

Influencia del tipo de carga en la capacidad resistente a cortante en elementos sin armadura transversal

Patricio Padilla Lavaselli¹
Ing. Civil.
Becario de Investigación
psp@he-upm.com

Alejandro Pérez Caldentey^{1,2}
Prof. Dr. Ing. de Caminos
Profesor Titular
apc@he-upm.com
apc@fhedor.es

Hugo Corres Peiretti^{1,2}
Prof. Dr. Ing. De Caminos
Catedrático
hcp@he-upm.com
hcp@fhedor.es

¹ Grupo Hormigón Estructural, ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid.

² FHECOR Ingenieros Consultores, Madrid, España.

Resumen

En este trabajo, se realiza un análisis de la influencia de la distribución de la carga en la capacidad resistente a cortante de elementos sin armadura transversal. Para ello, se estudian las bases de datos existentes y se proponen dos modelos para tener en cuenta el tipo de carga en el diseño de elementos estructurales. Finalmente las predicciones de dichos modelos se comparan con la base experimental.

Palabras Clave: resistencia cortante, tipo de carga, distribución de la carga

1. Introducción

La capacidad resistente a cortante de un elemento sin armadura transversal depende de varios factores. Algunos de estos son propiedades de la sección transversal como, por ejemplo, la resistencia a compresión del hormigón, la cuantía de armadura longitudinal, el canto y el ancho de la misma. También depende de otros de estos factores importantes que son independientes de la sección transversal. Estos son la posición de la carga en la viga, la existencia o no de un punto de momento nulo (hiperestaticidad) y el tipo de carga que solicita al elemento. Estos dos últimos factores han sido mucho menos estudiados, correspondiendo la gran mayoría de la base experimental existente a vigas simplemente apoyadas sometidas a dos cargas puntuales simétricas.

Este trabajo se centra en el último de estos parámetros y, a partir de un ajuste experimental que permite evaluar, en ensayos isostáticos sometidos a dos cargas puntuales, la influencia de la distancia de la carga al apoyo en la resistencia a cortante, se proponen dos métodos para tener en cuenta en el diseño la distribución y posición de las cargas. Estos métodos se han denominado *método de la sección crítica* y *método de la carga eficaz*. El primero consiste en modificar, para elementos sometidos a carga distribuida, la sección de control (que la EHE identifica con una sección situada a una distancia de un canto útil del apoyo) adoptando valores superiores a d en función de la esbeltez de la pieza. El *método de la carga eficaz* propone multiplicar las cargas por un factor reductor cuyo valor disminuye a medida que las cargas se aproximan al apoyo. De esta forma se sustrae al cortante exterior el cortante resistido por efecto arco y se comprueba la rotura por tracción del alma con el cortante a partir de la resistencia de vigas sometidas a cargas muy alejadas del apoyo para las cuales el efecto arco no es significativo.

2. Expresión para tener en cuenta la posición de la carga

El primer paso que se propone para poder introducir la influencia de la posición y distribución de la carga en los modelos consiste en ajustar una expresión a los datos experimentales que tenga en cuenta los siguientes parámetros:

- Posición de la carga
- Resistencia del hormigón
- Factor escala
- Cuantía de armadura longitudinal

A estos efectos se propone definir una tensión tangencial de referencia cuya expresión depende de todos los factores anteriores además del cortante, de acuerdo con la expresión (2.1)

$$\tau_{uref} [\text{MPa}] = \frac{V_u}{\xi \left(\frac{\rho_l}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{f_c}{f_{c,0}}} \cdot b \cdot d} \quad (2.1)$$

donde:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[\text{mm}]}}$$

- ρ_l es la cuantía de armadura longitudinal de la viga
 ρ_0 es una cuantía de referencia que se adopta igual al 1%
 f_c es la capacidad resistente del hormigón
 $f_{c,0}$ es una capacidad resistente a compresión del hormigón de referencia que se adopta igual a 30 MPa
 b ancho neto de la sección transversal
 d canto eficaz de la sección transversal
 a es la distancia de la carga al apoyo
 V_u cortante de rotura en el apoyo

Esta forma de expresar la resistencia a cortante tiene la ventaja de que permite ajustar una expresión para su evaluación a partir de ensayos con distintos valores de cuantía, resistencia del hormigón y tamaño.

A partir de los resultados experimentales de vigas simplemente apoyadas sometidas a dos cargas puntuales, se ha ajustado una expresión que relaciona la capacidad a cortante de un elemento con la distancia de la carga al apoyo. Dicha expresión se plantea en términos de la tensión de referencia según la ecuación (2.2).

$$\tau_{uref} [\text{MPa}] = \frac{V_u}{\xi \left(\frac{\rho_l}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{f_c}{f_{c,0}}} \cdot b \cdot d} = 3 \cdot \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{5}{2}} + 0.4 \quad (2.2)$$

donde:

