

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES**

**ANÁLISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS
DE CONTROL DE PROCESOS
BASADOS EN LÓGICA BORROSA**

TESIS DOCTORAL

**FERNANDO MATÍA ESPADA
Ingeniero Industrial por la E.T.S.I.I. de Madrid**

1994

DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA, INGENIERÍA
ELECTRÓNICA E INFORMÁTICA INDUSTRIAL
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES

T. 322

1994

EJEMPLAR OFICIAL

**ANÁLISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS
DE CONTROL DE PROCESOS
BASADOS EN LÓGICA BORROSA**

Autor

D. FERNANDO MATÍA ESPADA
Ingeniero Industrial por la E.T.S.I.I. de Madrid

Directores de la Tesis:

D. AGUSTÍN JIMÉNEZ AVELLO
Dr. Ingeniero Industrial

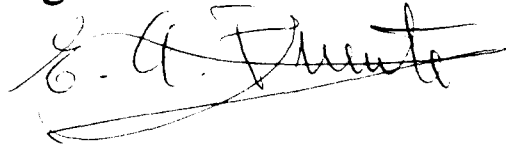
D. RAMÓN GALÁN LÓPEZ
Dr. en Informática

R. 322

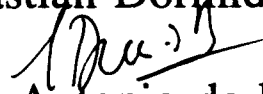
1994

TRIBUNAL

Presidente: D. Eugenio Andrés Puente



Vocales: D. Sebastián Dormido Bencomo



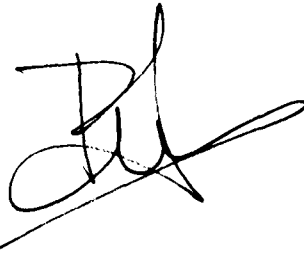
D. Juan Antonio de la Puente
Alfaro



D. ~~Juan María Pérez Oria~~



Vocal Secretario: D. Ricardo Sanz Bravo



Calificación:

CALIFICACION OBTENIDA

ΔPTO CUM LAUDE POR UNANIMIDAD

A todos los que desde un principio creísteis en mí y me seguís dirigiendo la palabra, a pesar de saber que me dedico a cosas como la lógica borrosa. Habéis conseguido que al final haya merecido la pena.

Madrid, Mayo de 1994.

RESUMEN

El objetivo de esta Tesis es profundizar en el análisis de los Sistemas de Control Borroso, con el fin de desarrollar una metodología que facilite el diseño de este tipo de sistemas. La razón de emplear la lógica borrosa como técnica reside en que la mayoría de los problemas reales que aparecen en el control de procesos industriales tienen un alto contenido en vaguedad e incertidumbre. La lógica borrosa permite abordar problemas definidos en términos lingüísticos, y por tanto imprecisos, donde los datos están expresados en términos cualitativos. De esta forma, es posible plantear el problema en los mismos términos en los que lo haría un experto humano.

Si bien existen numerosas aplicaciones en control de procesos de la lógica borrosa, no existe una metodología que permita independientemente de las características del proceso, configurar el sistema de control. Hasta el momento los resultados más satisfactorios se han obtenido de manera empírica. El desarrollo de este trabajo pretende ofrecer una solución metódica al diseño de sistemas de control borroso.

Se abarcan casi todos los aspectos relativos al diseño, desde la construcción de la tabla de reglas, su ajuste y posterior calibración, hasta temas de modelado, análisis dinámico y supervisión. Por último, se presenta una herramienta de desarrollo que permite construir cómodamente módulos de control borroso.

ABSTRACT

The main goal of this Thesis is to research on the analysis of Fuzzy Control Systems in order to develop a design methodology. The use of fuzzy logic as technique is justified because the most actual problems in industrial process control have a lot content in vagueness and uncertainty. Fuzzy logic allows to cope with problems defined by using linguistic statements, where data are expressed in qualitative terms. By the way, it is possible to formulate the problem in the same way as the human expert does.

Although there exist a lot of fuzzy logic applications in process control, it does not exist a methodology to configure the control system independently from the process behavior. At present the most successful results have been reached empirically. This work tries to present a methodic solution to fuzzy control systems design.

Almost all topics related with design are commented, the building of the table of rules, it adjust and later calibration, modelling, dynamic analysis and supervision. Finally, we present a development tool which allows to build easily fuzzy control modules.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Capítulo 1			INTRODUCCIÓN	1
1.1	Tema de la Tesis			3
	1.1.1 Marco de la Tesis			3
	1.1.2 Importancia de la Tesis			4
	1.1.3 Cobertura de la Tesis			4
1.2	Objetivos de la Tesis			5
	1.2.1 Estado del Arte			5
	1.2.2 Estructura Interna			6
	1.2.3 Análisis Dinámico			8
	1.2.4 Diseño			8
	1.2.5 Aplicaciones			9
1.3	Medios para la Realización de la Tesis			10
Capítulo 2			LÓGICA BORROSA	13
2.1	Origen			15
2.2	Lógica			16
2.3	Conjuntos Borrosos			19
2.4	Operaciones entre Conjuntos Borrosos			23
2.5	Propiedades de los Operadores Lógicos			28
2.6	Otras Operaciones			30
2.7	Números Borrosos			31
2.8	El Principio de Extensión			33
2.9	El Álgebra de Números Borrosos			34
2.10	Relaciones Borrosas			35
2.11	Razonamiento con Incertidumbre			38
2.12	Utilidad de la Lógica Borrosa			41
Capítulo 3			CONTROL BORROSO	43
3.1	Controladores Borrosos			45
	3.1.1 El Modelo de Controlador			45
	3.1.2 Borrosificación			47
	3.1.3 Planteamiento de las Reglas			49
	3.1.4 Selección de Reglas			50
	3.1.5 Aplicación de Reglas. Conclusión Borrosa.			52
	3.1.6 Desborrosificación. Conclusión numérica.			53
3.2	Aspectos de Diseño			54
	3.2.1 Simplificación del Modelo Lingüístico			54
	3.2.2 Otros Tipos de Controladores			55
	3.2.3 Construcción de la Tabla de Reglas			56
	3.2.4 Configuración			56
	3.2.5 Control fino			58

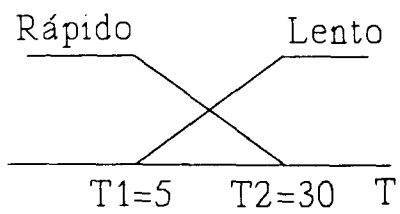
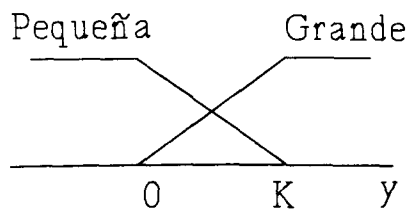
	3.2.6 Interpolación Trapezoidal	58
3.3	Control Adaptativo	59
	3.3.1 Algoritmos de Supervisión	61
	3.3.2 Controladores Auto-Organizados	63
	3.3.3 Supervisores Borrosos	65
3.4	Estabilidad	65
	3.4.1 Análisis Lingüístico	67
	3.4.2 Criterio del Círculo	67
	3.4.3 Criterio de Conicidad	69
	3.4.4 Análisis Geométrico	71
	3.4.5 Índices de Estabilidad y Robustez	72
	3.4.6 Estabilidad de Sistemas Discretos	75
3.5	Aplicaciones	76
Capítulo 4	ESTRUCTURA INTERNA	79
4.1	Tipos de Controladores	81
4.2	Controlador Lineal por Tramos	82
4.3	Haciendo Inferencia	83
4.4	Otros Casos Lineales	84
4.5	Funciones no Lineales	86
4.6	Caso Trapezoidal	88
4.7	Funciones Bilineales	89
4.8	Cálculo del Mapa de Inferencia	90
4.9	Obtención de un Mapa Bilineal	96
4.10	Sistemas de Control Normalizados	97
4.11	Puntos Maestros	98
4.12	Solapamiento entre Conjuntos Borrosos	99
4.13	Descomposición de la Falta de Linealidad	101
4.14	La Función de Contraste	101
4.15	Primera y Segunda Formas Canónicas	103
4.16	Obtención del Conocimiento	104
4.17	Elección de Funciones de Pertenencia	106
4.18	Conclusión	106
Capítulo 5	AJUSTE Y CALIBRACIÓN	109
5.1	Equivalencia SCB-PID	111
5.2	Obtención de un Controlador Proporcional	111
5.3	Aumentando la Dificultad: un Controlador PI	114
5.4	Caso General: Control PID	116
5.5	Otras Consideraciones	117
5.6	Linealización de un Controlador FP	120
5.7	Caso Bilineal	122
5.8	Ejemplo	123
5.9	Medidas de Calibración	126
5.10	Cantidad de Información	127
5.11	Enfoque Lingüístico	127
5.12	Diagramas de Densidad	128
5.13	Enfoque Funcional	131
5.14	Función de Similitud	131

5.15	Análisis Estadístico	133
5.16	Medidas de Borrosidad	134
5.17	Conclusión	134
Capítulo 6	ANÁLISIS DINÁMICO	137
6.1	Modelado Borroso	139
	6.1.1 Modelo de Mamdani	139
	6.1.2 Modelo de Sugeno	139
	6.1.3 Modelo de Dinámica Borrosa	140
	6.1.4 Concepto de Función de Transferencia	142
	6.1.5 Identificación de Sistemas Físicos	142
	6.1.6 El Principio de Equivalencia	143
	6.1.7 Asociación de Bloques	145
	6.1.8 Ejemplo de Modelado	146
6.2	Análisis Dinámico	148
	6.2.1 Sistemas de Primer Orden	148
	6.2.2 Sistemas de Segundo Orden	151
	6.2.3 Polos y Ceros Adicionales	155
	6.2.4 Estabilidad	156
6.3	Sistemas Realimentados	157
6.4	Conclusión	158
Capítulo 7	DISEÑO DE CONTROLADORES	159
7.1	Estrategias de Diseño	161
7.2	Diseño por Equivalencia con PIDs	161
	7.2.1 Método empírico para el ajuste de PIDs	162
	7.2.2 Obtención de un SCB lineal	163
	7.2.2.1. Ejemplo de Aplicación Industrial	164
	7.2.2.2. Diseño de un Controlador FP	166
	7.2.2.3. Diseño de un Controlador FPI	168
	7.2.3 Autoajuste de Controladores	170
	7.2.3.1. Modelo del Controlador	171
	7.2.3.2. El Método FACE	172
	7.2.3.3. Selección de Funciones de Lyapunov	173
	7.2.3.4. Ejemplos	175
7.3	Diseño por Síntesis Indirecta	176
	7.3.1 Lugar de las Raíces Deslizante	176
	7.3.2 Sistemas Realimentados Lineales	177
	7.3.3 Ejemplo: El Péndulo Invertido	178
	7.3.4 Sistemas Realimentados Borrosos	180
	7.3.5 Consideraciones Finales	183
7.4	Conclusiones	184
Capítulo 8	APLICACIONES	187
8.1	Introducción	189
8.2	Aplicación al Control de Hornos de Clinker	189
	8.2.1 El Proyecto CONEX	190
	8.2.2 La Arquitectura CONEX	191
	8.2.3 Control Directo	194

	8.2.4 Servicios de Control	195
	8.2.5 Funcionamiento en Tiempo Real	196
	8.2.6 Aplicación en la Industria del Cemento	197
8.3	Aplicación a Validación de Datos	197
	8.3.1 El Proyecto HINT	197
	8.3.2 Representación del Conocimiento y Lógica Borrosa	198
	8.3.3 Técnicas de Validación	199
	8.3.4 Características de los Sensores (ICS)	200
	8.3.5 Fórmulas de Cálculo (ICE)	200
	8.3.6 Filtrado Individual (ICF)	200
	8.3.7 Histogramas (ICH)	202
	8.3.8 Razonamiento Basado en Reglas (CCR)	203
	8.3.9 Restricciones Borrosas (CCC)	204
	8.3.10 Propagación de Confianzas	205
	8.3.11 Integración de Confianzas	207
8.4	Herramientas de Desarrollo	208
	8.4.1 El Proyecto MICS	209
	8.4.2 La Herramienta	211
	8.4.3 La Arquitectura	212
	8.4.4 El Módulo en Línea	213
	8.4.5 El Shell	215
	8.4.5.1. Introducción a la Herramienta	216
	8.4.5.2. Gestión de Usuarios	217
	8.4.5.3. Gestión de Bases de Conocimiento	217
	8.4.5.4. Edición de Variables	218
	8.4.5.5. Edición de Grupos de Reglas	220
	8.4.5.6. Edición de Restricciones	221
	8.4.5.7. Gestión del Portapapeles	222
	8.4.5.8. Selección de Operadores Lógicos	222
	8.4.5.9. Servicios de Control	222
	8.4.6 La Herramienta de Acceso	223
	8.4.7 Bases de Conocimiento	224
	8.4.8 Portabilidad del Software	226
8.5	Conclusión	227
Capítulo 9		CONCLUSIÓN 229
9.1	Objetivos Alcanzados	232
9.2	Desarrollos Futuros	233

APÉNDICES

REFERENCIAS	237
BIOGRAFÍA DEL AUTOR	245



1

INTRODUCCIÓN

«Por algo inventó el docente la tesis académica como su principal contribución a la forma literaria. La tesis es la mejor imagen de su mundo: realizada con el propósito de hacer un trabajo irreprochablemente concienzudo, impecablemente laborioso, con perfección irresponsable»

McLeigh

«¡Por Dios!, dejad de investigar un rato y comenzad a pensar»

Moberly

La investigación en el campo de la lógica borrosa aplicada al control de procesos se encuentra en la actualidad en una fase de interés creciente, lo que convierte automáticamente en relevante todo logro que se consiga para establecer una metodología en su aplicación.

Al mismo tiempo es de destacar el gran interés del *Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial* de la Universidad Politécnica de Madrid en la obtención de resultados en este campo, al estar estrechamente relacionado con varios proyectos en los que se encuentra trabajando. Esto ha facilitado, sin duda, la elaboración de este trabajo.

Finalmente, tras cuatro años de trabajo, se ha alcanzado un grado de formación que hace albergar interesantes perspectivas en cuanto al aprovechamiento positivo de sus resultados.

1.1 Tema de la Tesis

1.1.1 Marco de la Tesis

La Tesis se enmarca en el ámbito científico del control de procesos industriales, con el empleo de tecnología basada en Lógica Borrosa, una técnica que genera actualmente más de 6000 artículos al año en todo el mundo.

Si bien la mayoría de los problemas que se plantean en la vida cotidiana [ACM 84] han sido resueltos matemática y tradicionalmente utilizando lógica clásica, esto ha sido debido a la necesidad de buscar un planteamiento simplificado de los mismos, que redujese el costo de cálculo. Sin embargo esto conduce, en bastantes casos, a la pérdida de información interesante y, consecuentemente, a la obtención de resultados erróneos o incompletos. Los problemas reales, por el contrario, tienen un alto contenido en vaguedad e incertidumbre, lo que conlleva a la necesidad de utilización de métodos numéricos radicalmente diferentes.

El origen de la lógica borrosa hay que buscarlo necesariamente en la aparición de la teoría de conjuntos borrosos. El primer paso hacia el razonamiento con incertidumbre fue dado por el investigador de origen soviético Lotfi A. Zadeh con la publicación de los primeros artículos sobre el tema [Yager 87].

En particular, la lógica borrosa, y al contrario que otras formas de razonamiento, intenta abordar problemas definidos en términos lingüísticos, y por tanto imprecisos, donde los datos están expresados en términos cualitativos.

La principal ventaja de utilizar términos lingüísticos reside en que permite plantear el problema en los mismos términos en los que lo haría un experto humano. Pero en realidad,

Introducción

el empleo de las lógicas borrosa y clásica, es función directa del problema a resolver.

Desde las primeras ideas formalizadas de la Lógica Borrosa en los años 60, se ha venido intentando con mayor o menor éxito la aplicación de esta rama de la lógica al Control de Procesos.

Así es posible dar referencias sobre numerosos trabajos relacionados con aplicaciones industriales de la lógica borrosa. En concreto, podemos citar aplicaciones al control como el control de hornos de clinker de cemento, control de procesos de purificación de agua, control del tráfico, conducción automática de vehículos, sistemas de aire acondicionado, imagen y sonido, etc. Otras, como información lingüística y toma de decisiones, problemas matemáticos (interpolación, optimización), reconocimiento de patrones, hardware, pueden tener en ocasiones aplicación también a control.

1.1.2 Importancia de la Tesis

Si bien existen numerosas aplicaciones en control de procesos de las tecnologías basadas en lógica borrosa, en ningún caso existe una metodología que permita, independientemente de las características del proceso, configurar el sistema de control. Hasta el momento los resultados más satisfactorios se han obtenido de manera empírica.

El desarrollo de este trabajo pretende ofrecer una solución metódica al diseño de sistemas de control borroso. La consecución feliz de este objetivo permite disponer de una herramienta indispensable, que ayude a los operadores de planta e ingenieros de proceso a obtener garantías desde el punto de vista de control, sin tener excesivos conocimientos de diseño. De esta forma se posibilita el paso de la sencilla representación lingüística del conocimiento del experto a un más o menos complejo algoritmo de control que cumpla ciertos requisitos de comportamiento dinámico.

La presente Tesis pretende servir de ayuda en el control de procesos difíciles de automatizar pero que son controlados fácilmente por operadores humanos, procesos con incertidumbre, poco definidos, procesos en los que resulta complicada la estimación de sus parámetros, sistemas complejos, no lineales, de orden elevado, variantes con el tiempo, con medidas imprecisas de las variables a controlar (procesos biológicos, reacciones químicas complejas), o cuando los sensores no son fiables.

1.1.3 Cobertura de la Tesis

Este trabajo pretende abarcar todos los aspectos relativos al diseño de sistemas de control de procesos basados en lógica borrosa. Ello incluye desde la construcción de la tabla de reglas, de forma que no sólo venga determinada por las características del proceso y sea configurada por el experto, sino que también cumpla algunas normas elementales que garanticen propiedades como completitud, consistencia y robustez, hasta la configuración de los diferentes parámetros de los que intervienen en el controlador.

Introducción

Se tratan también temas de supervisión dinámica de este tipo de sistemas, en los que tradicionalmente se ha venido empleando un módulo encargado de incorporar la función de autoaprendizaje, o bien se han empleado esquemas que se adaptan a las características de un supervisor borroso.

Por último, se estudia la viabilidad de obtener resultados en el campo de la dinámica dado que los trabajos existentes en la actualidad son pocos, y los existentes no dan una solución global al problema.

1.2 Objetivos de la Tesis

El objetivo principal de esta Tesis es profundizar en el análisis de los Sistemas de Control Borroso (SCB), con el fin de desarrollar una metodología que facilite el diseño de este tipo de sistemas. El contenido se refleja en los siguientes apartados.

1.2.1 Estado del Arte

Los capítulos 2 y 3 analizan las técnicas existentes en el campo de la lógica borrosa, los controladores borrosos y sus aplicaciones. El **capítulo 2** ofrece una perspectiva de la lógica borrosa desde sus orígenes, haciendo una introducción a las lógicas, y en particular a la borrosa, a los conjuntos borrosos y las operaciones más habituales entre ellos, así como a las propiedades de los operadores lógicos. Posteriormente, centra su interés en aquellos aspectos que son necesarios para el desarrollo de los capítulos posteriores. Se introducen el concepto de número borroso (Figura 1.1), el principio de extensión y el álgebra entre números borrosos, que serán utilizados en el apartado de validación de datos, así como las ideas de relación borrosa y razonamiento con incertidumbre, que serán necesarias para implementar el algoritmo de control borroso.

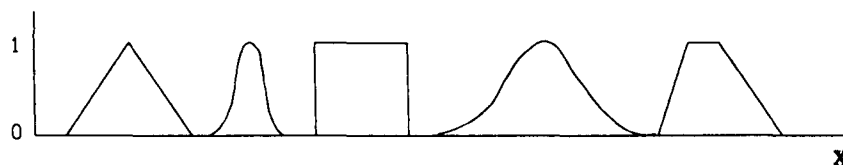


Figura 1.1 Números Borrosos

El **capítulo 3** presenta el modelo para la construcción de un controlador borroso. En primer lugar se describen las etapas del algoritmo: borrosificación, planteamiento de las reglas, selección de reglas, aplicación de reglas, conclusión borrosa, desborrosificación y conclusión numérica (Figura 1.2). Seguidamente, se tratan algunos aspectos de diseño como son la posibilidad de simplificar el modelo lingüístico, la construcción de la tabla de reglas, su configuración y las técnicas de control fino e interpolación trapezoidal.

Introducción

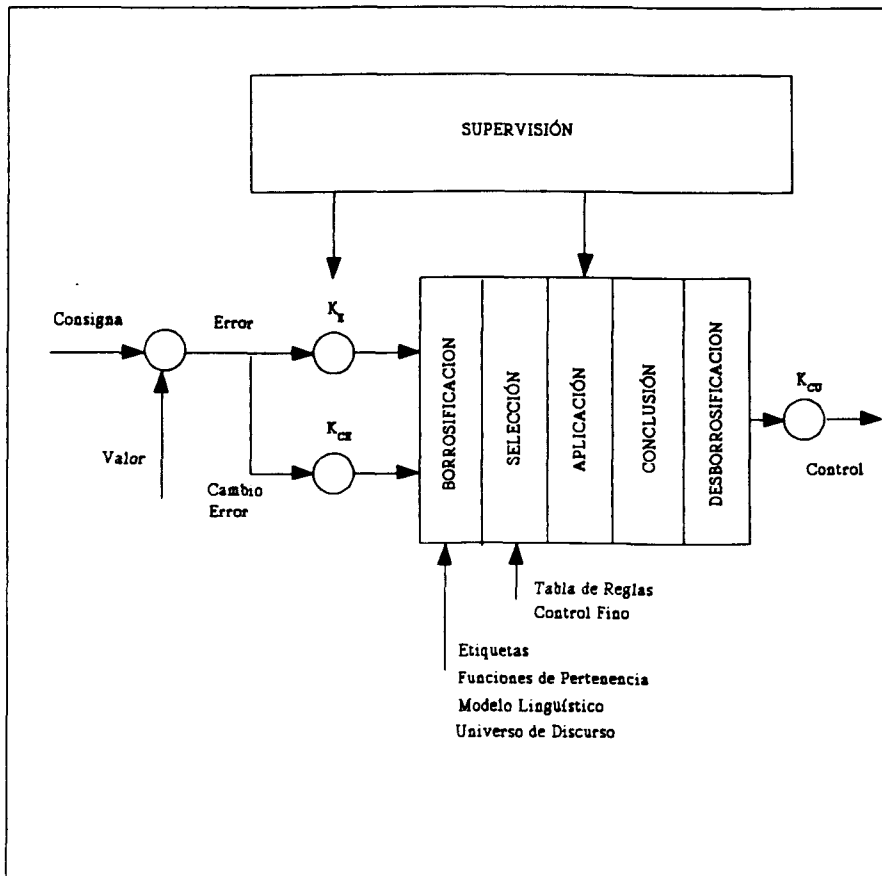


Figura 1.2 Controlador Borroso

En este capítulo se describen también algunas de las técnicas más frecuentemente utilizadas en el campo del análisis dinámico de sistemas borrosos. Por una parte, técnicas de control adaptativo, diferenciándose entre los distintos algoritmos de supervisión, aquellos basados en controladores auto-organizados y los supervisores borrosos. Por otra, técnicas para el análisis de la estabilidad, como son las basadas en el análisis lingüístico, el criterio del círculo, el criterio de conicidad, el análisis geométrico, la estabilidad de sistemas discretos, así como la elaboración de índices de estabilidad y robustez. Se resumen por último las aplicaciones más típicas de la lógica borrosa en control de procesos.

1.2.2 Estructura Interna

Los capítulos 4 y 5 pretenden ser el punto de partida para la elaboración de una estrategia de diseño de este tipo de sistemas de control.

El **capítulo 4** lleva a cabo una descomposición del controlador borroso con el fin de facilitar su estudio. Primeramente resume los tipos de controladores existentes, y pasa a analizar las funciones de control posibles, desde las más elementales, lineales por tramos, hasta las más

Introducción

complejas, con funciones no lineales, funciones de pertenencia trapezoidales y casos multivariantes, obteniendo para cada caso el mapa de inferencia (Figura 1.3).

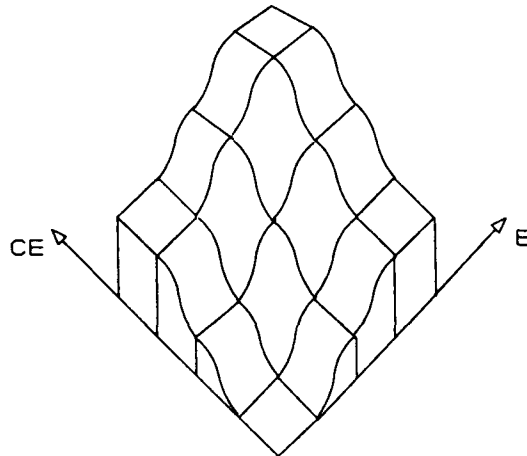


Figura 1.3 Mapa de Inferencia

Partiendo de este análisis es posible definir las características que debería tener un SCB para poder considerarlo normalizado. Para ello se introducen los conceptos de punto maestro y función de contraste, y se analiza el solapamiento entre conjuntos borrosos. A partir de estas definiciones es posible establecer unas formas canónicas que ya permiten trabajar con SCBs estándar. Se plantean en este caso los problemas de la obtención del conocimiento y de la elección de funciones de pertenencia.

El **capítulo 5** analiza una serie de técnicas para el ajuste y calibración de un SCB. Inicialmente se desarrollan técnicas de diseño basadas en el análisis de la equivalencia entre sistemas clásicos de control (PID) y borrosos. Para ello se muestra cómo es posible obtener un SCB que se comporte exactamente igual que uno proporcional, proporcional-integral, o proporcional-integral-derivativo, en función del tipo de funciones de pertenencia utilizado (Figura 1.4). También se estudia el caso contrario, es decir, cómo es posible linealizar un controlador borroso, y utilizar esta idea como metodología de diseño.

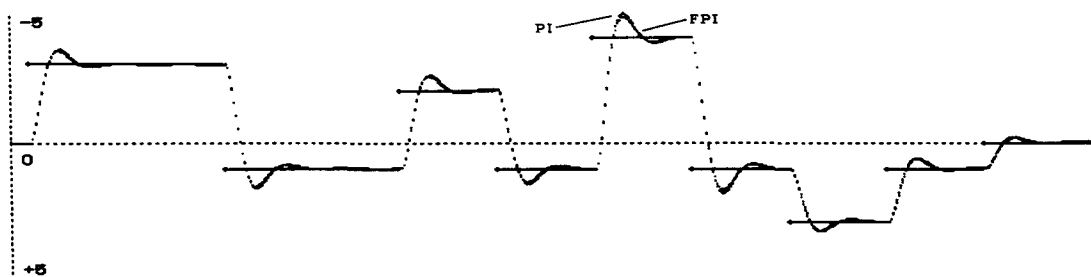


Figura 1.4 Controlador Borroso Lineal

Por último, se elaboran medidas para la calibración del correcto diseño de un SCB. Para ello,

Introducción

se define el concepto de cantidad de información y se utilizan dos enfoques: el lingüístico y el funcional. En el primero se concluye en el estudio de la densidad de reglas, la cual permite analizar cómo se comporta un SCB al ir eliminando reglas de control o al modificar éstas. En el enfoque funcional, se definen las funciones de similitud, se comenta cómo es posible llevar a cabo un análisis estadístico y se elaboran, a partir de la función de control, medidas de borrosidad y de entropía del controlador.

1.2.3 Análisis Dinámico

En el **capítulo 6** se analiza el comportamiento dinámico de un sistema borroso. Para ello, se estudian primero diferentes modelos borrosos. Se comentan el modelo de Mamdani y el de Sugeno, y se introduce el modelo de dinámica borrosa, un modelo en el que la borrosidad no está en la salida del sistema, sino en la propia dinámica del mismo, con lo que es posible hablar de conceptos como *polos viajeros* o *lugar de las raíces deslizante* (en el capítulo de diseño). Se presenta el concepto de función de transferencia borrosa (Figura 1.5), se comenta el tema de la identificación de sistemas físicos, se muestra cómo efectuar la asociación de bloques y se define el principio de equivalencia, el cual permite pasar entre las diferentes versiones del modelo de dinámica borrosa.

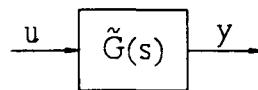


Figura 1.5 Modelo Borroso

A continuación se analizan los regímenes transitorio y permanente de un sistema borroso. El transitorio se estudia para sistemas de primer y segundo orden (Figura 1.6), y se analiza la influencia de polos y ceros adicionales, reservando un pequeño apartado para el tema de la estabilidad. En cuanto al régimen permanente, se analiza el comportamiento de los sistemas realimentados borrosos.

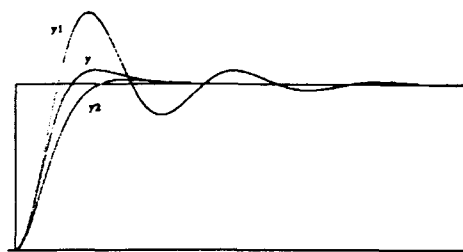


Figura 1.6 Análisis Dinámico

1.2.4 Diseño

El **capítulo 7** está dedicado al diseño de controladores borrosos. La técnica convencional habitualmente se basa en la obtención heurística de las reglas de control. Se presentan dos estrategias de diseño para este tipo de sistemas.

Introducción

La primera es un diseño por equivalencia por PID's basado en: ajustar empíricamente un PID, diseñar un SCB equivalente a él y utilizar posteriormente un algoritmo de control adaptativo que permita afinar los parámetros del controlador en base a un modelo de referencia para el sistema en cadena cerrada (Figura 1.7). El algoritmo utiliza funciones de Lyapunov para garantizar su estabilidad y convergencia.

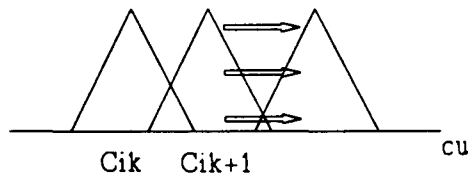


Figura 1.7 Control Adaptativo

Se muestra un ejemplo de aplicación industrial para el caso de un controlador borroso de tipo proporcional y otro de tipo proporcional-integral.

La segunda técnica de diseño consiste en sintetizar el controlador borroso a partir de un modelo borroso del sistema a controlar. Para ello utiliza técnicas basadas en el lugar de las raíces deslizante, cuya aplicación es inmediata en el caso de que se diseñe para conseguir un sistema realimentado lineal. Se muestra un ejemplo para el caso del control del péndulo invertido (Figura 1.8), y se indican los pasos a seguir para convertir el supervisor borroso así obtenido en un controlador directo, mediante la técnica que se ha dado en llamar síntesis indirecta.

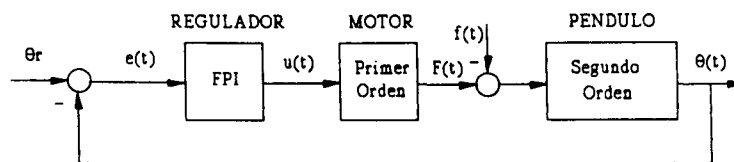


Figura 1.8 Control del Péndulo Invertido

1.2.5 Aplicaciones

En el **capítulo 8** se describe en primer lugar una aplicación al control directo de procesos continuos desarrollada dentro del proyecto CONEX, así como una implementación práctica en la industria del cemento. Se presentan la arquitectura general del sistema y los servicios de control, que incluyen reguladores PID, controladores borrosos y control por realimentación del estado.

Seguidamente se presenta otra aplicación de la lógica borrosa que suele resultar de vital importancia en control de procesos, como es la validación de datos. Este análisis se enmarca dentro del proyecto ESPRIT HINT y en él se utilizan diferentes técnicas para llevar a cabo la validación como son: características de los sensores, fórmulas de cálculo, filtrado individual, histogramas, razonamiento basado en reglas, restricciones borrosas, propagación de confianzas

e integración de confianzas.

Por último se presenta la herramienta para construcción de sistemas borrosos desarrollada en paralelo con el proyecto nacional MICS (Figura 1.9). Se describen sus características, la arquitectura del sistema de desarrollo, el módulo en línea de control, la interfase de usuario, la herramienta de acceso, y se trata el tema de la portabilidad de la aplicación a validación de datos y a otras arquitecturas de integración de sistemas.

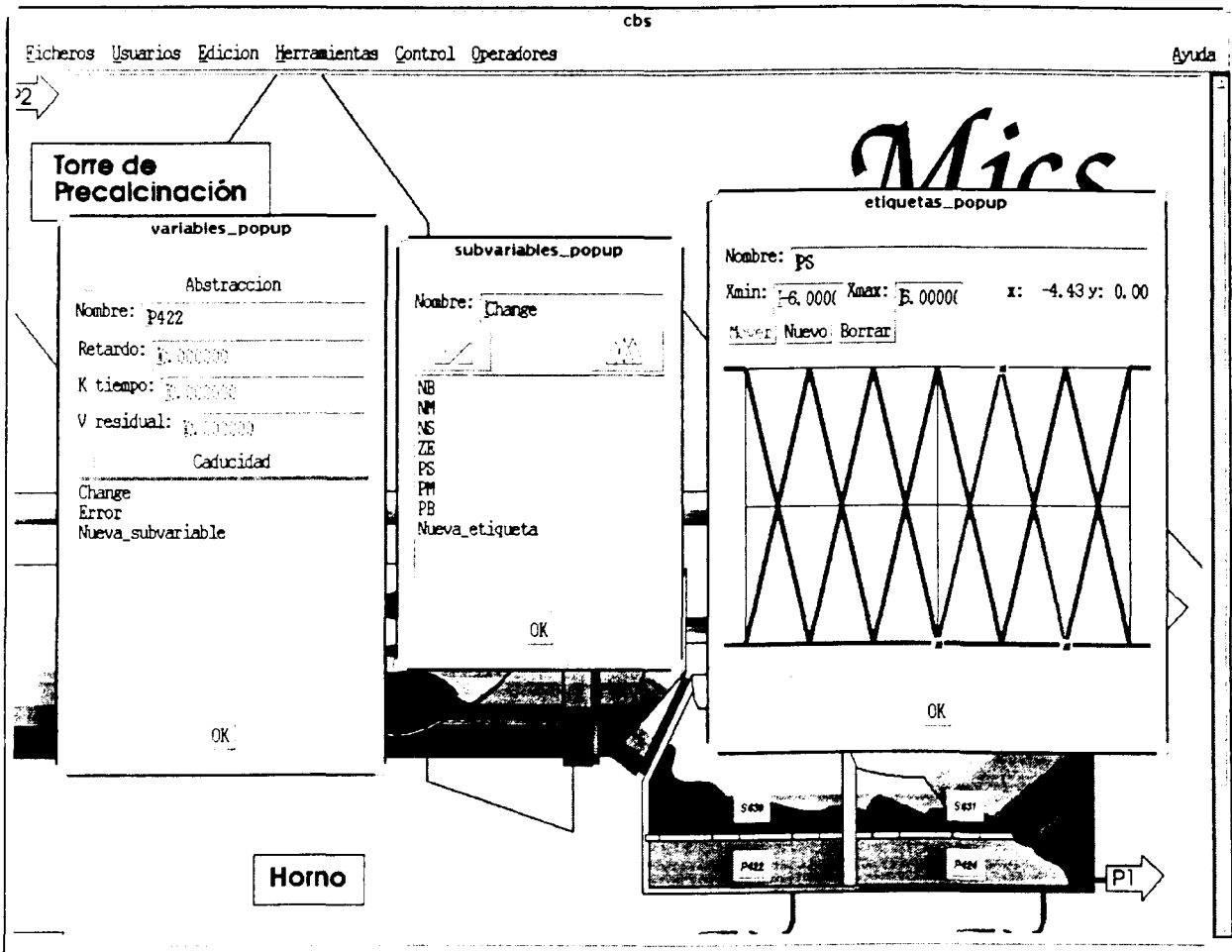


Figura 1.9 Herramienta para Sistemas Borrosos

1.3 Medios para la Realización de la Tesis

Para la realización de este trabajo se ha contado con los medios que posee la División de Ingeniería de Sistemas y Automática del Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial de la E.T.S.I. Industriales de Madrid. Entre ellos se pueden citar los siguientes:

- Equipos
 - Estaciones de trabajo VAX y SUN.

Introducción

- Computadores PC.

- Documentación
 - Libros de la biblioteca del Departamento.

 - Revistas suscritas por el Departamento sobre:
 - control
 - lógica borrosa
 - aplicaciones de la lógica borrosa
 - sistemas de control borroso
 - revistas especializadas (especialmente de IEEE e IFSA).

 - Comunicaciones de congresos y simposios.

 - Otras publicaciones.

- Posibilidad de contrastar los resultados obtenidos
 - Con otros investigadores en el tema, mediante la asistencia a congresos y reuniones científicas o mediante contacto directo.

 - Disponiendo de la posibilidad de verificar las herramientas de control que se han desarrollado, en la propia planta industrial (de acuerdo con los términos de desarrollo de los proyectos en los que se ha participado).

Además, puesto que el desarrollo de la Tesis se ha llevado a cabo dentro de diferentes proyectos, se ha contado con los medios añadidos por su desarrollo, incluyendo las herramientas utilizadas.

Se ha contado con las ayudas de la *Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología* (CICYT) y del *Ministerio de Educación y Ciencia* en forma de Beca de Formación de Personal Investigador (años 1991 a 1994).

Finalmente, agradecer a la empresa ASLAND S.A. su apoyo, al permitir probar algunas de las ideas propuestas en esta Tesis en su planta de Montcada i Reixac (Barcelona), durante la instalación del sistema de control inteligente CONEX.

Introducción



2

LÓGICA BORROSA

«So far the laws of mathematics refer to reality, they are not certain. And so far as they are certain, they do not refer to reality»

Einstein

«En matemáticas es inútil tratar de aprender algo. Sólo hay que usarlo»

Neuman

«Odio las definiciones»

Disraeli

2.1 Origen

El origen de la lógica borrosa hay que buscarlo necesariamente en la aparición de la teoría de conjuntos borrosos. Pero, aunque su formalización no comienza hasta mediados de los años 60, algunos matemáticos y filósofos del siglo XIX ya habían planteado algunas de las ideas que muchos años más tarde serían los pilares fundamentales de la lógica borrosa.

Así es posible citar a algunos de los que durante los últimos 100 años ya exploraban estas ideas y que pueden ser considerados como los abuelos de la teoría de los conjuntos borrosos. Por ejemplo, **G.Cantor** quien, en la segunda mitad del siglo XIX, mantenía con matemáticos de su época controversias acerca del *significado matemático de los conjuntos infinitos*; **Kronecker** que, en 1886, opina que la formulación de los *sistemas modulares con elementos no finitos* es innecesaria; **R.Dedekind**, en 1888, piensa que la pertenencia o no de un elemento a un sistema objeto de nuestro razonamiento está completamente determinada, y que *en qué forma esta determinación se lleve a cabo y si disponemos o no de un modelo para decirlo, es completamente indiferente* para otras consideraciones¹ [Höhle 91].

Frege, a finales del siglo XIX, trataba la *exclusión de predicados vagos de la lógica*; **Russell**, en 1923, expresaba que *la vaguedad no está en el mundo. La cosas son lo que son: ni borrosas, ni precisas. La vaguedad surge de la relación entre el mundo y las representaciones que nosotros hacemos de él* [Russel 23]; **Black**, en 1937, trata el concepto de vaguedad, aunque de manera estadística [Black 37]; y **D.Klaua**, hacia 1965, trabajaba en la *teoría de conjuntos multivalorados*. Muchos autores tratan también la lógica de valores infinitos durante los años 60.

Sin embargo, la primera formalización matemática de la lógica borrosa corresponde a **Zadeh**, un investigador de origen soviético que, en 1965, publica su trascendental artículo *Fuzzy Sets* [Zadeh 65] (Conjuntos Borrosos). El profesor Lotfi Asker Zadeh, antes de dedicarse al estudio de la teoría de conjuntos borrosos, trabajaba en la teoría de sistemas y análisis de decisión. Desde 1959, está afincado en la Universidad de Berkeley (California) y sus trabajos en el campo de la teoría de los conjuntos borrosos le han sido mundialmente reconocidos, siendo un ejemplo su doctorado *honoris causa* concedido por la Universidad Paul Sabatier (Francia).

El lector podrá encontrar sus principales referencias al final del texto. Se hallará la expresión *lógica borrosa*, en la literatura inglesa, como *fuzzy logic*, y además, en la española, también como *lógica difusa*.

1) Parece lógico pensar que un conjunto sólo estará completamente determinado cuando exista un criterio de decisión que especifique el grado de pertenencia de un elemento al mismo, que en lógica clásica serán las funciones características, y en lógica borrosa las funciones de pertenencia que introducirá Zadeh.

2.2 Lógica

Comenzamos dando algunas definiciones [Fernández 87].

Definición. *Lógica* es la Ciencia que estudia las condiciones formales de validez de una inferencia y, en general, de cualquier argumentación.

En otras palabras, se puede decir que lógica es la formalización del pensamiento humano.

Definición. *Variable* es un enunciado elemental.

Definición. *Conectiva* es el elemento de enlace entre variables para formar sentencias o enunciados compuestos.

Definición. *Sentencia* es un enunciado compuesto, formado por la unión de variables mediante conectivas.

Definición. *Axioma* es todo enunciado básico perteneciente a la lógica que se esté definiendo.

Definición. *Regla operativa* es aquella que permite derivar un enunciado de otro.

Definición. *Demostración* es la aplicación consecutiva de reglas operativas.

Definición. *Teorema* es una sentencia que se pueden obtener mediante demostración a partir de los axiomas.

Definición. *Tesis* es una sentencia que es un axioma o un teorema.

Definición. *Semántica* es el significado o interpretación de una sentencia.

A la hora de definir una lógica, hay que establecer un conjunto de *valores semánticos* (con un mínimo de dos elementos y un máximo no limitado, que ni siquiera ha de ser finito) y un conjunto de *operaciones cerradas* entre dichos valores semánticos, de forma que a cada variable le corresponda un valor semántico y a cada conectiva una operación. De esta forma será posible calcular el valor semántico de cualquier sentencia.

Además, si entre el conjunto de valores semánticos se encuentra el valor *1* o *verdadero*, se pueden definir tautología y contradicción.

Definición. *Tautología* es aquella sentencia cuya interpretación es siempre verdadera, para cualquier interpretación de sus variables.

Definición. *Contradicción* es aquella sentencia cuya interpretación es siempre falsa, para cualquier interpretación de sus variables.

La relación entre una sentencia válida, o tesis, y su valor semántico, conduce a las

definiciones de completitud y consistencia.

Definición. Se dice que un lógica es *completa* si en ella se verifica que toda tautología es una tesis.

Definición. Se dice que un lógica es *consistente* si en ella se verifica que toda tesis es una tautología.

A partir de estos conceptos básicos es posible elaborar cada una de las lógicas, definiendo sus variables, conectivas, reglas operativas y semántica. Agruparemos las principales lógicas de acuerdo con el esquema de la Figura 2.1.

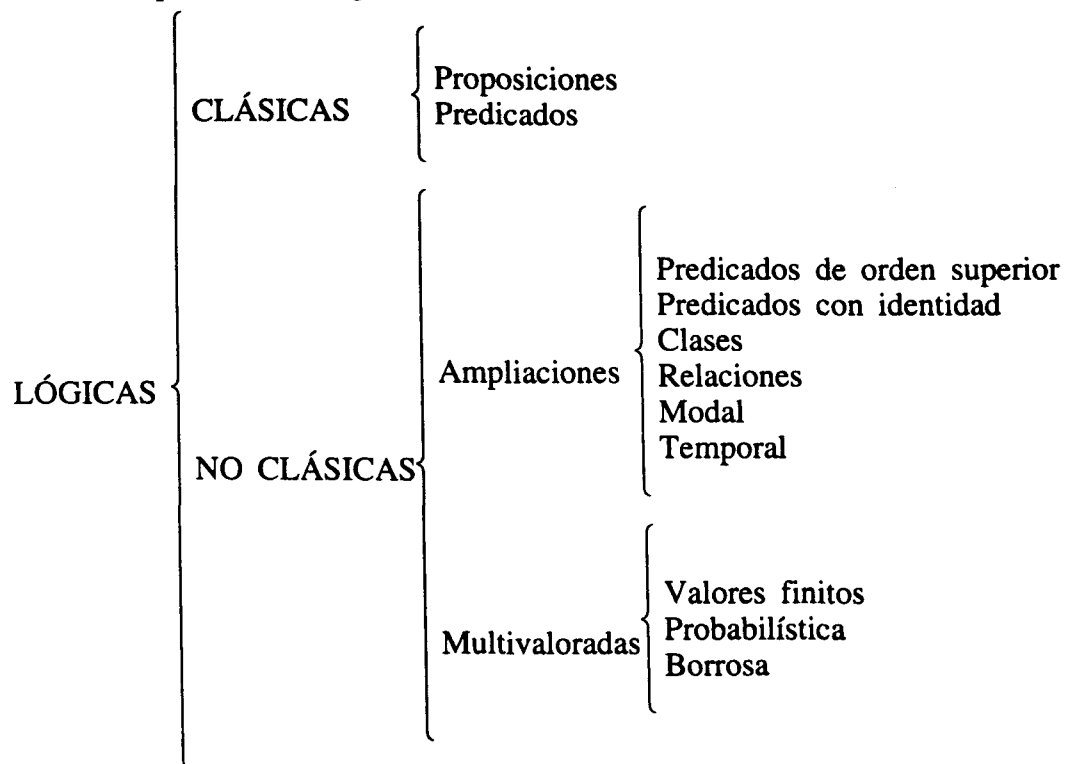


Figura 2.1 Clasificación de las Lógicas

Las lógicas se han agrupando en clásicas y no clásicas siguiendo como criterio su antigüedad histórica.

Definición. Se define la *Lógica de Proposiciones* como aquella cuyos elementos básicos son:

variables: son enunciados declarativos

Ejemplo. *La temperatura es de 23°C.*

conectivas:

- ¬ negación
- ∧ conjunción
- ∨ disyunción

Lógica Borrosa

→ condicional
↔ bicondicional

axiomas:

$(p \vee p) \rightarrow p$
 $q \rightarrow (p \vee q)$
 $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
 $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$

reglas operativas:

de sustitución: una variable proposicional se sustituye por una sentencia

de unión: si A y B son tesis, entonces $A \wedge B$ es tesis

de separación: si A es tesis y $A \rightarrow B$ es tesis, entonces B es tesis

teoremas:

ley de exclusión: $\neg p \vee p$

leyes de De Morgan: $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

$\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

valores semánticos:

1 (verdadero)

0 (falso)

operaciones semánticas (las del Algebra de Boole):

$\neg(0) = 1$	$\neg(1) = 0$		
$0 \wedge 0 = 0$	$0 \wedge 1 = 0$	$1 \wedge 0 = 0$	$1 \wedge 1 = 1$
$0 \vee 0 = 0$	$0 \vee 1 = 1$	$1 \vee 0 = 1$	$1 \vee 1 = 1$
$0 \rightarrow 0 = 1$	$0 \rightarrow 1 = 1$	$1 \rightarrow 0 = 0$	$1 \rightarrow 1 = 1$
$0 \leftrightarrow 0 = 1$	$0 \leftrightarrow 1 = 0$	$1 \leftrightarrow 0 = 0$	$1 \leftrightarrow 1 = 1$

Además, la lógica de las proposiciones es *completa y consistente*.

Definición. La *Lógica de Predicados* es aquella cuyo objetivo es modelar los conceptos de propiedad y de relación, y en la que se definen:

variables, que pueden ser de dos tipos

colectivos: ciudades, personas, días de la semana (x, y, z). Se denomina *universo del discurso* al conjunto de posibles valores particulares que pueden tomar dichas variables.

miembros: Santander, Luis, Viernes (a,b,c), denominadas *constantes*

conectivas adicionales:

de propiedad: *Luis es una persona*, que da lugar a un *predicado monádico* $S(a)$

de relación: *Luis veranea en Santander*, que da lugar a un *predicado poliádico* $V(j,m)$

Lógica Borrosa

cuantificador universal: \forall
cuantificador existencial: \exists

axiomas adicionales:

$$\begin{aligned}\forall x(P(x)) &\rightarrow P(a) \\ \forall x(p \rightarrow P(x)) &\rightarrow (p \rightarrow \forall x(P(x)))\end{aligned}$$

semántica adicional:

$$\begin{aligned}\forall x(P(x)) &\leftrightarrow P(a) \wedge \dots \wedge P(c) \\ \exists x(P(x)) &\leftrightarrow P(a) \vee \dots \vee P(c)\end{aligned}$$

La lógica de predicados también es *completa* y *consistente*.

En cuanto a la lógica borrosa, su *sintaxis* es la misma que la de la lógica de predicados. Sin embargo, como veremos, el *valor semántico* de un predicado es un subconjunto borroso del intervalo real $[0,1]$.

2.3 Conjuntos Borrosos

La formalización de la teoría de conjuntos borrosos [Dubois 80, 88, Kandel 86, Klir 88, Negoita 78, Trillas 80, Zimmermann 91] conlleva, en primer lugar, definir los conceptos que se emplean con más asiduidad.

Definición. Se define *universo de discurso* como el conjunto X de posibles valores que puede tomar la variable x que interviene en el predicado. Y se representa:

$$X = \{ x \}.$$

Ejemplo. El universo de discurso se puede entender como el rango de variación de la variable. Así, en la Figura 2.2, los universos de discurso para las variables temperatura ambiente y tamaño de un montón de arena, se han elegido entre 0 y 40°C, y entre 0 y 20m³, respectivamente.

Definición. Se denominan *etiquetas lingüísticas*, o términos lingüísticos, a los valores semánticos correspondientes a un predicado.

Ejemplo. En el ejemplo anterior, se han tomado cinco etiquetas lingüísticas para la variable tamaño y cinco para la variable temperatura. Su utilización deriva directamente del lenguaje humano, por lo que permiten modelar de manera bastante adecuada la semántica de dicho lenguaje.

Los problemas reales más comunes se resuelven tomando entre 2 y 9 términos lingüísticos, pero siempre los necesarios para representar suficientemente el problema. Por otra parte, el

Handwritten notes: "La pag 19" with an arrow pointing to the page number and a circled arrow.

Lógica Borrosa

emplear más de 9 términos, alcanza los márgenes que es capaz de diferenciar el ser humano: es posible discernir entre *algo grande* y *ligeramente grande*, pero intercalar *moderadamente grande* entre los dos anteriores daría lugar a indecisión a la hora de definir el conjunto borroso asociado.

Por otra parte, el utilizar un número de términos par o impar es función del problema a resolver. Puede utilizarse un número impar si se desea que exista un término central que represente el cero borroso de la variable de entrada, por ejemplo.

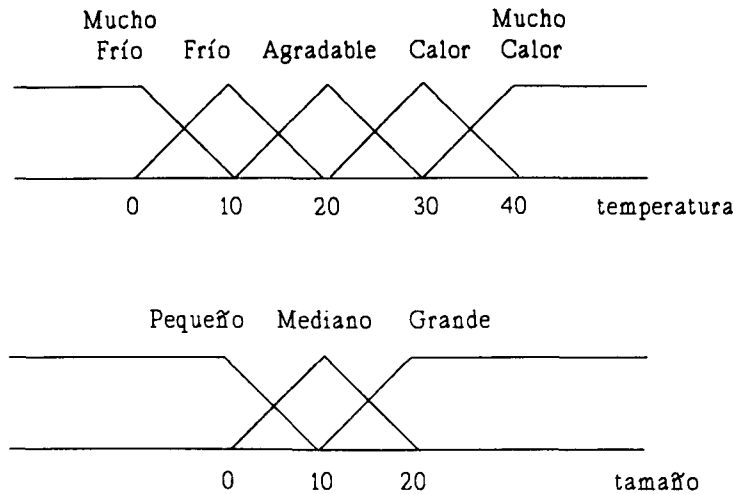


Figura 2.2 Conjuntos Borrosos.

Definición. *Conjunto borroso* A, definido en un universo de discurso X, es el conjunto de pares ordenados $A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid \forall x \in X \}$, siendo $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ la función que representa el grado en que x pertenece a A. A la función μ_A se le denomina *función de pertenencia*.

Notación. Si X es un universo discreto, los conjuntos borrosos se representan como

$$A = \mu_A(x_1) / x_1 + \mu_A(x_2) / x_2 + \dots + \mu_A(x_n) / x_n = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i \quad (1)$$

donde el símbolo de división no es más que un separador de los elementos de cada par y el sumatorio es la operación de unión entre todos los elementos del conjunto. Por extensión, si X es un universo continuo, la notación empleada es

$$A = \int \mu_A(x) / x \quad (2)$$

Una práctica habitual es nombrar al conjunto borroso por la etiqueta lingüística (o nombre del predicado) que se le haya asociado.

En el ejemplo anterior se han utilizado diferentes conjuntos borrosos definidos sobre las

Lógica Borrosa

variables tamaño y temperatura, en base a términos lingüísticos: *pequeño*, *mediano* y *grande*; *mucho frío*, *frío*, *agradable*, *calor* y *mucho calor*, respectivamente. En cierta forma, el concepto de función de pertenencia no es más que una extensión del concepto clásico de función característica.

Definición. Se llama *función característica* de un conjunto (clásico o *crisp*²) A , a la función $X_A: X \rightarrow \{0,1\}$ que toma los valores:

$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in A \\ 0, & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (3)$$

La función de pertenencia, sin embargo, toma valores en el intervalo real $[0, 1]$, y representa el grado de compatibilidad de un cierto predicado x con el término lingüístico que lleva asociado.

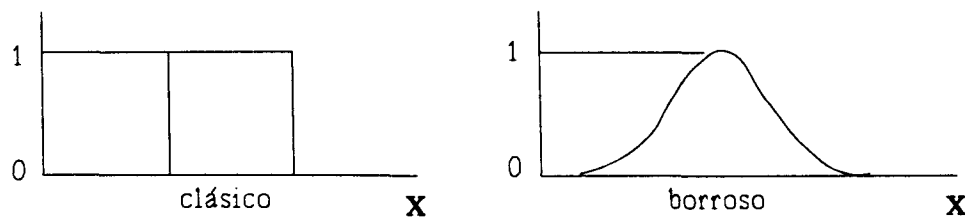


Figura 2.3 Conjunto Clásico frente a Conjunto Borroso

Es destacable el hecho de que el grado de pertenencia no tiene aquí un sentido probabilístico sino posibilístico, pues representa el grado de posibilidad de que un predicado sea cierto.

Ejemplo. En el ejemplo anterior, las funciones de pertenencia se han elegido libremente de forma triangular. Cada término lingüístico corresponde a un subconjunto borroso que tiene asociada una función de pertenencia. Ésta representa el grado de compatibilidad de un valor numérico x con ese término. Por ejemplo, "15m³ de tamaño es GRANDE" toma el valor 0.5 (siendo x la variable *tamaño*).

Podemos establecer que un montón de arena es *grande* cuando ocupa 20 m³, y que hace calor cuando la temperatura es de 30°C. Análogamente, un tamaño de 10 m³ ya no corresponde a un montón grande, sino a uno de tamaño *mediano*. El grado de posibilidad de "10m³ es mediano" es del 100%, y el de "10m³ es grande" es del 0%. De manera coherente, podemos asignar a tamaños comprendidos entre 10 y 20m³, valores posibilísticos comprendidos en el intervalo real $[0, 1]$. Si lo hacemos interpolando de manera lineal, "12m³ es grande" será algo cierto (compatibilidad 0.2 con la etiqueta lingüística que representa el conjunto borroso *grande*).

2) Término inglés: nítido, lo contrario de borroso.

Lógica Borrosa

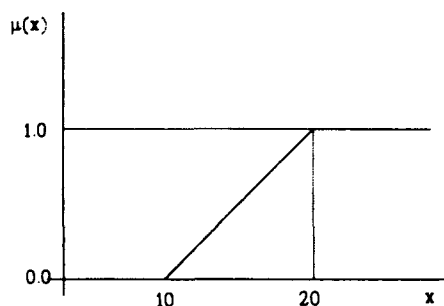


Figura 2.4 Conjunto Borroso *grande*

En la Figura 2.4 se puede ver cómo se ha definido la función de pertenencia del conjunto borroso *grande*:

$$\mu_{\text{grande}}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x \leq 10\text{m}^3 \\ 0.1(x - 10) & , \text{ si } 10 \leq x \leq 20\text{m}^3 \\ 1 & , \text{ si } x \geq 20\text{m}^3 \end{cases} \quad (4)$$

Se puede observar también cómo la función ha sido truncada a 1 para valores que se salen del universo de discurso, con el fin de modelar que todo tamaño que se salga del mismo (mayor a 20m³) sigue siendo *grande* con un grado de compatibilidad 1.

Definición. Se define *conjunto borroso vacío* ϕ , como aquel cuya función de pertenencia cumple que $\mu_{\phi}(x) = 0, \forall x \in X$.

Definición. Se dice que A es un *conjunto borroso unitario* si, dado $x^* \in X$,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ si } x = x^* \\ 0 & , \text{ si } x \neq x^* \end{cases} \quad (5)$$

Definición. *Soprote* de un conjunto borroso A es

$$\text{Sop}(A) = \{ x \in A \mid \mu_A(x) > 0 \} \quad (6)$$

Definición. *Altura* de un conjunto borroso A es

$$\text{Alt}(A) = \text{máx } \mu_A(x), \quad \forall x \in X \quad (7)$$

Definición. Se dice que un conjunto borroso es *normal* cuando $\text{Alt}(A) = 1$.

Lógica Borrosa

La normalización de un conjunto borroso puede llevarse a cabo fácilmente mediante el empleo de la fórmula

$$\mu_{\text{NORM}(A)}(x) = \mu_A(x) / \text{Alt}(A) \quad (8)$$

Definición. Se define *corte- α* de un conjunto borroso A, como

$$A_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha, \forall \alpha \in [0,1] \} \quad (9)$$

Evidentemente, se verifica que

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha A_\alpha] \quad (10)$$

y que

$$\mu_A(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \mu_{A_\alpha}(x)] \quad (11)$$

Definición. Decimos que A es *convexo* si

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)), \forall x_1, x_2 \in X, \forall \lambda \in [0,1] \quad (12)$$

Es decir, todos los cortes- α de A son convexos, lo que asegura que sólo tiene una región. Nótese que esto no implica que μ_A sea una función convexa de x.

2.4 Operaciones entre Conjuntos Borrosos

Las operaciones básicas que se definen normalmente con conjuntos borrosos son las mismas que con los conjuntos clásicos.

Definición. Se dice que dos conjuntos borrosos son *iguales*, $A = B$, si y sólo si

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (13)$$

Definición. Se dice que se verifica la *inclusión* de un conjunto borroso en otro, $A \subseteq B$, si

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (14)$$

Definición. Se define la *unión* de dos conjuntos borrosos A y B, como el conjunto borroso con función de pertenencia:

Lógica Borrosa

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X \quad (15)$$

Definición. Se define la *intersección* entre dos conjuntos borrosos A y B, como el conjunto borroso con función de pertenencia:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X \quad (16)$$

Definición. Dados dos conjuntos borrosos A y B, se dice que B es el *complemento* de A si

$$\mu_B(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in X \quad (17)$$

Los conjuntos clásicos pueden ser considerados un caso particular de los conjuntos borrosos, a tenor por la definición de las operaciones entre ellos. Las funciones de pertenencia tomarían exclusivamente valores en $\{0, 1\}$. El conjunto vacío, Φ , tendría como función de pertenencia una constante igual a cero, y el conjunto completo una constante igual a uno.

Por otra parte, y como puede suponerse a la vista de las definiciones de la unión y la intersección, se han utilizado las funciones máximo y mínimo (tal y como propuso Zadeh), si bien es posible emplear otras, siempre que se cumplan algunas condiciones. Surge así la necesidad de definir un nuevo concepto: los operadores triangulares (operadores-t).

Definición. Se dice que una función $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es una *norma triangular* (norma-t), si y sólo si $\forall x, y, z \in [0, 1]$ verifica las siguientes propiedades:

- 1) $T(x, y) = T(y, x)$ (conmutativa)
- 2) $T(x, y) \leq T(x, z)$ si $y \leq z$ (monótona)
- 3) $T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z)$ (asociativa)
- 4) $T(x, 1) = x$ (condición de contorno)

Se dice además que T es una norma de *Arquímedes* si y sólo si

- 5) T(x, y) es continua
- 6) $T(x, x) < x \quad \forall x \in (0, 1)$

Y que una norma-t de Arquímedes es *estricta* si y sólo si

- 7) $T(x', y') < T(x, y)$ si $x' < x, y' < y \quad \forall x', y', x, y \in (0, 1)$

Obsérvese que ha de cumplirse

$$\begin{aligned} T(0, 0) &= 0 \\ T(1, 1) &= 1 \end{aligned}$$

Las normas-t son utilizadas para calcular los valores de pertenencia de la intersección de

conjuntos borrosos.

Definición. Se dice que una función $S: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es una *conorma triangular* (conorma-t o norma-s), si y sólo si $\forall x, y, z \in [0, 1]$ verifica las siguientes propiedades:

- 1) $S(x, y) = S(y, x)$ (conmutativa)
- 2) $S(x, y) \leq S(x, z)$ si $y \leq z$ (monótona)
- 3) $S(x, S(y, z)) = S(S(x, y), z)$ (asociativa)
- 4) $S(x, 0) = x$ (condición de contorno)

Se dice además que S es una conorma de *Arquímedes* si y sólo si

- 5) $S(x, y)$ es continua
- 6) $S(x, x) > x \quad \forall x \in (0, 1)$

Y que una conorma-t de Arquímedes es *estricta* si y sólo si

- 7) $S(x', y') < S(x, y)$ si $x' < x, y' < y$
 $\forall x', y', x, y \in (0, 1)$

Obsérvese que una conorma-t cumple

$$S(0, 0) = 0 \quad S(1, 1) = 1$$

Las conormas-t son utilizadas para calcular los valores de pertenencia de la unión de conjuntos borrosos.

Definición. Se dice que una función $N: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es una *función de negación* si y sólo si verifica las siguientes propiedades:

- 1) $N(0) = 1, N(1) = 0$ (condición de contorno)
- 2) $N(x) \leq N(y)$ si $x \geq y$ (monótona)

Se dice además que N es *estricta* si y sólo si

- 3) $N(x)$ es continua
- 4) $N(x) < N(y)$ si $x > y \quad \forall x, y \in [0, 1]$

Y que es *involutiva* si y sólo si

$$5) N(N(x)) = x \quad \forall x \in [0, 1]$$

Las funciones de negación son utilizadas para calcular los valores de pertenencia del complemento de conjuntos borrosos. En la tabla Tabla I, elaborada por **Gupta y Qi** [Gupta 91a, 91b], aparecen ejemplos de operadores-t. Nótese que para los operadores-t 1 a 5, se verifica que:

Lógica Borrosa

INTERSECCIÓN	CONJUNCIÓN	NEGACIÓN
$T_1 = \min(x, y)$	$S_1 = \max(x, y)$	$N_1 = 1-x$
$T_2 = xy$	$S_2 = x + y - xy$	$N_2 = 1-x$
$T_3 = \max(0, x+y-1)$	$S_3 = \min(1, x+y)$	$N_3 = 1-x$
$T_4 = \frac{xy}{x+y-xy}$	$S_4 = \frac{x + y - 2xy}{1 - xy}$	$N_4 = 1-x$
$T_5 = \begin{cases} x, y = 1 \\ y, x = 1 \\ 0, \text{ otros} \end{cases}$	$S_5 = \begin{cases} x, y = 0 \\ y, x = 0 \\ 0, \text{ otros} \end{cases}$	$N_5 = 1-x$
$T_6 = \frac{\lambda xy}{1-(1-\lambda)(x+y-xy)}$	$S_6 = \frac{\lambda(x+y)+xy(1-2\lambda)}{\lambda+xy(1-\lambda)}$	$N_6 = 1-x$
$T_7 = \max(1-((1-x)^\lambda + (1-y)^\lambda)^{1/\lambda}, 0)$	$S_7 = \min((x^\lambda+y^\lambda)^{1/\lambda}, 1)$	$N_7 = 1-x$
$T_8 = 1+((1/x-1)^\lambda + (1/y-1)^\lambda)^{-1/\lambda}$	$S_8 = 1+((1/x-1)^\lambda + (1/y-1)^\lambda)^{1/\lambda}$	$N_8 = 1-x$
$T_9 = \frac{xy}{\max(x, y, \lambda)}$	$S_9 = 1 - \frac{(1-x)(1-y)}{\max(1-x, 1-y, \lambda)}$	$N_9 = 1-x$
$T_{10} = \max\left(\frac{x+y-1+\lambda xy}{1+\lambda}, 0\right)$	$S_{10} = \min(x+y+\lambda xy, 1)$	$N_{10} = \frac{1-x}{1+\lambda x}$
$T_{11} = \max((1+\lambda)(x+y-1) - \lambda xy, 0)$	$S_{11} = \min(x+y+\lambda xy, 1)$	$N_{11} = 1-x$

Tabla I Operadores-t

Lógica Borrosa

$$T_5 < T_3 < T_2 < T_4 < T_1 = \text{mín} < \dots < S_1 = \text{máx} < S_4 < S_2 < S_3 < S_5$$

En cuanto a los operadores 6 a 11, cuando el parámetro λ varía, se transforman en el límite en uno de los operadores 1 a 5:

$$\begin{aligned} T_6 &\rightarrow T_5, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 0 \\ T_6 &\rightarrow T_2, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 1 \\ T_6 &\rightarrow T_4, \text{ cuando } \lambda \rightarrow \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_9 &\rightarrow T_1, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 0 \\ T_9 &\rightarrow T_2, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_7 &\rightarrow T_3, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 1 \\ T_7 &\rightarrow T_1, \text{ cuando } \lambda \rightarrow \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{10} &\rightarrow T_5, \text{ cuando } \lambda \rightarrow -1 \\ T_{10} &\rightarrow T_3, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 0 \\ T_{10} &\rightarrow T_2, \text{ cuando } \lambda \rightarrow \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_8 &\rightarrow T_5, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 0 \\ T_8 &\rightarrow T_2, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 1 \\ T_8 &\rightarrow T_1, \text{ cuando } \lambda \rightarrow \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{11} &\rightarrow T_2, \text{ cuando } \lambda \rightarrow -1 \\ T_{11} &\rightarrow T_3, \text{ cuando } \lambda \rightarrow 0 \\ T_{11} &\rightarrow T_5, \text{ cuando } \lambda \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Ejemplo. Obsérvense en la tabla anterior las siguientes correspondencias:

T_1 y S_1 son los operadores propuestos por Zadeh

$$\mu_{A \cap B}(x) = T_1(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \text{mín}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X \quad (18)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = S_1(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \text{máx}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X \quad (19)$$

T_2 y S_2 tienen una interpretación probabilística

$$\mu_{A \cap B}(x) = T_2(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (20)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = S_2(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (21)$$

T_3 y S_3 son los operadores de la lógica de Lukasiewicz

$$\mu_{A \cap B}(x) = T_3(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \text{máx}(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1) \quad \forall x \in X \quad (22)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = S_3(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \text{mín}(1, \mu_A(x) + \mu_B(x)) \quad \forall x \in X \quad (23)$$

Utilizaremos los tres operadores-t anteriores para calcular la intersección de dos conjuntos borrosos [Aguilar 91]:

Lógica Borrosa

	0	.25	.5	.75	1
0	0	0	0	0	0
.25	0	.25	.25	.25	.25
.5	0	.25	.5	.5	.5
.75	0	.25	.5	.75	.75
1	0	.25	.5	.75	1

Tabla II Norma-t de Zadeh

	0	.25	.5	.75	1
0	0	0	0	0	0
.25	0	0	0	0	.25
.5	0	0	0	.25	.5
.75	0	0	.25	.5	.75
1	0	.25	.5	.75	1

Tabla III Norma-t de Lukasiewicz

	0	.25	.5	.75	1
0	0	0	0	0	0
.25	0	.0625	.125	.1875	.25
.5	0	.125	.25	.375	.5
.75	0	.1875	.375	.5626	.75
1	0	.25	.5	.75	1

Tabla IV Norma-t Probabilística

Lógicamente, para $x, y = \{0, 1\}$, los resultados obtenidos por los tres métodos coinciden entre sí y con los de la lógica clásica.

