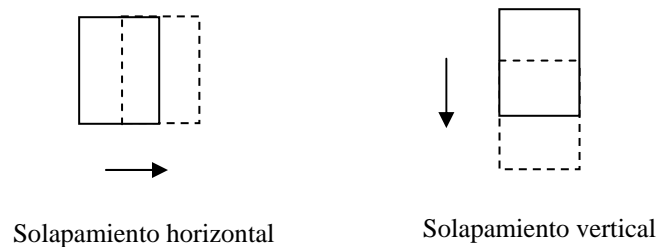


Fig. 4.15. Resultado de umbralizar la ventana de la figura 4.13 para un valor de $T=28$.

Siempre que se trabaja con ventanas existe el problema de decidir el tamaño de la ventana óptimo. En el análisis de texturas se recomienda que el tamaño de la ventana sea aquél que retenga la estructura de la textura. El tamaño de la ventana se considera un parámetro dependiente de la aplicación y en nuestro caso se ha visto adecuado un tamaño de **30x40 píxeles** después del proceso de experimentación.

Además del tamaño de la ventana, debemos decidir la forma de deslizarse por la imagen completa. Si comenzamos en la parte superior izquierda de la imagen, la ventana se deslizará de arriba abajo y de izquierda a derecha hasta cubrir la imagen completamente. En este movimiento puede ocurrir que la ventana no coja por completo un defecto y éste se encuentre en la frontera entre esa ventana y la siguiente. En esta situación corremos el peligro de no poder detectar el defecto. Para evitar este problema desplazaremos la ventana permitiendo un solapamiento entre ventanas adyacentes, tanto en sentido horizontal como vertical.



Aunque el proceso de subdivisión es muy común en los sistemas de inspección de madera, algunos autores critican este tipo de métodos. Ersboll y Conradsen [65] afirman que la subdivisión de una imagen en regiones tiende a detectar regiones defectuosas de forma errónea. Esto es cierto, sin embargo creemos que es más interesante detectar todos los posibles defectos (incluyendo lo que denominan '*falsas alarmas*') antes que perder cualquier defecto real. El único inconveniente es que se necesitará de un proceso posterior que explore globalmente las regiones y que, junto al conocimiento a priori que tengamos sobre el dominio de la aplicación, determine las agrupaciones de regiones que forman un defecto. Kim y Koivo [109] critican estos métodos debido a que aumentan la carga computacional del sistema de inspección y que es difícil poder clasificar ventanas en las que puede haber más de un defecto. Polzleitner [175] también comenta que la precisión con la que se obtienen los resultados se encuentra en estrecha relación con la forma de las ventanas y no con la del defecto en sí. Como veremos más adelante estas afirmaciones no se cumplen en nuestro sistema.

4.4.2 Diseño del vector de características

Una vez que hemos subdividido la imagen en una serie de ventanas, el siguiente paso consiste en la extracción de información discriminante de estas regiones para poder clasificarlas. Este proceso se conoce como Extracción de Características. Después de realizar la extracción de características, cada una de las regiones dispondrá de su vector de características, que se constituye de la información discriminante de la región. Estos vectores de características, realizando previamente una selección de las más discriminantes, nos servirán como la entrada a un clasificador que determine qué regiones poseen una zona de la madera con grietas y cuáles pertenecen a madera en buenas condiciones. En la literatura especializada se podrán consultar distintos tipos de descriptores que forman parte del vector de características. Un conjunto extenso de estos descriptores lo tenemos en [159].

4.4.2.1 Definición del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos

Connors y sus colaboradores ([40] y [41]) utilizaron como descriptores tanto medidas tonales (estadísticas de primer orden) como texturales (estadísticas de segundo orden). Las estadísticas de primer orden se calculan del histograma de niveles de gris de las regiones y se corresponden a medidas estadísticas de dicho histograma. Estas estadísticas son: *la media*, *la desviación estándar* (nos da una idea de cómo los niveles de gris difieren de la media), *asimetría respecto de la media*, *curtosis* (nos informa si el histograma es aplanado o puntiagudo), *skewness*, *entropía* y *energía*. A partir de los trabajos de Connors, Sobey y Semple [202] aplicaron estos estadísticos para la detección de defectos en madera y llegaron a la conclusión que la media era una de las características más importantes. Nosotros podemos asegurar que estas afirmaciones son ciertas siempre que las condiciones de iluminación se encuentren totalmente controladas y la variabilidad que pudiera existir en las maderas analizadas (distinta procedencia geográfica, distintas variedades de árbol, maderas reutilizadas en otros procesos industriales, ...) sea muy pequeña. Las estadísticas de segundo orden con las que trabajó Connors son medidas texturales obtenidas de las matrices de coocurrencia ideadas por Haralick [81]. Las matrices de coocurrencia representan la frecuencia de niveles de gris entre píxeles dada una distancia y una dirección. Connors y sus colaboradores concluyeron que las medidas obtenidas de las matrices de coocurrencia eran mejores que las estadísticas de primer orden, ya que las primeras suministraban información sobre la distribución espacial de los niveles de gris y no sólo de su frecuencia de aparición.

En la literatura se puede consultar otras estadísticas de segundo orden, e incluso, existen trabajos desarrollados para evaluar la efectividad de varios tipos de estadísticas de segundo orden tanto desde el punto de vista teórico [39], como empírico [232]. Las características utilizadas en ambos estudios fueron el espectro de potencias de Fourier [132], las estadísticas de las matrices de coocurrencia, las estadísticas de diferencia de niveles de gris y las estadísticas de las matrices de recorrido de niveles de gris (*run-length matrix*) [73]. En ambas investigaciones se llegó a la conclusión de que los mejores resultados se obtienen utilizando las matrices de coocurrencia. En esta misma línea Ojala y sus colaboradores [153] introdujeron nuevas características que representaban la información de los ‘bordes’ de los objetos de la imagen y demostraron que sus resultados son más eficientes que los obtenidos con las matrices de coocurrencia.

Polzleitner y Schwingshagl ([177] y [178]) obtenían características de ventanas de 4x4 píxeles. Para cada uno de los píxeles de la ventana calculaban cuatro características (pendiente vertical, punta vertical, pendiente horizontal y punta horizontal). Con estas 64 características calculaban la clase de cada una de las regiones.

Lepage y sus colaboradores [126] introdujeron nuevas características que se obtenían mediante una representación multiescalar de la imagen. Construyeron una representación piramidal de cada región, de esta forma obtuvieron tres subimágenes reduciendo un cuarto la resolución de la imagen anterior. A cada una de las subimágenes se le aplica el operador Sobel (detector de bordes) para calcular el número de bordes en cuatro direcciones. Con estas 16 características (4 niveles de resolución y 4 direcciones) clasifican cada una de las regiones.

Ersboll y Conradsen [65] utilizan sólo tres características por cada píxel de la imagen y no utilizan ninguna ventana. Argumentan que el motivo de esta configuración no es otro que la de disminuir la carga computacional del proceso de inspección. Las características que utilizan para representar cada uno de los píxeles se calculan mediante convoluciones implementadas en hardware y son: la media, la desviación estándar y el ‘skewness’.

En el capítulo 2 de la presente Tesis introducíamos una nueva representación para el análisis de texturas: el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos (HFEC). Estuvimos comparando la eficacia de esta representación frente a las herramientas más ampliamente utilizadas en el análisis de texturas como son las matrices de coocurrencia. En nuestro trabajo de investigación hemos utilizado el HFEC para poder construir un sistema automático capaz de clasificar madera en buenas condiciones de madera con grietas. Después de la experimentación con imágenes como las que hemos visto al comienzo de este capítulo, se seleccionó en la definición del Elemento Conexo la siguiente vecindad:

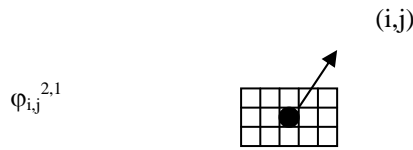


Fig. 4.16. Vecindad seleccionada para la construcción del Elemento Conexos.

Como podemos observar, la vecindad definida posee un número de píxeles horizontales mayor que verticales. Esto es así debido a que vamos a aprovechar un conocimiento a priori que tenemos sobre nuestro problema. Se ha comprobado que las grietas en una madera tienen el mismo sentido que las vetas de la madera. Como las maderas siempre se van a inspeccionar de forma horizontal, podemos ver a una grieta como una composición de varios elementos conexos cuya vecindad es la definida en la figura 4.16.

Para terminar de definir el elemento conexo necesitamos definir el nivel de conectividad que debe poseer una vecindad para considerarla como elemento conexo. En el apartado 2.5 comentábamos algunos aspectos relacionados con el histograma de frecuencias de elementos conexos y las implicaciones en cuanto a carga computacional de su cálculo. El método que expusimos para la obtención del HFEC se basaba en el deslizamiento de una ventana del tamaño de la vecindad (en nuestro caso 5x3) de arriba a abajo y de izquierda a derecha y por cada píxel, calculando el valor máximo y mínimo de nivel de gris de su vecindad. La vecindad de este píxel se considerará como elemento conexo si la diferencia entre el nivel de gris máximo y mínimo de la vecindad, en relación con el rango dinámico del histograma del nivel de gris de la ventana completa, es pequeña. En nuestra investigación comprobamos empíricamente que con un valor de un 10% obtendríamos los mejores resultados. Entiéndase que por tener mejores resultados nos referimos a que las estructuras de un HFEC de una ventana de madera en buenas condiciones y de otra ventana con defecto poseen mayores diferencias. Por lo tanto, una vecindad como la que arriba hemos definido se considerará como elemento conexo si cumple la siguiente condición:

$$\frac{x_{max} - x_{min}}{g_{max} - g_{min}} < 0.1 \tag{4.2}$$

donde x_{max} y x_{min} son el valor máximo y mínimo de nivel de gris de la vecindad, y g_{max} y g_{min} son el valor máximo y mínimo del histograma de niveles de gris de la ventana completa (es decir, definen el rango dinámico del histograma). Por lo tanto, si una vecindad posee una variabilidad de los niveles de gris de los píxeles que la componen menor que un 10% del rango dinámico de la ventana completa, se la contabilizará como elemento conexo y se añadirá una nueva ocurrencia en el HFEC con valor de T igual a:

$$T = \frac{x_{max} + x_{min}}{2} \tag{4.3}$$

Algunos ejemplos de Histogramas de Frecuencia de Elementos Conexos los tenemos en la siguientes figuras:

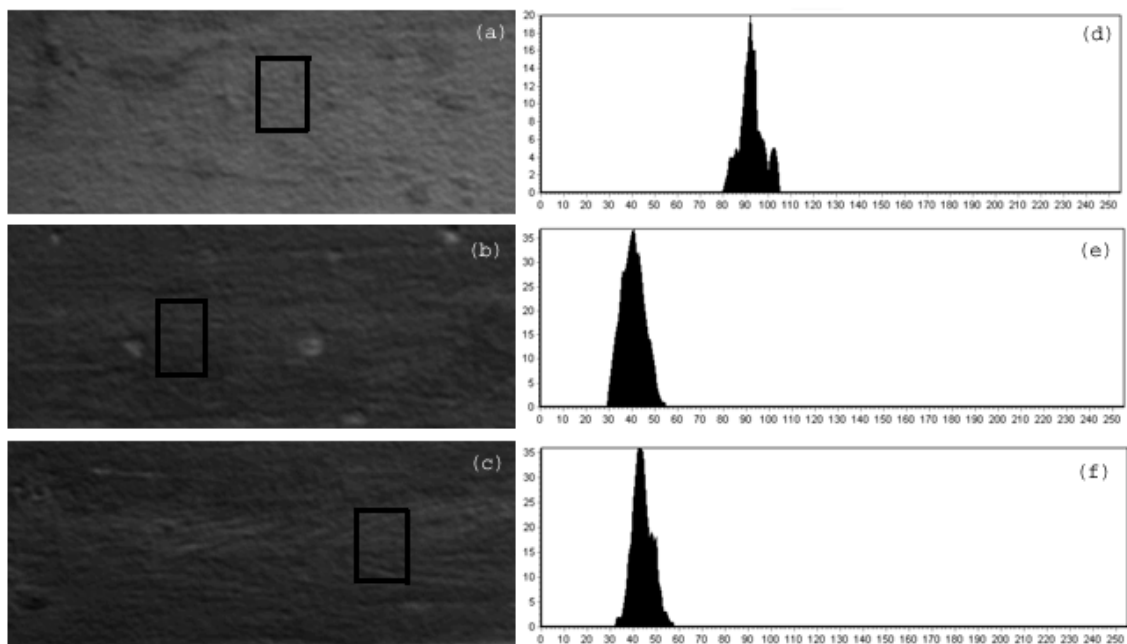


Fig. 4.17. Ejemplos del HFEC de imágenes de madera en buenas condiciones. En la columna de la izquierda se encuentran imágenes de madera en buenas condiciones ((a) , (b) y (c)); a la derecha el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos de las ventanas recuadradas en las correspondientes imágenes ((d), (e) y (f)).

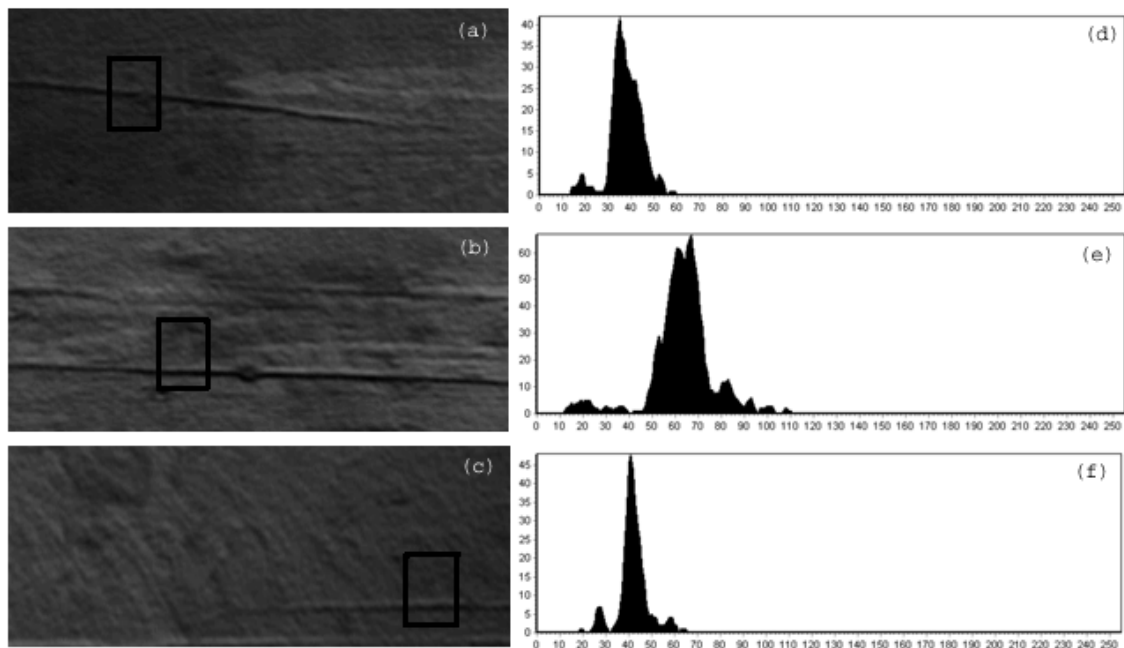


Fig. 4.18. Ejemplos del HFEC de imágenes de madera con defectos. En la columna de la izquierda se encuentran imágenes de madera con defectos ((a) , (b) y (c)); a la derecha el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos de las ventanas recuadradas en las correspondientes imágenes ((d), (e) y (f)).

Como podemos observar en las figuras 4.17 y 4.18, los HFEC de imágenes de madera en buenas condiciones son diferentes a los HFEC de imágenes con defectos. Sobre todo debemos fijarnos en las mitades izquierdas de los HFEC. Mientras que en las imágenes de madera con defectos existen pequeñas distribuciones correspondientes a los defectos, en las imágenes de madera en buenas condiciones esta distribución no existe (véase figura 4.19).

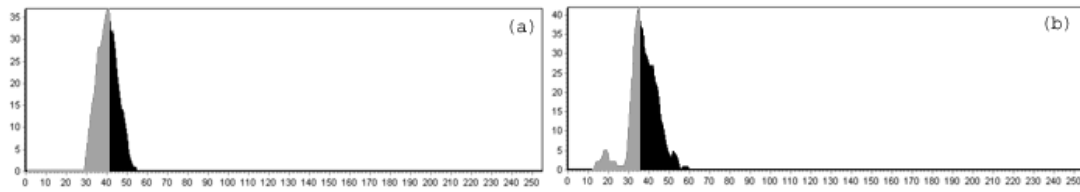


Fig. 4.19. (a) HFEC de una ventana de imagen de madera en buenas condiciones; (b) HFEC de una ventana de imagen de madera con defecto. Con un color más claro se señala la mitad izquierda de ambos HFEC.

En la figura 4.19 hemos señalado con un color más claro la mitad izquierda de ambos HFEC. Podemos observar como en el HFEC de la ventana de imagen de madera con defecto (fig. 4.19b) posee una pequeña distribución que se corresponde con los elementos conexos que componen la grieta de la figura 4.18a. Sin embargo en el HFEC de la figura 4.19a esta distribución no aparece al tratarse de madera en buenas condiciones (figura 4.17b).

4.4.2.2 Transformada de Fourier del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos

Hasta aquí hemos demostrado que podemos ser capaces de construir un sistema automático de clasificación que diferencie regiones de imagen con madera en buenas condiciones de regiones de imagen de madera con defectos a partir de sus respectivos HFEC. El siguiente paso consistirá en cómo representar la evidencia de que existe una diferencia entre HFECs y cómo esta representación puede ser manejada por un clasificador convencional.

Al comienzo de esta sección hemos visto cómo todos los métodos de extracción de características se basan en la representación de la estructura de la madera mediante distintas herramientas como el histograma de niveles de gris, las matrices de coocurrencia, el espectro de potencias de Fourier, etc. A partir de estas representaciones se obtienen distintas medidas que identifican de alguna forma la organización textural de las regiones en las que hemos subdividido la imagen original. Estos valores escalares se concatenan para componer así un vector de características. El vector de características sirve como entrada a un procedimiento estadístico de reconocimiento de patrones o red de neuronas artificiales para su clasificación. Aunque estos estadísticos suministran información de cómo se encuentran distribuidos los niveles de gris en la región de la imagen, queremos aportar un enfoque novedoso en este campo y demostrar la hipótesis de que no son suficientes para retener la información que posee la distribución completa, y que, por lo tanto, es más eficiente utilizar la distribución completa como información discriminante [161].

En las figuras 4.17, 4.18 y 4.19 podemos observar que una buena herramienta para poder determinar si un HFEC pertenece a madera en buenas condiciones o a madera con defecto es mediante la comparación de sus transformadas de Fourier. La transformada de Fourier de una señal nos suministra información sobre la frecuencia de la misma. Podemos ver un HFEC de una ventana de una imagen con defecto como una señal con dos distribuciones. La primera distribución se corresponde con los elementos conexos que componen el defecto y la segunda con los elementos conexos que conforman a la madera en buenas condiciones. Por otro lado, el HFEC de una ventana de una imagen con madera en buenas condiciones posee una única distribución que se corresponde con los elementos conexos que componen la madera en buenas condiciones. Concluyendo, podemos afirmar que existe una evidencia por la que podremos diferenciar entre HFECs con defecto y sin defecto mediante las bajas frecuencias de sus correspondientes transformadas de Fourier. Además se puede observar como la madera en buenas condiciones posee una textura homogénea y la madera con defectos posee pequeñas agrupaciones de elementos conexos que hacen que su HFEC sea más 'ruidoso' (altas frecuencias).

Sea $h(i)$ el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos de una ventana genérica, su transformada de Fourier es:

$$H(u) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} h(i) e^{-j\frac{2\pi}{N}iu} \quad (4.4)$$

$$0 \leq i \leq N-1 \quad ; \quad 0 \leq u \leq N-1$$

siendo N el número de niveles de gris de la imagen. El espectro de potencias de $H(u)$ es la magnitud de $H(u)$ y se define como:

$$A(u) = \sqrt{H_{\text{Re}}^2(u) + H_{\text{Im}}^2(u)} \quad (4.5)$$

$$0 \leq u \leq N-1$$

y su fase como:

$$\Psi(u) = \arctan \left[\frac{H_{\text{Im}}(u)}{H_{\text{Re}}(u)} \right] \quad (4.6)$$

$$0 \leq u \leq N-1$$

Con objeto de poder caracterizar la forma de un HFEC es suficiente trabajar con el espectro de potencias de la transformada de Fourier e ignorar su fase. Una de las principales ventajas de trabajar con el espectro de potencias es que éste es invariante a las translaciones del HFEC:

$$\text{Si } h(i) = g(i-t), \forall i \in [0, N-1] \Rightarrow A\{H(u)\} = A\{G(u)\}, \forall u \in [0, N-1] \quad (4.7)$$

Esta característica nos evitará problemas en cuanto a la variabilidad de las imágenes que vimos en las figuras 4.1 y 4.2. Podemos apreciar que es frecuente esta translación de los HFEC de una misma clase (véase las figuras 4.17d, 4.17e y 4.17f). Las magnitudes del espectro de potencias son los primeros descriptores de nuestro vector de características.

4.4.2.3 Transformada Wavelet del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos

En el capítulo 3 vimos una herramienta matemática muy versátil y potente como es el análisis Wavelet aplicado al Reconocimiento de Formas. Brevemente recordamos cuáles eran sus características que teóricamente lo convertían en una herramienta ideal para implementar en sistemas de reconocimiento automático de formas²:

- La transformada wavelet posee la capacidad de representar de una manera fehaciente una función en el dominio tiempo/escalar.
- Es una herramienta de análisis multiescalar que nos proporciona información de una función a distintas resoluciones. Esta es una característica que la convierte en una herramienta capaz de poder captar la información de una función desde una visión global hasta los más pequeños detalles, pasando por distintas escalas.
- Utilizando bases ortogonales, conseguimos que la nueva representación de la función original disponga de menos información redundante y aumentamos la posibilidad de discriminación de nuestra representación.

² Para más información recomendamos la lectura del capítulo 3.

(d) Respecto a la transformada de Fourier, posee una menor complejidad computacional. Mientras que el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier posee una complejidad de $O(N \log_2 N)$, el algoritmo de Mallat para la transformada wavelet es de $O(N)$.