- a es la distancia de la carga al apoyo

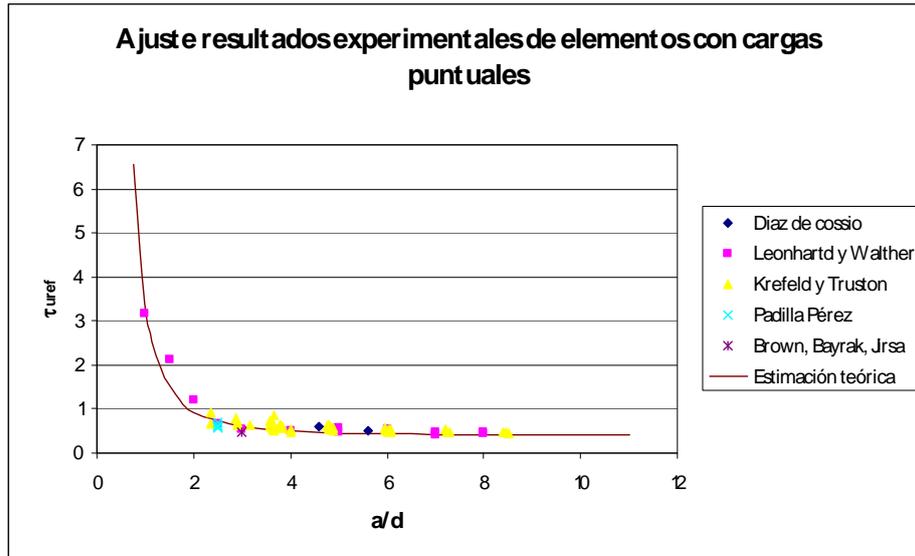


Figura 2.1 Ajuste de los resultados experimentales obtenidos de cargas puntuales para obtener una estimación teórica de la capacidad resistente a cortante en función de la distancia de la carga al apoyo.[9]

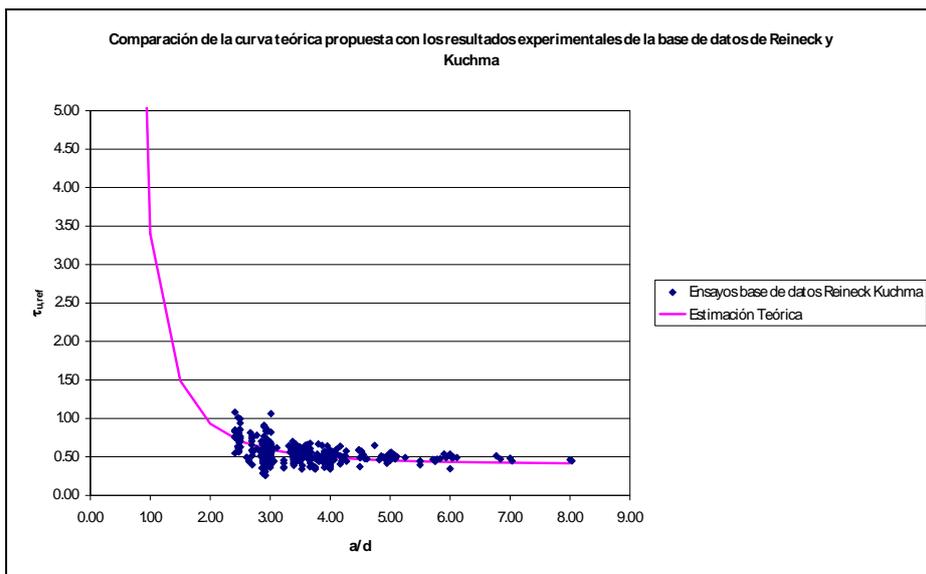


Figura 2.2 Comparación del modelo con los resultados experimentales obtenidos de la base de datos de Reineck y Kuchma[11, 12]

En las figuras 2.1 y 2.2, se presenta una comparación entre la estimación propuesta y los resultados experimentales. En la Figura 2.1 se representan los ensayos de cargas puntuales realizados en las campañas experimentales de Leonhardt y Walther [8], Krefeld y Thruston [6], Díaz de Cossio y Siess[3], Brown, Bayrak y Jirsa [2] y Padilla, Pérez y Corres [9]. En esta figura se incluyen ensayos cuyo valor de a/d es menor que 2.5. Estos son los ensayos que se utilizaron inicialmente para ajustar la expresión propuesta.

En la figura 2.2 se representan todos los resultados experimentales de la base de datos de Reineck y Kuchma [11,12]. En dicha base de datos, los resultados experimentales con cargas puntuales cuya distancia es inferior a $2.5d$ se han omitido debido a la gran influencia que tiene el

efecto arco en la capacidad resistente a cortante del elemento. Del análisis de las figuras 2.1 y 2.2 se puede observar que la estimación que se obtiene mediante la expresión propuesta y los valores obtenidos en la experimentación son muy similares. El hecho de que la expresión propuesta se haya ajustado con una muestra reducida de ensayos y que dicha expresión se ajuste bien a otra muestra mucho más amplia indica que dicha expresión es robusta y puede utilizarse con confianza.

3. Método de la sección crítica

Las campañas experimentales llevadas a cabo para estudiar la influencia del tipo de carga en la capacidad resistente a cortante son las de Diaz de Cossio y Seiss (1960) [3]; Leonhardt y Walther (1962) [7]; Krefeld y Thurston (1966) [6]; Aoyagi y Endo (1993)[1]; Padilla, Pérez y Corres (2006) [10] y por último Brown, Bayrak y Jirsa (2006) [2]. En la Figura 3.1 se representa la capacidad resistente a cortante (expresada como tensión de comparación) en función de la esbeltez de las vigas para el caso de cargas puntuales y distribuidas. En el caso de los elementos sometidos a cargas puntuales la esbeltez se ha considerado como $\lambda = \frac{2a}{d}$. Como se puede observar, la resistencia de las vigas sometidas a carga distribuida es considerablemente mayor que la resistencia elementos sometidos a carga puntual.