2.5 Propiedades de los Operadores Lógicos

Resultaría interesante que los operadores-t cumplieren las siguientes propiedades, $\forall x, y, z \in [0, 1], \forall A, B, C \in X$:

1) *Condiciones de contorno*

$$T(x,1) = x \leftrightarrow A \cap X = A \tag{24}$$

$$T(x,0) = 0 \leftrightarrow A \cap \emptyset = \emptyset \tag{25}$$

$$S(x,1) = 1 \leftrightarrow A \cup X = X \tag{26}$$

$$S(x,0) = x \leftrightarrow A \cup \emptyset = A \tag{27}$$

2) *Conmutativa*

Lógica Borrosa

$$T(x,y) = T(y,x) \leftrightarrow A \cap B = B \cap A \quad (28)$$

$$S(x,y) = S(y,x) \leftrightarrow A \cup B = B \cup A \quad (29)$$

3) Asociativa

$$T(x, T(y,z)) = T(T(x,y), z) \leftrightarrow A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \quad (30)$$

$$S(x, S(y,z)) = S(S(x,y), z) \leftrightarrow A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \quad (31)$$

4) Leyes de De Morgan

$$N(T(x,y)) = S(N(x), N(y)) \leftrightarrow \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad (32)$$

$$N(S(x,y)) = T(N(x), N(y)) \leftrightarrow \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad (33)$$

5) Distributiva

$$T(x, S(y,z)) = S(T(x,y), T(x,z)) \leftrightarrow A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (34)$$

$$S(x, T(y,z)) = T(S(x,y), S(x,z)) \leftrightarrow A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (35)$$

6) Absorción

$$T(S(x,y), x) = x \leftrightarrow (A \cup B) \cap A = A \quad (36)$$

$$S(T(x,y), x) = x \leftrightarrow (A \cap B) \cup A = A \quad (37)$$

7) Idempotencia

$$T(x,x) = x \leftrightarrow A \cap A = A \quad (38)$$

$$S(x,x) = x \leftrightarrow A \cup A = A \quad (39)$$

8) Leyes de exclusión

$$T(x, N(x)) = 0 \leftrightarrow A \cap \overline{A} = \emptyset \quad (40)$$

$$S(x, N(x)) = 1 \leftrightarrow A \cup \overline{A} = X \quad (41)$$

Sin embargo, ningún operador-t las verifica todas. Las propiedades 1, 2, 3 y 4 las verifican todos los operadores-t; las tres primeras por definición y las leyes de De Morgan con $x+y-1+\lambda xy \geq 0$ y $\lambda \neq 0$ en (T_{10}, S_{10}, N_{10}) . Por otra parte, los operadores-t que cumplen 8, no cumplen 5, 6, ni 7. En concreto, solamente T_1 y S_1 cumplen las propiedades 5, 6 y 7, por lo que si utilizamos los operadores mínimo y máximo, no se verificarán las leyes de exclusión, es decir, tautologías clásicas como

$$A \cup \bar{A} \quad (42)$$

dejan de serlo. Sin embargo, sí verifican esta ley los operadores (T_3, S_3, N_3) , (T_5, S_5, N_5) , (T_{10}, S_{10}, N_{10}) y (T_{11}, S_{11}, N_{11}) , éste último para $\lambda > 0$. Esto quiere decir que serán los únicos en los que la operación de complemento dará conjuntos complementarios en el sentido clásico. Así pues, la lógica borrosa no es, en todos los casos, completa ni consistente.

Como se indicó en el ejemplo anterior, las posibilidades de elección del operador-t son múltiples [Alsina 83, Yager 80] dando lugar en cada caso a resultados que pueden llegar a ser sustancialmente diferentes. Por ello, esta elección deberá ser función directa del problema a resolver. En particular, los operadores mínimo y máximo $(T_1$ y $S_1)$ se utilizan cuando no existe dependencia entre las variables. Así, por ejemplo, cuando la función con grado de pertenencia mayor crece, el resultado de la operación mínimo (T_1) sigue siendo el mismo independientemente de lo que ocurra con la segunda variable. Esto puede interpretarse en algunos casos como una ventaja, puesto que no se requieren funciones de pertenencia muy precisas, lo que le confiere cierta robustez. Pero en otras ocasiones, la utilización de este operador conlleva falta de información sobre la combinación de las variables, que el operador producto (T_2) sí suministra. Sin embargo, en ambos casos se pierden las leyes de exclusión, por lo que otros autores prefieren el operador-t de Lukasiewicz $(T_3$ y $S_3)$.

Una forma de medir el grado en que los diferentes operadores-t reflejan la interacción entre las variables (al menos T_1 a T_5) viene dada por la expresión [Pedrycz 89]:

$$\text{INTERAC}(T) = 1 - 3 \int_0^1 \int_0^1 T(x, y) \, dx dy \quad (43)$$

Obsérvese que para $T(x, y) = T_1(x, y) = \min(x, y)$ la integral es máxima, y por tanto, el grado en que T_1 refleja la interacción entre x e y es mínimo: $\text{INTERAC}(T_1) = 0$.

2.6 Otras Operaciones

Es posible definir un conjunto de operaciones adicionales que no tenían un especial sentido en otras lógicas, siendo en la lógica borrosa donde cobran utilidad real.

Definición. Se define el *producto* de dos conjuntos borrosos A y B , como

$$\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (44)$$

Definición. Se define la *suma* de dos conjuntos borrosos A y B , como

$$\mu_{A + B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (45)$$

Definición. Se llama *diferencia absoluta* entre dos conjuntos borrosos A y B , a

Lógica Borrosa

$$\mu_{|A - B|}(x) = |\mu_A(x) - \mu_B(x)| \quad \forall x \in X \quad (46)$$

Definición. Se define la *distancia* entre dos conjuntos borrosos A y B, como

$$d(A,B) = \left[\int |\mu_A(x) - \mu_B(x)|^p dx \right]^{1/p} \quad \forall x \in X \quad (47)$$

con $p \geq 1$, también conocida como distancia de Minkowski. Esta medida es útil para comparar entre sí cantidades borrosas. En concreto,

- 1) para $p=1$, tenemos la distancia de Hamming
- 2) para $p=2$, tenemos la distancia euclídea

Definición. Se define *distancia normalizada* entre dos conjuntos borrosos A y B, como

$$d_n(A,B) = \frac{d(A,B)}{\text{card}(X)} \quad (48)$$

Definición. Se define la *potenciación* de un conjunto borroso A, como

$$\mu_{A^p}(x) = \mu_A^p(x) \quad \forall x \in X \quad (49)$$

Definición. Se llama *concentración* de un conjunto borroso A, a

$$\mu_{\text{CON}(A)}(x) = \mu_A^2(x) \quad \forall x \in X \quad (50)$$

Definición. Se llama *dilatación* de un conjunto borroso A, a

$$\mu_{\text{DIL}(A)}(x) = \mu_A^{0.5}(x) \quad \forall x \in X \quad (51)$$

Algunos de los operadores anteriores permiten modelar aspectos del lenguaje, como los cuantificadores *muy* (concentración), *poco* (dilatación), etc.

2.7 Números Borrosos

Los números borrosos constituyen un subconjunto especial de los conjuntos borrosos, que están definidos sobre el universo de discurso de los números reales. Su notación es \tilde{A} .

Definición. Un *número borroso* \tilde{A} es un conjunto borroso $\mu_{\tilde{A}}: \mathbf{R} \rightarrow [0,1]$, que verifica las siguientes propiedades:

Lógica Borrosa

1) \tilde{A} es normal: $\exists! a \in \mathbf{R} \mid \mu_{\tilde{A}}(a) = 1$

2) \tilde{A} es convexo: $\mu_{\tilde{A}}(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(y)), \quad \forall x, y \in \mathbf{R}, \forall \lambda \in [0, 1]$

Por tanto, todos sus cortes- α son convexos, es decir, \tilde{A} sólo tiene una región.

3) \tilde{A} es semi-continua superior

es decir, todos los cortes- α de \tilde{A} son intervalos cerrados de \mathbf{R}

4) \tilde{A} tiene soporte acotado

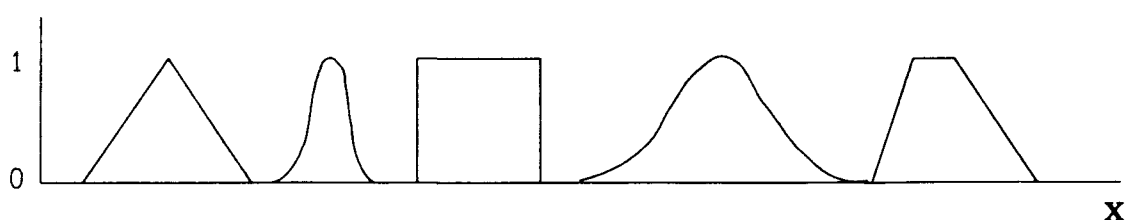


Figura 2.5 Ejemplos de Números Borrosos

Ejemplo. Un número borroso puede interpretarse como un conjunto borroso centrado en un número real, que representa expresiones como *aproximadamente*, *alrededor de*, *cerca de* (Figura 2.5).

Definición. Se dice que un número borroso \tilde{A} es de *tipo L-R* si

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha_L}\right), & \text{si } x \leq a, \alpha_L > 0 \\ R\left(\frac{x-a}{\alpha_R}\right), & \text{si } x \geq a, \alpha_R > 0 \end{cases} \quad (52)$$

donde α_L, α_R se pueden interpretar como las dispersiones a la izquierda y a la derecha de \tilde{A} , y L, R son dos funciones tales que

$$R(0) = L(0) = 1$$

L y R son decrecientes en $[0, \infty)$.

Simbólicamente, podemos representar un número borroso \tilde{A} como $(a, \alpha_L, \alpha_R)_{LR}$.

Definición. Se dice que un número borroso \tilde{A} es *positivo* ($\tilde{A} > 0$) si $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0 \forall x < 0$.

2.8 El Principio de Extensión

El principio de extensión enunciado por Zadeh [Zadeh 75] dice que, dada una función f definida como $f: X_1 \times \dots \times X_r \rightarrow Y$ tal que $y = f(x_1, \dots, x_r)$, es posible inducir a partir de r conjuntos borrosos A_i , un conjunto borroso $B = f(A_1, \dots, A_r)$ en Y a través de f tal que

$$\mu_B(y) = \sup T(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_r}(x_r)) \quad \forall x_1, \dots, x_r \mid f(x_1, \dots, x_r) = y \quad (53)$$

$$\mu_B(y) = 0, \quad \text{si } f^{-1}(y) = \emptyset \quad (54)$$

con $f^{-1}(y)$ la inversa de f . En el caso monovariante quedaría reducido a

$$\mu_B(y) = \sup_{\forall x \mid f(x) = y} \mu_A(x) \quad (55)$$

Análogamente, podemos enunciarlo para el caso de universos de discurso discretos. Para el caso monovariante, dado el conjunto borroso A definido en el universo X ,

$$A = \sum_i \mu_A(x_i) / x_i \quad (56)$$

y dada una función $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$, entonces

$$f(A) = \sum_i \mu_A(x_i) / f(x_i) \quad (57)$$

Ejemplo. Sean $A = 1/1 + 0.8/2 + 0.5/3 + 0.2/4$, y $f(x) = x^2$, entonces³

$$A^2 = 1/1 + 0.8/4 + 0.5/9 + 0.2/16$$

Además, dados los conjuntos borrosos A y B , definidos en los universos X e Y , respectivamente

$$A = \sum_i \mu_A(x_i) / x_i \quad (58)$$

3) Obsérvese que esta definición de A^2 es diferente a la dada anteriormente para la operación de concentración.

Lógica Borrosa

$$B = \sum_i \mu_B(x_i) / x_i \quad (59)$$

y dada una función $f: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, entonces

$$f(A,B) = \sum_i T(\mu_A(x_i), \mu_B(y_i)) / f(x_i, y_i) \quad (60)$$

o bien,

$$f(A,B) = \sum_i T(\mu_A(x_i), \mu_B(y_i), \mu_R(x_i, y_i)) / f(x_i, y_i) \quad (61)$$

si existe una relación de dependencia R entre las variables x e y .

Ejemplo. Sean $A = 0.7/1 + 1/2 + 0.6/3 + 0.2/4$, $B = 0.3/3 + 0.8/4 + 1/5 + 0.5/6$ y tomemos como norma- t la función mínimo, entonces

$$\begin{aligned} A+B &= \min(0.7,0.3)/4 + \min(0.7,0.8)/5 + \min(1,0.3)/5 + \min(0.7,1)/6 + \\ &\quad \min(1,0.8)/6 + \min(0.7,0.5)/7 + \min(1,1)/7 + \min(0.6, 0.8)/7 + \\ &\quad \min(0.2,0.3)/7 + \min(1,0.5)/8 + \min(0.6,1)/8 + \min(0.2,0.8)/8 + \\ &\quad \min(0.6,0.5)/9 + \min(0.2,1)/9 + \min(0.2,0.5)/10 = \\ &= 0.3/4 + 0.7/5 + 0.8/6 + 1/7 + 0.6/8 + 0.5/9 + 0.2/10 \end{aligned}$$

Ejemplo. A la vista de las dos versiones anteriores para calcular la expresión $f(A,B)$, en general $A \cdot (B+C) \neq A \cdot B + A \cdot C$, salvo que tengamos la precaución de utilizar la primera versión para computar el lado izquierdo, y la segunda para el derecho, ya que existe una relación de dependencia entre las variables xy y xz .

2.9 El Álgebra de Números Borrosos

Un campo importante de aplicación del principio de extensión es el cómputo de operaciones algebraicas (+, -, ·, /) entre números borrosos. Sean \tilde{A} y \tilde{B} números borrosos definidos en \mathbf{R} , entonces la extensión de estas operaciones puede efectuarse como

$$\begin{array}{ll} \textit{suma:} & \mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(z) = \sup_{\forall x,y \mid x+y=z} T(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \end{array} \quad (62)$$

$$\begin{array}{ll} \textit{resta:} & \mu_{\tilde{A} \ominus \tilde{B}}(z) = \sup_{\forall x,y \mid x-y=z} T(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \end{array} \quad (63)$$

$$\begin{array}{ll} \textit{producto:} & \mu_{\tilde{A} \odot \tilde{B}}(z) = \sup_{\forall x,y \mid x \cdot y=z} T(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \end{array} \quad (64)$$

$$\begin{array}{ll} \textit{división:} & \mu_{\tilde{A} \oslash \tilde{B}}(z) = \sup_{\forall x,y \mid x \div y=z} T(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \end{array} \quad (65)$$

con $x, y, z \in \mathbf{R}$.

Lógica Borrosa

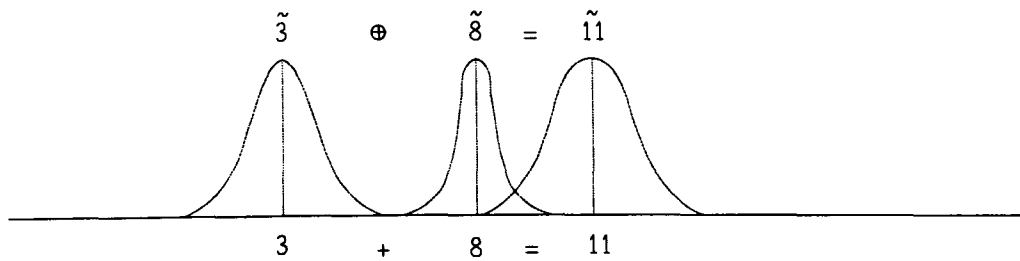


Figura 2.6 Aplicación del Principio de Extensión

Ejemplo. Si representamos la función de pertenencia de un número borroso por n puntos significativos (por ejemplo, $n=3$ para una función triangular, $n=4$ para una función trapezoidal), $\tilde{A} = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$, $\tilde{B} = \{ b_1, b_2, \dots, b_n \}$, entonces se verifica que

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{ a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n \} \quad (66)$$

Utilizando la notación L-R, podemos simplificar las expresiones anteriores y utilizar las siguientes fórmulas de cómputo rápido. Sean $\tilde{A} = (a, \alpha_L, \alpha_R)_{LR}$ y $\tilde{B} = (b, \beta_L, \beta_R)_{LR}$ entonces

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a+b, \alpha_L + \beta_L, \alpha_R + \beta_R)_{LR} \quad (67)$$

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a-b, \alpha_L + \beta_L, \alpha_R + \beta_R)_{LR} \quad (68)$$

$$\tilde{A} \odot \tilde{B} = (a \cdot b, b \cdot \alpha_L + a \cdot \beta_L, b \cdot \alpha_R + a \cdot \beta_R)_{LR}, \quad \text{si } \tilde{A}, \tilde{B} > 0 \quad (69)$$

$$\tilde{A} \oslash \tilde{B} = (a \div b, (b \cdot \alpha_L + a \cdot \beta_R) \cdot b^{-2}, (b \cdot \alpha_R + a \cdot \beta_L) \cdot b^{-2})_{LR}, \quad \text{si } \tilde{A}, \tilde{B} > 0 \quad (70)$$

$$\lambda \odot \tilde{A} = \begin{cases} (\lambda a, \lambda \alpha_L, \lambda \alpha_R)_{LR} & \text{si } \lambda > 0 \\ (\lambda a, -\lambda \alpha_R, -\lambda \alpha_L)_{RL} & \text{si } \lambda < 0 \end{cases} \quad (71)$$

$$\tilde{A}^{-1} = (a^{-1}, \alpha_R \cdot a^{-2}, \alpha_L \cdot a^{-2})_{RL}, \quad \text{si } \tilde{A} > 0 \quad (72)$$

2.10 Relaciones Borrosas

Las relaciones borrosas entre conjuntos borrosos juegan un papel importante en la inferencia con sentencias borrosas [Zadeh 71]. Además, son claramente una extensión de las relaciones entre conjuntos clásicos. Por ello, necesitamos las siguientes definiciones.

Lógica Borrosa

Definición. Dados dos conjuntos borrosos A y B, de universos X e Y respectivamente, se define *producto cartesiano* $\mu_{A \times B}: X \times Y \rightarrow [0, 1]$, como

$$\mu_{A \times B}(x, y) = T(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (73)$$

Definición. Dadas dos variables x e y, que toman valores sobre los universos X e Y respectivamente, se define *relación borrosa*, $\mu_R(x, y): X \times Y \rightarrow [0, 1]$, como cualquier subconjunto borroso del producto cartesiano $X \times Y$.

Ejemplo. La expresión lingüística *x es aproximadamente igual a y* se puede modelar mediante la relación borrosa

$$R(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{1 + (x - y)^4} & , \quad \text{si } |y - x| \leq 5 \\ 0 & , \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad (74)$$

Ejemplo. Para el caso de universos de discurso finitos, resulta muy útil la notación matricial. Dados $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ e $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$, un ejemplo de R es

$$R(x_i, y_j) = \begin{pmatrix} .8 & .3 & .1 \\ .6 & .4 & .3 \\ .2 & .5 & .7 \\ 0 & .5 & 1 \end{pmatrix} \quad (75)$$

Definición. Se define *proyección* de una relación borrosa $R: X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow [0, 1]$ sobre el universo de discurso X_i , como

$$\text{Proy}_{X_i}(x_1, \dots, x_n) = \sup_{\forall x_i \in X_i} R(x_1, \dots, x_n) \quad (76)$$

La operación de proyección tiene como interpretación semántica el modelado de cuantificadores del tipo \forall .

Ejemplo. Para una relación borrosa $R: X \times Y$,

$$\text{Proy}_X R(x, y) = \sup_{\forall x \in X} R(x, y) = \mu_X(y) \quad (77)$$

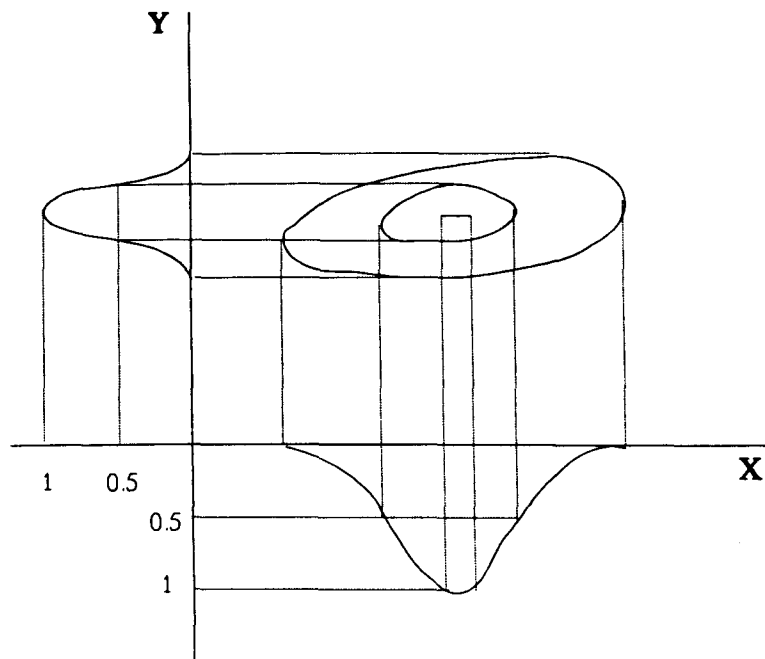


Figura 2.7 Proyección de una Relación Borrosa: Cortes- α

$$\text{Proy}_Y R(x,y) = \sup_{\forall y \in Y} R(x,y) = \mu_Y(x) \quad (78)$$

El resultado será un conjunto borroso en Y o en X, respectivamente.

Definición. Dados dos conjuntos A y B de universos X y Y respectivamente, entre los que se tienen definidas las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} \mu_R: X \times Y &\rightarrow [0, 1] \\ \mu_S: Y \times Z &\rightarrow [0, 1] \end{aligned}$$

se define la *relación compuesta* de R y S, $\mu_{R \circ S}: X \times Z \rightarrow [0, 1]$, como

$$\mu_{R \circ S}(x,z) = \sup_{\forall y \in Y} T(\mu_R(x,y), \mu_S(y,z)) \quad (79)$$

o bien $\mu_{R \circ S}: X \times Z \rightarrow [0, 1]$, como

$$\mu_{R \circ S}(x,z) = \inf_{\forall y \in Y} S(\mu_R(x,y), \mu_S(y,z)) \quad (80)$$

Estos dos diferentes operadores verifican que

$$\overline{R \circ S} = \overline{R} \otimes \overline{S} \quad (81)$$

Un caso particular es la aplicación de estos operadores entre un conjunto y una relación borrosa. El resultado que se obtiene es otro conjunto borroso. Por ejemplo, dados A y B definidos en X, Y, y R: $X \times Y \rightarrow [0, 1]$, tenemos

$$\mu_{A \circ R}(y) = \sup_{\forall x \in X} T(\mu_A(x), \mu_R(x,y)) = \mu_B(y) \leftrightarrow A \circ R = B \quad (82)$$

o bien

$$\mu_{A \otimes R}(y) = \inf_{\forall x \in X} S(\mu_A(x), \mu_R(x,y)) = \mu_B(y) \leftrightarrow A \otimes R = B \quad (83)$$

Definición. Definimos *conjunto borroso propio* como aquel que resulta invariante frente a la relación de composición con una relación borrosa.

Dados A definido en X, y R: $X \times X \rightarrow [0, 1]$, se cumple que

$$\mu_{A \circ R}(x) = \sup_{\forall x \in X} T(\mu_A(x), \mu_R(x,x)) = \mu_A(x) \leftrightarrow A \circ R = A \quad (84)$$

o bien

$$\mu_{A \otimes R}(x) = \inf_{\forall x \in X} S(\mu_A(x), \mu_R(x,x)) = \mu_A(x) \leftrightarrow A \otimes R = A \quad (85)$$

El procedimiento más extendido para generar estos conjuntos es el de aplicación iterativa de la composición de relación a un conjunto borroso de partida.

2.11 Razonamiento con Incertidumbre

Sean A, B, C conjuntos borrosos definidos sobre los universos de discurso X, Y, Z, y con funciones de pertenencia $\mu_A(x)$, $\mu_B(y)$, $\mu_C(z)$, respectivamente. La inferencia con lógica borrosa tiene un aspecto sintáctico como el siguiente

(regla): SI (x es A) ENTONCES (y es B)

(premisa): (x es A*)

(conclusión): (y es B*)

Se trata del *modus ponens generalizado*, que se reduce al *modus ponens* clásico cuando $A=A^*$ y $B=B^*$.

Ejemplo.

SI *la temperatura es baja* ENTONCES *el consumo es alto*
la temperatura es muy alta

el consumo es muy alto

La función de implicación se representa mediante una relación borrosa en $X \times Y$: $R = A \rightarrow B$

$$\mu_{A \rightarrow B}: X \times Y \rightarrow [0, 1]$$

Esta función puede definirse de muy variadas maneras. Por ejemplo,

1) la función de Mamdani generalizada procede de interpretar el condicional como el propio producto cartesiano $A \rightarrow B = A \times B$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = T(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (86)$$

que coincide con $\min(\mu_A(x), \mu_B(y))$ si utilizamos la norma-t de Zadeh T_1

2) menos convincentes resultan las versiones consistentes en considerar

$$A \rightarrow B = \bar{A} \cup B \quad (87)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = S(N(\mu_A(x)), \mu_B(y)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (88)$$

o bien,

$$(\bar{A} \cap \bar{B}) \cup B \quad (89)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = S(N(T(\mu_A(x), \mu_B(y))), \mu_B(y)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (90)$$

3) la más extendida sin duda es aquella que resuelve primero *si A entonces B*, *si no A entonces C* y luego toma $A \rightarrow B$ como un caso particular en el que C coincide con su universo de discurso,

$$(A \rightarrow B) \cup (\bar{A} \rightarrow C) = (A \times B) \cup (\bar{A} \times C) \quad (91)$$

$$\mu_{(A \rightarrow B) \cup (\bar{A} \rightarrow C)}(x, y) = S(T(\mu_A(x), \mu_B(y)), T(N(\mu_A(x)), \mu_C(y))) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (92)$$

$$(A \rightarrow B) \cup \bar{A} = (A \times B) \cup \bar{A} \quad (93)$$

Lógica Borrosa

$$\mu_{A \rightarrow B}(x,y) = S(T(\mu_A(x), \mu_B(y)), N(\mu_A(x))) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (94)$$

En concreto, la función presentada por Zadeh coincide con la expresión anterior, si tomamos los operadores (T_1, S_1, N_1)

$$\mu_{A \rightarrow B}(x,y) = \text{máx}(\text{mín}(\mu_A(x), \mu_B(y)), 1 - \mu_A(x)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (95)$$

Finalmente, y aplicando la regla de composición, se obtiene el conjunto borroso B^* a partir de A^* mediante la expresión $B^* = A^* \circ (A \rightarrow B)$:

$$\mu_{B^*}(y) = \sup_{\forall x \in X} T(\mu_{A^*}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x,y)) \quad \forall y \in Y \quad (96)$$

es decir,

$$\mu_{B^*}(y) = \sup_{\forall x \in X} T(\mu_{A^*}(x), S(T(\mu_A(x), \mu_B(y)), N(\mu_A(x)))) \quad \forall y \in Y \quad (97)$$

Habitualmente lo que se tendrá será un sistema con n reglas, cada una de ellas de la forma SI (x es A_i) ENTONCES (y es B_i), con lo que

$$\mu_{R_i}(x,y) = \mu_{A_i \times B_i}(x,y) = T(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (98)$$

y el cálculo de la expresión resultante global se hará $R = R_1 \cup \dots \cup R_n$:

$$\mu_R(x,y) = S(\mu_{R_1}(x,y), \dots, \mu_{R_n}(x,y)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (99)$$

$$A \rightarrow B = R \circ \bar{A} \quad (100)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x,y) = S(\mu_R(x,y), N(\mu_A(x))) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y \quad (101)$$

con $A = A_1 \cup \dots \cup A_n$, resultando $B^* = A^* \circ R$:

$$\mu_{B^*}(y) = \sup_{\forall x \in X} T(\mu_{A^*}(x), \mu_{A \rightarrow B}(x,y)) \quad \forall y \in Y \quad (102)$$

Ejemplo. Para el caso de reglas con dos condiciones, sean A , B y C conjuntos borrosos

Lógica Borrosa

definidos en X, Y y Z respectivamente. Entonces, si las reglas son del tipo

(regla)	SI (x es A _i)	E	(y es B _i)	ENTONCES (z es C _i)
(premisa)	(x es A*)	E	(y es B*)	
				(conclusión): (z es C*)

y se toma el operador de implicación de Mamdani, el conjunto borroso C' se obtiene de la forma

$$\mu_{C'}(z) = \sup_{\forall x \in X, \forall y \in Y} T(\mu_{A'}(x), \mu_{B'}(y), \mu_{(A \cap B) \rightarrow C}(x, y, z)) \quad \forall z \in Z \quad (103)$$

con

$$\mu_{(A \cap B) \rightarrow C}(x, y, z) = S(\mu_{R_1}(x, y, z), \dots, \mu_{R_n}(x, y, z)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y, \forall z \in Z \quad (104)$$

y $R_i = (A_i \cap B_i) \rightarrow C_i$:

$$\mu_{R_i}(x, y, z) = T(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y), \mu_{C_i}(z)) \quad \forall x \in X, \forall y \in Y, \forall z \in Z \quad (105)$$

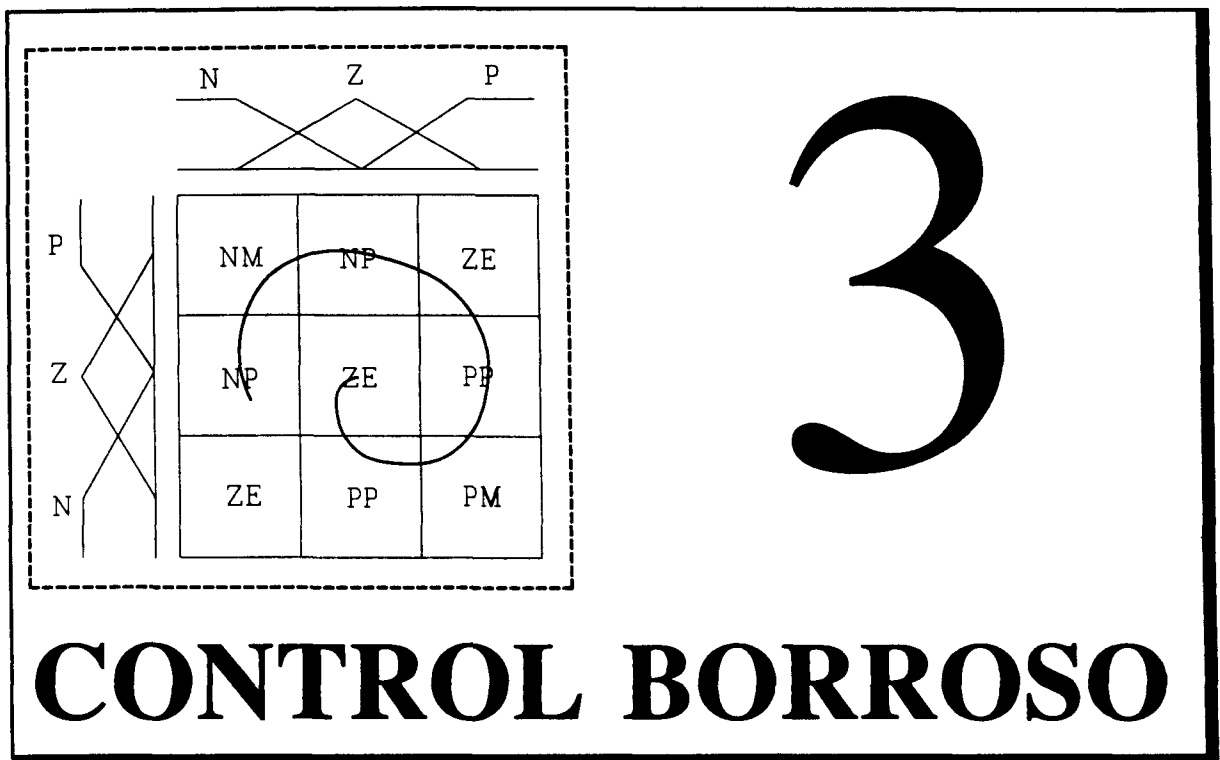
2.12 Utilidad de la Lógica Borrosa

La elección entre lógica borrosa y lógica clásica debe ser función del problema a resolver. Así por ejemplo, el conjunto de los números pares e impares se puede encuadrar perfectamente en la clásica: cualquier número, o es par, o es impar. Sin embargo, existen abundantes ejemplos de problemas que la lógica clásica no puede resolver, como son el modelado de conjuntos con fronteras definidas de manera no nítida: el conjunto de los números pequeños, el de las personas altas o el de los días fríos, sólo pueden ser modelados adecuadamente si se plantean con lógica borrosa.

La lógica borrosa permite formalizar adecuadamente el razonamiento con incertidumbre. Trabaja con información cualitativa y aborda problemas definidos de manera imprecisa, habitualmente expresados de forma lingüística. Su principal ventaja está en permitir plantear el problema en los mismos términos en los que lo hace un experto humano.

La siguiente pregunta que debemos hacernos, una vez vistos los límites de la lógica tradicional, es: ¿una lógica que emplea conceptos vagos, es capaz de dar solución a los problemas que aparecen en el mundo real? La respuesta la da el propio Zadeh planteando otro interrogante: si nosotros somos capaces de razonar correctamente disponiendo de información imprecisa, ¿porqué hemos de buscar un planteamiento matemático preciso?. Pues, como pone por ejemplo Berkeley, ... *cualquiera de nosotros es capaz de estacionar su automóvil en unos pocos segundos, porque no hace falta encajarlo exactamente en un espacio perfectísimamente delimitado. Si pretendiéramos hacerlo así, tardaríamos tres años...*

Lógica Borrosa



CONTROL BORROSO

«From causes which appear similar, we expect similar effects. This is the sum total of all our experimental conclusions»

David Hume

«No hay duda alguna de que todo conocimiento comienza con la experiencia (...) Mas si bien todo conocimiento comienza con la experiencia, no por eso originase todo él en la experiencia.»

Kant

«Nuestra inteligencia nunca recurre a misteriosos artificios; contrariamente, procede según reglas perfectamente determinadas que se pueden formular explícitamente y que constituyen la garantía de la objetividad absoluta de su juicio»

Hilbert

3.1 Controladores Borrosos

Desde la aparición de la lógica borrosa en la segunda mitad de los años 60, se ha ido extendiendo la aplicación de esta rama de la lógica al control de procesos [Kickert 76, King 77, Tong 77, 80b]. En concreto, el diseño del primer controlador borroso se debe a Mamdani [Mamdani 74]. Desde entonces han sido cada vez más las aplicaciones industriales. En este capítulo presentaremos las ideas en las que se fundamenta esta técnica de control [Alegre 91, Driankov 93, Harris 93, Jiménez 92, Mamdani 93].

3.1.1 El Modelo de Controlador

Resulta interesante, antes de afrontar el estudio del controlador borroso, repasar algunas ideas básicas empleadas en control clásico. Un controlador lineal de tipo PID se compone de tres acciones combinadas Proporcional-Integral-Derivativa

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (106)$$

La primera establece la ganancia, la segunda controla el régimen permanente y la última el transitorio. Sin embargo, en control por computador, lo que se utiliza es la versión discreta de la ecuación anterior

$$\Delta u_k = q_0 e_k + q_1 e_{k-1} + q_2 e_{k-2} \quad (107)$$

donde los coeficientes toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} q_0 &= K \left[1 + \frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} \right] \\ q_1 &= K \left[-1 + \frac{T}{2T_i} - \frac{2T_d}{T} \right] \\ q_2 &= K \frac{T_d}{T} \end{aligned} \quad (108)$$

Como puede observarse, el algoritmo consiste en una simple ecuación matemática lineal, a diferencia del tipo de control que vamos a estudiar, caracterizado por su falta de linealidad. A lo largo de esta Tesis emplearemos la siguiente notación:

Control Borroso

- $e(t)$: error
- $ce(t)$: derivada o cambio en el error
- $se(t)$: integral o suma del error
- $u(t)$: acción de control
- $cu(t)$: derivada o cambio en la acción de control.

La estructura básica del controlador borroso aparece reflejada en la Figura 3.1. Como en ella puede verse, a partir de la señal de referencia y del valor de la variable controlada, se obtienen el error $e(t)$, su derivada $ce(t)$ y su integral $se(t)$. Estas variables pueden ponderarse mediante tres constantes K_E , K_{CE} y K_{SE} . El controlador toma como variables de entrada $e(t)$, $ce(t)$ y $se(t)$, y tiene como variable de salida la acción de control a aplicar $u(t)$.

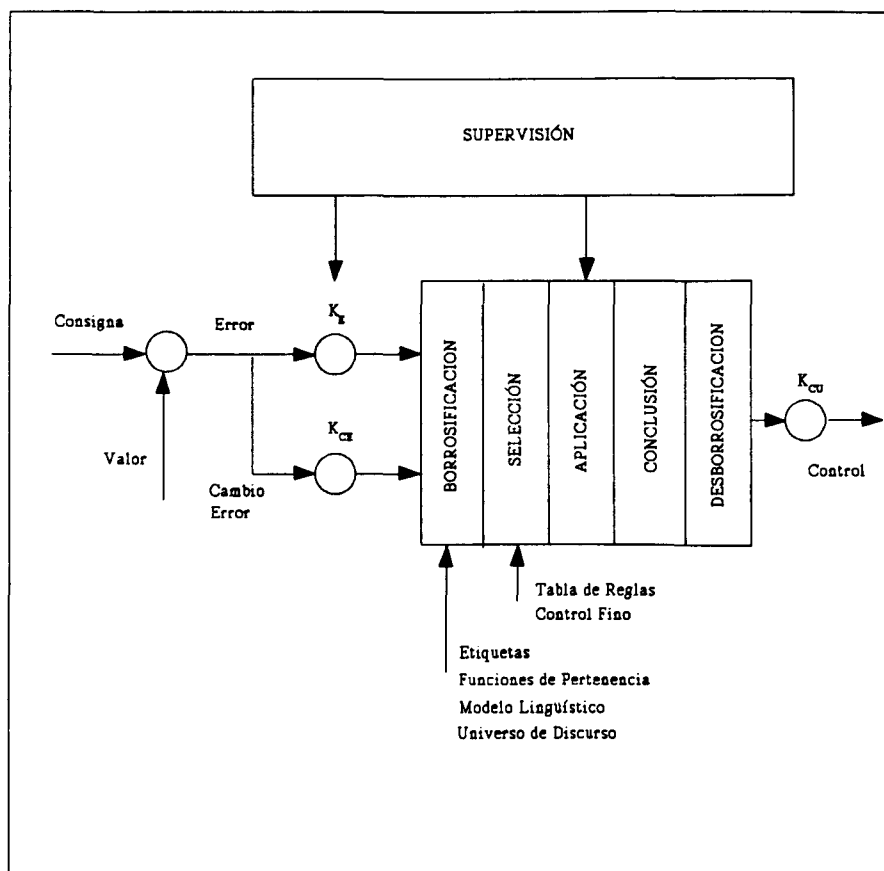


Figura 3.1 Esquema de un Controlador Borroso

Internamente se compone de un conjunto de reglas, expresadas en términos lingüísticos, que tienen como premisas los valores posibles de las variables de entrada, y en la conclusión el valor de la acción de control a efectuar, en términos también lingüísticos. Esta acción de control debe ser transformada posteriormente en un valor nítido. Las reglas se agrupan en una tabla multidimensional que almacena el valor lingüístico de la acción de control para cada combinación posible de las variables de entrada. Opcionalmente puede existir un módulo de

Control Borroso

supervisión que ajuste los parámetros del controlador en línea, como se explicará más adelante (apartado 3.3.1).

3.1.2 Borrosificación

El algoritmo de control consta de varias etapas. La primera de ellas es la obtención, a partir de los valores de $e(t)$, $ce(t)$ y $se(t)$, del valor de sus correspondientes variables borrosas E , CE y SE . Para ello es preciso definir el conjunto de posibles valores borrosos (conjuntos borrosos) que pueden tomar cada una de ellas sobre su respectivo universo de discurso. En la Figura 3.2 se muestra un ejemplo de esta elección.

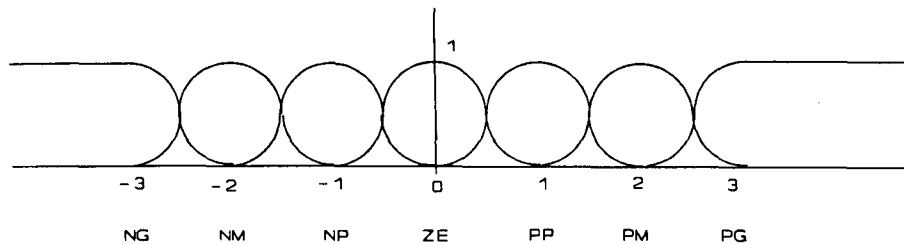


Figura 3.2 Funciones de Pertenencia

El eje de abscisas representa el *Universo de Discurso*, es decir, el rango de variación de la variable de entrada (E , CE ó SE), que en este caso se ha elegido entre ± 3 . Como *Etiquetas Lingüísticas* se han tomado siete:

- PG:** Positivo Grande, centrado en +3
- PM:** Positivo medio, centrado en +2
- PP:** Positivo pequeño, centrado en +1
- ZE:** Cero, centrado en 0
- NP:** Negativo pequeño, centrado en -1
- NM:** Negativo medio, centrado en -2
- NG:** Negativo Grande, centrado en -3

En cuanto a la función de pertenencia de un término lingüístico, ésta representa el grado de asociación del valor numérico de $e(t)$, $ce(t)$ o $se(t)$ con ese término, como ya dijimos anteriormente. Por ejemplo, 0 sería ZE con un grado de certeza 1 y tendría un grado de certeza casi 0 para las restantes etiquetas, ya que no corta a ninguna de sus funciones de pertenencia; mientras que -0.4 podría ser NP con un grado de certeza 0.3 y ZE con un grado

Control Borroso

de certeza 0.7, por ejemplo. Emplearemos la siguiente notación:

E_i : términos lingüísticos asociados a la función error

CE_i : términos lingüísticos asociados a la función cambio en el error

SE_i : términos lingüísticos asociados a la función suma del error

U_i : términos lingüísticos asociados a la función acción de control

CU_i : términos lingüísticos asociados a la función cambio en la acción de control

$\mu_{E_i}(e)$: función de pertenencia asociada a la etiqueta lingüística E_i

$\mu_{CE_i}(ce)$: función de pertenencia asociada a la etiqueta lingüística CE_i

$\mu_{SE_i}(se)$: función de pertenencia asociada a la etiqueta lingüística SE_i

$\mu_{U_i}(u)$: función de pertenencia asociada a la etiqueta lingüística U_i

$\mu_{CU_i}(cu)$: función de pertenencia asociada a la etiqueta lingüística CU_i .

La *borrosificación* consiste en calcular el grado de pertenencia del valor nítido de las variables de entrada (e , ce y se) a cada una de las etiquetas lingüísticas (E_i , CE_i y SE_i) mediante las funciones de pertenencia. Este será un número comprendido entre 0 y 1 para cada etiqueta.

En cuanto a la elección de la forma de las funciones de pertenencia, éstas pueden ser básicamente de 5 tipos:

- Trapezoidales: pueden derivar en rectangulares o en triangulares
- Rectangulares: no tienen significado físico, pues una variable borrosa no puede pasar bruscamente de valer 1 a valer 0, o a la inversa
- Triangulares: son funciones lineales por tramos, pero presentan una discontinuidad en la primera derivada, que hereda la acción de control
- Exponenciales: (distribución normal), muestran un comportamiento muy adecuado y no presentan discontinuidad en la derivada, aunque tienen el inconveniente de su lentitud de cálculo
- Polinómicas: son funciones sencillas y tienen una forma similar a la de las funciones de densidad normales, siendo más rápidas de calcular.

En el ejemplo se han empleado funciones polinómicas de segundo grado, por intervalos (Figura 3.3). En el caso de funciones de densidad normales, la forma de la curva es ajustable en función del parámetro σ de la normal. Las dos etiquetas extremas tienen funciones de pertenencia unidad desde el centro de cada una de ellas hacia $\pm\infty$, con el fin de dar soporte a todos los valores de las variables de entrada que no pertenecen al universo de discurso.

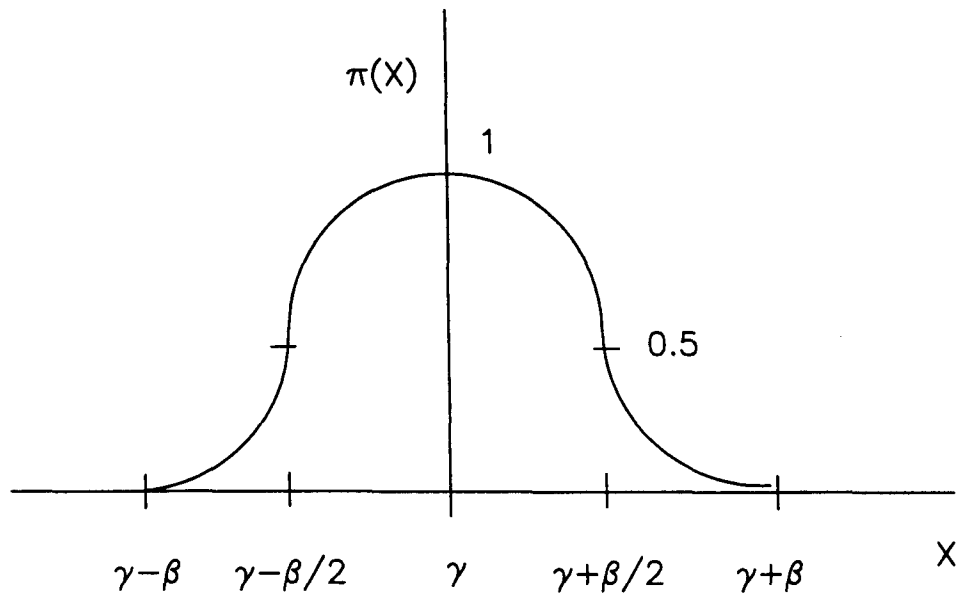


Figura 3.3 Función Pi

La expresión correspondiente al conjunto borroso de la figura anterior es

$$\pi(x;\beta,\gamma) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x \leq \gamma - \beta \\ 2\left(\frac{x - \gamma + \beta}{\beta}\right)^2 & , \text{ si } \gamma - \beta \leq x \leq \gamma - \beta/2 \\ 1 - 2\left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^2 & , \text{ si } \gamma - \beta/2 \leq x \leq \gamma + \beta/2 \\ 2\left(\frac{x - \gamma - \beta}{\beta}\right)^2 & , \text{ si } \gamma + \beta/2 \leq x \leq \gamma + \beta \\ 0 & , \text{ si } x \geq \gamma + \beta \end{cases} \quad (109)$$

3.1.3 Planteamiento de las Reglas

Tras haber traducido los valores deterministas de las variables de entrada a valores borrosos, se pasa a aplicar aquellas reglas que puedan ser disparadas. Para ello se dispone de una tabla de reglas con una, dos o tres entradas (*E*, *CE*, *SE*) por cada variable de entrada al regulador.

Control Borroso

La tabla contiene las reglas a aplicar por el regulador, que son de la forma:

SI (E es PM) Y ENTONCES (U es NM)

SI (E es PG) Y (CE es NP) ENTONCES (CU es PP)

SI (E es ZE) Y (CE es ZE) Y (SE es ZE) ENTONCES (U es ZE)

Se muestra a continuación una tabla ejemplo para un caso bidimensional:

		CE				
		NG	NP	ZE	PP	PG
E	NG	NG	NG	NG	NP	PG
	NP	NG	NG	NP	PP	PG
	ZE	NG	NP	ZE	PP	PG
	PP	NG	NP	PP	PG	PG
	PG	NG	PP	PG	PG	PG

Tabla V. Tabla de Reglas

En el caso de múltiples variables de entrada, un regulador multivariable podría constar de reglas más complejas, por ejemplo:

SI (E_1 es E_{1i}) Y (CE_1 es CE_{1i}) Y (E_2 es E_{2i}) ENTONCES (U es U_i)

Lógicamente, el análisis y diseño del controlador se hace cada vez más complicado a medida que introducimos más premisas en las reglas. Esto ha llevado tradicionalmente a utilizar sólo dos entradas, por lo que en los apartados siguientes sólo analizaremos, por simplicidad, el caso de un controlador con entradas E y CE y salida CU (el equivalente a un PI), aunque también podría haberse hecho con U como salida (el equivalente a un PD).

3.1.4 Selección de Reglas

Después de la *borrosificación*, para cada regla de la tabla tenemos un valor numérico de entrada de E y otro de CE . Podemos construir una tabla adicional o matriz de inferencia que representa el peso que tendrá cada una de las reglas en la conclusión final. Al ser reglas del tipo

SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES (CU es CU_i)

Control Borroso

la salida CU^* borrosa del proceso de inferencia se calcula según lo visto en el apartado 2.11:

$$\mu_{CU^*}(cu) = \sup_{\forall e, ce} T(\mu_E(e), \mu_{CE}(ce), \mu_{(E \cap CE) \rightarrow CU}(e, ce, cu)) \quad \forall cu \quad (110)$$

con

$$\mu_{(E \cap CE) \rightarrow CU}(e, ce, cu) = S(\mu_{R_1}(e, ce, cu), \dots, \mu_{R_n}(e, ce, cu)) \quad \forall e, ce, cu \quad (111)$$

y $R_i = (E_i \cap CE_i) \rightarrow CU_i$:

$$\mu_{R_i}(e, ce, cu) = T(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{CU_i}(cu)) \quad \forall e, ce, cu \quad (112)$$

es decir, sustituyendo tenemos

$$\mu_{CU^*}(cu) = \sup_{\forall e, ce} T(\mu_E(e), \mu_{CE}(ce), S(\underset{\forall i}{T(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{CU_i}(cu))})) \quad \forall cu \quad (113)$$

Sin embargo, nuestro controlador borroso no es un sistema borroso cualquiera, dado que sus entradas son nítidas, $e=e^*$ y $ce=ce^*$. Por ello, como $\mu_E^*(e)$ y $\mu_{CE}^*(ce)$ sólo valen 1 para $e=e^*$ y $ce=ce^*$, y cero para el resto, resulta

$$\mu_{CU^*}(cu) = \underset{\forall i}{S(T(\mu_{E_i}(e^*), \mu_{CE_i}(ce^*), \mu_{CU_i}(cu)))} \quad \forall cu \quad (114)$$

De esta forma, el grado de cumplimiento de la premisa puede tomarse como el menor de cada una de sus condiciones, tomándose este grado como peso de la conclusión final. Por lo tanto, si se toma como operador lógico para la intersección la función mínimo (T_1), cada término de la matriz de inferencia tiene como peso o masa w_i el menor de los respectivos grados de pertenencia de e^* y ce^* a las etiquetas correspondientes a esa regla.

$$w_i = \text{mín}(\mu_{E_i}(e^*), \mu_{CE_i}(ce^*)) \quad (115)$$

$$\mu_{CU^*}(cu) = \underset{\forall i}{S(T(w_i, \mu_{CU_i}(cu)))} \quad \forall cu \quad (116)$$

A partir de la matriz de inferencia, resulta posible hacer una selección de las reglas que van a ser aplicadas, eliminando las que tengan un grado de pertenencia demasiado pequeño. Además, de no ser eliminadas, esto podría implicar una acción de control contraria a la deseada. Esta selección de reglas equivale a reducir el soporte de las funciones de pertenencia, que en el caso de la función de densidad normal no llegan a tomar el valor 0 exacto. Con funciones polinómicas, triangulares o trapezoidales no es preciso.

Control Borroso

Otra posibilidad es aplicar todas las reglas de acuerdo con el grado indicado en la matriz de inferencia. En la práctica, el tiempo de cálculo que se emplea en comprobar si dicho grado es inferior a un valor propuesto, es prácticamente igual que el que se tarda en aplicar dicha regla sin más, razón por la cual es perfectamente viable optar por esta solución.

3.1.5 Aplicación de Reglas. Conclusión Borrosa.

Hasta aquí disponemos de un conjunto de reglas y de un peso para la conclusión final de cada una de ellas. La acción de control que concluye cada regla es un conjunto borroso CU_i al que se le ha asignado un peso w_i . La interpretación usual de este conjunto con pesos, puede hacerse de dos formas:

- tomando $T=T_1$ (mínimo), la salida es otro conjunto borroso en el que la función de pertenencia se calcula como el mínimo entre la función de pertenencia primitiva y el peso:

$$\mu_{CU_i}(cu) = \min(w_i, \mu_{CU_i}(cu)) \quad (117)$$

$$\mu_{CU}(cu) = S(\min(w_i, \mu_{CU_i}(cu))) \quad \forall cu \quad (118)$$

$$\forall i$$

- tomando $T=T_2$ (producto): la salida es otro conjunto borroso en el que la función de pertenencia se calcula como producto de la función de pertenencia primitiva por el peso:

$$\mu_{CU_i}(cu) = w_i \mu_{CU_i}(cu) \quad (119)$$

$$\mu_{CU}(cu) = S(w_i \mu_{CU_i}(cu)) \quad \forall cu \quad (120)$$

$$\forall i$$

Por lo tanto, el resultado final de la aplicación de todas las reglas es un conjunto de conjuntos borrosos con sus respectivas funciones de pertenencia.

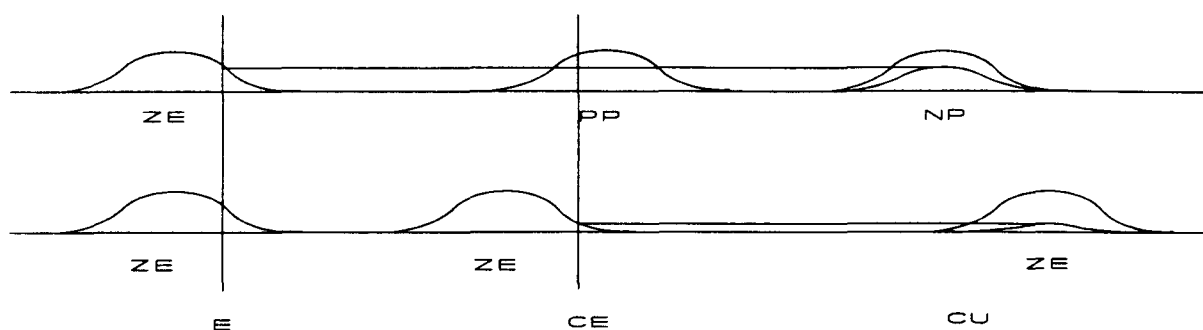


Figura 3.4 Aplicación de Reglas ($T=T_2$).

Una vez más es posible elegir la conorma-t a utilizar, con el fin de obtener un único conjunto

Control Borroso

a partir de los anteriores:

- tomando $S=S_1$ (máximo)

$$\mu_{CU^*}(cu) = \max_{\forall i} (\mu_{CU_i}(cu)) \quad (121)$$

- tomando $S=S_3$ (suma acotada)

$$\mu_{CU^*}(cu) = \min \left(1, \sum_{i=1}^r \mu_{CU_i}(cu) \right) \quad (122)$$

o bien

$$\mu_{CU^*}(cu) = \sum_{i=1}^r \mu_{CU_i}(cu) \quad (123)$$

si se sabe de antemano que la suma anterior nunca supera la unidad.

3.1.6 Desborrosificación. Conclusión numérica.

Finalmente, a partir del conjunto de curvas de salida, se procede al cálculo del valor numérico de la conclusión. Para ello existen varios métodos:

- tomar como conclusión el máximo de la curva $\mu_{CU^*}(cu)$

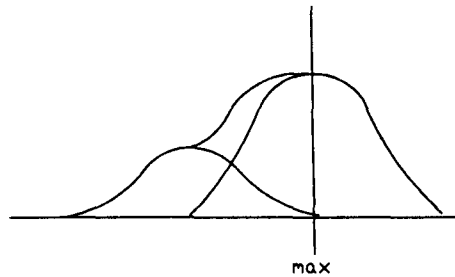


Figura 3.5 Desborrosificación por Máximo ($S=S_3$).

- calcular el centro de gravedad de la curva $\mu_{CU^*}(cu)$

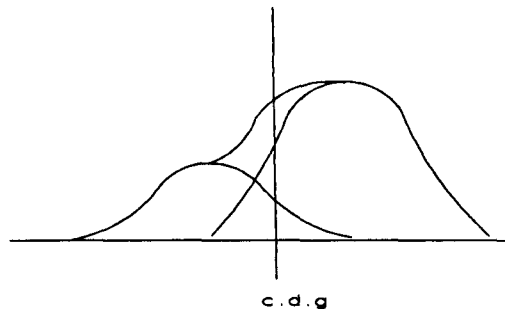


Figura 3.6 Desborrosificación por c.d.g. ($S=S_3$).

Control Borroso

La última de las opciones es la que tiene más información en cuenta. Como observación interesante, hacer notar que en el resultado final sólo influye el área y no la forma de la curva. El centro de gravedad se calcula como:

$$cu^* = \frac{\int_{CU} cu \cdot \mu_{CU}(cu) dcu}{\int_{CU} \mu_{CU}(cu) dcu} \quad (124)$$

Una vez obtenido el valor numérico, éste puede ser multiplicado por un factor de escala (K_{CU}), antes de ser enviado como acción de control.

3.2 Aspectos de Diseño

3.2.1 Simplificación del Modelo Lingüístico

Si en el cálculo de la expresión anterior se han escogido como normas-t T_2 (producto) y S_3 (suma acotada), y esta suma nunca excede la unidad, entonces es posible efectuar la siguiente simplificación:

$$\begin{aligned} cu^* &= \frac{\int_{CU} cu \cdot \mu_{CU}(cu) dcu}{\int_{CU} \mu_{CU}(cu) dcu} = \frac{\int_{CU} cu \cdot \sum_{i=1}^r w_i \cdot \mu_{CU_i}(cu) dcu}{\int_{CU} \sum_{i=1}^r w_i \cdot \mu_{CU_i}(cu) dcu} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i \int_{CU} cu \cdot \mu_{CU_i}(cu) dcu}{\sum_{i=1}^r w_i \int_{CU} \mu_{CU_i}(cu) dcu} \end{aligned} \quad (125)$$

Y teniendo en cuenta que el centro de gravedad c_i y el área a_i de la función de pertenencia de la conclusión de la regla i -ésima, se puede calcular como:

$$c_i = \frac{\int_{CU} cu \cdot \mu_{CU_i}(cu) dcu}{\int_{CU} \mu_{CU_i}(cu) dcu} \quad (126)$$

$$a_i = \int_{CU} \mu_{CU_i}(cu) dcu \quad (127)$$

la expresión (125) queda finalmente

Control Borroso

$$cu^* = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \cdot c_i \cdot a_i}{\sum_{i=1}^r w_i \cdot a_i} \quad (128)$$

o bien

$$cu^* = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \cdot c_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (129)$$

si todas las áreas son iguales, por ejemplo unitarias. De hecho, los centros de gravedad y las áreas de cada conjunto borroso de la variable de salida podrían estar previamente calculados, pudiéndose entonces expresar las reglas de la forma:

SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES ($cu = c_i$)

siendo c_i el centro de gravedad del conjunto borroso CU_i . Esto es útil de cara a la eficiencia en el algoritmo de cómputo de la acción de control.

3.2.2 Otros Tipos de Controladores

Los modelos básicos de controladores son dos [Sugeno 85]: el modelo de Mamdani y el modelo de Sugeno. El primero es un modelo basado en reglas con una estructura como la ya analizada. Cada una de las reglas es del tipo:

SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES (CU es CU_i)

La salida del controlador se calcula como

$$cu^* = \frac{\int_{CU} cu \cdot \mu_{CU}(cu) \, dcu}{\int_{CU} \mu_{CU}(cu) \, dcu} \quad (130)$$

utilizando como normas-t T_1 (mínimo) y T_2 (máximo). Por el contrario, el modelo de Sugeno, si bien se basa también en lógica borrosa, se fundamenta en dividir el espacio de variables de estado en subespacios, en cada uno de los cuales exista una regla dominante con una salida lineal respecto a la entrada:

SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES ($cu_i = K_{0i} + K_{Ei} \cdot e + K_{CEi} \cdot ce$)

Control Borroso

La salida nítida del controlador se obtiene calculando el centro de gravedad de la salida propuesta por cada regla:

$$cu^* = \frac{\sum_{i=1}^r w_i cu_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (131)$$

siendo w_i el peso de cada regla y r el número de reglas. Aunque el controlador de Mamdani cuenta con más tradición, este último modelo es el más utilizado en implementaciones prácticas así como en los más recientes desarrollos teóricos, como son aquellos relativos a análisis dinámico, debido a su más fácil interpretación y manejo.

3.2.3 Construcción de la Tabla de Reglas

La tabla, si bien vendrá determinada por las características del proceso y deberá ser configurada por el experto, también debe cumplir algunas normas elementales que garanticen las siguientes propiedades [Pedrycz 89]:

- **Completitud:** Las reglas han de cubrir todas las combinaciones posibles de entradas al controlador, con el fin de que no queden *huecos* o *fisuras* ante las que no se tomarían acciones coherentes.
- **Consistencia:** Las reglas han de ser consistentes, es decir, no pueden coexistir dos acciones de control para la misma situación, lo que daría lugar a contradicciones (esto no se puede dar si se almacenan las reglas en una tabla).
- **Interacción** de cada una de las reglas con el controlador, es decir, el peso propio que tiene una regla entre las restantes. Se puede tener una idea de su valor analizando en qué medida se ve afectada la acción de control al ir eliminando cada una de las reglas.
- **Robustez** del controlador. Es una medida de la reacción frente a perturbaciones en las entradas. Existen métodos matemáticos para medirla basados en introducir perturbaciones aleatorias en las señales de entrada, y observar sus efectos sobre la salida.

Conviene resaltar que los conceptos que aquí se definen como completitud y consistencia no tienen relación alguna con los que antes se mencionaron para las lógicas.

3.2.4 Configuración

La configuración de un controlador borroso se lleva a cabo dando valores adecuados a determinados parámetros de los que intervienen en él. Pueden distinguirse dos tipos de parámetros: de configuración y de ajuste.

Control Borroso

- **Parámetros de configuración:**

- (1) número de variables de salida
- (2) número de variables de entrada
- (3) errores y cambios en el error a considerar de entre todos los posibles de las variables de entrada (variables útiles). Como máximo serán el doble del número de entradas
- (4) número de términos lingüísticos a emplear para cada variable útil anterior
- (5) número de términos lingüísticos a emplear para cada variable de salida
- (6) la tabla de reglas (su dimensión viene definida por la elección de los parámetros anteriores).

- **Parámetros de ajuste:**

- (7) Media o centro de cada función de pertenencia de las variables de entrada
- (8) Amplitud, ancho o desviación típica de cada función de pertenencia (según el tipo de curvas que se empleen) de las variables de entrada
- (9) Media o centro de cada etiqueta lingüística de las variables de salida o acción de control
- (10) Amplitud, ancho o desviación típica de cada función de pertenencia (según el tipo de curvas que se empleen) de la variable de salida⁴.

En primer lugar, deberán fijarse los parámetros de configuración, y dar un valor inicial *adecuado* a los parámetros de ajuste. Los parámetros 7 y 8 vienen determinados en gran medida por las características del sistema a controlar (error máximo y transitorio), por lo que una vez determinados, ya no es necesario volverlos a tocar. El ajuste, por tanto, se basará fundamentalmente en el establecimiento de 9 y 10. La elección de los parámetros 7 y 8 afecta de la siguiente forma:

- (7): Comprimir las medias es reducir el Universo de Discurso, es decir, tiene en cuenta valores más pequeños para la entrada del regulador. Si no se varía ningún otro parámetro, la acción de control es más rápida y brusca. Esto puede utilizarse en el mismo regulador para aumentar la resolución (control fino), si se combina con una disminución de escala en las etiquetas de salida.

4) Si la desborrosificación se hace por centro de gravedad, se utiliza el área en lugar de la amplitud.

Control Borroso

Si comprimimos la media de E en relación a la media de CE , la salida es más rápida.

Los valores correspondientes a cada etiqueta deben estar en orden creciente de acuerdo con el significado lingüístico de las mismas. Por ejemplo, el centro de gravedad de PM es siempre menor que el de PG.

Las expansiones/compresiones pueden hacerse aumentando algo más los c.d.g. asociados a la etiquetas extremas, es decir no tiene porqué hacerse de forma proporcional (según se comprueba empíricamente).

(8): Al aumentar la amplitud, las funciones de pertenencia son más planas, por lo que cualquier valor numérico aumentará su grado de pertenencia a todas las etiquetas lingüísticas. El resultado es una acción de control más suave, ya que todas las reglas toman más peso (incluso las que son contrarias a la acción necesaria). El regulador se hace más lento. Si la amplitud aumenta demasiado, la acción de control se va haciendo más lenta, lo que en el límite sería equivalente a aplicar todas las reglas con grado de certeza 1.

Al disminuir la amplitud, las acciones de control son más precisas y rápidas, pues el regulador resulta más selectivo con las reglas que aplica. Pero si se disminuye demasiado, las acciones de control se vuelven irregulares, ya que quedan espacios *muertos* entre las funciones de pertenencia de las etiquetas lingüísticas.

No es un parámetro que deba cambiarse en funcionamiento normal del regulador.

3.2.5 Control fino

Con el fin de disminuir en lo posible el error en régimen permanente, en reguladores sin acción integral, es factible utilizar una *tabla de control fino*, similar a las ya descritas (o incluso con otras reglas), con mayor escala de resolución y acciones de control proporcionales a esa escala. De esta forma, un error en régimen permanente que pudiera parecer pequeño (ZE) con la tabla inicial, con ésta última sería mayor (PM, por ejemplo), y el regulador seguiría actuando, en vez de detenerse por haber alcanzado ya la zona muerta.

En este caso existen dos parámetros de zona muerta, uno para el control grueso (Z_m) y otro para el control fino (Z_{cf}). De esta forma, cuando e y ce son inferiores a Z_m , comenzarían a aplicarse la nueva tabla de reglas y las nuevas escalas. Sólo en el caso de que se rebajara hasta Z_{cf} , tampoco se aplicaría la tabla de control fino. Es perfectamente posible disponer de una sola tabla para ambos casos, y variar únicamente las escalas K_E , K_{CE} y K_{CU} .

3.2.6 Interpolación Trapezoidal

Es posible almacenar la información correspondiente a las conclusiones de las reglas de diversas maneras. La primera es la ya analizada, consistente en almacenarla en forma de

términos lingüísticos.

Una segunda posibilidad interesante se basa en tener ya calculadas todas las acciones de control posibles para cada una de las distintas combinaciones de E y CE . Para ello es necesario trocear el universo de discurso y disponer de un algoritmo que inicialmente calcule todos los valores para esta nueva tabla. La ventaja con respecto al método anterior consiste en que aumenta la velocidad de cálculo, pero como desventaja, una modificación en línea de los parámetros (por parte del operador o de un algoritmo supervisor, por ejemplo) obliga a recalcular de nuevo todos los valores.

En este caso, si la entrada del sistema (e, ce) se encuentra entre dos puntos conocidos (e_1, ce_1) y (e_2, ce_2), la acción de control puede obtenerse por interpolación trapezoidal:

$$cu(e, ce) = \frac{[ce_2 - ce, ce - ce_1] \cdot \begin{bmatrix} cu(e_1, ce_1) & cu(e_2, ce_1) \\ cu(e_1, ce_2) & cu(e_2, ce_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 - e \\ e - e_1 \end{bmatrix}}{(ce_2 - ce_1) \cdot (e_2 - e_1)} \quad (132)$$

3.3 Control Adaptativo

La necesidad del controlador borroso adaptativo se justifica cuando:

- el proceso a controlar varía de un punto de funcionamiento a otro
- varían los parámetros que definen el proceso
- varía el origen de las perturbaciones
- se requiere un aumento del rendimiento (sobreoscilación, tiempo de establecimiento, etc).

Nótese que con la utilización de un algoritmo adaptativo, estamos introduciendo más inteligencia en el controlador. Los elementos básicos de cualquier controlador adaptativo son:

- una ley de control con parámetros ajustables
- un modelo de la salida del sistema en cadena cerrada
- un mecanismo de rediseño del controlador
- un método de estimación de los parámetros.

Temas importantes a tener en cuenta son la estabilidad, convergencia de los parámetros y velocidad de convergencia. Los diferentes métodos de control adaptativo pueden agruparse en directos e indirectos. Los primeros incluyen las etapas de estimación del modelo y modificación de parámetros en un sólo bloque. Entre los métodos más habituales podemos citar:

- controladores adaptativos con modelo de referencia (MRAC)
- controladores auto-ajustables (STR)
- métodos basados en una estimación del modelo

Control Borroso

- planificación de la ganancia.

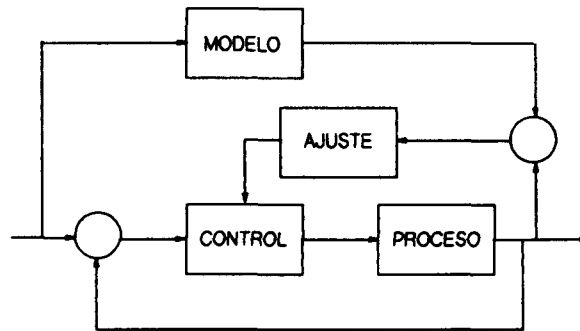


Figura 3.7 Esquema MRAC

Es importante apuntar la diferencia existente entre controlador borroso auto-organizado (SOC) y controlador borroso adaptativo. En el primero existen metarreglas que, en función de la calidad de la señal de control, se encargan de crear nuevas reglas o modificar las ya existentes. En el segundo, existe una lógica adaptativa que modifica directamente el valor de las variables borrosas (por ejemplo, desde *pequeño* a *muy pequeño*).