Aunque todas estas afirmaciones hacen del análisis wavelet una herramienta eficaz en el campo de Reconocimiento Automático de Formas, debemos tener en cuenta la siguiente limitación de estas representaciones:

Sean $g(i)$ y $f(i)$ dos HFECs genéricos, y $WTg(u)$ y $WTf(u)$ sus respectivas transformadas wavelet:

$$g(i) = f(i + \tau) \text{ no implica que } WTg(u) = WTf(u + \tau) \tag{4.8}$$

Es decir, la transformada wavelet no es invariante a traslaciones. Como apuntamos en el capítulo 3, este hecho no implica que descartemos el análisis wavelet como herramienta para el Reconocimiento de Formas. Nosotros hemos optado por una normalización del Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos. Como comentamos al principio de esta sección, para poder determinar si un HFEC pertenece a una ventana de madera en buenas condiciones o con defecto nos centramos en el estudio y observación de la mitad izquierda de los HFEC y en este conocimiento a priori nos hemos basado para desarrollar el siguiente algoritmo de normalización:

Paso 1. Sea $h(i)$ Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos genérico. Calculamos los siguientes valores:

- g_{min} : nivel de gris más pequeño con frecuencia mayor que cero de $h(i)$.
- i_{max} : nivel de gris de mayor frecuencia de $h(i)$.
- max : valor máximo de frecuencia de $h(i)$. Se corresponde con el valor de $h(i_{max})$.

Paso 2. Cálculo del HFEC normalizado mediante la siguiente ecuación:

$$h^*(i) = \begin{cases} \frac{h(g_{min} + i)}{max} * 100 & \text{Para } 0 \leq i \leq i_{max} - g_{min} \\ 0 & \text{Para } i_{max} - g_{min} < i \leq N - 1 \end{cases} \tag{4.9}$$

En la siguiente figura tenemos un ejemplo de normalización del HFEC:

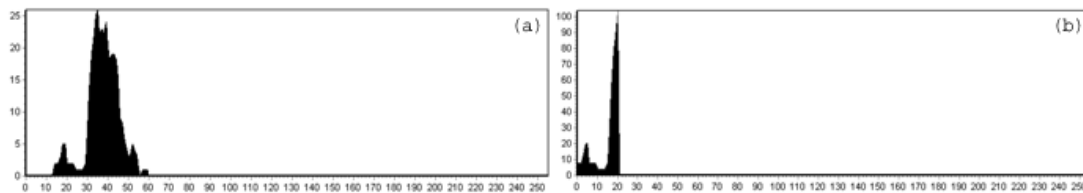


Fig. 4.20. (a) Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos de una ventana con defecto; (b) Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos Normalizado de la misma ventana que (a).

Con el HFEC Normalizado evitamos los problemas de sensibilidad a traslaciones de la transformada Wavelet. Algunos ejemplos de HFECs normalizados los tenemos en las siguientes figuras:

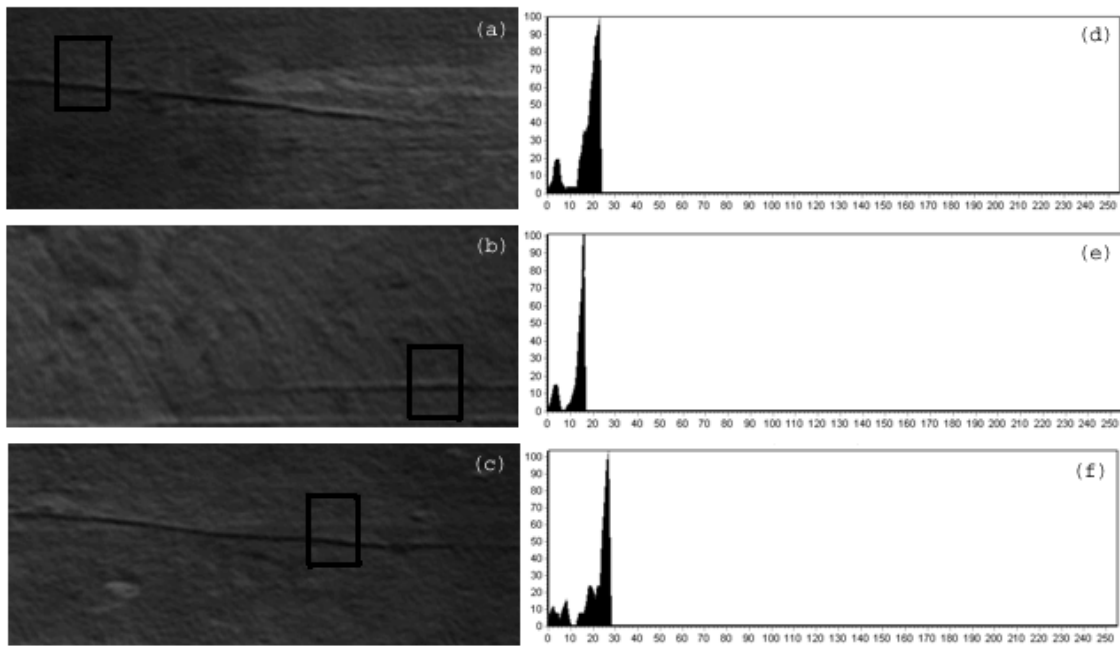


Fig. 4.21. En la columna de la izquierda tenemos imágenes de madera con defecto (a), (b) y (c). En la columna de la derecha se encuentran los Histogramas de Frecuencias de Elementos Conexos Normalizado (d), (e) y (f) de cada una de las ventanas recuadradas en la imagen de su izquierda.

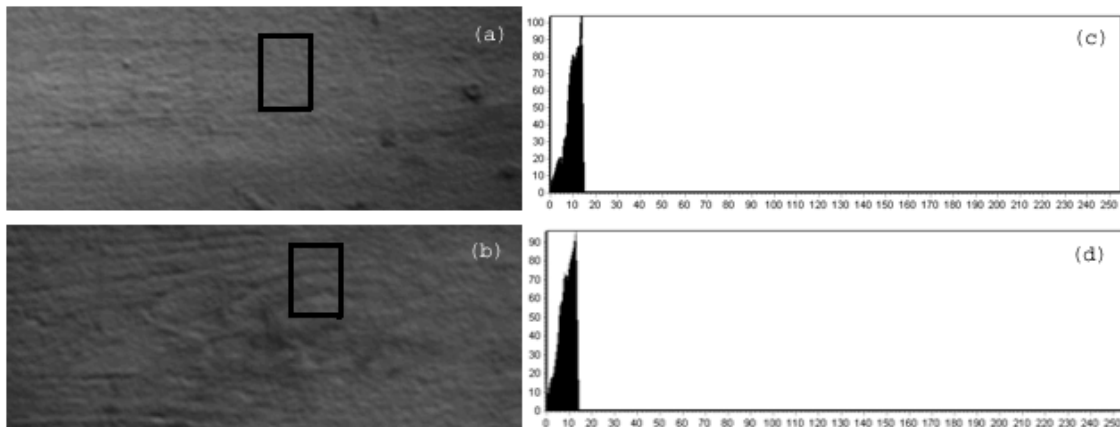


Fig. 4.22. En la columna de la izquierda se encuentran imágenes de madera en buenas condiciones (a) y (b). En la columna de la derecha observamos los Histogramas de Frecuencias de Elementos Conexos Normalizados (c) y (d) de las ventanas recuadradas en cada una de las imágenes de su izquierda.

Cada función madre wavelet define una transformada distinta. Como apuntamos en el capítulo 3, en la presente Tesis se han implementado 17 familias de transformada wavelet (véase capítulo 3), por lo que en el vector de características añadiremos los 17 resultados de transformación del HFEC Normalizado. Suman un total de $17 * 256 = 4352$ características.

4.4.2.4 Distribución de la energía de la Transformada Wavelet y su valor de entropía

En el capítulo 3 también comentábamos que otra forma de conseguir la invarianza a la translación de la transformada wavelet consistía en el cálculo de los valores de energía normalizada de la transformada wavelet en sus distintas escalas. Podremos diagnosticar que dos HFECs pertenecen a imágenes de madera en buenas condiciones o a madera con defectos, según sean sus distribuciones de energía normalizada en el dominio de la transformada wavelet. Definíamos la distribución normalizada de la energía de una transformada wavelet como:

$$\|d_m\|_N^2 = \frac{\|d_m\|^2}{E_T} \quad (m = 0, \dots, M-1) \quad (4.10)$$

donde E_T es la energía total de la descomposición wavelet y $\|d_m\|^2$ la energía de la secuencia de coeficientes de la transformada wavelet del nivel m :

$$\|d_m\|^2 = \sum_{i \in m} d_i^2 \quad (4.11)$$

De esta forma añadiremos a nuestro vector de características M elementos correspondientes a las energías normalizadas de cada una de las escalas de la transformada wavelet, siendo M el número de escalas de la transformada wavelet. Como estamos trabajando con imágenes de niveles de gris con una resolución de niveles de gris 256 (2^8) valores, el número de niveles de descomposición de las transformadas wavelet es de 8. Por lo tanto, añadiremos 17 transformaciones * 8 niveles = 136 descriptores más a nuestro vector de características.

Una forma de analizar la distribución de la energía de un HFEC genérica en cada una de las escalas de su transformada wavelet es mediante la medida del valor de la entropía. Definíamos la entropía de la distribución de energías como:

$$H = - \sum_{m=0}^{M-1} \|d_m\|_N^2 \ln \left(\|d_m\|_N^2 \right) \quad (4.12)$$

Cuando la energía esté uniformemente distribuida por todas las escalas de la transformada, entonces el valor de la entropía será alto. Sin embargo, cuando la energía esté concentrada en un número pequeño de escalas la entropía tendrá un valor pequeño. Para cada una de las transformaciones tendremos un valor de entropía y, por lo tanto, añadiremos 17 nuevos descriptores a nuestro vector de características.

Resumiendo, cada una de las ventanas se representará con los siguientes descriptores:

- 256 características del espectro de potencias de la Transformada de Fourier del HFEC de la ventana.
- 256 características de los coeficientes de la Transformada Wavelet del HFEC de la ventana por 17 familias de Transformadas Wavelet implementadas (4352 características).
- 8 características de la distribución de energía de los niveles de la Transformada Wavelet del HFEC de la ventana por 17 familias de Transformadas Wavelet implementadas (136 características).
- 1 característica del valor de entropía de la distribución de energía anterior por 17 familias de Transformadas Wavelet implementadas (17 características).

Suman un total de 4761 características por ventana.

4.5 Selección de características

Obviamente el número de características que obtenemos por cada ventana es demasiado elevado (4761 características) y no parece una buena idea utilizar esta magnitud de características ya que la carga computacional del cálculo de cada una de las características haría que nuestro sistema fuera poco eficiente. Además, es probable que muchas de estas características sean nulas o carezcan de cualquier capacidad discriminante.

Por lo tanto, debemos realizar un proceso de selección de características con objeto de disminuir la dimensión del vector de características y conseguir una configuración óptima primando:

- La capacidad discriminante de los descriptores.
- La fiabilidad de los descriptores. Los ejemplos de una misma clase deben poseer la menor dispersión posible.
- La incorrelación de los descriptores. La información discriminante que suministra un descriptor debe ser complementaria a los descriptores ya seleccionados y nunca redundante.

Antes de continuar con nuestra explicación sobre la selección de características debemos conocer el banco de pruebas que se ha utilizado para el diseño del clasificador automático. Se han seleccionado cerca de 60 tablas de madera con defecto y 150 tablas de madera en buenas condiciones. Se ha desarrollado un programa para generar un conjunto maestro de muestras a partir de las 210 imágenes de tabloncillos capturadas con la configuración anteriormente comentada. De este conjunto de imágenes se han obtenido 1365 vectores de características correspondientes a ventanas de 30x40 píxeles clasificados manualmente. La distribución entre ejemplos de ventana con defecto y en buenas condiciones fue la siguiente:

	<i>Número de ejemplos</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Ventanas de madera en buenas condiciones</i>	973	70%
<i>Ventanas de madera con defecto</i>	392	30%
TOTAL	1365	100%

Tabla 4.1. Composición de las muestras seleccionadas para el diseño del clasificador automático.

Como podemos observar, hemos seleccionado un mayor número de ventanas de madera en buenas condiciones. Esto se debe a que en un sistema real el número de ventanas de madera en buenas condiciones que deberán clasificarse es bastante mayor al número de ventanas con defecto y es así como hemos querido reflejar esta evidencia.

Por lo tanto, disponemos de 1365 vectores con 4761 características cada uno. El algoritmo que hemos utilizado es el que mostramos en el capítulo 3. Este algoritmo es un método de incorporación. Como primer paso se parte de la evaluación de la capacidad de discriminación individualizada de cada una de las características, escogiéndose la que produce mejor rendimiento. A continuación se prueban todos los subconjuntos obtenidos mediante la incorporación de una nueva característica a la óptima escogiéndose el subconjunto que nos proporcione un mayor rendimiento. El proceso de añadir una nueva característica al subconjunto anterior continúa hasta que la incorporación de una nueva característica no mejora sustancialmente la capacidad de discriminación. Hemos definido como ‘mejora sustancial’ de un subconjunto de un nivel genérico i respecto al del nivel siguiente $i+1$, como el porcentaje de crecimiento en el índice de discriminación. Es decir, el algoritmo dejará de añadir más características al vector ya seleccionado si la incorporación de una nueva característica no supone el crecimiento de la capacidad de discriminación en un porcentaje P . Fijando varios valores para el porcentaje P tenemos que:

<i>Porcentaje de mejora</i>	<i>Características seleccionadas</i>
75%	Coiflet4 [31]
50%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4
40%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4
30%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4
20%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4
10%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4, Spline3,7 [14]
5%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4, Spline3,7 [14]
1%	Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4, Spline3,7 [14]

Tabla 4.2. Selección de características según el porcentaje de mejora.

Del gráfico anterior se deduce que el vector de características compuesto por tres características es el idóneo para construir un clasificador automático capaz de discriminar entre ventanas de madera en buen estado y ventanas de madera con defecto:

- Coiflet4 [31]: Coeficiente 31 de la Transformada Wavelet utilizando como funciones base la familia Coiflet4.
- Energía[1].Daubechies4: Porcentaje de Energía en el nivel 1 de la Transformada Wavelet utilizando como funciones base la familia Daubechies4.
- Spline37[14]: Coeficiente 14 de la Transformada Wavelet utilizando como funciones base la familia Spline3,7.

En la siguientes figuras se muestran los diagramas de dispersión de 100 muestras obtenidas aleatoriamente de los 1365 vectores de características que componen el conjunto de diseño. Los ejemplos se representan dependiendo de las características Coiflet4[30] y Energía[0].Daubechies4 y dependiendo de las tres características conjuntamente:

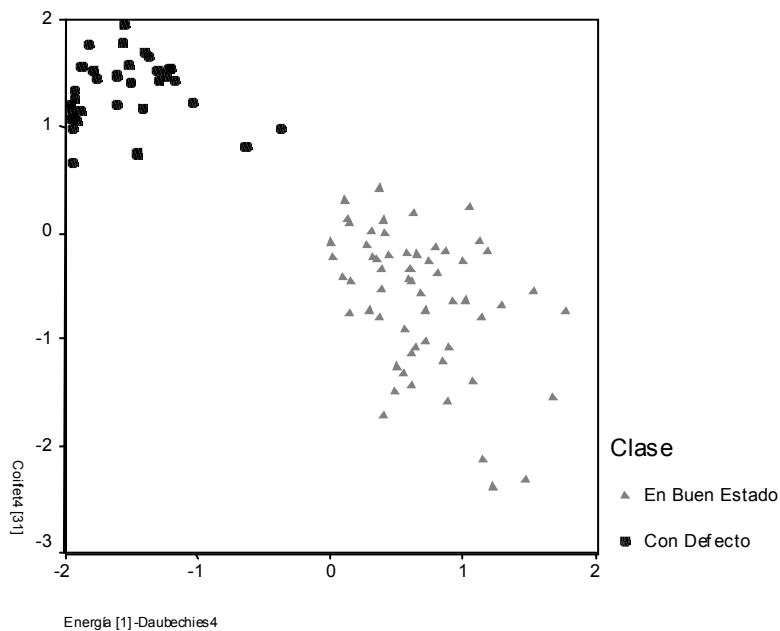


Fig. 4.23. Gráfico de dispersión de las dos clases respecto a las dos características más discriminantes.

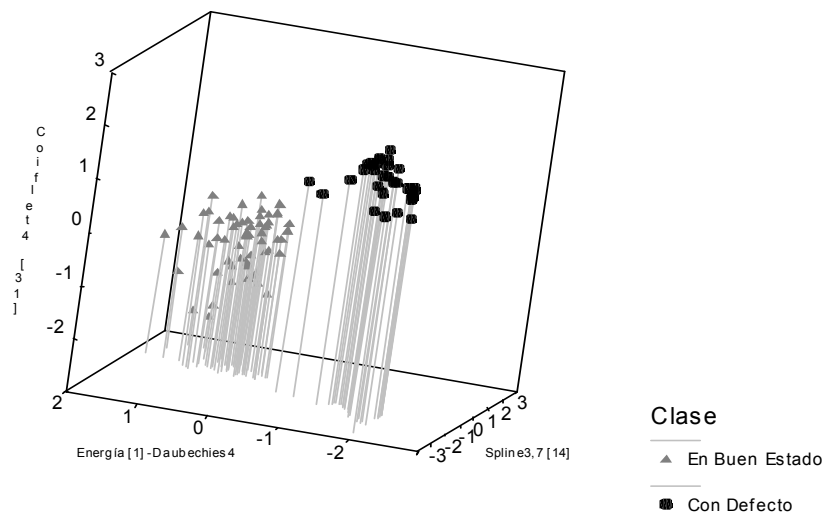


Fig. 4.24. Diagrama de dispersión de las dos clases respecto a las tres características más determinantes.

4.5.1 Optimización en la selección de descriptores

A la vista de los diagramas de dispersión parece lógico pensar que no será muy complejo desarrollar un clasificador para poder discriminar las dos clases. Sin embargo, para poder obtener estas tres características discriminantes, necesitamos calcular la Transformada Wavelet de cada HFEC tres veces, una por cada una de las características ya que provienen de distintas transformadas. Para poder determinar los resultados que obtendríamos utilizando por separado las distintas transformaciones del HFEC, vamos a ejecutar el mismo algoritmo de selección para cada una de las transformadas para un coeficiente de mejora de un 10%.

❖ *Transformada de Fourier: Coeficiente 131 del espectro de potencias.*

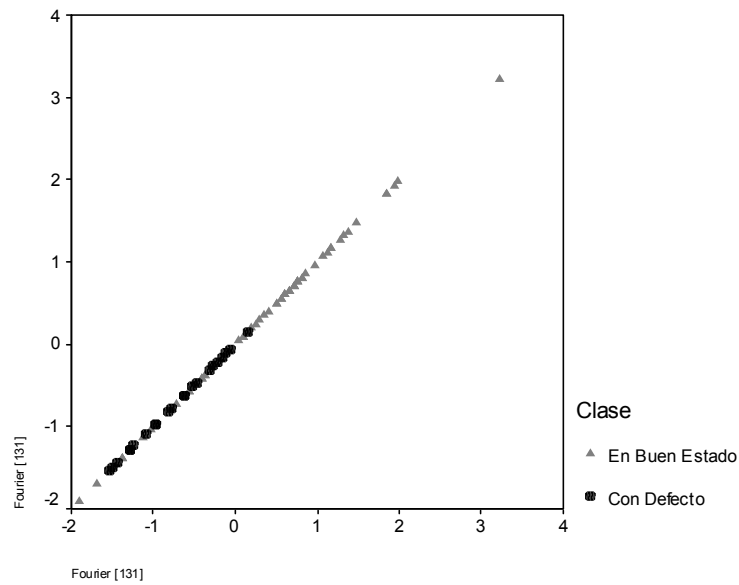


Fig. 4.25. Diagrama de dispersión de la característica seleccionada (Fourier [131]) utilizando sólo los coeficientes del espectro de potencias de la Transformada de Fourier del HFEC.