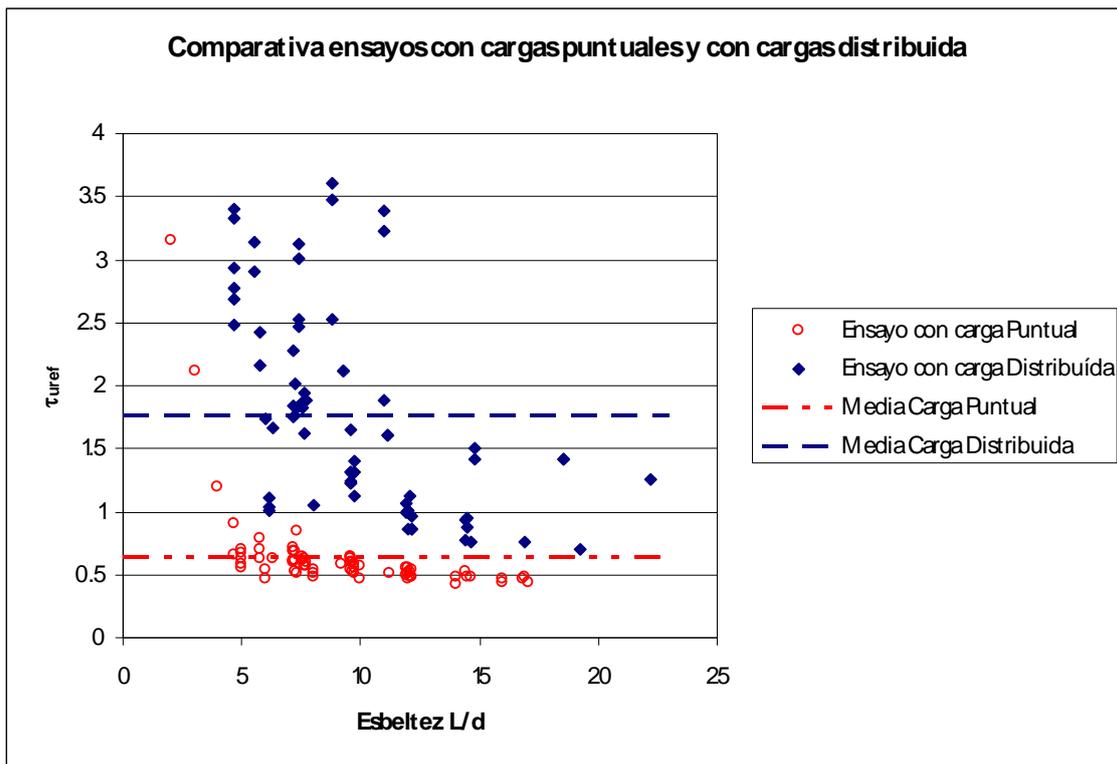


Figura 3.1 Capacidad resistente a cortante de elementos sometidos a carga puntual y a carga uniforme para diferentes esbelteces.[9]

Este hecho puede ser tenido en cuenta de manera simple en el cálculo mediante el denominado método de la sección crítica.

Este método consiste en que la sección que se utiliza para la verificación de los esfuerzos (que la Instrucción española fija en un canto útil desde el apoyo) sea igual a αd , siendo α un factor superior a 1.

Se propone establecer el valor de α a partir de la experimentación disponible en la que se hayan ensayado elementos de características iguales o muy similares frente a carga puntual (suficientemente alejada del apoyo – $a > 2.5d$) y carga distribuida. Igualando la resistencia obtenida en el ensayo de carga puntual con el cortante obtenido en la sección situada a una distancia αd del apoyo, resulta posible determinar el valor de α (ver ecuación 3.1).

$$V_{u,P} = q_u \times \left(\frac{L}{2} - x \right) \rightarrow \frac{x}{d} = \frac{1}{d} \left(\frac{L}{2} - \frac{V_{u,2P}}{q_u} \right) = \alpha \quad (3.1)$$

donde

- $V_{u,P}$ Cortante de rotura en el ensayo con carga puntual [kN]
- q_u Carga de rotura [kN/m] en el ensayo con carga uniforme
- L Luz de los elementos
- x Sección crítica o de control para la cual se alcanza un cortante con carga distribuida igual al medido en los ensayos de carga puntual

A partir del análisis de los resultados se observa que existe una gran variación de la distancia de la sección de comparación de esfuerzos. Dicha variación presenta una buena correlación con con la esbeltez del elemento analizado. Que este parámetro influya resulta lógico puesto que la mayoría de los trabajos anteriores referentes a la influencia del tipo de carga identifican a la esbeltez como un factor determinante.

En la figura 3.2 se representa la distancia al apoyo de la sección de comparación de esfuerzos o crítica relativa al canto útil en función de la esbeltez del elemento. Según se puede observar, a medida que se incrementa la esbeltez la distancia de la sección crítica aumenta.

El valor característico de la distancia de la fisura crítica al apoyo, es decir aquel para el cual el 95% de los resultados experimentales obtenidos se encuentra por encima de los valores predichos viene dado por la expresión (3.2)

$$\left[\frac{x_{crit}}{d} \right]_{caract} \approx 0.10 \frac{L}{d} + 1 \quad (3.2)$$

