

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE MATERIALES

APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE LA  
FRACTURA A LA ROTURA FRÁGIL DE  
FIBRAS DE SÉMOLA

TESIS DOCTORAL

Francisco Javier Rojo Pérez  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Director de Tesis  
Gustavo V. Guinea Tortuero  
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Catedrático de Universidad

Madrid, 2003

# AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi más sincero agradecimiento al director de la tesis, el profesor D. Gustavo V. Guinea Tortuero, por todas las enseñanzas transmitidas durante la elaboración de esta tesis y la gran dedicación prestada al desarrollo de este trabajo.

A todos los miembros del Departamento de Ciencia de Materiales de la E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos de la U.P.M., por su amabilidad y ayuda, especialmente a mis compañeros doctorandos, Dña. Alicia Salazar, D. Gustavo Plaza y D. Javier Segurado. A los miembros del taller mecánico del Departamento y al personal administrativo por su colaboración en las diversas fases de la realización de esta tesis. Finalmente, agradezco al profesor D. Manuel Elices Calafat el apoyo y la confianza en mi depositada.

A la Univesidad Politécnica de Madrid por la concesión de una Beca de Investigación para la realización del doctorado y al Ministerio Español de Ciencia y Tecnología por la concesión de una beca de Formación de Personal Investigador y por la financiación prestada mediante los proyectos de investigación MAT2001-3863-C03-01 y MAT2000-1355.

A mis familiares y amigos por su cariño y paciencia, y de modo muy especial a mis padres, sin cuyo apoyo no habría podido realizar esta tesis.

Madrid, Septiembre 2003

# RESUMEN

La rotura por tracción de fibras frágiles ha sido estudiada tradicionalmente por métodos estadísticos, entre los que destaca el Modelo de Weibull. En este trabajo se estudia la aplicabilidad de este modelo y de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal a la rotura por tracción de fibras frágiles, empleándolos para analizar la rotura de fibras de sémola de trigo duro, ordinariamente conocidas como espaguetis.

Se ha comprobado que los modelos estadísticos de rotura, entre ellos el de Weibull, no reproducen adecuadamente el efecto de tamaño en la carga de rotura al variar la longitud de la fibra cuando los defectos no tienen una distribución estrictamente aleatoria, como sucede en el caso de las fibras de sémola.

Por el contrario, este trabajo demuestra que la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal es aplicable a la rotura de este tipo de fibras, en particular en presencia de defectos internos de muy diferentes posiciones y tamaños.

# **ABSTRACT**

Tensile failure of brittle fibres has been typically analysed using statistical theories, specially the Weibull's theory. In this work the applicability of Weibull distribution and Linear Elastic Fracture Mechanics to the failure of brittle fibres under tensile loading is analysed, using both models to study the failure of durum wheat semolina fibres, usually known as spaghettis.

It is shown that statistical theories, for example the Weibull's one, are inadequate to characterise the size effect on the strength of fibres with varying length when the defects don't follow a strictly random distribution, as it happens in semolina fibres.

This work shows that Linear Elastic Fracture Mechanics is applicable to the failure of this kind of fibres, particularly when they have internal defects with very different sizes and locations.



# ÍNDICE GENERAL

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
1.1. Fibras. Importancia de su estudio.....	1
1.2. Objetivos de la Tesis.....	3
1.3. Estructura y Contenidos.....	4
<b>2. ANTECEDENTES</b> .....	7
2.1. Introducción.....	7
2.2. Rotura frágil de fibras.....	7
2.3. Modelos estadísticos. Modelo de Weibull.....	9
2.4. Mecánica de la Fractura Elástica Lineal.....	15
2.4.1. Introducción.....	15
2.4.2. Factor de intensidad de tensiones para defectos externos.....	20
2.4.3. Factor de intensidad de tensiones para defectos internos.....	22
<b>3. CÁLCULO DE <math>K_I</math> EN DEFECTOS INTERNOS</b> .....	25
3.1. Introducción.....	25
3.2. Planteamiento del problema.....	26
3.3. Fundamento teórico.....	27
3.4. Cálculo de desplazamientos.....	32
3.5. Resultados.....	36