❖ *Battle-Lemarie: Coeficientes 29 y 5 de la Transformada Wavelet*

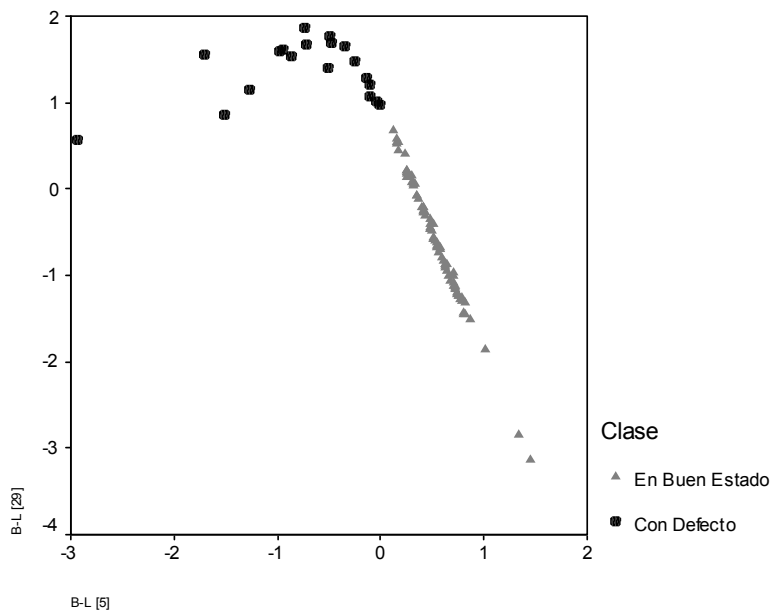


Fig. 4.26. Diagrama de dispersión de los coeficientes 29 y 5 de la Transformada Wavelet (Battle-Lemarie) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Burt-Adelson: Coeficientes 32 y 15 de la Transformada Wavelet.*

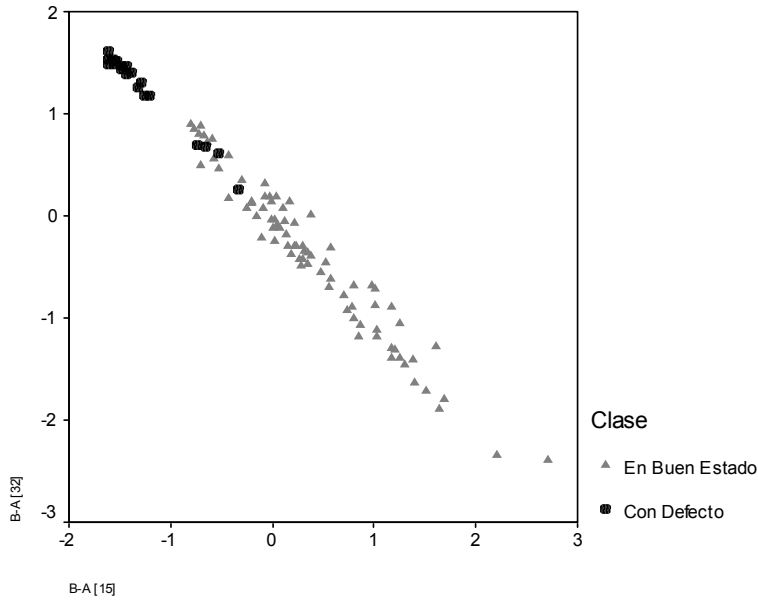


Fig. 4.27. Diagrama de dispersión de los coeficientes 32 y 15 de la Transformada Wavelet (Burt-Adelson) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Coiflet2: Coeficiente 32 de la Transformada Wavelet y distribución de energía del nivel 1.*

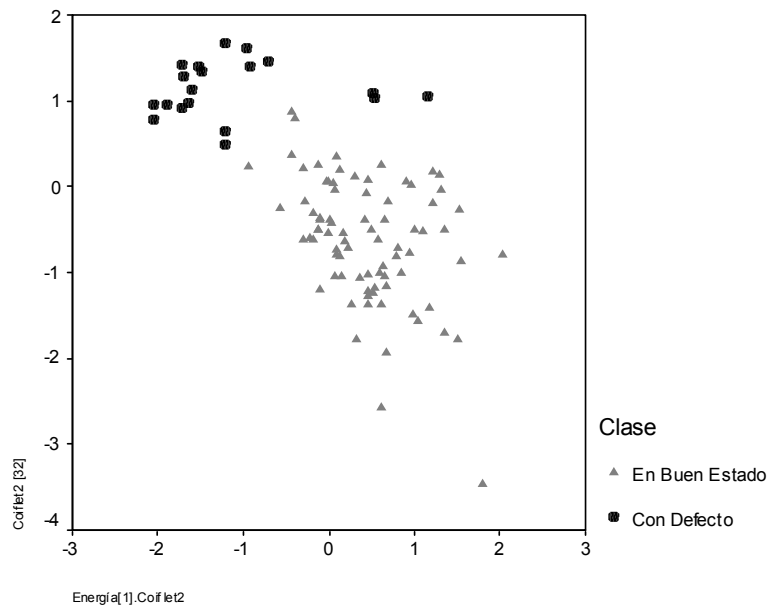


Fig. 4.28. Diagrama de dispersión del coeficiente 32 de la Transformada Wavelet (Coiflet2) y el valor de distribución de energía a nivel 1 con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Coiflet4: Coeficientes 31 y 3 de la Transformada Wavelet.*

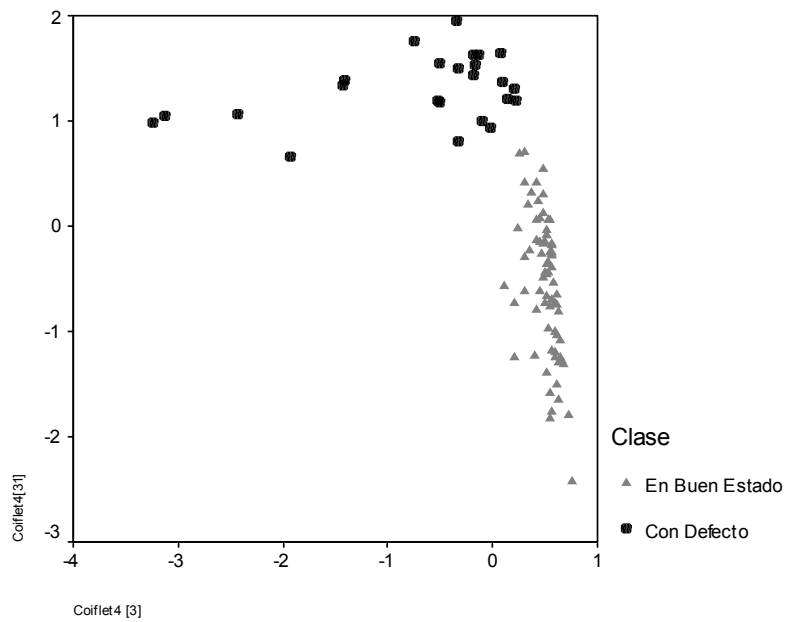


Fig. 4.29. Diagrama de dispersión de los coeficientes 31 y 3 de la Transformada Wavelet (Coiflet4) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Coiflet6: Coeficientes 31 y 5 de la Transformada Wavelet.*

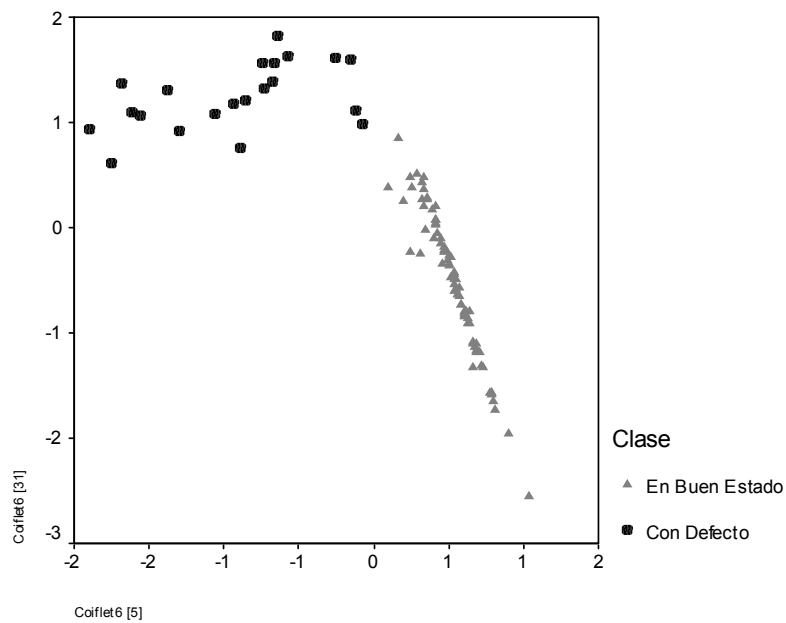


Fig. 4.30. Diagrama de dispersión de los coeficientes 31 y 5 de la Transformada Wavelet (Coiflet6) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Daubechies4: Coeficiente 17 y dist. de energía del nivel 1 de la Transformada Wavelet.*

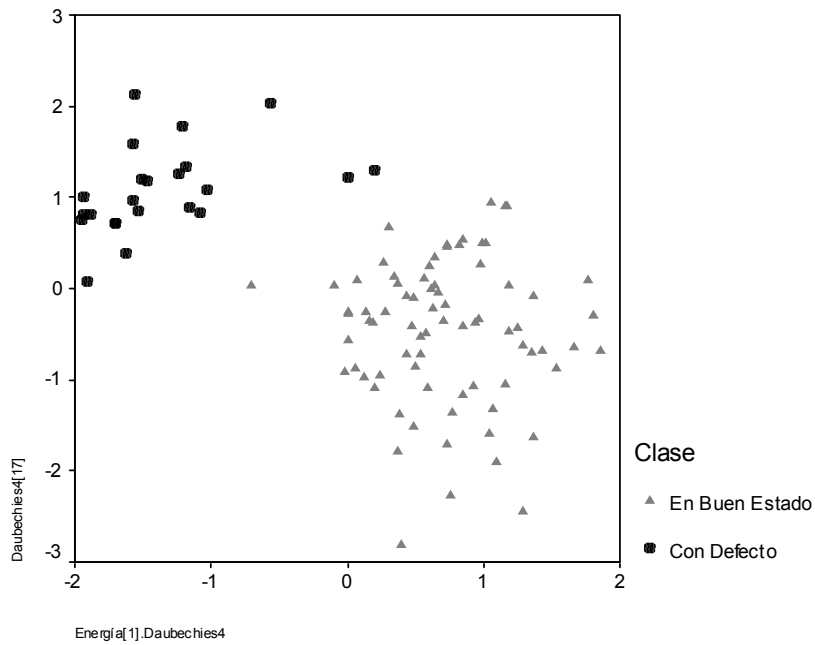


Fig. 4.31. Diagrama de dispersión del coeficiente 17 y el porcentaje de energía en el nivel 1 de la Transformada Wavelet (Daubechies4) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Daubechies6: Coeficientes 33, 5, 7 y 16 de la Transformada Wavelet.*

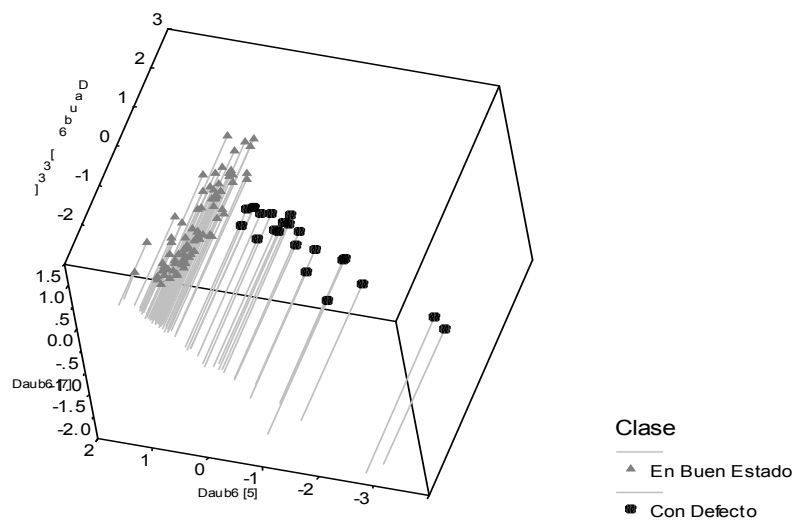


Fig. 4.32. Diagrama de dispersión de los coeficientes 33, 5 y 7 de la Transformada Wavelet (Daubechies6) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Daubechies8: Coeficiente 15 de la Transformada Wavelet.*

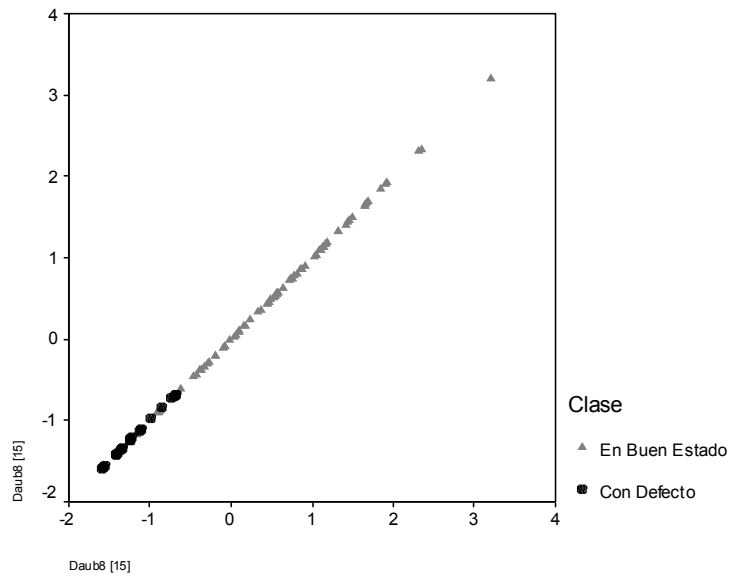


Fig. 4.33. Diagrama de dispersión del coeficiente 15 de la Transformada Wavelet (Daubechies8) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Daubechies10: Coeficiente 8 de la Transformada Wavelet.*

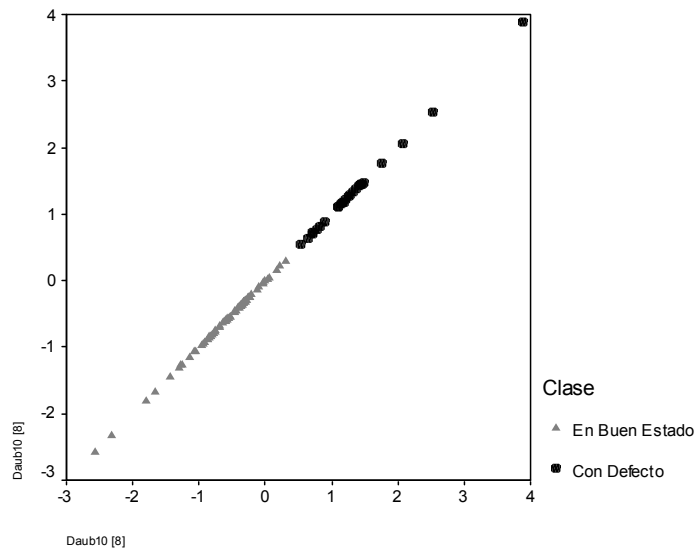


Fig. 4.34. Diagrama de dispersión del coeficiente 8 de la Transformada Wavelet (Daubechies10) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Daubechies12: Entropía de la dist.de Energía y Coeficiente 4 de la Transformada Wavelet.*

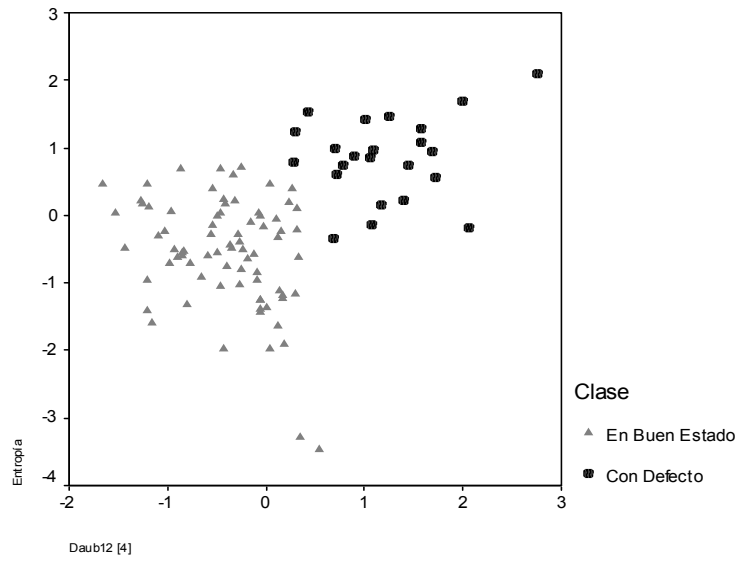


Fig. 4.35. Diagrama de dispersión de la Entropía de la distribución de Energía y el coeficiente 4 de la Transformada Wavelet (Daubechies12) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Daubechies20: Coeficientes 30, 8 y 7 de la Transformada Wavelet.*

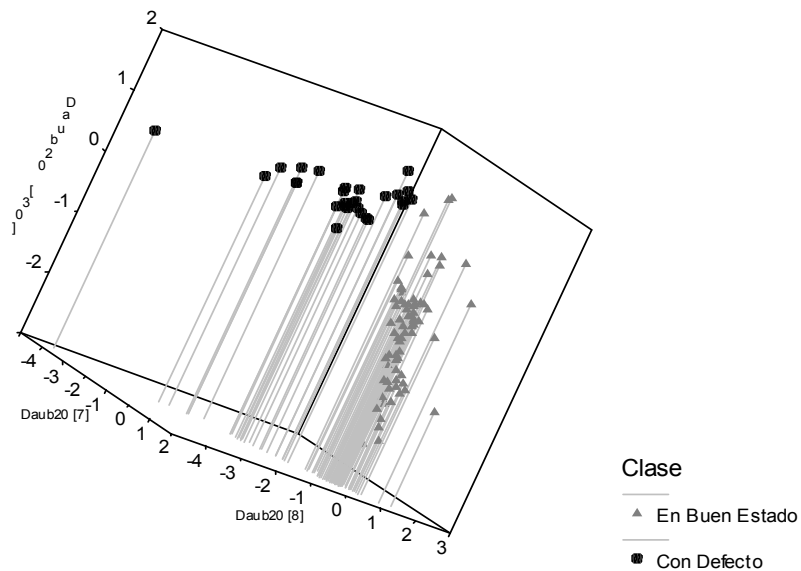


Fig. 4.36. Diagrama de dispersión de los coeficientes 30, 8 y 7 de la Transformada Wavelet (Daubechies20) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ Haar: Coeficientes 17 y 9 y valor de distribución de la energía en el nivel 1 de la Transformada Wavelet.

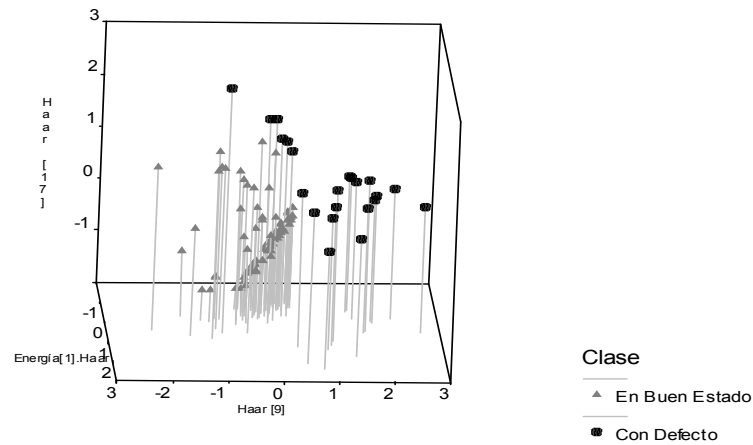


Fig. 4.37. Diagrama de dispersión de los coeficientes 17 y 9 y la distribución de Energía a nivel 1 de la Transformada Wavelet (Haar) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ PseudoCoiflet: Coeficiente 16 de la Transformada Wavelet.

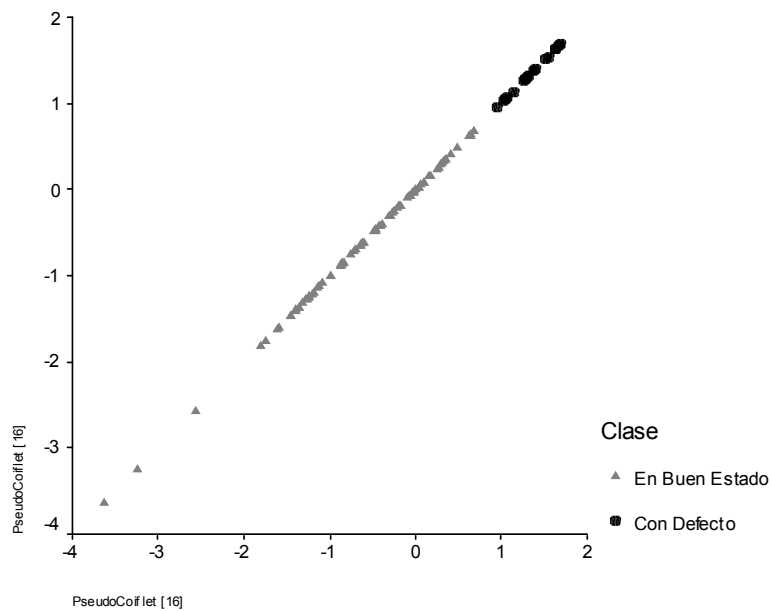


Fig. 4.38. Diagrama de dispersión del coeficiente 16 de la Transformada Wavelet (PseudoCoiflet) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Spline22: Coeficiente 16 y distribución de la energía en el nivel 3 de la Transformada Wavelet.*

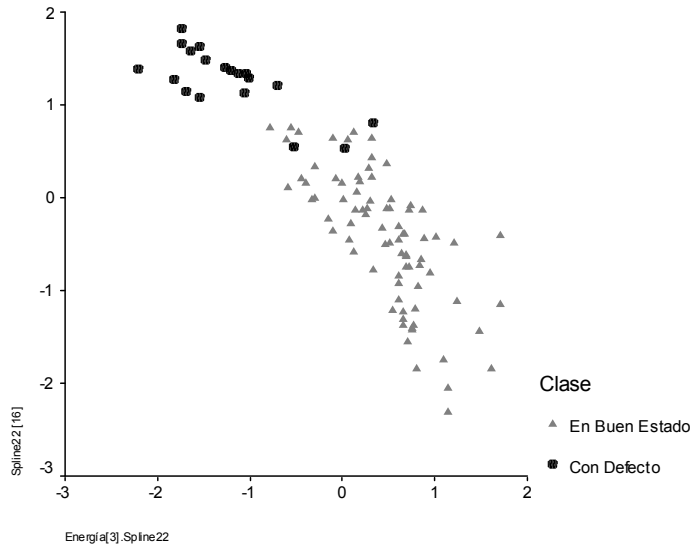


Fig. 4.39. Diagrama de dispersión del coeficiente 16 y de la distribución de Energía del nivel 3 de la Transformada Wavelet (Spline22) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Spline24: Coeficiente 16 de la Transformada Wavelet.*

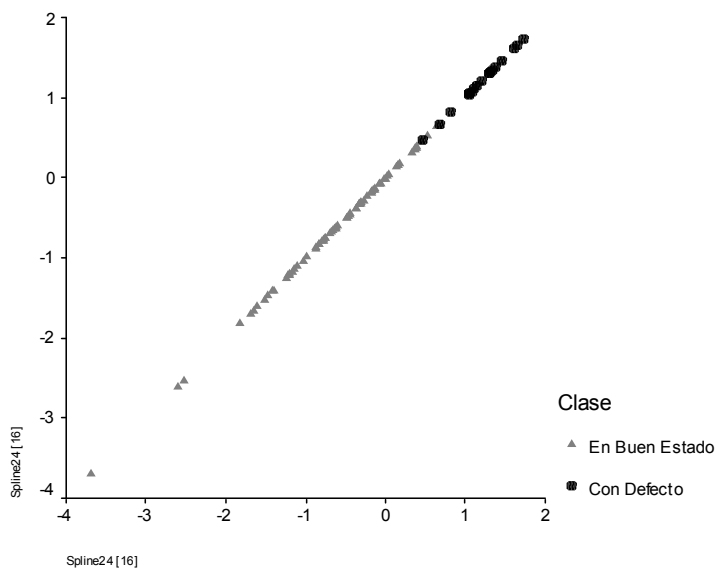


Fig. 4.40. Diagrama de dispersión del coeficiente 16 de la Transformada Wavelet (Spline24) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Spline33: Coeficiente 16 de la Transformada Wavelet.*

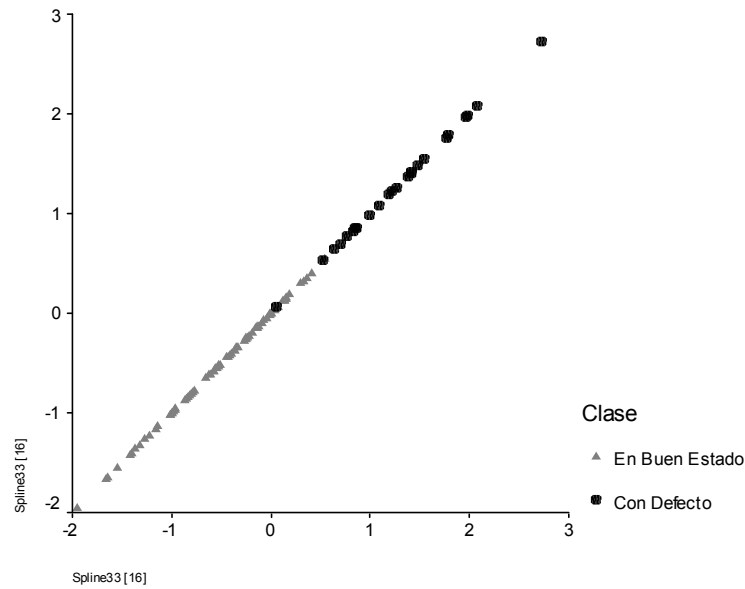


Fig. 4.41. Diagrama de dispersión del coeficiente 16 de la Transformada Wavelet (Spline33) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

❖ *Spline37: Coeficientes 14 y 61 de la Transformada Wavelet.*

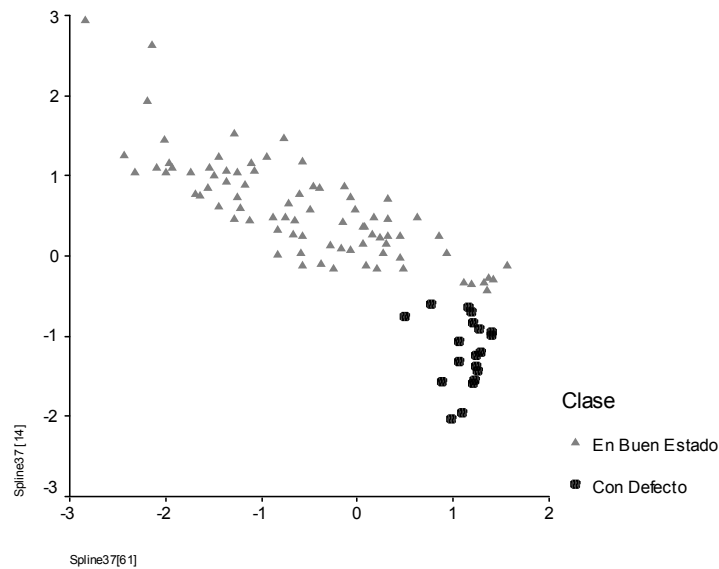


Fig. 4.42. Diagrama de dispersión de los coeficientes 14 y 61 de la Transformada Wavelet (Spline37) con mayor capacidad de discriminación, seleccionados de todos los coeficientes de la Transformada los valores de distribución de energía de la transformada y el valor de entropía de las energías.