Estimación de la distancia de la sección crítica

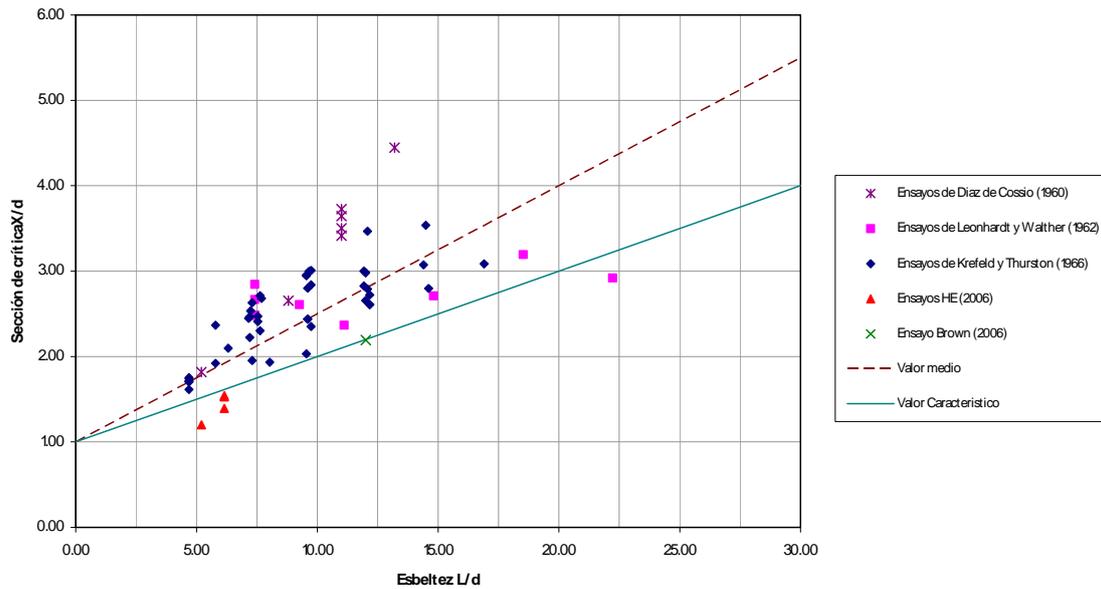


Figura 3.2 Figura 1.5 variación de la distancia de la sección crítica con la esbeltez del elemento. Padilla, Pérez [9]

Finalmente se realiza una contrastación experimental utilizando una base de datos con mayor número de ensayos, puesto que para este caso solo es necesario disponer de ensayos con cargas uniformemente distribuidas.

En la Figura 3.3 se representa el cortante último obtenido en los ensayos determinado a una distancia de un canto útil del apoyo, según lo exigido por la EHE, y el cortante calculado a la distancia x_{crit} propuesta en el método y se compara con el valor de capacidad resistente propuesto por el modelo de la EHE. La figura se divide diagonalmente en dos partes la zona inferior o zona insegura y la zona superior o segura.

Del análisis de la figura 3.3 se observa que tras aplicar la expresión estricta del modelo de la EHE y el método de la sección crítica se obtienen valores de cortante del lado de la seguridad en ambos casos. También se puede observar que para el caso del método de la sección crítica existe una mejora notable en la predicción, obteniéndose valores más ajustados a la realidad.

Comparación entre el modelo de la EHE con la sección de comparación situada a una distancia del apoyo de d con el método de la sección crítica a una distancia x a $X_{crit,K}$

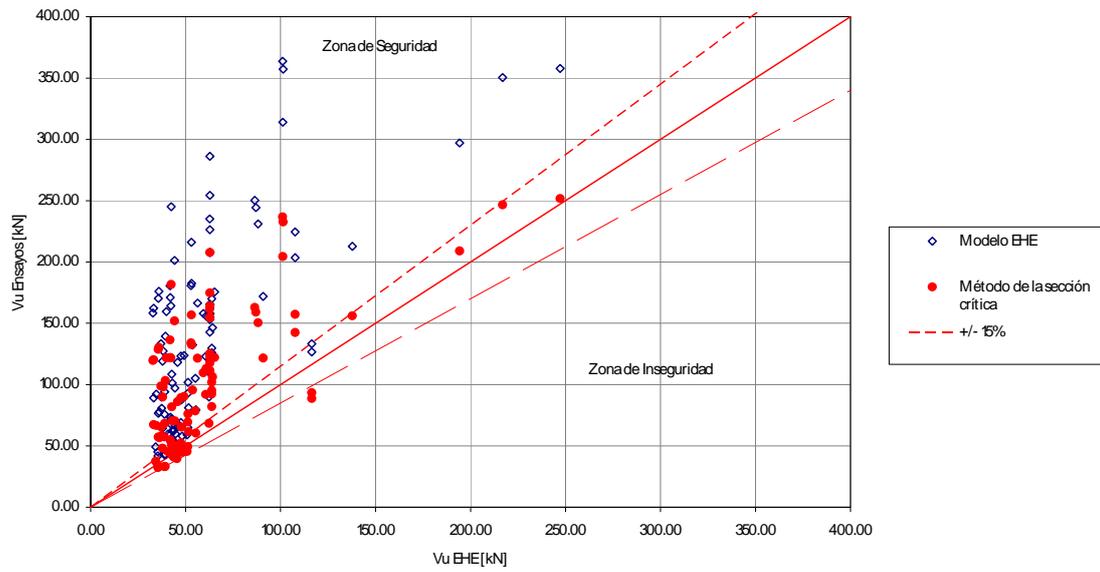


Figura 3.3 Contrastación experimental del método de la sección crítica característica con la normativa EHE para todos los ensayos disponibles [9]

4. Método de la carga eficaz

En la figura 4.1, se representa un resultado clásico de los ensayos a cortante de Kani (1966) [4] donde se observa la influencia de la posición de la carga en la capacidad resistente última del elemento. Dicha influencia es muy grande para valores de a/d inferiores a 2.5.