3.6. Fórmula de interpolación .....	40
3.7. Error y convergencia .....	44
<b>4. TRABAJO EXPERIMENTAL</b> .....	<b>49</b>
4.1. Introducción .....	49
4.2. Material empleado. Composición, proceso de fabricación y geometría. ....	50
4.2.1. Justificación del material utilizado. ....	50
4.2.2. Composición.....	51
4.2.3. Proceso de fabricación .....	53
4.2.4. Fibras ensayadas.....	54
4.3. Ensayos de tracción simple. ....	58
4.4. Análisis fractográfico. ....	63
4.4.1. Tipología de los defectos. ....	65
4.4.2. Observación detallada de la superficie de rotura.....	68
4.5. Ensayos de fatiga. ....	73
<b>5. ANÁLISIS DE RESULTADOS</b> .....	<b>79</b>
5.1. Introducción. ....	79
5.2. Modelos estadísticos. Modelo de Weibull. ....	80
5.2.1. Estudio estadístico de las tensiones de rotura.....	80
5.2.2. Origen de los defectos y justificación de los resultados. ....	87
5.3. Modelos deterministas. Mecánica de la Fractura Elástica Lineal. ....	93
5.3.1. Ensayos de tracción simple .....	93
5.3.2. Estabilidad del proceso de rotura. ....	96
5.3.3. Análisis de los ensayos de fatiga.....	101
<b>6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO</b> .....	<b>103</b>
6.1. Conclusiones .....	103
6.2. Trabajo futuro. ....	105
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>107</b>

**APÉNDICE A**

Ensayos de tracción sobre fibras de sémola ..... 113

**APÉNDICE B**

Superficies de fractura de fibras de sémola sometidas a tracción... 135

**APÉNDICE C**

Superficies de fractura de fibras de sémola sometidas a fatiga..... 181

**APÉNDICE D**

Coeficientes  $C_{ijk}$  de la expresión (2.12) [Levan and Royer 1993] ..... 187



# ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1. Defectos en fibras: (a) externos, (b) internos. ....	8
Fig. 2.2. Cadena formada por N eslabones .....	10
Fig. 2.3. Gráfica de la probabilidad de rotura de una fibra frente a la tensión aplicada, para distintos valores del módulo de Weibull. ....	12
Fig. 2.4. Densidad de probabilidad de la distribución de Weibull para varias longitudes de fibra. ....	13
Fig. 2.5. Esquema de los tres modos de fractura. ....	18
Fig. 2.6. Caracterización geométrica de los defectos externos según Levan y Royer [Levan and Royer 1993]. ....	21
Fig. 2.7. Valores del parámetro $\alpha$ para las geometrías calculadas por Levan y Royer. ....	22
Fig. 2.8. (a) Defecto interno centrado. (b) Defecto interno excéntrico.....	23
Fig. 2.9. Diferencia porcentual entre las expresiones de Tada y Sih para defectos circulares centrados. ....	24
Fig. 3.1. Nomenclatura empleada en el cálculo numérico: R=radio de la fibra, b=ligamento, r=radio de la grieta, e=distancia del centro de la grieta al centro de la fibra, 2L=altura total de la fibra, $\sigma$ =tracción remota sobre la fibra. ....	27
Fig. 3.2. (a) Variables utilizadas y desplazamientos nodales en un plano perpendicular al frente de grieta. (b) Toro de elementos finitos empleado alrededor del frente de grieta.....	29
Fig. 3.3. Doble simetría de la fibra y detalle de la malla alrededor de la grieta.....	33