A la vista de estos diagramas de dispersión podemos afirmar que:

- Como era evidente, la información discriminante para poder determinar si una ventana pertenece a una clase o a otra se encuentra en los primeros coeficientes de la transformada Wavelet. En el capítulo anterior comentábamos que los coeficientes resultantes de aplicar la transformada Wavelet sobre una función de longitud L se obtenían de la aplicación del filtro wavelet primero con la función inicial de longitud L . El resultado eran dos vectores de longitud $L/2$: vector suavizado o paso-bajo y vector paso-alto. A continuación se volvía a aplicar el filtro sobre el vector suavizado de longitud $L/2$ de la etapa anterior, y así sucesivamente hasta que la parte suavizada solo tenga dos componentes. Estos dos componentes se corresponden con los coeficientes 1 y 2, y son la representación más suavizada de la función inicial (de hecho estos dos componentes son bastante análogos a la media de la función inicial) y se les denomina como los coeficientes de mayor escalado. Los siguientes dos coeficientes (3 y 4) representan un escalado ligeramente menor de la función inicial y, al final, los últimos $L/2$ coeficientes representan el escalado más bajo asociado a las altas frecuencias de la función inicial. Cómo vimos el HFEC de una ventana de madera en buenas condiciones se componía de una única distribución principal que representaba a la madera en buenas condiciones, sin embargo en las ventanas con madera con defecto el HFEC mostraba un comportamiento bimodal con dos distribuciones: una primera correspondiente a los elementos conexos defectuosos, y otra a los de la madera en buenas condiciones. Por lo tanto, es lógico que las mayores diferencias entre HFECs de distintas clases se encuentren en los primeros coeficientes de sus respectivas transformadas Wavelet.
- Análogamente la información que nos suministra la distribución de las energías de las distintas Transformadas Wavelet es más discriminante en los niveles más bajos (mayor escala) y en el valor de la entropía de la distribución de energías. A continuación presentamos una tabla resumen del resultado de aplicar el algoritmo de selección de características teniendo en cuenta únicamente los valores de distribución de energía por niveles (8 niveles) y el valor de entropía de estas distribuciones para cada una de las transformaciones:

<i>Función madre</i>	<i>Características seleccionadas</i>
Battle-Lemarie	Entropía, Energía[1] ³
Burt-Adelson	Energía[1]
Coiflet2	Entropía, Energía[2]
Coiflet4	Entropía, Energía[1]
Coiflet6	Entropía, Energía[1]
Daubechies4	Energía[2]
Daubechies6	Energía[1]
Daubechies8	Energía[2]
Daubechies10	Entropía, Energía[1]
Daubechies12	Entropía
Daubechies20	Entropía, Energía[3]
Haar	Energía[1]
PseudoCoiflet	Energía[1]
Spline22	Energía[1], Energía[3]
Spline24	Energía[1]
Spline33	Energía[1]
Spline37	Energía[1]

³ Con Energía[1] se entiende como la distribución de energía en el nivel 1.

- Comprobando la distribución de las dos clases, se demuestra que es bastante factible poder desarrollar un clasificador automático capaz de discriminar entre las dos clases con bastante éxito independientemente de la función madre que utilicemos en la transformada Wavelet. Esta afirmación la corroboraremos más adelante cuando mostremos los resultados de clasificación que se obtuvieron utilizando como clasificador una red de neuronas artificiales. Ahí también veremos cuál es la función madre que mejores resultados obtiene en la clasificación de nuestro problema concreto y con el clasificador anteriormente mencionado.
- Cualquiera de las transformadas Wavelet nos aporta mayor capacidad discriminante que la transformada de Fourier. En el diagrama de dispersión de las dos clases respecto a la característica con mayor capacidad de la Transformada de Fourier (coeficiente 131), vemos que existe un solapamiento significativo entre las dos clases, siempre superior a cualquiera de los posibles solapamientos de los diagramas de dispersión correspondientes a las Transformadas Wavelet. Por lo tanto, demostramos una de las propiedades más importantes de la transformada Wavelet respecto a la transformada de Fourier: la *capacidad de localización* que nos permite relacionar los coeficientes wavelet con información de la función original.
- El algoritmo de selección de características más discriminantes nos suministra un conjunto de características óptimo. Cabe llamar la atención sobre la drástica reducción de características que supone en cada una de las transformadas que de un vector de 265 (256+8+1) características pasa a una o dos características en la mayoría de los casos. Más llamativa es la reducción del vector de características completo que de un vector de 4761 características pasa a un vector de 3 características solamente.

4.6 Clasificación y resultados

A partir de las características seleccionadas es factible poder desarrollar un clasificador automático capaz de discriminar entre ventanas de madera con defecto y en buen estado. Aunque podríamos escoger cualquiera de las configuraciones del apartado anterior como vector de características, vamos a utilizar en todo nuestro desarrollo el obtenido a partir de todo el conjunto de características (Coiflet4 [31], Energía[1].Daubechies4, Spline37 [14]).

El clasificador que vamos a diseñar está basado en una Red de Neuronas Artificiales (RNA). Aunque la estructura básica de las RNA es común a todas las redes neuronales, existe una gran variedad de arquitecturas diseñadas para realizar tareas bien distintas. En este apartado vamos a tratar un tipo de redes concebidas para realizar funciones de clasificación. El objetivo de estas redes es clasificar un conjunto de muestras dentro de un conjunto de clases. Para ello es necesario una etapa inicial de entrenamiento en la cual se debe enseñar a la red a qué clase pertenece cada muestra. Cuanto mayor sea el tiempo dedicado a la enseñanza y mayor el número de muestras que hay que clasificar, mayor será la capacidad de generalización de la red. Esta es una propiedad importante, porque lo que realmente se pretende es que la red sea capaz de clasificar correctamente estímulos nuevos o, simplemente, versiones distorsionadas de estímulos presentados en la sesión de aprendizaje. La arquitectura de RNA que se ha desarrollado en nuestro trabajo es la del perceptrón multicapa con propagación hacia adelante (*feedforward neural network*), que suele ir asociado al algoritmo de ajuste denominado Retropropagación del Gradiente⁴ (*Back-Propagation*).

Como comentábamos en el capítulo anterior, no existe una regla establecida para determinar el número de capas internas y el número de neuronas de cada una de ellas para un problema de clasificación en concreto. En nuestra experimentación se ha comprobado como la arquitectura con mejores resultados era la siguiente:

⁴ Para un mayor conocimiento sobre este tipo de redes consúltese el capítulo 3.

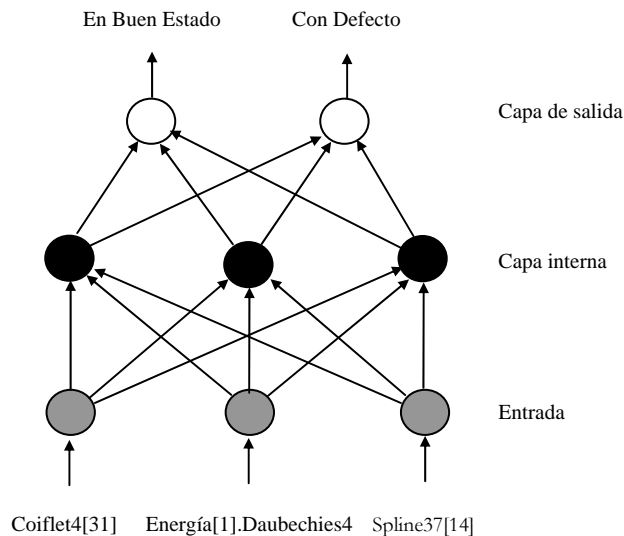


Fig. 4.43. Arquitectura de la RNA seleccionada, con una capa de entrada con tres neuronas (vector de características), una capa interna con tres neuronas y una capa de salida con dos neuronas (“En buen Estado” y “Con Defecto”).

Además de la topología de la RNA existen otros parámetros que influyen en el diseño del clasificador y que están relacionados con la regla de aprendizaje utilizada (Retropropagación del gradiente):

- (a) Coefficiente de aprendizaje: como vimos en el capítulo anterior la ecuación de ajuste de los pesos en el proceso de aprendizaje de una RNA viene dada por

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \alpha \nabla E(\mathbf{w}_k, \mathbf{e}) \quad (4.13)$$

donde α es el *coeficiente de aprendizaje* con el que podemos cuantificar el ajuste de los pesos de una iteración a otra. Es el responsable de la velocidad de aprendizaje de la red. Normalmente, se escoge “ad hoc” y lo suficientemente pequeño como para evitar oscilaciones en el proceso de minimización. Cuanto más pequeño sea el valor para α más iteraciones serán necesarias para que el algoritmo de aprendizaje converja en una solución. Si por el contrario, elegimos un valor alto para α puede que la solución no converja al estar oscilando alrededor de la solución óptima. Durante toda nuestra experimentación hemos seleccionado un valor de α de 0.5.

- (b) Número máximo de iteraciones: indica el número máximo de veces que puede iterar el algoritmo de aprendizaje hasta converger en su solución. Una de las propiedades más señaladas de las RNA es su capacidad de generalización, relacionada con la capacidad para clasificar correctamente ejemplos desconocidos del mismo problema, es decir, casos que no utilizó en la etapa de entrenamiento. El proceso de ajuste de pesos debe realizarse hasta que la tasa de error sobre el conjunto de prueba deje de aumentar o no supere cierto umbral. Este hecho es lo que se conoce como validación cruzada (del inglés “*cross validation*”). Si dejamos que el algoritmo se ejecute un número excesivo de iteraciones, se corre el riesgo de ajustar excesivamente la red (“*overfitting*”), aprendiendo de memoria las asociaciones.
- (c) Máxima desviación permitida: indica el error máximo que se puede cometer en la clasificación de un ejemplo durante el proceso de aprendizaje.

Teniendo en cuenta distintos valores para estos dos últimos parámetros se han obtenido distintas configuraciones de RNA con distintos resultados. El método de evaluación del clasificador es el conocido como Método-U o de exclusión individual. Este método consiste en clasificar cada uno de los ejemplos mediante el clasificador diseñado a partir de todos los ejemplos excepto el propio ejemplo. Si la clasificación obtenida se corresponde con la clasificación manual se contabilizará como acierto, en caso

contrario se contabilizará como error. Al final obtendremos un porcentaje de acierto calculado según la siguiente ecuación:

$$P_{\text{acierto}} = P\left(\frac{\text{defecto}}{\text{defecto}}\right) * P(\text{defecto}) + P\left(\frac{\text{buena}}{\text{buena}}\right) * P(\text{buena}) \quad (4.14)$$

donde $P(\text{defecto} / \text{defecto})$ y $P(\text{buena} / \text{buena})$ son las probabilidades a posteriori de pertenecer a la clase “Con Defecto” y “En Buen Estado” respectivamente, y $P(\text{defecto})$ y $P(\text{buena})$ las probabilidades a priori.

Con objeto de estimar los parámetros óptimos para el diseño de la RNA se han realizado tres tests. Un primer test que evalúa el porcentaje de aciertos para distintos valores del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” fijando el parámetro “Máxima Desviación” a un valor de 0,1. Los dos siguientes tests son análogos, utilizando en cada caso un valor de 0,2 y 0,5 , respectivamente, para el parámetro “Máxima Desviación”.

4.6.1 Test 1: Sensibilidad del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” para un valor de “Máxima Desviación” igual a 0,1 .

❖ Test 1.1

Coeficiente de aprendizaje	0,5
Núm. Máximo de Iteraciones	1000
Máxima Desviación	0,1

Matriz de Confusión:

	Con Defecto	En Buenas Condiciones	
Con Defecto	88%	12%	100%
En Buenas Condiciones	5%	95%	100%

Porcentaje de acierto: **93%**

❖ Test 1.2

Coeficiente de aprendizaje	0,5
Núm. Máximo de Iteraciones	500
Máxima Desviación	0,1

Matriz de Confusión:

	Con Defecto	En Buenas Condiciones	
Con Defecto	89%	11%	100%
En Buenas Condiciones	5%	95%	100%

Porcentaje de acierto: **93,2%**

❖ Test 1.3

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	250
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	90%	10%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	5%	95%	100%

Porcentaje de acierto: **94%**

❖ Test 1.4

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	100
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	91%	9%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4%	96%	100%

Porcentaje de acierto: **94,73%**

❖ Test 1.5

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	50
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	92%	8%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4%	96%	100%

Porcentaje de acierto: **94,96%**

❖ Test 1.6

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	25
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	92%	8%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	3%	97%	100%

Porcentaje de acierto: **95,33%**

❖ Test 1.7

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	10
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	94%	6%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	3%	97%	100%

Porcentaje de acierto: **95,94%**

❖ Test 1.8

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	5
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	94,6%	5,4%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4%	96%	100%

Porcentaje de acierto: **95,44%**

❖ Test 1.9

Coeficiente de aprendizaje	0,5
Núm. Máximo de Iteraciones	2
Máxima Desviación	0,1

Matriz de Confusión:

	Con Defecto	En Buenas Condiciones	
Con Defecto	95,6%	4,4%	100%
En Buenas Condiciones	5%	95%	100%

Porcentaje de acierto: **95,10%**

❖ Test 1.10

Coeficiente de aprendizaje	0,5
Núm. Máximo de Iteraciones	1
Máxima Desviación	0,1

Matriz de Confusión:

	Con Defecto	En Buenas Condiciones	
Con Defecto	96%	4%	100%
En Buenas Condiciones	5,4%	94,6%	100%

Porcentaje de acierto: **95,03%**

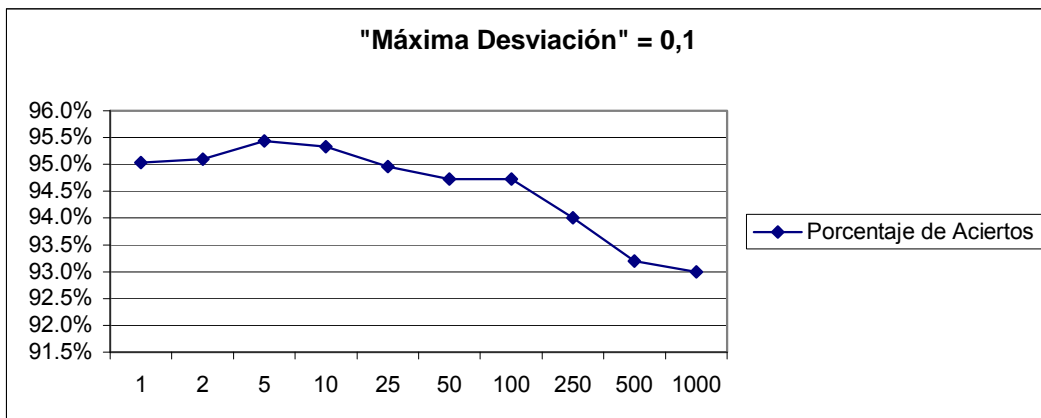


Fig. 4.44. Porcentajes de aciertos dependiendo del Número Máximo de Iteraciones para el parámetro fijo Máxima Desviación igual a 0,1.

4.6.2 Test 2: Sensibilidad del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” para un valor de “Máxima Desviación” igual a 0,2.

❖ *Test 2.1*

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	1000
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	86%	14%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	6,5%	93,5%	100%

Porcentaje de acierto: **91,33%**

❖ *Test 2.2*

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	500
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	87,5%	12,5%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	5%	95%	100%

Porcentaje de acierto: **92,87%**

❖ *Test 2.3*

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	100
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	92%	8%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	3,5%	96,5%	100%

Porcentaje de acierto: **95,26%**

❖ Test 2.4

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	25
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	92%	8%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	3%	97%	100%

Porcentaje de acierto: **95,5%**

❖ Test 2.5

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	10
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	94%	6%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	2,6%	97,4%	100%

Porcentaje de acierto: **96,52%**

❖ Test 2.6

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	5
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	94,6%	5,4%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4,5%	95,5%	100%

Porcentaje de acierto: **95,3%**

❖ Test 2.7

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	2
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	95%	5%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	5,3%	94,7%	100%

Porcentaje de acierto: **94,88%**

❖ Test 2.8

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	1
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	95%	5%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	5,3%	94,7%	100%

Porcentaje de acierto: **94,88%**

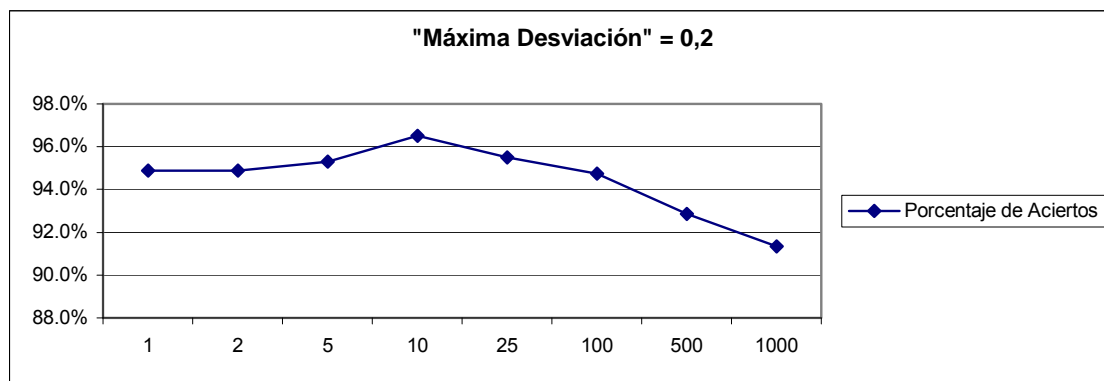


Fig. 4.45. Porcentajes de aciertos dependiendo del *Número Máximo de Iteraciones* para el parámetro fijo *Máxima Desviación* igual a 0,2.

4.6.3 Test 3: Sensibilidad del parámetro “Número Máximo de Iteraciones” para un valor de “Máxima Desviación” igual a 0,5.

❖ *Test 3.1*

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	500
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	89%	11%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4,2%	95,8%	100%

Porcentaje de acierto: **93,76%**

❖ *Test 3.2*

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	100
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	91,6%	8,4%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4,4%	95,6%	100%

Porcentaje de acierto: **94,45%**

❖ *Test 3.3*

<i>Coeficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	25
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	93%	7%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	3%	97%	100%

Porcentaje de acierto: **95,8%**

❖ Test 3.4

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	10
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	94%	6%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	3,4%	96,6%	100%

Porcentaje de acierto: **95,87%**

❖ Test 3.5

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	5
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	94,9%	5,1%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	4%	96%	100%

Porcentaje de acierto: **95,66%**

❖ Test 3.6

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	2
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	95,4%	4,6%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	5,7%	94,3%	100%

Porcentaje de acierto: **94,67%**

❖ Test 3.7

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	1
<i>Máxima Desviación</i>	0,5

Matriz de Confusión:

	<i>Con Defecto</i>	<i>En Buenas Condiciones</i>	
<i>Con Defecto</i>	95,4%	4,6%	100%
<i>En Buenas Condiciones</i>	7,5%	92,5%	100%

Porcentaje de acierto: **93,37%**

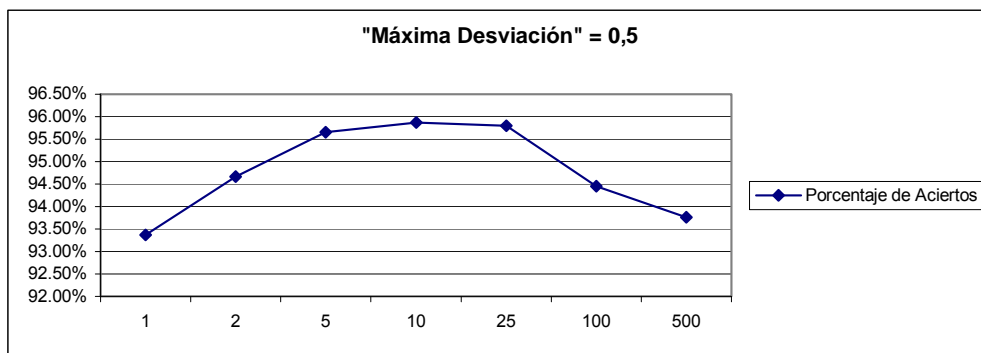


Fig. 4.46. Porcentajes de aciertos dependiendo del Número Máximo de Iteraciones para el parámetro fijo Máxima Desviación igual a 0,5.