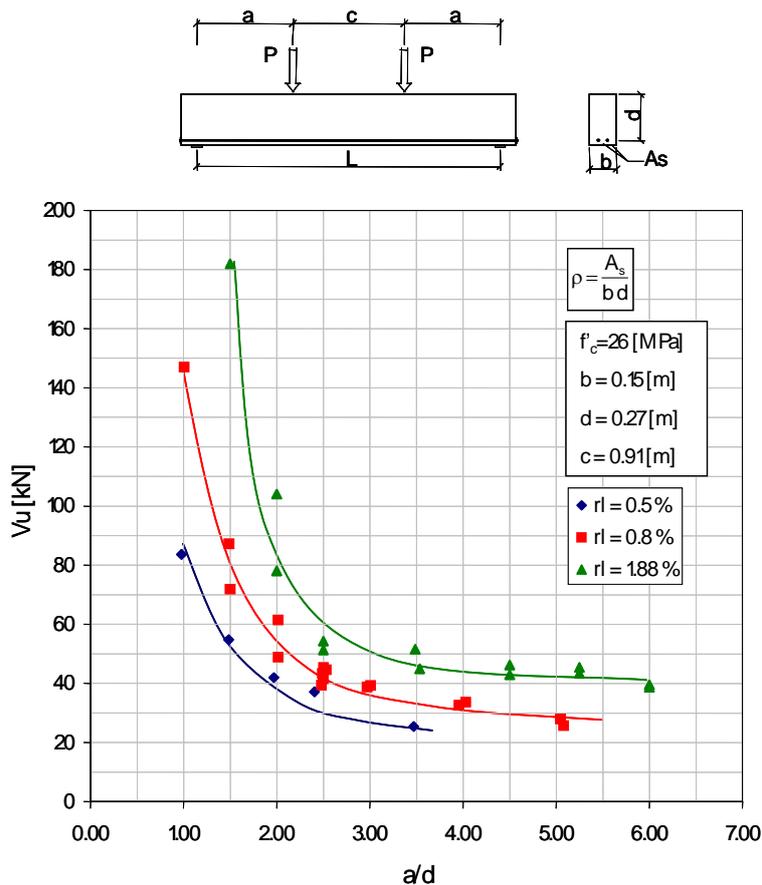


Figura 4.1 Capacidad resistente a cortante de elementos sin armadura transversal en función de la relación entre la distancia de la carga al apoyo y el canto útil. Kani (1966)[4,5]

Analizando la expresión (2.2) propuesta anteriormente, se observa que la capacidad resistente de un elemento disminuye a medida que se incrementa la distancia de la carga al apoyo. Dicha disminución tiende a un valor mínimo de $\tau_{min} = 0.4$ [MPa].

Si se considera que este valor mínimo es la capacidad resistente a cortante de un elemento sin interferencia del efecto arco, entonces se puede decir que esta resistencia mínima es la que el alma del elemento es capaz de transferir por los mecanismos resistentes diferentes al efecto arco (fricción entre las caras o engranamiento de los áridos, hormigón no fisurado, efecto pasador). En lo sucesivo, se denominará a esta resistencia *resistencia a tracción del alma*. En la figura 4.2 se representa un esquema en el que se separa la resistencia debida al mecanismo del efecto arco de la resistencia a tracción del alma en función de la distancia de la carga al apoyo.

En el caso de un elemento sometido a carga uniformemente distribuida, la carga que se encuentra en la zona cercana al apoyo será transferida al mismo en parte mediante efecto arco y en parte mediante tracción del alma.

Por lo tanto la carga eficaz que tracciona el alma se puede calcular según la expresión (4.1).

$$P_{eficaz} = \frac{\tau_{u,min}}{\tau_{u,ref}} P \quad (4.1)$$

donde:

$\tau_{u,min}$ es 0.4 [MPa]

$\tau_{u,ref}$ se determina en función de a y d según la expresión (1.2)

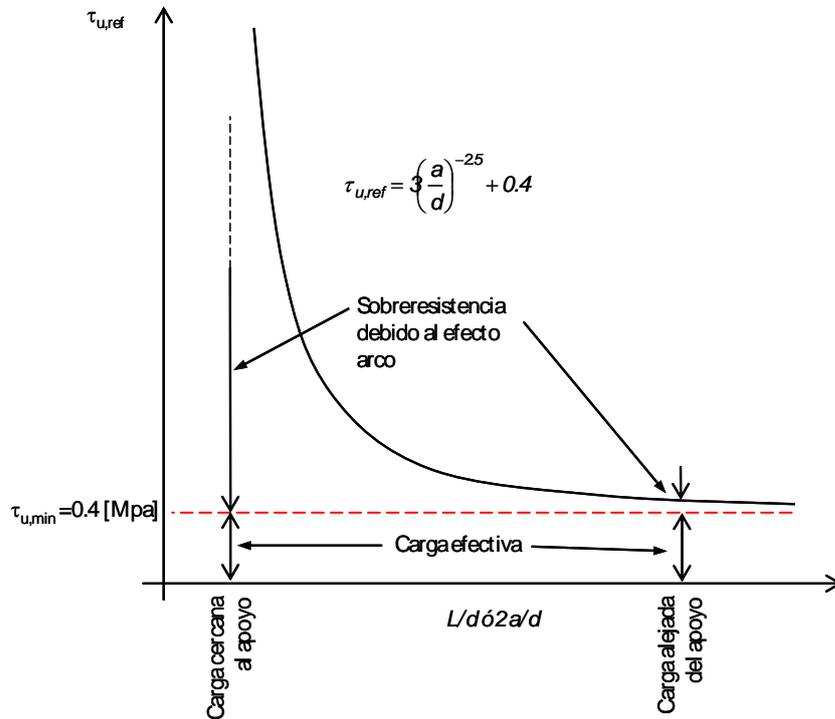


Figura 4.2 Ejemplos de casos extremos para una viga simplemente apoyada sometida a cargas puntuales [9]

Si se considera como válido el principio de superposición (una hipótesis, en principio, muy arriesgada) y se generaliza el caso de una carga puntual para n cargas la expresión de la carga efectiva escrita de manera condensada queda según la ecuación (4.2):

$$P_{eficaz} = \sum_{i=1}^{n/2} \frac{\tau_{u,min}}{\tau_{u,ref i}} P_i \quad (4.2)$$

Para el caso extremo de infinitas cargas puntuales actuando sobre la viga, que es el correspondiente al caso de una carga uniformemente distribuida según se muestra en la figura 4.2, la ecuación (4.2) se puede generalizar según se especifica a continuación. La carga P_i será equivalente a:

$$P_i = q dx \quad (4.3)$$

Por otro lado, la sumatoria se transforma en una integral según la ecuación (4.4)

$$P_{eficaz} = \int_0^{L/2} \frac{\tau_{u,min}}{\tau_{u,ref}(x)} q dx = \int_0^{L/2} \frac{\tau_{u,min}}{3 \left(\frac{x}{d} \right)^{-2.5} + 0.4} q dx \quad (4.4)$$