El controlador adaptativo con modelo de referencia es un método directo cuyo objetivo principal es minimizar la diferencia $y - y_m$ entre la salida del sistema a controlar y la salida dada por un modelo de referencia. Para conseguirlo se emplean las reglas MIT (llamadas así por haber sido desarrolladas en el MIT), como pueden ser las siguientes:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e y_m \quad (133)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e u \quad (134)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \text{signo}(u) \quad (135)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{e}{u} \quad (136)$$

las cuales garantizan estabilidad si

$$\gamma u > 0 \quad (137)$$

El controlador auto-ajustable es un método indirecto, con un esquema como el reflejado en la Figura 3.8.

Control Borroso

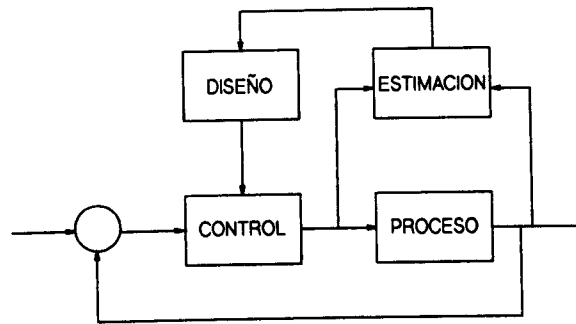


Figura 3.8 Esquema STR

La estimación del modelo puede llevarse a cabo mediante diversas técnicas:

- optimización
- asignación de polos
- métodos recursivos
- mínimos cuadrados
- máxima verosimilitud.

En cuanto a la modificación de los parámetros, pueden emplearse técnicas basadas en:

- mínima varianza
- lugar de las raíces
- seguimiento del modelo.

3.3.1 Algoritmos de Supervisión

El módulo de supervisión es el encargado de incorporar la función de autoaprendizaje (Figura 3.1). Este módulo puede tomar como entrada diferentes variables, según el tipo de sistema que se esté controlando. Un servo, por ejemplo, puede tomar como entrada la sobreoscilación M_p y el tiempo de establecimiento t_s y, en función de éstos, corregir algunos parámetros del regulador. En el control de una variable sometida a fuertes perturbaciones y que se pretende permanezca en el entorno de una consigna, parece más razonable emplear un algoritmo de supervisión que tome como variable de entrada algún índice cuadrático del error.

Su período de entrada debe ser mayor que el de muestreo del regulador, y existen diferentes criterios para escogerlo: por tiempo fijo múltiplo del período del regulador, por tiempo fijo tras cada escalón en la señal de error, por error en régimen permanente menor que una cuota fijada tras cada escalón en la señal de error, por número de veces que se ha disparado una misma regla del controlador, etc.

En función de las variables de entrada elegidas, puede actuarse sobre alguno de los siguientes parámetros:

Control Borroso

- K_i : Son las constantes que multiplican a las entradas del regulador antes de pasarlos a sus equivalentes borrosos. Variarlas es análogo a variar simultáneamente las medias y las amplitudes de las etiquetas lingüísticas, por lo que su influencia se limita a la ya comentada para el caso (7) del apartado 3.2.4.
- c_i : Es el centro de gravedad de la función de pertenencia asociada a cada etiqueta lingüística de la variable de salida. Se deben satisfacer condiciones semejantes a las ya comentadas para el caso de las medias de las funciones de pertenencia de las entradas:
 - los valores de c_i correspondientes a cada etiqueta deben estar en orden creciente de acuerdo con el significado lingüístico de las mismas.
 - las expansiones/compresiones deben hacerse aumentando algo más los c.d.g asociados a la etiquetas extremas.

Al expandirlos, el regulador es más rápido, y a la inversa. Este parámetro, junto con K_i , es uno de los que más afectan al comportamiento del regulador, siendo todos ellos susceptibles de ser modificados por el propio algoritmo de supervisión.

- La tabla de reglas: La propia tabla de reglas es susceptible de ser modificada, si las conclusiones de sus reglas se expresan en forma de valores numéricos y no mediante etiquetas lingüísticas. De esta forma, la conclusión sería directamente el centro de gravedad de cada función de pertenencia asociada a la salida del controlador. Al modificar las reglas debe tomarse la precaución de seguir cumpliendo las condiciones de consistencia y estabilidad de partida.

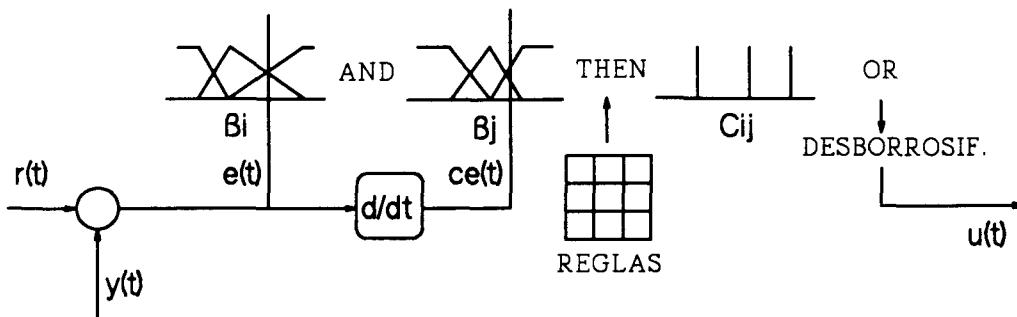


Figura 3.9 Parámetros Adaptables

En definitiva, los parámetros adaptables pueden ser todos, incluyendo los operadores lógicos (Figura 3.9):

- Los conjuntos borrosos: su forma y sus centros β_i
- El operador AND: normas triangulares
- El método de inferencia
- La tabla de reglas: centros de las conclusiones c_i
- El operador OR: conormas triangulares
- El método de desborrosificación.

3.3.2 Controladores Auto-Organizados

El controlador borroso auto-organizado [Li 89, Quiao 92] fue introducido por Mamdani en los años 70 [Procyk 79]. En él las reglas están expresadas en términos lingüísticos, utilizándose una tabla de decisión, con las conclusiones numéricas previamente calculadas.

Se utiliza una tabla de prestaciones (TP) adicional también con valores numéricos, empleada como modelo de referencia, que proporciona un índice de coste dependiendo de la desviación de la salida del sistema con respecto a un modelo fijado de antemano (Figura 3.10). Qué reglas influyen y en cuánto se deben modificar dependerá valor que tome este índice.

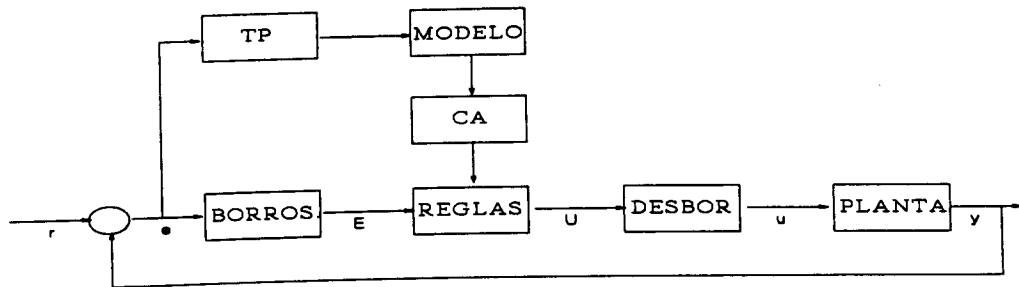


Figura 3.10 SOC de Mamdani

Otros algoritmos utilizan una representación basada en particionar el espacio de estados en celdas o regiones, y un algoritmo tipo gradiente descendiente para minimizar una función de coste [Smith 91]. Si se define la conclusión de la regla i -ésima del regulador como:

$$u_i = c_{i0} + c_{i1}e + c_{i2}ce \tag{138}$$

la salida será

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \cdot u_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \tag{139}$$

con $w_i = \min(\mu_{Ei}(e), \mu_{CEi}(ce))$. Definiendo el error cuadrático medio esperado como $\sigma = E(d_k^2)$, con $d_k = y_{mk} - y_k$, se puede emplear un algoritmo de tipo gradiente descendiente que trate de variar c_i en el sentido adecuado para que σ decrezca.

$$\nabla_{ij} \sigma = \frac{\partial d_k^2}{\partial c_{ij}} \tag{140}$$

Control Borroso

$$c_{ijk+1} = c_{ijk} - \alpha_k \frac{\partial d_k^2}{\partial c_{ij}} \quad (141)$$

Se garantiza que d_k se reduce a cero si

$$\alpha_k = \frac{\left[\sum_{i=1}^r w_{ik} \right]^2}{2 \left[\sum_{i=1}^r w_{ik}^2 \right] (1 + e_k^2 + ce_k^2)} \quad (142)$$

Otro algoritmo supervisor típico [Oliveira 90] desarrollado por DISAM, es el dado por una función del tipo:

$$salida_i = salida_i (1 + \varepsilon f(\%entrada_j)) \quad (143)$$

donde $salida_i$ es el parámetro sobre el que se desea actuar y $entrada_j$ es la variable de entrada en función de la cual se hace la modificación. Por ejemplo, pueden elegirse como entradas la sobreoscilación y el tiempo de subida: $parámetro = parámetro \cdot (1 + \sigma \%M_p) \cdot (1 + \sigma t_r)$. El factor σ es un compromiso entre la velocidad de convergencia y oscilación de la convergencia, y debe ser determinado experimentalmente.

Si las variables de salida sobre las que actúa el supervisor son los centros de gravedad de las funciones de pertenencia de salida, resulta adecuado expandir/comprimir todos cada vez que el supervisor decide actuar. Sin embargo, si se actúa sobre la tabla de reglas directamente, resulta más conveniente modificar más aquellas reglas que más se han disparado durante el último período.

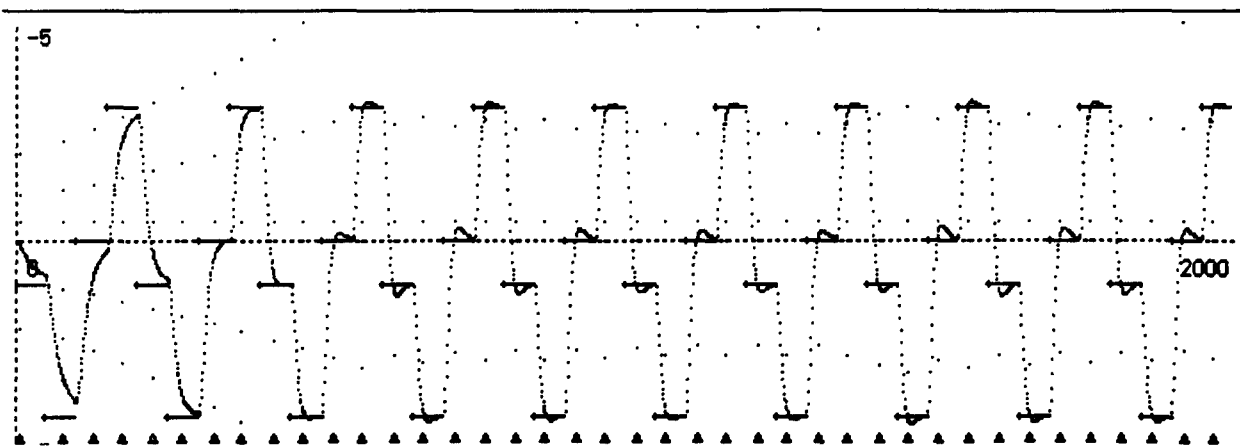


Figura 3.11 Controlador Auto-Organizado de DISAM

Como inconveniente, indicar que en ocasiones este algoritmo puede no converger, y entrar en un ciclo.

3.3.3 Supervisores Borrosos

Otra idea interesante para el diseño de algoritmos supervisores consiste en el empleo de un supervisor borroso [Ollero 89] colocado sobre un regulador tipo PID.

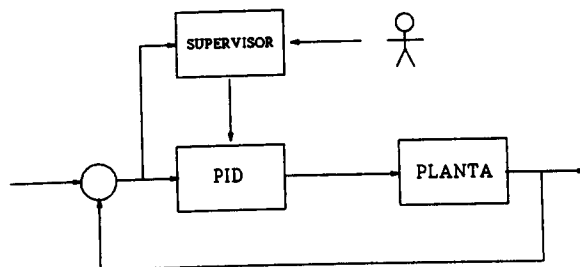


Figura 3.12 Supervisor Borroso

Como entradas al supervisor podrían tomarse la sobreoscilación M_p y el tiempo de establecimiento t_s , o bien el error cuadrático integral (ISE). Por su parte, el operador fijaría las consignas para estas variables, por ejemplo M_p' y t_s' , obteniéndose a partir de ambas los errores e_{ts} , e_{M_p} . La salida del supervisor podría ser la ganancia K del regulador PID, o su incremento ΔK [Cerezo 87], que se añadiría a K , o la escalaría.

Regulador	Supervisor
K	$K = f(t_s, M_p)$
$K + \Delta K$	$\Delta K = f(t_s, M_p)$
$K \cdot \Delta K$	$\Delta K = f(t_s, M_p)$

Tabla VI Salida del Supervisor

En cuanto a su construcción interna, ésta sería análoga la del regulador borroso, viniendo expresadas tanto las variables de entrada como las de salida de forma lingüística, por ejemplo:

SI (e_{ts} es NG) Y (e_{M_p} es PG) ENTONCES (ΔK es PM)

3.4 Estabilidad

Uno de los temas más difíciles de abordar en el campo del control borroso es el referente a la estabilidad [Cerezo 92, Ray 84b, Ollero 93]. Aunque existen muy variados estudios al respecto, son pocos los que dan una solución global al problema. La complicación surge de la no linealidad de la función que caracteriza al controlador. Por ello, tradicionalmente se ha intentado enfocar el tema siguiendo la teoría de análisis de sistemas no lineales, pero la dificultad se multiplica al extrapolarlo al caso de sistemas multivariables.

Control Borroso

Un primer enfoque consiste en obtener la matriz de relación que representa la función de control y , a partir de ella, llevar a cabo un análisis lingüístico de la trayectoria del sistema en cadena cerrada.

En el caso de sistemas monovariantes, es posible aplicar el criterio de estabilidad de Popov. Una extensión al caso multivariable es posible llevarla a cabo sin una complejidad excesiva, solamente con igual número de entradas y de salidas y un sistema con diagonal dominante [Williams 86]. Como corolario, es posible utilizar el criterio de conicidad para asegurar completamente la estabilidad de un sistema.

Otros estudios utilizan el concepto de reguladores híbridos, combinación de reguladores clásicos y borrosos, de forma que la parte lineal del sistema realimentado tenga el peso suficiente como para garantizar la estabilidad conjunta. También es posible hacer un estudio energético, de forma que si la energía total del sistema decrece en el tiempo se puede asegurar la estabilidad.

Un método de análisis geométrico para el estudio de la estabilidad se basa en la observación de la evolución, en el espacio de estados, de las componentes vectoriales de los campos lineal y no lineal. A partir de este análisis es posible obtener una serie de índices relativos de estabilidad y robustez que nos den una idea del comportamiento dinámico relativo del sistema realimentado, al modificar algunos de sus parámetros.

Por último, mencionar el método de análisis de estabilidad utilizado por Sugeno que, basado en funciones de Lyapunov para sistemas discretos, es uno de los que más adeptos cuenta en la actualidad.

En la explicación que sigue, se supondrá conocido un modelo dinámico no borroso del sistema a controlar (Figura 3.13) y un controlador borroso representado por la función no lineal:

$$u = \Phi(\bar{x}) \quad (144)$$

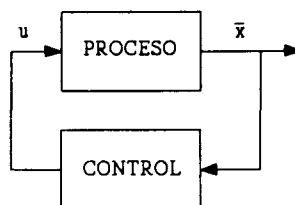


Figura 3.13 Sistema no Lineal Realimentado

Además, aunque este modelo no sea exacto, si el sistema es suficientemente robusto se puede seguir manteniendo la estabilidad.

3.4.1 Análisis Lingüístico

El análisis [Braae 79] se basa en el particionamiento del espacio de estados en regiones, determinadas por aquellos valores en que es dominante cada una de las reglas, esto es, su grado de cumplimiento es máximo frente a las demás (Figura 3.14).

De esta forma es posible analizar la secuencia de reglas que se van disparando, y por tanto lo que llamaremos trayectoria lingüística. Si la trayectoria se sale del rango (universo de discurso), si sólo utiliza las regiones centrales, o determinadas bandas del plano de fases, entonces cabe pensar en una mejora del controlador, mediante la modificación de los rangos de definición de las reglas. Por supuesto, el sistema será estable si la trayectoria lingüística converge al punto de equilibrio.

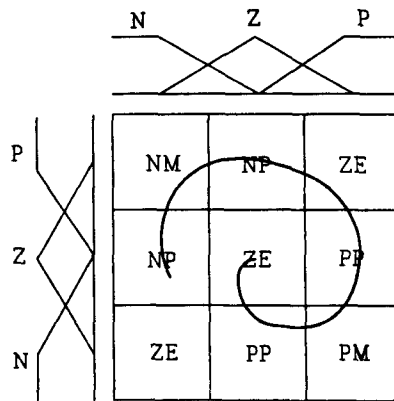


Figura 3.14 Trayectoria Lingüística

3.4.2 Criterio del Círculo

Dado un sistema realimentado (Figura 3.15), definido por sus funciones de transferencia $G(s)$ proceso y $H(s)$ controlador, los primeros estudios de estabilidad [Kickert 78] se basaron en extender los métodos de análisis de estabilidad para sistemas no lineales como es el criterio de estabilidad de Popov (derivado directamente del criterio general de Lyapunov).

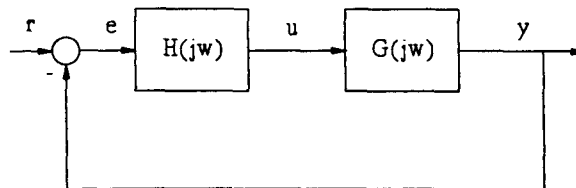


Figura 3.15 Sistema Realimentado

En [Ray 84a] se utiliza un controlador borroso multirrelé (Figura 3.16), con funciones de pertenencia simétricas y desborrosificación por media de máximos. El análisis conduce a la aplicación del criterio del círculo, siendo el criterio de estabilidad de Nyquist una particularización del mismo para el caso unidimensional.

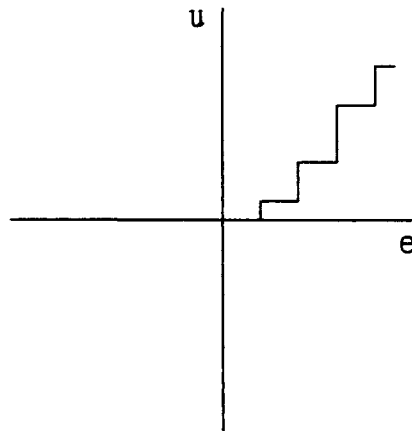


Figura 3.16 Sistema Multirrelé

Para el caso monovariable, suponiendo:

- $G(s)$ racional y asintóticamente estable
- $K_1 \leq u \leq K_2$, con K_1 y K_2 positivos.

el sistema es asintóticamente estable si el trazado de Nyquist de $G(s)$ no corta ni rodea en sentido horario el círculo de diámetro $(-1/K_1, -1/K_2)$ (criterio del círculo) tal y como se refleja en la Figura 3.17.

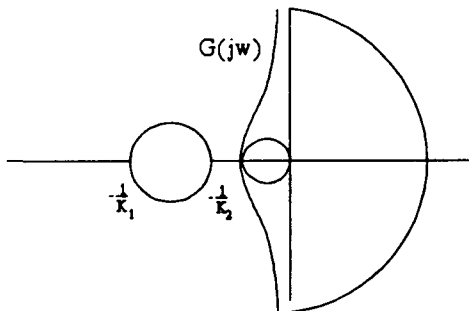


Figura 3.17 Criterio del Círculo

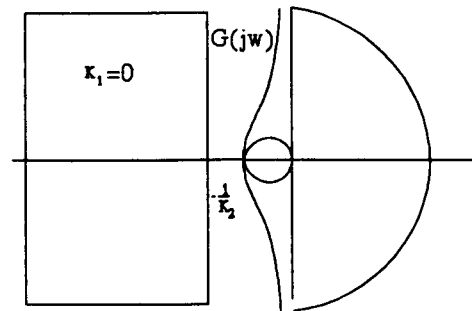


Figura 3.18 Caso $K_1 = 0$

En el caso más normal en que $K_1=0$, tenemos una situación análoga a la del criterio de Nyquist para sistemas lineales (Figura 3.18), con lo que el caso deriva en una situación análoga a la del criterio de estabilidad de Nyquist para sistemas lineales.

Para el caso multivariable, consideremos como función de control la matriz diagonal:

$$\Phi(e, t) = \begin{bmatrix} \phi_1(e, t) & 0 \\ 0 & \phi_2(e, t) \end{bmatrix} \quad (145)$$

y sea $G^{-1}_{ij}(s)$ la matriz inversa de $G_{ij}(s)$ y círculo de radio

$$\hat{r}_i(s) = \sum_{k=1, k \neq i}^m |G_{ik}^{-1}(s)| \quad (146)$$

si el sistema es diagonal-fila dominante

$$|G_{ii}^{-1}(s)| > \sum_{j=1, j \neq i}^m |G_{ij}^{-1}(s)| \quad \forall i, \forall s \quad (147)$$

o bien

$$\hat{r}_i(s) = \sum_{k=1, k \neq j}^m |G_{kj}^{-1}(s)| \quad (148)$$

si el sistema es diagonal-columna dominante

$$|G_{ii}^{-1}(s)| > \sum_{j=1, j \neq i}^m |G_{ji}^{-1}(s)| \quad \forall i, \forall s \quad (149)$$

Entonces el sistema es asintóticamente estable, si la banda de Nyquist centrada en $G^{-1}_{ii}(j\omega)$ no corta el origen, ni al círculo de diámetro $(-K_1, -K_2)$, y envuelve a ambos el mismo número de veces en sentido horario (Figura 3.19).

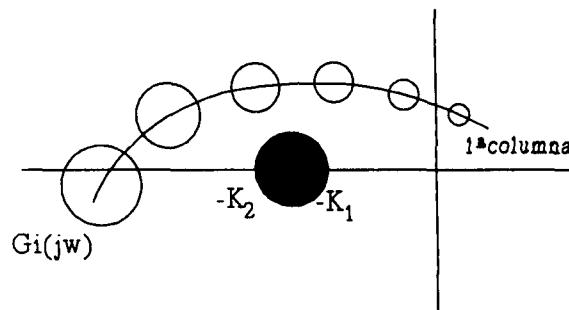


Figura 3.19 Caso Multivariable (Columna Dominante)

Si tras este análisis el sistema resulta ser inestable, se añade una compensación serie (proporcional), para conseguir que sea estable.

3.4.3 Criterio de Conicidad

Como bien es sabido, todos los métodos de análisis de estabilidad que derivan de aplicar el criterio de Lyapunov proporcionan condiciones suficientes, pero no necesarias. Es decir, si aplicando cualquiera de estos métodos, el sistema no satisface las condiciones requeridas, no se puede garantizar que el sistema sea inestable. Simplemente, no se puede decir nada al respecto.

Control Borroso

Un criterio interesante para ampliar el número de sistemas estables es el aportado por el criterio de conicidad [Aracil 91]. Éste se basa en la equivalencia existente entre los sistemas de la Figura 3.20 y Figura 3.21, desde el punto de vista de la estabilidad.

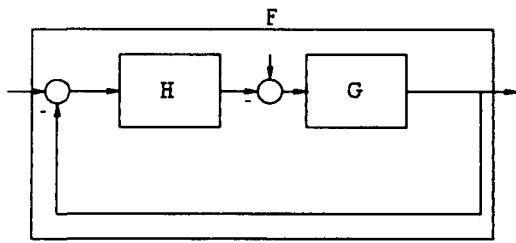


Figura 3.20 Sistema Inicial

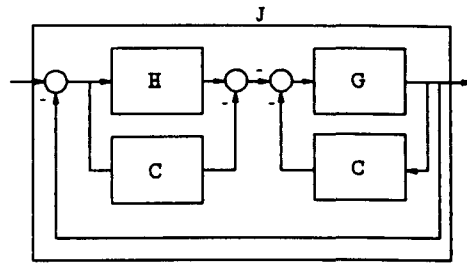


Figura 3.21 Sistema Compensado

El criterio de conicidad establece que el sistema realimentado F es estable, si existen un operador lineal C (al que llamaremos centro) y un número positivo R (que llamaremos radio), tal que:

$$\text{ganancia}(H-C) < R \tag{150}$$

$$\text{ganancia}\left(\frac{G}{1+GC}\right) \leq \frac{1}{R} \tag{151}$$

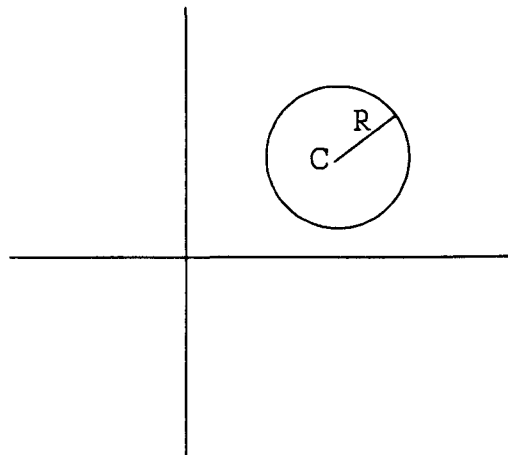


Figura 3.22 Criterio de Conicidad

Obsérvese que la segunda condición no es más que la condición del criterio del círculo para la respuesta en frecuencia de $G(j\omega)$.

3.4.4 Análisis Geométrico

Si expresamos la ecuación del sistema a controlar y la del controlador, respectivamente, como:

$$\begin{aligned}\bar{\dot{x}} &= f(\bar{x}) + \bar{b} \cdot u \\ u &= \Phi(\bar{x})\end{aligned}\tag{152}$$

con

$$\Phi(\bar{0}) = 0\tag{153}$$

entonces el sistema realimentado será estable [Aracil 88] si el sistema en bucle abierto

$$\bar{\dot{x}} = f(\bar{x})\tag{154}$$

es estable, y el campo vectorial asociado a

$$\bar{b} \cdot \Phi(\bar{x}) = \bar{0}\tag{155}$$

tiende a

$$\Phi(\bar{x}) = 0\tag{156}$$

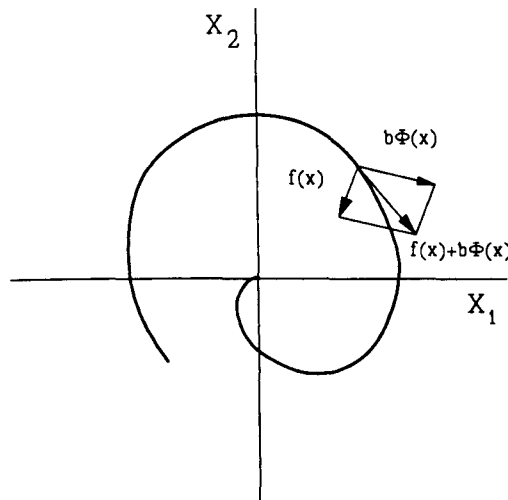


Figura 3.23 Análisis Geométrico

Para otras combinaciones, como que el sistema en bucle abierto sea inestable, la estabilidad depende de las características de

$$\bar{b} \cdot \Phi(\bar{x})\tag{157}$$

De esta forma es posible predecir el comportamiento del sistema, pudiendo aparecer distintas combinaciones como son [Cerezo 87]:

Control Borroso

- caso estable:

$$\bar{b} \cdot \Phi(\bar{x}) \text{ tiende a cero} \quad (158)$$

- caso crítico:

$$\bar{b} \cdot \Phi(\bar{x}) \text{ no tiende a cero} \quad (159)$$

el sistema puede ser estable si la componente $f(x)$ tiene peso suficiente.

- ciclo límite: se trata del caso intermedio a los dos anteriores.
- regiones aisladas: en el caso de que existan regiones aisladas con un comportamiento opuesto al de la zona adyacente, las trayectorias tienden a bordearlas, pudiendo llegar a provocar casos de inestabilidad si no son capaces de encontrar el camino para llegar al punto de equilibrio.

Por último, comentar que las conclusiones a las que se llega con este análisis son cualitativas, pero dan una idea de cómo se pueden cambiar las reglas para obtener un comportamiento dinámico lo más parecido al deseado.

3.4.5 Índices de Estabilidad y Robustez

Enlazando con el análisis anterior, es posible obtener algunos índices [Aracil 89] que nos valoren de alguna manera cómo de lejos estamos de la zona de inestabilidad. En el caso unidimensional, si partimos de la ecuación anterior

$$\dot{x} = f(x) + b \cdot \Phi(x) \quad (160)$$

en el punto de equilibrio debe verificarse que:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 0 \\ f(x) + b \cdot \Phi(x) &= 0 \end{aligned} \quad (161)$$

Equilibrio que será estable si

$$f'(0) + b \cdot \Phi'(0) < 0 \quad (162)$$

y globalmente estable si además

$$|f(x)| > |b \cdot \Phi(x)| \quad \forall x \neq 0 \quad (163)$$

Control Borroso

Por tanto, dos medidas de estabilidad relativa pueden ser:

$$I_1 = -(f'(0) + b \cdot \Phi'(0)) \quad (164)$$

$$I_2 = \min |f(x) + b \cdot \Phi(x)| \quad (165)$$

Cuanto más grande es I_2 , más robusto es el sistema. Sin embargo, este valor sería siempre cero en el origen. Para evitar esto, eliminamos una región B alrededor del mismo, y definimos

$$I_2 = \min_{\forall x \in B'} |f(x) + b \cdot \Phi(x)| \quad (166)$$

siendo B' la recta real exceptuando el intervalo $[\beta_1, \beta_2]$ dentro del cual se produce el primer valor de

$$\Phi'(\beta_1) = -f'(\beta_1) \quad (167)$$

$$\Phi'(\beta_2) = -f'(\beta_2) \quad (168)$$

tal y como se muestra en la Figura 3.24. Este artificio es necesario para evitar que I_2 valga siempre cero.

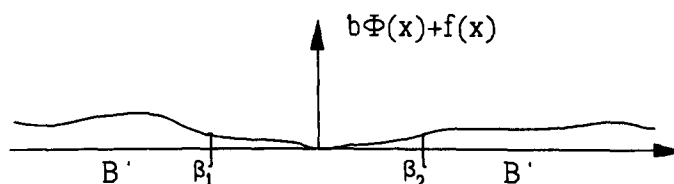


Figura 3.24 Condición de Estabilidad

En el caso bidimensional, las ecuaciones de partida son

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) + b_1 \cdot \Phi(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + b_2 \cdot \Phi(x_1, x_2) \end{cases} \quad (169)$$

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_{10}, x_{20}) \\ f_2(x_{10}, x_{20}) \end{bmatrix} + J \begin{bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \end{bmatrix} + \dots \quad (170)$$

siendo J la matriz Jacobiana:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (171)$$

Para llevar a cabo el análisis, se supondrá que el sistema es estable en el origen (el criterio de Lyapunov lo garantiza si el sistema linealizado lo es). Este sistema linealizado, al ser de segundo orden, tendrá dos polos con parte real negativa (Figura 3.25), que serán las raíces del polinomio característico $p(s) = s^2 + a_1s + a_2$.

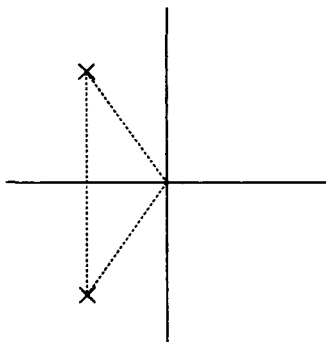


Figura 3.25 Polos del Sistema Lineal

Cuanto más alejados estén los polos del eje imaginario, mayor será la estabilidad relativa del sistema. Esto nos conduce a la definición de un primer índice como:

$$I_1 = a_2 = \det(J) \quad (172)$$

A mayor a_2 , más robusto es el sistema. Análogamente se podría definir a partir de a_1 como:

$$I_1^* = a_1 = -\text{traza}(J) \quad (173)$$

De esta forma, tenemos dos medidas de estabilidad o robustez en el origen [Cerezo 91b]. El segundo índice se define igual que en el caso unidimensional:

$$I_2 = \min_{\forall x \in B'} |f(x) + b\Phi(x)| \quad (174)$$

estando definida B' igual que antes, pero ahora sobre el subespacio unidimensional:

$$\frac{f_1(x_1, x_2)}{b_1} = \frac{f_2(x_1, x_2)}{b_2} \quad (175)$$

que es el único en el que se pueden compensar las líneas de campo.

3.4.6 Estabilidad de Sistemas Discretos

Partiremos del modelo de Sugeno [Takagi 85], suponiendo entrada nula, donde cada regla se representa de la forma:

$$\begin{aligned} &\text{SI } (y_{k-1} \text{ es } Y_{i1}) \text{ E } (y_{k-2} \text{ es } Y_{i2}) \text{ E } \dots \text{ E } (y_{k-n} \text{ es } Y_{in}) \\ &\text{ENTONCES } y_{ik} = a_{i0} + a_{i1} \cdot y_{k-1} + \dots + a_{in} \cdot y_{k-n} \end{aligned}$$

y la salida del sistema se calcula como el centro de gravedad de la salida de cada regla:

$$y_k = \frac{\sum_{i=1}^r w_i y_{ik}}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (176)$$

siendo r el número de reglas. Si construimos la matriz A_i como:

$$A_i = \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in-1} & a_{in} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (177)$$

entonces la salida de cada regla se puede expresar como

$$y_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} y_{ik-j} = A_i \bar{y}_{k-1} \quad (178)$$

y la salida global del sistema es

$$y_k = \frac{\sum_{i=1}^r w_i A_i \bar{y}_{k-1}}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (179)$$

El análisis de estabilidad se plantea partiendo del criterio de Lyapunov. Se puede demostrar [Tanaka 92] que el sistema definido por las ecuaciones anteriores es asintóticamente estable si existe una matriz definida positiva P, común para todos los subsistemas y_{ik} , tal que $A_i^T P A_i - P < 0, \forall i$. Además, si alguna de las combinaciones $A_i \cdot A_j$ no es estable, se puede demostrar

que no existe la matriz P anterior.

3.5 Aplicaciones

El control borroso no sólo no es incompatible con las técnicas de control convencionales, sino que ambas pueden integrarse para lograr controladores más robustos. Sin embargo, el control borroso tiene algunas particularidades, que lo hacen claramente susceptible de ser utilizado en el control de procesos que reúnen alguna o varias de las siguientes características:

- Procesos difíciles de automatizar y que, paradójicamente, son controlados fácilmente por operadores humanos.
- Procesos con incertidumbre, poco definidos.
- Dificil estimación de los parámetros que definen el proceso.
- Sistemas complejos, no lineales, de orden elevado, variantes con el tiempo.
- Situaciones en las que resulta difícil la medición del valor de las variables a controlar (procesos biológicos, reacciones químicas complejas).
- Cuando la medidas no son fiables (sensor de temperatura puntual).

Entre las principales ventajas que un controlador de tipo borroso puede reportar, podemos citar las siguientes:

- No es necesario un modelo preciso del sistema a controlar.
- Se implementan fácilmente los conocimientos del operador humano (reglas expresadas en términos lingüísticos).
- Resulta posible alcanzar con facilidad las especificaciones dinámicas fijadas.
- El controlador borroso es poco sensible a cambios de los parámetros del sistema a controlar.
- Presenta un alto rechazo al ruido.
- Permite contemplar situaciones excepcionales del estado del proceso, gracias a su forma de representar el conocimiento.

Por supuesto, que también existen algunas dificultades para su implementación que sería impropcedente no reconocer:

Control Borroso

- Resulta imprescindible la presencia de un experto que suministre el conocimiento necesario.
- Una modificación en los parámetros del controlador obliga a una revisión de todo el conjunto de reglas, para detectar la aparición de nuevas inconsistencias o de tendencias hacia la inestabilidad.
- Es prácticamente inexistente una teoría que nos indique los pasos a seguir para el diseño del sistema de control.

Prueba indiscutible de la utilidad de la lógica borrosa son las numerosas aplicaciones que han surgido desde los años 70 hasta nuestros días. Japón es el país que ha adoptado con mayor entusiasmo la lógica borrosa. Los japoneses son los que más productos basados en lógica borrosa han sacado al mercado desde 1985 [Maiers 85, Takashima 89]. Al contrario ocurre en Estados Unidos y en casi todos los países occidentales, cuyo recelo nos ha llevado a emplearla prácticamente sólo en determinadas aplicaciones software.

Los principales casos en los que resulta interesante emplear control borroso frente a otro tipo de control, son aquellos en los que se tratan problemas concretos con información parcial o imprecisa. Se enumeran a continuación algunas aplicaciones interesantes de la lógica borrosa a control [Mamdani 81, Sobrino 93, Tremosa 91]:

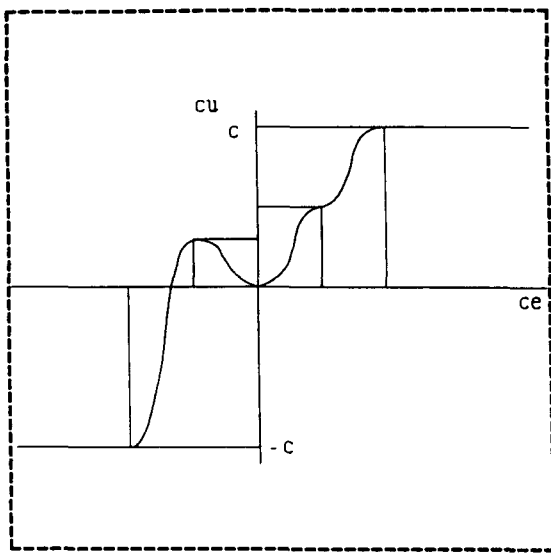
Aplicaciones en control

- Control de un Horno de Clinker [Haspel 87, Holmblad 87, Sanz 91a].
- Control de un Proceso de Purificación de Agua [Tong 80a].
- Control de Combustión [Ono 89].
- Aplicaciones en Robótica [Cerezo 93, Hirota 89a, Gasós 89, Lea 93, Murakami 81, Sugeno 89].
- Conducción automática de trenes.
- Control de Motores [Vachtsevanos 93].
- Control del tráfico en un cruce [Pappis 77].
- Controladores de temperatura (Mitsubishi, Omron) [Infelise 90].
- Sistemas ABS de frenado y transmisiones automáticas (Nissan Motor Co. Ltd.).
- Imagen y sonido (Sanyo).

Control Borroso

Aplicaciones en otros campos relacionados

- **Sistemas Expertos** [Godo 89].
- **Validación de Datos** [Aguilar 92].
- **Reconocimiento de Patrones** [Fujimoto 89, Kandel 82].
- **Computación Neuronal** [Mira 93].
- **Computadores de Sexta Generación** [Moraga 93, Sultán 88, Swinbanks 90, Tatsuno 89].
- **Hardware** [Bugarín 92, Hirota 89b, Ruiz 91, 92, Yamakawa 88, 89].
- **Entornos de Desarrollo (Togai, Toshiba)** [Babuska 93].



4

ESTRUCTURA INTERNA

«When the only tool you have is a hammer, everything begins to look like a nail»

Zadeh

«Hubiera sido más impresionante si fluyeran en sentido contrario» (En referencia a las cataratas del Niágara)

Oscar Wilde

«Aprendí hace muchos años a no perder nunca el tiempo tratando de convencer a mis colegas»

Einstein

En este capítulo se trata uno de los pilares en que se fundamenta esta Tesis: se muestra cómo es posible determinar exactamente punto a punto la acción de control para un controlador borroso, mediante la obtención de la función de control a partir de las señales de entrada, habitualmente el error y la derivada del error. Una vez hecho esto, estaremos en condiciones de dibujar el mapa de inferencia correspondiente, con lo que ya seremos capaces de inferir las acciones de control futuras con un algoritmo no borroso. Aquí subyace la idea de que los términos lingüísticos, las funciones de pertenencia (y por tanto los conjuntos borrosos) y la lógica borrosa aplicada a inferir sobre la tabla de reglas *no es más que* una útil ayuda para diseñar y ajustar en línea el controlador. Sería perfectamente posible diseñar una función de control no lineal a la medida de cada uno, simplemente definiendo cómo es el mapa de inferencia deseado. ¿Dónde reside pues la lógica borrosa en un controlador borroso?

4.1 Tipos de Controladores

Una versión genérica del esquema de controlador borroso ya analizado, podría incluir tres funciones del error: integral o suma del error (SE), error (E) y cambio en el error (CE):

FPID: SI (SE es SE_i) Y (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES (U es U_i)

Por similitud con el control clásico, puede pensarse que resultaría interesante disponer de los tres eventos (P+I+D), lo que en esta Tesis denominaremos un FPID. Sin embargo, elaborar una tabla que incluya tres condiciones en cada regla se presenta como una misión casi imposible, pues ya es de por sí comprometido establecer condiciones de robustez y estabilidad para el caso bidimensional. Podría reducirse entonces el problema a utilizar uno de los dos controladores siguientes:

FPD: SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES (U es U_i)

FPI: SI (SE es SE_i) Y (E es E_i) ENTONCES (U es U_i)

Inclusive, y yendo un poco más lejos, podemos observar que también es posible obtener error nulo en régimen permanente con un regulador del tipo:

FPI: SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES (CU es CU_i)

sin más que derivar la función de transferencia asociada al primer controlador FPI. Con ello, es válida toda la teoría presentada para el regulador con E y CE , sin más que elegir U o CU a la salida.

Adicionalmente, los reguladores pueden tener múltiples variables de entrada. Controladores

Estructura Interna

borrosos con más de una salida son inmediatos de analizar, pues pueden resolverse trivialmente por superposición de varios reguladores. Este mismo principio de superposición no es posible aplicarlo a la entrada, pues la relación (E, CE) a CU es claramente no lineal, como se verá a continuación.

4.2 Controlador Lineal por Tramos

El caso por el que podemos comenzar es el controlador de tipo FP simétrico.

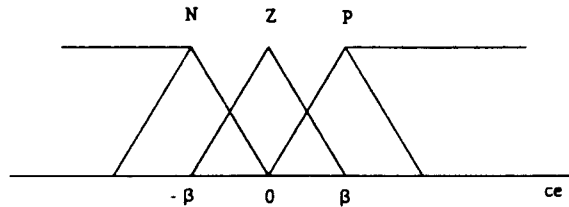


Figura 4.1 Funciones de Pertenencia Triangulares para $ce(t)$

Supongamos el caso más simple de términos lingüísticos N (negativo), Z (cero) y P (positivo) para el universo CE y N' , Z' y P' para el universo de CU . Supongamos también que los conjuntos borrosos definidos sobre CE están representados por funciones de pertenencia triangulares (Figura 4.1) descritas por:

$$\mu_N(ce) = \begin{cases} 1 & , \quad ce \leq -\beta \\ \frac{-ce}{\beta} & , \quad -\beta \leq ce \leq 0 \\ 0 & , \quad ce \geq 0 \end{cases} \quad (180)$$

$$\mu_Z(ce) = \begin{cases} 0 & , \quad ce \leq -\beta \\ \frac{ce+\beta}{\beta} & , \quad -\beta \leq ce \leq 0 \\ \frac{-ce+\beta}{\beta} & , \quad 0 \leq ce \leq \beta \\ 0 & , \quad ce \geq \beta \end{cases} \quad (181)$$

Estructura Interna

$$\mu_p(ce) = \begin{cases} 0 & , \quad ce \leq 0 \\ \frac{ce}{\beta} & , \quad 0 \leq ce \leq \beta \\ 1 & , \quad ce \geq \beta \end{cases} \quad (182)$$

con la particularidad de que se superponen por parejas, y sus correspondientes conjuntos borrosos son normales en el sentido expresado por Zadeh [Bellman 70, Zadeh 73]. La tabla de reglas más sencilla que podemos escoger es la siguiente:

SI (CE es N) ENTONCES $cu = c_N$
 SI (CE es Z) ENTONCES $cu = c_Z$
 SI (CE es P) ENTONCES $cu = c_P$

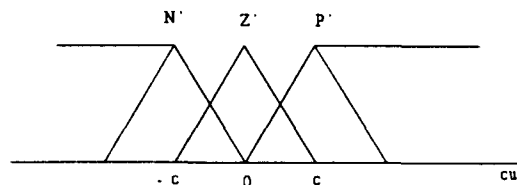


Figura 4.2 Funciones de Pertenencia para $cu(t)$

(es decir, tiene ganancia positiva), y siendo c_N el centro de gravedad del conjunto borroso correspondiente al término lingüístico N' (y análogo para c_Z y c_P). El punto de equilibrio viene dado por el punto $(ce, cu) = (0, 0)$ y la simetría si escogemos $\beta_N = -\beta_P = -\beta$ y $c_{N'} = -c_{P'} = -c$.

4.3 Haciendo Inferencia

Si tomamos como criterio de desborrosificación el centro de gravedad de las acciones de control, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$cu = \frac{\sum_{i=1}^r c_i a_i \mu_i(ce)}{\sum_{i=1}^r a_i \mu_i(ce)} \quad (183)$$

con r el número de reglas e i tomando valores en $\{ N, Z, P \}$. A la vista de la Figura 4.2, todas las áreas a_i son iguales y además se verifica que

Estructura Interna

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(ce) = 1 \quad \forall ce \quad (184)$$

De esta forma obtenemos que:

$$cu = \sum_{i=1}^r c_i \mu_i(ce) \quad (185)$$

Y por tanto

$$cu = \begin{cases} -c & , \quad ce \leq -\beta \\ \frac{ce}{\beta} & , \quad -\beta \leq ce \leq \beta \\ c & , \quad ce \geq \beta \end{cases} \quad (186)$$

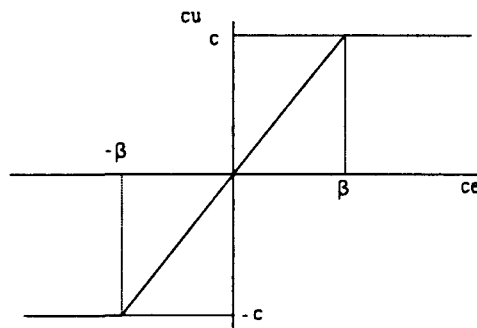


Figura 4.3 FP con Función de Control Lineal

Analizando esta función, nos recuerda un control proporcional clásico con ganancia

$$K = \frac{c}{\beta} \quad (187)$$

y saturación para $|ce| > \beta$.

4.4 Otros Casos Lineales

Supongamos ahora los siguientes casos no simétricos para la derivada de la acción de control (modificando c) o para la derivada del error (modificando β).

caso 1:

tomando c_N distinto de $-c_P$, podemos obtener, por ejemplo:

Estructura Interna

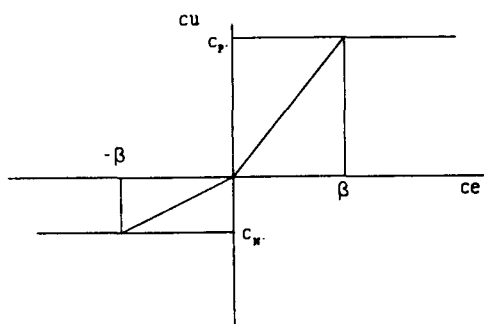


Figura 4.4 Asimetría en cu

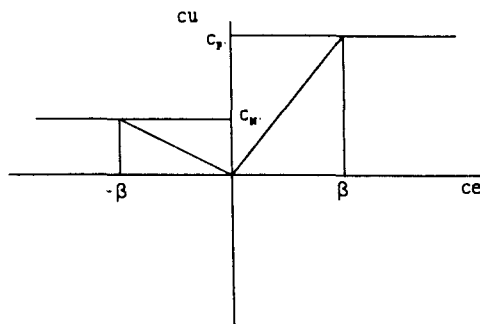


Figura 4.5 Oposición en cu

caso 2:

tomando β_N distinto de β_P otros ejemplos podrían ser:

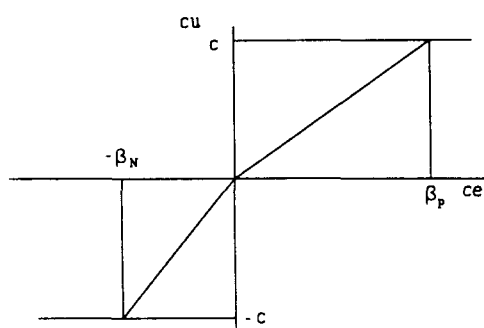


Figura 4.6 Asimetría en ce

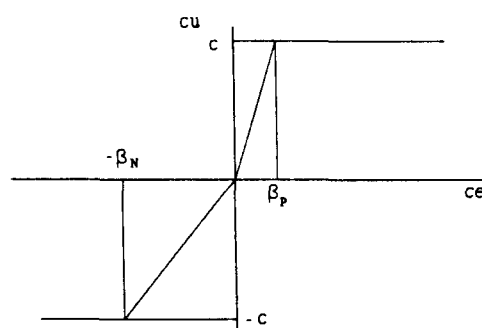


Figura 4.7 Otra Asimetría en ce

En realidad, es posible introducir las mismas asimetrías tanto como en el caso 1 como en el 2. Podemos pensar incluso en un caso más general que incluya asimetría, y con un punto de equilibrio no nulo ($\beta_Z=0, C_Z \neq 0$).

$$cu = \begin{cases} c_{N'} & , \quad ce \leq -\beta \\ c_{Z'} + \frac{c_{Z'} - c_{N'}}{\beta} ce & , \quad -\beta \leq ce \leq 0 \\ c_{Z'} + \frac{c_{P'} - c_{Z'}}{\beta} ce & , \quad 0 \leq ce \leq \beta \\ c_{P'} & , \quad ce \geq \beta \end{cases} \quad (188)$$

Estructura Interna

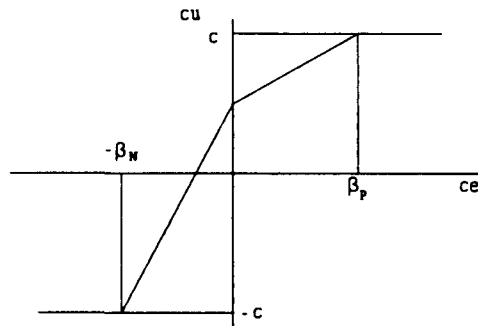


Figura 4.8 Punto de Equilibrio no Nulo

4.5 Funciones no Lineales

Sean funciones de pertenencia polinómicas de segundo orden, tal y como se muestra en la Figura 4.9:

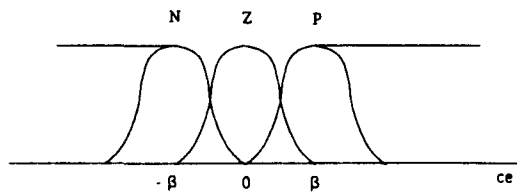


Figura 4.9 Funciones de Pertenencia Polinómicas para $ce(t)$

$$\mu_N(ce) = \begin{cases} 1 & , ce \leq -\beta \\ 1 - \frac{2(ce + \beta)^2}{\beta^2} & , -\beta \leq ce \leq -\frac{\beta}{2} \\ \frac{2ce^2}{\beta^2} & , -\frac{\beta}{2} \leq ce \leq 0 \\ 0 & , ce \geq 0 \end{cases} \quad (189)$$

$$\mu_z(ce) = \begin{cases} 0 & , ce \leq -\beta \\ 2 \frac{(ce + \beta)^2}{\beta^2} & , -\beta \leq ce \leq -\frac{\beta}{2} \\ 1 - \frac{2ce^2}{\beta^2} & , -\frac{\beta}{2} \leq ce \leq \frac{\beta}{2} \\ 2 \frac{(ce - \beta)^2}{\beta^2} & , \frac{\beta}{2} \leq ce \leq \beta \\ 0 & , ce \geq \beta \end{cases} \quad (190)$$

Al igual que en el caso triangular, tenemos

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(ce) = 1 \quad \forall ce \quad (191)$$

y, suponiendo el caso simétrico más sencillo $-c_N = c_p = c$, $c_z = 0$, obtenemos:

$$cu = \sum_{i=1}^r c_i \mu_i(ce) = \begin{cases} c & , ce \leq -\beta \\ -c \left[1 - 2 \frac{(ce + \beta)^2}{\beta^2} \right] & , -\beta \leq ce \leq -\frac{\beta}{2} \\ -c \frac{2ce^2}{\beta^2} & , -\frac{\beta}{2} \leq ce \leq 0 \\ c \frac{2ce^2}{\beta^2} & , 0 \leq ce \leq \frac{\beta}{2} \\ c \left[1 - 2 \frac{(ce - \beta)^2}{\beta^2} \right] & , \frac{\beta}{2} \leq ce \leq \beta \\ c & , ce \geq \beta \end{cases} \quad (192)$$

Estructura Interna

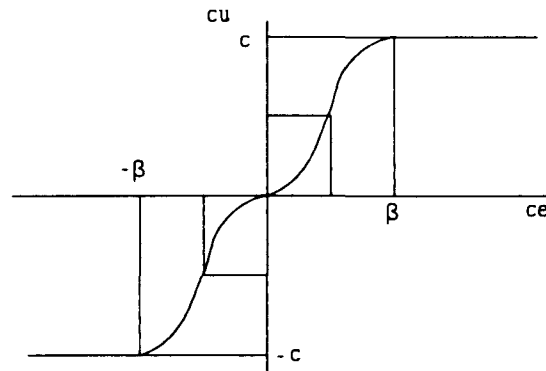


Figura 4.10 FP con Función de Control Polinómica

Lógicamente, resulta muy sencillo introducir asimetrías en c o en β y modificaciones en el punto de equilibrio, obteniendo en un caso más general (con cinco términos lingüísticos en lugar de los tres del ejemplo anterior) una gráfica como la siguiente:

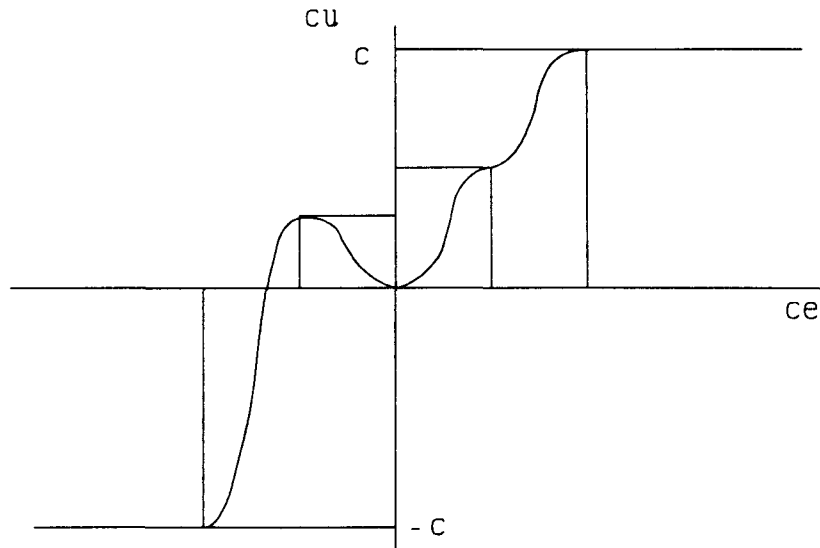


Figura 4.11 Asimetría en el Caso Polinómico

Como reseña adicional indicar que modificando la forma de las funciones de pertenencia se obtienen diferentes curvas para la función de control [Chang 91]. Esto es importante de cara a entender el comportamiento interno de un controlador borroso. Nótese también que en este último ejemplo cu no es una función creciente para todo valor de ce , lo que significa que el controlador tiene una ganancia negativa para dichos valores. Esto muestra la gran flexibilidad de los controladores borrosos.

4.6 Caso Trapezoidal

Con funciones de pertenencia trapezoidales (Figura 4.12), se obtiene un resultado como el mostrado en la Figura 4.13.

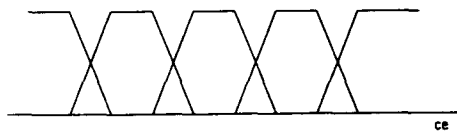


Figura 4.12 Funciones de Pertenencia Trapezoidales

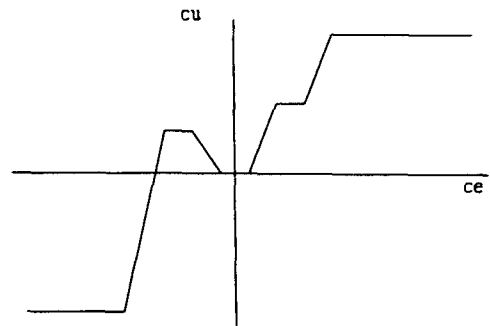


Figura 4.13 Función de Control Trapezoidal

4.7 Funciones Bilineales

Sea un controlador FPI con reglas del tipo SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES $cu = c_i$, donde las condiciones de las reglas corresponden a las acciones integral y proporcional, respectivamente. Sean tres términos lingüísticos para cada variable de entrada y funciones de pertenencia triangulares:

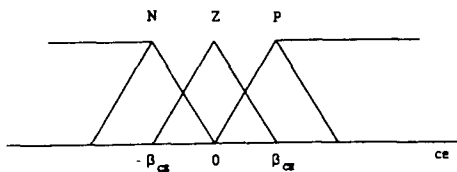


Figura 4.14 Funciones de Pertenencia Triangulares para $ce(t)$

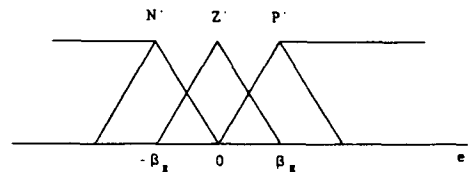


Figura 4.15 Funciones de Pertenencia Triangulares para $e(t)$

$$\mu_N(ce) = \begin{cases} 1, & ce \leq -\beta_{CE} \\ \frac{-ce}{\beta_{CE}}, & -\beta_{CE} \leq ce \leq 0 \\ 0, & ce \geq 0 \end{cases} \quad (193)$$

$$\mu_Z(ce) = \begin{cases} 0, & ce \leq -\beta_{CE} \\ \frac{ce + \beta_{CE}}{\beta_{CE}}, & -\beta_{CE} \leq ce \leq 0 \\ \frac{-ce + \beta_{CE}}{\beta_{CE}}, & 0 \leq ce \leq \beta_{CE} \\ 0, & ce \geq \beta_{CE} \end{cases} \quad (194)$$

Estructura Interna

$$\mu_p(ce) = \begin{cases} 0 & , \quad ce \leq 0 \\ \frac{ce}{\beta_{CE}} & , \quad 0 \leq ce \leq \beta_{CE} \\ 1 & , \quad ce \geq \beta_{CE} \end{cases} \quad (195)$$

Aparecen entonces definidas las 16 regiones siguientes:

	$ce < -\beta_{CE}$	$-\beta_{CE} < ce < 0$	$0 < ce < \beta_{CE}$	$ce > \beta_{CE}$
$e < -\beta_E$	R1	R5	R9	R13
$-\beta_E < e < 0$	R2	R6	R10	R14
$0 < e < \beta_E$	R3	R7	R11	R15
$e > \beta_E$	R4	R8	R12	R16

Tabla VII Regiones del Mapa de Inferencia

4.8 Cálculo del Mapa de Inferencia

Utilizando el centro de gravedad como criterio de desborrosificación y el mínimo como norma-t para la operación lógica AND, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$cu = \frac{\sum_{i=1}^r c_i a_i \min(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce))}{\sum_{i=1}^r a_i \min(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce))} \quad (196)$$

donde c_i es la acción de control para la regla i -ésima, con $i \in \{N, Z, P\}$, y a_i iguales $\forall i$. El primer paso es obtener la expresión de

$$\min(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce)) \quad \forall e, ce \quad (197)$$

Suponiendo sin pérdida de generalidad que $\beta_{CE} < \beta_E$, se tiene que para $E_i=N$ y $CE_i=N'$:

Estructura Interna

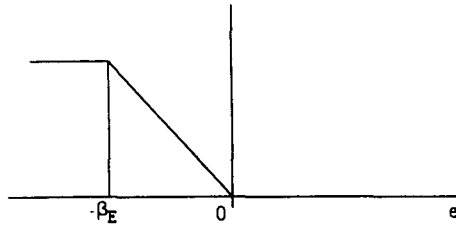


Figura 4.16 $E_i=N$

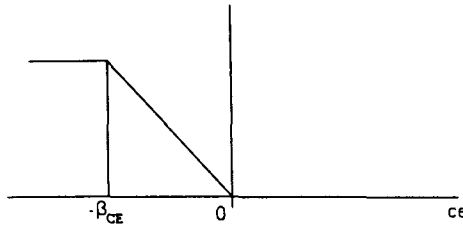


Figura 4.17 $CE_i=N'$

$$\min(\mu_N(e), \mu_{N'}(ce)) = \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad e \leq -\beta_E, \quad ce \leq -\beta_{CE} \\ -\frac{ce}{\beta_{CE}}, \quad e \leq -\beta_E, \quad -\beta_{CE} \leq ce \leq 0 \\ 0, \quad e \leq -\beta_E, \quad ce \geq 0 \\ \\ -\frac{e}{\beta_E}, \quad \beta_E \leq e \leq 0, \quad ce \leq -\beta_{CE} \\ -\frac{e}{\beta_E}, \quad \beta_E \leq e \leq 0, \quad -\beta_{CE} \leq ce \leq \frac{\beta_{CE}e}{\beta_E} \leq 0 \\ -\frac{ce}{\beta_{CE}}, \quad -\beta_E \leq e \leq 0, \quad -\beta_{CE} \leq \frac{\beta_{CE}e}{\beta_E} \leq ce \leq 0 \\ 0, \quad -\beta_E \leq e \leq 0, \quad ce \geq 0 \\ \\ 0, \quad e \geq 0, \quad ce \leq -\beta_{CE} \\ 0, \quad e \geq 0, \quad -\beta_{CE} \leq ce \leq 0 \\ 0, \quad e \geq 0, \quad ce \geq 0 \end{array} \right. \quad (198)$$

y resultados análogos para las ocho combinaciones restantes. Las nueve funciones aparecen reflejadas en las figuras de la página siguiente.

FIGURAS PARA LA FUNCIÓN MÍNIMO

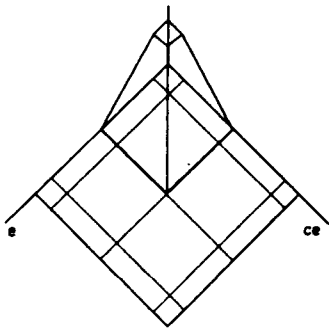


Figura 4.18 Mínimo N - N'

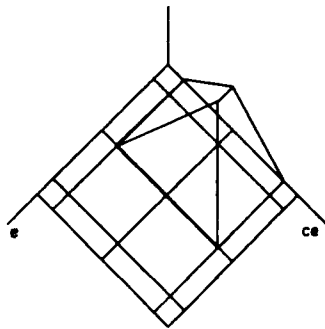


Figura 4.19 Mínimo N - Z'

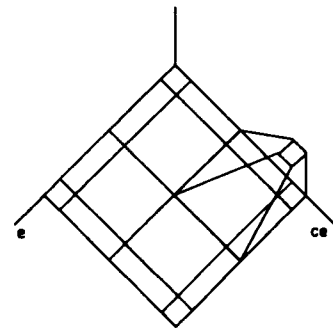


Figura 4.20 Mínimo N - P'

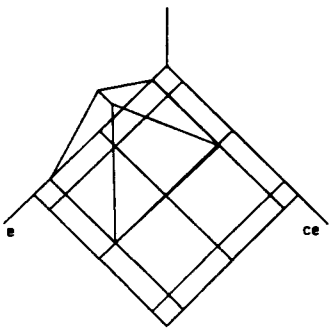


Figura 4.21 Mínimo Z - N'

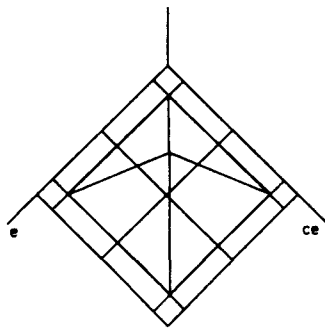


Figura 4.22 Mínimo Z - Z'

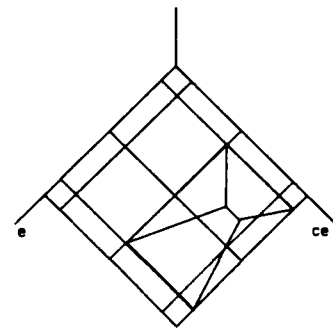


Figura 4.23 Mínimo Z - P'

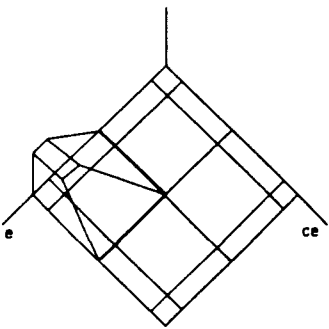


Figura 4.24 Mínimo P - N'

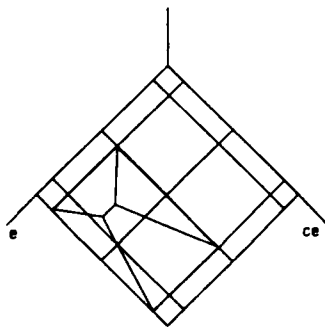


Figura 4.25 Mínimo P - Z'

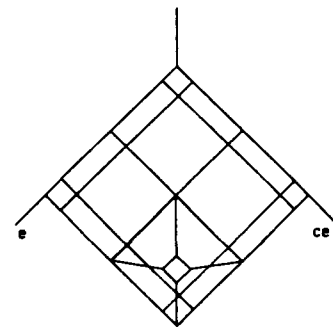


Figura 4.26 Mínimo P - P'

Obsérvese que se obtienen 40 regiones para los diferentes valores de e y ce , en lugar de las 16 iniciales (Figura 4.27).

Estructura Interna

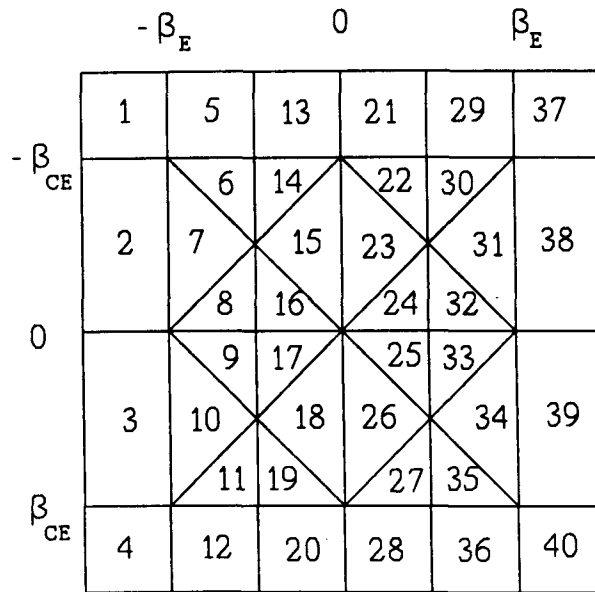


Figura 4.27 Regiones

Para cada par de funciones de pertenencia en i y j , se puede comprobar que

$$1 \leq \sum_{i=1}^r \min(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce)) \leq 2 \quad (199)$$

pues, para la suma de las funciones mínimo se pueden dibujar las siguientes curvas de nivel:

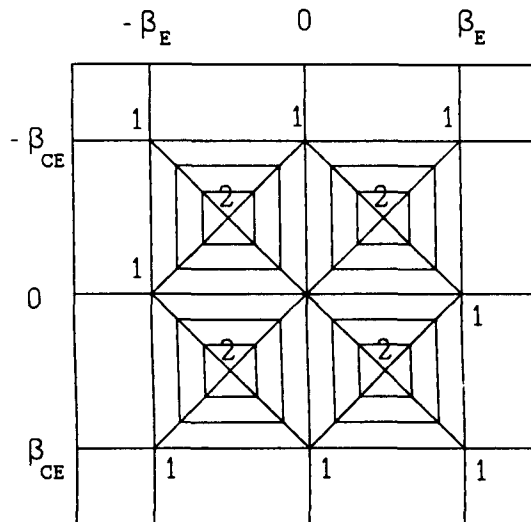


Figura 4.28 Curvas de Nivel

Estructura Interna

Pero ahora, al ser diferente de la unidad, no podemos llevar a cabo la simplificación que se hizo en el caso monovariable. A pesar de ello, podemos estudiar si es posible realizar una aproximación lineal. Supongamos una tabla de reglas como la siguiente:

		CE		
		N'	Z'	P'
E	N	$C_{NN'}$	$C_{NZ'}$	$C_{NP'}$
	Z	$C_{ZN'}$	$C_{ZZ'}$	$C_{ZP'}$
	P	$C_{PN'}$	$C_{PZ'}$	$C_{PP'}$

Tabla VIII Tabla de Reglas

Supóngase el caso más simple con las simetrías

$$\begin{aligned} C_{ZN'} &= C_{NZ'} = -C_{ZP'} = -C_{PZ'} \\ C_{PN'} &= C_{NP'} \\ C_{NN'} &= -C_{PP'} \end{aligned}$$

y el punto de equilibrio dado por $C_{ZZ'} = 0$. Analicemos, por ejemplo la región 35. El denominador

$$\sum_{i=1}^r \min(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce)) \tag{200}$$

aparece representado en la Figura 4.29, mientras que el numerador

$$\sum_{i=1}^r c_i \min(\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce)) \tag{201}$$

lo está en la Figura 4.30.