A la vista de los resultados de estos tres tests podemos afirmar que:

- Se cumplen los problemas relacionados con el aprendizaje de memoria y pérdida de generalización (“*overfitting*”) cuando el número de iteraciones en el proceso de aprendizaje es alto. En cualquiera de los tres tests se comprueba que para un número de iteraciones de 10 se obtiene los mejores resultados de clasificación (todos ellos cercanos o superiores al 95%) y decrece según aumentamos el número de iteraciones.
- El hecho de clasificar una ventana como “En Buen Estado” siendo esta un ventana “Con Defecto” se considera como *pérdida*, mientras que el caso contrario se considera como *falsa alarma*. El hecho de que los porcentajes de *pérdidas* y *falsas alarmas* no sean menores se debe al método de adquisición de las muestras utilizadas en la evaluación. El método de adquisición de las muestras se llevó a cabo mediante una ventana deslizante en la que íbamos señalando para cada una de ellas la clase a la que pertenecían. Dentro de las 1365 muestras que tomamos, éramos conscientes del posible error cometido al clasificar equivocadamente algunas de estas ventanas, ya que en algunos casos era difícil determinar la clase a la que pertenecían.
- Se comprueba el éxito de clasificación en cualquiera de las configuraciones que se muestran en los tests, siendo la de mayor porcentaje de acierto (96,52%) la siguiente:

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	10
<i>Máxima Desviación</i>	0,2

4.6.4 Optimización en el diseño del clasificador

El clasificador diseñado dispone de tres entradas. Cada una de estas tres entradas se obtiene de una Transformada Wavelet del HFEC distinta. Al igual que estudiamos la distribución de las clases respecto a la características más determinantes de cada Transformada, vamos a mostrar los resultados de clasificación que obtendríamos si aplicásemos aisladamente cada una de las Transformadas. Para la evaluación utilizaremos como vectores de características los obtenidos en el proceso de selección de las características con mayor capacidad de discriminación de cada Transformada. Al igual que en el caso general, utilizaremos como método de evaluación el Método-U o de exclusión individual. Los resultados de clasificación usando como parámetros

<i>Coefficiente de aprendizaje</i>	0,5
<i>Núm. Máximo de Iteraciones</i>	10
<i>Máxima Desviación</i>	0,1

son los siguientes:

<i>Transformada</i>	<i>Porcentaje de Acierto</i>
Spline37	96,15%
Daubechies6	95,31%
Daubechies12	94,87%
Haar	94,87%
Coiflet4	94,79%
Daubechies10	94,50%
Battle-Lemarie	94,36%
Spline33	94,35%
Daubechies4	93,62%
PseudoCoiflet	93,47%
Coiflet6	92,74%
Coiflet2	92,67%
Spline22	92,16%
Spline24	92,16%
Burt-Adelson	91,42%
Daubechies20	91,20%
Daubechies8	89,08%
Fourier	71,86%

Tabla 4.3. Resultados de clasificación utilizando las Transformadas sobre el HFEC de forma individual. El vector de características se corresponde con el obtenido en el proceso de selección de las características más discriminantes para cada una de las Transformadas.

Como podemos comprobar el porcentaje de aciertos mayor (96,15%) se obtiene con la Transformada “Spline37” y este valor es muy parecido al obtenido en el caso general de todas las Transformaciones juntas (96,52%). Por lo tanto, podríamos escoger como configuración final de nuestro clasificador el obtenido con la Transformada Wavelet-Spline37 en solitario, cuyo vector de características estaba compuesto por los coeficientes 14 y 61 de la Transformada Wavelet. De esta forma sólo tendremos que realizar una Transformada sobre el HFEC en vez de tres Transformadas como se proponía en el caso general y los resultados que obtendremos son bastante análogos.

Otro resultado que llama la atención es el porcentaje de aciertos que se obtuvo utilizando exclusivamente la Transformada de Fourier (71,86%). Este resultado es bastante inferior al que se obtuvo

con cualquiera de las demás Transformadas Wavelet. Una vez más demostramos la mayor capacidad de la Transformada Wavelet frente a la Transformada de Fourier como herramienta para la descripción de patrones en un Sistema de Reconocimiento Automático de Formas. Como hemos recalado a lo largo de este capítulo esto se debe a la propiedad de *Localización* que presenta la Transformada Wavelet y que nos permite relacionar los coeficientes wavelet con información de la función original de una forma más fehaciente.

Hemos querido comprobar los resultados que obtendríamos si utilizásemos exclusivamente los valores de distribución de la energía y entropía de cada una de las Transformadas. En varios trabajos se han utilizado estos valores para evitar uno de los principales inconvenientes que presenta la Transformada Wavelet en su aplicación en los Sistemas de Reconocimiento de Formas. Como comentábamos en el capítulo anterior la Transformada Wavelet no es independiente al desplazamiento de la función original y algunos autores han utilizado los valores de la distribución de energía y entropía de la Transformada Wavelet como alternativa. De la misma forma hemos evaluado los resultados obtenidos para la misma configuración de RNA obteniendo los siguientes resultados:

<i>Función madre</i>	<i>Características seleccionadas</i>	<i>Porcentaje de Acierto</i>
Battle-Lemarie	Entropía, Energía[1]	81,53%
Burt-Adelson	Energía[1]	81,09%
Coiflet2	Entropía, Energía[2]	92,82%
Coiflet4	Entropía, Energía[1]	81,90%
Coiflet6	Entropía, Energía[1]	81,53%
Daubechies4	Energía[2]	81,31%
Daubechies6	Energía[1]	81,39%
Daubechies8	Energía[2]	83,44%
Daubechies10	Entropía, Energía[1]	83,00%
Daubechies12	Entropía	86,37%
Daubechies20	Entropía, Energía[3]	86,52%
Haar	Energía[1]	81,90%
PseudoCoiflet	Energía[1]	81,97%
Spline22	Energía[1], Energía[3]	93,11%
Spline24	Energía[1]	82,34%
Spline33	Energía[1]	80,29%
Spline37	Energía[1]	80,07%

Tabla 4.4. Resultados de clasificación utilizando las Transformadas sobre el HFEC de forma individual. El vector de características se corresponde con el obtenido en el proceso de selección de las características más discriminantes para cada una de las Transformadas.

Como podemos observar, en general los resultados obtenidos son bastante inferiores a los que teníamos anteriormente. Con estos resultados comprobamos que para nuestro problema en particular es mejor trabajar con la distribución original completa de los coeficientes de la Transformada Wavelet en vez de con medidas promediadas obtenidas de estos coeficientes, tal y como queríamos demostrar al principio de este apartado.

También se demuestra que nuestro método de normalización de los HFEC es suficiente y superamos con creces el problema de no-independencia a la traslación de la función original con la Transformada Wavelet, sin necesidad de tener en cuenta la distribución de energía y el valor de entropía.

Una vez encontrado el clasificador para determinar si una región o ventana de una imagen se encuentra en buen estado o posee un defecto, nos bastaría con agrupar todas las ventanas adyacentes para localizar y calcular el tamaño del defecto. Aunque esta es una buena aproximación, la resolución del tamaño del

defecto vendrá dada por el tamaño de la ventana que hemos escogido, que nos estaría dando la envolvente superior del defecto. En la mayoría de los casos es preferible afinar más este resultado y se suele binarizar las ventanas que han sido clasificadas como defectuosas. Mediante un algoritmo clásico de umbralización de histogramas es sencillo determinar los píxeles que pertenecen al defecto y cuáles a la madera en buenas condiciones, ya que las ventanas con defecto poseen un comportamiento bimodal. Es decir, poseen dos distribuciones bien definidas; una correspondiente a los elementos conexos que componen el defecto y la otra a los que componen la madera en buenas condiciones. A continuación presentamos algunos ejemplos de binarización. Para las ventanas clasificadas como en buenas condiciones etiquetamos todos sus píxeles en negro. En las ventanas con defecto aplicamos un sencillo algoritmo de umbralización y etiquetamos los píxeles en blanco si pertenecen a elementos conexos del defecto y en negro en el caso de madera en buenas condiciones. Comprobamos como los resultados son bastante satisfactorios, incluso para el caso de la primera imagen de madera donde la mitad inferior posee una gran mancha cuyos píxeles serían considerados como defectuosos con bastante facilidad en cualquier método clásico de umbralización del histograma de niveles de gris. Compruébese que tanto los píxeles de esta mancha como los del defecto, poseen un nivel de gris muy parecido.

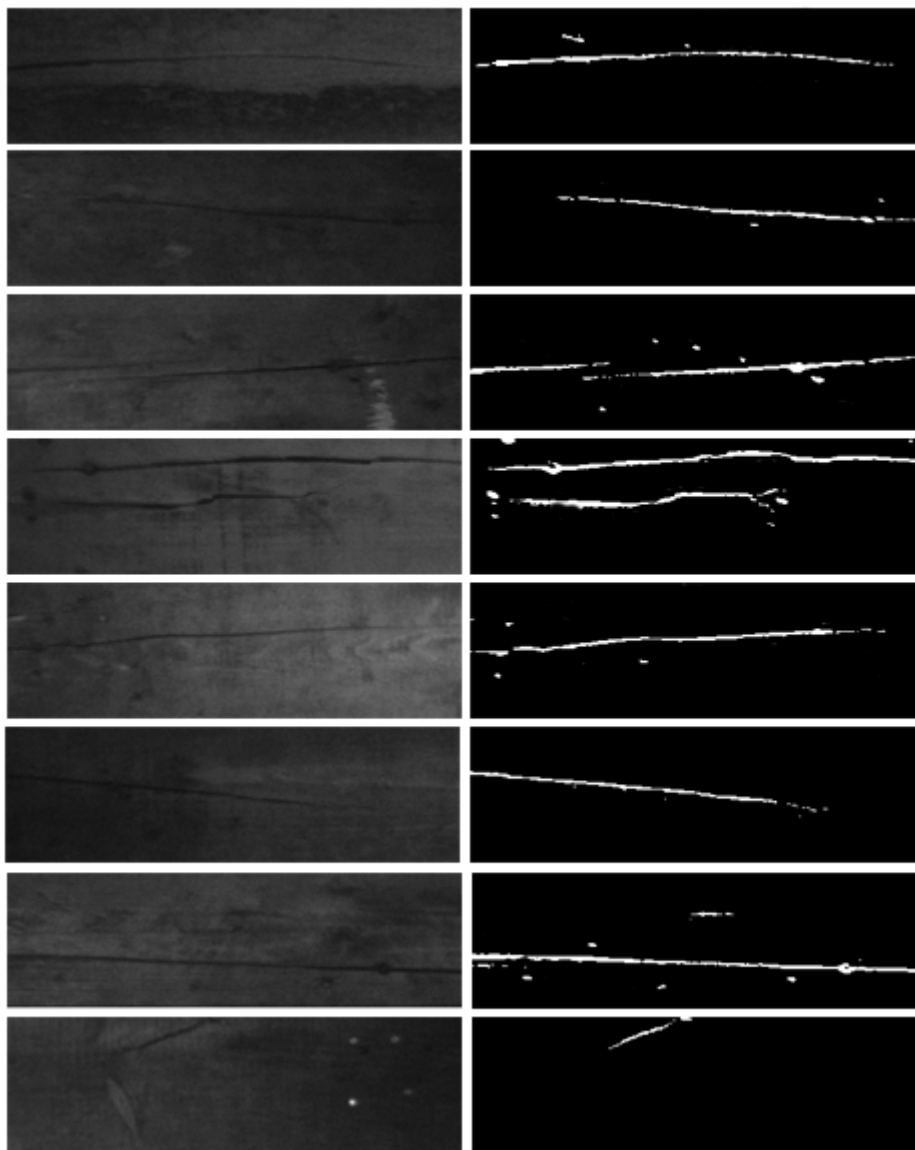


Fig. 4.47. Resultados de binarización sobre imágenes de madera con defectos. En la columna de la izquierda se encuentran las imágenes con defecto y a su derecha el resultado de su clasificación con nuestro método.

Capítulo 5

Conclusiones y futuras líneas de trabajo

5.1 Introducción

El análisis de texturas, y más concretamente, la segmentación de texturas es uno de los campos de mayor interés dentro de la Visión Artificial. La segmentación de una escena del mundo real es casi imposible llevarla a cabo sin poder segmentar los objetos texturizados que en ella se encuentran. Este proceso es más crítico cuando se pretende aplicar en sistemas de inspección automática en entornos industriales. Un error en esta fase se propagará en subsiguientes etapas y provocará una degeneración completa del sistema. Debemos tener en cuenta que la inspección de productos industriales juega un papel muy importante en los procesos de producción debido al crecimiento de la demanda de calidad en un entorno de fuerte competitividad.

Por este motivo no es de extrañar los numerosos trabajos e investigaciones que se han desarrollado sobre este tema durante los últimos 30 años. En la bibliografía de la presente tesis doctoral se pueden encontrar algunas de las mejores investigaciones sobre el análisis de texturas.

5.2 Conclusiones

Como ya hemos señalado en numerosas ocasiones, el principal problema con el que nos enfrentamos en el análisis de texturas es el de encontrar la mejor representación de textura. Y sobre esta problemática se centra la principal aportación de esta tesis doctoral. Hemos desarrollado una novedosa descripción de textura a la que hemos llamado: *Histograma de Frecuencia de Elementos Conexos* (HFEC). Un HFEC representa la frecuencia de aparición de un suceso o evento aleatorio en una textura. Este suceso llamado Elemento Conexo no sólo describe la distribución de los niveles de gris de la textura, sino también la

dependencia espacial que existe entre ellos. En el capítulo 2 hemos comprobado como esta nueva representación es más efectiva que otras descripciones clásicas utilizadas en el análisis de texturas como son las matrices de coocurrencia de R.M. Haralick [82].

Hemos definido el nuevo concepto de HFEC, cuyo comportamiento se determina con sus dos parámetros principales: el *nivel de conectividad* y el *parámetro morfológico*. Mediante el parámetro morfológico definimos la forma del elemento conexo de un HFEC; mientras que el nivel de conectividad define la condición que deben cumplir la distribución de los niveles de gris de los píxeles de un elemento conexo para ser considerado como tal. La selección de estos parámetros para una aplicación concreta necesita de un conocimiento a priori del dominio de dicha aplicación y requiere un estudio empírico bastante profundo. Aunque desarrollásemos algoritmos para seleccionar los parámetros óptimos, el criterio mediante el cual estos algoritmos realizan sus selecciones estará, a fin de cuentas, determinado por el tipo de información que nosotros deseemos conseguir. El conocimiento que tenemos de una textura depende del modo en el que la observamos, y por lo tanto, todas las relaciones consecuentes dependerán de las elecciones en nuestras observaciones.

Una de las propiedades que se demuestran es cómo para unos valores concretos de estos parámetros, el HFEC se corresponde con el histograma de niveles de gris de la imagen. Es decir, el histograma de niveles de gris de una imagen es un caso particular de un HFEC para una configuración determinada de sus parámetros.

Una de las principales motivaciones para la creación de esta nueva representación es la de su aplicación en sistemas de inspección automática en entornos industriales. Para estos entornos, donde la necesidad de tiempo real es de vital importancia, se ha desarrollado un algoritmo de obtención de un HFEC optimizado en tiempo y manteniendo todas sus propiedades de representación de una textura.

Durante el desarrollo de la tesis siempre se ha trabajado con la distribución espacial de los niveles de gris de la imagen. Una imagen de niveles de gris la podemos representar como un conjunto de vectores de características (uno por cada píxel de la imagen), donde cada píxel (i,j) es un vector de características unidimensional y el nivel de gris su única característica. Se ha comprobado como el concepto de HFEC se puede generalizar para el estudio de la distribución espacial del comportamiento de una imagen frente un operador local. Este resultado toma mayor interés cuando la característica que se desea observar es el resultado de aplicar los filtros Laws [120] sobre la imagen. Aplicando los filtros de Laws sobre una imagen se obtienen las medidas de energía de textura que resaltan las propiedades texturales de una imagen. Se ha demostrado como con el estudio de la distribución de estas medidas de energía mediante su HFEC se obtienen buenos resultados de segmentación de texturas.

Se ha presentado una arquitectura para el diseño de Sistemas de Reconocimiento Automático de Formas basados en la representación de un HFEC. La arquitectura se ha dividido en tres fases:

1. Extracción de características. Como su nombre indica, en esta fase se extraen las características del HFEC que entran en juego en nuestro problema de reconocimiento y cuyo fin es la conversión del HFEC en características que representen, idealmente, la información condensada y más importante de un HFEC dado. En esta fase, además de herramientas clásicas como la transformada de Fourier, se ha utilizado una herramienta matemática cuyo uso está siendo bastante extenso y exitoso en sistemas de reconocimientos de formas como es la transformada wavelet. El objetivo principal de un HFEC es el de caracterizar la región de una textura para su posterior clasificación. El HFEC de una textura natural es una función no estacionaria y, por lo tanto, es deseable para su estudio poder trabajar con una representación espacio / escalar (frecuencia) de la forma que nos lo permite el análisis wavelet. En general, los principales motivos de la aplicación de la transformada wavelet como herramienta de extracción de características son:

- Se representa la información de un HFEC a distintas escalas. Es decir, es capaz de poder captar la información del HFEC desde una visión global hasta los más pequeños detalles, pasando por distintas escalas.
- Si seleccionamos como funciones base un conjunto de funciones ortogonales, tendremos la ventaja de obtener una representación del HFEC en la que se ha reducido la información redundante y donde hemos aumentado la capacidad de discriminación del HFEC.
- Una ventaja importante se debe a su menor complejidad computacional respecto a herramientas clásicas como la transformada de Fourier. Mientras que el algoritmo de la transformada rápida de Fourier posee una complejidad de $O(N \log_2 N)$, el algoritmo de Mallat para la transformada wavelet es de $O(N)$.

- Por último y según hemos indicado anteriormente, debemos destacar que con la transformada wavelet tenemos la capacidad de poder representar un HFEC en el dominio espacio / escalar (frecuencia), algo que la transformada de Fourier no nos permitía (según como se demuestra con el principio de incertidumbre de Heisenberg).
- 2. Selección de características. El objetivo de esta fase es la identificación del conjunto mínimo de características que mejor representan a un HFEC dado con la mínima redundancia posible. Para esta fase se ha implementado un procedimiento estadístico que tiene en cuenta la información de dispersión entre / intra clases a la hora de seleccionar una característica [161]. Cada clase o categoría se entiende como un distinto tipo de textura.
- 3. Clasificación. En esta fase a un HFEC específico se le asigna una categoría de textura de acuerdo con las características seleccionadas en la etapa anterior. Hemos elegido como clasificador un tipo de redes neuronales como el modelo de perceptrón multicapa con propagación hacia delante (*feedforward neural network*), asociado al algoritmo de ajuste denominado Retropropagación del Gradiente (*Back-Propagation*).

Finalmente, se presenta el resultado de aplicar esta arquitectura sobre un problema real de segmentación de texturas en madera. El problema que se pretende resolver es el de la detección de grietas en objetos de madera. La inspección de estos objetos se realiza bajo condiciones de un entorno industrial y existe una gran variabilidad en la apariencia de los mismos. Esta variabilidad se debe a que no sólo se trabaja con maderas nuevas (recién producidas en un aserradero), sino también con maderas que han sufrido un uso y cuya apariencia, por lo tanto, ha sido degradada. Entonces, debemos añadir a los problemas a los que normalmente nos enfrentamos cuando analizamos imágenes de madera (nudos, astillados, vetas, restos de resina, etc.) otros nuevos que nos dificultan el correcto diagnóstico del sistema (restos de pintura, manchas, marcas, etc.). Parte del desarrollo expuesto es fruto del trabajo de investigación realizado durante más de seis años en un proyecto de colaboración entre el Departamento de Inteligencia Artificial de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Madrid y una empresa privada (por motivos de confidencialidad evitamos el nombre). A la hora de escribir estas líneas existen seis plantas industriales (tres en España, dos en Francia y una en Portugal) utilizando el sistema de inspección automática desarrollado en este proyecto.

El desarrollo del sistema se compuso del diseño de las siguientes fases: Adquisición, Preprocesamiento, Extracción de Características, Selección de Características y Clasificación. De las conclusiones más importantes obtenidas en este proceso de diseño cabe destacar las siguientes:

- El algoritmo de selección de características con mayor capacidad de discriminación nos suministra un conjunto de características óptimo. Llama la atención la drástica reducción de características: de un vector de característica de dimensión 4.761 se pasa a un vector de 3 características solamente.
- Cualquiera de las transformadas wavelet utilizadas en la presente tesis nos aporta mayor capacidad discriminante que la transformada de Fourier. Por lo tanto queda demostrada una de las características más importantes de la transformada wavelet como es la propiedad de localización. Esta propiedad nos ofrece la facilidad de relacionar los coeficientes wavelet con la información original.
- La información para poder discriminar entre regiones de una imagen con defecto (comportamiento bimodal) y en buenas condiciones (comportamiento unimodal) se centra, lógicamente, en los primeros coeficientes de la transformada wavelet (donde se alberga la información sobre las bajas frecuencias).
- De las 25 evaluaciones de los resultados de clasificación realizadas (correspondientes a distintas configuraciones del clasificador), se obtiene un porcentaje de acierto superior al 95% en todas ellas.
- Se cumplen los problemas relacionados con el aprendizaje de memoria y pérdida de generalización (*overfitting*) cuando el número de iteraciones en el proceso de aprendizaje es alto.

- El mejor resultado de clasificación posee un porcentaje de acierto del 96,52%. Sin embargo, la configuración del vector de características se compone de tres coeficientes de distintas transformadas wavelet. Es decir, para obtener el vector de características de una región debemos aplicar tres transformadas wavelet a su HFEC. Se han realizado estudios aplicando una única transformada wavelet por separado y se ha comprobado como la transformada wavelet que utiliza como función madre la función Spline 3,7 posee un porcentaje de acierto del 96,15%.
- Se demuestra como el método de normalización de un HFEC propuesto en la presente tesis es suficiente para evitar los problemas de no independencia al desplazamiento de la transformada wavelet. Como sabemos éste es uno de los principales motivos por los que el análisis wavelet no posee demasiados adeptos en el campo de los sistemas de reconocimiento automático de formas.
- Se demuestra como el sistema desarrollado no sólo detecta con bastante éxito las grietas en maderas, sino que también presenta un comportamiento robusto frente a las posibles falsas alarmas (diagnosticar como defectuoso un material que se encuentra en buenas condiciones). Desde el punto de vista de la producción, es más importante evitar las falsas alarmas que evitar pequeñas pérdidas de clasificación (elementos diagnosticados en buen estado cuando se encuentran defectuosos). La generación de una falsa alarma implica el envío del elemento a reparación y, por consiguiente, el aumento del coste de la producción. Sin embargo, una pequeña pérdida es asumida sin ningún riesgo para el cliente final.

5.3 Futuras líneas de trabajo

En esta tesis se ha presentado una novedosa herramienta para el análisis de texturas como es el Histograma de Frecuencia de Elementos Conexos. Se han estudiado sus principales propiedades y se ha puesto de manifiesto la viabilidad y efectividad de su aplicación en sistemas de inspección automática en entornos industriales. Las posibilidades de aplicación, y por ello de trabajo futuro, las podemos determinar en dos líneas principales: la primera de ellas se centra en la investigación sobre nuevas propiedades teóricas del HFEC; y la segunda estaría relacionada con la aplicación del HFEC en otros sistemas dentro del campo de la Visión Artificial y el Procesamiento de Imágenes.