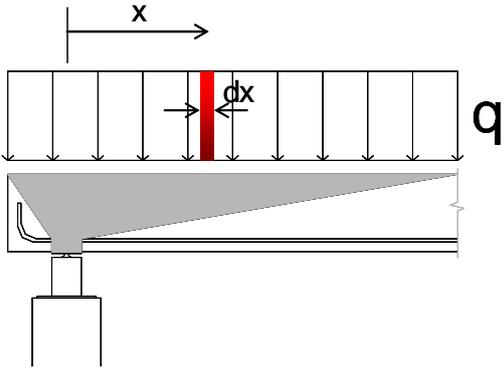


Figura 4.3 Esquema de carga de una viga simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente distribuida [9]

Finalmente, se puede generalizar la expresión para el caso de una carga distribuida de forma arbitraria combinada con cargas puntuales actuando sobre la viga, según la ecuación 4.5.

$$P_{eficaz} = \sum_{i=1}^{n/2} \frac{\tau_{u,min}}{\tau_{u,ref i}} P_i + \int_0^{L/2} \frac{\tau_{u,min}}{\tau_{u,ref}(x)} q(x) dx \quad (4.5)$$

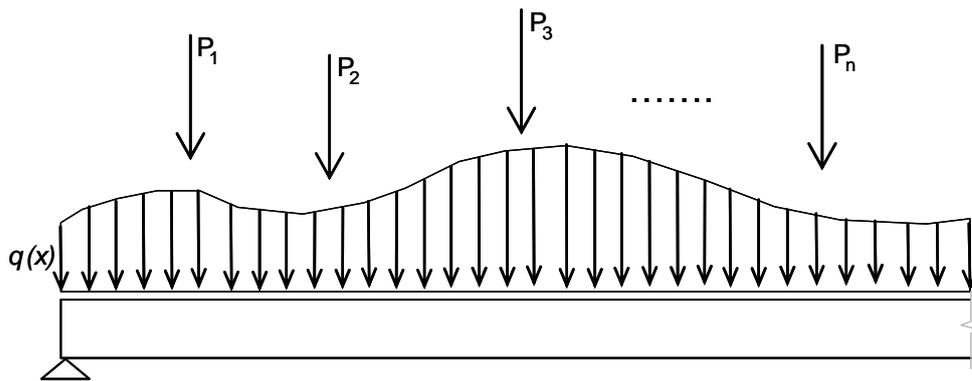


Figura 4.4 Esquema de una viga con carga arbitraria, tanto distribuida como puntual [9]

Este método, que se basa en el principio de superposición (a pesar de tratarse de un problema no lineal), propone disminuir el valor de la carga solicitante para tener en cuenta la parte de la misma que se transmite por efecto arco y no contribuye, por lo tanto, a traccionar el alma.

La carga eficaz se calcula multiplicando el cortante del apoyo por factor de reducción f .

Para el caso de los elementos sometidos a carga uniformemente distribuida, la resolución del problema se simplifica, al igual que para el caso de cargas puntuales de igual magnitud, la carga eficaz se puede determinar como la media de los valores que toma la relación $\tau_{u,min}/\tau_{u,ref}$.

Si se considera que P_{eficaz} es el resultado de afectar por un factor f al cortante del apoyo (que en este caso será igual a la carga aplicada sobre la mitad de la viga), entonces se puede escribir:

$$P_{eficaz} = f P_{Total} \quad (4.5)$$

Escribiendo P_{eficaz} según la expresión (4.4) y realizando un cambio de variable ($y = \frac{x}{d}$), el valor de f se puede determinar según se expresa en la ecuación (4.6)

$$f = \frac{qd \int_0^{L/2d} \frac{\tau_{u, \min}}{3(y)^{-2.5} + 0.4} dy}{q \frac{L}{2}} = \frac{\int_0^{L/2d} \frac{\tau_{u, \min}}{3(y)^{-2.5} + 0.4} dy}{\frac{L}{2d}} \quad (4.6)$$

En la Figura 4.5 se representan los valores que toma el factor de reducción f para diferentes esbelteces en el caso de un elemento sometido a una carga uniformemente distribuida.

Cabe destacar el interés de esta figura a la hora del dimensionamiento, puesto que para obtener el cortante solicitante eficaz basta con multiplicar el cortante del apoyo por un factor de reducción y finalmente comparar este valor, expresado en términos de tensión de referencia con el valor de 0.4 MPa.

El factor de reducción puede determinarse a partir de la esbeltez del elemento utilizando el gráfico de la figura 4.5. Como ejemplo, a un elemento de esbeltez $\lambda = 10$, le corresponde un factor de reducción de aproximadamente de $f = 0.51$, un valor nada despreciable.