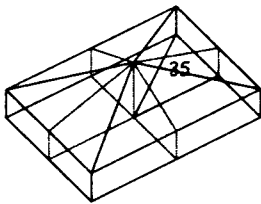


Figura 4.29 Denominador del c.d.g.

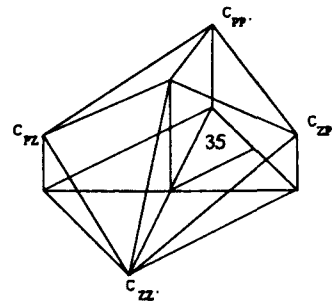


Figura 4.30 Numerador del c.d.g.

A continuación es posible dividir ambas expresiones, obteniendo un mapa como el reflejado en la Figura 4.31.

Estructura Interna

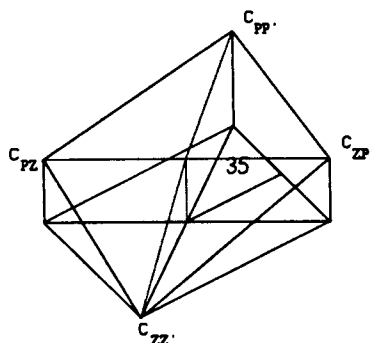


Figura 4.31 Mapa de Inferencia

La superficie pasa por los puntos $(0, 0, C_{ZZ})$, $(0, \beta_{CE}, C_{ZP})$, $(\beta_E, 0, C_{PZ})$, $(\beta_E, \beta_{CE}, C_{PP})$ y $(\beta_E/2, \beta_{CE}/2, (C_{ZZ} + C_{ZP} + C_{PP} + C_{PZ})/4)$, por lo que la mejor aproximación lineal sería un plano que pasase por estos cinco puntos (imposible en la mayoría de los casos). A pesar de ello, la superficie real deberá ser no lineal.

El mapa de inferencia es, por tanto, no lineal, aunque hayamos empleado funciones de pertenencia triangulares y para cada valor de $e(t)$ o $c(t)$ la suma de todos los grados de pertenencia vale 1:

$$\sum_{i=1}^{n_e} \mu_{E_i}(e) = 1, \quad \sum_{j=1}^{n_{ce}} \mu_{CE_j}(ce) = 1 \quad (202)$$

Lo mejor que tenemos es una acción de control que se puede aproximar linealmente por tramos:

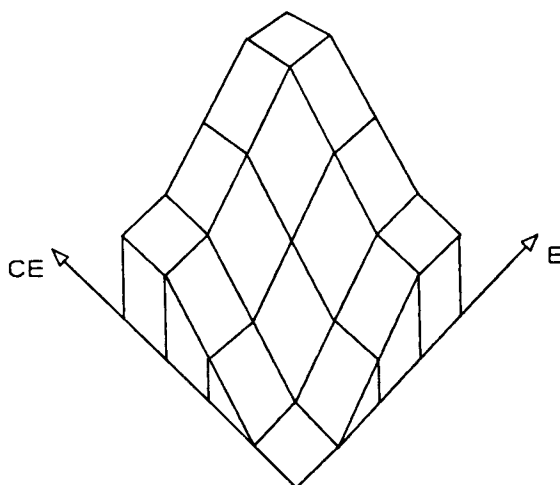


Figura 4.32 Mapa de Inferencia con Funciones Triangulares

Lógicamente, si utilizamos funciones polinómicas con derivada nula en sus puntos mínimo y máximo, este efecto se reproduce a la salida:

Estructura Interna

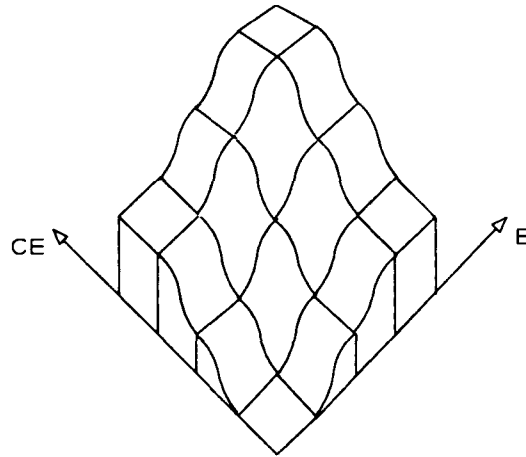


Figura 4.33 Mapa de Inferencia con Funciones Polinómicas

lo que suaviza la acción de control, pero da lugar a no linealidades más pronunciadas.

4.9 Obtención de un Mapa Bilineal

Si en el caso de funciones de pertenencia triangulares, superpuestas por parejas y normales, a la hora de calcular el peso de cada regla, se toma el producto como norma-t

$$w_i = \mu_{E_i}(e^*) \mu_{CE_i}(ce^*) \quad (203)$$

en lugar del mínimo, entonces la función de control resultante es exactamente bilineal por tramos [Galichet 94]. La demostración para la región del ejemplo del apartado anterior situada entre los puntos $(-\beta_E, -\beta_{CE}, c_{NN'})$, $(0, -\beta_{CE}, c_{ZN'})$, $(-\beta_E, 0, c_{NZ'})$ y $(0, 0, c_{ZZ'})$ es la siguiente. La salida del sistema es

$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^r w_i c_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (204)$$

con

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r w_i c_i &= w_{NN'} c_{NN'} + w_{ZN'} c_{ZN'} + w_{NZ'} c_{NZ'} + w_{ZZ'} c_{ZZ'} = \\ &= \mu_N(e^*) \mu_N(ce^*) c_{NN'} + (1 - \mu_N(e^*)) \mu_N(ce^*) c_{ZN'} + \\ &+ \mu_N(e^*) (1 - \mu_N(ce^*)) c_{NZ'} + (1 - \mu_N(e^*)) (1 - \mu_N(ce^*)) c_{ZZ'} = \\ &= \mu_N(e^*) \mu_{CE_{N'}}(ce^*) c_{NN'} + (1 - \mu_N(e^*)) \mu_N(ce^*) c_{ZN'} + \\ &+ \mu_N(e^*) (1 - \mu_N(ce^*)) c_{NZ'} + (1 - \mu_N(e^*)) (1 - \mu_N(ce^*)) c_{ZZ'} \end{aligned} \quad (205)$$

y

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^r w_i &= w_{NN'} + w_{ZN'} + w_{NZ'} + w_{ZZ'} = \\
 &= \mu_N(e^*)\mu_N(ce^*) + (1-\mu_N(e^*))\mu_N(ce^*) + \\
 &+ \mu_N(e^*)(1-\mu_N(ce^*)) + (1-\mu_N(e^*))(1-\mu_N(ce^*)) = \\
 &= 1
 \end{aligned}
 \tag{206}$$

Es decir, (204) es una función bilineal entre los cuatro puntos $c_{NN'}$, $c_{ZN'}$, $c_{NZ'}$, $c_{ZZ'}$ y continua de una región a otra.

4.10 Sistemas de Control Normalizados

Consideremos un SCB de tipo FP por sencillez de cálculo y representación gráfica, con reglas de la forma

SI (CE es CE_i) ENTONCES (CU es CU_i)

Además, por simplicidad y dado que no existe encadenamiento de reglas, los conjuntos borrosos asociados a la salida los definiremos por su centro de gravedad c_i , puntos discretos sobre el universo CU (Figura 4.34). Las reglas quedan entonces de la forma

SI (CE es CE_i) ENTONCES ($cu = c_i$)

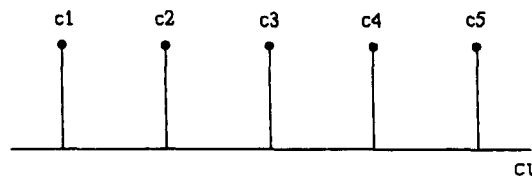


Figura 4.34 Acciones de Control

La salida del controlador se obtiene calculando el centro de gravedad:

$$cu(ce) = \frac{\sum_{i=1}^r c_i \mu_i(ce)}{\sum_{i=1}^r \mu_i(ce)}
 \tag{207}$$

En cuanto a los conjuntos borrosos definidos sobre CE , los definiremos mediante funciones de pertenencia $\mu_i(ce)$ triangulares, tal y como se muestra en la Figura 4.35, con la particularidad de que se superponen por parejas y los conjuntos borrosos son normales. A esto es a lo que llamaremos un *controlador normalizado*.

Estructura Interna

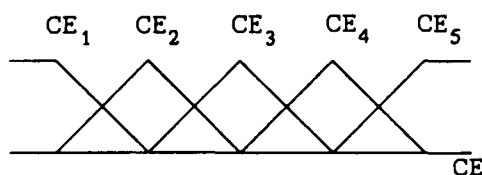


Figura 4.35 Conjuntos Borrosos

Definimos también en esta Tesis los siguientes conceptos.

Definición. Llamaremos *función de información* contenida en los conjuntos borrosos CE_i a la suma de todas las funciones de pertenencia para todo valor de ce :

$$\eta(ce) = \sum_{i=1}^r \mu_i(ce) \quad (208)$$

siendo n el número de conjuntos y suponiendo que para cada uno de ellos existe una regla.

Definición. Se define *cantidad de información* contenida en los conjuntos borrosos CE_i al valor que toma la función de información para un valor dado ce^* :

$$I = \sum_{i=1}^r \mu_i(ce^*) \quad (209)$$

Podemos dar entonces la siguiente definición.

Definición. Decimos que un sistema de control está *normalizado*, si su función de información es constante e igual a la unidad para todo valor de ce . Esto también es posible con funciones de pertenencia polinómicas.

Siguiendo esta idea, como derivación de un controlador normal podemos definir los siguientes dos tipos de controladores.

Definición. *Controlador débil* es aquél para el que la cantidad de información es inferior a la unidad en alguna zona.

Definición. Análogamente, *controlador denso* es aquel en el que la cantidad de información supera en alguna zona a la unidad.

4.11 Puntos Maestros

A partir de aquí es posible llevar a cabo una configuración inicial del controlador mediante el establecimiento de los que llamaremos puntos maestros y el ajuste paramétrico de los conjuntos borrosos.

Estructura Interna

Definición. Llamaremos en esta Tesis *puntos maestros* o puntos guía a los puntos β_i del universo CE que coinciden con el valor máximo de cada conjunto borroso.

Para estos puntos se verifica que la única regla que se dispara es la regla i -ésima, por lo que la salida tomará el valor c_i y la función de control resultante $cu(ce)$ pasará exactamente por el punto (β_i, c_i) (Figura 4.36).

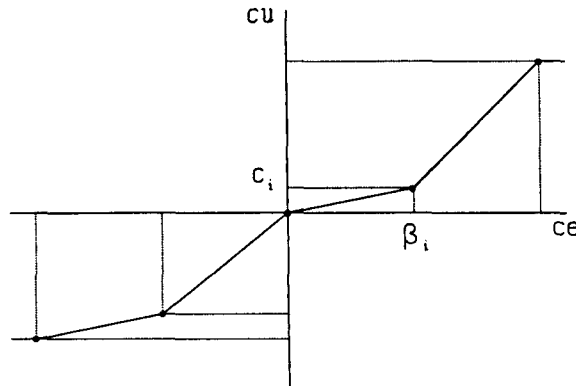


Figura 4.36 Puntos Maestros

Estos puntos maestros vienen determinados por la posición relativa de las funciones de pertenencia asociadas a las variables de entrada y las conclusiones de las reglas de control. Su determinación es unívoca si los conjuntos borrosos son *normales* y cumplen los requisitos adicionales especificados en el apartado anterior. Por otra parte, la forma de las funciones de pertenencia es fácilmente ajustable en función de un parámetro de diseño que determinará su grado de linealidad.

4.12 Solapamiento entre Conjuntos Borrosos

Entre cada dos puntos maestros, la función de control borroso une ambos y es lineal (Figura 4.37) debido a la forma de las funciones de pertenencia. Pero en un controlador no normalizado, el denominador de la fórmula del centro de gravedad difiere de la unidad, por lo que la función de control puede no pasar por los puntos maestros. Resulta sencillo pensar en numerosos casos en los que la función de control resultante no es tan estructurada como las vistas hasta el momento.

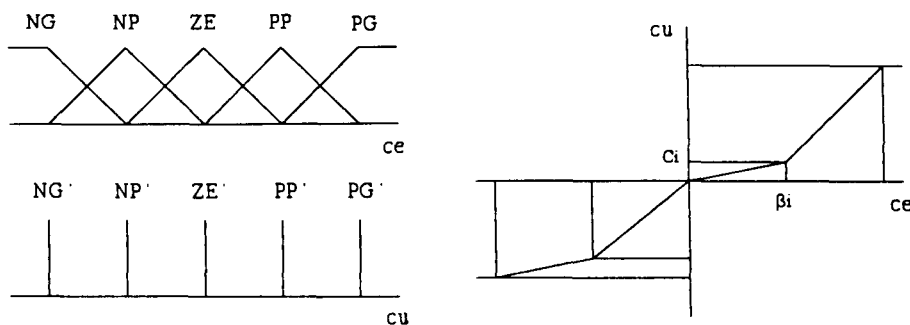


Figura 4.37 Funciones de Pertenencia v.s. Función de Control

Estructura Interna

Veamos los siguientes ejemplos.

- a) Si la función de información $\eta(ce)$ es nula en algún tramo, aparece una zona en la que la función de control no está definida (singularidad).
- b) Si existe una zona en la que sólo hay definida una regla (o conjunto borroso), la función de control es constante en esa zona.
- c) En el caso de un controlador no normalizado (débil o denso), es bastante frecuente que la función de control no pase por los puntos maestros, debido a que estamos aplicando el centro de gravedad con una suma de funciones de pertenencia distinta de la unidad (Figura 4.38).

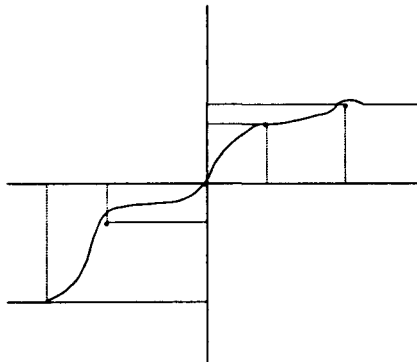


Figura 4.38 Curva de un SCB no Normalizado

En concreto, y dependiendo del solapamiento entre conjuntos borrosos, pueden darse los siguientes casos:

- 1) *Con una región sin funciones de pertenencia para un valor de ce:* El denominador del centro de gravedad es igual a cero. Aparece una región no definida.
- 2) *Con sólo una región para un valor de ce:* Se obtiene un comportamiento tipo relé para todos los grados de pertenencia. Esto también ocurre con funciones de pertenencia trapezoidales.
- 3) *Con solapamiento normal:* La suma de todos los grados de pertenencia es igual a la unidad, por lo que la función de control pasa a través de los puntos maestros (controlador normalizado).
- 4) *Con solapamiento débil:* La suma de los grados de pertenencia es menor de la unidad, por lo que la función de control se desvía de los puntos maestros (controlador débil).
- 5) *Con solapamiento denso:* La suma de los grados de pertenencia es mayor de la unidad, por lo que la función de control también se desvía de los puntos maestros (controlador denso).

4.13 Descomposición de la Falta de Linealidad

Desde otro punto de vista, la desviación total en cada punto maestro (β_i, c_i) , entre la función de control $cu(\beta_i)$ (abreviadamente cu_i) y la función lineal $c\hat{u}(\beta_i)$ que pasa por $(0, 0)$ obtenida por regresión lineal (abreviadamente $c\hat{u}_i$), puede ser descompuesta en dos partes (Figura 4.39): $cu_i - c\hat{u}_i = (cu_i - c_i) + (c_i - c\hat{u}_i)$, donde

- $(cu_i - c_i)$ representa la borrosidad debida a la interacción entre reglas
- $(c_i - c\hat{u}_i)$ representa la borrosidad debida a la no linealidad de las reglas de control

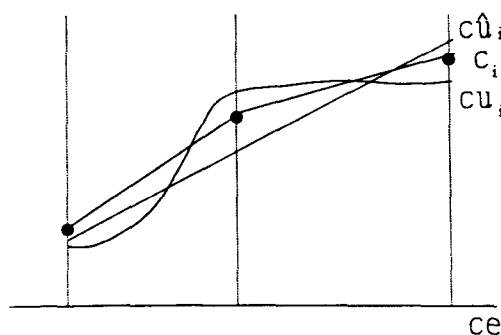


Figura 4.39 Descomposición de la Desviación Respecto al caso lineal

4.14 La Función de Contraste

Entre cada dos puntos maestros, la forma de la función de control depende de la forma de los conjuntos borrosos CE_i .

Definición. Si representemos las funciones de pertenencia mediante la función genérica reflejada en la Figura 4.40,

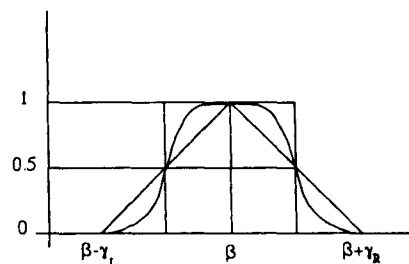


Figura 4.40 Función de Pertenencia Genérica

dada por la ecuación

$$\mu(ce) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } ce \leq \beta - \gamma_L \\ \frac{1}{2} \left[2 \left(1 - \frac{\beta - ce}{\gamma_L} \right) \right]^{\lambda+1} & , \text{ si } \beta - \gamma_L \leq ce \leq \beta - \gamma_L/2 \\ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{2(\beta - ce)}{\gamma_L} \right]^{\lambda+1} & , \text{ si } \beta - \gamma_L/2 \leq ce \leq \beta \\ 1 - \frac{1}{2} \left[2 \frac{ce - \beta}{\gamma_R} \right]^{\lambda+1} & , \text{ si } \beta \leq ce \leq \beta + \gamma_R/2 \\ \frac{1}{2} \left[2 \left(1 - \frac{ce - \beta}{\gamma_R} \right) \right]^{\lambda+1} & , \text{ si } \beta + \gamma_R/2 \leq ce \leq \beta + \gamma_R \\ 0 & , \text{ si } ce \geq \beta + \gamma_R \end{cases} \quad (210)$$

con λ positiva, entonces se define en esta Tesis el *contraste* de la función de pertenencia como el parámetro λ .

Se verifican las siguientes correspondencias (Figura 4.41):

- Para $\lambda = 0$, las funciones de pertenencia son triangulares, y la función de control resultante es lineal por tramos.
- Para $\lambda = 1$, las funciones de pertenencia son polinómicas de segundo grado, y la función de control resultante es polinómica por tramos, con derivada nula en su paso por cada punto maestro.
- Para $0 < \lambda < 1$, las funciones de pertenencia tienen una forma intermedia a las anteriores y lo mismo se refleja en la función de control.
- Para $\lambda > 1$, las funciones de pertenencia tienden a ser rectangulares (conjuntos clásicos) a medida que $\lambda \rightarrow \infty$, mientras que la función de control tiende a comportarse como una función relé.

Estructura Interna

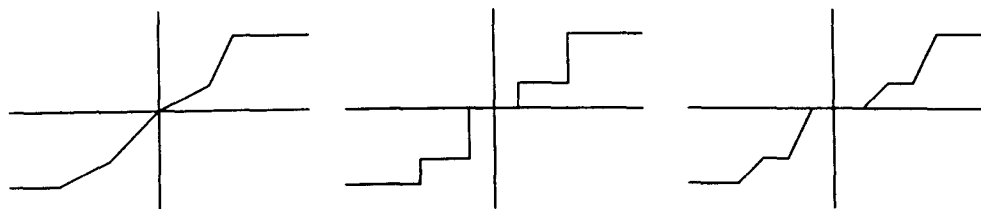


Figura 4.41 El Contraste en SCB

Definición. Definimos en esta Tesis la *función de contraste* de un SCB como

$$\text{CONT}(\text{SCB}) = \sum_{i=1}^{r-1} \lambda_i / b_i \quad (211)$$

donde se ha empleado la notación discreta para conjuntos borrosos (1), b_i representa cada uno de los tramos del universo de discurso con contraste constante (es decir el tramo entre cada dos puntos maestros) y $r-1$ es el número de tramos, siendo r el número de puntos maestros. Para un sistema lineal se verifica que

$$\text{CONT}(\text{SCL}) = \sum_{i=1}^{r-1} 0 / b_i \quad (212)$$

4.15 Primera y Segunda Formas Canónicas

Definición. Definimos en esta Tesis la *primera forma canónica* de un SCB como aquella correspondiente a un controlador normalizado cuyo contraste $\lambda(ce)$ es cero para todo valor de ce .

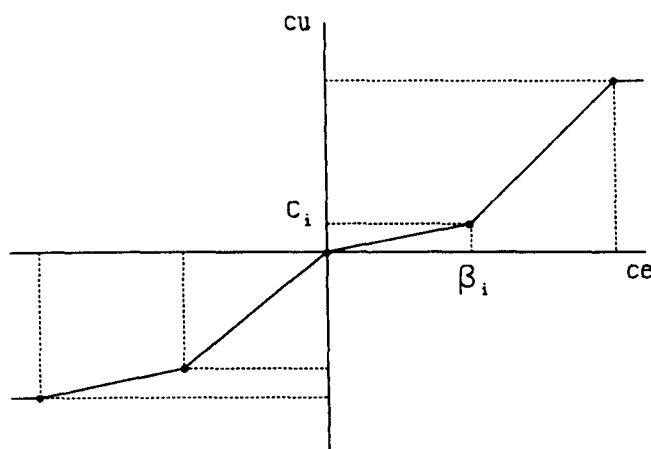


Figura 4.42 Primera Forma Canónica

Definición. Análogamente definimos la *segunda forma canónica* de un SCB como aquella

Estructura Interna

correspondiente a un controlador normalizado cuyo contraste $\lambda(ce)$ es unitario para todo valor de ce .

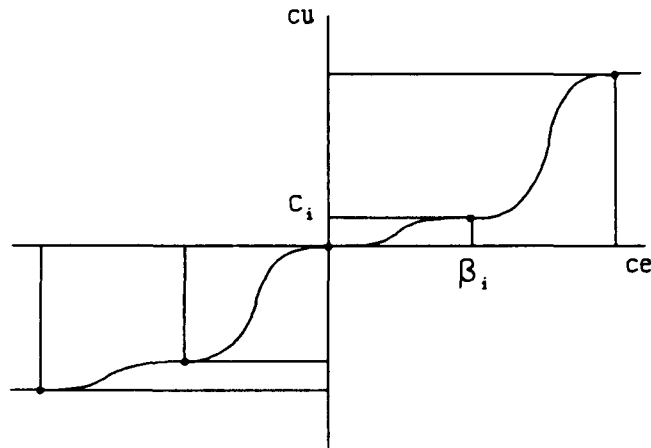


Figura 4.43 Segunda Forma Canónica

4.16 Obtención del Conocimiento

Dependiendo de la fuente de información, si el experto nos suministra puntos de trabajo en lugar de conjuntos borrosos, podemos obtener funciones de pertenencia triangulares a partir de los mismos: β_i corresponderá con estos puntos maestros y la función de control resultante será lineal por tramos. Las correspondencias de la Tabla IX son también válidas (ver Figura 4.44).

Información del Experto	Conjuntos Borrosos	Función de Control
Puntos	Triangulares	Lineal por Tramos
Intervalos Conexos	Rectangulares	Multirrelé
Intervalos Inconexos	Trapezoidales	Mixta

Tabla IX. Información, Conjuntos y Funciones

Dependiendo de la fuente de información de que disponemos para definir el sistema de control (básicamente los conjuntos borrosos y las reglas), podemos clasificar los SCB en estructurados y no estructurados.

En los primeros, las funciones de pertenencia corresponden a uno de los siguientes tipos: triangulares, polinómicas, trapezoidales o rectangulares, con lo que se puede utilizar el contraste definido anteriormente.

Estructura Interna

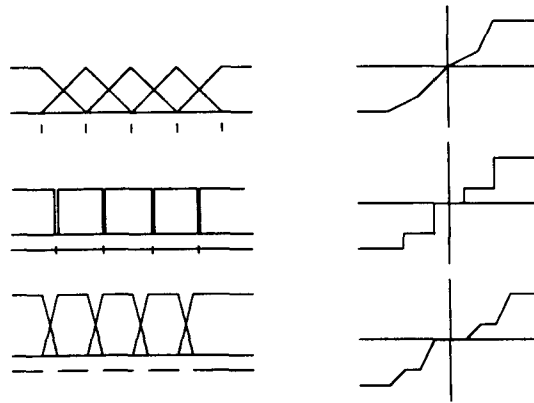


Figura 4.44 Influencia de la Forma de las Funciones de Pertenencia en la Forma de la Función de Control

En el caso, bastante habitual, de que el experto no nos suministre directamente los conjuntos borrosos, sino que lo haga indirectamente definiendo las reglas de control sobre puntos o sobre regiones de funcionamiento, las funciones de pertenencia asociadas se pueden obtener fácilmente a partir de los mismos:

- A partir de puntos de funcionamiento se obtienen funciones triangulares.
- A partir de regiones, si éstas no son contiguas, se obtienen funciones trapezoidales, mientras que si lo son, lo que se obtienen son funciones rectangulares.

El caso de SCB no estructurados se presenta cuando el experto nos suministra todas las reglas de control, incluyendo la definición de los conjuntos borrosos, pero esta última es de forma caótica (no estructurada), como se muestra en la Figura 4.45. En este caso, la solución que se propone en esta Tesis para analizar la definición del SCB pasa por transformar, en la medida de lo posible, estas funciones de pertenencia en otras más estructuradas (combinación de triangulares y trapezoidales) mediante aproximación.

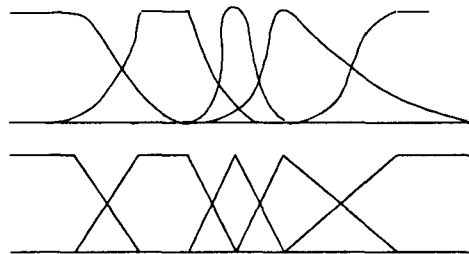


Figura 4.45 Aproximación de Funciones de Pertenencia Caóticas

4.17 Elección de Funciones de Pertenencia

Con esto ya hemos conseguido un SCB estructurado que podemos analizar mediante las técnicas que se describirán en un capítulo posterior. En el mismo, y como solución a los problemas planteados, se elaborarán una serie de índices o medidas que nos valoren aspectos como los ya vistos de la cantidad de información, y otros como la no-linealidad, asimetrías, dispersión, consistencia, etc, de cara a detectar irregularidades en la configuración o incoherencias entre las reglas.

Si tenemos un controlador débil, podemos determinar en qué zonas tenemos una menor información, con el fin de pedir al experto que vuelque su conocimiento en esa zona. En el caso de un controlador denso, el exceso de información es siempre bueno, pues en cualquier caso ayudará a camuflar entre todas las reglas colindantes posibles errores en las mismas.

Debido a todos los casos posibles de funciones de pertenencia a las que se puede llegar, se proponen a continuación varias soluciones originales de esta Tesis para mejorar estos controladores:

1) Si el experto nos suministra los puntos de trabajo y los intervalos: resulta sencillo obtener las funciones de pertenencia triangulares-trapezoidales correspondientes.

2) Si el experto nos proporciona directamente las funciones de pertenencia: A partir de muchas de ellas es posible obtener una aproximación mixta (triangular-trapezoidal). Habitualmente, es perfectamente posible definir las funciones de pertenencia como triangulares, trapezoidales, polinómicas o exponenciales.

3) Si se tiene un solapamiento débil: Debemos avisar al experto de en dónde es conveniente que haga más énfasis con sus reglas, definiendo nuevos conjuntos borrosos y pidiéndole las reglas.

4) Si se tiene un solapamiento denso: Esta es una buena situación, pues se tiene un exceso de información (un solapamiento denso puede justificarse cuando tenemos por ejemplo un conjunto borroso incluido en otro: MUY GRANDE está incluido en GRANDE).

4.18 Conclusión

Hemos visto cómo, dados los conjuntos borrosos y un juego completo de reglas, es posible obtener el mapa de inferencia para la salida. Este análisis llevado a cabo para una y dos entradas puede generalizarse para más entradas, aunque sin posibilidad de llevar a cabo una interpretación gráfica. El juego de reglas puede completarse utilizando el método de interpolación *IF-THEN* propuesto por Zadeh [Zadeh 88]. Pueden introducirse asimetrías fácilmente, modificando el centro de gravedad de los conjuntos borrosos o incluso modificando directamente el mapa de inferencia. Esto es útil de cara a estudiar el efecto de perturbaciones sobre un caso de conocido, llevando a cabo un análisis relativo en lugar de uno absoluto y por tanto más complicado.

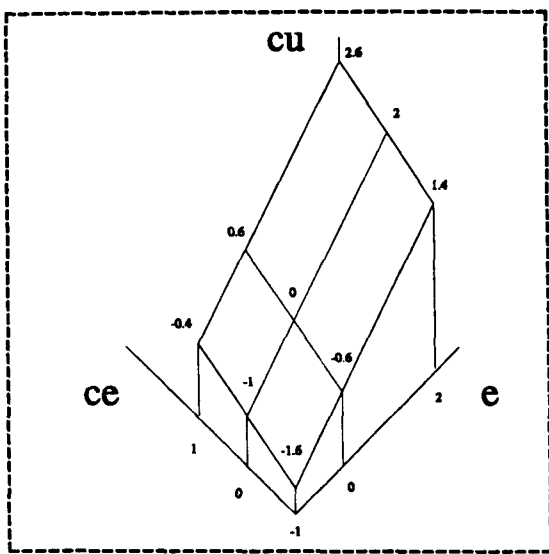
Estructura Interna

Hoy en día se están realizando análisis de estabilidad y régimen transitorio a partir de mapas de inferencia como los aquí mostrados. Casos más generales, como aquellos con conjuntos borrosos no normales u otros, invitan al lector a llevar a cabo un análisis más profundo.

En cualquier caso, se ha presentado en este capítulo una metodología matemática original de esta Tesis para analizar el comportamiento del controlador, más que un análisis lingüístico que forzaría la obtención también de un modelo lingüístico del sistema a controlar, sin duda más impreciso.

Finalmente, remarcar la conclusión de este trabajo de investigación de que plantear el problema en términos lingüísticos, es *sólo* una ayuda útil de cara a obtener el mapa de inferencia. Si supiésemos desde un principio cuál es el mejor mapa de inferencia que permite controlar nuestro sistema, no sería necesaria la lógica borrosa.

Estructura Interna



5

AJUSTE Y CALIBRACIÓN

«The fact is that what Einstein did with gravity was to eliminate it. That's what we do here: eliminate probability»

Kosko

«Si Dios no existiera, habría que inventarlo»

Voltaire

«El mundo fue creado el 22 de Octubre del año 4004 a.C. a las seis en punto de la tarde»

Ussher

5.1 Equivalencia SCB-PID

A continuación se retoman algunas ideas referentes al análisis lineal de controladores borrosos [Matía 92c]. Un algoritmo de control borroso no es más que una función no lineal determinada por su mapa de inferencia. En primer lugar, es posible obtener el mapa de inferencia correspondiente a un controlador clásico, escogiendo adecuadamente los términos lingüísticos, las funciones de pertenencia y la tabla de reglas. Aunque ya existían algunos trabajos de Buckley, Siler y Ying, se enfoca el análisis desde una nueva perspectiva menos restrictiva. Posteriormente, se presenta el problema inverso: la obtención del controlador PID más próximo a un controlador borroso dado.

A partir de estas ideas, y como aportación original de este capítulo, se centra la atención en la obtención de un método que sirva para diseñar controladores borrosos al menos tan buenos como aquel PID que permite al sistema cumplir unas determinadas especificaciones dinámicas. El paso siguiente es mejorar los parámetros del controlador borroso.

En el capítulo dedicado al diseño de controladores borrosos, se muestra una aplicación industrial de estas ideas, y se discute el diseño de un controlador borroso sobre un enfriador de parrilla de un horno de clinker, mejorando los controladores P y PI ya existentes.

5.2 Obtención de un Controlador Proporcional

Sea un controlador clásico dado por la expresión $cu = K \cdot ce$ (donde cu es la derivada de la acción de control y ce es la derivada del error) con saturación en los puntos $(-\beta, -c)$ y (β, c) (Figura 5.1), tal que

$$K = \frac{c}{\beta} \tag{213}$$

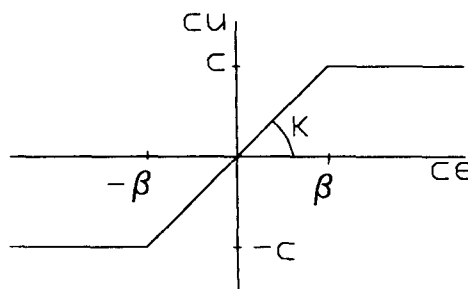


Figura 5.1 Controlador Clásico

Ajuste y Calibración

Sea ahora un controlador borroso de tipo FP con reglas expresadas en términos lingüísticos del tipo: SI (CE es CE_i) ENTONCES (CU es CU_i), donde CE es la derivada del error y CU la derivada de la acción de control. Este controlador FP es posible diseñarlo tan parecido como queramos a uno proporcional, tal y como se explica a continuación.

Supongamos un caso sencillo de conjuntos borrosos correspondientes a los términos lingüísticos N (negativo), Z (cero) y P (positivo) para el universo CE y N' , Z' y P' para el universo CU . Los conjuntos borrosos definidos sobre CE se representarán mediante funciones de pertenencia triangulares μ_i tal y como se muestra en la Figura 5.2, con la particularidad de que se superponen por parejas, son perfectamente simétricas y los conjuntos borrosos correspondientes son normales.

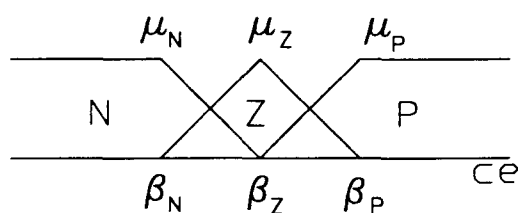


Figura 5.2 Funciones de Pertenencia de la Derivada del Error

Para la derivada de la acción de control, no es preciso definir los conjuntos borrosos correspondientes (al no ser necesario hacer encadenamiento de reglas), siendo suficiente con establecer sus centros de gravedad ($c_{N'}$, $c_{Z'}$, $c_{P'}$) y su área ($a_{N'}$, $a_{Z'}$, $a_{P'}$) (Figura 5.3). Sean tres reglas lingüísticas:

- SI (CE es N) ENTONCES ($cu = c_{N'}$)
- SI (CE es Z) ENTONCES ($cu = c_{Z'}$)
- SI (CE es P) ENTONCES ($cu = c_{P'}$)

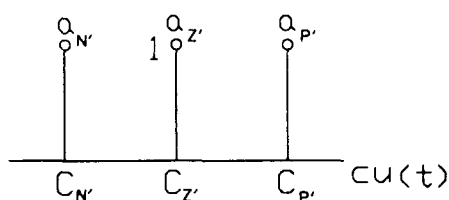


Figura 5.3 Valores de la Derivada de la Acción de Control

Sean también $a_{N'} = a_{Z'} = a_{P'} = 1$. Bajo estos supuestos se formula en esta Tesis la siguiente propiedad.

Propiedad. Si elegimos $\beta_N = -\beta_P = -\beta$, $c_{N'} = -c_{P'} = -c$ y $\beta_Z = 0$, $c_{Z'} = 0$, se obtiene un controlador lineal con saturación en los puntos $(-\beta, -c)$ y (β, c) .

Ajuste y Calibración

Demostración. Escogiendo $\beta_z = c_z = 0$ estamos forzando a que el punto de equilibrio se sitúe en $ce = 0, cu = 0$. La fórmula de control es ($a_i = 1$):

$$cu(ce) = \frac{\sum_{i=1}^3 c_i a_i \mu_i(ce)}{\sum_{i=1}^3 a_i \mu_i(ce)} = \frac{\sum_{i=1}^3 c_i \mu_i(ce)}{\sum_{i=1}^3 \mu_i(ce)} \quad (214)$$

y

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i(ce) = 1 \quad (215)$$

dada la forma de las funciones de pertenencia, por lo que

$$cu(ce) = \sum_{i=1}^3 c_i \mu_i(ce) = c_N \mu_N(ce) + c_Z \mu_Z(ce) + c_P \mu_P(ce) = -c \mu_N(ce) + c \mu_P(ce) =$$

$$= \begin{cases} -c, & \text{si } ce < -\beta \\ \frac{c}{\beta}, & \text{si } -\beta < ce < \beta \\ c, & \text{si } ce > \beta \end{cases} \quad (216)$$

Así pues, si queremos diseñar un controlador lineal de ganancia K, basta con tomar

$$\frac{c}{\beta} = K \quad (217)$$

tal y como se refleja en la Figura 5.4. Fijado c o β , en función de la localización deseada del punto de saturación, el valor del otro parámetro viene forzado. Nótese que puede obtenerse un resultado similar utilizando (214) sin denominador como algoritmo de desborrosificación lineal [Ying 90].

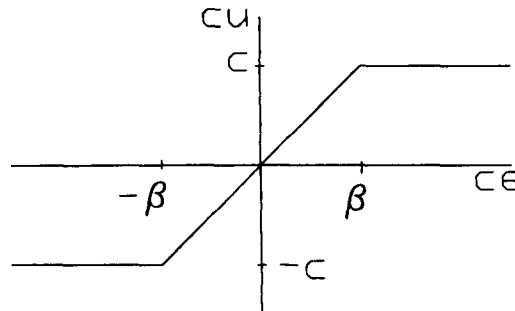


Figura 5.4 Controlador P

5.3 Aumentando la Dificultad: un Controlador PI

Lógicamente, un controlador PI puede representarse gráficamente como una superficie plana con dos pendientes diferentes [Ying 93]

$$K, \frac{KT}{T_i} \quad (218)$$

una a lo largo de cada eje (Δe y Δse):

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \right] \quad (219)$$

$$\Delta u = K \left[\Delta e + \frac{T}{T_i} \Delta se \right] \quad (220)$$

$$\Delta u = Kce + \frac{KT}{T_i} e \quad (221)$$

siendo

- e : el error
- ce : la derivada del error
- se : la integral o suma del error
- u : la acción de control
- T : el período de muestreo
- K : la constante proporcional
- T_i : la constante integral

Así pues, con saturación para $e(t)$ y $ce(t)$ podemos dibujar la Figura 5.5.

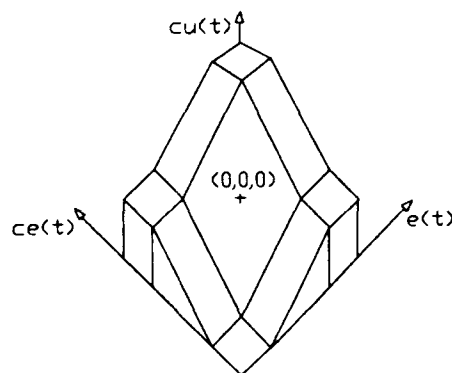


Figura 5.5 Controlador PI con Saturación

Ajuste y Calibración

Para un controlador borroso con funciones de pertenencia como las de la Figura 5.6,

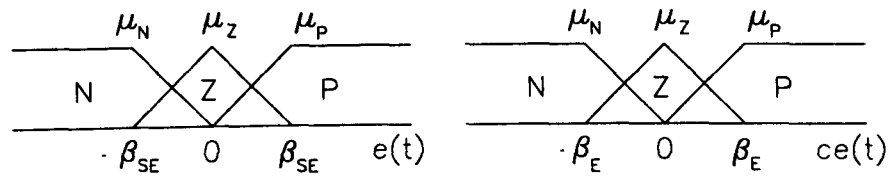


Figura 5.6 Funciones de Pertenencia para un Controlador FPI

y escogiendo la siguiente tabla de reglas:

		CE		
		N	Z	P
E	N	$-C_E - C_{SE}$	$-C_E$	0
	Z	$-C_{SE}$	0	C_{SE}
	P	0	C_E	$C_E + C_{SE}$

Tabla X Tabla de Reglas Lineal

se puede obtener la siguiente equivalencia:

$$K = \frac{C_E}{\beta_E} \quad \frac{KT}{T_i} = \frac{C_{SE}}{\beta_{SE}} \quad (222)$$

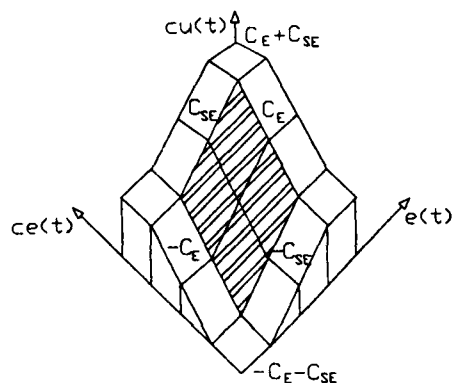


Figura 5.7 Aproximación Lineal para un Controlador FPI

Ajuste y Calibración

Pero estos valores lineales sólo son válidos para la zona de saturación y para los ejes $e(t) = 0$ y $ce(t) = 0$. En otro caso, al estar utilizando la función mínimo como norma-t para la operación lógica AND entre premisas, la ecuación (129) es no lineal pues la suma del denominador difiere de la unidad. Sólo si se toma el producto como norma-t sería lineal, tal y como se vió en el apartado 4.9. Por tanto utilizando la función mínimo, la zona sombreada de la Figura 5.7 no es lineal, aunque el plano anterior puede tomarse como la mejor aproximación lineal. La Figura 5.12 muestra la simulación de la salida del sistema

$$y_k = 1.06y_{k-1} - 0.22y_{k-2} + 1.96 \cdot 10^{-2}u_{k-1} + 1.19 \cdot 10^{-2}u_{k-2} \quad (223)$$

(donde $u(t)$ e $y(t)$ son la entrada y salida del sistema, respectivamente) con un controlador PI de parámetros $K = 1$, $T_i = 10$, $T = 10$ segundos, y con un controlador FPI con $\beta_E = 9$, $\beta_{CE} = 9$, $c_E = 9$, $c_{CE} = 9$. También es factible obtener un controlador PD, de la misma forma que se acaba de mostrar anteriormente, cuando las entradas al controlador borroso son

$$e(t), \frac{de(t)}{dt} \quad (224)$$

en lugar de

$$e(t), \int e(t) dt \quad (225)$$

o cuando la salida es u en lugar de Δu .

5.4 Caso General: Control PID

Un caso más genérico es aquél con tres entradas: e (error), ce (derivada del error) y se (suma o integral del error):

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de}{dt} \right] \quad (226)$$

$$\Delta u = K \left[\Delta e + \frac{T}{T_i} \Delta se + \frac{T_d}{T} \Delta ce \right] \quad (227)$$

Por lo que tenemos un hiperplano con tres pendientes:

$$K, \frac{KT}{T_i}, \frac{KT_d}{T} \quad (228)$$

cada una de ellas a lo largo de un eje (Δe , Δse y Δce). A la vista de esto se puede concluir que sería posible diseñar un controlador borroso lineal, aun manteniendo la función mínimo como norma-t, si se eliminara el denominador de (129), tal y como se muestra en

[Buckley 89] para el caso de un PI, y escogiendo

$$K = \frac{C_E}{\beta_E}, \quad \frac{KT}{T_i} = \frac{C_{SE}}{\beta_{SE}}, \quad \frac{KT_d}{T} = \frac{C_{CE}}{\beta_{CE}} \quad (229)$$

donde (c_i, β_i) define el punto de saturación asociado a cada eje (E, SE, CE). Bajo este supuesto, las constantes de (228) vienen dadas por el problema (puesto que definen el PID buscado, y lo mismo ocurre con T), por lo que una vez escogido c_i o β_i , los restantes quedan determinados.

5.5 Otras Consideraciones

Para un controlador borroso con funciones de pertenencia polinómicas de segundo orden (como en la Figura 5.8) pueden llevarse a cabo otro tipo de aproximaciones.

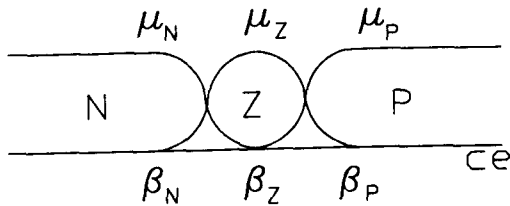


Figura 5.8 Funciones de Pertenencia Polinómicas (Ancho Simple)

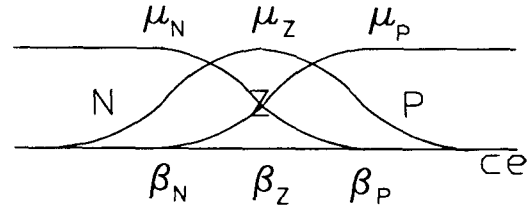


Figura 5.9 Funciones de Pertenencia Polinómicas (Ancho Doble)

Las experiencias obtenidas en esta Tesis en este sentido ha demostrado que se obtiene una equivalencia lineal eligiendo un ancho aproximadamente el doble para las funciones de pertenencia (Figura 5.9). Para ancho simple, tenemos alrededor de cero una derivada del error nula (Figura 5.10).

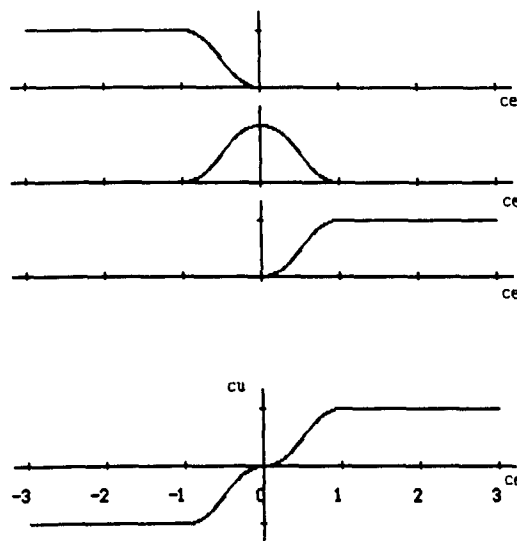


Figura 5.10 Función de Control con Funciones de Pertenencia de Ancho Simple

Ajuste y Calibración

Pero si por ejemplo elegimos un ancho justo el doble, obtenemos una ganancia igual a K alrededor del origen (Figura 5.11):

$$\text{si } 0 < ce < \frac{\beta}{2}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_N(ce) = 2 \frac{\left(ce - \frac{\beta}{2}\right)^2}{\beta^2} \\ \mu_Z(ce) = 1 - 2 \frac{ce^2}{\beta^2} \\ \mu_P(ce) = 1 - 2 \frac{\left(ce - \frac{\beta}{2}\right)^2}{\beta^2} \end{array} \right. \quad (230)$$

$$cu(ce) = \frac{-c\mu_N(ce) + c\mu_P(ce)}{\mu_N(ce) + \mu_Z(ce) + \mu_P(ce)} = 2c \frac{2\beta ce - ce^2}{4\beta^2 - ce^2} \quad (231)$$

$$\frac{dcu}{dce} = 4\beta c \frac{4\beta^2 - 4\beta ce + ce^2}{(4\beta^2 - ce^2)^2} \quad (232)$$

$$\left. \frac{dcu}{dce} \right|_{ce=0} = \frac{c}{\beta} = K \quad (233)$$

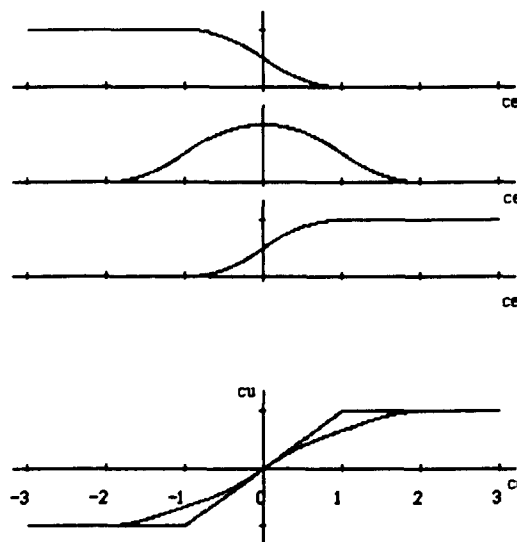


Figura 5.11 Función de Control con Funciones de Pertenencia de Ancho Doble

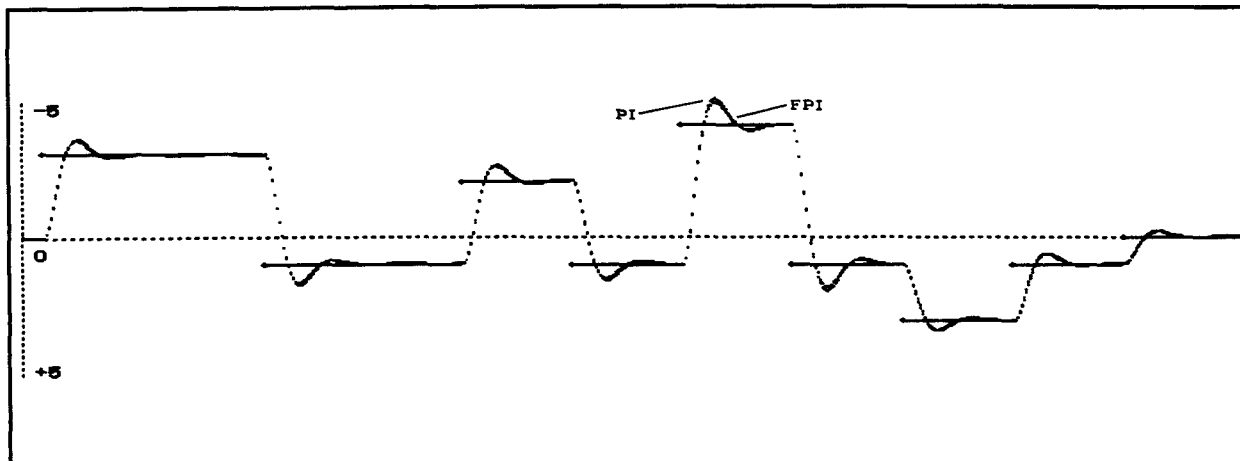


Figura 5.12 Controlador FPI con Funciones de Pertenencia Triangulares

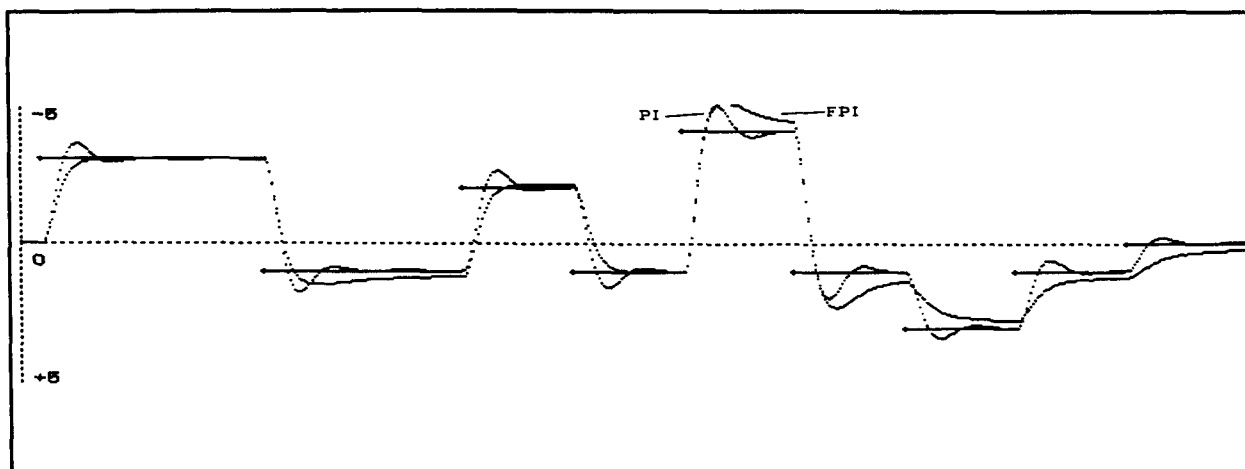


Figura 5.13 Controlador FPI con Funciones de Pertenencia Polinómicas (Ancho Simple)

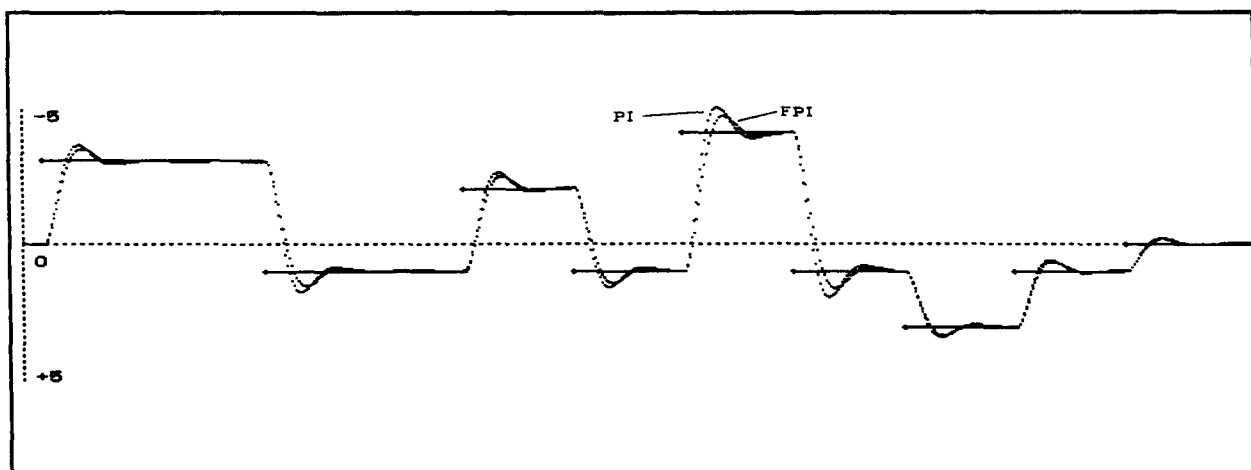


Figura 5.14 Controlador FPI con Funciones de Pertenencia Polinómicas (Ancho Doble)

Ajuste y Calibración

Pero nótese que este resultado es sólo válido para una derivada del error pequeña (tanto positiva como negativa). Para valores mayores, la derivada de la acción de control es menor que en el caso lineal.

La Figura 5.13 y la Figura 5.14 muestran la simulación de la salida del sistema (223) y el controlador FPI de dicho ejemplo con funciones de pertenencia polinómicas de ancho simple y doble, respectivamente.

5.6 Linealización de un Controlador FP

Llegados a este punto, esta Tesis presenta como resultado original la resolución del problema inverso: dado un controlador borroso, ¿es posible obtener el PID más cercano a él?. En el caso unidimensional, el problema puede reducirse a obtener la recta más próxima a la función que define el controlador FP (Figura 5.15). En el caso bidimensional, se debería encontrar el plano más cercano al controlador, y así sucesivamente.

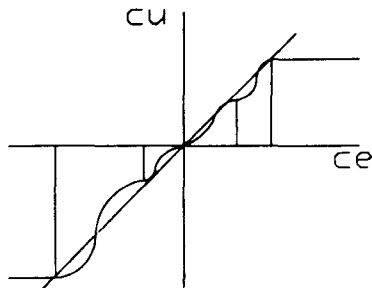


Figura 5.15 Controlador FP:
Recta más Próxima

Para ello definimos el controlador borroso mediante una función discreta dada por un número n finito de puntos, de forma que pueda llevarse a cabo un análisis por mínimos cuadrados. Una expresión general para cu , dado ce es:

$$cu_i = \lambda_0 + \lambda_{CE} ce_i + \delta_i \quad (234)$$

donde los parámetros de ajuste son

$$\lambda_0, \lambda_{CE} \quad (235)$$

y la desviación del punto (ce, cu) respecto a la recta de regresión buscada

$$c\hat{u}_i = \lambda_0 + \lambda_{CE} ce_i \quad (236)$$

es δ_i (^ significa valor estimado). La estimación basada en el método de mínimos cuadrados consiste en minimizar la suma de los residuos:

Ajuste y Calibración

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (237)$$

donde

$$\varepsilon_i = cu_i - c\hat{u}_i \quad (238)$$

En este caso, el residuo ε_i coincide con la desviación δ_i , dado que sólo tenemos un valor de cu_i para cada ce_i . En primer lugar tenemos:

$$cu_i = \lambda_0 + \lambda_{CE} ce_i + \varepsilon_i \quad (239)$$

$$c\hat{u}_i = \lambda_0 + \lambda_{CE} ce_i \quad (240)$$

Forzar el punto de equilibrio en $(ce_i, c\hat{u}_i) = (0, 0)$ significa $\lambda_0 = 0$, por lo que:

$$cu_i = \lambda_{CE} ce_i + \varepsilon_i \quad (241)$$

$$c\hat{u}_i = \lambda_{CE} ce_i \quad (242)$$

Buscamos minimizar

$$M = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (cu_i - \lambda_{CE} ce_i)^2 \quad (243)$$

por lo que:

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda_{CE}} = 0 \Rightarrow 2 \sum_{i=1}^n [(cu_i - \lambda_{CE} ce_i) (-ce_i)] = 0 \quad (244)$$

$$\sum_{i=1}^n cu_i ce_i = \lambda_{CE} \sum_{i=1}^n ce_i^2 \quad (245)$$

$$\lambda_{CE} = \frac{\sum_{i=1}^n cu_i ce_i}{\sum_{i=1}^n ce_i^2} = \frac{Cov(cu, ce)}{Var^2(ce)} \quad (246)$$

o expresado en forma vectorial:

Ajuste y Calibración

$$\overline{CU^T CE} = \lambda_{CE} \overline{CE^T CE} \quad (247)$$

$$\lambda_{CE} = \frac{\overline{CU^T CE}}{\overline{CE^T CE}} = K \quad (248)$$

cada uno de los vectores con n componentes. También podemos definir la varianza residual como

$$s_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n-1} \quad (249)$$

dado que tenemos una restricción, y por lo tanto hay n-1 ecuaciones independientes [Peña 87].

5.7 Caso Bilineal

Se analiza también en esta Tesis el caso de un controlador FPI. En este caso el controlador de define mediante la función discreta:

$$cu_i = \lambda_0 + \lambda_E e_i + \lambda_{CE} ce_i + \varepsilon_i \quad (250)$$

y $\lambda_0 = 0$, dado que el punto de equilibrio se encuentra en $(e_i, ce_i, c\hat{u}_i) = (0, 0, 0)$, por lo que

$$cu_i = \lambda_E e_i + \lambda_{CE} ce_i + \varepsilon_i \quad (251)$$

como ecuación del plano buscado. Buscamos minimizar

$$M = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (cu_i - \lambda_E e_i - \lambda_{CE} ce_i)^2 \quad (252)$$

de forma que de esta expresión obtenemos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial M}{\partial \lambda_E} = 0 \Rightarrow 2 \sum_{i=1}^n [(cu_i - \lambda_E e_i - \lambda_{CE} ce_i) (-e_i)] = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial \lambda_{CE}} = 0 \Rightarrow 2 \sum_{i=1}^n [(cu_i - \lambda_E e_i - \lambda_{CE} ce_i) (-ce_i)] = 0 \end{array} \right. \quad (253)$$

Ajuste y Calibración

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n cu_i e_i = \lambda_E \sum_{i=1}^n e_i^2 + \lambda_{CE} \sum_{i=1}^n ce_i e_i \\ \sum_{i=1}^n cu_i ce_i = \lambda_E \sum_{i=1}^n e_i ce_i + \lambda_{CE} \sum_{i=1}^n ce_i^2 \end{cases} \quad (254)$$

$$\begin{cases} Cov(cu, e) = \lambda_E Var^2(e) + \lambda_{CE} Cov(e, ce) \\ Cov(cu, ce) = \lambda_E Cov(e, ce) + \lambda_{CE} Var^2(ce) \end{cases} \quad (255)$$

o expresado en forma vectorial:

$$\begin{cases} CU^T E = \lambda_E E^T E + \lambda_{CE} E^T CE \\ CU^T CE = \lambda_E E^T CE + \lambda_{CE} CE^T CE \end{cases} \quad (256)$$

Y también podemos definir la varianza residual como

$$s_R^2 = \frac{\sum \epsilon_i^2}{n-2} \quad (257)$$

dado que tenemos dos restricciones, y por lo tanto hay n-2 ecuaciones independientes. Nótese que:

$$\lambda_{CE} = K, \quad \lambda_E = \frac{KT}{T_i} \quad (258)$$

5.8 Ejemplo

Sea un controlador FPI definido por funciones de pertenencia como las de la Figura 5.16,

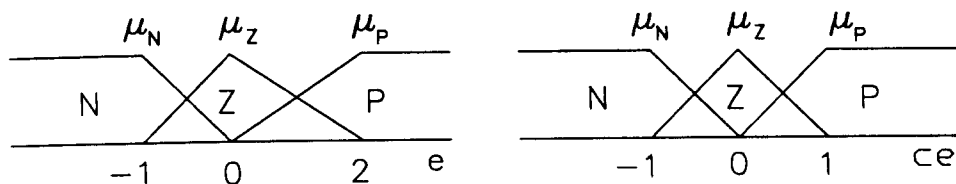


Figura 5.16 Ejemplo de Funciones de Pertenencia

Ajuste y Calibración

y la siguiente tabla de reglas:

		CE		
		N	Z	P
E	N	-2	-1	0
	Z	-1	0	1
	P	0	1	2

Tabla XI Tabla de Reglas Asimétrica

Se ha introducido una asimetría (no linealidad) en la entrada: estamos suponiendo que las características del proceso pueden originar un error mayor (el doble) cuando es positivo, y que la evolución usual de la derivada del error se encuentra en el intervalo $[-1, 1]$. Vamos a obtener el PI más cercano al controlador dado.

Solución. Tenemos los nueve puntos más representativos siguientes:

$$\mathbf{E}^T = \{-1, -1, -1, 0, 0, 0, 2, 2, 2\} \quad (259)$$

$$\mathbf{CE}^T = \{-1, 0, 1, -1, 0, 1, -1, 0, 1\} \quad (260)$$

$$\mathbf{CU}^T = \{-2, -1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 2\} \quad (261)$$

debido a (256) podemos deducir que

$$\begin{cases} 9 = 0\lambda_{CE} + 15\lambda_E \\ 6 = 6\lambda_{CE} + 0\lambda_E \end{cases} \quad (262)$$

$$\begin{cases} \lambda_{CE} = 1 = K \\ \lambda_E = 0.6 = \frac{KT}{T_i} \end{cases} \quad (263)$$

$$\begin{cases} K = 1 \\ T_i = \frac{T}{0.6} \end{cases} \quad (264)$$

Ajuste y Calibración

La ecuación del plano es $c\hat{u} = ce + 0.6 e$, con

$$\overline{c\hat{u}}^T = \{ -1.6, -1, -0.4, -0.6, 0, 0.6, 1.4, 2, 2.6 \} \quad (265)$$

y

$$\overline{\epsilon}^T = \{ -0.4, 0, 0.4, -0.4, 0, 0.4, -1.4, 1, -0.6 \} \quad (266)$$

La varianza residual es:

$$S_R^2 = \frac{\sum \epsilon^2}{n-2} = \frac{3.96}{7} = 0.565 \quad (267)$$

La Figura 5.17 y la Figura 5.18 muestran los mapas de inferencia del controlador FPI y de su PI más próximo, respectivamente. Analizar las diferencias entre ambos es útil de cara a detectar, por ejemplo, inconsistencias entre reglas, puntos singulares o una mala configuración del controlador borroso, que podría resolverse definiendo algunos índices o medidas que lo permitiesen calibrar.

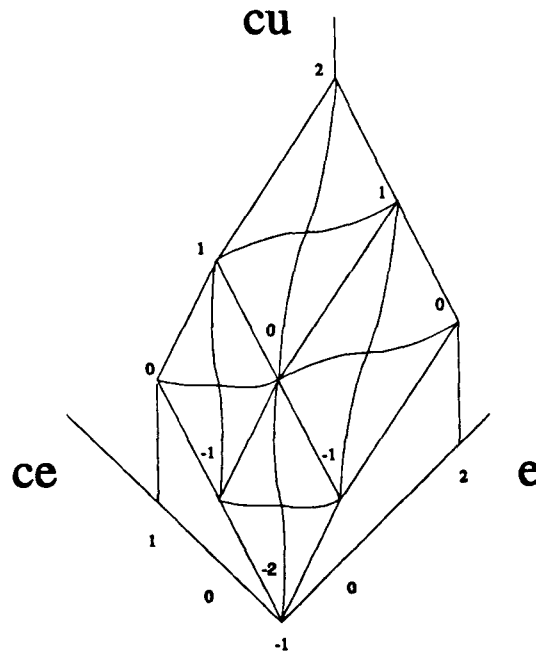


Figura 5.17 Ejemplo de Función de Control FPI

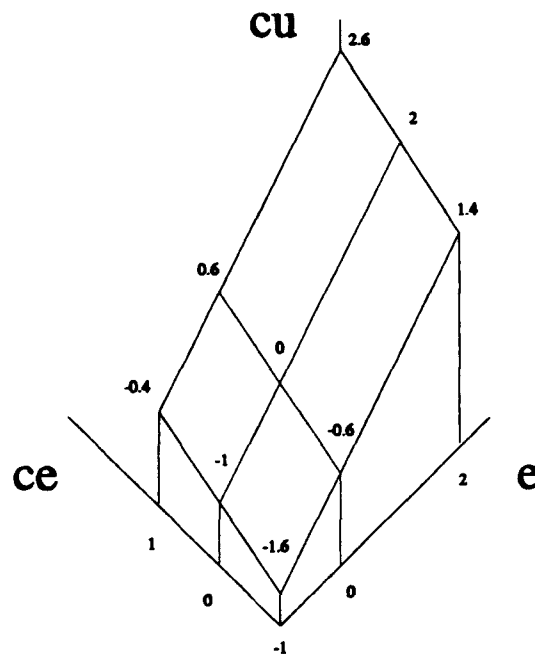


Figura 5.18 Aproximación PI

5.9 Medidas de Calibración

Los sistemas de control borroso se han venido diseñando tradicionalmente en base a reglas de control expresadas en términos lingüísticos. Las operaciones entre los conjuntos borrosos que lo definen utilizan gran parte del aparato matemático de la lógica borrosa.

Sin embargo, es conocido el problema de la configuración y ajuste de este tipo de sistemas, pese a la facilidad con que teóricamente debería quedar modelado el conocimiento del experto en base a reglas. Ello se debe, principalmente, a que la obtención independiente de cada una de ellas, puede provocar la aparición de incoherencias, falta de completitud o inconsistencia entre las acciones de control propuestas.

Por este motivo, se presenta en esta Tesis una filosofía diferente de enfocar la configuración de un SCB. El sistema de control es contemplado como una función de control, determinada unívocamente por su mapa de inferencia. La elección de las etiquetas lingüísticas, las funciones de pertenencia, junto con las reglas de control, condicionan las características de dicho mapa. Por ello es posible predecir su apariencia en base a estos factores y utilizar su información provechosamente.

En los siguientes apartados se muestran una serie de medidas originales útiles en el análisis de la configuración de un sistema de control borroso [Matía 92b, 93b, 94c], que sirven al mismo tiempo para la detección de errores de configuración. Se ha pretendido que las medidas

sean lo más elementales posibles, de forma que puedan ser fácilmente utilizables y redefinidas según las propias necesidades. En muchos casos se han obtenido por extensión de medidas ya existentes en la teoría de conjuntos borrosos [Sgarro 93, Xie 84].

Entre los enfoques utilizados, se analiza el diseño de un SCB considerándolo desde un punto de vista lingüístico y como una función de control no lineal. Además, contrastar la no-linealidad de un SCB con el regulador lineal (PID) equivalente, tal y como se propone en esta Tesis, permite al ingeniero de control analizar las irregularidades derivadas de una incorrecta configuración. Entre las técnicas utilizadas para valorar este contraste, se emplean medidas de bondad para la detección de singularidades y para la cuantificación de las asimetrías, de la dispersión de las reglas y de la entropía o *borrosidad* del regulador.

Finalmente, aunque vamos a analizar controladores borrosos de tipo FP ($cu=f(ce)$), todas las medidas que se presentan son extensibles a los casos FPI, FPD y FPID. Así mismo, aunque no se hará en todos los casos, la mayoría de las medidas que se presentan se prestan a ser normalizadas.

5.10 Cantidad de Información

La primera medida que se puede definir es la cantidad de información. Esta viene dada por la función de información ya comentada cuando se definieron las formas canónicas. Recordando aquella definición, *función de información* de un SCB es la suma de todas las funciones de pertenencia $\eta(ce) = \sum \mu_i(ce)$. La cantidad de información está estrechamente ligada con la obtención de un controlador débil o denso.