En el segundo capítulo definíamos el HFEC y presentábamos sus características más importantes. Uno de los puntos que tratábamos era el de la generalización de un HFEC. Durante el desarrollo de la tesis hemos utilizado el HFEC como una herramienta que representaba la frecuencia de aparición de un evento definido por la distribución espacial de los niveles de gris de los píxeles de una imagen. Hemos comprobado como se pueden obtener buenos resultados de representación si, en vez de utilizar la información de nivel de gris de un píxel, trabajásemos con el resultado de la aplicación de un filtro local sobre la imagen. Concretamente hemos visto resultados de la aplicación de un operador de detección de bordes y los filtros de Laws. La nueva línea de investigación sobre la que trabajaremos se basará en utilizar todas estas representaciones de HFEC y considerar esta descripción como una representación n-dimensional de la textura (una por cada operador local).

Otra posibilidad de generalización de un HFEC es la que comentábamos en el apartado 2.4.1, y mostrábamos su representación en la tabla 2.1. Se trata de una descripción bidimensional en la que tenemos representada para cada definición de tamaño del Elemento Conexo (columnas) su HFEC correspondiente. Esta representación bidimensional posee información de todos los posibles tamaños que pueden tener un Elemento Conexo y, en consecuencia, una textura. Con esta representación evitaríamos el problema de determinación del tamaño de la textura a analizar. Además, utilizando la transformada wavelet bidimensional descrita en el capítulo tercero, podríamos aplicar estas ideas a un problema de segmentación de texturas real.

Dentro de las posibles mejoras de la arquitectura presentada en el tercer capítulo para el diseño de sistemas de reconocimiento de formas basados en la representación de un HFEC, queremos indicar una que se encuentra relacionada con las facilidades que nos suministra la transformada wavelet. Como hemos comentado en numerosas ocasiones, la transformada wavelet de una función, y por consiguiente en un HFEC, es una representación multiescalar de la misma. La posibilidad de disponer una representación

a varias escalas, nos permite poder diseñar un clasificador por cada una de las escalas. El diagnóstico de la clasificación final vendría dado por el diagnóstico conjunto de cada una de las escalas. Con esta nueva arquitectura se reducirían los errores de clasificación y nos permitiría asignar el grado de evidencia de una clasificación. Una clasificación tendrá el mayor grado de evidencia cuando todas las clasificaciones coincidan en resultado.

Por último, hay que señalar los posibles campos de aplicación de las técnicas y herramientas presentadas en esta tesis todas ellas dentro del análisis de texturas:

- Análisis de madera. Además del sistema mostrado en el capítulo cuarto para la detección de grietas maderas, el análisis se puede generalizar para la detección de otros tipos de defectos: astillados, nudos de madera, incrustación de elementos externos, etc.
- Análisis automático de documentos. Este campo es de máximo interés hoy en día debido a que nos encontramos en una era en la que nos estamos desplazando de la documentación basada en papel hacia la gestión computerizada de grandes cantidades de información documental digital y sistemas de recuperación. La aplicación del HFEC es relevante en diversas tareas. Por ejemplo, es de interés en los procesos críticos de los sistemas automáticos de análisis de documentos donde se pretende determinar si una zona del documento digitalizado se compone de texto o por lo contrario se corresponde de imágenes [161]. O también, en procesos de binarización consistentes en determinar qué regiones de la imagen pertenecen al texto y cuáles al fondo. Para ello es necesario encontrar el valor de nivel de gris que mejor separe las distintas regiones. La mayoría de los métodos de binarización utilizan el histograma de niveles de gris para determinar el umbral de separación entre regiones, sin embargo creemos que se obtendrán mejores resultados utilizando el HFEC [Pat01].
- Análisis de imágenes médicas. Un campo de creciente interés en el análisis de imágenes médicas es la segmentación de estructuras vasculares en angiogramas. Un angiograma es una secuencia de imágenes de rayos-x que se obtienen durante la inyección en el sistema circulatorio de un agente de contraste intravascular. El objetivo de la aplicación de técnicas de procesamiento de imágenes en el análisis de angiografías no busca en ningún momento suplantar la capacidad analítica del experto médico. Y, dado que no se espera alcanzar esta capacidad en un futuro muy cercano, lo que se pretende es mejorar la calidad de las imágenes, extraer de ellas mayor información y simplificar la tarea de hacer rápidamente unos cálculos, a fin de enriquecer el examen final de una coronariografía. El principal problema al que nos enfrentamos en el análisis de este tipo de imágenes se encuentra en la calidad de las imágenes. Esta calidad se ve afectada en gran medida por el ruido inducido por el método de adquisición y por la naturaleza dinámica del proceso (movimientos del corazón e infusión del agente de contraste). Una aplicación directa del HFEC sería su uso en la binarización de estas estructuras con el objetivo de analizar los bordes de las arterias y venas sin sufrir la influencia favorable o desfavorable del nivel de conocimiento de un operador humano. De esta forma se podrá obtener información objetiva para calcular el grado de obstrucción producida en una lesión arterial [Pat01].

En definitiva, cualquier proceso de inspección en el que se necesite la segmentación de la textura de una imagen: análisis de pieles [160], análisis de imágenes aéreas, análisis de material textil, etc.

Apéndice A

Diseño software del sistema para el desarrollo de un S.R.F. basado en el HFEC

En este apéndice comentaremos el desarrollo software que se ha llevado a cabo durante la realización de la presente tesis doctoral. En el diseño software implementado se han utilizado técnicas del diseño orientado a objetos. Se ha prestado un minucioso esfuerzo en conseguir un diseño modular claro con el objeto de facilitar la reutilización de las herramientas desarrolladas.

Para la descripción en este apéndice de las distintas clases y sus relaciones desde un punto de vista lógico vamos a hacer uso de la simbología presentada por Graddy Booch en su libro “*Object-oriented analysis and design*” [16]. Brevemente describimos la simbología utilizada en esta representación:

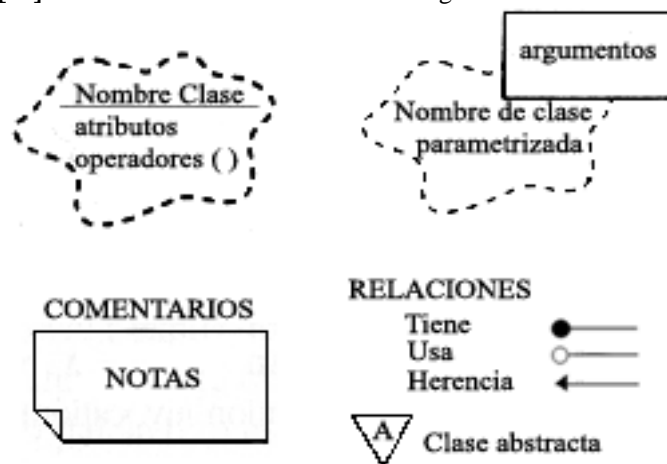


Fig. A.1. Simbología utilizada para la representación del Diagrama de Clases.

En un primer nivel describimos de forma general el sistema desarrollado para el diseño de un S.R.F.:

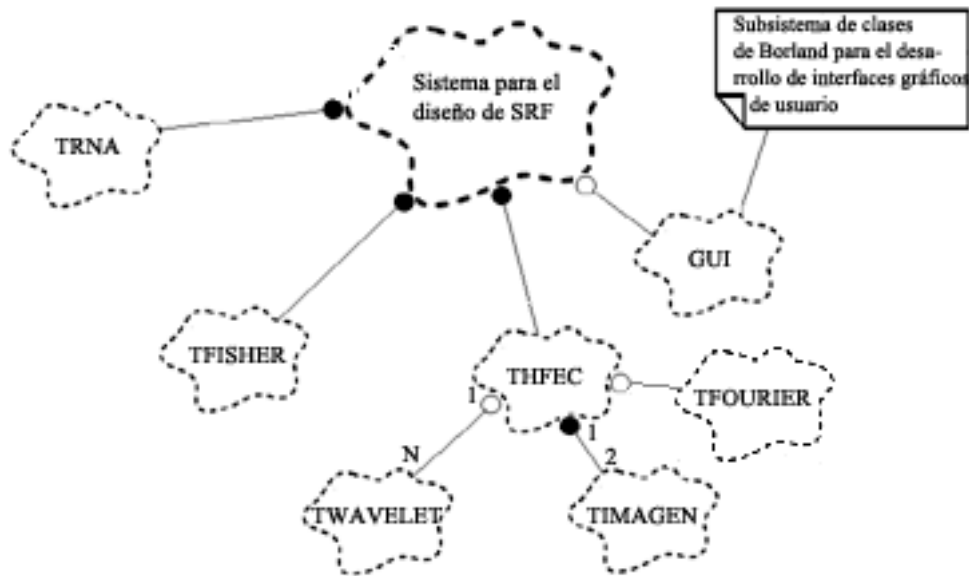


Fig. A.2. Diagrama de clases de primer nivel.

En este primer nivel podemos comprobar como nuestro sistema se compone de varias clases:

- TRNA: clase Red Neuronal Artificial
- TFISHER: clase selector de características FISHER
- THFEC: clase Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos
- TWAVELET: clase Transformada Wavelet
- TFOURIER: clase Transformada de Fourier
- TIMAGEN: clase Imagen
- GUI: subsistema de clases de Borland para el desarrollo de interfaces gráficas de usuario. En el desarrollo se ha trabajado con el compilador de Borland C++ Builder 4.0

En este primer nivel hemos simplificado la representación de las clases TWAVELET y TIMAGEN con objeto de facilitar la comprensión del diagrama. Más adelante describiremos con mayor detalle estas dos clases.

Queremos llamar la atención sobre la importancia que se da en este diseño a la modularidad de las clases. Con ello nos aseguramos la capacidad para poder reutilizar nuestro software de forma fácil y sencilla. De hecho aquí se muestra el esquema de un sistema para diseñar un S.R.F., la implementación de un sistema real de reconocimiento de formas es inmediata a partir de estas clases.

La representación de la clase TRNA se representa en la siguiente figura:

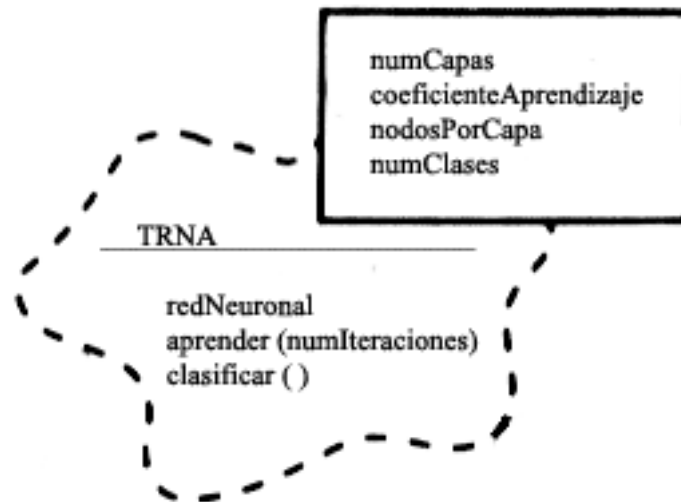


Fig. A.3. Diagrama de la clase Red Neuronal Artificial.

La clase TRNA necesita como argumentos los siguientes:

- *numCapas*: número de capas internas que posee la red neuronal, además de las capas de entrada y salida.
- *coeficienteAprendizaje*: coeficiente de aprendizaje.
- *nodosPorCapa*: número de nodos de cada capa.
- *numClases*: número de clases que se pretenden clasificar.

Posee además un atributo *redNeuronal* que representa la estructura de la red neuronal y dos operadores:

- *aprender (numIteraciones)*: mediante el algoritmo de retropropagación del gradiente realiza el proceso de aprendizaje de la red neuronal.
- *clasificar ()*: clasifica la muestra presentada a la entrada de la red neuronal.

La clase TFISHER la representamos mediante el diagrama de clases de la figura A.4. La clase TFISHER posee los argumentos:

- *numCaracteristicas*: indica el número de características iniciales antes de ejecutar el algoritmo de selección de características.
- *numMuestras*: número de muestras que se utilizarán para el diseño del conjunto de características con mayor capacidad de discriminación.
- *numClases*: número de clases que se compone nuestro problema a clasificar.
- *muestras*: conjunto de ejemplos que se utilizarán durante el proceso de selección de las características más discriminantes.

Además, la clase TFISHER posee los siguientes operadores:

- *solve ()*: operador que implementa el algoritmo de selección de características.
- *getResultado ()*: obtiene el conjunto de características con mayor capacidad de discriminación.
- *guardarResultado ()*: almacena la configuración del conjunto de características con mayor capacidad de discriminación.

También la clase TFISHER 'tiene' varias clases TMATRIZREAL para poder representar cada una de las clases que deseamos clasificar. TMATRIZREAL es una clase que representa una matriz de números reales. Esta clase hereda de la clase TMATRIZ la mayoría de sus operadores. TMATRIZ es una clase genérica.

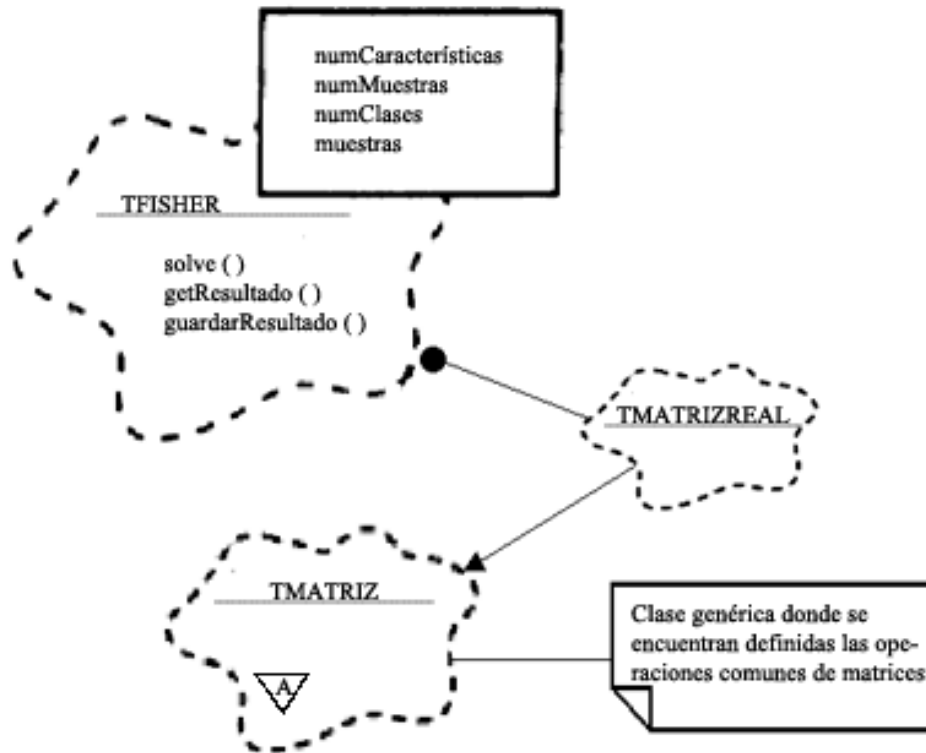


Fig. A.4. Representación de la clase TFISHER.

La clase THFEC que representa al Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos, su diagrama lo podemos observar en la figura A.5.

La clase THFEC posee dos argumentos que definen al Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos:

- *parMorfologico*: argumento que define la vecindad del elemento conexo.
- *nivelConectividad*: argumento que define el rango de niveles de gris relativos que debe poseer una vecindad para considerarla como elemento conexo.

El Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos se representa mediante el atributo HFEC. THFEC posee dos operadores:

- *calculaHFEC ()*: operador que calcula el HFEC de una imagen partiendo de la definición del elemento conexo.
- *binarizaHFEC ()*: operador que binariza una imagen a partir de la información del HFEC.

THFEC ‘usa’ las clases TFOURIER, TWAVELET Battle-Lemarie⁵, ..., TWAVELET Spline 3,7 para realizar transformaciones sobre el Histograma de Frecuencias de Elementos Conexos. Las clases TWAVELET <función_madre_n> heredan atributos y operadores de la clase TWAVELETReal, que a su vez hereda de la clase TWAVELET.

La clase THEFEC además ‘tiene’ dos clases TImagenGrisBMP para poder calcular los Histogramas de Frecuencias de Elementos Conexos y así manipular la imagen que se desea analizar. La clase TImagenGrisBMP hereda atributos y operadores de la clase TImagenGris (clase que implementa una imagen de niveles de gris) que a su vez hereda de la clase TImagen.

⁵ Existe una clase por cada función wavelet madre indicada en la figura A.5.

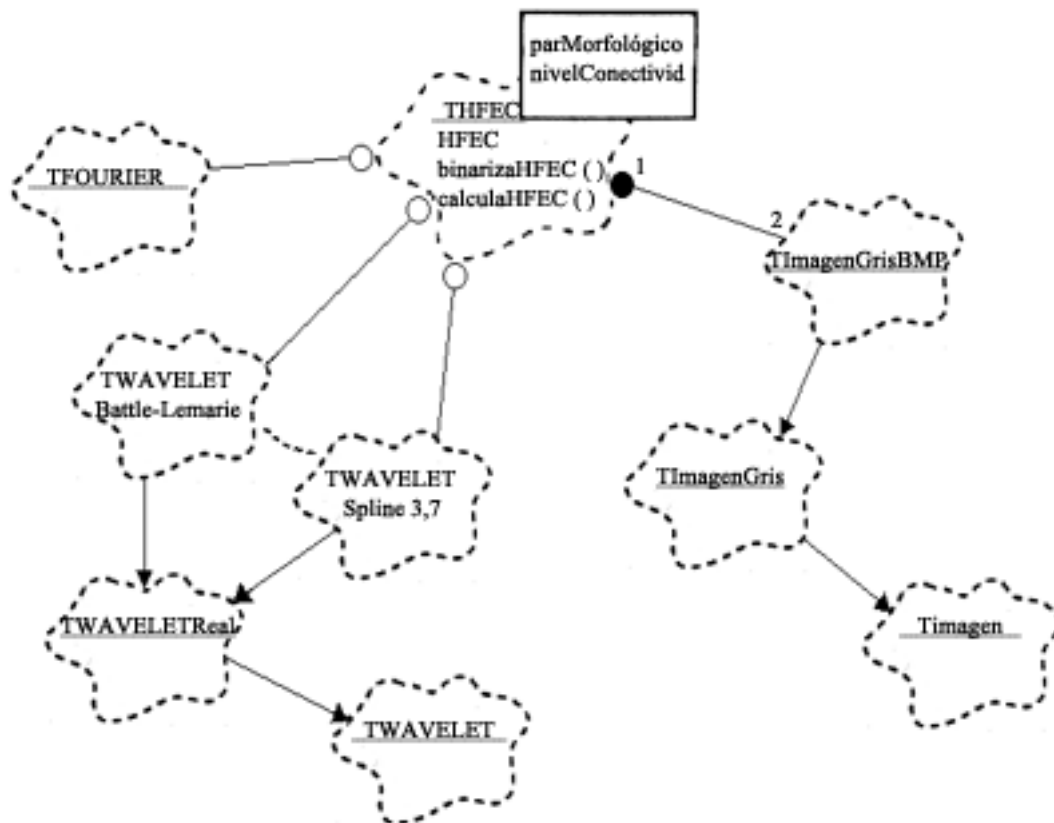


Fig. A.5. Diagrama de clases relacionadas con la clase THFEC.

Bibliografia

- [1] T. Aach, A. Kaup, and R. Mester, "On texture analysis: Local energy transforms versus quadrature filters", *Signal Processin.* Vol. 45, (1995), **173-181**.
- [2] P. Alapuranen, and T. Westman, "Automatic visual inspection of wood surfaces", *Proc. of the 11th IAPR – International Conference on Pattern Recognition, Computer Vision Applications.* IEEE Comput. Soc. Press, Los Alamitos, CA. Vol. 1, (1992), **371-374**.
- [3] K. Anant, F. Dowla, and G. Rodrigue, "Vector quantization of ECG wavelet coefficients", *IEEE Signal Processing Letters.* Vol. 1, (1999).
- [4] T.C. Bailey, T. Sapatinas, K.J. Powell, and J. Krzanowski, "Signal detection in underwater sound using wavelets", *Journal of the American Statistical Association.* Vol. 93(441), (1998), **73-83**.
- [5] R. Bajcsy, "Computer description of textured surfaces", *Proceedings of the 3rd International Conference in Artificial Intelligence.* (1973), **572-579**.
- [6] D. Barschdorff, U. Femmer, and E. Trowitzch, "Automatic phonocardiogram signal analysis in infants based on wavelet transforms and artificial neural networks", *Computers in Cardiology.* (1995), **753-756**.
- [7] S.D. Beck, L.M. Deuser, "Automatic classification of acoustic sequences by multiresolution image processing and neural networks", *IEEE International Conference on Image Processing.* Vol. 3, (1994), **931-935**.
- [8] J.R. Beltran, J. Garcia-Luca, and J. Navarro, "Edge detection and classification using Mallat's wavelet", *IEEE International Conference on Image Processing I.* (1994), **293-297**.
- [9] K.K. Benke, D. Cox, and D.R. Skinner, "Study of the effect of image quality on texture energy measures", *Measurement Science & Technology.* Vol. 5(4), (1994), **400-407**.
- [10] P.M. Bentley, P.M. Grant, and J.T.E. McDonnell, "Time-frequency and time-scale techniques for the classification of native and bioprosthetic heart valve sounds", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering.* Vol. 45(1), (1998), **125-128**.