Factor de reducción f para las diferentes esbelteces

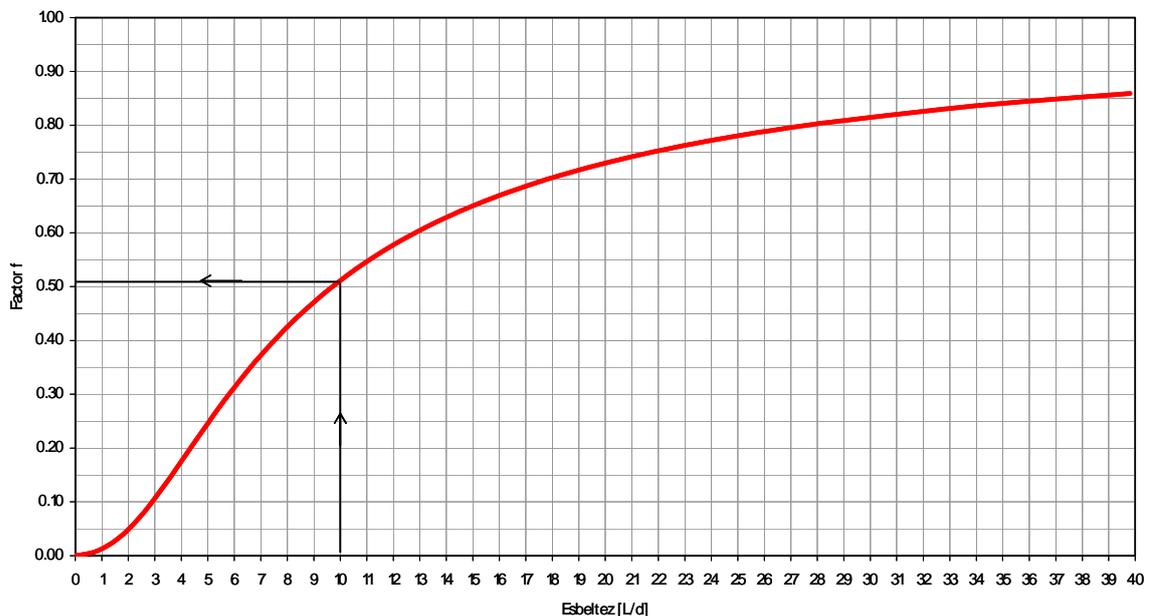


Figura 4.5 Factor de reducción f para las diferentes esbelteces para el caso de un elemento sometido a carga uniformemente distribuida a lo largo de la viga [9]

Como este método se basa en el principio de superposición que no es válido para estados avanzados de carga, su aplicación queda sujeta a una comparación favorable con la experimentación disponible.

En la figura 4.6 se presenta esta contrastación. En ella se representa la ecuación 2.2 y dicha ecuación dividida por el factor de reducción f (lo cual es equivalente a multiplicar los datos experimentales por dicho factor). Igualmente se representan los datos experimentales tanto de carga puntual como de carga distribuida. Se observa que la mayoría de los puntos experimentales se sitúan por encima y a la derecha de las curvas teóricas lo cual supone que el método da lugar a resultados seguros.

Por otra parte se puede observar que la tendencia de la curva es similar a la de los ensayos asemejándose mejor al comportamiento para esbelteces pequeñas y un tanto conservador para esbelteces mayores a 20.

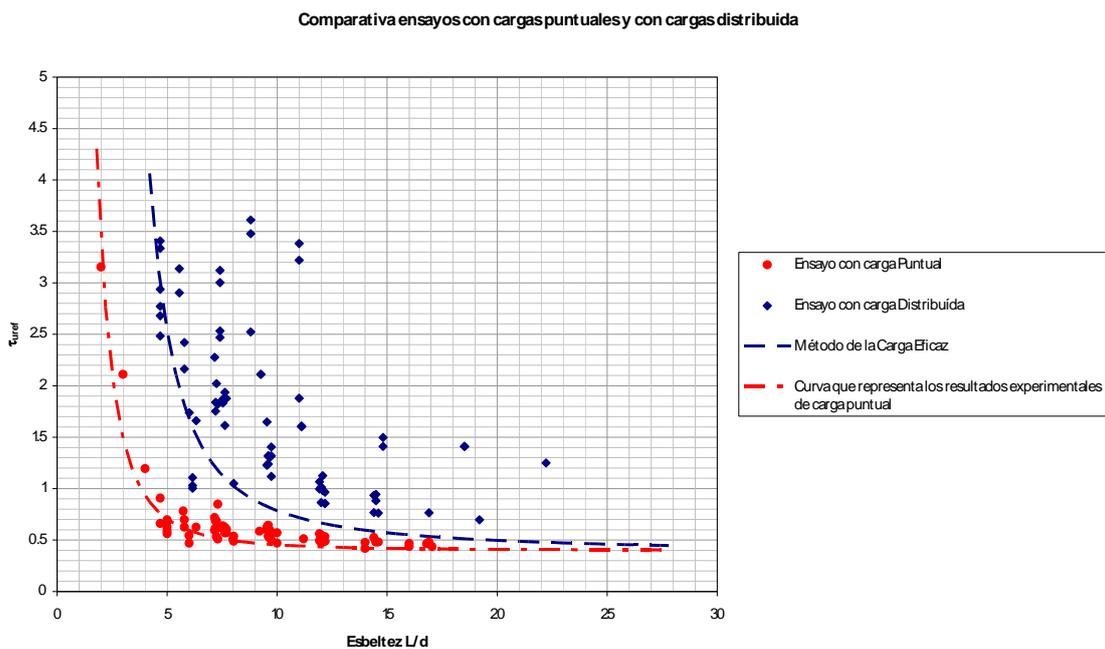


Figura 4.6 Comparativa entre los resultados experimentales y la aplicación del método de la carga eficaz.[9]

Se obtiene otro análisis de interés al comparar los valores que se obtendrían aplicando el método de la carga eficaz y aplicando el modelo estricto de la EHE (con una sección de comparación situada a un canto útil del apoyo). Esta comparación es similar a la llevada a cabo anteriormente para el método de la sección crítica y se presenta en la figura 4.7.

Como se puede observar, al aplicar el modelo de la EHE se obtienen resultados muy conservadores, con una gran dispersión. En cambio, al aplicar el método de la carga eficaz esta dispersión se reduce considerablemente y se obtienen valores mucho más ajustados a los ensayos.