Una vez hecha esta definición, se pueden obtener los siguientes dos índices como medidas para cuantificar la diferencia de esta suma de la unidad:

$$\text{error relativo:} \quad e(FCS) = \frac{\int_{CE} (\eta(ce) - 1) dce}{\int_{CE} dce} \quad (268)$$

$$\text{error absoluto:} \quad i(FCS) = \frac{\int_{CE} |\eta(ce) - 1| dce}{\int_{CE} dce} \quad (269)$$

Nótese que el primero de ellos permite que se compensen diferencias respecto a la unidad producidas en distintas zonas del universo de discurso. No ocurre así con la segunda.

5.11 Enfoque Lingüístico

Atendiendo al enfoque lingüístico del controlador, es posible analizar aspectos como la interacción entre reglas, la aparición de reglas inconsistentes, situaciones para las que no hay

propuesta ninguna acción de control y que puedan dar lugar a singularidades en la función de control, etc.

Definición. Decimos que un SCB es *completo* [Pedrycz 89] si $\forall ce, \eta(ce) > \epsilon$, con $\epsilon > 0$.

Esto significa que existe solapamiento entre los conjuntos borrosos que definen la entrada del controlador. Es decir, se verifica que

$$\forall ce, \exists i \in \{1, \dots, n\} \mid \mu_i(ce) > 0$$

No se verifica si falta algún término lingüístico o si no tenemos reglas suficientes.

Definición. Definimos en esta Tesis la *completitud* de un SCB como $C(SCB) = \min_{\forall ce} \eta(ce)$.

Por el contrario, un SCB será incompleto cuando tenga completitud nula, lo que se puede producir si hay insuficientes reglas.

Definición. Decimos que un SCB es *coherente* [Pedrycz 89] si sólo existe una regla R_i para cada conjunto borroso asociado a la variable de entrada, es decir

$$\forall CE_i, \exists! R_i: CE \rightarrow CU \mid c_i = R_i(CE_i)$$

Las incoherencias aparecerán en el momento en que existan reglas que propongan acciones de control diferentes ante una misma situación.

Decimos que no existe interacción entre la regla i -ésima y las restantes, si la función de control pasa por el punto maestro (β_i, c_i) , es decir $\mu_i(\beta_i) = 1$ y $\mu_j(\beta_i) = 0 \forall j \neq i$.

Definición. Se define en esta Tesis la *interacción* existente entre las reglas de un SCB como

$$I(SCB) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-(c_i(\beta_i) - c_i)^2} \quad (270)$$

A partir de esta definición se propone la siguiente medida de coherencia.

Definición. Se define en esta Tesis la *coherencia* de un SCB como

$$C(SCB) = 1 - I(SCB)$$

5.12 Diagramas de Densidad

Sea $n(ce)$ la función que representa el número de reglas (normalmente número de funciones de pertenencia) para cada valor de ce (Figura 5.19). Se definen en esta Tesis los siguientes conceptos.

Definición. Definimos la *densidad normalizada* de reglas como

$$d = \frac{\int_{CE} n(ce) dce}{\int_{CE} dce} \quad (271)$$

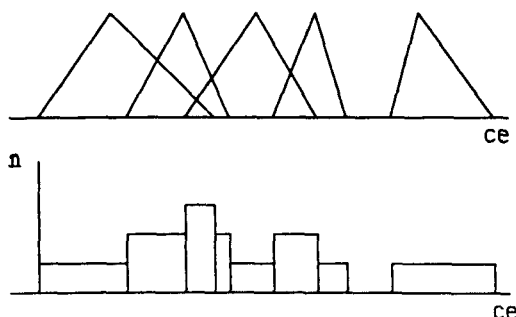


Figura 5.19 Densidad de Reglas

Definición. Definimos la *dispersión* de reglas y la *concentración* de reglas, respectivamente, como

$$D = \frac{2 - d}{2 + d} \quad (272)$$

$$C = -D = \frac{d - 2}{d + 2} \quad (273)$$

Con esta definición, un controlador normalizado tendrá una densidad de dos reglas por unidad de universo de discurso. En el caso extremo de mínima densidad, la dispersión es máxima y la concentración mínima.

Como vimos anteriormente, la cantidad de información de un SCB puede interpretarse como una medida de la fortaleza del sistema de control: un controlador con poca información es un controlador débil.

Definición. Definimos entonces la *fiabilidad* de un SCB como

$$\eta_{\min}^* = \min \{ 1, \eta_{\min} \} = \min \{ 1, \min \eta(ce) \quad \forall ce \in CE \} \quad (274)$$

Partiendo de estas medidas, podemos construir un diagrama que, para cada valor de ce , represente la evolución de $\eta(D)$. La Figura 5.20 muestra un ejemplo de esta evolución a medida que vamos quitando reglas al sistema de control en la que se ha denotado

$$\eta_{\max}(ce) = \max \eta(ce) \quad \forall ce \in CE \quad (275)$$

Ajuste y Calibración

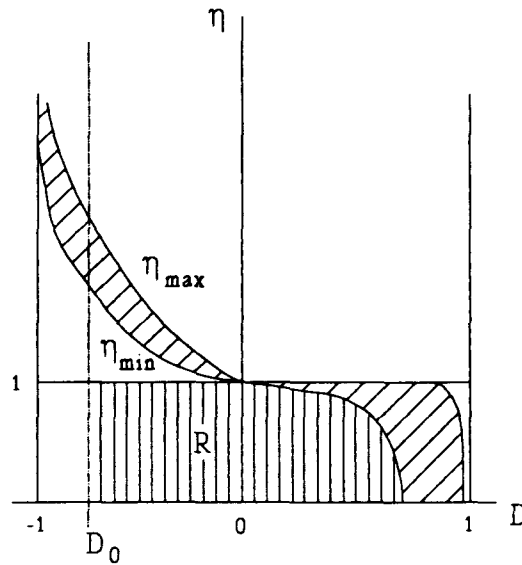


Figura 5.20 Información v.s. Dispersión

Para ello, elegimos el criterio optimista, consistente en eliminar en cada paso aquella regla que consigue mantener una mayor η_{\min} . Llamaremos al diagrama así construido *diagrama inverso*.

Definición. Definimos entonces la *robustez* del controlador como el área bajo la función de fiabilidad

$$R(SCB) = \frac{\int_{D_0}^1 \eta_{\min}^*(D) dD}{1 - D_0} \quad (276)$$

siendo D_0 la dispersión de las reglas del controlador inicial. Nótese que a medida que eliminamos reglas, un SCB con mayor cantidad de información es más robusto.

El *diagrama directo* puede obtenerse iniciando el proceso sin ninguna regla y añadiendo una a una sucesivamente.

Ejemplo. La Figura 5.21 representa el diagrama inverso correspondiente a un controlador dado. Inicialmente, $d=3$ reglas/CE (es decir, $D_0=-0.2$) y $\eta_{\min}=1$, $\eta_{\max}=2$. Si se elimina la regla número 2, $d=2.5$ reglas/CE (es decir, $D_1=-0.11$) y $\eta_{\min}=1$, $\eta_{\max}=2$. No se ha procedido a eliminar las reglas 1, 3 o 5, porque en ese caso obtendríamos $\eta_{\min}=0$. Eliminando ahora la regla 4, $d=2$ reglas/CE (es decir, $D_2=0$) y $\eta_{\min}=\eta_{\max}=1$ (controlador normalizado).

Si ahora eliminamos la regla 3, $d=1$ regla/CE (es decir, $D_3=0.33$) y $\eta_{\min}=0$, $\eta_{\max}=1$, pero si escogemos las reglas 1 o 5, $d=1.5$ reglas/CE (es decir, $D_3=0.14$) y $\eta_{\min}=0$, $\eta_{\max}=1$, siendo la robustez menor que en el primer caso. Tras haber eliminado la regla 3, elegimos la 1 o la 5:

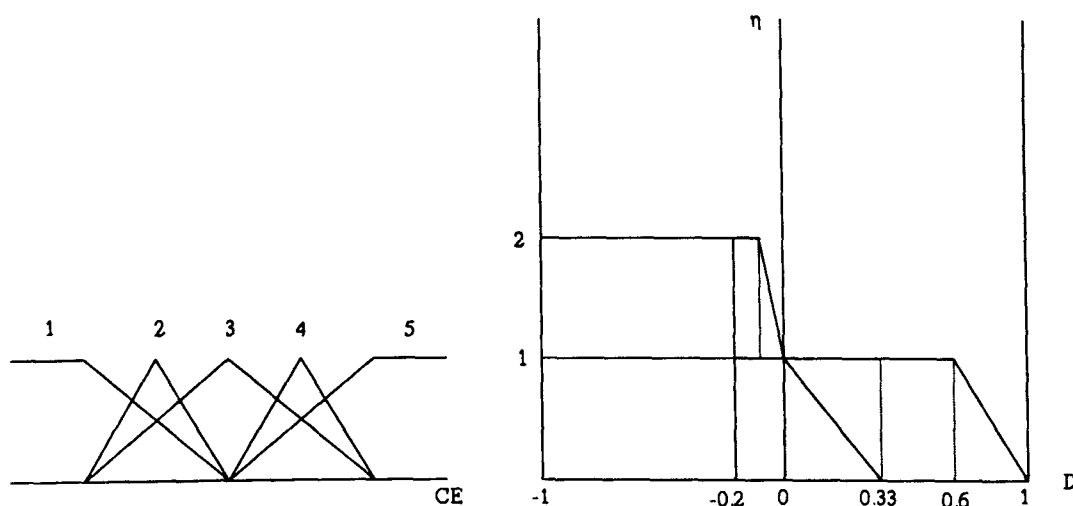


Figura 5.21 Ejemplo de Robustez

$d=0.5$ reglas/CE (es decir, $D_4=0.6$) y $\eta_{\min}=0$, $\eta_{\max}=1$. Finalmente, eliminando la última regla (regla 5 o regla 1), $d=0$ reglas/CE (es decir, $D_5=1$) y $\eta_{\min}=\eta_{\max}=0$.

La robustez del controlador inicial es $R=0.2 \cdot 1 + 0.33/2 = 0.37$. Sin embargo, comenzando directamente con el controlador normalizado (sólo las reglas 1, 3 y 5), $D_0=0$: $R=0.33/2 = 0.17$.

5.13 Enfoque Funcional

A la hora de diseñar un SCB pueden aparecer varios problemas. Por ejemplo, interacción entre reglas, reglas inconsistentes, reglas ausentes, puntos singulares en la función de control, etc. Una posible aproximación para analizar esta y otras situaciones es utilizar el sistema de control lineal (SCL) más próximo a la función de control dada, obtenido calculando la regresión lineal (ce_i , $c\hat{u}_i$) del SCB y habiendo definido el controlador mediante una función discreta dada por un número n finito de puntos tal y como se hizo en el apartado 5.6. Entonces, y a partir de la comparación de ambas funciones de control, estaremos en condiciones de poder medir algunas de las características del SCB.

5.14 Función de Similitud

El primer análisis utiliza el SCL más próximo a la función de control, con la siguiente condición: el SCL debe de pasar por el punto $(ce, c\hat{u}) = (0, 0)$.

En esta Tesis se define una función de *similitud* entre dos sistemas de control (SC) como una función X_s : $SC \times SC \rightarrow [0, 1]$ con las siguientes propiedades

Ajuste y Calibración

$$\begin{aligned}
 X_S(SC_1, SC_1) &= 1 && \text{(reflexiva)} \\
 X_S(SC_1, SC_2) &= X_S(SC_2, SC_1) && \text{(simétrica)} \\
 X_S(SC_1, SC_3) &\geq \max_{\forall SC_2} \min (X_S(SC_1, SC_2), X_S(SC_2, SC_3)) && \text{(transitiva)}
 \end{aligned}$$

Por ejemplo,

$$X_S(SC_1, SC_2) = \frac{\int_{CE} e^{-(cu_1(ce)-cu_2(ce))^2} dce}{\int_{CE} dce} \quad (277)$$

La función de similitud puede ser utilizada para reducir el número de reglas [Sánchez 93]. Por ejemplo, se puede comparar nuestro sistema de control (SC) con todos aquellos controladores obtenidos cuando eliminamos la regla i -ésima (SC_i). El menor valor de $X_S(SC, SC_i)$ para todo i corresponde a la regla que menos distorsiona el SC inicial cuando la eliminamos. Por tanto, si este valor es menor que una determinada cota, podemos eliminar la regla. También debemos asegurarnos de que la función de fiabilidad continúa tomando un valor adecuado.

Ejemplo. Para el controlador de la Figura 5.22, si obtenemos todas las medidas de similitud resultantes de comparar el SCB inicial con el SCB $_i$ obtenido al eliminar la regla i -ésima, se obtiene que:

$$X_S(SCB, SCB_3) < X_S(SCB, SCB_5) < X_S(SCB, SCB_1) < X_S(SCB, SCB_4) < X_S(SCB, SCB_2)$$

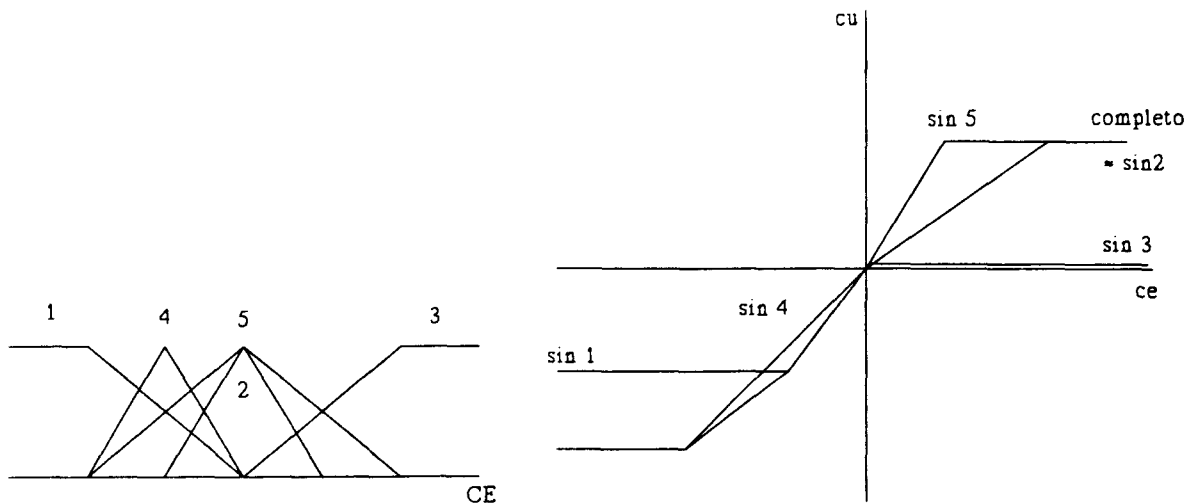


Figura 5.22 Ejemplo de X_S

Por lo tanto, la regla que menos afecta si la quitamos es la número 2. En la figura anterior se representan también los distintos controladores obtenidos al eliminar cada una de las reglas.

5.15 Análisis Estadístico

Continuando con el enfoque funcional, de la comparación entre el SCB y la recta de regresión $(ce_i, c\hat{u}_i)$ que pasa por el punto de equilibrio, es posible llevar a cabo un análisis de los residuos. A partir de él, y mediante un contraste de linealidad se puede obtener una medida de la linealidad entre 0 y 1. Llamando d_i al valor absoluto del residuo, podemos examinar el valor de d_{medio} , $d_{\text{mín}}$ (habitualmente 0) y $d_{\text{máx}}$ (con este valor podemos detectar puntos singulares cuando la función de control se desvía demasiado del rango previsto para cu). Otras medidas que pueden calcularse asociadas a los residuos son:

- valor medio
- valor absoluto medio
- desviación cuadrática media
- residuos negativos
- residuos positivos
- desviación normalizada

También es posible completar este análisis con uno estadístico construyendo medidas como las siguientes:

- coeficiente de asimetría:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (cu_i - cu_{\text{medio}})^3}{n cu_{\text{var}}^{3/2}} \quad (278)$$

- coeficiente de apuntamiento:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (cu_i - cu_{\text{medio}})^4}{n cu_{\text{var}}^2} \quad (279)$$

- covarianza:

$$Cov(ce, cu) = \frac{\sum_{i=1}^n (ce_i - ce_{\text{medio}})(cu_i - cu_{\text{medio}})}{n} \quad (280)$$

- índice de correlación:

$$r = \frac{Cov(ce, cu)}{ce_{\text{var}}^{1/2} cu_{\text{var}}^{1/2}} \quad (281)$$

· varianza generalizada:

$$cu_{var} ce_{var} (1 - r^2) \quad (282)$$

etc, siendo cu_{medio} , ce_{medio} los valores medios y cu_{var} , ce_{var} las varianzas.

5.16 Medidas de Borrosidad

La *borrosidad* surge de la falta de similitud entre un SCB y el SCL más próximo, por lo que podemos definir una medida de su vaguedad, de forma que el SCB sea menos vago cuando ésta esté más próxima a cero. En esta tesis se propone que esta medida sea representada como una función de disimilitud entre un SCB y el SCL, que verifique $X_D(SCB, SCL) = 1 - X_S(SCB, SCL)$. Por ejemplo

$$X_D(SCB, SCL) = 1 - X_S(SCB, SCL) = 1 - \frac{\int_{CE} e^{-(cu(ce)-ci(ce))^2} dce}{\int_{CE} dce} \quad (283)$$

Definición. Definimos en esta Tesis la *entropía* de un SCB como

$$S(FCS) = X_D(SCB, SCL) \quad (284)$$

Cuanto más próximos están el SCB y el SCL, menor es la entropía. En el caso contrario, la entropía está más próxima a 1. Con estas medidas podemos comparar la borrosidad y la entropía de dos o más controladores borrosos.

5.17 Conclusión

En este capítulo, en primer lugar se ha mostrado cómo es posible ajustar los parámetros de un controlador borroso, y en segundo, se ha presentado una serie de medidas que permiten calibrar el controlador de cara a completar su diseño.

La idea principal del primer análisis es un trabajo original en el cual se muestra cómo es posible diseñar un controlador borroso al menos tan bueno como cualquier PID. Por tanto, si obtenemos el PID cumple mejor con las especificaciones dinámicas requeridas, podemos diseñar un primer algoritmo de control borroso como se ha descrito anteriormente.

Partiendo de aquí, puede ser interesante estudiar mecanismos que mejoren todo lo posible las características del controlador borroso alrededor de este punto de trabajo. Además, se podría llevar a cabo un análisis de estabilidad relativa alrededor de dicho punto, puesto que disponemos de un completo abanico de técnicas para estudiar estabilidad de sistemas lineales.

Además se analiza la desviación de la función de control respecto al caso lineal, con el fin de

Ajuste y Calibración

detectar situaciones anómalas a las que se podría llegar en el caso de aparición de puntos singulares en la superficie de la función de control, debido a una mala configuración del controlador borroso.

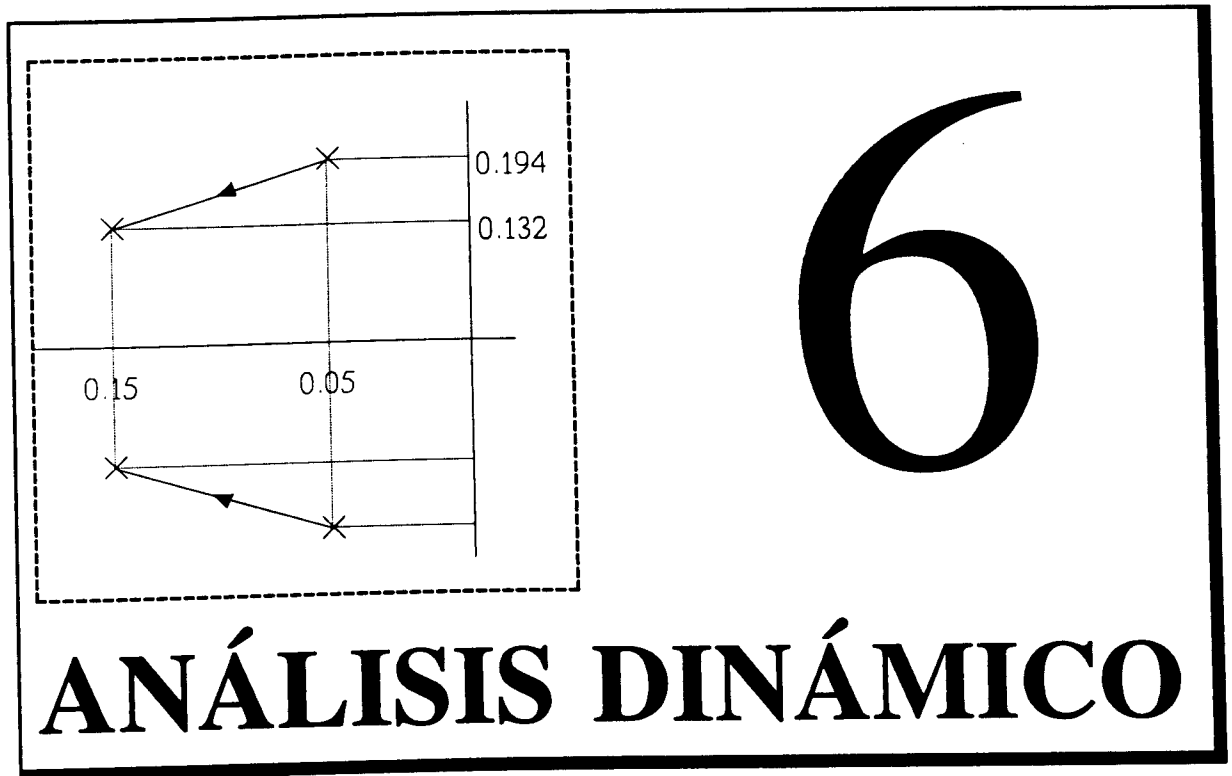
Además, el hecho de que se haya desarrollado una aplicación industrial a partir de este trabajo (ver capítulo de diseño), muestra cómo pueden tener éxito futuros estudios orientados en esta misma línea.

Por otra parte, el análisis de diversas medidas aplicadas a controladores borrosos puede ser interpretado como una herramienta para certificar su correcto diseño. Pero la borrosidad o entropía no deben ser consideradas como medidas de calidad. Además, en ocasiones es necesario pensar si un controlador borroso es realmente borroso, pues en determinadas situaciones un controlador clásico puede llegar a ser mejor que uno borroso, y podemos vernos forzados a emplear un SCB lineal. En cualquier caso, existen dos formas diferentes de obtener provecho de estas medidas:

- En la detección de errores de configuración.
- En la mejora de las reglas de control.

También se han apuntado otras ideas originales de esta Tesis. Por ejemplo, no siempre es necesario eliminar las reglas superfluas, como aquellas reglas que son combinación lineal de otras, excepto en los casos en que se pueden detectar importantes incoherencias, pues suele resultar interesante integrar información procedente de diferentes fuentes. También pueden darse situaciones en las que la regresión lineal no es la mejor aproximación de cara a analizar desviaciones del sistema, y se requiere una función lineal por tramos. Estos ejemplos sugieren que pueden desarrollarse mejoras interesantes en futuros trabajos.

Ajuste y Calibración



**«El mejor modelo material de un gato es otro.
Preferiblemente el mismo gato»**

Rosenblueth

«El tiempo es lo que impide que todo ocurra de golpe»

Wheeler

**«A learning machine is any device whose actions are
influenced by past experiences»**

N.Nilsson

6.1 Modelado Borroso

La identificación de sistemas físicos suele realizarse utilizando modelos linealizados en el punto de funcionamiento deseado. Sin embargo, la lógica borrosa permite modelar con bastante precisión sistemas no lineales [Newell 84]. Los modelos más habituales en control borroso son el modelo de Mamdani y el modelo de Sugeno. El presente capítulo pretende mostrar el tipo de modelo borroso que se propone en esta Tesis, no sustancialmente diferente al de Sugeno, pero conceptualmente distinto y capaz de simplificar los cálculos matemáticos que permiten sistematizar el diseño del controlador borroso. Este modelo va a permitir operaciones como la asociación de bloques de manera mucho más sencilla que utilizando otros modelos.

Posteriormente se presenta una técnica, también innovadora de esta Tesis, para llevar a cabo el análisis dinámico de sistemas borrosos utilizando el modelo anterior, la cual también simplifica de manera notable este trabajo de análisis.

6.1.1 Modelo de Mamdani

El modelo de Mamdani es un modelo basado en reglas cuya representación lingüística a bajo nivel se apoya de manera decisiva en la lógica borrosa. Por ejemplo, un sistema discreto de primer orden (que utiliza las muestras n y $n-1$) se puede modelar en base a reglas, cada una de ellas del tipo:

$$\text{SI } (U_n \text{ es } U_i) \text{ E } (Y_{n-1} \text{ es } Y_{i1}) \text{ ENTONCES } (Y_n \text{ es } Y_i) \quad (285)$$

donde U_n , Y_n e Y_{n-1} son variables borrosas (U_n la entrada, Y_n la salida), y U_i , Y_{i1} e Y_i son los valores borrosos que pueden tomar para la regla i -ésima. Si obtenemos heurísticamente las reglas de control, resulta sencillo diseñar controladores borrosos del tipo

$$\text{SI } (E_n \text{ es } E_i) \text{ Y } (E_{n-1} \text{ es } E_{i1}) \text{ ENTONCES } (U_n \text{ es } U_i) \quad (286)$$

donde E_n es el error y U_n es la acción de control, pero es complejo hacerlo en base al modelo anterior del sistema a controlar.

6.1.2 Modelo de Sugeno

Por el contrario, el modelo de Sugeno, si bien se basa también en lógica borrosa, se

Análisis Dinámico

fundamenta en dividir el espacio de variables de estado en subespacios, en cada uno de los cuales exista una regla dominante con una salida lineal respecto a la entrada:

$$\text{SI } (U_n \text{ es } U_i) \text{ E } (Y_{n-1} \text{ es } Y_{i1}) \text{ ENTONCES } y_{ni} = a_i + b_i y_{n-1} + c_i u_n \quad (287)$$

Tras efectuar la unión de todas las reglas, se obtiene la salida nítida del controlador calculando el centro de gravedad de la salida propuesta por cada regla:

$$\tilde{y}_n = \frac{\sum_{i=1}^r w_i y_{ni}}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (288)$$

siendo w_i el peso de cada regla y r el número de reglas. El mismo razonamiento que acabamos de hacer en un dominio discreto, puede hacerse en el continuo:

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ es } Y_i) \text{ ENTONCES } T_i \frac{dy_i}{dt} + y_i(t) = K_i u(t) \quad (289)$$

o lo que es lo mismo

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ es } Y_i) \text{ ENTONCES } T = T_i \text{ Y } K = K_i \quad (290)$$

es decir, la función de transferencia (FDT) para la regla i -ésima es

$$G_i(s) = \frac{K_i}{1 + T_i s} \quad (291)$$

Y se obtiene entonces la salida como

$$\tilde{y}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i y_i(t)}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (292)$$

6.1.3 Modelo de Dinámica Borrosa

El modelo que se propone en esta Tesis [Matía 93f] se basa en el de Sugeno,

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ es } Y_i) \text{ ENTONCES } T_i \frac{dy}{dt} + y(t) = K_i u(t) \quad (293)$$

o bien

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ es } Y_i) \text{ ENTONCES } T = T_i \text{ Y } K = K_i \quad (294)$$

pero se interpreta de manera distinta, pues la salida se obtiene ahora como:

$$\tilde{T} \frac{dy}{dt} + y(t) = \tilde{K} u(t) \quad (295)$$

siendo

$$\tilde{T} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i T_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (296)$$

$$\tilde{K} = \frac{\sum_{i=1}^r w_i K_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (297)$$

Este modelo emplea representación basada en reglas, al igual que el de Sugeno, pero a diferencia de éste, la borrosidad no está en la salida $y(t)$, sino en la propia dinámica del sistema (\tilde{T}, \tilde{K}) . Otras variantes de este modelo son:

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ is } Y_i) \text{ ENTONCES } G_i(s) = \frac{K_i}{1 + T_i s} \quad (298)$$

con

$$\tilde{G}(s) = \frac{\tilde{K}}{1 + \tilde{T} s} \quad (299)$$

y

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ es } Y_i) \text{ ENTONCES } g_i(t) = \frac{K_i}{T_i} \exp\left(-\frac{t}{T_i}\right) \quad (300)$$

con

$$\tilde{g}(t) = \frac{\tilde{K}}{\tilde{T}} \exp\left(-\frac{t}{\tilde{T}}\right) \quad (301)$$

siendo $\tilde{g}(t)$ la respuesta impulsional.

6.1.4 Concepto de Función de Transferencia

Dado un sistema físico, en principio monovariable, pretendemos modelar la relación entrada/salida ($u(t)$, $y(t)$) mediante un modelo no lineal, que en nuestro caso será borroso. A la FDT la llamaremos $\tilde{G}(s)$, en el dominio continuo (Figura 6.1).

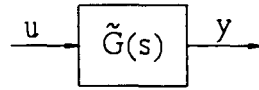


Figura 6.1 FDT

En cualquiera de las variantes del modelo de dinámica borrosa la idea principal reside en que un sistema, en un determinado punto de funcionamiento, puede ser *rápido* y en otro ser *algo lento*. Por ejemplo, una regla puede expresar que

SI (U es U_i) E (Y es Y_i) ENTONCES $G_i(s)$ es lento Y su ganancia es grande

En la transición de un punto a otro, el sistema evoluciona de tal suerte que la dinámica se va adaptando y los polos del sistema se desplazan sobre el plano complejo, en lugar de permanecer en reposo como ocurre en un sistema lineal (Figura 6.2). Por este motivo, en esta Tesis los llamaremos *polos viajeros*. Una de las particularidades de este modelo reside en que permitirá simplificar los cálculos matemáticos como veremos más adelante, con lo que será más sencillo sistematizar el diseño del controlador borroso.

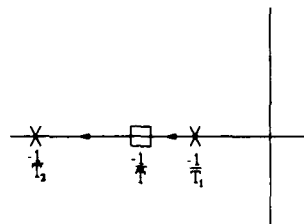


Figura 6.2 Polos Viajeros

6.1.5 Identificación de Sistemas Físicos

Los sistemas físicos habitualmente se tratan de identificar según modelos lineales de orden adecuado. En el caso de sistemas no lineales, y con el fin de no tener que recurrir a la teoría de sistemas no lineales, de resultados genéricos y difícil aplicación [Cook 86], se procura aproximar el modelo por uno lineal en el punto de funcionamiento deseado. Esto conlleva que, a medida que nos alejamos de dicho punto, el modelo es cada vez peor. En nuestro caso, podemos emplear la misma metodología de identificación que para sistemas lineales haciéndolo en varios puntos de funcionamiento, y obteniendo diferentes FDT $G_i(s)$ (Figura 6.3). Las técnicas clásicas de identificación basadas en respuesta a una secuencia de escalones y mínimos cuadrados siguen siendo válidas.

Análisis Dinámico

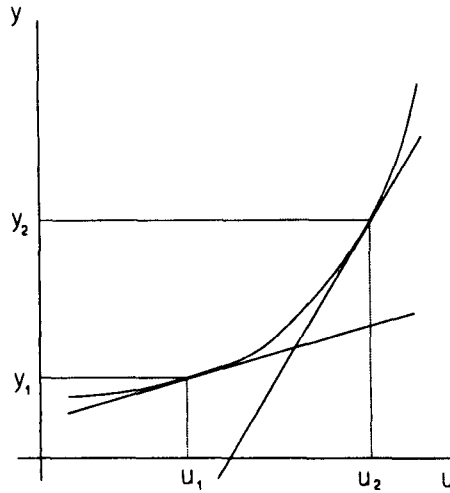


Figura 6.3 Linealización en Dos Puntos para un Sistema de Orden Cero.

En realidad, lo que estamos haciendo con el modelo que se propone en esta Tesis es aproximar una función no lineal por otra más simple, pero cometiendo un error menor que el que obtendríamos al linealizar solamente en un punto. Además, en lugar de cambiar bruscamente de un modelo a otro, tenemos una transición gradual.

6.1.6 El Principio de Equivalencia

Es importante indicar que todos estos modelos son, en general, diferentes y sólo coinciden cuando se dispara únicamente una regla (Figura 6.4).

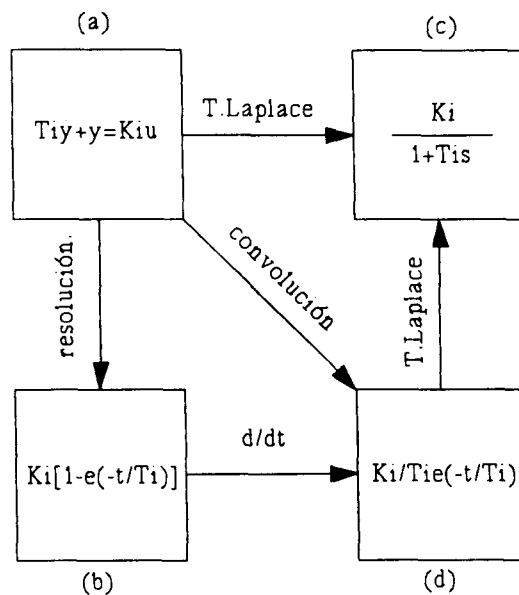


Figura 6.4 Transformaciones Lineales

Análisis Dinámico

Cuatro modelos posibles son:

- (a) ecuación diferencial
- (b) respuesta al escalón
- (c) función de transferencia
- (d) respuesta impulsional.

El paso de uno a otro requiere la aplicación de la *transformada de Laplace* o del *Teorema de Convolución* que, al ser sistemas no lineales, no dan como resultado el que cabría esperar en un sistema lineal. Por ello es conveniente elegir uno de ellos y trabajar con él exclusivamente.

Por ejemplo, el modelo de FDT $\tilde{G}(s)$ es el más apropiado para trabajar con diagramas de bloques, mientras que el modelo en respuesta impulsional es más indicado para llevar a cabo un análisis dinámico, y el modelo en ecuaciones diferenciales para implementar el modelo en un simulador. Se propone en esta Tesis el siguiente *principio de equivalencia*.

Proposición. El principio de equivalencia sostiene que «el error que cometemos al pasar de un modelo a otro es suficientemente pequeño, si y sólo si la resolución de las reglas es suficientemente grande, es decir, los puntos maestros están muy cerca entre sí».

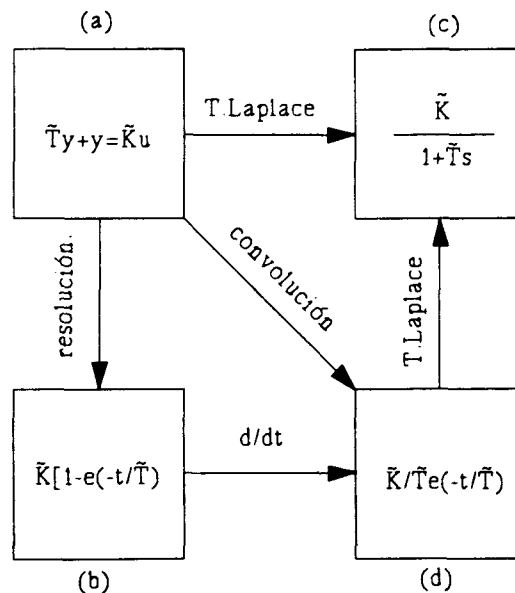


Figura 6.5 Transformaciones Borrosas

Las etapas para llevar a cabo este paso aparecen reflejadas en la Tabla XII.

Modelo Borroso (a, b, c, d)
<i>desborrosificar</i>
Modelo Lineal (a, b, c, d)
<i>aplicar transformada</i>
Modelo Lineal (a, b, c, d)
<i>borrosificar</i>
Modelo Borroso (a, b, c, d)

Tabla XII Etapas de la Transformación

6.1.7 Asociación de Bloques

La asociación de bloques no presenta problemas si elegimos el modelo basado en FDT, siendo entonces análoga al caso de sistemas lineales, a saber:

Asociación serie: Sea $\tilde{G}_1(s)$ un sistema definido con reglas de la forma:

$$\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } (Y \text{ es } Y_i) \text{ ENTONCES } G_{1i}(s) = \frac{K_{1i}}{1 + T_{1i}s} = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (302)$$

con r_1 reglas, y $\tilde{G}_2(s)$:

$$\text{SI } (Y \text{ es } Y_j) \text{ Y } (X \text{ es } X_j) \text{ ENTONCES } G_{2j}(s) = \frac{K_{2j}}{1 + T_{2j}s} = \frac{X(s)}{Y(s)} \quad (303)$$

con r_2 reglas. Entonces la asociación $\tilde{G}(s)$ resulta:

$$\begin{aligned} &\text{SI } (U \text{ es } U_i) \text{ E } [Y \text{ es } (Y_i \text{ E } Y_j)] \text{ Y } (X \text{ es } X_j) \\ &\text{ENTONCES } G_{ij}(s) = \frac{K_{1i}}{1 + T_{1i}s} \cdot \frac{K_{2j}}{1 + T_{2j}s} = \frac{X(s)}{U(s)} \end{aligned} \quad (304)$$

con $r_1 \cdot r_2$ reglas, es decir, $\tilde{G}(s) = \tilde{G}_1(s) \cdot \tilde{G}_2(s)$. Para el resto de asociaciones de bloques la deducción es similar.

Asociación paralelo:

$$\tilde{G}(s) = \tilde{G}_1(s) + \tilde{G}_2(s) \quad (305)$$

Bucle de realimentación (Figura 6.6):

$$\tilde{M}(s) = \frac{\tilde{G}(s)}{1 + \tilde{G}(s)\tilde{H}(s)} \quad (306)$$

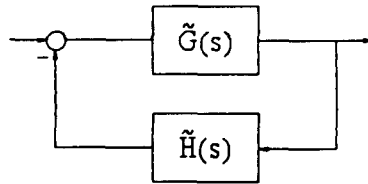


Figura 6.6 Bucle de Realimentación

No ocurre así con otros modelos, ni con el de Sugeno, para los que la asociación de bloques resulta ciertamente más complicada [Tanaka 92].

6.1.8 Ejemplo de Modelado

Como ejemplo práctico, se plantea a continuación el modelo de dinámica borrosa para el péndulo invertido (base fija). La ecuación diferencial del péndulo es la siguiente:

$$J\ddot{\theta}(t) + B\dot{\theta}(t) - m g a \sin\theta(t) = P_m(t) \quad (307)$$

donde J es la inercia del conjunto péndulo+bola, B es el rozamiento en el eje de giro, a es la longitud del péndulo y $P_m(t)$ es el par motor aplicado (Figura 6.7).

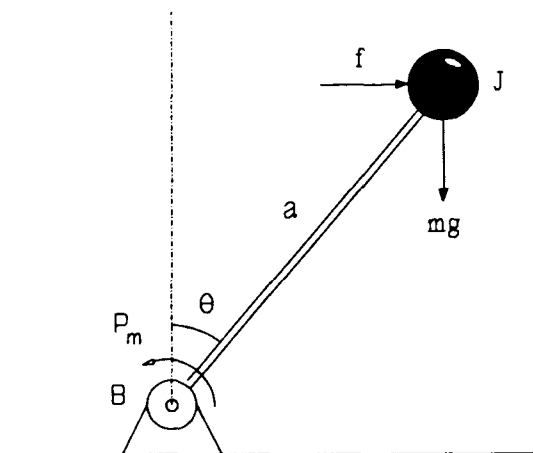


Figura 6.7 Péndulo Invertido

Análisis Dinámico

Seguidamente se linealiza esta ecuación en los siguientes nueve puntos

$$\theta_0 = \left\{ \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{4}, \frac{-\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\}$$

que se corresponden con los centros de gravedad de los conjuntos borrosos:

$$\{ \text{NMG, NG, NM, NP, ZE, PP, PM, PG, PMG} \}$$

obteniéndose un sistema lineal de segundo orden:

$$\Delta P_m(t) = J\Delta\ddot{\theta}(t) + b\Delta\dot{\theta}(t) - mg\cos\theta_0\Delta\theta(t)$$

es decir,

$$P_m(s) = [Js^2 + bs - \omega_{ni}^2]\theta(s)$$

que es inestable. Las reglas del modelo quedarían, por tanto,

$$\begin{aligned} \text{SI } (\theta \text{ es NMG}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= 0 \\ \text{SI } (\theta \text{ es NG}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= \frac{1}{2}mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es NM}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= \frac{\sqrt{2}}{2}mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es NP}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= \frac{\sqrt{3}}{2}mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es ZE}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es PP}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= \frac{\sqrt{3}}{2}mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es PM}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= \frac{\sqrt{2}}{2}mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es PG}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= \frac{1}{2}mga \\ \text{SI } (\theta \text{ es PMG}) \text{ ENTONCES } \omega_n^2 &= 0 \end{aligned} \tag{312}$$

siendo

$$\tilde{\omega}_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^9 w_i \omega_{ni}^2}{\sum_{i=1}^9 w_i} \tag{313}$$

6.2 Análisis Dinámico

Nos centraremos principalmente en mostrar el comportamiento dinámico de sistemas borrosos de primer y segundo orden, si bien es factible extrapolarlo a sistemas de orden superior, al igual que se hace para sistemas lineales.

6.2.1 Sistemas de Primer Orden

Sea un sistema de primer orden $G(s)=K/(1+Ts)$. Es sabido de la teoría de control clásico [Ogata 93], y fácil de deducir que, ante entrada escalón, el tiempo de establecimiento es $t_s=3T$, lo que determina unívocamente su comportamiento dinámico. Se trata de obtener para sistemas de dinámica borrosa cuál es el valor de t_s o, expresado de otra forma, dónde se encontraría el polo equivalente de nuestro sistema para que se verifique $t_s= 3T_{eq}$.

En la Figura 6.8, se representa la respuesta dinámica de un sistema borroso de primer orden ante entrada escalón unitario:

SI Y es pequeña ENTONCES el sistema es rápido $T(y=0) = T_1 = 5$
 SI Y es grande ENTONCES el sistema es algo más lento $T(y=K) = T_2 = 30$

Entre ambos estados, el sistema se comporta de forma borrosa: comienza siendo rápido, y cada vez va evolucionando más lentamente.

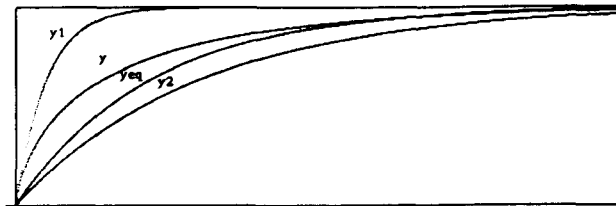


Figura 6.8 Sistema Borroso de Primer Orden

Para cada una de las dos reglas anteriores tenemos un sistema lineal: $G_1(s) = K/(1+5s)$ y $G_2(s) = K/(1+30s)$, respectivamente.

Proposición. El tiempo de establecimiento del sistema equivalente $\tilde{y}(t) = K[1-\exp(-t/\tilde{T})]$ viene dado por la expresión:

$$t_s = \int_{0.05}^1 \frac{\tilde{T}(x)}{x} dx \quad (314)$$

donde se ha efectuado el cambio de variable $x=(1-y/K)$.

Demostración. Aplicando el principio de equivalencia puede partirse de la ecuación

Análisis Dinámico

diferencial del sistema

$$\tilde{T}\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t) \quad (315)$$

Si la entrada $u(t)$ es un escalón unitario,

$$\tilde{T}\dot{y}(t) + y(t) = K \quad \forall t > 0 \quad (316)$$

y la solución de esta ecuación, que cumple las condiciones de contorno

$$y(0) = 0 \quad (317)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = K \quad (318)$$

viene dada por:

$$y(t) = K \left(1 - \exp \left(- \int \frac{dt}{\tilde{T}(t)} \right) \right) \quad (319)$$

Operando se obtiene:

$$\text{Ln} \left(1 - \frac{y(t)}{K} \right) = - \int \frac{dt}{\tilde{T}(t)} \quad (320)$$

y haciendo el cambio de variable:

$$x = 1 - \frac{y}{K} \quad (321)$$

se llega a

$$\text{Ln} x(t) = - \int \frac{dt}{\tilde{T}(t)} \quad (322)$$

Derivando respecto al tiempo:

Análisis Dinámico

$$\frac{dx/dt}{x} = -\frac{1}{\tilde{T}(t)} \quad (323)$$

$$-\frac{\tilde{T}(x) dx}{x} = dt \quad (324)$$

e integrando finalmente,

$$\int_{0.05}^1 \frac{\tilde{T}(x) dx}{x} = \int_0^1 dt = t_s \quad (325)$$

como se quería demostrar. Para el caso concreto en que $T_1 = T_2 = T$, resultaría

$$t_s = T \int_{0.05}^1 \frac{1}{x} dx = T (\ln 1 - \ln 0.05) = 3T \quad (326)$$

es decir, lo mismo que tenemos en un sistema lineal. Para el caso de funciones de pertenencia como las de la Figura 6.9, se obtiene:

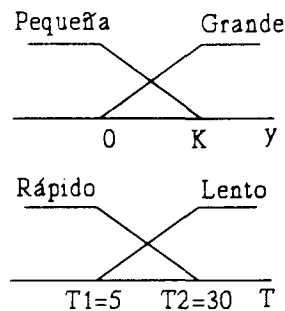


Figura 6.9 Funciones de Pertenencia

$$\tilde{T}(y) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{K} y \quad (327)$$

es decir,

$$\tilde{T}(x) = T_1 + (T_2 - T_1)(1-x) = T_2 + (T_1 - T_2) x \quad (328)$$

Por tanto

Análisis Dinámico

$$\begin{aligned}
 t_s &= \int_{0.05}^1 \frac{T_2}{x} + (T_1 - T_2) dx = \\
 &= T_2 (\ln 1 - \ln 0.05) + (T_1 - T_2)(1 - 0.05) = \\
 &= 0.95T_1 + 2.05T_2 = 66 = 3T_{eq}
 \end{aligned}
 \tag{329}$$

con $T_{eq} = 22$, intermedio a T_1 y T_2 como era previsible. En general, la ecuación anterior nos permite calcular t_s para cualquier caso de funciones de pertenencia.

En el caso del modelo de Sugeno, por el contrario, la ecuación que resulta es trascendente en x , y la integral no puede resolverse. En realidad, en ese caso ni siquiera podemos hablar de constante de tiempo equivalente. En la página siguiente se ha representado la dependencia $T_{eq}=f(T_1, T_2)$ (Figura 6.11, Figura 6.12 y Figura 6.13). Nótese, por último, que la función $y(t)$ resultante no es una exponencial, aunque a la vista de la Figura 6.8 así pudiera parecer.

6.2.2 Sistemas de Segundo Orden

En el caso de sistemas de segundo orden, tenemos dos polos $(-\sigma \pm j\omega_d)$ que determinan el comportamiento dinámico del sistema: sobreoscilación y tiempo de pico (M_p y t_p). Se verifica que $M_p = \exp(-\sigma\pi/\omega_d) \cdot 100\%$ y $t_p = \pi/\omega_d$. Si, como en el caso anterior, suponemos unas reglas del tipo:

SI Y es pequeña ENTONCES el sistema es rápido Y muy oscilatorio

$$\sigma(y=0) = \sigma_1 = 0.05 \text{ y } \omega_d(y=0) = \omega_{d1} = 0.194$$

y

SI Y es grande ENTONCES el sistema es algo más lento Y menos oscilatorio

$$\sigma(y=K) = \sigma_2 = 0.15 \text{ y } \omega_d(y=K) = \omega_{d2} = 0.132$$

entonces, como puede observarse en la Figura 6.10, el sistema comienza siendo rápido y muy oscilatorio, y acaba siendo más lento y por tanto menos oscilatorio.

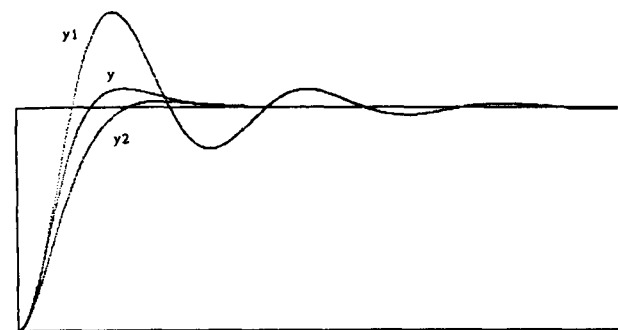


Figura 6.10 Sistema Borroso de Segundo Orden

Análisis Dinámico

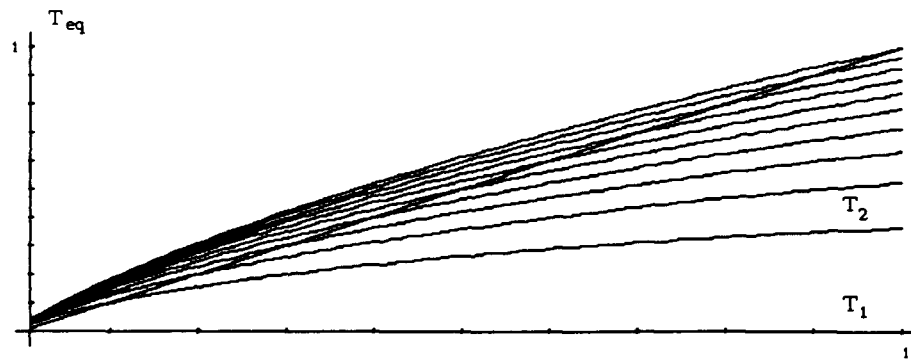


Figura 6.11 $T_{eq} = f(T_1, T_2)$ para $1 < T_1 < 10$, $1 < T_2 < 10$

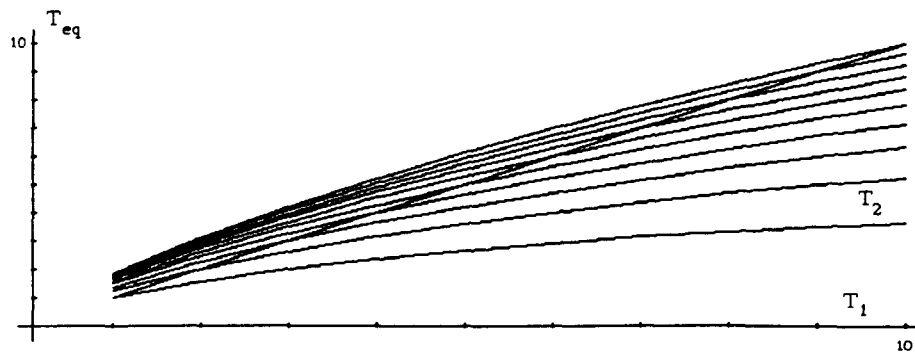


Figura 6.12 $T_{eq} = f(T_1, T_2)$ para $0.1 < T_1 < 1$, $0.1 < T_2 < 1$

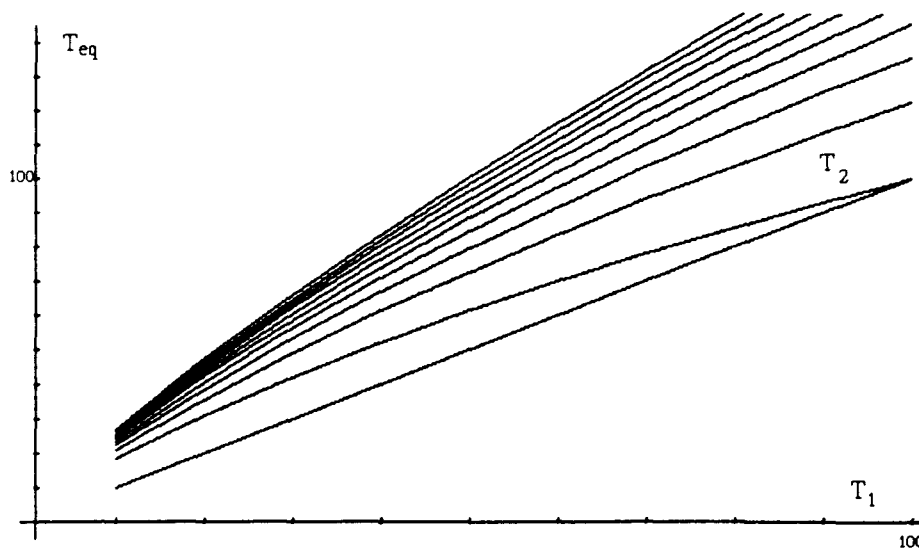


Figura 6.13 $T_{eq} = f(T_1, T_2)$ para $10 < T_1 < 100$, $1 < T_2 < 10$

Análisis Dinámico

El significado que se puede buscar es que la dinámica va cambiando, es decir, los polos se van moviendo sobre el plano complejo, evolucionando desde $-0.05 \pm j0.194$ hasta $-0.15 \pm j0.132$.

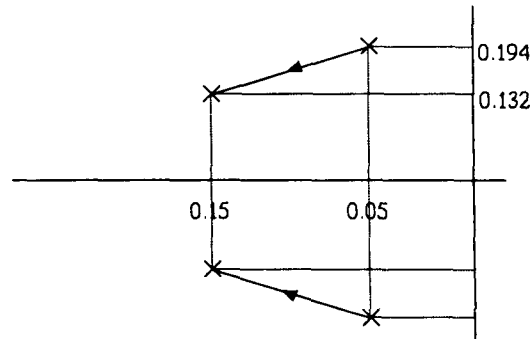


Figura 6.14 Polos Viajeros

Esto justificaría la aparente *magia* de los controladores borrosos, en cuanto a su comportamiento dinámico, y que muchos autores elogian pero no saben explicar: si en un sistema lineal conseguimos reducir el tiempo de pico, el precio que estamos pagando es aumentar la sobreoscilación, mientras que reducir la sobreoscilación se paga con un tiempo de respuesta mayor. Sin embargo, un sistema borroso puede ser rápido inicialmente y poco a poco irse haciendo más lento, logrando tiempo de respuesta y sobreoscilación pequeños, algo impensable en un sistema lineal.

En este caso no es posible obtener unas expresiones explícitas que nos proporcionen M_p y t_p , como ocurría en el caso de sistemas de primer orden, pues las dos ecuaciones que se obtienen son trascendentes. En todo caso, se propone en esta Tesis llevar a cabo una simulación con el fin de obtener gráficamente la dependencia $M_p = f(M_{p1}, M_{p2})$ y $t_p = g(t_{p1}, t_{p2})$.

En las figuras de la página 154 se muestran diversas gráficas obtenidas mediante simulación. En ellas se obtienen:

$$M_p = f_1(M_{p1}, M_{p2}) \text{ para } t_p^* = t_{p1} = t_{p2}$$

$$t_p = f_2(t_{p1}, t_{p2})$$

$$M_p = f_3(t_{p2}, M_p^*) \text{ para } M_p^* = M_{p1} = M_{p2}, \text{ para cada } t_{p1}$$

Conocidas las características dinámicas de $G_1(s)$ y $G_2(s)$ (t_{p1} , t_{p2} , M_{p1} , M_{p2}), estas *curvas de análisis* nos dan la características dinámicas de $\tilde{G}(s)$ (t_p , M_p). La forma de utilizarlas es la siguiente:

- a) Conocidos t_{p1} y t_{p2} , obtener t_p mediante f_2 .
- b1) Si $M_{p1} = M_{p2} = M_p^*$, obtener M_p mediante f_3 .
- b2) Si $t_{p1} = t_{p2} = t_p^*$, obtener M_p mediante f_1 .

Análisis Dinámico

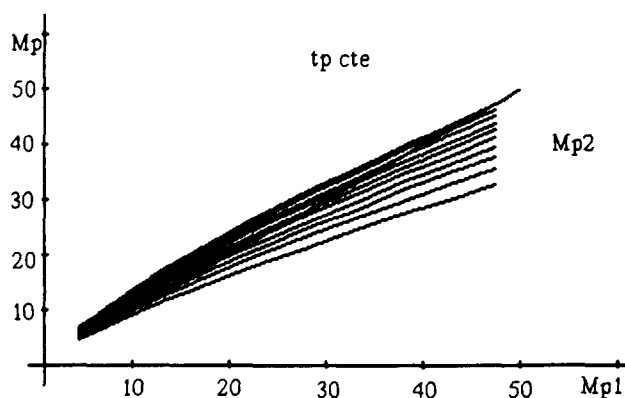


Figura 6.15 $M_p = f_1(M_{p1}, M_{p2})$ a t_p constante

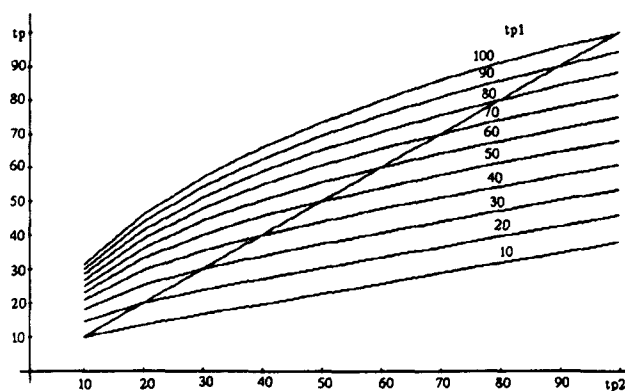


Figura 6.16 $t_p = f_2(t_{p1}, t_{p2})$

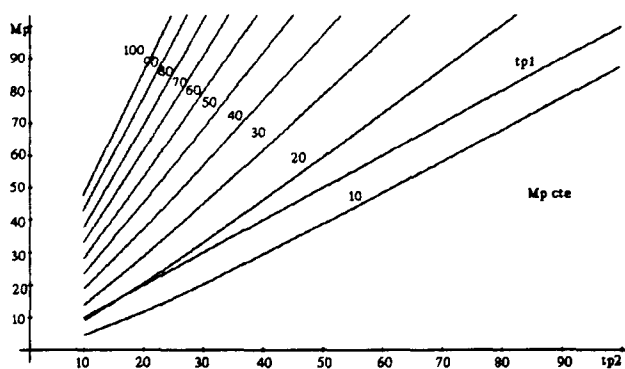


Figura 6.17 $M_p = f_3(t_{p1}, t_{p2})$ a M_p constante

c) Aproximar t_s por t_{s2} .

En el caso de que no se verifique ninguna de las opciones b), llevar a cabo un *análisis de tendencias* (Figura 6.18 y Figura 6.19), procediendo de la siguiente forma:

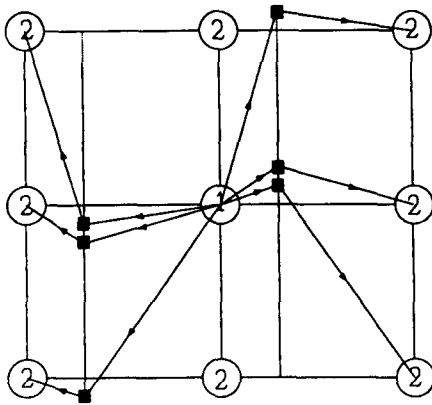


Figura 6.18 Análisis de Tendencias I

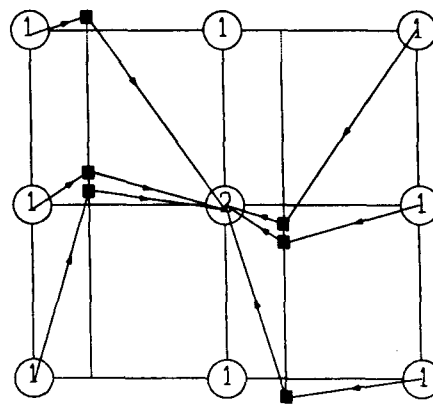


Figura 6.19 Análisis de Tendencias II

Las bolas numeradas con un 1 representan la posición sobre el plano complejo de los polos de partida, y las bolas numeradas con un 2 las de llegada. Los cuadrados representan la situación del polo equivalente para cada combinación de (puntos de partida, puntos de llegada).

Mediante los grafos anteriores es posible conocer, al menos de manera cualitativa, cuál va a ser la posición del polo equivalente. A partir de ella, la sobreoscilación y el tiempo de pico se obtienen respectivamente como:

$$M_{peq} = \exp\left(-\frac{\sigma_{eq} \pi}{\omega_{deq}}\right)$$

$$t_{peq} = \frac{\pi}{\omega_{deq}}$$

6.2.3 Polos y Ceros Adicionales

En el caso de sistemas de orden superior, indicar simplemente que la tendencia del sistema es la misma que en un sistema lineal. Un polo adicional hace al sistema más lento y menos oscilatorio. Un cero adicional hace al sistema más rápido y oscilatorio.

La única diferencia está en que ahora estos polos y ceros adicionales se están moviendo sobre el plano complejo y, por lo tanto, su influencia en la dinámica del sistema de orden reducido es variable en función del punto de funcionamiento.

6.2.4 Estabilidad

Se analiza a continuación la estabilidad de sistemas representados mediante el modelo de dinámica borrosa propuesto en esta Tesis. Sea un sistema de primer orden borroso dado por su modelo en respuesta al escalón unitario:

$$h(t) = K \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tilde{T}(t)}\right) \right] \quad (332)$$

Se sabe que:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int \frac{dt}{\tilde{T}(t)} = 0 \quad (333)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int \frac{dt}{\tilde{T}(t)} = \infty \quad (334)$$

El sistema será estable si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = K \quad (335)$$

es decir, si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = K \left[1 - \exp\left(\frac{-\lim_{t \rightarrow \infty} t}{\tilde{T}(\infty)}\right) \right] \quad (336)$$

para lo cual debe cumplirse que

$$\tilde{T}(\infty) > 0 \quad (337)$$

En realidad, una condición suficiente pero no necesaria para que el sistema sea estable es que

$$\tilde{T}(t) > 0 \quad \forall t \quad (338)$$

o bien

$$\tilde{T}(y) > 0 \quad \forall y \quad (339)$$

En sistemas de segundo orden el razonamiento es análogo. El sistema es estable si los polos

borrosos se encuentran siempre en el semiplano complejo de parte real negativa, condición también suficiente pero no necesaria.

Nótese que este criterio de estabilidad es sólo válido para el modelo en respuesta impulsional o en respuesta al escalón unitario.

6.3 Sistemas Realimentados

Para el caso de sistemas realimentados, la única consideración adicional a mencionar es que resulta necesario completar los casos vistos de FDT borrosas, en las que la borrosidad está en los polos, a casos en los que la borrosidad esté también en la ganancia del sistema K . Aunque pueden analizarse varios casos, según los dominios de definición de las reglas, en general, el valor en régimen permanente será intermedio al correspondiente a los sistemas lineales de partida.

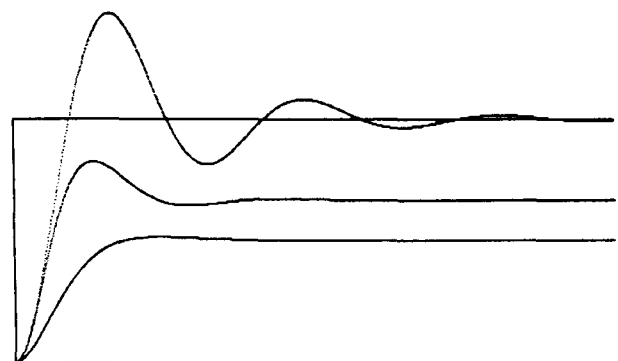


Figura 6.20 Sistema con Ganancia Borrosa

El error de posición en régimen permanente puede estudiarse, por tanto, de manera análoga a como se hace con los sistemas lineales, anulándose para sistemas de tipo uno. Los errores de posición, velocidad y aceleración, según el tipo del sistema, aparecen reflejados en la Tabla XIII.

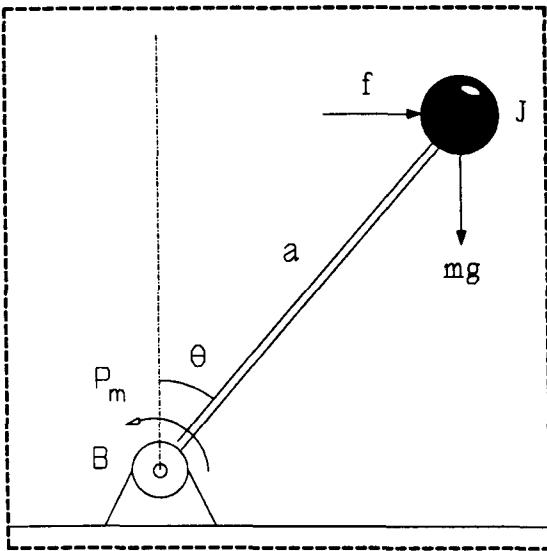
	e_p	e_v	e_a
tipo 0	finito	infinito	infinito
tipo 1	cero	finito	infinito
tipo 2	cero	cero	finito

Tabla XIII Errores

6.4 Conclusión

En este capítulo se ha propuesto un modelo borroso de sistemas físicos diferente a los utilizados habitualmente en control borroso. La idea ha consistido en aprovechar las prestaciones que ofrece el modelo de Sugeno, pero introduciendo la borrosidad en la propia dinámica del sistema, con lo que se facilita notablemente el análisis dinámico posterior. De esta forma, se han introducido en esta Tesis conceptos como el de *polos viajeros*, que permiten hacer un análisis sobre el plano complejo tal y como se hace en el caso de modelos lineales, algo impensable en otro tipo de modelos borrosos.

Se pretende además que este modelo sea el punto de partida del capítulo de diseño, de forma que también sea posible utilizar el plano complejo y por tanto técnicas como las basadas en el lugar de las raíces, para el diseño de SCBs.



7

DISEÑO DE CONTROLADORES

«Cuando este circuito aprenda tu oficio, ¿qué harás tú?»

McLuhan

«Si el Señor Todopoderoso me hubiera consultado antes de embarcarse en la creación, le habría recomendado algo más sencillo»

Alfonso X

«A la pregunta de "¿cuál es la respuesta al mayor problema de la vida, del universo y del todo?", la mayor supercomputadora respondió (después de muchos años de cálculo): 42»

Adams, Douglas

7.1 Estrategias de Diseño

A lo largo de los capítulos anteriores, se ha ido mostrando una forma diferente de enfocar el análisis de SCBs, para desembocar en este momento en la elaboración de una estrategia de diseño de este tipo de sistemas.

El diseño convencional consiste en un diseño empírico o en un diseño basado en modelos. El *diseño empírico* utiliza reglas basadas en la experiencia para la configuración inicial del controlador. El ajuste posterior se hace, bien de manera empírica, o bien mediante un controlador autoajustable (Self-Organizing Controller, SOC). El *diseño basado en modelos* se lleva a cabo en dos fases. En una primera se identifica el sistema a controlar mediante un modelo borroso, y posteriormente se intenta sintetizar el regulador. No es objetivo de este trabajo la identificación de modelos borrosos.

Nos centraremos por tanto a continuación en los dos métodos de diseño restantes que son los que se proponen en esta Tesis. Podemos clasificar las diferentes metodologías de diseño que se proponen en las siguientes:

- Diseño por equivalencia con PIDs.
- Diseño por síntesis indirecta.

El primero se fundamenta en la posibilidad de diseñar SCBs equivalentes a PIDs dados, tal y como se explicó en el capítulo de ajuste. Como complemento al mismo, se presenta un algoritmo de control adaptativo para el autoajuste del controlador lineal así obtenido, de forma que se adapten sus parámetros conforme a un modelo de referencia fijado.

El segundo método, diseño por síntesis indirecta, se apoya en el modelo de dinámica borrosa que fue definido en esta Tesis en el capítulo de análisis dinámico. Fijando las características dinámicas que se desean para el sistema realimentado y fijado un modelo del sistema a controlar, es posible sintetizar un supervisor borroso mediante las técnicas que se describirán en el apartado 7.3, en lugar de utilizar las técnicas de síntesis que proponen otros autores [Benlahcen 81, Langari 93].

7.2 Diseño por Equivalencia con PIDs

Cuando no se dispone de reglas suministradas por el experto, ni de un modelo del proceso a controlar, el siguiente método resulta de gran utilidad. Éste pasa por las siguientes etapas:

Diseño de Controladores

- 1) Obtención de un PID mediante una técnica empírica (Ziegler-Nichols) o basada en un modelo del sistema a controlar (lugar de las raíces).
- 2) Obtención de un SCB *lineal* (FPID) equivalente al PID anterior mediante las técnicas descritas en el capítulo de ajuste.
- 3) Puesta en funcionamiento de un algoritmo de autoajuste que refine los parámetros del controlador.

En este sentido, las técnicas de autoajuste pueden considerarse como imprescindibles para completar las etapas de diseño de un SCB utilizando este método. Las etapas anteriores aparecen resumidas en la Figura 7.1.