-
- [11] R. Bernard, G. Millon, and M. Roussel, "Real time inspection of wood boards thickness with a minimal FPGA architecture", *International Conference on Quality Control by Artificial Vision*, Cepadues Editions, Toulouse, France. (1997), **265-268**.
- [12] G. Beylkin, R. Coifman, and V. Rokhlin, "Fast Wavelet Transforms and Numerical Algorithms I" *Comm. Pure Appl. Math.* Vol. 44, (1991), **141-183**.
- [13] R. Birkeland and H. Timland, "Practical experience with a fully automated line camera scanning system in a window manufacturing company", *Proc. of the 3rd Inter. Conf. on Scanning Technology in Sawmilling*. Miller Freeman Pub., San Francisco, Calif. (1989), **1-9**.
- [14] C.M. Bishop, *Neural networks for Pattern Recognition*, Oxford: Clarendon Press, (1995).
- [15] T. Blackman, "A little work can add plenty of extra value", *Wood Technology*, San Francisco. Vol. 126(6), (1999), **26-27**.
- [16] G. Booch, *Object-oriented analysis and design*, The Benjamin/Cummings publishing company, 2^a Ed., (1994).
- [17] J. Bradley, C. Brislawn, and T. Hopper, "The FBI wavelet/scalar quantization standard for gray-scale fingerprint image compression", *Tech. Report LA-UR-93-1659*, Los Alamos Nat'l Lab, Los Alamos, N.M. (1993).
- [18] C.C. Brunner, B.B. Shaw, D.A. Butler, and J.W. Funck, "Using color in machine vision systems for wood processing", *Wood and Fiber Sci.* Vol. 22(4), (1990), **513-428**.
- [19] C.C. Brunner, A.G. Maristany, D.A. Butler, D. Vanleeuwen, and J.W. Funck, "An evaluation of color spaces for detecting defects in Douglas-fir veneer", *Industrial Metrology*. Vol. 2, (1992), **169-184**.
- [20] J.C. de Bruin, J.A. du Preez, "Automatic language recognition based on discriminating features in pitch contours", *Proceedings of the IEEE South African Symposium on Communications and Signal Processing*. (1993), **133-138**.
- [21] C.S. Burrus, R.A. Gopinath, H. Guo, *Introduction to wavelets and wavelet transforms, a primer*, Upper Saddle River, NJ (USA): Prentice Hall, (1998).
- [22] M.P. Caffrey, S.D. Briles, "Space-based RF signal classification using adaptive wavelet features", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. Vol. 2484, (1995), **433-442**.
- [23] C. Chambers, S.R. Cloude, P.D. Smith, A. Milne, K. Trafford, and D.M. Parkers, "Wavelet processing of ultra wideband radar signals", *IEE Colloquium on Antenna and Propagation Problems of Ultrawideband Radar*. (1993), **1/1-1/4**.
- [24] M.J. Chantler, G. McGunnigle, "Compensation of illuminant tilt variation for texture classification", *IEE Conference Publication 410*. (1995), **767-771**.
- [25] K.I. Chang, K.W. Bowyer, and M. Sivagurunath, "Evaluation of texture segmentation algorithms", *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Vol. 1, (1999), **294-299**.
- [26] C.H. Chen, G.G. Lee, "Neural networks for ultrasonic NDE signal classification using time-frequency analysis", *Proceedings - ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Vol. 1, (1993), **I-493-I-495**.
- [27] G. Chen, T.D. Bui, "Invariant Fourier-wavelet descriptor for pattern recognition", *Pattern Recognition*. Vol. 32, (1999), **1083-1088**.
- [28] R.T. Chin, "Survey: Automated visual inspection", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*. Vol. 41, (1988), **346-381**.
- [29] T.H. Cho, C.T. Ng, and T.H. Drayer, "A machine vision system for automatically grading hardwood lumber", *Industrial Metrology*. Vol. 2, (1992), **317-342**.
- [30] J. Ciccotelli and D. Wolf, "Integration of vision sensors in an automatic wood grading line", *Proc. of the 3rd Inter. Conf. on Scanning Technology in Sawmilling*. Miller Freeman Pub., San Francisco, Calif. (1989), **2-8**.

-
- [31] J. Ciccotelli and J.F. Portala, "Application of artificial vision in the wood industry", *Industrial Metrology*. Vol. 2, (1992), **185-194**.
- [32] M.A. Cody, "The wavelet packet transform", *Dr. Dobb's Journal*. Vol. 19, (1994), **44-46, 50-54**.
- [33] F.S. Cohen and Z. Fan, "Maximum likelihood unsupervised textured image segmentation", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Graphical Models and Image Processing*. Vol. 54(3), (1992), **239-251**.
- [34] R.R. Coifman and M.V. Wickerhauser, "Entropy based methods for best basis selection", *IEEE Transactions on Information Theory*. Vol. 38, (1992), **713-718**.
- [35] R.R. Coifman, Y. Meyer, and M.V. Wickerhauser, "Size properties of wavelet packets", in *Wavelets and their applications*. Jones and Bartlett, Boston, MA, (1992), **453-470**.
- [36] R.R. Coifman and N. Saito, "Constructions of local orthonormal bases for classification and regression", *Comptes Rendus Acad. Sci., Paris, Serie I*. Vol. 319 (2), (1994), **191-196**.
- [37] R.R. Coifman and D. Donoho, "Translation-invariant de-noising, in wavelets and statistics", *Lecture Note in Statistics*, Springer-Verlag. (1995), **125-150**.
- [38] R.W. Connors and C.A. Harlow "Equal probability quantizing and texture analysis of radiographic images", *Computer Graphics, and Image Processing*. Vol. 8, (1978), **447-463**.
- [39] R.W. Connors and C.A. Harlow, "A theoretical comparison of texture algorithms", *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1980, Vol. 2(3), **204-222**.
- [40] R.W. Connors, C.W. McMillin, K. Lin, and R.E. Vasquez-Espinosa, "Identifying and locating surface defects in wood: Part of an automated lumber processing system", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 5(6), (1983), **573-584**.
- [41] R.W. Connors, C.W. McMillin, and R.E. Vasquez-Espinosa, "A prototype software system for locating and identifying surface defects in wood", *Proc. of the 7th Inter. Conf. on Pattern Recognition*. IEEE, New York. (1984), **416-419**.
- [42] R.W. Connors, C.W. McMillin, C.N. Ng, "The utility of colour information in the location and identification of defects in surfaced hardwood lumber", *Proc. 1st Inter. Conf. on Scanning Technology in Sawmilling*, Miller Freeman Publication, San Francisco, (1985), **1-33**.
- [43] R.W. Connors and C.A. Harlow, "Toward a structural analyser based on statistical methods", *Computer Graphics and Image Processing*, Vol. 12, (1980), **224-356**.
- [44] R.W. Connors, C. Sales, J.P. Lego, J. Ciccotelli, J.P. Mercier, and R. Bussy, "Recent advances in visual scanning: application to board edging, cross-cutting and to visual grading", *Proc. of the 9th Wood Machining Seminar*, Forest Prod. Lab., Univ. of Calif., Berkeley. (1988), **139-153**.
- [45] R.W. Connors, T.H. Drayer, J.G. Tront, D.E. Kline, and C.J. Gatchell, "Computer vision hardware system for automating rough mills of furniture plants", *Applications of Artificial Intelligence VIII*, SPIE, Bellingham, Wash., Vol. 1095, (1990), **776-787**.
- [46] R.W. Connors, T.H. Cho, C.T. Ng, and T.H. Drayer, "A machine vision system for automatically grading hardwood lumber", *Industrial Metrology*, Vol. 2, (1992), **317-342**.
- [47] G. Cross and A. Jain, "Markov Random Field texture models", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 5(1), (1983), **25-39**.
- [48] H.L. Cycon, W. Li, and S.A. Zahorian, "Stop consonant classification using wavelet packet transforms and a neural network", *Intelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks*. Vol 5, (1995), **733-738**.
- [49] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets*, CBMS-NSF regional conference series in applied mathematics 61. 2nd ed. Philadelphia: SIAM, (1992).
- [50] J.G. Daugman, "High confidence visual recognition of persons by a test of statistical independence", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 15(11), (1993), **1148-1161**.

-
- [51] L.S. Davis, M. Clearman, and J.K. Aggarwal, "Empirical evaluation of generalized cooccurrence matrices", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 3(2), (1981), **214-221**.
- [52] J. Davis and P. Wells, "Computed tomography measurements on wood", *Industrial Metrology*. Vol. 2, (1992), **195-218**.
- [53] H. Derin and W.S. Cole, "Segmentation of textured images using Gibbs random fields", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*. Vol. 35(1), (1986), **72-98**.
- [54] M. Desai, D.J. Shazeer, "Acoustic transient analysis using wavelet decomposition", *Proceedings of the IEEE Conference on Neural Networks for Ocean Engineering*. (1991), **29-40**.
- [55] H. Dickhaus, H. Heinrich, "Identification of high risk patients in cardiology by wavelet networks", *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology – Proceedings*. Vol. 3, (1996), **923-924**.
- [56] J.R. Dickens, D.A. Bender, and D.E. Bray, "A critical angle ultrasonic technique for the inspection of wood parallel to grain", *Wood and fiber science: Journal of the Society of Wood Science and Technology*. Vol. 28(3), 1996, **380-388**.
- [57] H. Dickhaus, H. Heinrich, "Classifying biosignals with wavelet networks", *IEEE Engineering in Medicine and Biology 15*, (1996), **103-110**.
- [58] Z. Dokur, T. Olmez, and E. Yazgan, "ECG waveform classification using the neural network and wavelet transform", *Proceedings of the First Joint BMES/EMBS*. Vol. 1, (1999), **273**.
- [59] Z. Dokur, T. Ölmez, and E. Yazgan "Comparison of discrete wavelet and Fourier transforms for ECG beat classification", *Electronics Letters*. Vol. 35(18), (1999), **1502-1505**.
- [60] D. Donoho, "Nonlinear wavelet methods for recovery of signals, densities, and spectra from indirect and noisy data", *Different Perspectives on Wavelets, Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*. Vol. 47, I. Daubechies ed. Amer. Math. Soc., Providence, R.I., (1993), **173-205**.
- [61] E.R. Dougherty, J.T. Newell, and J.B. Pelz, "Morphological texture-based maximum-likelihood pixel classification based on local granulometric moments based on local granulometric moments", *Pattern Recognition*. Vol. 25(10), (1992), **1181-1198**.
- [62] E. R. Dougherty, *An Introduction to Morphological Image Processing*, SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington (1992).
- [63] E.R. Dougherty and Y. Cheng, "Morphological pattern-spectrum classification of noisy shapes: exterior granulometries", *Pattern Recognition*. Vol. 28, (1995), **81-98**.
- [64] K. Englehart, B. Hudgins, P. Parker, and M. Stevenson, "Time-frequency representation for classification of the transient myoelectric signal", *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology – Proceedings*. Vol. 5, (1998), **2627-2630**.
- [65] B.K. Ersboll and K. Conradsen, "Automated grading of wood slabs: The development of a prototype system", *Industrial Metrology*. Vol. 2, (1992), **219-236**.
- [66] G. Evangelista, "Pitch-synchronous wavelet representations of speech and music signals", *IEEE Transactions on Signal Processing*. Vol. 41(12), (1993), **3313-3330**.
- [67] T.D. Faust, "Real-time measurement of veneer surface roughness by image analysis", *Forest Prod. Journal*. Vol. 37(6), (1987), **34-40**.
- [68] Wenyi Feng, Yingbai Yan, G. Huang, Guofan Jin, "Micro-optical multiwavelet element for hybrid texture segmentation processor", *Optical Engineering*. Vol. 37(1), (1998), **185-188**.
- [69] C. Flatman and E. Bodell, "Computerized lumber grader-optimizer system", *Proc. of the 3rd Inter. Conf. on Scanning Technology in Sawmilling*, Miller Freeman Pub., San Francisco, Calif., (1989), **1-14**.
- [70] J.B. Forrer, Dielectric Properties of Defects of Wood Surface (Nondestructive Evaluation, Moisture Detection, Pseudotsuga Menziesii), PhD Thesis, Oregon State University, (1996).

- [71] K.S. Fu, *Syntactic Pattern Recognition and Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, (1982).
- [72] K. Fukunaga, *Introduction to Statistical Pattern Recognitions*. Academic Press, NY, (1991).
- [73] M.M. Galloway, "Texture analysis using gray level run lengths", *Computer Graphics and Image Processing*. Vol. 4, (1975), **172-199**.
- [74] J. Ghosh, L. Deuser, and S.D. Beck, "A neural network based hybrid system for detection, characterization, and classification of short-duration oceanic signals", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. Vol. 17(4), (1992), **351-363**.
- [75] B. Gidas, A. Murua, "Classification and clustering of stop consonants via nonparametric transformations and wavelets", *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing – Proceedings*. Vol. 1, (1995), **872-875**.
- [76] Z. Gonghui, J.L. Starck, J. Campbell, and F. Murtagh, "The wavelet transform for filtering financial data streams", <<http://strule.cs.qub.ac.uk/~gzheng/financial-engineering/finpapermay99.html>>, [consulta: 19 feb. 2000] (1999).
- [77] M.H. Gross, R. Koch, L. Lippert, and A. Dreger, "Multiscale image texture analysis in wavelet spaces", *Proceedings of the IEEE International Conference Image Processing*. ICIP-94. Vol. 3, (1994), **412-416**.
- [78] G.P.P. Gunaratne, Q. Ezhou, and K. Christidis, "Ultrasonic feature extraction techniques for characterisation and quantification of scales in petroleum pipelines", *Proceedings of the IEEE Ultrasonics Symposium*. Vol. 1, (1998), **859-864**.
- [79] H. Hallock and L. Galiger, *Grading Hardwood Lumber by Computer*, Res. Pap. FPL 157. USDA Forest Serv., Forest Prod. Lab., Madison, (1971).
- [80] M.B. Han, *Nondestructive Evaluation of End-jointed Lumber using Ultrasonic Techniques (Lumber)*, PhD Thesis, Texas A&M University, (1993).
- [81] R.M. Haralick, K. Shanmugam, and I. Dinstein, "Textural features for image classification", *IEEE Transactions on Systems, Man, Cybern.* Vol. 3, (1973), **610-621**.
- [82] R.M. Haralick, "Statistical and structural approaches to texture", *Proc. 4th Int. Joint Conf. Pattern Recognition*. (1979), **45-69**.
- [83] H. Hassner and J. Sklansky, "The use of Markov Random Fields as models of texture", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*. Vol. 12, (1980), **357-370**.
- [84] S. Hatipoglu, S.K. Mitra, and N. Kingsbury, "Texture classification using dual-tree complex wavelet transform", *Seventh International Conference on Image Processing and its Applications*. Vol. 1, (1999), **344-347**.
- [85] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Maxwell MacMillan Canada, Inc., Don Mills, Ontario, (1994).
- [86] N. Hazarika, J. Zhu Chen, Ah Chung Tsoi, and A. Sergejew "Classification of EEG signals using the wavelet transform", *Signal Processing*. Vol. 59, (1997), **61-72**.
- [87] N. Hazarika, J.Z. Chen, A.C. Tsoi, A. Sergejew, "Classification of EEG signals using the wavelet transform", *International Conference on Digital Signal Processing, DSP*, Vol. 1 (1998) **89-92**.
- [88] A.J. Hofrman, C. Hoogenboezem, N.T. Van der Merwe, and J.A. Tolling, "Seismic buffer recognition using wavelet based features", *Proceedings of the IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. Vol. 3, (1998), **1333-1335**.
- [89] S. Holyen and A. Tengs, "Lumber grading with optical scanning devices", *Proc. 3rd Inter. Conf. on Scanning Technology in Sawmilling*, Miller Freeman Publication, San Francisco, (1989), **1-10**.
- [90] T. Hopper "Compression of grey-level fingerprint images" *In Wavelet applications, Proceedings of SPIE*. Vol. 2242, (1994), **180-187**.
- [91] R. Hu and M. Fahmy, "Texture segmentation based on a hierarchical Markov field model", *Signal Processing*. Vol. 26, (1992), **285-305**.

- [92] H. Hu and D. Limin, "A new method for automatic extraction of the voiced/unvoiced feature Chinese continuous speech using wavelet transform", *Proceedings of the Fourth International Conference on Signal Processing*. Vol. 1, (1998), **686-689**.
- [93] Q. Huang, M.R. Azimi-Sadjadi, B. Tian, and G. Dobeck "Underwater target classification using wavelet packets and neural networks", *IEEE International Conference on Neural Networks*. (1998), **177-182**.
- [94] J. Huang and H. Wechsler, "Eye detection using optimal wavelet packets and radial basis functions (RBFs)", *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Vol. 13(7), (1999), **1009-1025**.
- [95] F. Huang, W. Sun, and Y. Wang, "Adaptive wavelet neural network", *Tien Tzu Hsueh Pao/Acta Electronica Sinica*. Vol. 26(8), (1998), **143-145**.
- [96] H.A. Huber, C.W. McMillin, and J.P. McKinney, "Lumber defect detection abilities of furniture rough mill employees", *Forest Production Journal*. N. 35 (11/12), (1985), **79-82**.
- [97] B.B. Hubbard, *The world according to wavelets*, Wellesey, MA (USA): A K Peters, (1996).
- [98] Q. Huynh, L.N. Cooper, N. Intrator, and H. Shouval, "Feature extraction algorithm based on wavelet packet decomposition for heart sound signals", *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*. (1998), **93-96**.
- [99] K. Izzetoglu, A.M. Erkmén, F. Basaran, and S. Beksac, "Feature extraction from fetal blood flow Doppler ultrasound images using wavelet transforms", *Proceedings. 7th Mediterranean Electrical Conference*. Vol.3, (1994), **1131-1134**.
- [100] W.L. James, "Influence of electrode design on measurements of dielectric properties of wood", *Wood Science*. Vol. 13(4), (1981), **185-198**.
- [101] R. Jones and P. Soille, "Periodic lines: definition, cascades, and application to granulometries", *Pattern Recognition Letters*. Vol. 17(10), (1996), **1057-1063**.
- [102] P. Jonathon Phillips, "Matching pursuit filters applied to face identification", *IEEE Transactions on Image Processing*. Vol. 7(8), (1998), **1150-1164**.
- [103] I. Jouny and M. Kanapathipillai, "Neural network adaptive wavelet classification of radar targets", *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. Vol. 4, (1994), **1889-1891**.
- [104] G. Kaiser, *A Friendly Guide to Wavelets*. Boston: Birkhäuser, (1994).
- [105] M. Kanapathillai, I. Jouny, and P. Hamilton, "Adaptive wavelet representation and classification of ECG signals", *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society - Proceedings 16*. (1994), **1310-1311**.
- [106] D.A. Karras, "A multiclassifier approach in defect segmentation based on the wavelet transform", *Neural Network World*. Vol. 1, (1998), **99-113**.
- [107] S.A. Karkanis, G.D. Magoulas, D.A. Karras, and M. Grigoriadou, "Neural network based textural labeling of images in multimedia applications", *Proceedings of the 25th EUROMICRO Conference*. Vol. 2, (1999), **392-396**.
- [108] C.W. Kim, *Classification of Surface Defects on Wood Boards*, PhD Thesis, Purdue University, (1989).
- [109] C.W. Kim and A.J. Koivo, "Hierarchical classification of surface defects on dusty wood boards", *Pattern Recognition Letters*. Vol. 7, (1994), **713-721**.
- [110] E.A. King, "An operating defect detector", *Proc. in Electronics in the Sawmills*, North American Sawmill and PlywoodClinic, Portland, Oreg., (1979), **102-107**.
- [111] P. Klinkhachorn, R. Kothari, H.A. Huber, C.W. McMillin, K. Mukherjee, and V. Barnekov, "Prototyping an automated lumber processing system", *Forest Prod. Journal*, Vol. 35 (11/12), (1993), **79-82**.
- [112] A.J. Koivo, P. Klinkhachorn, and H.A. Huber, "Classification of surface defects on wood boards", *IEEE Inter. Conf. on Systems, Man and Cybernetics*. IEEE, New York, (1986), **1431-1436**.

- [113] A.J. Koivo and C.W. Kim, "Automatic classification of surface defects on red oak boards", *Forest Prod. Journal*. Vol.39(9), (1989), **22-30**.
- [114] M. Kolinova, A. Prochazcka, and M. Mudrova, "Adaptive FIR filter use for signal noise canceling", *Neural Networks for Signal Processing - Proceedings of the IEEE Workshop*. (1998) , **496-505**.
- [115] R. Kothari, P. Klinkhachorn, and H.A. Huber, "A neural network based histogrammic procedure for fast image segmentation", *Proc. 23rd Symp on System Theory*, IEEE, New York, (1991), **203-207**.
- [116] E. Kraus, H.J. Heijmans, and E.R. Dougherty, "Gray-scale granulometries compatible spatial scalings", *Signal Processing*. Vol. 34(1), (1993), **1-17**.
- [117] A. Kundu, G.C. Chen, and C.E. Persons, "Transient sonar signal classification using hidden Markov model and neural net", *Proceedings - ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 2*, (1994), **325-328**.
- [118] A. Laine and Jian Fan, "Texture classification by wavelet packet signatures", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 15(11), (1993), **1186-1191**.
- [119] J. Lampinen and S. Smolander, "Selforganising feature extraction in recognition of wood surface defects and color images", *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Vol. 10(2), 1996, **97-113**.
- [120] K. I. Laws, *Textured Image Segmentation*, Report 940, Image Processing Institute, Univ. of Southern California (1980).
- [121] S.C. Lee, G.S. Qian, J.B. Chen, and D.A. Hay, "Scanning logs for knots", *Proc. Of the 7th Scandinavian Conf. On Image Analysis*, Inter. Assoc. For Pattern Recognition , Surrey, UK. (1991), **513-520**.
- [122] S.W. Lee, C.H. Him, H. Ma, and Y.Y. Tang, "Multiresolution recognition of unconstrained handwritten numerals with wavelet transform and multilayer cluster neural network", *Pattern Recognition*, 29, (1996), **1953-1961**.
- [123] D. Legitimus and L. Schwab, "Experimental comparison between neural networks and classical techniques of classification applied to natural underwater transients identification", *Proceedings of the IEEE Conference on Neural Networks for Ocean Engineering*, (1991), **113-120**.
- [124] D. Legitimus and L. Schwab, "Natural underwater sounds identification by neural networks and classical techniques of classification", *Revue Technique Thomson - CSF* . Vol. 23(1), (1991), **161-184**.
- [125] S. Legendre, D. Massicotte, J. Goyette, and T.P. Bose, "Wavelet-transform-based method of analysis for Lambwave ultrasonic NDE signals", *Proceedings of the 16th IEEE Conference on Instrumentation and Measurement Technology*. Vol. 2, (1999), **860-865**.
- [126] R. Lepage, D. Laurendeau, and R. Gagnon, "Extraction of texture features with a multi-resolution neural network", *Applications of Artificial Neural Networks III*. SPIE - The Inter. Soc. for Optical Engineering, Bellingham, Wash. Vol. 1709, (1992), **64-75**.
- [127] C. Li, C. Zheng, and C. Tai, "Detection of ECG characteristic points using wavelet transforms", *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*. Vol. 42(1), (1995), **21-28**.
- [128] Z. Li, H. Huang, "New practical way for classifying lake-bottom sediment", *Xibei Gongye Daxue Xuebao/Journal of Northwestern Polytechnical University*. Vol. 16(3), (1998), **421-426**.
- [129] J. Liang and T.W. Parks, "A translation-invariant wavelet representation algorithm with applications", *IEEE Transactions on Signal Processing*. Vol. 44 (2) , (1996), **225-232**.
- [130] H. Liang and I. Hartimo, "Feature extraction algorithm based on wavelet packet decomposition for heart sound signals", *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*. (1998), **93-96**.
- [131] I.I. Lin and W.G. Rees, "Spatial texture in AirSAR images of the Greenland ice sheet", *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. (1994), **2385-2387**.
- [132] S.S. Liu and M.E. Jernigan, "Texture analysis and discrimination in additive noise", *Computer Graphics and Image Processing*. Vol. 49, 1990, **52-67**.