Fig. 3.4. Mallas empleadas para resolver los siguientes casos (a) $r/R=0.1$ $b/R=0.5$ y (b) $r/R=0.1$ $b/R=0.01$ . .....	35
Fig. 3.5. $K_I$ adimensional frente al ligamento relativo.....	37
Fig. 3.6. $K_I$ adimensional frente al radio relativo de grieta.....	38
Fig. 3.7. $K_I$ adimensional a lo largo del frente de grieta para un tamaño de defecto $r/R=0.2$ en siete posiciones diferentes. ....	39
Fig. 3.8. Representación gráfica de los casos calculados y detalle de la zona con ligamentos pequeños.....	41
Fig. 3.9. Defecto plano semi-infinito en un medio semi-infinito, con un ligamento $b$ . ....	42
Fig. 3.10. Comparación de resultados de Tada [Tada et al 1985] y numéricos para defecto centrado con el eje de la fibra. ....	45
Fig. 3.11. Error relativo respecto a la expresión de Tada (3.17) a lo largo del frente de grieta de defectos centrados. ....	46
Fig. 3.12. Variación de $K_I$ con el número de nodos de dos mallas con distinto ligamento. Referencia en la malla con mayor número de nodos. ....	47
Fig. 4.1. Curvas tensión-deformación de fibras de sémola de trigo duro. Longitud entre mordazas = 150mm. Sección media de las fibras= $2.147\text{mm}^2$ . ....	50
Fig. 4.2. Microestructura de una fibra de sémola.....	52
Fig. 4.3. Paquete de fibras de sémola empleadas en el trabajo experimental.....	55
Fig. 4.4. Micrografía óptica de una fibra de sémola pulida. ....	56
Fig. 4.5. Micrografía electrónica de una fibra de sémola pulida. Voltaje= $10\text{ kV}$ . Intensidad= $6 \cdot 10^{-11}\text{ A}$ .....	57
Fig. 4.6. Esquema del dispositivo experimental empleado en el ensayo de fibras de sémola. ....	58
Fig. 4.7. Ensayo de tracción de una fibra de sémola de trigo duro. ....	59
Fig. 4.8. Detalle de la fijación en mordazas de una fibra de sémola de trigo para su ensayo a tracción. ....	60
Fig. 4.9. Fibra rota tras haber sido ensayada a tracción. ....	60
Fig. 4.10. Almacenamiento e identificación de las fibras tras el ensayo..	61
Fig. 4.11. Patrón de medida. Tamaño del patrón = 1mm. Número de divisiones= 100.....	63
Fig. 4.12. Disposición de una fibra sémola en la guía de aluminio para su observación en el microscopio óptico.....	64

Fig. 4.13. Dispositivo experimental empleado para observar y fotografiar las superficies de fractura de las fibras de sémola.....	65
Fig. 4.14. Superficies de fractura de fibras de sémola de trigo. Imágenes obtenidas con microscopio óptico.....	66
Fig. 4.15. Esquema de las medidas realizadas sobre los defectos.....	67
Fig. 4.16. Imagen del interior del defecto inicial tomada con microscopio óptico.....	68
Fig. 4.17. Imagen de la superficie de fractura externa al defecto inicial tomada con microscopio óptico.....	69
Fig. 4.18. Vista general de la superficie de fractura de una fibra de sémola tomada mediante microscopía electrónica de barrido. El diámetro de la fibra es 1.63mm. ....	70
Fig. 4.19. Detalle de la microestructura del defecto. Imagen obtenida mediante microscopio electrónico de barrido.....	71
Fig. 4.20. Superficie de fractura. Detalle de la zona próxima al defecto..	72
Fig. 4.21. Detalle de la superficie de fractura. Zona alejada del defecto inicial. ....	72
Fig. 4.22. Esquema de la sollicitación empleada en los ensayos de fatiga.....	73
Fig. 4.23. Superficies de fractura de fibras de sémola sometidas a fatiga.....	74
Fig. 4.24. Imagen SEM del defecto inicial en un ensayo de fatiga.....	75
Fig. 4.25. Imagen SEM de la zona de propagación del defecto inicial en un ensayo de fatiga. ....	76
Fig. 4.26. Imagen SEM de la zona de propagación inestable en un ensayo de fatiga.....	76
Fig. 4.27. Frontera entre el defecto inicial y la propagación del mismo por fatiga.....	77
Fig. 4.28. Zona de la propagación del defecto por fatiga y zona de propagación inestable. ....	77
Fig. 5.1. Representación de la probabilidad de rotura frente a la tensión aplicada para fibras de sémola de trigo duro de diferentes longitudes. ....	82
Fig. 5.2. Representación de la tensión característica frente a la longitud de las fibras de sémola. ....	83
Fig. 5.3. Representación de la función de concentración de defectos para las cuatro longitudes ensayadas.....	86
Fig. 5.4. Generación de las tensiones de retracción durante el secado de las fibras. ....	88