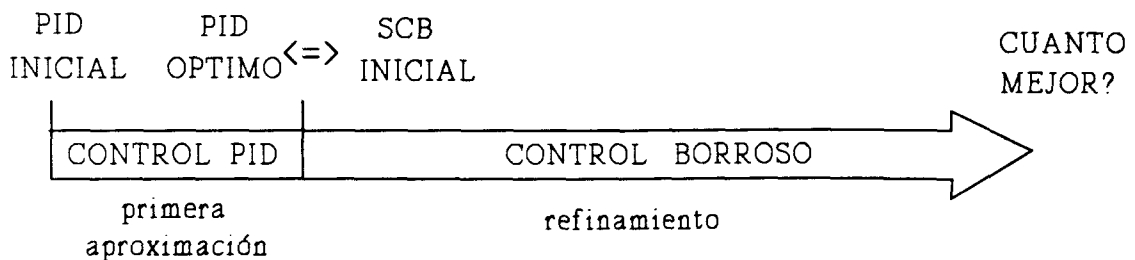


Figura 7.1 Diseño por Equivalencia con PIDs

7.2.1 Método empírico para el ajuste de PIDs

De cara a completar la fase 1 del método recién descrito, se presenta a continuación como recordatorio la técnica de ajuste empírico de Ziegler-Nichols. Dado un sistema en cadena cerrada, el método consiste en ir aumentando la ganancia hasta alcanzar una oscilación no amortiguada. En ese momento, se miden las características K_u y T_u de las oscilaciones, y se determinan los parámetros del PID según la siguiente tabla:

	K	T _i	T _d
Regulador P	0.5 K _u		
Regulador PI	0.45 K _u	T _u /1.2	
Regulador PID	0.6K _u	T _u /2	T _u /8

Tabla XIV Ajuste en Cadena Cerrada

Estos valores empíricos son obtenidos utilizando como criterio a optimizar:

Diseño de Controladores

$$IAE = \int_0^1 |e(t)| dt \quad (340)$$

Sin embargo, en la mayoría de los casos prácticos no es posible llevar a cabo el ajuste en cadena cerrada. Por ello, existe un método alternativo de Ziegler-Nichols para cadena abierta. Éste consiste en someter el sistema a un escalón y analizar el tiempo de retardo r y la pendiente máxima b .

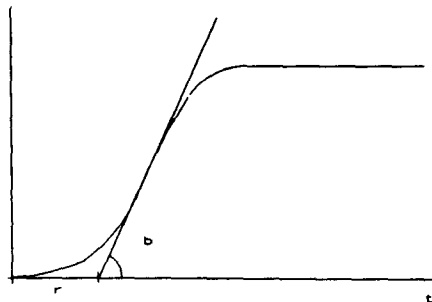


Figura 7.2 Ziegler-Nichols
en Cadena Abierta

Los parámetros del PID se fijan entonces según la tabla:

	K	T _i	T _d
Regulador P	1/(r·b)		
Regulador PI	0.9/(r·b)	3.3·r	
Regulador PID	1.2/(r·b)	2·r	0.5·r

Tabla XV Ajuste en Cadena Abierta

Estos se obtienen empíricamente utilizando los del primer método, haciendo

$$K_u = \frac{2}{r \cdot b} \quad T_u = 4 \cdot r \quad (341)$$

y siguiendo el mismo criterio a optimizar.

7.2.2 Obtención de un SCB lineal

En el capítulo de ajuste se estudió cómo es posible configurar un SCB de forma que fuese

Diseño de Controladores

equivalente a un PID dado. Para ello es preciso escoger adecuadamente los términos lingüísticos, las funciones de pertenencia y la tabla de reglas. Dado el PID:

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de}{dt} \right] \quad (342)$$

se toman funciones de pertenencia triangulares, solapadas por parejas y con

$$\sum_{i=1}^{n_e} \mu_{E_i}(e) = 1, \quad \sum_{j=1}^{n_{ce}} \mu_{CE_j}(ce) = 1, \quad \sum_{k=1}^{n_{se}} \mu_{SE_k}(se) = 1 \quad (343)$$

y se escoge una tabla de reglas lineal. Se obtiene entonces la siguiente equivalencia:

$$K = \left(\frac{c_{ijk}}{\beta_{E_i}} \right)_{c=se=0}, \quad \frac{KT}{T_i} = \left(\frac{c_{ijk}}{\beta_{CE_j}} \right)_{c=se=0}, \quad \frac{KT_d}{T} = \left(\frac{c_{ijk}}{\beta_{SE_k}} \right)_{c=se=0} \quad (344)$$

donde $(\beta_{E_i}, \beta_{CE_j}, \beta_{SE_k}, c_{ijk})$ son los puntos maestros. Con ello la función de control resulta aproximadamente lineal si se utiliza la función mínimo como norma-t para la operación lógica AND entre premisas, y un resultado exacto si se toma el producto.

Las constantes del PID buscado vienen dadas por el problema, por lo que una vez escogido $\beta_{E_i}, \beta_{CE_j}, \beta_{SE_k}$ o c_{ijk} , los restantes quedan determinados.

7.2.2.1. Ejemplo de Aplicación Industrial

Como ejemplo de aplicación industrial, a continuación se muestra un ejemplo de diseño de controladores borrosos, utilizando el método de diseño por equivalencia con PID.

En control de procesos industriales se buscan ante todo soluciones eficientes. Debido a esto, la inexistencia de una teoría de control para ajustar SCBs y la consecuente dificultad para configurarlos a partir del conocimiento del operador, han hecho posible que la industria continuara utilizando controladores clásicos durante años.

Pero los malos resultados obtenidos con este tipo de control en determinados tipos de procesos, como los de elaboración del cemento, en los que las variables son típicamente borrosas y el conocimiento del experto es impreciso, trajeron la necesidad de utilizar lógica borrosa. La aplicación que se comenta a continuación fue desarrollada por ASLAND S.A. y DISAM con el nombre de CONEX [Sanz 90].

En una de las capas de más bajo nivel de esta arquitectura coexisten controladores PID,

controladores borrosos y controladores por realimentación del estado. Los controladores PID ya estaban en funcionamiento, por lo que se comenzó instalando los borrosos estudiando los PIDs existentes, de cara a obtener de sus parámetros información suficiente para diseñar un SCB lineal, equivalente al dado. La siguiente etapa sería introducir el conocimiento del ingeniero de control sobre el comportamiento de las variables, con el fin de modificar lingüísticamente sus parámetros.

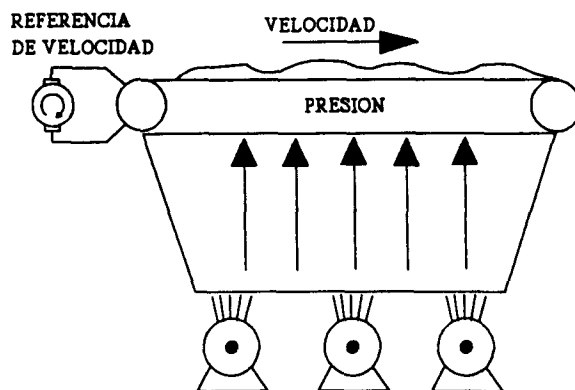


Figura 7.3 Esquema del Enfriador de Parrilla

El sistema objeto de control se representa en la Figura 7.3. El material, clinker de cemento, procede del horno y debe ser refrigerado en un enfriador. Éste consta de una parrilla que transporta el clinker al tiempo que varios ventiladores insuflan aire. La presión bajo la parrilla (Figura 7.4) es una medida de la calidad de enfriamiento del material, por lo que modificaciones en la velocidad de la parrilla y en el flujo de los ventiladores permiten controlar la refrigeración del clinker. Básicamente, nuestro bucle de control consiste en mantener constante la presión bajo la parrilla, modificando convenientemente la velocidad de la misma (Figura 7.5).

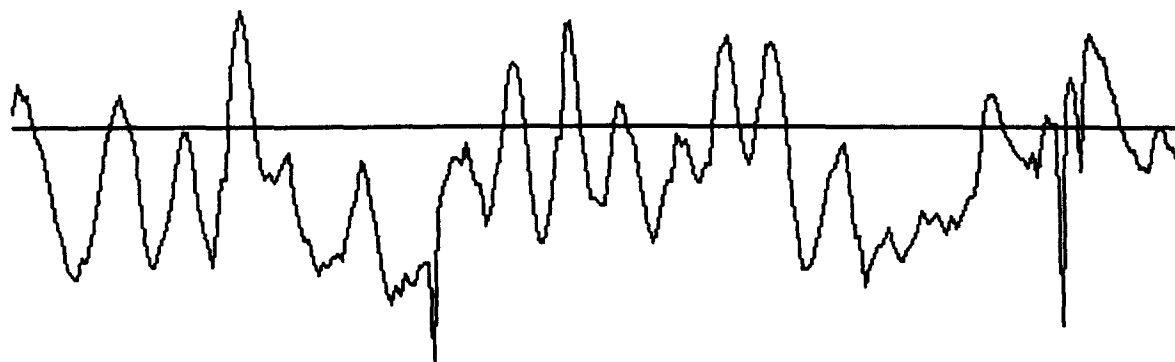


Figura 7.4 Evolución de la Presión bajo Parrilla

Un incremento en la referencia de velocidad provoca un aumento en la velocidad de la parrilla

Diseño de Controladores

y un decremento en la presión. Por lo que, si la presión se encuentra por debajo de su referencia, el error es positivo y debemos reducir la referencia de velocidad. Esto quiere decir que el controlador deberá tener ganancia negativa.

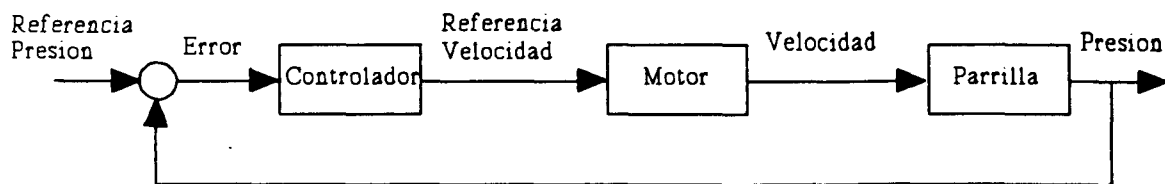


Figura 7.5 Bucle de Control

Los pasos a seguir en este ejemplo de diseño son los siguientes:

- Selección de un PID inicial.
- Obtención de un SCB lineal (FPID).
- Ajuste empírico.

Al comienzo de nuestro trabajo, estaban disponibles dos controladores clásicos: un controlador P con $K = -0.5$ (ganancia), y un controlador PI con $K = -0.5$ y $T_i = 100$ (constante integral), ambos con período de muestreo $T = 20$ segundos. Pasaremos ahora a diseñar un controlador borroso para cada uno de estos casos.

7.2.2.2. Diseño de un Controlador FP

Inicialmente existía un controlador proporcional con $K = -0.5$ y $T = 20$. Los pasos a seguir para diseñar un controlador FP son los siguientes: en primer lugar, el ingeniero de control indica que la derivada del error normalmente oscila entre $(-6, 6)$. Con esta información se decide utilizar siete términos lingüísticos (Figura 7.6).

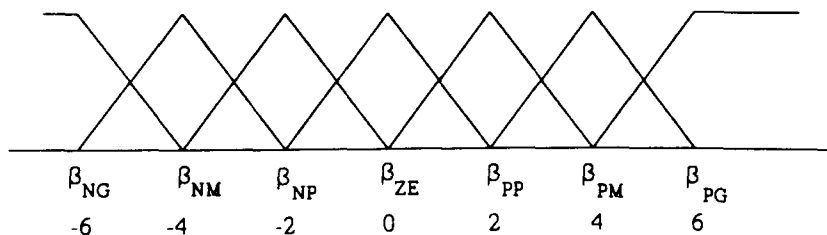


Figura 7.6 Conjuntos borrosos para CE

Diseño de Controladores

Esto proporciona suficiente flexibilidad para definir los parámetros del controlador (siete puntos maestros). Además se escogen las siete reglas siguientes:

SI CE es NG ENTONCES $c_u = c_{PG'}$
 SI CE es NM ENTONCES $c_u = c_{PM'}$
 SI CE es NP ENTONCES $c_u = c_{PP'}$
 SI CE es ZE ENTONCES $c_u = c_{ZE'}$
 SI CE es PP ENTONCES $c_u = c_{NP'}$
 SI CE es PM ENTONCES $c_u = c_{NM'}$
 SI CE es PG ENTONCES $c_u = c_{NG'}$

siendo

NG : Negativo Grande
 NM : Negativo Medio
 NP : Negativo Pequeño
 ZE : Cero
 PP : Positivo Pequeño
 PM : Positivo Medio
 PG : Positivo Grande

Ahora, puesto que buscamos $K = -0.5$, es necesario obtener

$$\frac{c_{PG'}}{\beta_{NG}} = \frac{c_{PM'}}{\beta_{NM}} = \frac{c_{PP'}}{\beta_{NP}} = \frac{c_{NP'}}{\beta_{PP}} = \frac{c_{NM'}}{\beta_{PM}} = \frac{c_{NG'}}{\beta_{PG}} = -0.5 \quad (345)$$

es decir,

$$\begin{aligned} c_u^T &= \{ c_{NG'}, c_{NM'}, c_{NP'}, c_{ZE'}, c_{PP'}, c_{PM'}, c_{PG'} \} = \\ &= \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \} \end{aligned} \quad (346)$$

La Figura 7.8 muestra la evolución de la referencia de velocidad y de la presión con el controlador FP. La evolución de la presión (0-214) trata de seguir a su referencia, pero con un error en régimen permanente. Pero para el tramo (214-1290), el ingeniero de control propone un importante avance: se observa que cuando la presión se aleja muy deprisa de su referencia, y por lo tanto la derivada del error es grande, el controlador es demasiado lento. La solución se alcanza fácilmente tomando

$$c_u^T = \{ -9, -4, -1, 0, 1, 4, 9 \} \quad (347)$$

manteniéndose la misma acción de control para PP' y NP' e incrementándola de forma no lineal para PM', NM', PG' y NG'. Con estas nuevas reglas se obtienen diferentes acciones de control.

Diseño de Controladores

Obsérvese que esta modificación se ha llevado a cabo alrededor del punto de funcionamiento lineal. Cualquier corrección lingüística en la acción de control o en los parámetros del controlador borroso es fácil de implementar mediante esta técnica.

7.2.2.3. Diseño de un Controlador FPI

En la Figura 7.9 se puede seguir la evolución de la referencia de velocidad y de la presión con el controlador proporcional-integral ($K = -0.5$, $T_i = 100$, $T = 20$). Diseñar un controlador FPI pasa por las siguientes etapas: el ingeniero de control nos hace saber que la oscilación normal del error se produce en el intervalo $(-30, 30)$ unidades (Figura 7.7).

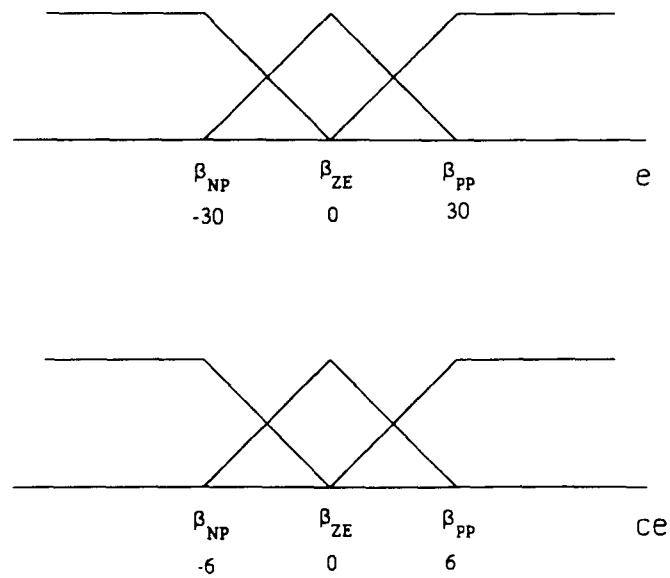


Figura 7.7 Conjuntos Borrosos para E y CE

En este caso se puede intentar, por simplicidad, con tres términos lingüísticos para cada entrada, cinco para la salida y nueve reglas:

		CE		
		NP	ZE	PP
E	NP	PM'	PP'	ZE'
	ZE	PP'	ZE'	NP'
	PP	ZE'	NP'	NM'

Tabla XVI Tabla FPI Lineal

LA EVOLUCIÓN DE LA PARRILLA: REFERENCIA DE VELOCIDAD Y PRESIÓN

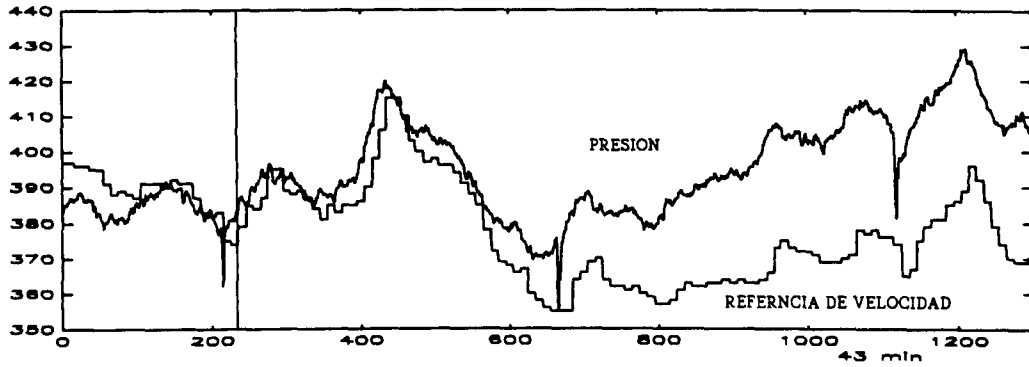


Figura 7.8 Controlador P ($K=-0.5$) y Controlador FP

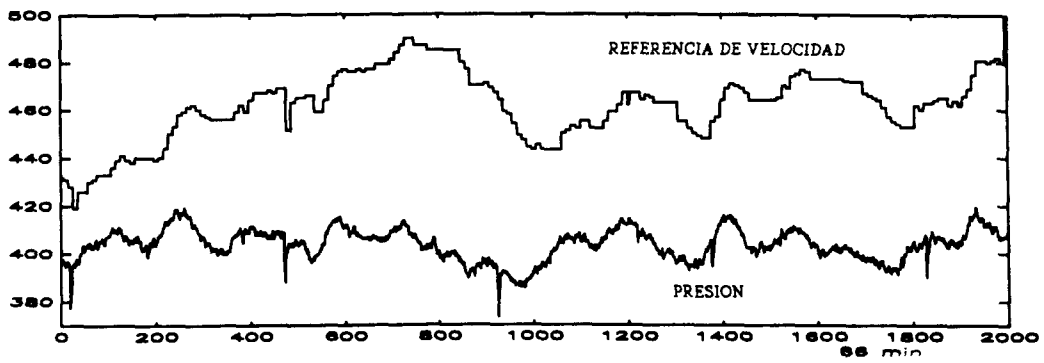


Figura 7.9 Controlador PI ($K=-0.5$, $T_i=100$)

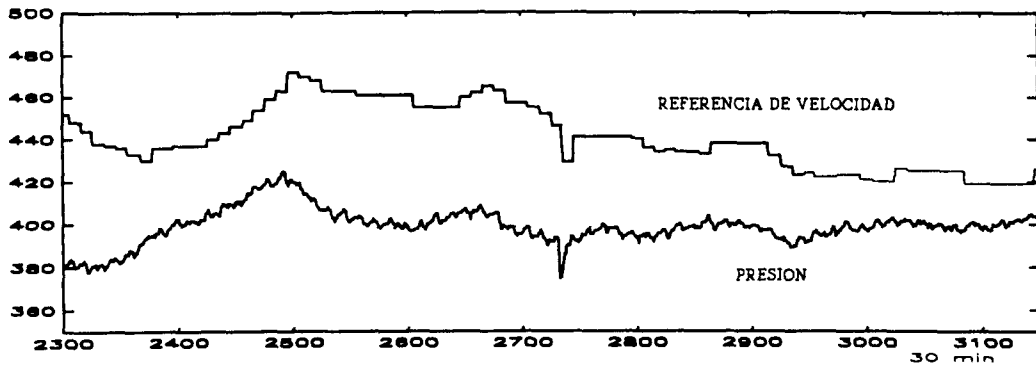


Figura 7.10 Controlador FPI

Diseño de Controladores

Ahora, y puesto que se busca conseguir $T_i = 100$, se debe obtener

$$\frac{c_{PP'}}{\beta_{E, NP}} = \frac{c_{NP'}}{\beta_{E, PP}} = \frac{KT}{T_i} = \frac{-0.5 \cdot 20}{100} = -0.1 \quad \Rightarrow \quad c_{PP'} = 3, \quad c_{NP'} = -3 \quad (348)$$

$$\frac{c_{PP'}}{\beta_{CE, NP}} = \frac{c_{NP'}}{\beta_{CE, PP}} = K = -0.5 \quad \Rightarrow \quad \beta_{CE, NP} = -6, \quad \beta_{CE, PP} = 6 \quad (349)$$

$$\begin{cases} c_{PM'} = 2c_{PP'} = 6 \\ c_{NM'} = 2c_{NP'} = -6 \end{cases} \quad (350)$$

Esto significa que cu oscila en $(-6, 6)$, por lo que

$$\begin{aligned} cu^T &= \{ c_{NM'}, c_{NP'}, c_{ZE'}, c_{PP'}, c_{PM'} \} = \\ &= \{ -6, -3, 0, 3, 6 \} \end{aligned} \quad (351)$$

Como puede verse en la Figura 7.10, la evolución de la presión es similar ahora y con el control PI: la referencia de velocidad trata de mantener la presión, y en ambos casos se consigue un control razonable alrededor del punto de referencia. También es posible llevar a cabo ahora modificaciones lingüísticas: cambiar valores para los términos lingüísticos de la acción de control (como en el caso FP), para los del error y la derivada del error, modificaciones en la tabla de reglas, o contemplar características del proceso como no linealidades o asimetrías. Esto brinda también una gran flexibilidad de cara a controlar cualquier otro tipo de sistema.

7.2.3 Autoajuste de Controladores

Las técnicas de control adaptativo son utilizadas de cara a mejorar las prestaciones dinámicas en cadena cerrada cuando los parámetros del proceso a controlar son desconocidos, o varían en el tiempo. Pero mientras que para sistemas lineales se han desarrollado numerosos métodos, para el caso de sistemas borrosos el número de estudios es más limitado, aunque no por ello menos variado, mientras que las técnicas de auto-organización se han impuesto y hecho mucho más populares.

Los controladores lingüísticos auto-organizados [Neyer 90] utilizan una tabla de prestaciones adicional que suministra un índice de coste dependiendo de la desviación de la salida del sistema respecto a un modelo de referencia deseado. La cantidad en que las reglas son modificadas depende de este índice.

En el otro extremo, las técnicas de control adaptativo borroso permiten modificar directamente las variables borrosas, por ejemplo, pueden cambiar el valor que toman desde *pequeño* a *muy pequeño*. Esto es útil cuando los parámetros del proceso a controlar son desconocidos, o son frecuentes los cambios en su dinámica.

A continuación se presenta el método de control adaptativo con modelo de referencia que se propone en esta Tesis. En este tipo de sistemas, se busca minimizar la diferencia entre la salida real del sistema y la de un modelo de referencia y_m que marca el comportamiento deseado del mismo. El algoritmo garantiza la convergencia asintótica de la dinámica del sistema [Wang 93]. Para resolver este problema de estabilidad y convergencia, se utiliza un método basado en el criterio de Lyapunov.

La forma en que se aplica es la siguiente. En primer lugar, se obtiene un controlador borroso *lineal*. Segundo, se aplican las reglas de adaptación actuando directamente sobre las variables borrosas, las cuales van variando su valor.

7.2.3.1. Modelo del Controlador

Como modelo del controlador utilizaremos inicialmente un modelo lineal por tramos (primera forma canónica) con contraste variable entre cada dos puntos maestros. Las funciones de pertenencia vendrán por tanto definidas por una función de pertenencia genérica como la vista en el apartado 4.14. Utilizaremos el siguiente modelo de función de control (caso FPI):

$$\begin{aligned}
 cu(e, ce) &= c_{ij} + K_{E_i}(e - \beta_{E_i}) + K_{CE_j}(ce - \beta_{CE_j}) \\
 \text{con } \beta_{E_i} &\leq e \leq \beta_{E_{i+1}} \\
 \text{con } \beta_{CE_j} &\leq ce \leq \beta_{CE_{j+1}}
 \end{aligned}
 \tag{352}$$

En otros intervalos de e y ce se obtienen expresiones similares. $K_{E_{ij}}$ y $K_{CE_{ij}}$ son las ganancias integral y proporcional del controlador en cada intervalo $(\beta_{E_i}, \beta_{E_{i+1}})$ y $(\beta_{CE_j}, \beta_{CE_{j+1}})$, respectivamente, y pueden obtenerse como:

$$K_{E_i} = \frac{c_{i+1j} - c_{ij}}{\beta_{E_{i+1}} - \beta_{E_i}}
 \tag{353}$$

$$K_{CE_j} = \frac{c_{ij+1} - c_{ij}}{\beta_{CE_{j+1}} - \beta_{CE_j}}
 \tag{354}$$

y β_{E_i} , β_{CE_j} , c_{ij} dependen de la posición de los conjuntos borrosos. Finalmente, una aclaración que será útil posteriormente. Si una de las ganancias cambia su valor ($K_{E_{ij}}$ o $K_{CE_{ij}}$), algunas de las reglas deben recalcularse como sigue:

Diseño de Controladores

$$c_{ik+1} = c_{ik} + K_{CE_k}(\beta_{CE_{k+1}} - \beta_{CE_k}) \quad \forall k \geq j \quad (355)$$

si $0 \leq \beta_{CE_k} \leq ce \leq \beta_{CE_{k+1}}$

y

$$c_{k+1i} = c_{ki} + K_{CE_i}(\beta_{E_{k+1}} - \beta_{E_k}) \quad \forall k \geq i, \quad \forall i \geq j \quad (356)$$

si $0 \leq \beta_{E_i} \leq e \leq \beta_{E_{i+1}}$

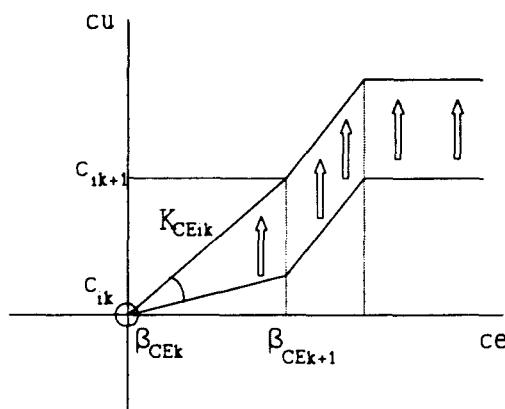


Figura 7.11 Recálculo de Reglas

Esto es equivalente a adaptar las variables borrosas de salida:

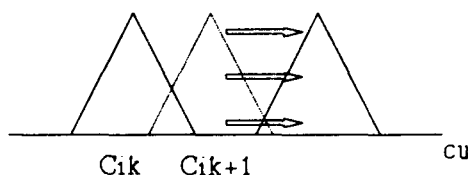


Figura 7.12 Adaptación de Variables Borrosas

7.2.3.2. El Método FACE

El Entorno para Control Adaptativo Borroso (Fuzzy Adaptive Control Environment, FACE) que se presenta en esta Tesis, es un algoritmo que incluye una estructura de control adaptativo con modelo de referencia y utiliza la siguiente metodología [Matía 93e].

El algoritmo trata de ajustar las ganancias del controlador K_{Eij} y K_{CEij} , buscando minimizar la diferencia entre la salida del sistema y la salida y_M del modelo de referencia G_M . De cara a garantizar la convergencia del comportamiento dinámico del sistema realimentado M , se utilizará el teorema de estabilidad de Lyapunov [Åstrom 89].

Diseño de Controladores

Además, las prestaciones dinámicas se tratarán de mejorar en dos etapas:

- I) Adaptar las variables borrosas.
- II) Trabajar sobre el contraste en cada intervalo, buscando más precisión en el ajuste.

El siguiente apartado se centra en la etapa I. La etapa II queda abierta al desarrollo de algún algoritmo de optimización que ajuste el contraste, no siendo motivo de este trabajo.

7.2.3.3. Selección de Funciones de Lyapunov

La función de Lyapunov depende del sistema a controlar G , del controlador F y del modelo de referencia G_M . Seguidamente se muestra un ejemplo muy sencillo para un caso lineal de G , un controlador PI y un modelo lineal G_M :

$$\begin{array}{ll} \text{Proceso:} & G(s) = 1/(s+a) \\ \text{Controlador:} & F(s) = K_E/s + K_{CE} \\ \text{Modelo de Ref.:} & G_M(s) = K/(s^2+T \cdot s+K) \end{array}$$

con $K, T > 0$. De las ecuaciones del proceso y del controlador obtenemos:

$$\ddot{y}(t) + (a + K_E)\dot{y}(t) + K_{CE}y(t) = K_{CE}r \quad (357)$$

con r la referencia, y

$$\ddot{y}_M(t) + T\dot{y}_M(t) + Ky_M(t) = Kr \quad (358)$$

por lo que

$$\begin{aligned} \ddot{e}_0(t) + T\dot{e}_0(t) + Ke_0(t) &= (K_{CE} - K)e(t) + (a + K_E - T)\dot{e}(t) \\ &= \phi_E(t)e(t) + \phi_{CE}(t)\dot{e}(t) \end{aligned} \quad (359)$$

siendo $e_0 = y - y_M$, y $e = r - y$. Ahora elegimos la siguiente función de Lyapunov:

$$V(t) = \dot{e}_0^2(t) + Ke_0^2(t) + \lambda_{CE}\phi_{CE}^2 + \lambda_E\phi_E^2 \quad (360)$$

con λ_E y $\lambda_{CE} > 0$. Esto significa que

Diseño de Controladores

$$V(t) > 0 \quad (361)$$

y

$$\dot{V}(t) = -2T\dot{e}_0(t) < 0 \quad (362)$$

que son las dos condiciones de Lyapunov necesarias, si y sólo si elegimos:

$$\dot{\phi}_E(t) = -\frac{e(t)\dot{e}_0(t)}{\lambda_E} \quad (363)$$

$$\dot{\phi}_{CE}(t) = -\frac{\dot{e}(t)\dot{e}_0(t)}{\lambda_{CE}} \quad (364)$$

por lo que las reglas de adaptación son

$$\dot{K}_E(t) = -\frac{e(t)\dot{e}_0(t)}{\lambda_E} \quad (365)$$

$$\dot{K}_{CE}(t) = -\frac{\dot{e}(t)\dot{e}_0(t)}{\lambda_{CE}} \quad (366)$$

Llegados a este punto, si tomamos un modelo para la función de control como el mostrado en (352),

$$cu(e, ce) = c_{ij} + K_{E_i}(e - \beta_{E_i}) + K_{CE_j}(ce - \beta_{CE_j}) \quad (367)$$

tendremos las siguientes reglas de adaptación:

$$\dot{K}_{E_i}(t) = -\frac{e(t)\dot{e}_0(t)}{\lambda_{E_i}} \quad (368)$$

$$\dot{K}_{CE_j}(t) = -\frac{ce(t)\dot{e}_0(t)}{\lambda_{CE_j}} \quad (369)$$

y la adaptación finalizará cuando $K_{CE_j} = K$ y $K_{E_i} = T \cdot a$. Nótese que, cuando se modifica una ganancia, debemos recalcular todas las reglas que cuelgan a la derecha/izquierda de c_{ij} , dependiendo del signo de e y ce . También es posible estudiar casos más generales con una función borrosa para el modelo de referencia G_M y para el proceso G .

Diseño de Controladores

7.2.3.4. Ejemplos

El primer ejemplo utiliza un controlador PI clásico, con un período de muestreo igual a 1 segundo, $K_E=0.08$ y $K_{CE}=0.4$, y un proceso de primer orden con $a=2$, pero desconocido. El modelo de referencia es también lineal y tiene $K=0.12$ y $T=2.6$. Al final de la simulación, con $\lambda_E=1$ y $\lambda_{CE}=0.1$, se obtienen $K_E=0.12$ y $K_{CE}=0.4$, lo que corresponde a $K_E=K$ y $K_{CE}=T-a$. La segunda simulación (Figura 7.13) se ha llevado a cabo para un controlador FPI con la siguiente tabla de reglas

		ce		
		-1	0	1
e	-1	-0.48	-0.08	0.32
	-0.5	-0.44	-0.04	0.36
	0	-0.40	0.00	0.40
	0.5	-0.36	0.04	0.44
	1	-0.32	0.08	0.48

Tabla XVII Tabla de Partida

es decir $K_{Ei}=0.08 \forall i=1..4$ y $K_{CEj}=0.4 \forall j=1..2$. El modelo de referencia es el mismo que en el caso anterior, $K=0.12$ y $T=2.6$. Partiendo de la tabla anterior, se obtiene:

		ce		
		-1	0	1
e	-1	-0.69	-0.10	0.50
	-0.5	-0.65	-0.06	0.54
	0	-0.59	0.00	0.60
	0.5	-0.53	0.05	0.65
	1	-0.46	0.12	0.72

Tabla XVIII Tabla Final

Nótese que la tabla difiere de la ideal correspondiente a un PI, puesto que se han introducido más escalones positivos que negativos, y se ha adaptado más una zona de la tabla de reglas. Parece necesaria una adaptación más larga.

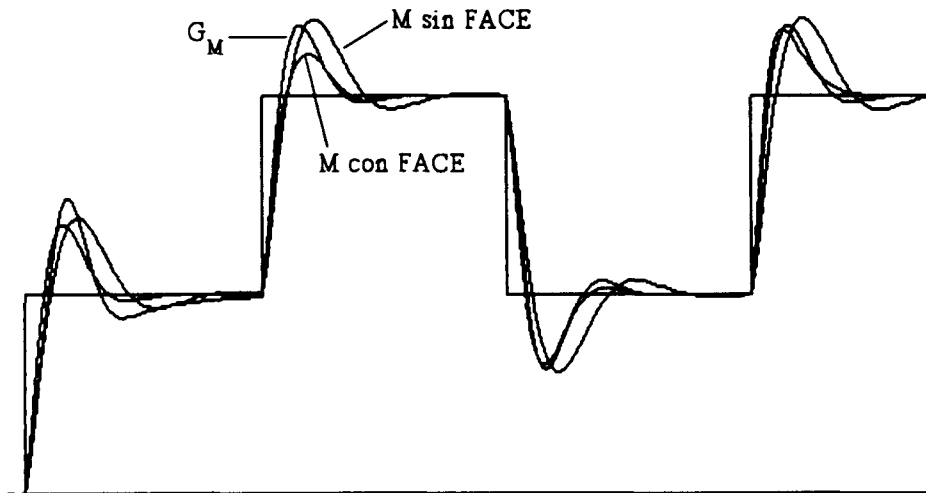


Figura 7.13 Simulación del Algoritmo FACE

7.3 Diseño por Síntesis Indirecta

En el capítulo anterior se analizaron los sistemas basados en el modelo de dinámica borrosa. En ellos, la principal diferencia respecto a otros modelos radicaba en que la borrosidad no estaba en la salida, sino en la propia dinámica del sistema. Comentaremos esta técnica de diseño de supervisores borrosos que se propone en esta Tesis, para presentar finalmente una aplicación al control del péndulo invertido.

7.3.1 Lugar de las Raíces Deslizante

Dado un sistema realimentado, es bien conocida la técnica de diseño de reguladores para sistemas lineales basada en el lugar de las raíces [Puede 87]. Por ejemplo, para un sistema en cadena abierta de segundo orden con dos polos reales, al añadirle en serie un regulador proporcional (K) y realimentar unitariamente, el lugar de las raíces es el reflejado en la Figura 7.14. Para un valor determinado de K, tenemos una posición determinada de los polos en cadena cerrada. Fijar cómo queremos que se comporte el sistema realimentado, equivale a fijar la situación de los polos en cadena cerrada, con lo que el valor de K queda determinado unívocamente.

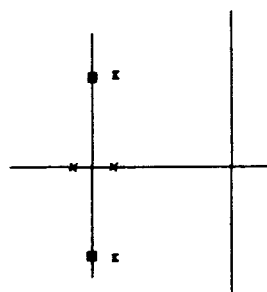


Figura 7.14 Lugar de las Raíces

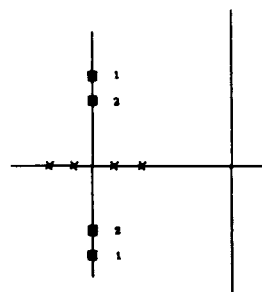


Figura 7.15 Lugar de las Raíces Deslizante

Diseño de Controladores

En el caso de un sistema borroso, la idea es la misma, con la salvedad de que ahora los polos en cadena abierta se están moviendo, con lo cual tenemos lo que llamaremos en esta Tesis un *lugar de las raíces deslizante* (Figura 7.15).

7.3.2 Sistemas Realimentados Lineales

Supóngase que se desea diseñar un controlador de tal suerte que el sistema realimentado cumpla unas determinadas especificaciones de sobreoscilación M_p y tiempo de pico t_p . Éstas pueden ser alcanzadas fácilmente, pues basta con que el sistema realimentado sea lineal. Para conseguirlo, es necesario adaptar de manera acoplada el valor de K , de forma que los polos en cadena cerrada permanezcan en reposo. Es decir, el sistema original es borroso, el controlador es borroso, pero el sistema realimentado sería lineal.

Sea por ejemplo el sistema en cadena abierta dado por la función de transferencia borrosa:

$$\tilde{G}(s) = \frac{\tilde{K}}{s^2 + 2\tilde{\sigma}s + \tilde{w}_n^2} \quad (370)$$

$$\tilde{w}_n^2 = \tilde{\sigma}^2 + \tilde{w}_d^2 \quad (371)$$

y un regulador dado por la FDT \tilde{K} . Bajo estos supuestos, el sistema en cadena cerrada es:

$$\tilde{M}(s) = \frac{\tilde{K}}{s^2 + 2\tilde{\sigma}s + (\tilde{w}_n^2 + \tilde{K})} \quad (372)$$

Si fijamos nuestros polos dominantes en cadena cerrada en $-\sigma \pm jw_d$, siendo

$$w_n^2 = \sigma^2 + w_d^2 \quad (373)$$

entonces, la ley de variación del regulador es

$$\tilde{K} = w_n^2 - \tilde{w}_n^2 \quad (374)$$

con $\tilde{\sigma}$ constante e igual a σ . Nótese que no se trata de un controlador directo, sino de un supervisor borroso: es un regulador lineal

$$u(t) = \tilde{K}e(t) \quad (375)$$

cuya ganancia \tilde{K} es modificada mediante un algoritmo borroso, en función de otras variables del sistema. Por ejemplo si \tilde{w}_d es función de la variable y (salida del sistema a controlar),

Diseño de Controladores

$\tilde{w}_d(y)$ (como en el apartado 6.2.2), entonces \tilde{K} también es función de y : $\tilde{K}(y)$.

En el caso de que en cadena cerrada σ no sea constante, sino borrosa, o en el caso de que con un controlador FP el lugar de las raíces no pase por el punto deseado, será necesario modificar el trazado del mismo, introduciendo un cero borroso (*supervisor FPD*): $\tilde{K}(s+\tilde{b})$. Por lo demás, la técnica de diseño es la misma que en el caso FP.

Con el fin de eliminar el error en régimen permanente, es posible introducir un integrador (polo en el origen y cero adicional), al igual que se hace en el caso de sistemas lineales: $K(s+a)/s$. La diferencia entre esta compensación FPI, o FPID, y el caso anterior, está en que ahora no es preciso que el cero sea borroso, siendo suficiente que se sitúe lo suficientemente cerca del origen y al mismo tiempo alejado de los polos dominantes en cadena cerrada, de manera que el lugar de las raíces se vea alterado lo menos posible. Lógicamente, la aparición del nuevo par polo-cero en cadena cerrada introduce modificaciones en la dinámica del sistema, al igual que ocurre en el caso de sistemas lineales.

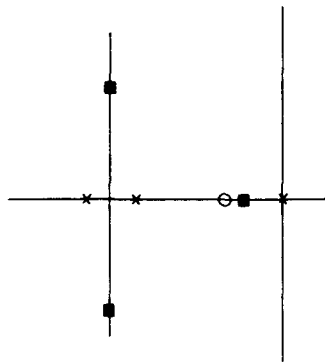


Figura 7.16 Compensación FPI

7.3.3 Ejemplo: El Péndulo Invertido

Como ejemplo práctico, se ha llevado a cabo una simulación para el control del péndulo invertido. El diagrama de bloques aparece reflejado en la Figura 7.17.

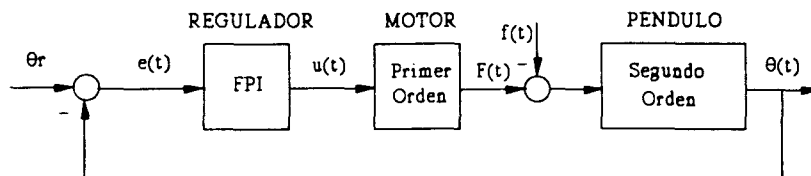


Figura 7.17 Diagrama de Bloques del Péndulo

Como vimos en el apartado de modelado, la ecuación del péndulo era:

$$J\ddot{\theta}(t) + B\dot{\theta}(t) - af(t)\cos\theta(t) - mgasen\theta(t) = P_m(t) \quad (376)$$

donde se ha introducido una perturbación $f(t)$. Tras linealizar en 9 puntos de funcionamiento:

$$\theta_0 = \left\{ \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{4}, \frac{-\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\} \quad (377)$$

se obtenía un sistema de segundo orden lineal, en el que ahora hay que añadir el término correspondiente a $f(t)$:

$$\Delta P_m(t) = J\Delta\ddot{\theta}(t) + B\Delta\dot{\theta}(t) - [mg\cos\theta_0 - af_0\sin\theta_0]\Delta\theta(t) + a\cos\theta_0\Delta f(t) \quad (378)$$

es decir,

$$P_m(s) = [Js^2 + Bs - \tilde{\omega}_n^2]\theta(s) + a\cos\theta_0 F(s) \quad (379)$$

sistema que es inestable. Con ello, la ley de variación del supervisor borroso será

$$\tilde{K}(\theta) = \omega_n^2 - \tilde{\omega}_n^2(\theta) \quad (380)$$

donde $\tilde{\omega}_n^2(\theta)$ se obtiene según las reglas vistas en el tema de modelado. Las especificaciones dinámicas son $M_p=5\%$ y $t_p=\pi$ segundos. Los resultados de la simulación ante una entrada escalón de 30 grados en la referencia angular θ_r aparecen reflejados en la Figura 7.18. El sistema realimentado es prácticamente lineal y ante cualquier magnitud del escalón de entrada, el sistema se comporta con las mismas características (M_p y t_p). Lógicamente, al tratarse de un sistema de tipo 0, existe un error de posición en régimen permanente. Sería conveniente añadir un integrador en serie con el controlador, con el fin de eliminar dicho error [Neyer 93], con lo que el sistema será algo más rápido y oscilatorio, tal y como ocurre al utilizar reguladores de tipo PI.

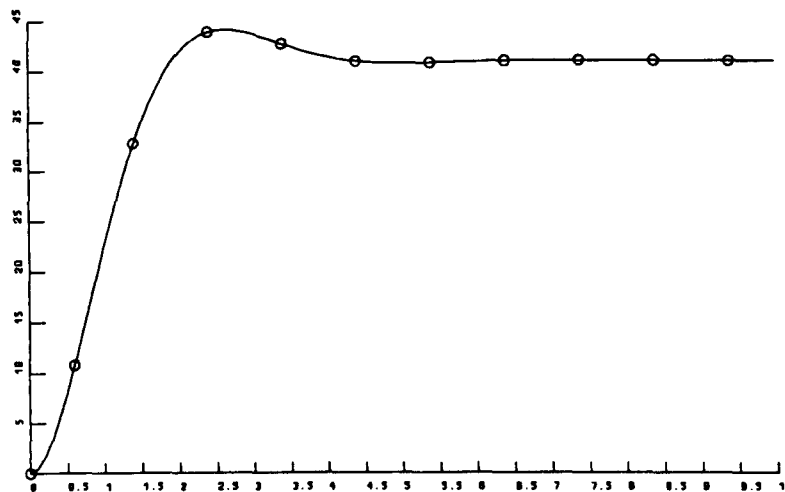


Figura 7.18 Respuesta del Péndulo ante Escalón Unitario

Como nota importante indicar que un regulador lineal (de tipo PID) no resulta adecuado para controlar sistemas de este tipo, debido a la gran falta de linealidad existente. La explicación radica en que, al linealizar solamente en el punto de equilibrio $\theta_0=0$, no se tiene en cuenta la no linealidad producida por el término en $\text{sen}\theta(t)$.

Aclaremos por último que los ejemplos vistos arrojan resultados desde el punto de vista de simulación, con el fin de verificar los resultados teóricos ya que, en la práctica, la utilidad de la lógica borrosa aparece cuando no se dispone de un modelo numérico o éste es borroso. Tampoco tiene aplicación introducir un escalón en la referencia, puesto que no es lo habitual intentar mantener un ángulo constante. Un caso más realista consiste en mantener el péndulo en posición vertical, ante entradas impulsionales en f . El resultado aparece reflejado en la Figura 7.19.

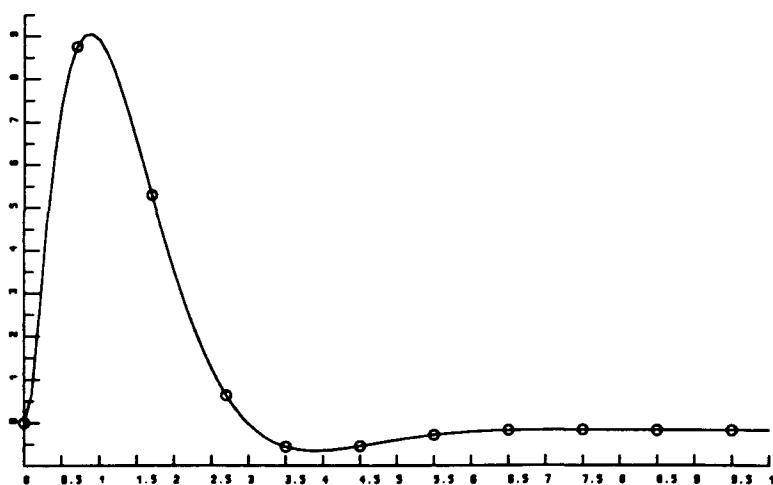


Figura 7.19 Respuesta del Péndulo ante Entrada Impulsional

7.3.4 Sistemas Realimentados Borrosos

Supóngase ahora que se desean verificar tres especificaciones dinámicas al mismo tiempo: sobreoscilación M_p , tiempo de pico t_p y tiempo de establecimiento t_s . Evidentemente, salvo en casos muy concretos, no va a ser posible cumplir las tres con un sistema realimentado lineal, pero sí con uno borroso. De hecho, cuando se trata de diseñar atendiendo únicamente a dos especificaciones, con un controlador proporcional lineal, existe una ligadura entre ambas, lo que no ocurre con un controlador borroso, al poder ir variando su dinámica.

Adviértase aquí que habitualmente, cuando se habla de implementar un control borroso, el modelo del sistema a controlar es lineal (véanse la mayoría de los trabajos sobre análisis dinámico de sistemas borrosos). Ahora, sin embargo, vamos a disponer de un sistema borroso, tanto en cadena abierta como en cadena cerrada.

La técnica de diseño consistirá en utilizar a la inversa las curvas de análisis obtenidas en capítulo anterior, comportándose ahora como *curvas de síntesis*, y que se repiten en la página 182 para comodidad del lector: $M_p=f_1(M_{p1},M_{p2})$ (Figura 7.22), $t_p=f_2(t_{p2},t_{p1})$ (Figura 7.23) y

Diseño de Controladores

$M_p = f_3(t_{p2}, t_{p1})$ (Figura 7.24). Se utilizará además la siguiente ecuación:

$$M_{p2} = 100 e^{-\sigma t_{p2}} = 100 e^{-\frac{\pi t_{p2}}{t_{s2}}} \approx 100 e^{-\frac{\pi t_{p2}}{t_s}} \quad (381)$$

en la que se ha aproximado t_{s2} por t_s . Los pasos que se proponen en esta Tesis para llevar a cabo el diseño, son los siguientes:

1) Si t_{s2} es adecuado, basta con supervisor FP. Se toma $t_s = t_{s2}$.

a) si $\sigma_1 < \sigma_2$, se diseña a M_p^* constante, buscando $t_{p2} < t_{p1}$

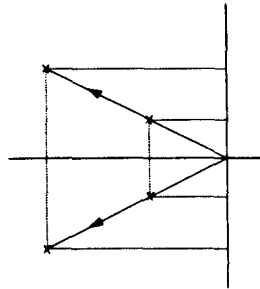


Figura 7.20 Diseño a M_p^*
Constante

- se supone M_p^* entrando en (381) con $M_{p2} = M_p^*$ y el valor de t_s deseado. Se obtiene t_{p2}
- se entra en f_2 con t_{p2} y el valor de t_p deseado. Se obtiene t_{p1}
- se entra en f_3 con t_{p1} , M_p^* y el valor de M_p deseado. Se obtiene t_{p2}
- si t_{p2} ha salido más pequeño que el inicial, se toma M_p^* más grande y se vuelve a iterar (o a la inversa).

b) si $\sigma_1 > \sigma_2$, se diseña a t_p^* constante, buscando $M_{p1} < M_{p2}$

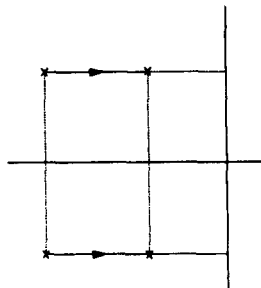


Figura 7.21 Diseño a t_p^*
Constante

Diseño de Controladores

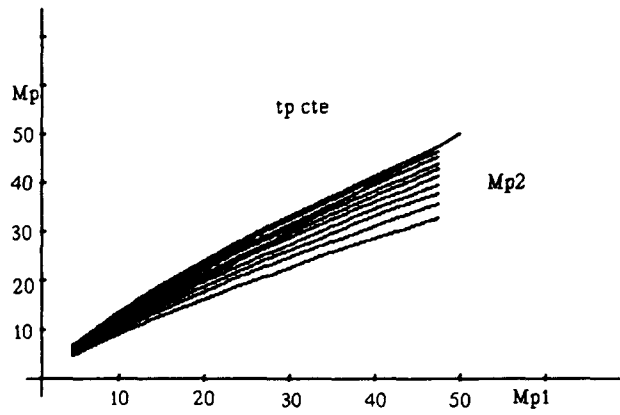


Figura 7.22 $M_p = f_1(M_{p1}, M_{p2})$ a t_p constante

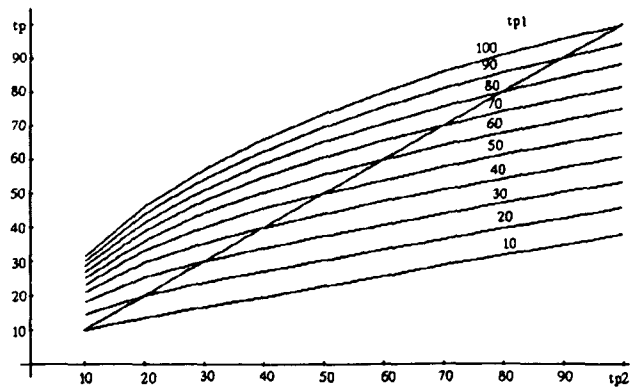


Figura 7.23 $t_p = f_2(t_{p1}, t_{p2})$

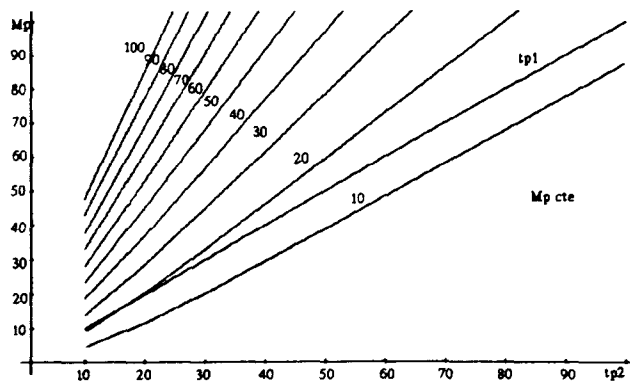


Figura 7.24 $M_p = f_3(t_{p1}, t_{p2})$ a M_p constante

Diseño de Controladores

- se toma $t_{p1}=t_{p2}=t_p^*$ (o ver Figura 7.23)
- se entra en (381) con t_{p2} y el valor de $t_{s2}=t_s$ deseado. Se obtiene M_{p2}
- se entra en f_1 con M_{p2} y el valor de M_p deseado. Se obtiene M_{p1}

2) Si t_{s2} no es adecuado, es necesario un supervisor FPD.

- Se elige $t_{s2} = t_s$
- Se puede diseñar a M_p constante o a t_p constante. Por ejemplo, a t_p constante:
 - se toma $t_{p1}=t_{p2}=t_p^*$
 - se entra en (381) con t_{p2} y el valor de t_s deseado. Se obtiene M_{p2}
 - se entra en f_1 con M_{p2} y el valor de M_p deseado. Se obtiene M_{p1}
 - se diseña un controlador PD $K_{R1}(s+b_1)$ para conseguir M_{p1} , t_{p1} y otro $K_{R2}(s+b_2)$ para conseguir M_{p2} , t_{p2} . Con ello se tiene el supervisor FPD $\tilde{K}_R(s+b)$.
- Lógicamente, debido al cero adicional introducido, el sistema realimentado será algo más rápido de lo deseado, al igual que ocurre en el caso lineal con reguladores de tipo PD.

7.3.5 Consideraciones Finales

Los algoritmos de control obtenidos mediante la técnica anterior son supervisores borrosos. Así pues, sólo queda transformarlos para que realmente sean controladores borrosos directos. El método completo de síntesis indirecta incluye ambas etapas:

- 1) el diseño del supervisor por síntesis
- 2) su transformación en un controlador directo.

Se trata de transformar

$$u(t) = \tilde{K}(y) e(t) \quad (382)$$

donde y es la salida del sistema a controlar, en

$$u(t) = \tilde{K}(e) \tag{383}$$

Surge así el problema de aproximación al control directo. La obtención de un controlador directo borroso es posible de manera aproximada. Si tenemos reglas del tipo

SI Y es Y_i ENTONCES $K = K_i$

con y_i el valor para el que se lanza sólo esta regla i -ésima, el método consiste en transformar cada regla en otra del tipo

SI E es E_i ENTONCES $u = u_i$

con $e_i=r-y_i$ y $u_i=K_i \cdot e_i$. En todo caso, este controlador directo es específico para un valor de referencia determinado del bucle de control. Este resultado se puede generalizar a supervisores de tipo FPID. Dado el controlador borroso

$$u(t) = \tilde{K}_p(y)e(t) + \tilde{K}_i(y)se(t) + \tilde{K}_d(y)ce(t) \tag{384}$$

con reglas del tipo

SI Y es Y_i ENTONCES $K_p = K_{pi}$, $K_i = K_{ii}$ y $K_D = K_{Di}$

se puede obtener

$$u(t) = \tilde{u}(e, se, ce) \tag{385}$$

con reglas del tipo

SI E es E_i ENTONCES $u = u_i$

con $e_i=r-y_i$ y $u_i=K_{pi} \cdot e_i + K_{ii} \cdot se_i + K_{Di} \cdot ce_i$, con lo que hemos aproximado un supervisor FPID por un controlador FP, pero se han reducido las dimensiones del mismo. Si por ejemplo, lo que se busca realmente es un controlador FPD con reglas del tipo

SI (E es E_i) Y (CE es CE_i) ENTONCES $u = u_i$

entonces habría que partir de un modelo de supervisor con reglas de la forma

SI (Y es Y_i) Y (CY es CY_i) ENTONCES $K_p = K_{pi}$ y $K_D = K_{Di}$

siendo entonces $e_i=r-y_i$ y $ce_i=-cy_i$ y $u_i=K_{pi} \cdot e_i + K_{Di} \cdot ce_i$.

7.4 Conclusiones

Se han presentado en este capítulo dos estrategias de diseño originales de esta Tesis. Por una

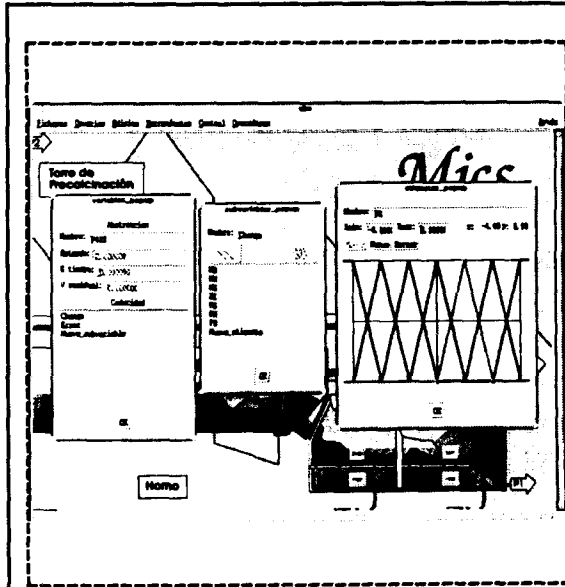
parte, el diseño utilizando la técnica de equivalencia con PID. En este caso se ha visto cómo utilizando las técnicas del capítulo de ajuste, es posible diseñar SCBs lineales y se ha mostrado una aplicación industrial de estas ideas. Su fundamento reside en que, si se dispone de un PID que cumple en cierta medida las especificaciones dinámicas deseadas, podemos diseñar un primer algoritmo de control borroso lineal.

A partir de aquí se ha presentado un método también original, para mejorar las características del controlador borroso alrededor del punto de trabajo lineal anterior. Este método de autoajuste consiste en un algoritmo del tipo *control adaptativo con modelo de referencia*, que utiliza funciones de Lyapunov de cara a garantizar la estabilidad y convergencia del mismo.

Una vez que se ha comprobado que el algoritmo de autoajuste tiene éxito para diferentes regiones, el trabajo de investigación futuro deberá centrarse en las siguientes ideas. La primera es mantener modelos lineales del proceso de cara a demostrar que un controlador FP es suficiente en muchos casos para alcanzar las especificaciones dinámicas allí donde los controladores P no llegan. Esta idea ya se esbozó en el capítulo anterior (ver apartado 6.2.2).

El siguiente caso es aplicar estas mismas ideas a modelos lineales por tramos, como el modelo de Sugeno. El contraste del controlador es útil de cara a simplificar el modelo a uno que encaje con su primera forma canónica. Además, el algoritmo de autoajuste analizado es válido sólo si utilizamos la primera forma canónica de los SCB. A pesar de ello, resultaría interesante tratar de analizar en detalle la influencia del contraste en el comportamiento del controlador, de cara a implementar la etapa II del algoritmo FACE. Una primera aproximación experimental ha demostrado una influencia poco significativa de este parámetro.

Por último, se presenta el segundo método de diseño de controladores borrosos. El método, también original y apoyado fuertemente en el modelo de dinámica borrosa presentado en el capítulo de análisis dinámico, consiste en sintetizar un controlador borroso en dos etapas (por ello se denomina síntesis indirecta). En la primera se utiliza la técnica del *lugar de las raíces deslizante* para obtener un supervisor borroso, y se muestra un ejemplo para el caso del péndulo invertido. La segunda pasa por transformar el supervisor en un controlador borroso directo, lo cual se resuelve de manera aproximada en el caso de un controlador FP. El caso general FPID no queda del todo resuelto en este punto, por lo que queda abierto para trabajos posteriores.



8

APLICACIONES

«La ciencia se compone de errores que a su vez son pasos hacia la verdad»

Julio Verne

«En la vida real los errores probablemente son irrevocables. Sin embargo, la simulación con ordenador hace que la comisión voluntaria de errores sea económicamente rentable; por tanto, si se es astuto, se puede aprender mucho más de lo que cuestan. Es más, con algo de discreción, nadie se enterará del error»

McLeod y Osborn

«El tiempo hace justicia y pone todas las cosas en su sitio»

Voltaire

8.1 Introducción

En este capítulo se abordan las diferentes aplicaciones en cuyo desarrollo se ha participado durante el desarrollo de esta Tesis, y que han servido para verificar los resultados teóricos obtenidos en los capítulos anteriores. En concreto se ha colaborado en: una aplicación para el control de hornos de clinker de cemento, en la que se ha implementado un módulo de control directo con controladores borrosos para algunos de sus bucles; en una aplicación para el control y supervisión en tiempo real de varias secciones de una refinería, en la que se ha implementado un módulo de validación de datos basado en lógica borrosa; y en el desarrollo de una herramienta para la construcción gráfica de sistemas borrosos, con la que se pretende completar el desarrollo de la Tesis.

8.2 Aplicación al Control de Hornos de Clinker

El control de un horno de clinker fue una de las primeras aplicaciones al control de la lógica borrosa. La idea surgió a mediados de los años 70, siendo Ostergaad uno de los pioneros, y actualmente lo implementan algunos sistemas de control como los de F.L.Smith & Co. A/S, LINKMan y ASLAND & UPM-DISAM (CONEX).

En líneas generales, se pueden enunciar reglas para el control del horno, expresadas en términos lingüísticos, de la forma:

SI la temperatura de zona es alta

Y la temperatura de zona es creciente

Y el %O₂ de los gases de salida es alto,

ENTONCES reducir un poco la apertura de la clapeta del exhaustor.

Por tanto, resulta viable diseñar un sistema que incorpore reglas en las que se manejen tres variables: temperatura de zona, %O₂ a la salida del horno y temperatura de culata. Cada una de estas variables se puede encontrar OK, LOW o HIGH. En función de ello, surgen 27 combinaciones que determinan otras tantas formas de actuar sobre el horno.

Tradicionalmente, el control de hornos de cemento ha sido llevado a cabo mediante los sistemas de F.L.S. y LINKMan. Las ideas básicas de F.L.S. pasan por estabilizar la temperatura de zona del horno y minimizar el exceso de O₂. Debido a las dificultades para obtener la temperatura de zona, ésta es estimada a partir del par resistente del horno, de la

Aplicaciones

concentración de NO_x a la salida del tubo y del peso por litro de clinker. Conocida la temperatura de zona (correcta, elevada o baja) y su tendencia (calentamiento o enfriamiento), determina la acción a tomar actuando sobre el caudal de alimentación, la velocidad del horno y el caudal de combustible. Además, si la temperatura de zona es alta y su tendencia es el calentamiento, se reduce el exceso de O_2 reduciendo la apertura de la clapeta del exhaustor.

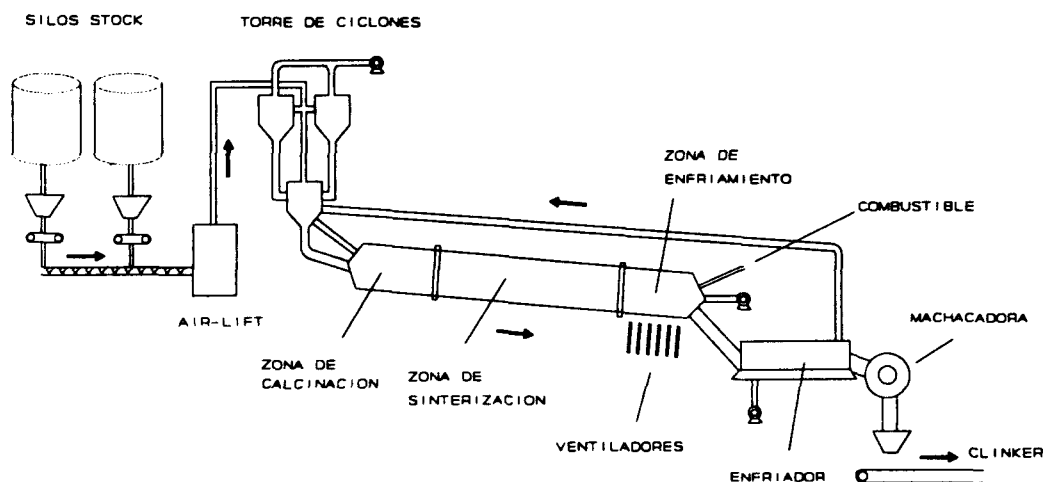


Figura 8.1 Torre de Ciclones-Horno-Enfriador

El sistema de control de F.L.S. realiza una evaluación global de las variables significativas del horno, reacciona antes que el operador y se centra en la evolución de las variables a corto y medio plazo. Sin embargo, tiene algunas limitaciones que no permiten aprovechar el potencial de las técnicas basadas en lógica borrosa:

- sobrevalora el par de accionamiento sin efectuar una evaluación del retardo con que se produce el mismo
- cambios en el peso por litro o en la calidad del crudo son interpretados como calentamientos o enfriamientos del horno
- la temperatura de zona se estima cada hora
- el sistema actúa cualitativamente igual sobre un calentamiento que sobre un enfriamiento, lo que, dadas las características del proceso, provoca una tendencia al enfriamiento.

8.2.1 El Proyecto CONEX

Para paliar la concepción cerrada de este tipo de sistemas de control, surge CONEX [Sanz 91a]. CONEX es una arquitectura de control inteligente cuya primera aplicación ha sido la conducción automática de hornos de cemento. Suple la poca flexibilidad de otros sistemas,

integrando las técnicas basadas en lógica borrosa en el sistema global de control de la fábrica y permitiendo su coexistencia con otras filosofías de regulación clásicas como PID's.

Por una parte, recoge el conocimiento de los operadores de fábrica de una forma exhaustiva, logrando un profundo modelado del comportamiento del operador y abarcando un amplio rango de situaciones controladas. Por otra, incorpora un modelado a diferentes niveles obtenido a partir del conocimiento de los expertos del proceso (no operadores). Esta fusión del conocimiento permite emplear con éxito la tecnología basada en lógica borrosa, e interpretar de manera mucho más amplia la situación y evolución de las variables del horno.

En el campo del control directo de procesos, en concreto el control de subsistemas de plantas de cemento, se han venido utilizando, con mayor o menor éxito, sistemas de control clásico basados fundamentalmente en el control PID [Matía 90]. La resolución de bucles complicados se lleva a cabo combinando reguladores en cascada con algoritmos de optimización sobre las variables que determinan la producción.

Sin embargo, este tipo de control se delata insuficiente frente a subsistemas claramente no lineales, para los que se viene observando experimentalmente que resulta más adecuado un sistema de control también no lineal. Entre las posibilidades del control no lineal, aquellos algoritmos basados en lógica borrosa son los que vislumbran unas mejores perspectivas, pues su configuración básica es sencilla a partir del modelado vago del comportamiento de las variables.

Esta idea ya fue utilizada hace más de una década por Ostergaad y su equipo para implementar el control de un horno de cemento a partir del conjunto de reglas lingüísticas que modelaban la tendencia de las principales variables, aunque lo hacía a un nivel situado conceptualmente entre el control directo y los sistemas expertos. Pese a todo, el control borroso no viene a suplantarse al control clásico, sino a colaborar en aquellas situaciones en las que éste se revela insuficiente, conjugando si es necesario ambos tipos de control para afrontar distintos estados del proceso.

Dentro de este marco, este trabajo desarrolla una carcasa fácilmente configurable para cada tipo de proceso a controlar. Además, la estructura de control directo [Matía 91] aparece embebida dentro de otra superior: la arquitectura de control inteligente CONEX, viniendo determinado su comportamiento en tiempo real por las órdenes de configuración que el sistema global de control, basándose en modelos y en reglas, decide.

8.2.2 La Arquitectura CONEX

Básicamente, la arquitectura CONEX permite la operación conjunta de varias etapas de control y está organizada siguiendo el principio de *velocidad creciente con inteligencia decreciente* (Figura 8.2).

Aplicaciones

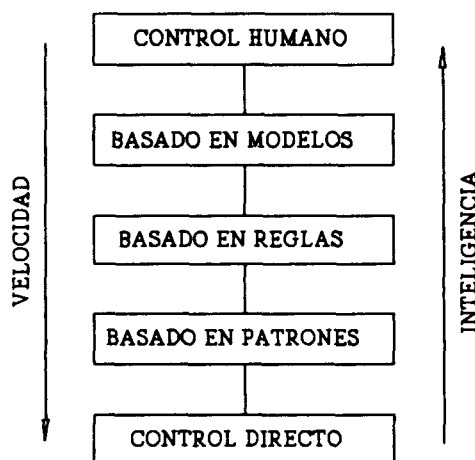


Figura 8.2 Capas de Control

Se compone de los siguientes objetos de alto nivel:

- (IP) *Interfase de Proceso*: Recoge la información suministrada por los sensores de planta, enriqueciéndola con un filtrado especial, estimaciones suministradas por el simulador, estimación de variables ocultas y asignación de grados de confianza. Así mismo, recoge las acciones enviadas por el resto del sistema y las interpreta como actuaciones sobre la planta.
- (CD) *Control Directo*: Contiene los algoritmos de control de bajo nivel. Estos son reguladores PID, Borrosos y de Control por Realimentación del Estado. La integración del control borroso junto con las técnicas convencionales permite cerrar bucles con tradición de difíciles, como el regulador bajo parrilla del enfriador.
- (MS) *Modelo del Proceso y Simulador Cualitativo*: El modelo proporciona a los restantes módulos toda la información referente al proceso en diferentes niveles de abstracción (modelo cuantitativo, modelo cualitativo y modelo de conocimiento). El simulador predice el comportamiento del sistema en base a distintas técnicas: simulación clásica y simulación cualitativa.
- (MP) *Monitor de Proceso*: Incorpora una colección de patrones de seguridad que determinan la pauta que debe seguir el control directo de la planta ante determinadas situaciones.
- (CE) *Control Experto*: Desarrollado sobre la herramienta G2, se trata de un sistema experto de tiempo real, estructurado en niveles y basado en reglas cualitativas. Determinadas situaciones del estado del horno disparan patrones que invocan al módulo de control experto, el cual debe decidir la actuación más adecuada.
- (EA) *Evaluador de Actuaciones*: No sólo se encarga de validar cualquier tipo de actuación (dada por el control experto o directamente por el operador), sino que además permite responder a una de las preguntas más intrínsecas que se plantean en

Aplicaciones

todo sistema experto: el motor de inferencia razona correctamente en base al conocimiento suministrado por los expertos, pero ¿quién valida la certeza de las reglas?