Comparación del Modelo de la EHE con el Método de Carga Eficaz

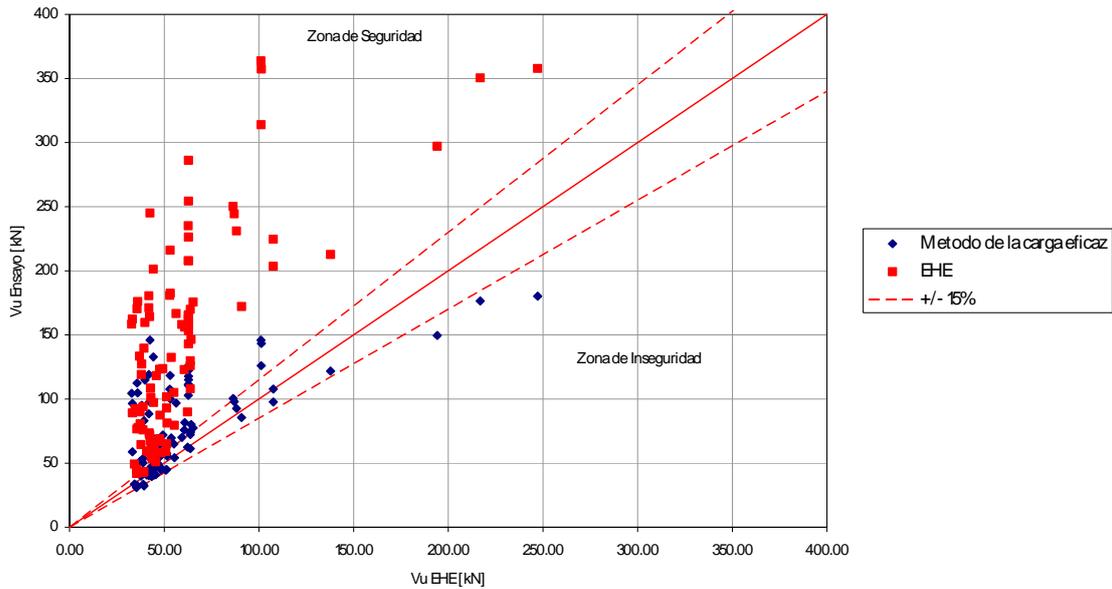


Figura 4.7 Comparación entre el modelo de la EHE y el método de carga eficaz[9]

5. Conclusiones

En este trabajo se han presentado dos métodos que permiten tener en cuenta de una forma relativamente sencilla un parámetro que no considera la mayoría de modelos normativos vigentes para la determinación de la resistencia a cortante: la distribución de las cargas. Se ha demostrado que este parámetro tiene una influencia muy considerable en la capacidad resistente de las estructuras de hormigón sin armadura de cortante.

Aunque ambos métodos tiene una base empírica, lo cual supone una debilidad, su aplicación permite resolver un problema práctico de gran relevancia en la actualidad en la medida que puede ayudar a justificar la ausencia de cercos en muchos elementos donde la práctica profesional tradicional ha prescindido de ellos, conciliando dicha práctica con los modelos incluidos en las normativas, de base igualmente empírica pero centrada en ensayos de carga puntual alejada de los apoyos.

6. Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado inicialmente por Puertos del Estado. Su continuación ha sido posible gracias a la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia por medio del proyecto de investigación BIA 2006-14291.

Por su parte el grupo Hormigón Estructural quiere agradecer a todas las personas y entidades que han donado desinteresadamente materiales para la elaboración de los elementos ensayados entre los que se encuentran Hympsa S.A. y CELSA S.L. [9]

7. Bibliografía

- [1] Y. Aoyagi, T. Endo, Ultimate Shear Capacity of Continuous RC Beams Subjeted to Distributed Loading, Proceedings, Fourth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, Seoul, 1993, pp. 727-732.
- [2] M. Brown, O. Bayarak, J. Jirsa, Design for Shear Based on Loading Conditions, 103 (4) (2006) 541-550.
- [3] R.D.d. Cossio, C.P. Siess, Behaviour and Strength in Shear of Beams and Frames Without Web Reinforcement, Journal of American Concrete Institute, Febrero 1960, pp. 695-735.
- [4] G.N.J. Kani, Basic Facts Concerning Shear Failure Part I, ACI 63 (6) (1966) 675-692.
- [5] G.N.J. Kani, Basic Facts Concerning Shear Failure Part II, ACI 63 (6) (1966).
- [6] W.j. Krefeld, C.W. Thurston, Studies of Shear and Diagonal Tension Strength of Simply Supported Reinforced Concrete Beams, ACI Structural Journal 63 (4) (1966) 451-476.
- [7] F. Leonhardt, R. Walther, Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der oberen Schubspannungsgrenze, Deutscher Ausschuss für Sthalbeton, 1962.
- [8] F. Leonhardt, R. Walther, The Stuttgart Shear Test. Contribution to the treatment of the problems of shear in reinforced concrete construction, Cement an concrete assosiation, 1961.
- [9] P. Padilla, Influencia de la distribución de la carga en la capacidad resistente a cortante en elementos sin armadura transversal. Estudio teórico y experimental Grupo de Hormigón Estructural. Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Politécnica de Madrid, 2008.
- [10] A. Pérez, P. Padilla, H. Corres, Análisis de Piezas Sometidas a Cortante con Bajas Cuantías de Armadura Longitudinal. Estudio Teórico de Elementos Estructurales con estas características y Definición de un Programa Experimental de Investigación., Hormigón y acero, Vol. 233, 2004, pp. 103-118.
- [11] K.H. Reineck, D.A. Kuchma, K.S. Kim, S. Marx, Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement, ACI Structural Journal 100 (2) (2003) 240-249.
- [12] K.H. Reineck, D.A. Kuchma, K.S. Kim, S. Marx, Shear Database for Reinforced Concrete Members without Shear Reinforcement (Apendix B), ACI Structural Journal 100 (2) (2003) 240-249.