Fig. 5.5. Contenido de agua en una fibra de sémola en función del tiempo de inmersión en agua a 20°C. ....	89
Fig. 5.6. Sección transversal de una fibra de sémola tras haber estado sumergida en agua a 40°C durante 2.5 minutos (a) y 12.5 minutos (b) [Del Nobile and Massera 2002].....	90
Fig. 5.7. Grietas externas transversales en espaguetis secados tras inmersión en agua a 20°C durante 15 minutos (a) y 30 minutos (b). ....	91
Fig. 5.8. Superficie de fractura de una fibra de sémola tras haber sido sumergida en agua a 20°C durante 15 minutos y secada a temperatura y humedad ambiente (T=30° HR=30%) y posteriormente sometida a rotura por tracción. ....	92
Fig. 5.9. Valores de $K_{IC}$ para ensayos de tracción de fibras de sémola de diferente longitud.....	95
Fig. 5.10. Distribución de valores de $K_{IC}$ de fibras de sémola de trigo, calculados con datos experimentales.....	96
Fig. 5.11. Propagación de un defecto interno a uno externo. ....	97
Fig. 5.12. Relación del radio y el ligamento de un defecto interno inicial para que se produzca la propagación estable del mismo.....	99
Fig. 5.13. Zonas de rotura estable e inestable junto con algunos puntos experimentales de rotura inestable.....	100
Fig. A.1. Geometría de los defectos circulares externos e internos y variables empleadas para su medida. ....	121



# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Coeficientes $C_{ij}$ de la expresión (3.18).....	44
Tabla 4.1. Resumen de los valores de la tensión de rotura de fibras de sémola. Valores medios, desviaciones estándar, máximos y mínimos de cada longitud de fibra. ....	62
Tabla 4.2. Resultados de los ensayos a tracción simple instrumentados sobre fibras de sémola.....	62
Tabla 4.3. Resumen de la medida del diámetro de las fibras y de los defectos internos. ....	67
Tabla 5.1. Parámetros de la distribución de Weibull para fibras de sémola de trigo duro. ....	82
Tabla 5.2. Parámetros de la distribución de Weibull obtenidos mediante el método de los momentos. ....	85
Tabla 5.3. Ensayos de fatiga. Medida de los defectos y resumen de los resultados.....	102
Tabla A.1. Tensiones de rotura de fibras de sémola sometidas a tracción simple .....	115
Tabla A.2. Medida de los defectos en fibras de sémola .....	121
Tabla A.3. Cálculo de $K_{IC}$ de fibras de sémola con defectos internos circulares planos .....	129
Tabla D.1. Coeficientes $C_{ijk}$ de la expresión (2.12) [Levan and Royer 1993].....	187



# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Fibras. Importancia de su estudio.

Se define *fibra* como un elemento en el que una de sus dimensiones es muy superior a las otras dos, siendo la dimensión mayor la *longitud* de la fibra.