(IU) *Interfase de Usuario*: Permite al operador obtener información sobre el estado del proceso, sobre la estrategia de razonamiento seguida por el control experto, así como llevar a cabo acciones de control por decisión propia. Para ello emplea técnicas de gráficos y lenguaje natural.

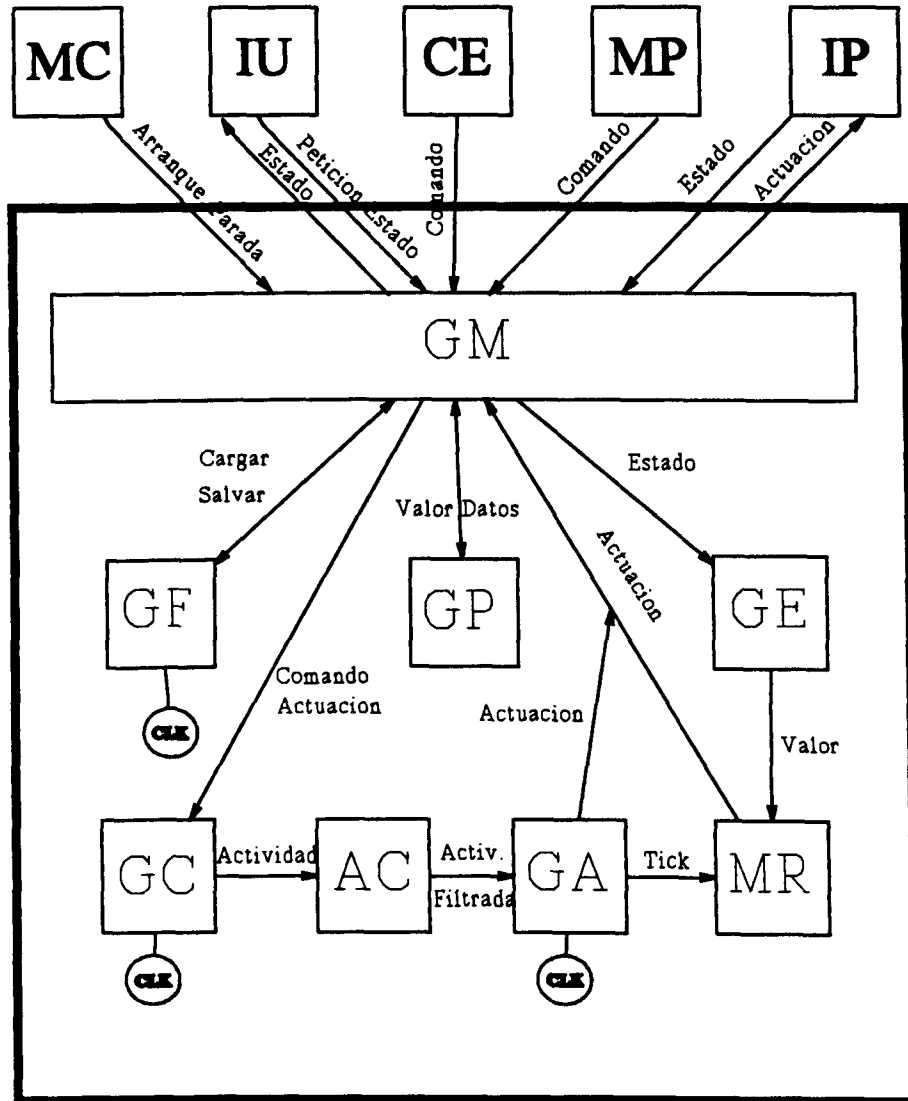


Figura 8.3 Esquema de Control Directo

En definitiva, la arquitectura de control CONEX permite emplear flexiblemente las técnicas de control borroso, integrándolas junto a otras técnicas de control convencionales.

8.2.3 Control Directo

El módulo de control directo es una subarquitectura *software* para el control en tiempo real, desarrollada dentro de la arquitectura CONEX. El Control Directo no actúa independientemente de otras técnicas de control. Por el contrario, opera en continua interacción con los otros objetos de alto nivel de CONEX:

- Envía acciones de control a la interfase de proceso.
- Permite recibir órdenes en forma de patrones de actuación del Control Experto y del Monitor de Proceso, las cuales se traducen en actividades internas a llevar a cabo, como actuaciones, cambios de consignas y configuración de los controladores.
- El monitor de CONEX conduce la aplicación enviando órdenes de arranque y parada, así como de cambio de operación.
- La Interfase de Usuario presenta la información referente al módulo de Control Directo y permite configurar los bucles de control.

La estructura interna del módulo de Control Directo aparece reflejada en la Figura 8.3. El módulo se compone de los siguientes ocho objetos [Matía 92a]:

- (GM) *Gestor de Mensajes*: Interpreta los mensajes procedentes del exterior. La comunicación entre módulos se efectúa a través de las funciones de la capa de comunicaciones de CONEX (CONEX Communication Layer, CCL) desarrolladas sobre los servicios de transporte TCP-IP [Sanz 91b].
- (GP) *Gestor de Parámetros*: Su objetivo es mantener actualizada la base de datos con la información de Control Directo, de forma que pueda ser consultada y modificada por otros módulos.
- (GE) *Gestor del Estado*: Mantiene la información sobre el estado numérico de la planta, suministrada por la Interfase de Proceso.
- (GC) *Gestor de Comandos*: Interpreta *Comandos de Actuación* procedentes del Control Experto y del Monitor de Proceso. Básicamente, un *Comando de Actuación* es una lista de actividades a efectuar sobre la misma variable o sobre un regulador.
- (AC) *Analizador de Colisiones*: Recibe una secuencia de *Actividades* del Gestor de Comandos, determinando si se produce colisión con alguna ya existente y resolviéndola en ese caso. Si la actividad es una acción inmediata, se envía al Gestor de Actividades inmediatamente. Si consiste en una secuencia de acciones (incremento progresivo de una variable, por ejemplo) se descompone en acciones simples que se envían en los instantes temporales correspondientes.
- (GA) *Gestor de Actividades*: Puede considerarse el corazón de Control Directo. Su

Aplicaciones

misión es ejecutar las actividades que se le envían. Esto puede significar enviar una acción de control directa a la Interfase de Proceso, una modificación de la consigna de un regulador al Modelo y Simulador, o activar un contador que de paso periódicamente a los algoritmos de regulación.

- (MR) *Módulo de Regulación*: Es el encargado de aplicar los algoritmos de regulación que le indique el Gestor de Actividades: regulación PID, control borroso o control por realimentación del estado.
- (GF) *Gestor de Ficheros*: Tiene como misión mantener un compromiso entre la cantidad de información almacenada en memoria y su actualización en ficheros en disco. En caso de parada, el sistema es capaz de volver a arrancar en el mismo punto de trabajo en el que se detuvo.

8.2.4 Servicios de Control

El módulo de Control Directo trata de cubrir el control a medio nivel. Ha sido concebido para reunir al mismo tiempo control clásico PID con otros algoritmos de control no tan clásicos, como control borroso o control por realimentación del estado.

Esta flexibilidad se extiende también a la configuración del bucle de control. El control por realimentación del estado admite tres entradas/tres salidas, y el control borroso permite entre tres y siete términos lingüísticos, un número variable de entradas, diferentes tipos de control como FP, FPI, FPD y FPID, y un funciones de pertenencia exponenciales.

A continuación se muestra como ejemplo la información necesaria para un controlador borroso de tipo FP:

Nombre: PARRILLA_1
Tipo : Borroso
Número de entradas : 1
Nombre vble entrada 1: P422
Nombre consigna 1 : C_P422
Nombre vble salida : S430
Parámetros
Número términos ling.: 7
NG media: -6.0
NG ancho: 2.0
NM media: -4.0
NM ancho: 2.0
NP media: -2.0
NP ancho: 2.0
ZE media: 0.0
ZE ancho: 2.0
PP media: 2.0
PP ancho: 2.0
PM media: 4.0
PM ancho: 2.0
PG media: 6.0
PG ancho: 2.0

Aplicaciones

Salida

Número términos ling.: 7
NG media: -9.0
NM media: -4.0
NP media: -1.0
ZE media: 0.0
PP media: 1.0
PM media: 4.0
PG media: 9.0

Reglas

EI CU
NG : PG
NM : PM
NP : PP
ZE : ZE
PP : NP
PM : NM
PG : NG

8.2.5 Funcionamiento en Tiempo Real

Una de las características de Control Directo es su implementación basada en un conjunto de programas desarrollados sobre un sistema operativo de tiempo real como es VMS, y en lenguaje C. La comunicación entre los distintos procesos internos se lleva a cabo utilizando memoria compartida. Las posibles colisiones en el acceso a los datos se resuelven utilizando los semáforos del sistema operativo [Burns 90].

Aunque es precisa una configuración inicial de los bucles, su estructura permite una configuración dinámica desde módulos externos por medio de comandos de actuación. Adicionalmente, Control Directo revisa periódicamente su propia ejecución, y la de sus subprocesos, tomando el control e informando al Monitor de CONEX en caso de error. Esto es posible mediante un adecuado uso de las funciones del sistema operativo [DEC 90]

La forma habitual de funcionamiento es la siguiente. En su modo más elemental, existen tres módulos en funcionamiento: el Gestor de Actividades, el Módulo de Regulación y el Mantenedor del Estado. Sólo en caso de recibirse un comando de actuación, el Gestor de Comandos entra en servicio. Bien debido a una petición de actuación por parte del usuario, o bien debido a un comando de actuación de CONEX, la orden comienza un viaje a través de los objetos de CONEX, que finalmente se refleja en una actuación de Control Directo sobre uno o más de los PLCs conectados a planta.

El Gestor de Mensajes recibe la petición en forma de comando, y se lo envía al Gestor de Comandos. Éste, con una periodicidad fija (1 minuto en nuestra aplicación), revisa su tabla de comandos, traduciendo cada uno de ellos a un conjunto de actividades que a su vez se almacenan en una tabla. Esta tabla es revisada cada 10 segundos por el Gestor de Actividades (una frecuencia mayor no es necesaria en procesos con tanta inercia como éste). Esto repercute en una actuación sobre la Interfase de Proceso, la cual finalmente se encarga de enviarla a planta. El siguiente estado numérico de la planta generado por la Interfase de Proceso, informará a CONEX y por tanto al operador, del cambio, cerrándose el bucle.

Aplicaciones

Al mismo tiempo, y mientras todo esto está sucediendo, el Gestor de Ficheros está trabajando almacenando información de trabajo importante y, de forma asíncrona, otros procesos de CONEX atienden sus propias tareas.

8.2.6 Aplicación en la Industria del Cemento

Este paquete *software* ha sido desarrollado, con la financiación de ASLAND S.A. y el CDTI, para controlar inteligentemente un horno de cemento. La aplicación fue verificada, de cara a comprobar su correcto funcionamiento, en una de las plantas de ASLAND (Montcada i Reixac, Barcelona).

En lo referente al Control Directo, con anterioridad a este trabajo sólo se empleaban reguladores PID. Con ello se obtenían aceptables resultados sólo para pequeñas desviaciones respecto al punto de funcionamiento deseado. Después de utilizar controladores borrosos en algunos de sus bucles, los resultados han mostrado lo sencillo que resulta implementar las no linealidades que requieren este tipo de procesos para su control.

En concreto, se han implementado dos bucles de control para el enfriador de parrilla, utilizando la técnica de diseño de SCB por equivalencia con PIDs, tal y como se vió en el ejemplo de aplicación industrial del capítulo anterior.

También es sencillo utilizar un conjunto de reguladores alternativos para resolver situaciones en las que el sistema a controlar presenta diferentes comportamientos en diversos puntos de funcionamiento. El Monitor de Patrones detecta estas situaciones, enviando un comando de actuación para cambiar de un controlador a otro.

8.3 Aplicación a Validación de Datos

Comentaremos a continuación un campo donde la lógica borrosa ha sido muy poco utilizada hasta el momento: la validación de datos [Barney 88, Cassar 92, Chandrasekaran 87, Frank 92, Lunderstaedt 92, Luo 89, Poloni 93, Xu 92, Zhongke 89]. Aunque no existe una relación directa con la metodología de diseño de SCBs que se desarrolla en esta Tesis, la obtención de valores de confianza es importante de cara a garantizar la calidad de los datos en sistemas de control.

8.3.1 El Proyecto HINT

El proyecto HINT (Arquitectura de **INT**egración **H**eterogénea para **S**istemas de **C**ontrol **I**nteligente) es un proyecto ESPRIT (6447) financiado en nuestro caso por la Comunidad Europea y la CICYT (proyecto TAP92-1440-CE).

El objetivo fundamental del mismo es el desarrollo de una arquitectura y de una metodología, que permitan la interacción y cooperación en tiempo real de diferentes técnicas de inteligencia artificial como razonamiento basado en modelos, sistemas expertos, redes neuronales y lógica

borrosa.

En la arquitectura HINT, diferentes técnicas de Inteligencia Artificial cooperan en tiempo real [Galán 91, Martínez 93, Rowan 89]. Una o más técnicas pueden ser utilizadas para resolver uno o más problemas. El objetivo del módulo de lógica borrosa es la construcción de una herramienta para filtrado y validación de datos utilizando la lógica borrosa como técnica (Fuzzy Filtering and Validation Tool, FFV-Tool) [Matía 93a, 94d].

Una aplicación de los métodos que se explican seguidamente se ha desarrollado para la validación de datos de una unidad de desparafinado de la refinería de Repsol Petróleo, S.A. en Cartagena (España).

8.3.2 Representación del Conocimiento y Lógica Borrosa

El problema de la validación de datos es uno de los más importantes en la mayoría de los procesos continuos. De cara a garantizar la fiabilidad de cualquier técnica de control o supervisión, es preciso que las medidas de los datos procedentes de los sensores sean fiables, puesto que todo el razonamiento que se haga se llevará a cabo a partir de dichos valores.

Se ha elegido precisamente la lógica borrosa y no otra técnica, dado que el conocimiento de los expertos de planta [Matía 93h, 94a, 94b] aparece casi siempre expresado en términos lingüísticos y por tanto con imprecisión e incertidumbre, por ejemplo:

"... los indicadores de nivel son MUY POCO fiables ..."

"... si el valor de un sensor de temperatura PARECE INCORRECTO, entonces también lo son los valores de los sensores de temperatura relacionados con su mismo grupo..."

"... una medida de caudal FLUCTÚA MUCHO ..."

"... el sensor de presión PUEDE NO SER FIABLE, ya que ..."

"... si la diferencia entre dos sensores de temperatura concretos es GRANDE entonces uno de ellos está marcando un valor incorrecto ..."

"... la confianza en este sensor de presión es MAYOR QUE la confianza en el de temperatura ..."

"... la suma de los caudales de entrada debe ser APROXIMADAMENTE IGUAL A la suma de los caudales de salida ..."

etc. Pues bien, la lógica borrosa permite trabajar cómodamente con expresiones como las

Aplicaciones

anteriores: *muy poco, parece incorrecto, fluctúa mucho, puede no ser fiable, grande, mayor que y aproximadamente igual a*. De hecho, el conocimiento habitual para resolver los problemas de validación es del tipo:

si la presión crece, entonces la temperatura también debe crecer

o

estas temperaturas deben de ser similares.

A continuación se comentan las técnicas de validación que utiliza la herramienta.

8.3.3 Técnicas de Validación

El objetivo es proporcionar un valor de confianza para el valor de cada variable, medida del sensor o calculada mediante una fórmula. Se emplean las siguientes técnicas de validación [Matía 93d]:

- 1 Confianza individual para variables medidas, utilizando información del sensor (ICS).
- 2 Confianza individual para variables calculadas, utilizando fórmulas (ICE).
- 3 Filtrado individual para variables medidas y calculadas (ICF).
- 4 Confianza individual para variables medidas y calculadas, mediante histogramas (ICH).
- 5 Confianza colectiva para variables medidas y calculadas, mediante reglas (CCR).
- 6 Confianza colectiva para variables medidas y calculadas, mediante restricciones (CCC).
- 7 Confianza colectiva para variables calculadas, por propagación de confianzas (CCP).
- 8 Integración de confianzas para cada variable.

Por *confianza individual* entendemos una confianza para una variable, obtenida a partir de conocimiento sólo sobre ella misma. Por *confianza colectiva* entendemos una confianza para una variable obtenida a partir del conocimiento existente sobre varias variables relacionadas con ella [Aguilar 92].

Cada valor de confianza tiene un tiempo de caducidad (retardo). Cuando se alcanza este retardo, la confianza comienza a degradarse. Para la degradación se utiliza una función exponencial que alcanza finalmente un valor residual (Figura 8.4).

Aplicaciones

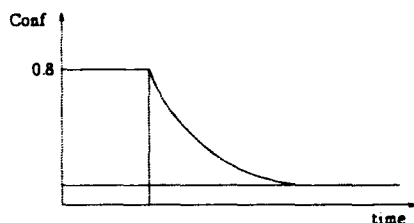


Figura 8.4 Función de Caducidad

La Figura 8.5 muestra el esquema general de las ocho técnicas. Los bloques 1, 2, 3 y 4 representan etapas cuyas entradas son sólo variables medidas o calculadas y cuyas salidas son confianzas individuales. Los bloques 5 y 6 utilizan ambas variables medidas y calculadas y dan como resultado confianzas colectivas para las mismas. Entre los dos bloques 8 existe una diferencia: la integración para variables medidas debe efectuarse antes que para las calculadas, puesto que el bloque 7 (propagación) necesita su resultado. Esto también es necesario para un bloque especial, el número 5, que proporciona confianzas colectivas a partir de la confianza para las variables medidas. Se analiza a continuación cada una de estas técnicas.

8.3.4 Características de los Sensores (ICS)

Se utiliza información a priori sobre el sensor (fiabilidad) para obtener un valor inicial de confianza para la variable medida asociada. Por ejemplo, si la fiabilidad del sensor es alta, entonces la confianza a priori en la medida también lo es.

8.3.5 Fórmulas de Cálculo (ICE)

Para el caso de variables calculadas, es posible obtener un coeficiente individual directamente a partir de la confianza que se tiene en su forma de cálculo. Por ejemplo, si la confianza del experto en la fórmula " $B = 7 \cdot A + 0.56$ " es 0.8, entonces $ICE = 0.8$. Obsérvese que quizás en numerosas ocasiones la confianza en la fórmula sea igual a la unidad.

8.3.6 Filtrado Individual (ICF)

Esta técnica permite utilizar restricciones numéricas ($30 < valor < 100$) y borrosas (*valor* "aproximadamente mayor que" 30 y "aproximadamente menor que" 100) de cara a obtener una confianza individual. Una restricción se puede interpretar como el grado con que se satisface una ecuación cuando se le asigna un valor a la variable que interviene en ella. En el caso de una restricción no borrosa se fuerza el uso/no uso del valor de la variable dependiendo de su grado de cumplimiento. Las restricciones borrosas se representan por medio de conjuntos borrosos.

Aplicaciones

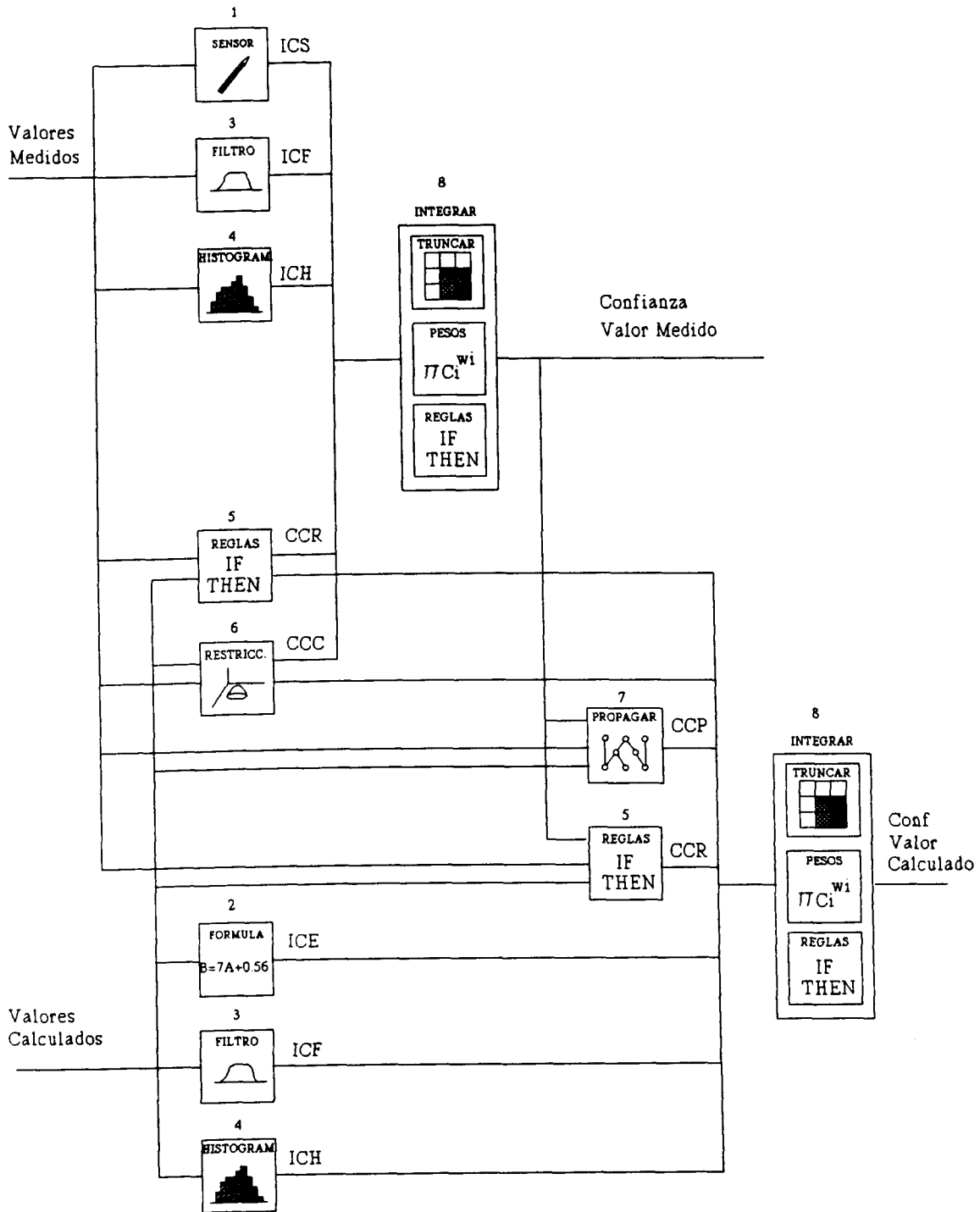


Figura 8.5 Esquema General de Validación

Aplicaciones

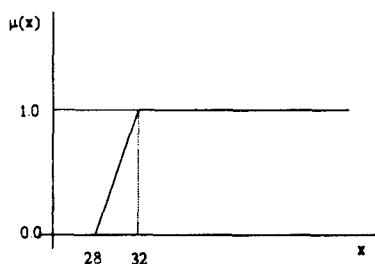


Figura 8.6 R1 = "aprox. mayor que 30"

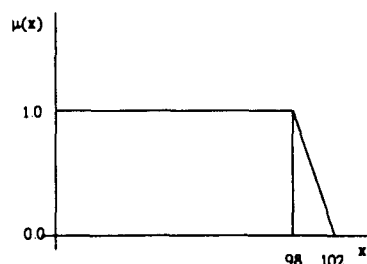


Figura 8.7 R2 = "aprox. menor que 100"

Casos en los que existe más de una restricción se computan utilizando la conectiva lógica AND, dando como resultado el conjunto borroso intersección (Figura 8.8).

La restricción se utiliza como una etapa de filtrado previo. Si la restricción no se cumple, el valor de confianza es cero. Si la restricción se cumple, el cálculo de la confianza prosigue tal y como se indica en los apartados siguientes. Si una restricción se cumple en cierto grado, la confianza individual para la variable tomará como valor provisional el grado de cumplimiento de la restricción y será integrada al final con otras confianzas obtenidas por otros métodos (individuales y colectivas). Nótese que no se trata de un filtro en el sentido habitual, sino de una restricción.

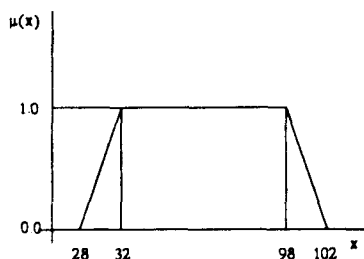


Figura 8.8 R1 AND R2

8.3.7 Histogramas (ICH)

Un histograma (Figura 8.9) representa una tabla conteniendo la frecuencia de aparición de cada valor de la variable durante un determinado período de tiempo. Una distribución de posibilidad (Figura 8.10) es una función Π definida sobre el universo X y que toma valores en $[0, 1]$, tal que

$$\sup_{\forall x \in X} \Pi(x) = 1 \quad (386)$$

que es la condición de normalización. La transformación de histogramas en distribuciones de

posibilidad se lleva a cabo según se indica en [Dubois 80].

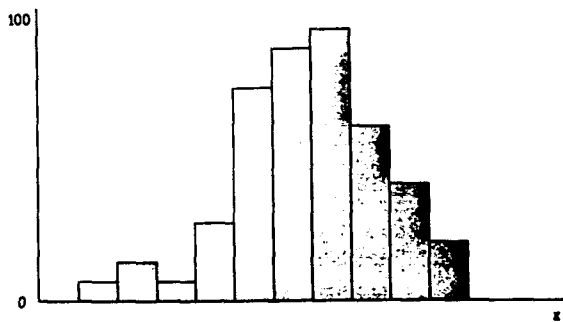


Figura 8.9 Histograma

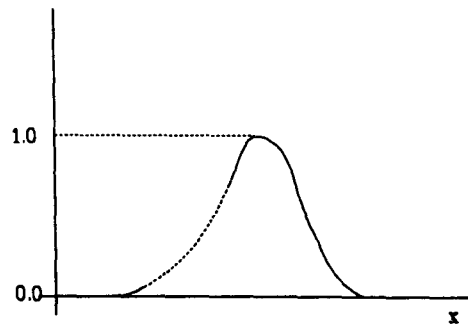


Figura 8.10 Distribución de Posibilidad

Viendo Π como una función de pertenencia, el concepto de distribución de posibilidad está íntimamente ligado con el de restricción borrosa, y no caben resaltar más diferencias que su utilización. En realidad, consiste en una función de pertenencia correspondiente a un conjunto borroso que, en nuestro caso, va a representar el comportamiento *normal* del valor de la variable [Aguilar 93].

Cada vez que se refresca el valor de una variable, el nuevo valor es almacenado en el histograma. De cara a evitar la inclusión de valores anormales en el mismo, se lleva a cabo una selección previa: sólo se aceptan aquellos valores que resultan en una confianza final por encima de una cota determinada. Al mismo tiempo, la distribución de posibilidad se utiliza de cara a obtener una confianza individual como el grado de pertenencia a la misma. Periódicamente, los histogramas se transforman en distribuciones de posibilidad. En ese momento, la distribución previa se solapa con la nueva mediante un algoritmo de mezcla, combinación del AND y el OR lógicos entre ambas.

$$S(H_1, H_2)(H_1 \cap H_2) + (1 - S(H_1, H_2))\text{máx}(H_1, H_2) \quad (387)$$

donde H_1 y H_2 son las dos distribuciones y $S(H_1, H_2)$ es una medida del solapamiento entre ellas. Finalmente indicar que esta técnica puede emplearse, no sólo para el valor de la variable, sino para otras características como su derivada, segunda derivada y tendencia. La confianza individual (ICH) se obtendrá entonces como el mínimo de los grados de pertenencia a todas las distribuciones. Además, la distribución no tiene que ser necesariamente convexa como las dibujadas.

8.3.8 Razonamiento Basado en Reglas (CCR)

El conocimiento sobre la relación entre varias variables puede implementarse fácilmente en base a reglas, de las cuales se obtiene directamente el valor de confianza:

si la temperatura crece mucho y el caudal aumenta poco,

Aplicaciones

*entonces la confianza en la temperatura es baja
y la confianza en el caudal es media*

donde las variables pueden ser medidas o calculadas. De cara a obtener un valor de confianza no borroso se debe proceder a desborrosificar la salida de las reglas.

8.3.9 Restricciones Borrosas (CCC)

Otra forma de representar la relación de dependencia entre un grupo de variables, es por medio de relaciones borrosas. La relación borrosa $R = \text{"mucho mayor que"}$ puede representarse como:

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x \leq y \\ \frac{1}{1 + (x-y)^{-2}} & , \text{ si } x > y \end{cases} \quad (388)$$

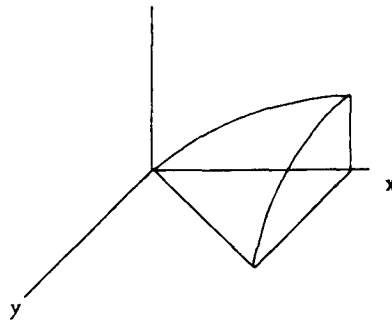


Figura 8.11 Relación Borrosa

De esta forma, la implementación de la restricción

el dato 1 debe ser aproximadamente igual a 10-dato 2,

puede hacerse mediante la relación borrosa "10x aproximadamente igual a y", definida como

$$\mu_R(x,y) = e^{-\frac{110x - y}{\alpha}} \quad (389)$$

El grado de verdad de la relación proporciona directamente el grado de confianza de las variables que intervienen en la misma.

Aplicaciones

8.3.10 Propagación de Confianzas

En el caso de variables calculadas a partir de otras ya conocidas, se puede utilizar el propio modelo numérico

$$\text{Variable calculada} = f(\text{Variables conocidas})$$

para obtener la confianza de la variable calculada, a partir de la confianza de cada una de las conocidas. Esto es posible hacerlo propagando la confianza de las variables conocidas a través de la ecuación, por ejemplo: " $B = 7 \cdot A + 0.56$ ". Obsérvese que previamente se utilizó la confianza en la fórmula, mientras que ahora se está utilizando la propia fórmula para propagar. La idea consiste en interpretar las confianzas de las variables conocidas como el grado de credibilidad o falta de incertidumbre que tiene el dato. Conocida la confianza c_A de una variable A, definimos la incertidumbre de A como:

$$u_A = -\frac{\text{Lnc}_A}{k} \quad (390)$$

es decir,

$$c_A = e^{-ku_A} \quad (391)$$

siendo k una constante fijada de antemano. Se verifica que:

- u_A tiende a 0 cuando c_A tiende a 1
- u_A tiende a ∞ cuando c_A tiende a 0.

Utilizando lógica borrosa, la incertidumbre de la medida nítida A puede interpretarse como la dispersión α del número borroso \tilde{A} .

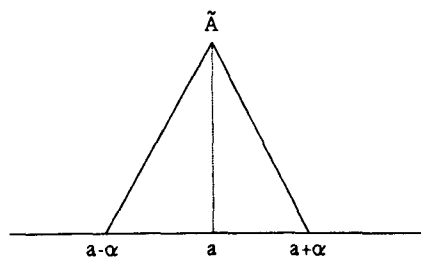


Figura 8.12 Dispersión e Incertidumbre

- si $c_A = 1$, se obtiene un conjunto borroso unitario (dispersión nula)
- si $c_A = 0$, se obtiene el universo de discurso (dispersión ∞).

Cada número borroso \tilde{A} así obtenido es simétrico y lo denotaremos por (a, α) , donde a es la posición del valor nítido medido del sensor y α es la dispersión obtenida a partir del valor de confianza. Entonces, a partir del modelo numérico, es posible aplicar el principio de extensión

Aplicaciones

de Zadeh para obtener el valor borroso del dato calculado.

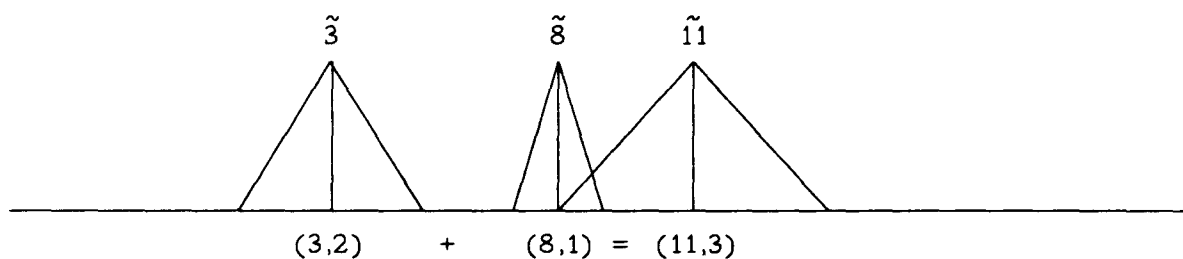


Figura 8.13 El Principio de Extensión

Utilizando la notación anterior, si se tienen dos valores borrosos $\tilde{A}=(a, \alpha)$ y $\tilde{B}=(b, \beta)$, se pueden simplificar las fórmulas de cómputo definidas para números borrosos como:

$$\begin{aligned} \tilde{A} \oplus \tilde{B} &= (a+b, \alpha+\beta) \\ \tilde{A} \ominus \tilde{B} &= (a-b, \alpha+\beta) \\ \tilde{A} \odot \tilde{B} &\approx (a \cdot b, b \cdot \alpha + a \cdot \beta), \text{ para } \tilde{A}, \tilde{B} > 0^5 \\ \tilde{A} \oslash \tilde{B} &\approx (a \div b, (b \cdot \alpha + a \cdot \beta) \cdot b^{-2}), \text{ para } \tilde{A}, \tilde{B} > 0 \\ \lambda \odot \tilde{A} &= (\lambda \cdot a, |\lambda| \cdot \alpha) \\ \tilde{A}^{-1} &\approx (a^{-1}, a^{-2} \cdot \alpha), \text{ para } \tilde{A} > 0 \end{aligned}$$

Y, si representamos el resultado de cada operación algebraica como $\tilde{C}=(c, \gamma)$ y

$$\gamma = \frac{-\text{Lnc}_c}{k} \quad (392)$$

se verifica que:

	γ	$\frac{\text{Lnc}_c}{k}$	c_c
para $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$	$\alpha+\beta$	$\frac{-\text{Lnc}_A}{k} + \frac{-\text{Lnc}_B}{k}$	$c_A \cdot c_B$

5) Esta aproximación solamente es válida para valores pequeños de α y β . Para otros casos pueden obtenerse diferentes expresiones.

Aplicaciones

para $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$	$\alpha + \beta$	$\frac{-\text{Lnc}_A}{k} + \frac{-\text{Lnc}_B}{k}$	$c_A c_B$
para $\tilde{A} \odot \tilde{B}$	$b \cdot \alpha + a \cdot \beta$	$b \frac{-\text{Lnc}_A}{k} + a \frac{-\text{Lnc}_B}{k}$	$c_A^b c_B^a$
para $\tilde{A} \otimes \tilde{B}$	$(b \cdot \alpha + a \cdot \beta) \cdot b^{-2}$	$b \frac{-\text{Lnc}_A}{b^2 k} + a \frac{-\text{Lnc}_B}{b^2 k}$	$(c_A^b c_B^a)^{b^{-2}}$
para $\lambda \odot \tilde{A}$	$ \lambda \cdot \alpha$	$- \lambda \frac{\text{Lnc}_A}{k}$	$c_A^{ \lambda }$
para \tilde{A}^{-1}	$a^{-2} \cdot \alpha$	$\frac{-\text{Lnc}_A}{a^2 k}$	$c_A^{a^{-2}}$

Tabla XIX Operaciones Algebraicas

Finalmente, la dispersión de C puede interpretarse como el grado de incertidumbre u_c asociado y, por tanto, ser transformado de nuevo en un valor de confianza. Obsérvese que el valor de k no tiene ninguna influencia. Además, para sucesivos niveles de cálculo, las confianzas van decreciendo progresivamente. También pueden computarse operaciones no algebraicas si se efectúa una aproximación adecuada.

8.3.11 Integración de Confianzas

La idea es obtener la confianza final para cada variable a partir de todas las confianzas individuales y colectivas anteriores, por ejemplo:

$$\text{ICH}=0.3, \text{ICE}=1, \text{ICF}=1, \text{CCR}=0.8, \text{CCC}=(0.75 \text{ y } 0.2).$$

El experto o bien nuestra propia experiencia pueden ser la fuente de obtención de los tres métodos de integración siguientes.

Truncamiento

Para el caso de confianzas individuales, por ejemplo, se puede utilizar el operador intersección (norma triangular) entre la distribución de posibilidad (ICH) y la restricción (ICF).



Figura 8.14 Truncamiento

Aplicaciones

En el caso de que los valores *normales* de la variable se salgan del intervalo marcado por la restricción, la intersección entre la distribución y la restricción dará una confianza nula. Por ello, en el caso de sensores que habitualmente marcan mal es mejor poner más énfasis en su comportamiento colectivo que en el individual.

Inferencia Borrosa

En este caso, el conocimiento se expresa por medio de reglas:

*si la confianza individual es alta y la colectiva es baja
entonces la confianza final es media.*

Promedio de confianzas

Es posible también utilizar una fórmula de cara a promediar las confianzas. La fórmula que se utiliza es la siguiente:

$$c = \prod_j c_j^{\frac{c_j}{\sum_i c_i}} \quad (393)$$

La justificación puede encontrarse fácilmente en el uso de la metodología de integración explicada en 8.3.10 a través de la siguiente fórmula *ideal* para calcular el valor de la variable considerada:

$$valor = \frac{\sum_i c_i \cdot valor_i}{\sum_i c_i} \quad (394)$$

con $valor = valor_i \quad \forall i$. Nótese que la elección de una o varias de estas técnicas de integración dependerá del conocimiento que se tenga para cada de cada variable en particular.

8.4 Herramientas de Desarrollo

La idea final de esta Tesis es la construcción de una herramienta que permita construir y modelar se manera amigable sistemas borrosos y generar código para su funcionamiento en línea. La herramienta sirve tanto para la implementación de las estrategias de diseño de SCB descritas, como para construir otro tipo de aplicaciones de la lógica borrosa, como la validación de datos.

Dentro del proyecto MICS (Desarrollo de un Sistema Inteligente de Control y Optimización Basado en Modelos) la herramienta toma el nombre de FACT (Fuzzy Advanced Control Tool),

Aplicaciones

permitiendo introducir el conocimiento relativo a controladores borrosos e implementar técnicas como las del diseño automático de SCBs equivalentes a PID's o las medidas de calibración descritas en el capítulo correspondiente. En el marco del proyecto HINT, sin embargo, esta misma herramienta recibe el nombre de FFV-Tool [Matía 93g, 94b], y es utilizada para validación de datos.

8.4.1 El Proyecto MICS

MICS es un proyecto nacional financiado por la CICYT (proyecto ROB91-0059) cuyo objetivo es el desarrollo una metodología de control que integra en su conjunto las técnicas más novedosas como son:

- Control basado en el conocimiento, como aplicación de los sistemas expertos al control de procesos complejos.
- Simulación y modelado.
- Control en tiempo real.
- Reconciliación de datos estática y dinámica.
- Optimización de bucles de control y valores de consigna.

La necesidad de sistemas de estas características viene marcada por la existencia de campos de la industria donde la aplicación de un sistema de control clásico es claramente insuficiente, tanto por la complejidad intrínseca del proceso como por la cantidad de información generada por él. Esto se traduce en la necesidad de utilizar modelos del conocimiento práctico de los operadores del proceso junto con modelos del conocimiento técnico de la ingeniería.

Desde el punto de vista del desarrollo del software se ha diseñado un sistema abierto y reutilizable, construido sobre una arquitectura general. El sistema integra un conjunto de aplicaciones distribuidas en red, considerándose una descomposición según un criterio funcional. Para realizar cada una de las diversas estrategias de control se requiere una aplicación especializada dotada de una cierta autonomía, tanto en su construcción como en operación. El esquema de organización del conjunto se deriva de un modelo de pizarra, el cual se aprovecha la concurrencia de diversos especialistas para resolver un problema complejo. Se considera una centralización de la gestión de la información, en un modelo central, que consiste en una representación descompuesta y múltiple. Esto es debido a que deben satisfacerse necesidades de información variada y a diferentes niveles de abstracción.

La integración de las aplicaciones en el sistema se realiza a través del modelo central, permitiendo la arquitectura la construcción de aplicaciones según un esquema cliente-servidor. Las comunicaciones se organizan jerárquicamente de manera que se facilite la programación de las aplicaciones y se oculte la gestión de los datos a bajo nivel. Cada aplicación dispone de dos canales de comunicación, uno para el acceso a servicios y otro para el control de su funcionamiento.

Aplicaciones

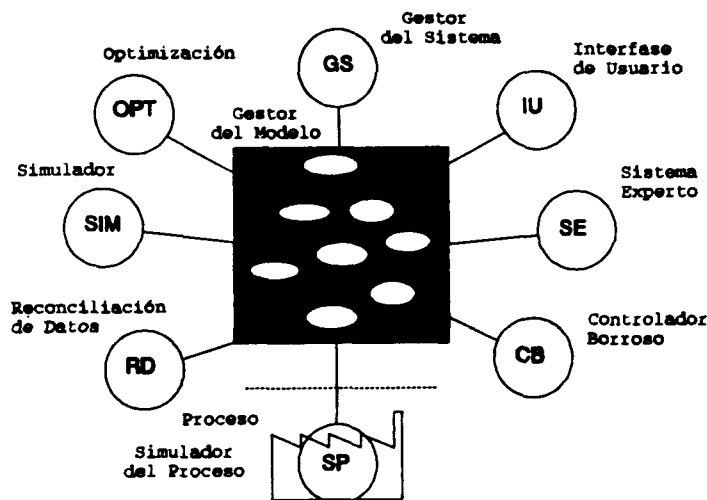


Figura 8.15 Unidades Funcionales del Sistema MICS

Las aplicaciones básicas son el gestor del sistema, los gestores locales de las comunicaciones y el gestor del modelo como centralizador de datos. El resto de las aplicaciones del sistema constituyen aplicaciones específicas para la resolución de tareas para el control de la planta.

Las principales aplicaciones específicas del sistema son:

- *Librería de comunicaciones*: se utiliza un modelo cliente-servidor y está disponible para sistemas basados en Unix de Sun y VMS de DIGITAL.
- (GS) *Gestor del Sistema*: su función es el control y monitorización de la actividad de las aplicaciones que forman el sistema.
- (GM) *Gestor del Modelo*: su función es el mantenimiento de la representación central del conocimiento y el servicio de comunicación de datos a las aplicaciones.
- (SP) *Simulador del Proceso*: se utiliza en la fase de diseño y configuración de las aplicaciones para emular el comportamiento de una planta de fabricación de cemento. Se pueden introducir perturbaciones y errores para emular fallos o anomalías en la planta para probar las prestaciones del control. Para la realización de esta aplicación se ha empleado la herramienta SpeedUp.
- (SE) *Sistema Experto*: implementa reglas y procedimientos de control del experto humano de forma automática. Se utiliza un modelo de la experiencia de los operadores. Para la realización de esta aplicación se ha empleado la herramienta G2.
- (CB) *Control Borroso*: se integran bucles de regulación de la presión bajo parrillas del enfriador del horno. Las consignas de los bucles son mantenidas por el sistema experto. La configuración y ajuste de los controladores se lleva a cabo con una herramienta específica desarrollada en el marco de esta Tesis, y que se describirá en los apartados siguientes.

Aplicaciones

- (RD y OPT) *Reconciliación de Datos y Optimización*: su objetivo es mejorar los datos medidos del proceso y reajustar la estrategia de actuación conforme a unas restricciones de operación prefijadas.
- (IU) *Interfase de Usuario*: permite la visualización de la situación de la planta y la interacción de los operadores para controlar el sistema. Se pueden arrancar múltiples interfases en distintos nodos de la red. Se ha programado sobre OSF/MOTIF y se ha utilizado la herramienta X Designer.

La arquitectura elaborada es de propósito general, no dependiendo del dominio de aplicación. Es interesante su utilización en la industria de procesos continuos complejos, que requieren la integración de diferentes metodologías para la resolución de los problemas del control, tales como la industria del cemento, química y petroquímica. El prototipo disponible se ha construido para el control y supervisión de un proceso de fabricación de cemento. Sin embargo, podría configurarse para otras aplicaciones específicas.

Las aplicaciones básicas y librerías genéricas de la arquitectura permiten construir un sistema distribuido sobre una red de estaciones de trabajo de diferentes fabricantes. Este esquema de sistema abierto facilita la elección de la máquina más adecuada a los requerimientos de aplicaciones concretas.

8.4.2 La Herramienta

Dentro de los proyectos HINT y MICS se ha desarrollado un módulo específico para validación de datos y control borroso, respectivamente. Éste consiste en una herramienta para construir módulos integrables en el sistema global, bien de cara a asignar valores de confianza, bien a generar acciones de control. Este módulo en línea utiliza datos y conocimiento de planta.

Hoy en día son varias la herramientas existentes en el mercado para implementar sistemas borrosos. Con algunas de ellas es posible definir la estructura global del sistema, incluyendo reglas y funciones de pertenencia. Lo habitual es que sean orientadas a objeto, entornos de desarrollo basados en lógica borrosa que permitan diseñar las entradas, salidas, procesar objetos, crear funciones de pertenencia definidas por el usuario y editar las reglas. En otros casos, por medio de un analizador sintáctico específico, es posible compilar una descripción del sistema y generar código C portable. Herramientas como estas corren habitualmente en PCs, Macintosh, y estaciones de trabajo populares como Sun y HP-Apollo, pero sus principales desventajas son la generación de una base de conocimiento compilada y sus características orientadas al programador de lenguajes.

Por el contrario, la herramienta que se presenta a continuación ofrece la posibilidad de modificar el conocimiento en tiempo real y es orientada al experto. Los requerimientos *software* para su funcionamiento son muy escasos. Las herramientas y lenguajes de programación que se han empleado son herramientas basadas en el estándar de UNIX. El lenguaje en el que se ha desarrollado el código fuente es C.

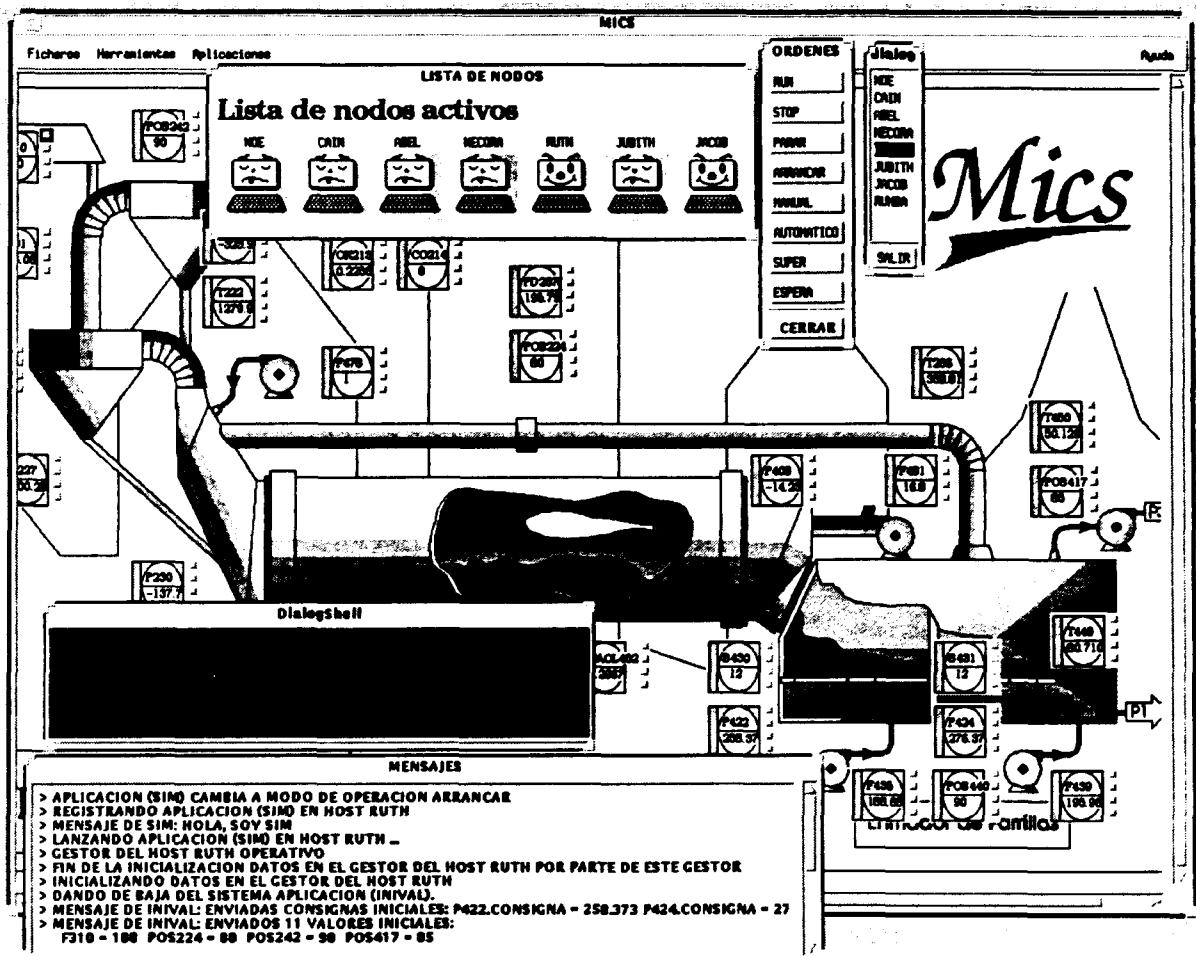


Figura 8.16 Interfase de Usuario de MICS

8.4.3 La Arquitectura

El paquete de programas que constituyen la herramienta facilitan a la persona encargada de desarrollar el sistema métodos para construir módulos específicos en línea. Estos pueden integrarse en el sistema completo, para llevar a cabo las tareas de validación o de control.

La estructura en tiempo real de los componentes de la herramienta aparecen reflejados en la Figura 8.17. El Módulo se integra en la arquitectura HINT o MICS a través de la pizarra [Englemore 88, Nii 86, Sanz 92, Voss 88]. La Herramienta de Acceso es un proceso independiente que sólo interacciona con el módulo. Además existe una herramienta gráfica de desarrollo, el Shell, para construir el módulo de tiempo real.

Se ha dedicado un gran esfuerzo para conseguir los siguientes objetivos:

- funcionalidad (suministrar los servicios requeridos)
- estructura (procedimiento de instalación sencillo)

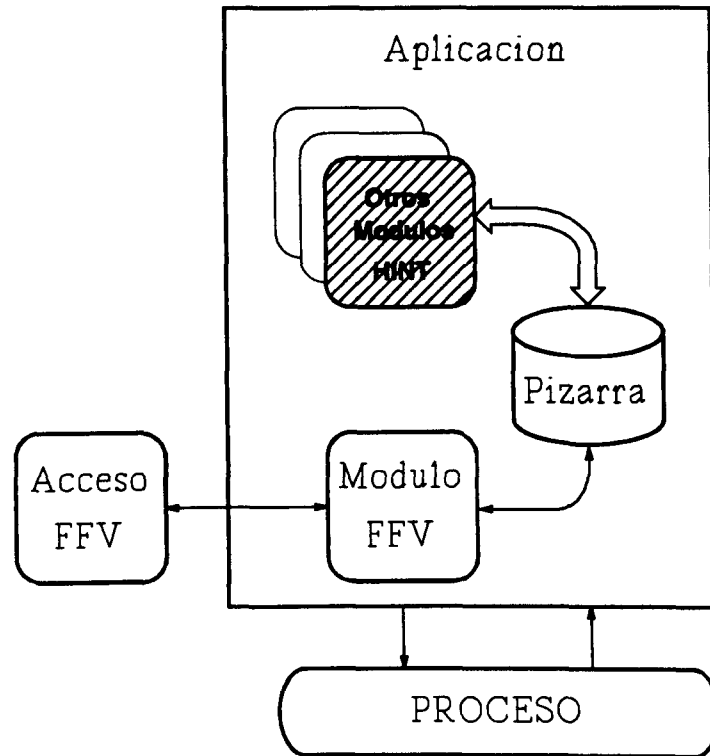


Figura 8.17 Estructura de la Herramienta

- flexibilidad (adaptación a diferentes arquitecturas de tiempo real)
- portabilidad (sistemas operativos UNIX y VMS)
- aspecto (entorno amigable)
- eficiencia (utilizando todos los recursos del lenguaje C en la medida de lo posible, y buscando velocidad y bajo tiempo de cómputo).

Sus componentes *software* son:

- Módulo en línea.
- Shell.
- Herramienta de Acceso.
- Bases de Conocimiento.

La estructura en tiempo real y la relación entre cada una de estas partes es la reflejada en la Figura 8.18.

8.4.4 El Módulo en Línea

El producto final a ser integrado con el sistema completo es el módulo que se compone de los siguientes componentes:

- Control de Acceso a la Pizarra: es el mecanismo de integración con la arquitectura. A

Aplicaciones

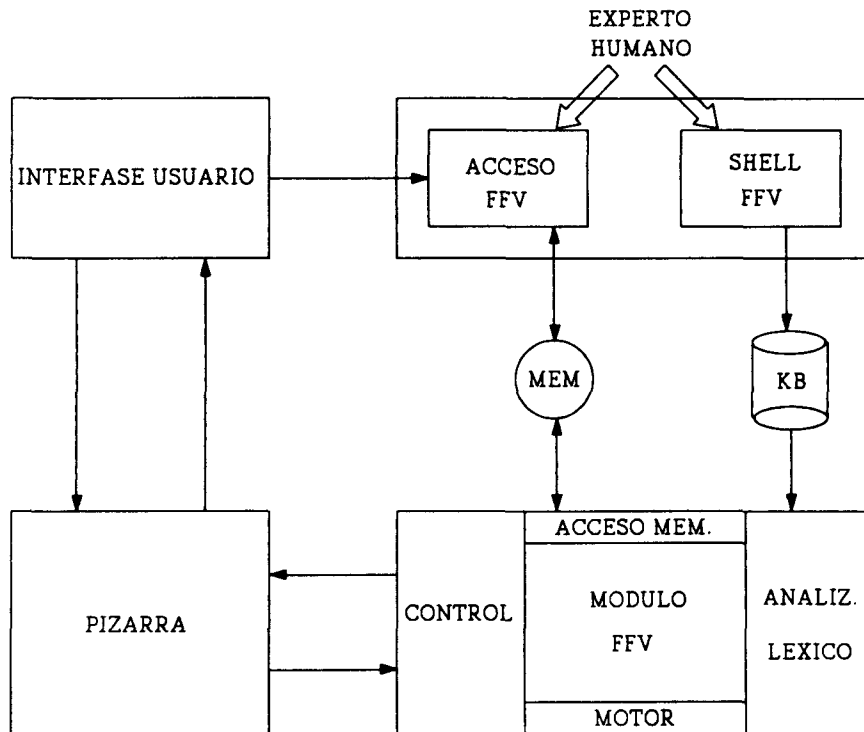


Figura 8.18 Estructura en Tiempo Real

través de este elemento el módulo accede a los datos en la pizarra.

- **Motor de Inferencia Borroso:** implementa los algoritmos de validación. Se basa en conocimiento específico almacenado en las bases de conocimiento.
- **Acceso Local a Memoria Compartida:** su misión es servir de interfase con la memoria de datos del módulo para la herramienta de acceso.
- **Núcleo del Módulo:** su función principal es la activación de los elementos del módulo de cara a llevar a cabo las funciones de cálculo previstas.
- **Analizador léxico:** Carga/Descarga las bases de conocimiento, verificando la correcta sintaxis de las mismas e interpretando su contenido.
- **Código a Medida:** generado por el Shell.

En términos generales, este módulo puede ser ejecutado cuando varía el valor de una o más variables medidas o calculadas. Cuando esto ocurre, el módulo obtiene de la pizarra la información que necesita para llevar a cabo las siguientes tareas:

- En el caso de validación de datos:

Aplicaciones

- Cálculo de confianzas individuales.
 - Cálculo de confianzas colectivas.
 - Integración de valores de confianza.
 - Abstracción de valores numéricos.
 - Generación de informes históricos de sensores.
- En el caso de control:
 - Cálculo de las acciones de control.

La información que se intercambia con la pizarra es la siguiente:

- En el caso de validación de datos:
 - Valor.
 - Confianza.
- En el caso de control:
 - Consigna y Valor.
 - Acción de Control.

8.4.5 El Shell

Se trata de un módulo fuera de línea que permite al experto humano introducir fácilmente su conocimiento utilizando un ratón y un entorno gráfico. Con este conocimiento, el Shell construye las bases de conocimiento de tiempo real y genera código a medida para la aplicación. Es en esencia de un editor de bases de conocimiento y de un generador de código C.

El Shell proporciona mecanismos para definir variables, valores borrosos, reglas, restricciones, grupos de variables, etc. Es una herramienta gráfica basada en sistemas de visualización estándar (OSF/MOTIF) y utiliza una gran variedad de recursos de cara a lograr flexibilidad y productividad. La potencia del entorno de ventanas reside en el hecho de presentar con claridad y de manera intuitiva la información al usuario. Una vez que se han aprendido las bases de utilización del Shell, ya no es necesario estudiar ningún detalle particular adicional, puesto que toda la herramienta se ha desarrollado siguiendo la misma filosofía.

El Shell permite:

- La existencia de usuarios con diferentes niveles de acceso
 - Modo administrador: puede efectuar cualquier operación, incluso configurar parámetros internos. Puede editar variables, reglas y gestionar usuarios.
 - Modo ingeniero: puede editar variables y reglas pero no gestionar usuarios.
 - Modo experto: puede visualizar variables y editar reglas.

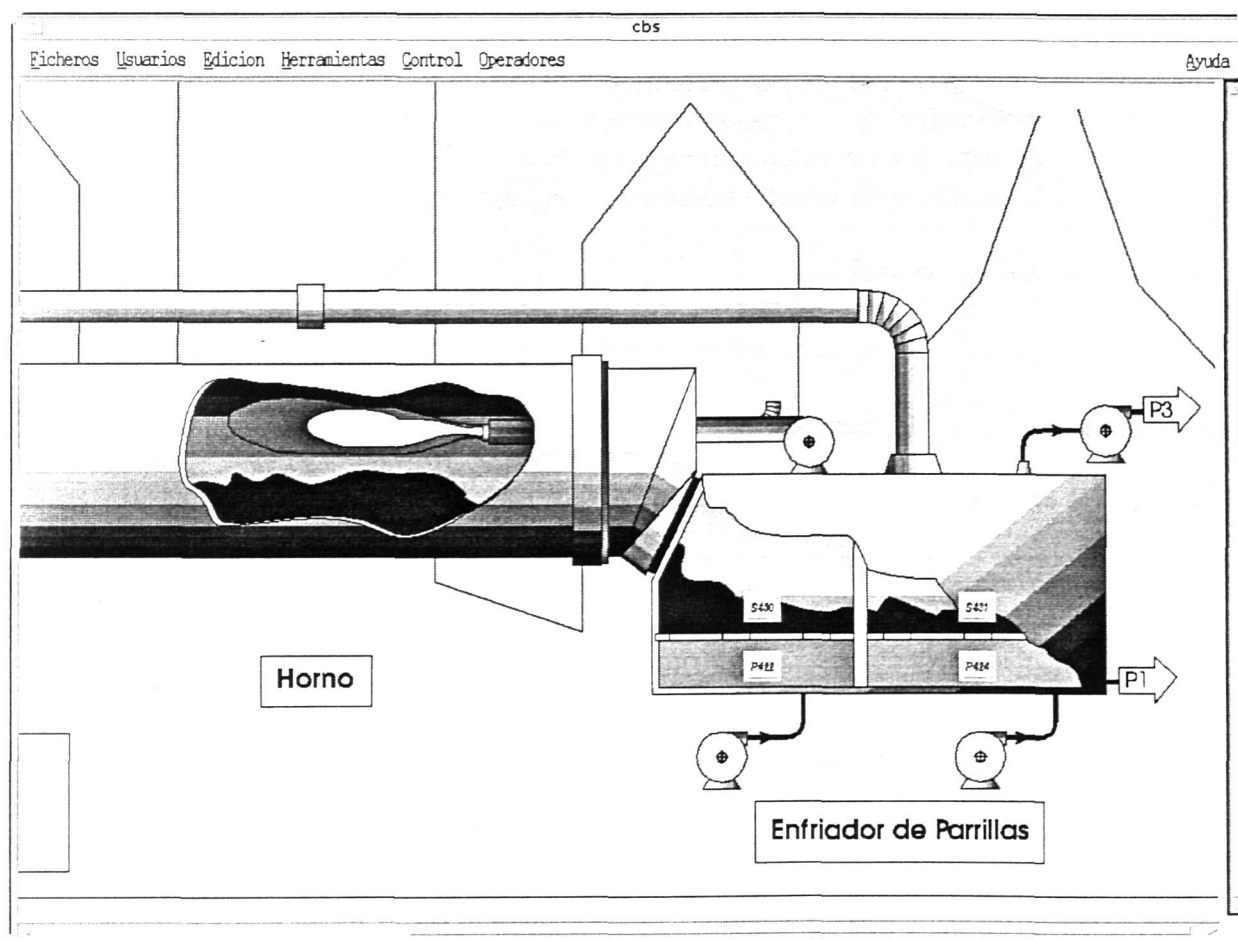


Figura 8.19 Aspecto del Shell

- Modo Editor: puede visualizar variables y reglas, pero no editarlas.
- Acceso nulo: un usuario no identificado no puede efectuar ninguna operación.
- La edición de bases de conocimiento (variables, grupos de reglas, etc).
- Utilización de un portapapeles interno.
- Definir a voluntad los operadores lógicos AND, OR y el método de desborrosificación.

8.4.5.1. Introducción a la Herramienta

Para poder introducirse en la herramienta es necesario identificarse como usuario (Figura 8.20). Para ello se selecciona la opción *Usuario* del menú de *Usuarios* y se introduce el nombre y la contraseña (*password*). Existe por defecto un superusuario con nivel de acceso 255.

Para abandonar la herramienta basta con seleccionar la opción *Salir* del menú de *Ficheros*.

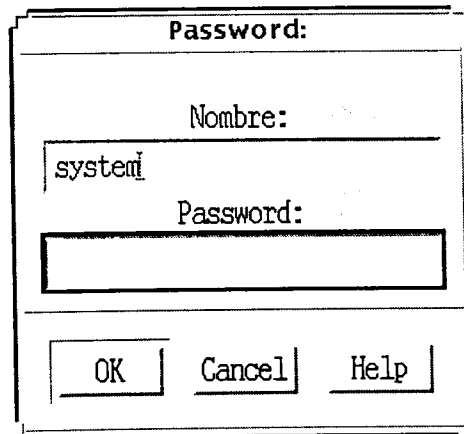


Figura 8.20 Identificación del Usuario

8.4.5.2. Gestión de Usuarios

La gestión de altas y bajas de usuarios de la aplicación sólo puede efectuarla el superusuario. El registro de un nuevo usuario se lleva a cabo introduciendo su nombre, contraseña y nivel de acceso (de 0 a 255) en la opción *Nuevo Usuario* del menú de *Usuarios*. Esta información se almacena en un fichero de datos codificado. Para eliminar un usuario se procede de forma similar, introduciendo su nombre en la opción *Borrar Usuario* del menú de *Usuarios*.

8.4.5.3. Gestión de Bases de Conocimiento

El menú de *Ficheros* permite al usuario crear, cargar y salvar bases de conocimiento. Para crear una nueva base de conocimiento, se selecciona la opción *Crear* y se comienza a introducir la información sobre variables y grupos de reglas tal y como se explicará posteriormente (ver apartados 8.4.5.4). Seleccionando la opción *Cargar*, aparece un gestor de ficheros (Figura 8.21) que permite seleccionar del disco la base de conocimiento deseada, pudiéndose utilizar filtros de ficheros, por ejemplo, `"/home/hint/*.fkb"`.

Cuando se finaliza la construcción de una base de conocimiento es posible salvarla en un fichero en disco, seleccionando la opción *Salvar* del menú de *Ficheros*. También se dispone de un gestor de ficheros como el anterior, siendo posible sobrescribir una base de conocimiento antigua, si así se desea.

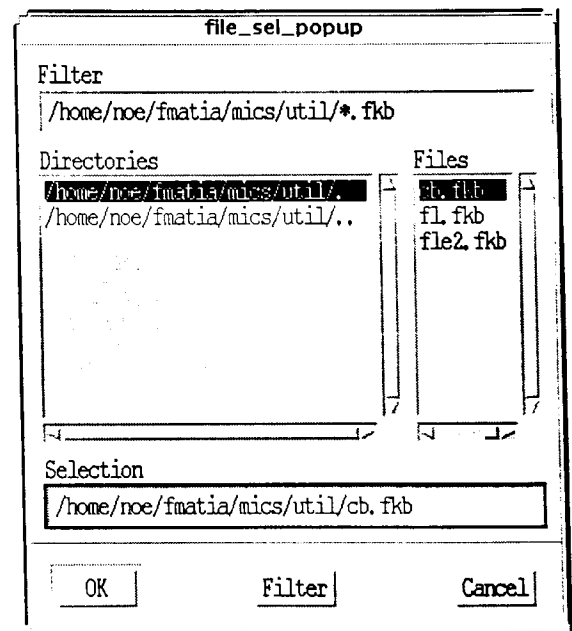


Figura 8.21 Selección de Bases de Conocimiento

8.4.5.4. Edición de Variables

El menú de herramientas permite trabajar con variables, grupos de reglas y restricciones. Seleccionando *Variables* del menú de *Herramientas*, aparece la lista de variables definidas hasta el momento. Para crear una nueva variable, debe seleccionarse el campo "Otra_variable" de la lista de variables.

Se puede completar el nombre de la variable (Figura 8.22) y, en el caso de estar utilizando la aplicación para validación de datos, seleccionar si se desea o no caducidad para la confianza. En caso afirmativo, es posible rellenar los campos con los parámetros de la función exponencial: retardo, constante de tiempo y valor residual. El botón de abstracción permite indicar si se desea que el módulo en línea suministre un valor cualitativo a la pizarra, de acuerdo con los conjuntos borrosos que se definan para el Valor de esta variable.

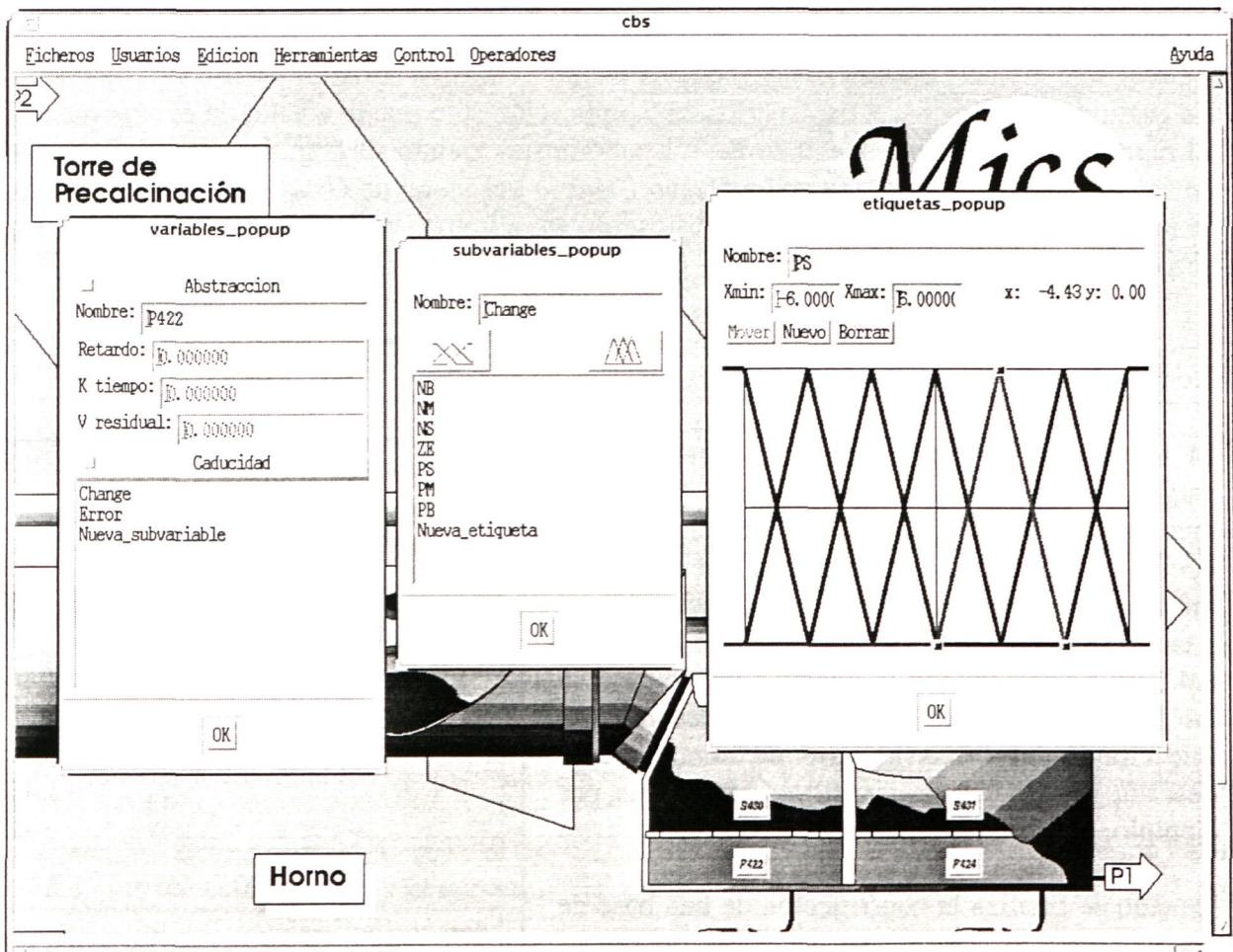


Figura 8.22 Edición de Variables

Una variable puede tener varias subvariables o campos. Así por ejemplo, *Error* y *Change* pueden ser las subvariables de la variable presión P422. Es posible añadir una nueva subvariable, seleccionando el campo "Nueva_subvariable". Al seleccionar una subvariable, aparece una nueva ventana con una lista de etiquetas lingüísticas correspondientes a los conjuntos borrosos definidos para esta subvariable.