- [133] S. Livens, P. Scheunders, G. Van de Wouwer, D. Van Dyck, H. Smets, J. Winkelmans, and W. Bogaerts, "A texture analysis approach to corrosion image classification", *Microsc., Microanal., Microstruct.* N. 7(2), (1996), **143-152**.
- [134] L. Jun, Y. WenXian, and G. GuiRong, "Feature extraction for radar ship target recognition using compactly supported wavelets", *Proceedings of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference*. Vol.1, (1994), **66-73**.
- [135] C.S. Lu, and P.C. Chung, "Wold features for unsupervised texture segmentation", *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Pattern Recognition*. Vol. 2, (1998), **1689-1693**.
- [136] S.G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 11(7), (1989), **674-693**.
- [137] S.G. Mallat, "Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech Signal Process.* Vol. 37, (1989), **2091-2110**.
- [138] K.Z. Mao, K.C. Tan, and W. Ser, "Probabilistic neural network structure determination for pattern classification", *IEEE Transactions on Neural Networks*. Vol. 11(4), (2000), **1009-1016**.
- [139] D.J. Marceau, P.J. Howarth, J.M. Dobois, and D.J. Cratton, "Evaluation of the grey-level co-occurrence matrix method for land-cover classification using SPOT imagery", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. Vol. 28(4), (1990), **513-519**.
- [140] D. Maravall Gómez-Allende, *Reconocimiento de Formas y Visión Artificial*. RA-MA, Serie paradigma, (1993).
- [141] E. Marszalec, and M. Pietikainen, "Colour analysis for automated visual inspection of pine wood", *Machine Vision Applications in Industrial Inspection*, SPIE The International Soc. for Optical Engineering, Bellingham, Wash. (1993), **80-94**.
- [142] F.I. Marques Argoud, F. Mendes de Azevedo, and J.M. Neto, "Sidape: a proposal for automatic detection and classification of epileptiform events in electroencephalogram", *Critical Reviews in Biomedical Engineering*. Vol. 26(5), (1998), **437**.
- [143] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*, Wiley, New York (1975).
- [144] P.C. Matthews and B.H. Beech, *Method and apparatus for detecting timber defects*, United States Patent No. 3,976,384, (1976).
- [145] K.A. McDonald, *Lumber defect detection by ultrasonics*, Res. Pap. FPL-311. USDA Forest Serv., Forest Prod. Lab., Madison, Wis., (1978).
- [146] K.A. McDonald, "Defect detection in lumber: state of the art", *Forest Production Journal*. Vol. 31(1), (1981), **33-34**.
- [147] C.W. McMillin, "Application of automatic image analysis to wood science", *Wood Sci.* Vol. 14(3), (1982), **97-105**.
- [148] C.W. McMillin, R.W. Conners, and H.A. Huber, "ALPS – a potential new lumber processing system", *Forest Prod. Journal.*, vol. 34(1), (1984), **13-20**.
- [149] T. Moon and E. Merenyi, "Classification of hyperspectral images using wavelet transforms and neural networks", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. Vol. 2569/2, (1995), **725-735**.
- [150] S. Nadaud and J.F. Trouilhet, "Modelling and classification of acoustic pulse signals by wavelet networks", *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing – Proceedings*. Vol. 4, (1997), **3337-3340**.
- [151] G.P. Nason and B.W. Silverman, "The stationary wavelet transform and some statistical applications in Wavelets and Statistics", *Lecture Note in Statistics*, Springer-Verlag, (1995), **281-299**.

- [152] J.A. Nystuen and F.W. Garcia, "Sea ice classification using SAR backscatter statistics", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. Vol. 30(3), (1992), **502-509**.
- [153] T. Ojala, M. Pietikäinen, and O. Silven, "Edge-based texture measures for surface inspection", *Proc. in the 11th Inter. Conf. on Pattern Recognition*, IEEE, New York, (1992), **594-598**.
- [154] T. Ojala, M. Pietikäinen, and D. Harwood, "Performance evaluation of texture measures with classification based on Kullback discrimination of distributions" *Proceedings of the 12th International Conference On Pattern Recognition*. Vol. 1, Jerusalem, Israel, (1994), **582-585**.
- [155] T. Ojala, M. Pietikäinen, and J. Nisula, "Determining Composition of Grain Mixtures by Texture Classification Based on Feature Distributions", *Int. Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Vol. 10 (1), (1996) **73-82**.
- [156] G. Okimoto and D. Lemondst, "Principal component analysis in the wavelet domain: New features for underwater object recognition", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, Vol. 3710, (1999), **697-708**.
- [157] M.S. Packianather, and P.R. Drake, "Neural networks for classifying images of wood veneer", *Inter. Journal of Advanced Manufacturing Technology*. Vol. 16(6), (2000), **424-433**.
- [158] P. Palisson, N. Zegadi, F. Peyrin, and R. Unterreiner, "Unsupervised multiresolution texture segmentation using wavelet decomposition", *Proceedings of the IEEE International Conference Image Processing*. ICIP-94. Vol.3, (1994), **625-629**.
- [159] M.A. Patricio Guisado, *Métodos de Análisis de Texturas. Aplicación a un Sistema de Inspección Visual de Defectos en Pieles*, Trabajo Fin de Carrera, E.U. Informática, Univ. Politécnica de Madrid, (1991).
- [160] M.A. Patricio Guisado, *Sistema de Detección de Defectos en Pieles*, Trabajo Fin de Maestría en Tecnologías de la Información en Fabricación, Universidad Politécnica de Madrid, (1992).
- [161] M.A. Patricio Guisado and D. Maravall Gómez-Allende, "Segmentation of text and graphics/image using gray-level histogram fourier transform", *Proc. of the SSPR&SPR 2000, LNCS 1876*, Springer-Verlag, (2000), **757-766**.
- [162] M.A. Patricio Guisado and D. Maravall Gómez-Allende, "A novel concept: the connected elements histogram and its application to document binarization", *Proc of the IX Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*. Vol. I, (2001), **43-48**.
- [163] M.A. Patricio Guisado and D. Maravall Gómez-Allende, "Wood Texture Analysis by Combining the Connected Elements Histogram and Artificial Neural Networks", *Proc of the 6th International Work-conference on Artificial and Natural Neural Networks*, Lecture Notes on Computer Science 2085. Vol. II, Springer (2001), **160-169**.
- [164] M.A. Patricio Guisado and D. Maravall Gómez-Allende, "Segmentation of Digital Angiograms with the Connected Elements Histogram", *Second International Workshop on Pattern Recognition in Information Systems*, Alicante, (2002).
- [165] W. Patrick and F.L. Adrew, "Wavelet descriptions for multiresolution recognition of handprinted characters", *Pattern Recognition*. Vol. 28 (8), (1995), **1237-1249**.
- [166] D. Penman, O. Olsson, and C. Bowman, "Automatic inspection of reconstituted wood panels for surface defects", *Proc. of the SPIE – The Inter. Society for Optical Engineering*. Vol. 1823, (1992), **284-292**.
- [167] J.C. Pesquet, H. Krim, and H. Carfantan, "Time invariant orthonormal wavelet representations", *IEEE Transactions on Signal Processing*, (1996).
- [168] R. Pfisterer and F. Aghdasi, "Detection of masses in digitized mammograms", *Proceedings of the South African Symposium on Communications and Signal Processing, COMSIG*, (1998), **115-120**.
- [169] D.T. Pham and R.J. Alcock, "Automated visual inspection of birch wood boards", *IEE Colloquium on Artificial Intelligence in Manufacturing*, Digest No.1997/060) IEE, London, UK, (1997), **1-4**.
- [170] D.T. Pham and R.J. Alcock, "Recent advances in intelligent inspection of woods boards", *13th Inter. Conf. on Applications of Artificial Intelligence in Engineering*, Computational Mechanics Publications, Southampton, UK, (1998), **105-108**.

-
- [171] D.T. Pham and R.J. Alcock, "Automated visual inspection of wood boards: selection of features for defect classification by a neural network", *Proc. of Institution of Mechanical Engineers*, vol. 213, no. E4, (1999), **231-245**.
- [172] S. Phuvan, "Texture characterization using polyfractal measure", *Neural Networks . IEEE World Congress on Computational Intelligence. Vol.4*, (1994), **2394-2399**.
- [173] S. Pittner, *Dyadic Orthonormal Wavelet Bases and Related Possibilities of One-Dimensional Signals*, PhD thesis, Viena Univ. of Technology, (1994).
- [174] S. Pittner and S.V. Kamarthi, "Feature Extraction From Wavelet Coefficients for Pattern Recognition Tasks", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 21(1)*, (1999), **83-88**.
- [175] W. Polzleitner, "A hough transform method to segment images of wooden boards", *Proc. of the 8th Inter. Conf. on Pattern Recognition*, IEEE, New York, (1986), **262-264**.
- [176] W. Polzleitner, *Algorithms for the Classification of Profiled Boards by Real-time Computer Vision*, PhD Thesis, Technische Universitaet Graz (Austria), (1989).
- [177] W. Polzleitner and G. Schwingshagl, "Real-time classification of wooden boards", *High-Speed Inspection Architectures, Barcoding and Character Recognition. SPIE – The Inter. Soc. for Optical Engineering*, Bellingham, Wash. Vol.1384, (1990), **38-49**.
- [178] W. Polzleitner and G. Schwingshagl, "Realtime surface grading of profiled wooden boards", *Industrial Metrology*, 2, (1992), **283-298**.
- [179] W.E. Polakowski, D.A. Cournoyer, S.K. Rogers, M.P. DeSimio, D.W. Ruck, J.W. Hoffmeister, and R.A. Raines, "Computer-aided breast cancer detection and diagnosis of masses using difference of Gaussians and derivative-based feature saliency", *IEEE Transactions on Medical Imaging. Vol.16(6)*, (1997), **811-819**.
- [180] R. Polikar, L. Udpa, S.S. Udapa, and T. Taylor, "Frequency invariant classification of ultrasonic weld inspection signals", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. Vol 45(3)*, (1998), **614-624**.
- [181] A. Prochazka and M. Storek, "Wavelet transform use for signal classification by self-organizing neural networks", *IEE Conference Publication 409*, (1995), **295-299**.
- [182] A. Rakotomamonjy, B. Migeon, and P. Marche, "Automated neural network detection of wavelet preprocessed electrocardiogram late potentials", *Medical & Biological Engineering & Computing. Vol. 36(3)*, (1998), **346-350**.
- [183] T. Randen and J.H. Husoy, "Filtering for texture classification: A comparative study", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 21(4)*, (1999), **291-310**.
- [184] Reissell, "Multiresolution Geometric Algorithms Using Wavelets I: Representation for Parametric Curves and Surfaces" *UBC TR 93-17*, **33**
- [185] O. Rioul and M. Vetterli, "Wavelets and signal processing", *IEEE Signal Processing Magazine. October* (1991), **14-38**.
- [186] M.C. Robini, I.E. Magnin, H Benoit-Cattin, and A. Baskurt, "Two-dimensional ultrasonic flaw detection based on the wavelet packet transform", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. Vol. 44(6)*, (1997), **1382-1394**.
- [187] H.L. Rufiner and J.C. Goddard, "Method of wavelet selection in phone recognition", *Midwest Symposium on Circuits and Systems. Vol. 2*, (1997), **889-891**.
- [188] D.E. Rumelhart and J.L. McClelland, *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, Vols I y II*. MIT Pres, (1986).
- [189] G. Saevarsson, J.R. Sveinsson and J.A. Benediktsson, "Wavelet-package transformation as a preprocessor of EEG waveforms for classification", *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology – Proceedings. Vol. 3*, (1997), **1305-1308**.

- [190] N. Saito, *Local Feature Extraction and its Applications Using a Library of Bases*. Ph.D. thesis, Yale University, New Haven, (1994).
- [191] N. Saito and R.R. Coifman, "Local discriminant bases and their applications", *Journal in Mathematical Imaging and Vision*. Vol. 5 (4), (1995), **337-358**.
- [192] C. Sales, J.P. Lego, J. Ciccotelli, J.P. Mercier, and R. Bussy, "Recent advances in visual scanning: application to board edging, cross-cutting and to visual grading", *Proc. of the 9th Wood Machining Seminar*, Forest Prod. Lab., Univ. Of Calif., Berkeley, (1988), **139-153**.
- [193] R. Schalkoff, *Pattern Recognition: Statistical, Structural and Neural Approaches*. John Wiley & Sons, NY, (1992).
- [194] P. Schumacher and J. Zhang, "Texture classification using neural networks and discrete wavelet transform", *Proceedings of the IEEE International Conference Image Processing. ICIP-94*, Vol.3, (1994), **903-907**.
- [195] P. Scheunders, S. Livens, G. Van de Wouwer, P. Vautrot, and D. Van Dyck, "Wavelet-based texture analysis", *Proceedings of the International Journal Computer Science and Information management*, (1997).
- [196] J. Serra (ed.), *Image Analysis and Mathematical Morphological, Part II: Theoretical Advances*, Academic Press, London (1988).
- [197] J. Serra and L. Vincent, "An overview of morphological filtering", *Circuits Systems Signal Process*, Vol. 11, No. 1 (1992) **47-108**.
- [198] J. Serrano, A. Lazaro, and J.P. Oria, "Ultrasonic inspection of foundry pieces applying wavelet transform analysis", *IEEE International Symposium on Intelligent Control – Proceedings*. (1999), **375-380**.
- [199] Y. Sheng, "Wavelet transform", In: *The transforms and application handbook*. Ed. by A. D. Poularikas. Boca Raton, FL (USA): CRC Press, (1996), **747-827**.
- [200] O. Silven and H. Kauppinen, "Recent developments in wood inspection", *Inter. Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Vol. 10(1), (1996), **83-95**.
- [201] J.S. Smokelin, "Wavelet feature extraction for image pattern recognition", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. Vol. 2751, (1996), **110-121**.
- [202] P.J. Sobey, and E.C. Semple, "Detection and sizing visual features in wood using tonal features and a classification algorithm", *Pattern Recognition*, Vol. 22(4), (1989), **367-380**.
- [203] P.J. Sobey, "Automatic optical grading of timber", *Optics in Agriculture*. SPIE – The Inter. Soc. for Optical Engineering, Bellingham, Wash. Vol. 1379, (1990), **168-179**.
- [204] J.L. Starck, F. Murtagh, and A. Bijaoui, *Image and Data Analysis: The Multiscale Approach*. Cambridge University Press, (1998).
- [205] V.V. Starovoitov and S.Y. Jeong, "Texture periodicity detection: features, properties, and comparisons", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*. Vol. 28(6), (1998), **839-849**.
- [204] P.H. Steele, L. Kumar and R. Shmulsky, "Differentiation of knots, distorted grain, and clear wood by radio-frequency", *Forest Products Journal*, Vol. 50(3), (2000), **58-62**.
- [207] G. Strang, "Wavelet transforms vs. Fourier transforms", *Bulletin of the American Mathematical Society*. Vol. 28(2), (1993), **288-305**.
- [208] J.R. Sveinsson, J.A. Benediktsson, and O. Hilmarsson, "Feature extraction for neural network classifiers using wavelets and tree structured filter banks", *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. Vol. 2, (1997), **1026-1028**.
- [209] M. Swiercz, Z. Mariak, J. Lewko, K. Chojnacki, A. Kozłowski, and P. Piekarski, "Neural network technique for detecting emergency states in neurosurgical patients", *Medical & Biological Engineering & Computing*. Vol. 36(6), (1998), **717-722**.
- [210] H. Szu, Y. Sheng, and J. Chen, "Wavelet transform as a bank of the matched filters", *Applied Optics*. Vol. 31(17), (1992), **3267-3277**.

- [211] H.H. Szu, "Review of wavelet transforms for pattern recognitions", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. Vol. 2762, (1996), **2-22**.
- [212] R. Szymani, "An overview of scanning technology in sawcutters", *Proceedings of the International Conference on Scanning Technology in Sawmilling*, San Francisco, (1985), **1-33**.
- [213] S.N. Talbar, R.S. Holambe, and T.R. Sontakke, "Supervised texture classification using wavelet transform", *International Conference on Signal Processing Proceedings, ICSP*. Vol. 2, (1998), **1177-1180**.
- [214] Y.Y. Tang, H. Ma, J. Liu, B. Li, and D. Xi, "Character recognition based on Doubechies wavelet", *In Proc. 1st Int. Conf. on Multimodal Interface, Beijing, China*, (1996), **215-220**.
- [215] T.N. Tan, "Noise robustness of texture features", *Image and Vision Computing*. Vol. 15(11), (1997), **815-817**.
- [216] Y.Y. Tang, B. Li, H. Ma, and J. Liu, "Ring projection wavelet fractal signatures: A novel approach to feature extraction", *IEEE Trans. on Circuits and Systems II*, (1998).
- [217] Y.Y. Tang, B. L.H. Yang, and J. Liu, "Contour detection of handwriting by modular-angle-separated wavelets", *In Proc. of the 6th Inter. Workshop on Frontiers of Handwriting Recognition*, Taejon, Korea, (1998), **357-366**.
- [218] S. Tatari and W. Haettich, "Automatic recognition of defects in wood", *Advances in Image Processing. SPIE*, The International Soc. for Optical Engineering, Bellingham, Wash. Vol. 804, (1987), **229-236**.
- [219] I.N. Tnasel, C. Mekdeci, O. Rodriguez, and B. Urangun, "Monitoring drill conditions with wavelet based encoding and neural networks", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. Vol. 33(4), (1993), **559-575**.
- [220] F. Tomita, Y. Shirai, and S. Tsuji, "Description of textures by a structural analysis", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 4, (1982) **183-191**.
- [221] J. Toonstra and W. Kinsner, "Radio transmitter fingerprinting system ODO-1", *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. Vol. 1, (1996), **60-63**.
- [222] P. Topiwala and C. Teng, "Wavelet radar target classification", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. Vol. 2491/1, (1995), **420-428**.
- [223] G.I. Torgovnikov, *Dielectric Properties of Wood and Wood-Based Materials*, Springer-Verlag, New York, (1993).
- [224] L.J. Tung, B.W. Kwan, and G.C. Denny, "Discrete voice recognition system based on wavelet transform technique and neural network approach", *Intelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks*. Vol. 3, (1993), **449-454**.
- [225] M. Unser, "Sum and difference histograms for texture classification", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 8, (1986), **118-125**.
- [226] M. Unser, "Texture discrimination using wavelets", *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. (1993), **640-641**.
- [227] M. Unser, "Texture classification and segmentation using wavelet frames", *IEEE Transactions on Signal Processing*. Vol. 4(11), (1995), **1549-1560**.
- [228] E. De Ves, M.E. Diaz, G. Ayala, J. Domingo, and A. Simo, "Robust descriptors of binary shapes with applications", *International Journal of Computer Vision*. Vol. 34(1), (1999), **5-17**.
- [229] A. L. Vickers and J.W. Modestino, "A maximum likelihood approach to texture classification", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 4, (1982), **61-68**.
- [230] F.M. Vlnrotter, R. Nevatia, and K.E. Price, "Structural analysis of natural textures", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 8, (1986) **76-89**.
- [231] L.G. Weiss, "Wavelets and wideband correlation processing", *IEEE Signal Processing Magazine*, January (1994), **13-32**.

- [232] J.S. Weszka, C.R. Dyer, and A. Rosenfeld, "A comparative study of texture measures for terrain classification" *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*. Vol. 6(4), 1976, **269-285**.
- [233] V. Wickerhauser, "Acoustic signal compression with wavelet packets", in *Wavelets: a tutorial in theory and applications*, Academic Press, San Diego, (1992), **679-700**.
- [234] V. Wickerhauser, *Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software*. AK Peters, Boston, (1994).
- [235] C.S. Won and H. Derin, "Unsupervised segmentation of noisy and textured images using Markov Random Fields", *Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Graphical Models and Image Processing*. Vol. 54(4), (1992), **308-328**.
- [236] P. Wunsch, "Wavelet descriptors for multiresolution recognition of handprinted characters", *Pattern Recognition*. Vol. 28, No 8 (1995), **1237-1249**.
- [237] R.P. Würtz, "Object recognition robust under translations, deformations, and changes in background", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 19(7), (1997), **3313-3330**.
- [238] J. Yao, Q. Gan, X.D. Zhang, and J. Li, "Pruning algorithm in wavelet neural network for ECG signal classification", *IEEE Second Workshop on Multimedia Signal Processing*, (1998), **221-226**.
- [239] E. Young, "The use of linescan cameras and a DSP processing system for high speed wood inspection", *Proc. of the SPIE – The Inter. Society for Optical Engineering*, vol. 2597, (1995), **259-264**.
- [240] X. Yu, D.J. Gong, C. Osborn, and D. Dent, "Wavelet multiresolution and neural network system for BCG signal analysis", *IEEE Region 10 Annual International Conference, Proceedings/TENCON*. Vol. 2 (1996) **491-495**.
- [241] X. Zhang, J. Wang, and L. Lin, "Wavelet transform based spectrum analysis", *International Conference on Signal Processing Proceedings, ICSP*. Vol. 1, (1996), **287-290**.
- [242] X. Zhang, Z. Zhuang, and G. Guo, "Radar target recognition using wavelet transform and information fusion", *International Conference on Signal Processing Proceedings, ICSP*. Vol. 1, (1996), **355-358**.
- [243] Y. Zhang, L. Jiao, and S. Hu, "Efficient method of target classification", *International Conference on Signal Processing Proceedings, ICSP*. Vol. 2, (1998), **1181-1184**.
- [244] C. Zhang, S. Murai, and E.P. Baltsavias, "Road network detection by mathematical morphology", *Bulletin - Societe Francaise de Photogrammetrie et de Teledetection 153*, (1999), **94-97**.
- [245] Z. Zhang, "Feature-based facial expression recognition: sensitivity analysis and experiments with a multilayer perceptron", *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, Vol. 13(6), (1999), **893-911**.
- [246] T. Zhang, F. Yang, and Q. Tang, "Automatic detection and classification of epileptic waves in EEG-A hierarchical multi-method integrated approach", *Weixi Jiagong Jishu/Microfabrication Technology*. Vol. 1, (1998), **1-11**.
- [247] D. Zhu and A.A. Beex, "Robust spatial auto-regressive modelling for hardwood log inspection", *Journal of Visual Communication and Image Representation*. Vol. 5(1), (1994), **41-51**.
- [248] D. Zhu, R.W. Connors, D.L. Schmltdt, and P.A. Araman, "A prototype vision system for analysing CT imagery of hardwood logs", *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics. Part B – Cybernetics*. Vol. 26(4), (1996), **522-532**.