Las fibras han sido empleadas por el hombre desde tiempos muy remotos. Ya en la prehistoria varios tipos de fibras naturales eran empleadas por ejemplo para la elaboración de cuerdas y armas. La seda de gusano se empezó a cultivar en China (el vocablo *seda* proviene de *Serinda*, antiguo nombre que los Griegos y Romanos daban a la región de Asia Oriental de donde provenía la seda), y no fue hasta el siglo VI de nuestra era cuando se empezó a producir en Occidente. La primera fibra artificial se obtuvo de la pulpa de la morera en 1880 y se la denominó *Rayón*.

Durante el siglo XX la fabricación de fibras ha experimentado grandes avances, comenzando en los años treinta con las fibras de nylon y continuando con otras fibras poliméricas como las de poliéster, acrílicas, etc.

Paralelamente al desarrollo de las fibras poliméricas, a finales de los años treinta y principios de los cuarenta, tuvo lugar la aparición de las fibras de vidrio que, debido a su rigidez y resistencia, encontraron aplicación en el

refuerzo de materiales poliméricos. La alineación de los enlaces carbono-carbono en las fibras de aramida y polietileno de ultra alto peso molecular permitió superar las prestaciones del vidrio mediante fibras poliméricas.

Por otra parte, las fibras metálicas se han empleado con profusión para usos muy diversos: cobre para el transporte de electricidad, wolframio como filamento de las lámparas incandescentes, acero en construcción, etc.

En el último cuarto del siglo XX se han incrementado los estudios sobre las fibras cerámicas, de boro, alúmina, carbono, carburo de silicio, etc., debido a su gran resistencia, rigidez, ligereza y resistencia a altas temperaturas.

Por lo tanto, hoy en día existe una enorme variedad de fibras, que son empleadas en gran número de aplicaciones, en la industria textil, para el transporte de energía, con fines estructurales, etc. [Chawla 1998, Halsall 1998, Yates et al].

Desde el punto de vista mecánico, dos son las principales características que hacen que las fibras tengan tanto interés, su flexibilidad y su resistencia. La primera de ellas, la flexibilidad, es debida principalmente a su geometría, puesto que la rigidez es proporcional al cubo de la dimensión transversal que, por definición, es muy pequeña.

En cuanto a la segunda de las características, la resistencia, es debida a que el empleo de materiales en forma de fibras permite mejorar sustancialmente sus propiedades mecánicas, debido al menor tamaño de los defectos que pueden estar presentes en ellas.

Sin embargo es la presencia de dichos defectos la que condiciona la rotura de las fibras, cuya carga varía según el tamaño y la posición que ocupan, y que dan lugar a una fragilización del elemento haciendo poco predecible su resistencia. Esto es especialmente importante en el caso de las fibras de más alta resistencia, como son las fibras cerámicas, de carbono, etc. cuyo comportamiento es muy frágil.

El carácter generalmente aleatorio del tamaño y la posición de los defectos y, en consecuencia, de la resistencia de las fibras frágiles ha hecho que tradicionalmente se empleen métodos estadísticos, especialmente el

modelo de Weibull, para su estudio. Sin embargo estos métodos no permiten predecir la carga de rotura de una fibra concreta. La Mecánica de la Fractura sí puede obtener *a priori* estos valores siempre que sean conocidos el tamaño y la posición de los defectos y la tenacidad del material.

## 1.2. Objetivos de la Tesis.

El principal objetivo de la presente Tesis doctoral es evaluar la aplicabilidad de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal a la rotura de fibras frágiles, ampliando su utilización a casos con presencia de defectos internos, poco o nada tratados hasta ahora en la literatura y comparar sus predicciones con las del modelo estadístico del eslabón más débil, rutinariamente empleado para analizar la rotura de este tipo de fibras.

La aplicación de la Mecánica de la Fractura asume que los defectos presentes en la fibra pueden asimilarse a grietas, y exige el conocimiento de su factor de intensidad de tensiones. Debido a la gran variedad de defectos que pueden estar presentes en el material, es necesaria la asunción de hipótesis simplificadoras.