Aplicaciones

En el caso de que se trate de una subvariable de nueva creación, es posible seleccionar uno de los dos botones de juegos de funciones de pertenencia. Con ello aparece la ventana de creación de funciones de pertenencia (Figura 8.23). Se deben rellenar el rango correspondiente al universo de discurso y el número de etiquetas que se desean. Utilizando la opción *Nombre Automático*, la herramienta les asignará nombres de manera automática. Se puede utilizar la opción *Agregar* para añadir nuevas etiquetas a un juego ya existente.

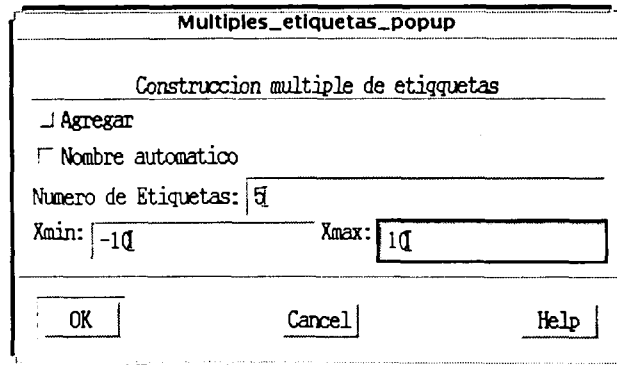


Figura 8.23 Construcción Automática de Etiquetas

Efectuando un doble *click* con el ratón sobre el nombre de cualquier etiqueta aparecerá la ventana de edición de funciones de pertenencia (Figura 8.24). En ella se muestran el nombre de la etiqueta, su universo de discurso y las coordenadas con la posición del ratón. También existe una zona de dibujo mostrando un gráfico con las funciones de pertenencia para esta subvariable. La función de pertenencia seleccionada aparece resaltada en rojo. Ésta puede ser editada moviendo sus vértices con el ratón. Para ello se debe seleccionar el botón con la opción *Mover*, seleccionar un vértice y moverlo. Como ayuda se dispone de las coordenadas de posición del ratón ya comentadas.

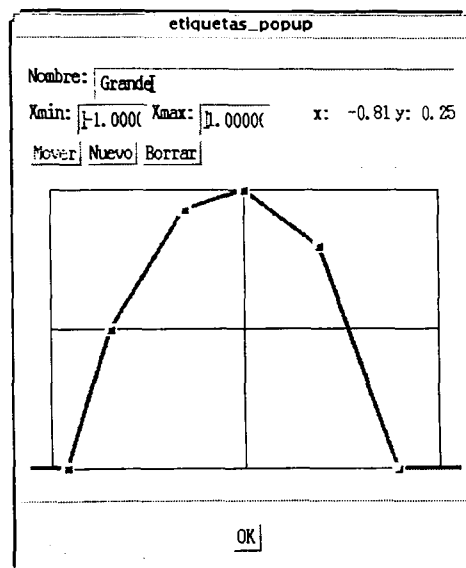


Figura 8.24 Edición de Funciones de Pertenencia

Es posible añadir nuevos vértices para construir una función de pertenencia más compleja.

Aplicaciones

Ello se consigue seleccionando el botón *Nuevo* y la posición deseada. Análogamente se pueden eliminar vértices pulsando el botón *Borrar* y el vértice deseado.

8.4.5.5. Edición de Grupos de Reglas

Los grupos de reglas pueden editarse seleccionando la opción *Grupos* del menú de *Herramientas*. Puede elegirse un grupo ya existente o crear uno nuevo: *Otro_grupo*. Aparece entonces la ventana de selección de reglas (Figura 8.25). Se puede editar el nombre del grupo o una regla, seleccionándola con el ratón. Para crear una regla nueva, se elige *Otra_regla* en la lista de reglas.

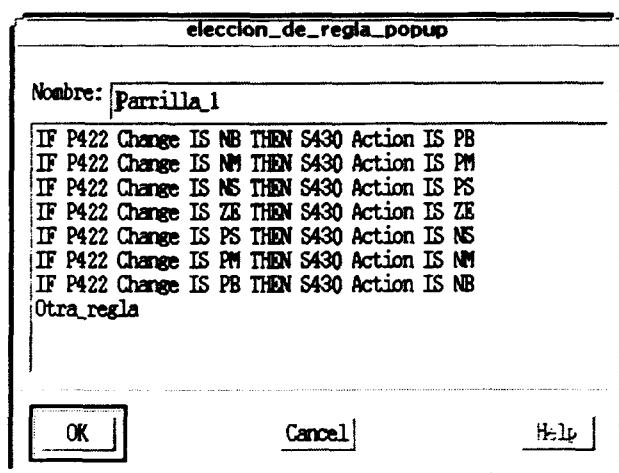


Figura 8.25 Selección de Reglas

La ventana de edición de reglas tiene el aspecto que se muestra en la Figura 8.26. Las reglas pueden ser de tipo *IF* o de tipo *SET*. El formato de cada una de ellas es:

```
IF P422 Change IS NB THEN S430 Action IS PB
SET P424 Confidence = P424 Value IS Normal
```

El primer caso corresponde al formato tradicional de regla. El segundo permite asignar directamente el resultado de la evaluación lógica de las premisas al campo de una variable. Esto es especialmente útil como método alternativo cuando se trabaja en validación de datos.

Las premisas admiten el operador de negación simplemente con seleccionar *IS* o *IS NOT* en el botón correspondiente. Para cada premisa existen tres botones: uno para la variable, otro para la subvariable y otro para la etiqueta lingüística. Pulsando sobre ellos aparece la lista de variables definidas hasta el momento, la lista de subvariables para la variable seleccionada, o la lista de etiquetas para la subvariable seleccionada, respectivamente. Los botones *Anterior* y *Siguiente* permiten moverse entre las diferentes premisas de una regla. El botón *Borrar* elimina la regla que se está editando.

Aplicaciones

selecreglas_popup

^ IF
SET

Anterior Siguiente
Borrar
P422 Change ^ IS PS
IS NOT

Anterior Siguiente
Borrar
AND S430 Action IS NS

IF P422 Change IS PS
THEN S430 Action IS NS

OK

Figura 8.26 Edición de Reglas

8.4.5.6. Edición de Restricciones

Esta opción está disponible sólo en el caso de validación de datos, no teniendo sentido para el caso de control. Para ello se debe seleccionar la opción *Restricciones* del menú de *Herramientas*. Aparece entonces la ventana de restricciones en la que es posible seleccionar una existente o crear una nueva (*Otra_restriccion*) y editar la restricción. Esta ventana muestra la lista completa de pares (variable, subvariable) que intervienen en la restricción y el nombre de la misma (Figura 8.27).

Para añadir una nueva pareja, basta con pulsar sobre *Otro_parametro*, apareciendo entonces la lista de variables entre las que es posible elegir. Para editar una pareja ya existente basta con seleccionarla. La subvariable puede modificarse pulsando con el ratón sobre la lista de subvariables que aparece para la variable en cuestión.

Restricciones_popup

Nombre: Balance_Carga

FC0004_PV Value
FC0002_PV Value
FI0960_PV Value
Otro parametro

Cancelar Borrar

Figura 8.27 Edición de Restricciones

El nombre de la restricción debe coincidir con el de una función C que haya sido escrita en un fichero fuente reservado para tal efecto.

8.4.5.7. Gestión del Portapapeles

El menú *Editar* incluye una serie de opciones que permiten una más cómoda edición de objetos (variables, subvariables, etiquetas y grupos de reglas) a través del portapapeles interno de la herramienta.

La opción *Copiar* permite marcar un objeto e introducirlo en el *buffer* temporal del portapapeles. Esto permitirá posteriormente pegarlo en otro objeto. La opción *Cortar* efectúa un traslado del objeto seleccionado al portapapeles, con lo cual puede ser utilizada para eliminar objetos ya definidos, y para ser pegados posteriormente en otros objetos. La opción *Pegar* permite volcar el contenido del portapapeles en otro objeto del mismo tipo, previamente rellenado con las opciones *Copiar* o *Cortar*.

8.4.5.8. Selección de Operadores Lógicos

Desde el menú de *Operadores* es posible elegir entre varios tipos de operadores AND, OR y métodos de desborrosificación que serán utilizadas posteriormente por el módulo en línea. Las opciones disponibles son:

Operador Logico AND	
^ Zadeh :	$\min(v(A), v(B))$
√ Probabilístico:	$v(A) \cdot v(B)$
√ Lukasiewicz :	$\max(v(A)+v(B)-1, 0)$
√ Otros :	$v(A)v(B) / (v(A)+v(B)-v(A)v(B))$

Figura 8.28 Selección del Operador AND

- operador AND: Zadeh, Probabilístico, Lukasiewicz, otros
- operador OR: Zadeh, Probabilístico, Lukasiewicz, otros
- método de desborrosificación: centro de gravedad o media de máximos.

8.4.5.9. Servicios de Control

La herramienta FACT permite introducir el conocimiento relativo a controladores borrosos e implementar técnicas como las del diseño automático de SCBs equivalentes a PIDs descritas en el capítulo correspondiente. Seleccionando la opción Control del menú principal, aparece la ventana que permite diseñar SCBs lineales (Figura 8.29).

En ella es posible introducir el nombre del grupo de reglas que definen el regulador, las variables de entrada y salida que se utilizarán en las reglas y los parámetros del PID equivalente. Como mínimo es necesario introducir los datos correspondientes a un regulador proporcional: ganancia, número de etiquetas lingüísticas que se desean y universo de discurso. Los parámetros correspondientes a las partes integral y diferencial son opcionales. Pulsando el botón OK, se calculan automáticamente todos los parámetros que faltan, y se generan las

Aplicaciones

funciones de pertenencia necesarias y las reglas de control.

Configurar PID	
Nombre del grupo	Parrilla_II
Entrada	Salida
Proporcional	
Ganancia:	10.5
Num. etiquetas:	7
Rango:	
Min:	-6
Max:	6
Integral	
Cte. Integral:	1
Num. etiquetas:	1
Diferencial	
Cte. Diferencial:	1
Num. etiquetas:	1
OK	Cancel

Figura 8.29 Construcción de un SCB Lineal

Con esta opción se pueden diseñar, por ejemplo, los controladores vistos en el ejemplo de la aplicación industrial CONEX del capítulo anterior, pero esta vez de manera automática y sin necesidad de efectuar ningún cálculo sobre el papel. También se está implementando en la actualidad una opción para la calibración de los grupos de reglas, atendiendo a las medidas de calibración presentadas en el capítulo de ajuste.

8.4.6 La Herramienta de Acceso

El propio shell sirve como herramienta de acceso cuando al arrancarlo ya está funcionando el módulo en línea. En este caso no es necesario cargar una base de conocimiento, dado que automáticamente se entra editando la que está siendo utilizada por el módulo.

Permite generar informes de históricos de sensores y modificar en tiempo real partes específicas de la base de conocimiento. Además es utilizada por el ingeniero de proceso/control para obtener información sobre el funcionamiento del módulo en línea, permitiendo monitorizarlo. Puede suministrarse de tres formas:

- Integrado con el Shell.

Aplicaciones

- Integrado en la interfase de usuario del sistema completo [Nordin 93].
- Como una herramienta separada.

8.4.7 Bases de Conocimiento

El conocimiento se almacena en un fichero con la definición de variables, reglas y restricciones a utilizar para una planta específica. Un ejemplo de base de conocimiento es la siguiente:

```
KB Parrillas

VAR P422
  USE
    Change
    Error
  ENDUSE
  SETS Change
    NB ( -6.00, 1.00 ), ( -4.00, 0.00 )
    NM ( -6.00, 0.00 ), ( -4.00, 1.00 ), ( -2.00, 0.00 )
    NS ( -4.00, 0.00 ), ( -2.00, 1.00 ), ( 0.00, 0.00 )
    ZE ( -2.00, 0.00 ), ( 0.00, 1.00 ), ( 2.00, 0.00 )
    PS ( 0.00, 0.00 ), ( 2.00, 1.00 ), ( 4.00, 0.00 )
    PM ( 2.00, 0.00 ), ( 4.00, 1.00 ), ( 6.00, 0.00 )
    PB ( 4.00, 0.00 ), ( 6.00, 1.00 )
  ENDSETS
ENDVAR

VAR P424
  USE
    Change
    Error
  ENDUSE
  SETS Change
    NB ( -6.00, 1.00 ), ( -4.00, 0.00 )
    NM ( -6.00, 0.00 ), ( -4.00, 1.00 ), ( -2.00, 0.00 )
    NS ( -4.00, 0.00 ), ( -2.00, 1.00 ), ( 0.00, 0.00 )
    ZE ( -2.00, 0.00 ), ( 0.00, 1.00 ), ( 2.00, 0.00 )
    PS ( 0.00, 0.00 ), ( 2.00, 1.00 ), ( 4.00, 0.00 )
    PM ( 2.00, 0.00 ), ( 4.00, 1.00 ), ( 6.00, 0.00 )
    PB ( 4.00, 0.00 ), ( 6.00, 1.00 )
  ENDSETS
ENDVAR

VAR S430
  USE
    Action
  ENDUSE
  SETS Action
    NB ( -3.00, 1.00 ), ( -2.00, 0.00 )
    NM ( -3.00, 0.00 ), ( -2.00, 1.00 ), ( -1.00, 0.00 )
    NS ( -2.00, 0.00 ), ( -1.00, 1.00 ), ( 0.00, 0.00 )
    ZE ( -1.00, 0.00 ), ( 0.00, 1.00 ), ( 1.00, 0.00 )
    PS ( 0.00, 0.00 ), ( 1.00, 1.00 ), ( 2.00, 0.00 )
    PM ( 1.00, 0.00 ), ( 2.00, 1.00 ), ( 3.00, 0.00 )
```


Aplicaciones

```
PB ( 2.00, 0.00 ), ( 3.00, 1.00 )
ENDSETS
ENDVAR

VAR S431
USE
  Action
ENDUSE
SETS Action
  NB ( -3.00, 1.00 ), ( -2.00, 0.00 )
  NM ( -3.00, 0.00 ), ( -2.00, 1.00 ), ( -1.00, 0.00 )
  NS ( -2.00, 0.00 ), ( -1.00, 1.00 ), ( 0.00, 0.00 )
  ZE ( -1.00, 0.00 ), ( 0.00, 1.00 ), ( 1.00, 0.00 )
  PS ( 0.00, 0.00 ), ( 1.00, 1.00 ), ( 2.00, 0.00 )
  PM ( 1.00, 0.00 ), ( 2.00, 1.00 ), ( 3.00, 0.00 )
  PB ( 2.00, 0.00 ), ( 3.00, 1.00 )
ENDSETS
ENDVAR

GROUP Parrilla_1
VARS
  P422
  S430
ENDVARS
  IF P422 Change IS NB THEN S430 Action IS PB
  IF P422 Change IS NM THEN S430 Action IS PM
  IF P422 Change IS NS THEN S430 Action IS PS
  IF P422 Change IS ZE THEN S430 Action IS ZE
  IF P422 Change IS PS THEN S430 Action IS NS
  IF P422 Change IS PM THEN S430 Action IS NM
  IF P422 Change IS PB THEN S430 Action IS NB
ENDGROUP

GROUP Parrilla_2
VARS
  P424
  S431
ENDVARS
  IF P424 Change IS NB THEN S431 Action IS PB
  IF P424 Change IS NM THEN S431 Action IS PM
  IF P424 Change IS NS THEN S431 Action IS PS
  IF P424 Change IS ZE THEN S431 Action IS ZE
  IF P424 Change IS PS THEN S431 Action IS NS
  IF P424 Change IS PM THEN S431 Action IS NM
  IF P424 Change IS PB THEN S431 Action IS NB
ENDGROUP

ENDKBB
```

En este ejemplo, como puede observarse se han diseñado dos bucles de control para las parrillas del enfriador de clinker. Uno regula la velocidad S430 de la primera parrilla en función de la presión P422. El otro actúa sobre la velocidad S431 de la segunda parrilla, tomando como entrada la presión P424.

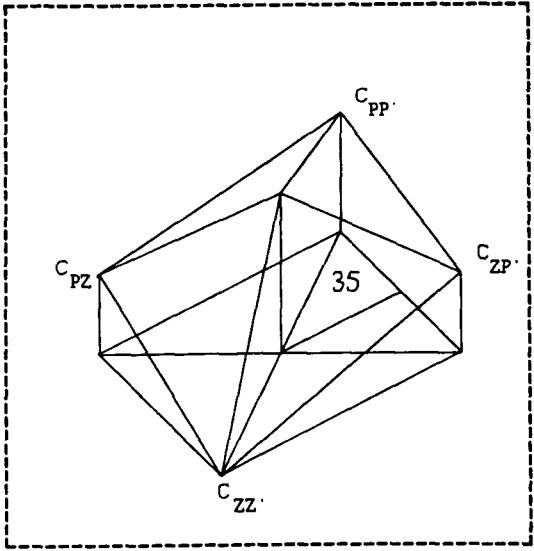
8.5 Conclusión

En este capítulo se han mostrado, en primer lugar, dos aplicaciones de la lógica borrosa: una a control de procesos y otra a validación de datos. La experiencia obtenida en la primera aplicación permitió llegar a la conclusión de que, dado que los resultados en control borroso eran satisfactorios, era necesario desarrollar una herramienta de propósito general para la configuración de sistemas borrosos. Además, fue extremadamente útil de cara a probar en una planta industrial algunos de las técnicas de diseño de controladores borrosos propuestas en esta Tesis.

El proyecto HINT permite tratar el tema de la validación de datos utilizando una técnica totalmente innovadora, si se tiene en cuenta la práctica inexistencia de trabajos sobre la aplicación de la lógica borrosa en este campo. De esta forma, y partiendo de los escasos trabajos existentes [Aguilar 92, 93] se desarrolla una metodología más completa y genérica.

Por último, se ha desarrollado lo que podría considerarse un primer prototipo de herramienta para el análisis y diseño de SCBs. Si bien la etapa de configuración de un sistema borroso queda cubierta con la herramienta, se propone como continuación de este trabajo la implementación de las técnicas de análisis dinámico y diseño propuestas en los capítulos 6 y 7 de esta Tesis.

Aplicaciones



9

CONCLUSIÓN

The diagram shows a dodecahedron with four vertices labeled C_{PP} , C_{PZ} , C_{ZP} , and C_{ZZ} . A central number 35 is present within the structure. The entire diagram is enclosed in a dashed rectangular border.

«Tras un año de investigación, uno cae en la cuenta de que podía haberse hecho en una semana»

Bragg, Sir W.Henry

«La verdad de todo gran científico pasa por tres etapas: primero, la gente dice que va contra la Biblia; después afirman que ya estaba descubierta; por último, reconocen que siempre habían creído en ella»

Agassiz

«Tomorrow is the most important thing in life»

John Wayne

Las reticencias de determinados sectores hacia los temas relacionados con la tecnología basada en lógica borrosa han hecho que, salvo en el caso de Japón, los investigadores interesados en el tema, hasta hace poco tuvieran muy pocos incentivos para continuar su labor en un campo tan interesante como es éste. Como dato significativo, indicar que en Europa y en E.E.U.U. existían hasta hace unos años la décima parte de investigadores dedicados a este tema que en Japón.

La explicación que se puede dar es la ya habitual en estos casos: un pensamiento anclado en la tradición, que ve en la lógica borrosa un choque frontal con la clásica. Esta idea la expresa mucho mejor el propio Zadeh: *Lo borroso empieza allí donde la lógica occidental acaba.*

Sin embargo, esta situación va cambiando paulatinamente, encontrándonos actualmente con que en España ya existen grupos que pueden considerarse punteros en este campo de investigación. Como muestra de este auge, puede destacarse la creación en 1991 de la *Asociación Española de Tecnologías y Lógica Fuzzy*, con sede en Granada.

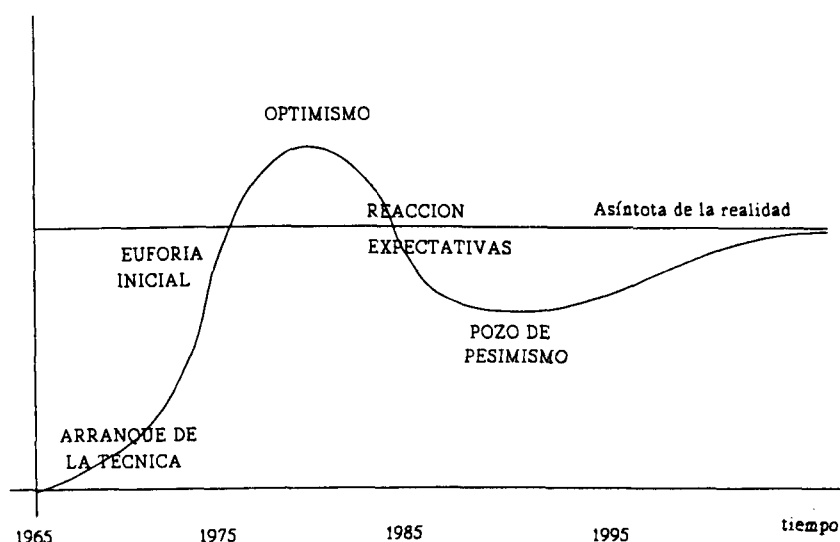


Figura 9.1 Evolución de la Tecnología

En la Figura 9.1 se muestra un gráfico con la evolución habitual de las tecnologías, aplicable también al caso del control borroso. Tras un arranque lento y con amplios rechazos por parte de la comunidad científica en sus comienzos⁶, se pasa a una fase de euforia inicial que

6) Como diría Zadeh en 1971 tras una conversación con Murray Eden, editor de la revista "Information and Control", 27 años después de que le enviara su artículo "Fuzzy Sets" para ser publicado: "Me confirmó lo que yo ya sospechaba: que publicaron mi artículo sólo porque era miembro del comité editorial, no por el interés de su contenido" [McNeill 93].

Conclusión

desemboca en una etapa de optimismo, cargada de gran número de avances y aplicaciones a control (Mamdani y Sugeno, años 80). Posteriormente, una toma de contacto con la realidad hace poner a los investigadores los pies en el suelo, haciéndoles ver que ésta (como ocurre con todas) es una técnica que no resuelve TODOS los problemas. De hecho, se profundiza en tantas direcciones, intentando aplicar la lógica borrosa a tantos campos, que muchas de ellas no encuentran salida. Así pues, tras una etapa de titubeos, se entra en un pozo de decadencia durante el cual se bloquea la evolución de la técnica. Finalmente, la tecnología tiende asintóticamente a la realidad cuando los trabajos de investigación se llevan a cabo sólo en la línea adecuada, en concreto al centrarse en aquellos campos que realmente tienen aplicación práctica.

Hoy en día la aplicación en tiempo real de la tecnología basada en lógica borrosa, tal y como la conocemos hasta ahora, está abriendo campos inimaginables en el control de procesos, cuyo abordamiento, hasta el presente, había sido impensable.

9.1 Objetivos Alcanzados

Como ya se comentó, la utilidad de la lógica borrosa es función del problema a resolver. Si bien hay casos en los que el control clásico ofrece soluciones sencillas y eficientes, existen abundantes ejemplos de problemas que éste no puede resolver. El **control borroso** permite formalizar adecuadamente el razonamiento con incertidumbre. Trabaja con información cualitativa y aborda problemas definidos de manera imprecisa, habitualmente expresados de forma lingüística. Su principal ventaja está en permitir plantear el problema en los mismos términos en los que lo hace un experto humano.

Partiendo de esta idea en este trabajo se ha analizado, en primer lugar, cómo dados los conjuntos borrosos y un juego completo de reglas, es posible obtener el **mapa de inferencia** del controlador. Este análisis para una y dos entradas puede generalizarse para más, aunque sin posibilidad de llevar a cabo una interpretación gráfica. Pueden introducirse asimetrías fácilmente, modificando el centro de gravedad de los conjuntos borrosos o incluso modificando directamente el mapa de inferencia. Esto es útil de cara a estudiar el efecto de perturbaciones sobre un caso de partida, llevando a cabo un análisis relativo en lugar de uno absoluto y por tanto más complicado. Este enfoque matemático permite analizar el comportamiento del controlador desde un enfoque funcional, más que un análisis lingüístico que forzaría la obtención también de un modelo lingüístico del sistema a controlar, sin duda más impreciso.

Remarcar por tanto la idea de que plantear el problema en términos lingüísticos es *sólo* una ayuda útil de cara a obtener el mapa de inferencia. Si supiésemos desde un principio cuál es el mejor mapa de inferencia que permite controlar nuestro sistema, no sería necesaria la **lógica borrosa**.

Se ha estudiado también cómo es posible diseñar un controlador borroso **equivalente a un PID** dado. Por tanto, si se obtiene el PID que cumple mejor con las especificaciones dinámicas requeridas, es posible diseñar un primer algoritmo de control borroso lineal. La idea inversa reside en analizar la función de control mediante el estudio de su desviación respecto

Conclusión

al caso lineal, por lo que es posible detectar situaciones anómalas a las que se puede llegar en el caso de aparición de puntos singulares en la superficie de la función de control, debido a una mala configuración del controlador borroso. Se ha presentado también una aplicación industrial a partir de este trabajo, lo que muestra cómo pueden tener éxito futuros estudios orientados en esta misma línea.

Se ha dedicado también un capítulo al **ajuste y calibración de SCB**, desarrollándose diversas medidas de cara a detectar errores de configuración y mejorar las reglas de control. También se ha visto cómo no siempre es necesario eliminar reglas superfluas, como aquellas reglas que son combinación lineal de otras, excepto en los casos en que se pueden detectar importantes incoherencias, pues suele resultar interesante integrar información procedente de diferentes fuentes.

En el tema del **modelado** de sistemas, se ha partido del hecho de que la identificación de sistemas físicos suele realizarse utilizando modelos que se han linealizado en el punto de funcionamiento deseado. Sin embargo, la lógica borrosa permite modelar con bastante precisión sistemas no lineales. Los modelos más habituales en control borroso son el modelo de Mamdani y el modelo de Sugeno. Sin embargo, se ha presentado en este trabajo un tipo de modelado, no sustancialmente diferente al de Sugeno, pero conceptualmente distinto y capaz de simplificar los cálculos matemáticos que permiten sistematizar el diseño del controlador borroso. A partir del mismo, es posible llevar a cabo un **análisis dinámico**, centrándonos en los sistemas borrosos de primer y segundo orden.

En el campo del **diseño**, se han presentado dos técnicas novedosas. La primera, diseño por equivalencia con PIDs, permite obtener un SCB de partida lineal. Asimismo, se ha analizado un mecanismo para mejorar todo lo posible las características del controlador borroso alrededor de este punto de funcionamiento, basado en técnicas de control adaptativo. Se ha desarrollado un algoritmo basado en un modelo simplificado del controlador y utilizado funciones de Lyapunov para garantizar la convergencia y estabilidad del mismo. El segundo método original de esta Tesis, diseño por síntesis indirecta, nos permite concluir que un controlador FP es suficiente en muchos casos para alcanzar las especificaciones dinámicas allí donde los controladores P no llegan. Con esta técnica de diseño se obtienen supervisores borrosos, lo que obliga posteriormente a su transformación en controladores directos.

Como idea final del trabajo se llega a la construcción de un entorno gráfico que permite construir y modelar de manera amigable sistemas borrosos y generar código para su funcionamiento en línea. La **herramienta** sirve tanto para la implementación de controladores borrosos, como para construir otro tipo de aplicaciones de sistemas borrosos, como es la validación de datos. En el campo del control borroso, la herramienta permite introducir el conocimiento e implementar técnicas como las del diseño automático de SCBs equivalentes a PIDs.

9.2 Desarrollos Futuros

En futuros trabajos deberá de considerarse la profundización en algunos temas que, si bien se han estudiado en esta Tesis, requieren una dedicación más particular. En realidad, antes de

Conclusión

poder hacer un punto y aparte en el estudio teórico de los SCB, deberán de considerarse los siguientes aspectos.

En primer lugar, en el capítulo 5 se ha presentado un juego de **medidas de calibración** que no pretenden ser más que una propuesta. De hecho, los ejemplos vistos sugieren que pueden desarrollarse mejoras interesantes, posiblemente por investigadores centrados más en el terreno de la lógica borrosa que en el del control.

El modelo borroso y análisis dinámico introducidos en el capítulo 6 tienen apariencia de muy interesantes. Sin embargo, un punto débil del mismo es la formalización matemática del paso de una a otra versión del **modelo de dinámica borrosa**. La justificación de la aplicación de la transformada de Laplace o del teorema de convolución no está aún clara. El tema de la estabilidad es otro punto que requiere también un análisis más detallado.

En el método de diseño por equivalencia con PIDs se ha presentado un algoritmo de **control adaptativo** propio de esta Tesis (FACE). Sin embargo, los ejemplos mostrados han sido muy elementales. En un futuro deberá trabajarse en aplicarlo a otros modelos de controladores, por ejemplo el de Sugeno o el de dinámica borrosa. Asimismo deberá analizarse en detalle la influencia del contraste en el comportamiento del controlador, de cara a implementar una segunda etapa del algoritmo para llevar a cabo un ajuste fino. Una primera aproximación experimental ha demostrado una influencia poco significativa de este parámetro.

Respecto al **diseño** por síntesis indirecta, se ha comprobado con un ejemplo experimental que el método es ciertamente útil cuando se dispone de un modelo en distintos puntos de funcionamiento. Y, aunque se ha presentado un método para transformar el supervisor borroso así obtenido en un controlador directo, no deja de ser una primera aproximación, por lo que sería conveniente revisar este aspecto.

Además, a lo largo de la Tesis se han tratado sistemas monovariantes, con el fin de simplificar unos desarrollos teóricos totalmente nuevos, por lo que sería de gran interés tratar sistemas **multivariantes** en adelante.

Finalmente, la **herramienta** presenta unas características inmejorables para ser ampliada, de forma que incorpore todos los aspectos teóricos expuestos en esta Tesis. Así, al igual que permite diseñar SCBs por equivalencia con PIDs, en el futuro deberá permitir también obtener las medidas de calibración descritas, analizar dinámicamente de los sistemas borrosos definidos y contemplar la técnica de diseño por síntesis indirecta.

APÉNDICES

«Vengamos a la citación de los autores que los otros libros tienen, que en el vuestro os faltan. El remedio que esto tiene es muy fácil, porque no habéis de hacer otra cosa que buscar un libro que los acote todos, desde la A hasta la Z, como vos decís. Pues ese mismo abecedario pondréis vos en vuestro libro (...); y cuando no sirva de otra cosa, por lo menos, servirá aquel largo catálogo de autores a dar de improviso autoridad al libro»

Cervantes

«Odio las citas. Decidme lo que sabéis»

Emerson

REFERENCIAS

- [ACM 84] ACM, Coping with the Imprecision of the Real World: An Interview with Lofti A.Zadeh, *Comm. ACM.* 27 (1984) 304-311.
- [Aguilar 91] J.Aguilar-Martín, N.Piera y C.Gibert, *Fuzzy Linguistic Variables, Parmenidean Paradigms and Multivalued Logics*, I Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy (1991).
- [Aguilar 92] J.A.Aguilar-Crespo, E.de Pablo y X.Alamán, *A Fuzzy Logic Approach for Sensor Validation in Real Time Expert Systems*, 4th. Information Processing and Management of Uncertainty Conference. Palma de Mallorca, España (1992) 435-438.
- [Aguilar 93] J.A.Aguilar-Crespo, F.Matía, R.Sanz, X.Alamán y E.de Pablo, *The Application of Fuzzy Logic Techniques to Sensor Validation in Industrial Processes*, Second European Conference on A.I. Application in Petroleum Exploration and Production, EUROCAIPEP'93. Workshop on Fuzzy Logic. Aberdeen (Escocia), 22 Septiembre (1993).
- [Alegre 91] M.C.García-Alegre, *Inteligencia Artificial en el Control de Procesos: Controladores Borrosos*, *Mundo Electrónico* 214 (1991) 42-49.
- [Alsina 83] C.Alsina, E.Trillas and L.Valverde: *On some Logical Connectives for Fuzzy Set Theory*, *J. Math. Anal. Appl.* 93 (1983) 15-26.
- [Aracil 88] J.Aracil, A.J.García-Cerezo y A.Ollero, *Stability Analysis of Fuzzy Control Systems: A Geometrical Approach*. En *A.I.Expert Systems and Languages in Modelling and Simulation*, C.A.Kulikousky, R.M.Huber y G.A.Ferraté (eds.) Amsterdam, North-Holland (1988) 323-330.
- [Aracil 89] J.Aracil, A.Ollero y A.J.García-Cerezo, *Stability Indices for the Global Analysis of Expert Control Systems*, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 19 (5) (1989) 998-1007.
- [Aracil 91] J.Aracil, A.J.García-Cerezo, A.Barreiro y A.Ollero, *Design of Expert Fuzzy Controllers Based on Stability Criteria*, Proc. of the IFSA'91, Brussels (1991).
- [Åström 89] K.J.Åström y B.Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company (1989).
- [Babuska 93] R.Babuska, *The Fuzzy Toolbox for Matlab*, European Workshop on Industrial Fuzzy Control and Applications (IFCA), Abril (1993).
- [Barney 88] G.C.Barney, *Intelligent Instrumentation*. Prentice Hall International, UK (1988).
- [Bellman 70] R.E.Bellman y L.A.Zadeh, *Decision-Making in a Fuzzy Environment*, *Management Science* 17 B, (1970) 141-164.
- [Benlahcen 81] D.Benlahcen y M.Lamotte, *A Fuzzy Automaton Synthesis Method*, *Automática* 17 (2) (1981) 297-306.
- [Black 37] M.Black: *Vagueness: an Exercise in Logical Analysis*, *Philos. Sci.* 4 (1937) 427-455.
- [Braae 79] M.Braae y D.A.Rutherford, *Theoretical and Linguistic Aspects of the Fuzzy Logic Controller*, *Automatica* 15 (1979) 553-557.
- [Buckley 89] J.J.Buckley y H.Ying, *Fuzzy Controller Theory: Limit Theorems for Linear Fuzzy Control Rules*, *Automática* 25 (3) (1989) 469-472.
- [Bugarín 92] A.Bugarín, S.Barro y R.Ruiz, *Soluciones Sistólicas en Control Borroso*, Segundo Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Madrid (1992) 323-338.
- [Burns 90] A.Burns y A.Wellings, *Real-Time Systems and their Programming Languages*, Addison Wesley (1990).
- [Cárdenas 93] E.Cárdenas, J.C.Castillo, O.Cordón y A.Peregrín, *Estudio Comparativo de Sistemas de Inferencia y Métodos de Defuzzificación Aplicados al Control Difuso del Péndulo Invertido*, III Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, organizado por la Asociación Española de Tecnologías y Lógica Fuzzy. Santiago de Compostela (España), 30 Septiembre-2 Octubre (1993) 259-266.
- [Cassar 92] J.P.Cassar, M.Bayart y M.Staroswiecki, *Hierarchical Data Validation in Control Systems Using Smart Actuators and Sensors*, IFAC Symposium on Intelligent Components and Control Applications, SICICA'92. Málaga, España (1992) 209-214.
- [Castro 93] J.L.Castro y M.Delgado, *Fuzzy Systems with Defuzzification are Universal Approximators*, (1993). Enviado.

Referencias

- [Cerezo 87] A.J.G.Cerezo, *Aplicaciones del Razonamiento Aproximado en el Control y Supervision de Procesos*, Phd.Thesis, ETSII de Vigo, Universidad de Santiago, España (1987).
- [Cerezo 91a] A.J.García-Cerezo, A.Ollero y J.Arakil, *Contribuciones al Análisis y Diseño de Sistemas de Control Borroso*, Primer Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Granada (1991) 85-89.
- [Cerezo 91b] A.J.García-Cerezo, A.Barreiro, J.Arakil y A.Ollero, *Design of Robust Intelligent Control of Manipulators*, Proceedings of the IEEE Int. Conference on Systems Engineering, Dayton, Ohio (1991) 225-228.
- [Cerezo 92] A.J.García-Cerezo, A.Ollero y J.Arakil, *Stability of Fuzzy Control Systems by using Nonlinear Systems Theory*, Preprints of the IFAC Symposium on AI in Real-Time Control, Delft, The Netherlands (1992) 171-176.
- [Cerezo 93] A.J.García-Cerezo y A.Ollero, *Aplicación de la Lógica Borrosa en Control de Procesos y Robótica*. En el libro *Estudios de Lógica Borrosa y sus Aplicaciones*, A.Sobrino y S.Barro (Eds). Universidad de Santiago de Compostela (1993) 51-67.
- [Cook 86] P.A.Cook, *Non Linear Dynamical Systems*, Prentice-Hall International (1986).
- [Cumani 82] A.Cumani, *On a Possibilistic Approach to the Analisis of Fuzzy Feedback Systems*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. SMC-12 (3) (1982) 417-422.
- [Chandrasekaran 87] B.Chandrasekaran y W.F.Punch, *Data Validation During Diagnosis, a Step Beyond Traditional Sensor Validation*, Proceedings of the AAI (1987) 778-782.
- [Chang 91] T.C.Chang, K.Hasegawa y C.W.Ibbs, *The Effects of Membership Function on Fuzzy Reasoning*, Fuzzy Sets and Systems 44 (1991) 169-186.
- [Chen 93] Ch.-L.Chen, P.-Ch.Chen y Ch.-K.Chen, *Analysis and Design of Fuzzy Control Systems*, Fuzzy Sets and Systems 57 (1993) 125-140.
- [Cho 92] S.Cho y O.K.Ersoy, *An Algorithm to Compute the Degree of Match in Fuzzy Systems*, Fuzzy Sets and Systems 49 (1992) 285-299.
- [Daley 85] S.Daley y K.F.Gill, *The Fuzzy Logic Controller: An Alternative Design Scheme*, Comput. in Ind. 6 (1985).
- [DEC 90] DEC, *VMS Programming Reference Manual*, Digital Equipment Corporation (1990).
- [Dormido 93] S.Dormido, M.Santos, A.Pérez de Madrid y F.Morilla, *Autosintonía de Controladores Borrosos Utilizando Técnicas Clásicas Basadas en Reguladores PID*, III Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Santiago de Compostela (España), 30 Septiembre-2 Octubre (1993) 217-225.
- [Driankov 93] D.Driankov, H.Hellendoorn y M.Reinfrank, *An Introduction to Fuzzy Control*, Springer-Verlag (1993).
- [Dubois 80] D.Dubois y H.Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press (1980).
- [Dubois 85] D.Dubois y H.Prade, *Evidence Measures Based on Fuzzy Information*, Automatica 21 (1985).
- [Dubois 88] D.Dubois y H.Prade, *Possibility Theory*, Plenum Press, New York (1988).
- [Dubois 89] D.Dubois y H.Prade, *Fuzzy Sets, Probability and Measurement*, European Journal of Operational Research 40 (1989) 135-154.
- [Engelmore 88] R.Engelmore y T.Morgan, *Blackboard Systems*, Addison Wesley (1988).
- [Fernández 87] G.Fernández y F.S.Vacas, *Fundamentos de Informática*, Alianza (1987).
- [Frank 92] P.M.Frank, *Principles of Model-Based Fault Detection*, IFAC/IFIP/IMACS International Symposium on Artificial Intelligence in Real-Time Control, Delft, The Netherlands (1992) 363-370.
- [Fujimoto 89] J.Fujimoto, T.Nakatani y M.Yonemaya, *Speaker-Independent Word Recognition Using Fuzzy Pattern Matching*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989).
- [Galán 91] R.Galán y R.Sanz, *La Inteligencia Artificial desde el Punto de Vista del Control Automático*. En *La Inteligencia Artificial y el Control en Tiempo Real*, REPSOL-IIC Colección "Ensayo", (1992) 97-114.
- [Gasós 89] J.Gasós, P.D.Fernández, M.C.García-Alegre y R.García, *Environment for the Development of Fuzzy Controllers*, CSIC e Instituto de Automática (Univ.Nacional de San Juan, Argentina) (1989).
- [Godo 89] L.Godo, R.López de Mántaras, C.Sierra y A.Verdaguer, *MILORD: the Architecture and the Management of Linguistically Expressed Uncertainty*, International Journal of Intelligent Systems 4 (1989) 471-501.
- [Galichet 94] S.Galichet y L.Foulloy, *Fuzzy Controllers: Synthesis and Equivalences*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems (1994). To appear.
- [Graham 91] I.Graham, *Fuzzy Logic in Commercial Expert Systems: Results and Prospects*, Fuzzy Sets and Systems 40 (1991).
- [Gu 91] K.Gu, Y.H.Chen, M.A.Zohdy y N.K.Loh, *Quadratic Stabilizability of Uncertain Systems: a Two Level*

Referencias

- Optimization Setup*, Automática 27 (1) (1991).
- [Gupta 91a] M.M.Gupta y J.Qi, *Theory of T-norms and Fuzzy Inference Methods*, Fuzzy Sets and Systems 40 (1991) 431-450.
- [Gupta 91b] M.M.Gupta y J.Qi, *Design of Fuzzy Logic Controllers Based on Generalized-Operators*, Fuzzy Sets and Systems 40 (1991) 473-489.
- [Harris 93] C.Harris, C.G.Moore y M.Brown, *Intelligent Control. Aspects of Fuzzy Logic and Neural Nets*, World Scientific Series in Robotics and Automated Systems Vol.6 (1993).
- [Haspel 87] D.W.Haspel, C.J.Southan y R.A.Taylor, *The Benefits of Kiln Optimisation Using LINKMAN and High Level Kiln Control Strategies*, World Cement (1987).
- [Hirota 89a] K.Hirota y K.Ozawa, *Fuzzy Flip-Flop and Fuzzy Registers*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989).
- [Hirota 89b] K.Hirota, Y.Arai y S.Hachisu, *Fuzzy Controlled Robot Arm Playing Two-Dimensional Ping-Pong Game*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989) 149-159.
- [Höhle 91] U.Höhle y L.N.Stout, *Foundations of Fuzzy Sets*, Fuzzy Sets and Systems 40 (1991) 257-296.
- [Holmblad 87] L.P.Holmblad, *Automatic Control of Cement Kilns by Fuzzy Logic Techniques*, F.L.Smith and Co. A/S, Universidad Internacional Menéndez Pelayo (1987).
- [Huijberts 90] H.J.C.Huijberts y H.Nijmeijer, *Local Nonlinear Model Matching: from Linearity to Nonlinearity*, Automática 26 (6) (1990).
- [Infelise 90] N.Infelise, *A Clear Vision of Fuzzy Logic*, Control Engineering, Julio (1990) 28-30.
- [Jianqin 93] Ch.Jianqin y Ch.Laijiu, *Study on Stability of Fuzzy Closed-Loop Control Systems*, Fuzzy Sets and Systems 57 (1993) 159-168.
- [Jiménez 92] A.Jiménez y F.Matía, *Aplicaciones de Fuzzy Logic en Tiempo Real*. En *La Inteligencia Artificial y el Control en Tiempo Real*, REPSOL-IIC Colección "Ensayo", (1992) 189-239.
- [Kandel 82] A.Kandel, *Fuzzy Techniques in Pattern Recognition*, Wiley-Interscience. John Wiley & Sons (1982).
- [Kandel 86] A.Kandel, *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*, Addison-Wesley Publishing Company (1986).
- [Kickert 76] W.J.M.Kickert y H.R.Van Nauta Lemke, *Application of a Fuzzy Controller in a Warm Water Plant*, Automatica 12 (1976) 301-308.
- [Kickert 78] W.M.Kickert y E.H.Mamdani, *Analysis of Fuzzy Logic Controllers*, Fuzzy Sets and Systems 1 (1) (1978) 29-44.
- [King 77] P.J.King y E.H.Mamdani, *Application of Fuzzy Control Systems to Industrial Processes*, Automática 13 (1977) 235-242.
- [Klir 88] G.J.Klir y T.A.Folger, *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*, Prentice-Hall International Editions (1988).
- [Kóczy 92] L.T.Kóczy, *Interpolative Reasoning with Insufficient Evidence in Sparse Fuzzy Rule Bases*, Information Sciences (1992).
- [Kosko 92a] B.Kosko, *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice Hall, New York (1992).
- [Kosko 92b] B.Kosko, *Fuzzy Associative Memory Systems*, En *Fuzzy Expert Systems*, A.Kandel (Eds.), CRC Press, Boca Raton, (1992) 135-162.
- [Langari 93] R.Langari, *Synthesis of Nonlinear Controllers via Fuzzy Logic*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993) 23-28.
- [Lea 93] R.N.Lea, J.Hoblit y Y.Jani, *Fuzzy Logic based Robotic Arm Control*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993). 128-136.
- [Lee 93] J.Lee y S.Chae, *Analysis on Function Duplicating Capabilities of Fuzzy Controllers*, Fuzzy Sets and Systems 56 (1993) 127-143.
- [Li 89] Y.F.Li y C.C.Lau, *Development of Fuzzy Algorithms for Servo Systems*, IEEE Control Systems Magazine (1989) 65-72.
- [Li 92] C.J.Li y J.C.Tzou, *A New Learning Fuzzy Controller Based on the P-Integrator Concept*, Fuzzy Sets and Systems 48 (1992) 297-303.
- [Lowen 90] R.Lowen, *A Fuzzy Lagrange Interpolation Theorem*, Fuzzy Sets and Systems 34 (1990) 33-38.
- [Lunderstaedt 92] R.A.Lunderstaedt y T.Hilleman, *Knowledge Base Sensor Fault Detection for Gas Turbines under Consideration of Model Based Methods*, IFAC/IFIP/IMACS International Symposium on Artificial Intelligence in Real-Time Control, Delft, The Netherlands (1992) 655-660.
- [Luo 89] R.C.Luo y M.G.Kay, *Multisensor Integration and Fusion in Intelligent Systems*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 19 (5) (1989) 901-931.

Referencias

- [Martínez 93] G.Martínez, A.Jiménez, R.Sanz, R.Galán y F.Matía, *Expert System Interfacing with Distributed Control Systems*, 1993 International Fuzzy Systems and Intelligent Control Conference. Louisville, Kentucky (USA). 14-17 Marzo (1993).
- [Maeda 92] M.Maeda y S.Murakami, *A Self-Tuning Fuzzy Controller*, *Fuzzy Sets and Systems* 51 (1992) 29-40.
- [Maiers 85] J.Maiers y Y.S.Sherif, *Applications of Fuzzy Set Theory*, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* SMC-15 (1) (1985) 175-189.
- [Mamdani 74] E.H.Mamdani, *Application of Fuzzy Algorithms for the Control of a Dynamic Plant*, *proc. IEE*, Vol. 121 (12) pp 1585-1588 (1974).
- [Mamdani 81] E.H.Mamdani, *Fuzzy Reasoning and its Applications*, Academic Press (1981).
- [Mamdani 93] E.H.Mamdani, *Twenty Years of Fuzzy Control: Experiences Gained and Lessons Learnt*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993) 339-344.
- [Matía 90] F.Matía, *Programa de Control y Optimización de Molinos en la Industria del Cemento*, Proyecto Fin de Carrera, Universidad Politécnica de Madrid (1990).
- [Matía 91] F.Matía y B.García, *Manual de Referencia de Control Directo: Estructura Interna y Algoritmos de Control*, Informe del Proyecto CONEX ASLAND/DISAM-04.91/02, Madrid (1991).
- [Matía 92a] F.Matía, R.Sanz, A.Jiménez y R.Galán, *Medium Level Control of Processes: an Approach to the CONEX Direct Control*, Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control Applications, SICICA'92, Málaga. 20-22 Mayo (1992) 173-178.
- [Matía 92b] F.Matía, A.Jiménez, R.Sanz y R.Galán, *Medidas de Bondad para Sistemas de Control Borroso*, II Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, organizado por la Asociación Española de Tecnologías y Lógica Fuzzy. Madrid, 2-4 Noviembre (1992).
- [Matía 92c] F.Matía, A.Jiménez, R.Galán y R.Sanz, *Fuzzy Controllers: Lifting the Linear-Nonlinear Frontier*, *Fuzzy Sets and Systems* 52 (2) (1992) 113-128.
- [Matía 93a] F.Matía y R.Sanz, *FFV Technology Adaptation Report*, Proyecto HINT, UPM/02/002/D2.1.1Doc (Febrero 1993).
- [Matía 93b] F.Matía, A.Jiménez, R.Sanz, R.Galán y G.Martínez, *Fuzziness Measures for Fuzzy Control Systems: An Introduction*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993).
- [Matía 93c] F.Matía y J.A.Aguilar-Crespo, *Acta Reunión de Adquisición de Conocimiento*, Proyecto HINT, UPM-IIC/02/001 (Mayo 1993).
- [Matía 93d] F.Matía, A.Jiménez y J.P.Oria, *Complementary Comments on Fuzzy Validation Techniques and their Implementation*, Proyecto HINT, UPM/02/003 (Junio 1993).
- [Matía 93e] F.Matía, A.Jiménez, R.Sanz y R.Galán, *Fuzzy Adaptive Control Environment Using Lyapunov Functions: FACE*, Fifth IFSA World Congress. Seul (Corea del Sur). 4-9 de Julio (1993).
- [Matía 93f] F.Matía, A.Jiménez y R.Cámara, *Sistemas Lineales de Dinámica Borrosa*, III Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, organizado por la Asociación Española de Tecnologías y Lógica Fuzzy. Santiago de Compostela (España), 30 Septiembre-2 Octubre (1993).
- [Matía 93g] F.Matía, R.Sanz, A.Jiménez y J.P.Oria, *Fuzzy Logic for Sensor Validation: the FFV Tool*, Workshop on Integration in Real-Time Intelligent Control Systems, IRTICS'93. Organizado por el IIC. Madrid (España), 5-7 Octubre (1993).
- [Matía 93h] F.Matía y J.A.Aguilar-Crespo, *Acta de la Segunda Reunión de Adquisición de Conocimiento*, Proyecto HINT, UPM/02/004 (Diciembre 1993).
- [Matía 94a] F.Matía y J.A.Aguilar: *FFV Plant Knowledge Report*, Proyecto HINT, UPM/02/005/D2.2.1Doc (Enero 1994).
- [Matía 94b] F.Matía, R.Sanz y M.J.Segarra: *FFV First Prototype + FFV Architecture Definition Report*, Proyecto HINT, UPM/02/006/D2.3.1Soft (Marzo 1994).
- [Matía 94c] F.Matía, A.Jiménez y G.Martínez, *Calibration of Fuzzy Control Systems*, FUZZ-IEEE'94, Third IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Orlando (Florida). Junio (1993).
- [Matía 94d] F.Matía, J.A.Aguilar-Crespo y A.Jiménez, *Fuzzy Logic and Data Quality in Real-Time Expert Systems*, *Integrated Computer-Aided Engineering* (1994). En Imprenta.
- [McFarlane 89] A.G.J.McFarlane, G.Gruebel y J.Ackermann, *Future Design Environment for Control Engineering*, *Automática* 25 (2) (1989).
- [McNeill 93] D.McNeill y P.Freiberger, *Fuzzy Logic*, Simon & Shuster (1993).
- [Milanese 91] M.Milanese y A.Vicino, *Estimation Theory for Nonlinear Models and Set Membership*

Referencias

- Uncertainty*, Automática 27 (2) (1991).
- [Mira 93] J.Mira, A.E.Delgado, R.Martín y S.Barro, Computación Neuronal Borrosa. En el libro *Estudios de Lógica Borrosa y sus Aplicaciones*, A.Sobrino y S.Barro (Eds). Universidad de Santiago de Compostela (1993) 197-224.
- [Mitsubishi 89] Mitsubishi, *Fuzzy Control Application for Air-Conditioning*, Nihon Economics News, 10 de Agosto (1989).
- [Moraga 93] C.Moraga, El Proyecto ORBE. En el libro *Estudios de Lógica Borrosa y sus Aplicaciones*, A.Sobrino y S.Barro (Eds). Universidad de Santiago de Compostela (1993) 327-332.
- [Murakami 89] S.Murakami, F.Takemoto, H.Fujimura y E.Ide, *Weld-line Tracking Control of Arc Welding Robot Using Fuzzy Logic Controller*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989).
- [Negoita 78] C.V.Negoita: *Fuzzy Systems*, Abacus Press, London (1978).
- [Newell 84] R.B.Newell y P.L.Lee, *Applied Process Control. A Case Study*, Prentice Hall International (1984).
- [Neyer 90] M.De Neyer, D.Stipanicev y R.Gorez, *Intelligent Self-Organizing Controllers and their Application to the Control of Dynamic Systems*, IMACS Annals on Computing and Applied Mathematics Proceedings MIM-S²'90, Brussels (1990).
- [Neyer 93] M.De Neyer y R.Gorez, *Integral Actions in Fuzzy Control*, EUFIT'93 First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, Aachen, September 7-10 (1993) 156-162.
- [Nii 86] H.P.Nii, *Blackboards Systems: The Blackboard Model of Problem Solving and the Evolution of Blackboard Architectures*, A.I. Magazine (1986).
- [Nordin 93] P.Nordin y S.Ghavanni, *Integrating a User Interface for a Decision Support System in a Real Time Environment*, Workshop on Integration in Real-Time Intelligent Control Systems, IRTICS'93. Madrid, España (1993).
- [Ogata 93] K.Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 2nd Edition (1993).
- [Oliveira 90] P.J.Oliveira, P.U.Lima, J.J.Sentieiro, R.Sanz Bravo, R.Galán y A.Jiménez, *An Architecture for the Supervision of Fuzzy Controllers*, IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems, Japan (1990).
- [Ollero 89] A.Ollero y A.García-Cerezo, *Direct Digital Control, Autotuning and Supervision by Using Fuzzy Controllers*, Fuzzy Sets and Systems 30 (1989) 135-153.
- [Ollero 93] A.Ollero, A.García-Cerezo, J.Aracil, A.Barreiro, Stability of Fuzzy Control Systems. In *An Introduction to Fuzzy Control*, D.Driankov, H.Hellendoorn y M.Reinfrank. Springer-Verlag (1993) 245-292.
- [Ono 89] H.Ono, T.Ohnishi y Y.Terada, *Combustion Control of Refuse Incineration Plant by Fuzzy Logic*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989).
- [Pappis 77] C.P.Pappis y E.H.Mamdani, *A Fuzzy Logic Controller for a Traffic Junction*, IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. SMC-17 (1977) 707-717.
- [Pedrycz 89] W.Pedrycz, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*, Research studies press ltd. (1989).
- [Peng 88] X.-T.Peng, S.-M.Liu, T.Yamakawa, P.Wang y X.Liu, *Self-Regulating PID Controllers and its Application to a Temperature Controlling Process*, Fuzzy Computing (1988) 355-364.
- [Peña 87] D.Peña, *Estadística, Modelos y Métodos*, Alianza Editorial, Madrid (1987).
- [Piskunov 92] A.Piskunov, *Fuzzy Implication in Fuzzy Systems Control*, Fuzzy Sets and Systems 45 (1992) 25-35.
- [Poloni 93] M.Poloni y R.Weber, *Sensor Fusion using Fuzzy Data Analysis Methodologies: an Application in Power Plants*, EUFIT'93 First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, Aachen, September 7-10 (1993) 175-180.
- [Procyk 79] T.J.Procyk y E.H.Mamdani, *A Linguistic Self-Organizing Process Controller*, Automática 15 (1979) 15-30.
- [Puente 87] E.A.Puente, *Regulación Automática I*, Universidad Politécnica de Madrid, ETSII Sección de Publicaciones, Madrid (1987).
- [Qiao 92] W.Z.Qiao, W.P.Zhuang, T.H.Heng y S.S.Shan, *A Rule Self-Regulating Fuzzy Controller*, Fuzzy Sets and Systems 47 (1992) 13-21.
- [Ray 84a] K.S.Ray y D.D.Majumder, *Application of Circle Criteria for Stability Analysis of Linear SISO and MIMO Systems Associated with Fuzzy Logic Controller*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics SMC-14 (2) (1984) 345-349.
- [Ray 84b] K.S.Ray, A.M.Ghosh y D.D.Majumder, *L₂-Stability and the related Design Concept for SISO Linear System Associated with Fuzzy Logic Controller*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics

Referencias

- SMC-14 (6) (1984) 932-939.
- [Rowan 89] A.D.Rowan, *On-line Expert Systems in Process Industries*, A.I. Expert, Miller Freeman Publications (1989).
- [Ruiz 91] A.Ruiz y J.Gutiérrez, *Sistema de Codificación de Datos Fuzzy para su Eficaz Procesamiento en Hardware*, Primer Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Granada (1991) 145-149.
- [Ruiz 92] A.Ruiz y J.Gutiérrez, *Realización CMOS de un Circuito de Función de Pertenencia Programable: el Bloque Básico de Procesamiento Borroso*, Segundo Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Madrid (1992) 313-321.
- [Russell 23] B.Russell: *Vagueness*, Australian J. Philosophy 1 (1923) 84-92.
- [Sánchez 93] L.Sánchez, J.Tuya y J.C.Álvarez, *Extracción Automática de Reglas en un Sistema de Control Difuso*, III Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy, Santiago de Compostela (España), 30 Septiembre-2 Octubre (1993) 243-250.
- [Sanz 90] R.Sanz, A.Jiménez, R.Galán y C.Peral, *CONEX Analysis*, CONEX Project Report, ASTECNO-DISAM-09.90/01 (1990).
- [Sanz 91a] R.Sanz, A.Jiménez, R.Galán, F.Matía y E.A.Puente, *Intelligent Process Control: The CONEX Architecture*. In *Engineering Systems with Intelligence. Concepts, Tools and Applications*, S.G.Tzafestas (Ed.), (1991) 407-413.
- [Sanz 91b] R.Sanz, A.Jiménez, R.Galán, F.Matía y E.A.Puente, *Intelligent Distributed Process Control*, P.D.COM 91, organizado por IMACS e IFAC. Corfu (Grecia). 23-28 Junio (1991).
- [Sanz 92] R.Sanz y F.Matía, *Arquitectural Requirements for Fuzzy Filtering and Validation Workpackage*, Proyecto HINT, UPM/WP2/001 0.0 (Noviembre 1992).
- [Sauter 93] D.Sauter, G.Dubois, E.Levrat y J.Brémont, *Fault Diagnosis in Systems using Fuzzy Logic*, EUFIT'93 First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, Aachen, September 7-10 (1993) 781-788.
- [Sgarro 90] A.Sgarro, *Fuzziness Measures for Fuzzy Rectangles*, Fuzzy Sets and Systems 34 (1990) 39-45.
- [Smith 91] S.M.Smith y D.J.Comer, *Automated Calibration of a Fuzzy Logic Controller Using a Cell State Space Algorithm*, IEEE Control Systems (1991) 18-28.
- [Sobrinho 93] A.Sobrinho y S.Barro, *Estudios de Lógica Borrosa y sus Aplicaciones*, A.Sobrinho y S.Barro (Eds). Universidad de Santiago de Compostela (1993).
- [Sugeno 85] M.Sugeno, *An Introductory Survey of Fuzzy Control*, Information Sciences 36 (1985) 59-83.
- [Sugeno 89] M.Sugeno, T.Murofushi, T.Mori, T.Tatematesu y J.Tanaka, *Fuzzy Algorithmic Control of a Model Car by Oral Instructions*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989) 207-219.
- [Sultán 88] L.Sultán, *A Formal Approach for the Organization and Implementation of Fuzzy Micro-Processor Module*, Fuzzy Computing (1988) 201-221.
- [Swinbanks 90] D.Swinbanks, *MITI Maps out the Sixth Generation Computer*, Nature 345 (1990).
- [Takagi 85] T.Takagi y M.Sugeno, *Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modelong and Control*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 15 (1) (1985) 116-132.
- [Takashima 89] S.Takashima, *100 Examples of Fuzzy Theory Applications mostly in Japan*, Traducido de "Fuzzy Revolution", the Special Issue of "Trigger", en japonés, Julio (1989).
- [Tanaka 92] K.Tanaka y M.Sugeno, *Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems*, Fuzzy Sets and Systems 45 (1992) 135-156.
- [Tanaka 93a] K.Tanaka y M.Sano, *Concept of Stability Margin of Fuzzy Systems and design of Robust Fuzzy Controllers*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993) 29-34.
- [Tanaka 93b] K.Tanaka. M.Sano, K.Suzuki y H.Watanabe, *Self-Organizing Fuzzy Identification of a Municipal Refuse Incinerator*, 1993 International Fuzzy Systems and Intelligent Control Conference. Louisville, Kentucky (USA). 14-17 Marzo (1993) 13-22.
- [Tanaka 93c] K.Tanaka y M.Sano, *On Improvement of Frequency Response in Fuzzy Control Systems*, 1993 International Fuzzy Systems and Intelligent Control Conference. Louisville, Kentucky (USA). 14-17 Marzo (1993) 107-115.
- [Tanaka 93d] K.Tanaka y M.Sano, *Design fo Fuzzy Controllers based on Frequency and Transient Characteristics*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993) 111-116.
- [Tatsuno 89] S.Tatsuno, *MITI's Fuzzy Engineering Project: Creating the Sixth-Generation Computer*, JSISNewsletter, Dataquest Inc. (1989).

Referencias

- [Tong 77] R.M.Tong, *A Control Engineering Review of Fuzzy Systems*, Automatica 13 (1977) 559-569.
- [Tong 80a] R.M.Tong, M.B.Beck y A.Latten, *Fuzzy Control of the Activated Sludge Wastewater Treatment Process*, Automatica 16 (1980) 695-697.
- [Tong 80b] R.M.Tong, *Some Properties of Fuzzy Feedback Systems*, IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. SMC-10 (6) (1980) 327-330.
- [Tremosa 91] L.Tremosa, *Control Difuso: Aplicaciones muy Diversas*, Automática e Instrumentación 218 (1991).
- [Trillas 80] E.Trillas, *Conjuntos Borrosos*, Vicens Universidad (1980).
- [Vachtsevanos 93] G.Vachtsevanos, S.S.Farinwata y D.K.Pirovolou, *Fuzzy Logic Control of an Automotive Engine*, IEEE Control Systems (1993) 62-68.
- [Vanelli 85] A.Vannelli y M.Vidyasagar, *Maximal Lyapunov Functions and Domains of Attraction for Autonomous Nonlinear Systems*, Automática 21 (1) (1985).
- [Voss 88] H.Voss, *Architectural Issues for Expert Systems in Real Time Control*, IFAC Workshop on AI in Real Time Control (1988).
- [Wang 93] L.-X.Wang, *Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems*, IEEE Trans. on Fuzzy systems, Vol. 1 (2) (1993) 146-155.
- [Williams 86] J.C.Williams, *Lyapunov Functions for Diagonally Dominant Systems*, Automática 12 (1986).
- [Xie 84] W.X.Xie y D.Bedrosian, *An Information Measure for Fuzzy Sets*. IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. SMC-14 (1) (1984) 151-156.
- [Xu 92] H.Xu, *On the Fusion of Disparate Sensory Data*, IFAC Symposium on Intelligent Components and Control Applications, SICICA'92. Málaga, España (1992) 59-64.
- [Yager 80] R.R.Yager: *Generalized 'And-Or' Operators for Multivalued and Fuzzy Logic*, Proc. Int. Symp. Multivalued Logic (1980).
- [Yager 87] R.R.Yager, S.Ovchinnikov, R.M.Tong y H.T.Nguyen, *Fuzzy Sets and Applications: Selected Papers by L.A.Zadeh*, Wiley-Interscience Publications. John Wiley & Sons (1987).
- [Yamakawa 88] T.Yamakawa, *Fuzzy Microprocessors -Rule Chip and Defuzzifier Chip-*, Int. Workshop on Fuzzy Systems Applications (1988) 51-52.
- [Yamakawa 89] T.Yamakawa, *Stabilization of an Inverted Pendulum by a High-Speed Fuzzy Logic Controller Hardware System*, Fuzzy Sets and Systems 32 (1989) 161-180.
- [Ying 90] H.Ying, W.Siler y J.J.Buckley, *Fuzzy Control Theory: A Nonlinear Case*, Automática 26 (3) (1990) 513-520.
- [Ying 93] H.Ying, *A Two-Input Two-Output Fuzzy Controller is the Sum of Two Nonlinear PI Controllers with Variable Gains*, FUZZ-IEEE'93, Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems. San Diego (California). 28 Marzo -1 Abril (1993) 35-37.
- [Zadeh 65] L.A.Zadeh, *Fuzzy Sets*, Information and Control 8, New York, Academic Press (1965) 338-353.
- [Zadeh 68] L.A.Zadeh, *Probability Measures of Fuzzy Events*, J.Math. Analysis and Appl., 23 (1968) 421-427.
- [Zadeh 71] L.A.Zadeh, *Similarity Relations and Fuzzy Orderings*, Information Sciences 3 (1971) 177-200.
- [Zadeh 73] L.A.Zadeh, *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes*, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, SMC-3 (1973) 28-44.
- [Zadeh 75] L.A.Zadeh, *The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning*, Part 1, Information Sciences 8 (1975) 199-249.
- [Zadeh 76] L.A.Zadeh, *A Fuzzy-Algorithmic Approach to the Definition of Complex or Imprecise Concepts*, Int. J. Man-Machine Studies 8 (1976) 249-291.
- [Zadeh 78] L.A.Zadeh, *Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility*, Fuzzy Sets and Systems 1 (1978) 3-28.
- [Zadeh 88] L.A.Zadeh, *Fuzzy Logic*, IEEE Computer (1988) 83-93.
- [Zhao 91] R.Zhao y R.Govind, *Defuzzification of Fuzzy Intervals*, Fuzzy Sets and Systems 43 (1991) 45-55.
- [Zhongke 89] S.Zhongke, *Expert System for Sensor Failure Detection of Aircraft*, IFAC Workshop Artificial Intelligence in Real-Time Control, Shenyang, PRC (1989) 91-96.
- [Zimmermann 91] H.-J.Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwer Academic Publishers (1991).

Referencias

BIOGRAFÍA DEL AUTOR

Fernando Matía Espada nace en Madrid (España), en 1966. En 1984, empieza sus estudios para la obtención del título de Ingeniero Industrial en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid (U.P.M.). En 1989, comienza a colaborar con el Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial, en calidad de Becario de la U.P.M., para la realización de su Proyecto Fin de Carrera. Durante año y medio participa en un proyecto en colaboración con la empresa ASLAND S.A. para el control de molinos de cemento. Obtiene la titulación en el año 1990, siendo el número 8 de su promoción.

En esa fecha, centra su interés en el la aplicación de la lógica borrosa al control de procesos, tema que marcará posteriormente el desarrollo de su Tesis Doctoral. En Enero de 1991, el Ministerio de Educación y Ciencia le concede una Beca de Formación de Personal Investigador, que le permite desarrollar su labor investigadora durante los cuatro siguientes años en el Departamento de Automática (1991-1994). Asimismo, esto le ha permitido prestar colaboraciones en tareas docentes durante los dos últimos años (1992-1994).

Durante los cuatro años dedicados a la investigación, trabaja en el grupo de Control de Procesos e Inteligencia Artificial de dicho departamento. Participa en un proyecto para el desarrollo de una arquitectura de Control Inteligente para el control de procesos continuos (CONEX) y en el proyecto ESPRIT 6447 HINT, para la integración heterogénea de técnicas de Inteligencia Artificial en sistemas de tiempo real. Es autor de numerosos artículos sobre la aplicación de la lógica borrosa al control de procesos y a la validación de datos.



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID



0500123695