En este trabajo se ha supuesto que los defectos son planos y circulares, y que se orientan perpendicularmente al eje de la fibra. Estas hipótesis se muestran adecuadas para caracterizar muchos de los defectos que aparecen en fibras, situando el análisis del lado de la seguridad [Elices and Llorca 2002]. El trabajo experimental sobre fibras de sémola ha confirmado la validez de estas hipótesis.

Pese a las simplificaciones realizadas el factor de intensidad de tensiones de una fisura localizada en el interior de una fibra no está resuelto con generalidad. Por ello, la primera labor realizada en esta Tesis ha sido el cálculo de una expresión precisa para dicho factor.

El trabajo experimental ha tenido como principal objetivo la obtención de una base de datos de cargas y superficies de rotura en fibras que, con gran aproximación, puedan ser consideradas frágiles y de comportamiento elástico lineal. Para ello se han seleccionado fibras de sémola de trigo duro (espagueti) que, como se verá más adelante, cumplen adecuadamente estos requisitos. Con el fin de obtener una gama de defectos lo más amplia posible se han realizado ensayos de fatiga sobre algunas fibras.

Los datos experimentales se han obtenido sobre fibras de diferente longitud con el fin de estudiar el efecto de tamaño en la carga de rotura y evaluar la competencia de los dos modelos de rotura considerados (Mecánica de la Fractura y modelo del eslabón más débil).

Durante el desarrollo del trabajo se ha descubierto la presencia sistemática de defectos en las fibras, posiblemente originados durante su fabricación. Al ser éstos el origen de la rotura de las fibras en todos los casos, uno de los objetivos secundarios ha sido el análisis de estos defectos y la explicación de su origen. Se han realizado experimentos específicos para explicar su formación y propagación.

Por último, y para el caso de que la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal fuera aplicable a la rotura de fibras de sémola –como así ha sucedido– el trabajo perseguía la medida de la tenacidad de fractura de este material.

### **1.3. Estructura y Contenidos.**

La Tesis se ha estructurado de la siguiente forma:

- Comienza en este primer capítulo con una breve introducción, exposición de objetivos y descripción de su estructura.
- Continúa en el capítulo segundo con unos antecedentes en los que se presentan los modelos empleados; a saber, el modelo estadístico de Weibull y la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal, y se resume el estado actual de conocimientos.

- En el tercer capítulo se calcula, mediante el método de los elementos finitos, el factor de intensidad de tensiones para defectos internos circulares planos y perpendiculares al eje de la fibra.
- En el cuarto capítulo se muestran los resultados de la campaña experimental, realizada sobre fibras de sémola de trigo duro.
- Seguidamente, en el capítulo quinto, se aplican los modelos presentados en el segundo capítulo a los valores experimentales obtenidos sobre las fibras ensayadas, y
- Finalmente, en el sexto y último capítulo, se exponen las conclusiones del trabajo realizado, y se resumen las ideas sobre las que pueden basarse posteriores trabajos.





## 2. ANTECEDENTES

### 2.1. Introducción.

El presente capítulo comienza con una motivación del tema que se estudia en esta Tesis, introduciendo el concepto de fibra y la importancia del estudio de su rotura. Posteriormente se comentan brevemente los fundamentos básicos de los dos enfoques que se emplean usualmente en el estudio de la rotura de los materiales frágiles, y que van a ser utilizados en este trabajo, el Modelo Estadístico de Weibull y la Mecánica de la Fractura. Finalmente se resume el estado actual del conocimiento sobre la rotura de fibras, distinguiendo entre defectos internos y externos, debido a la gran diferencia de trabajos dedicados a unos y otros.

### 2.2. Rotura frágil de fibras.

Las fibras son elementos en los que una de las dimensiones es mucho mayor que las otras dos. El interés del estudio de fibras radica, principalmente, en que los materiales más resistentes que el hombre ha sido capaz de fabricar tienen forma de fibras. En las últimas décadas ha aumentado enormemente este interés gracias al auge de los materiales compuestos, en los que las fibras son los refuerzos más importantes.

La rotura de las fibras más resistentes es frágil. El motivo de esta fragilidad varía de unos materiales a otros (cerámicos, metálicos o poliméricos) y tiene su origen en la microestructura.

La rotura frágil de fibras ha sido estudiada tradicionalmente mediante la estadística de Weibull debido a la presencia –supuesta aleatoria- de defectos de diferentes tamaños y posiciones, responsable de la dispersión de los valores de resistencia mecánica obtenidos experimentalmente.

Otra vía para el estudio de la rotura frágil de los materiales es la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL) que, a partir del conocimiento de la geometría, el tamaño y la posición los defectos presentes en el material, permite predecir su resistencia.

Los defectos en las fibras pueden tener formas muy irregulares y orientaciones al azar, lo cual complica mucho su estudio mediante la MFEL. Una simplificación razonable del problema, aplicable en muchas ocasiones, es la consideración de que los defectos son fisuras planas perpendiculares al eje de la fibra, que es siempre la orientación más desfavorable bajo solicitaciones de tracción. Habitualmente se hace también la hipótesis de que los defectos son elípticos, que suele ser una buena aproximación a su geometría. Por su localización podemos distinguir dos tipos de defectos: externos e internos (Fig. 2.1).

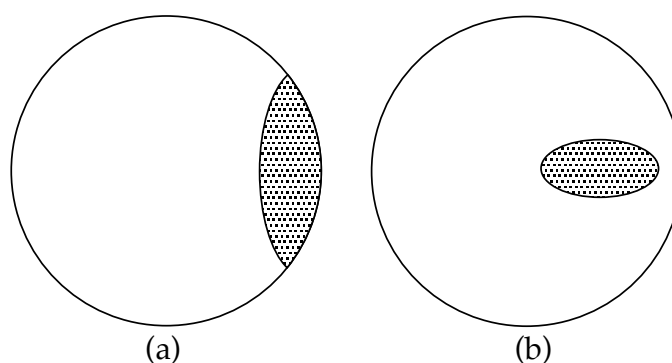


Fig. 2.1. Defectos en fibras: (a) externos, (b) internos.

### 2.3. Modelos estadísticos. Modelo de Weibull.

La rotura de fibras frágiles, y de materiales frágiles en general, ha sido tradicionalmente estudiada por métodos estadísticos basados en la teoría del eslabón más débil, formulado por vez primera en 1926 por Peirce [Peirce 1926]. Este modelo considera que la resistencia de cualquier elemento viene determinada por la de su sección más débil, de la misma forma que la resistencia de una cadena está determinada por la resistencia del eslabón menos resistente.

Entre los modelos basados en esta teoría [Gumbel 1958, Evans and Langdon 1976, Matthews et al 1976, Evans and Jones 1978] el más comúnmente empleado por su sencillez matemática y la relativa bondad de sus resultados es el modelo de Weibull, que en 1939 propuso la distribución estadística potencial para la resistencia de los materiales que lleva su nombre [Weibull 1939].

A continuación, y como resumen del modelo, se deduce la probabilidad de rotura de una fibra partiendo del modelo del eslabón más débil y empleando la distribución estadística de Weibull.

Se parte de la discretización de una fibra de longitud  $L$  en  $N$  segmentos de longitud  $L_i$ , tal que

$$L = \sum_{i=1}^N L_i \quad (2.1)$$

de manera que la fibra queda modelizada como una cadena de  $N$  eslabones (véase Fig. 2.2). El fundamento físico de este modelo consiste, como hemos dicho, en considerar que la cadena se romperá siempre por el eslabón más débil, y que la rotura de un eslabón supone la rotura de la cadena.

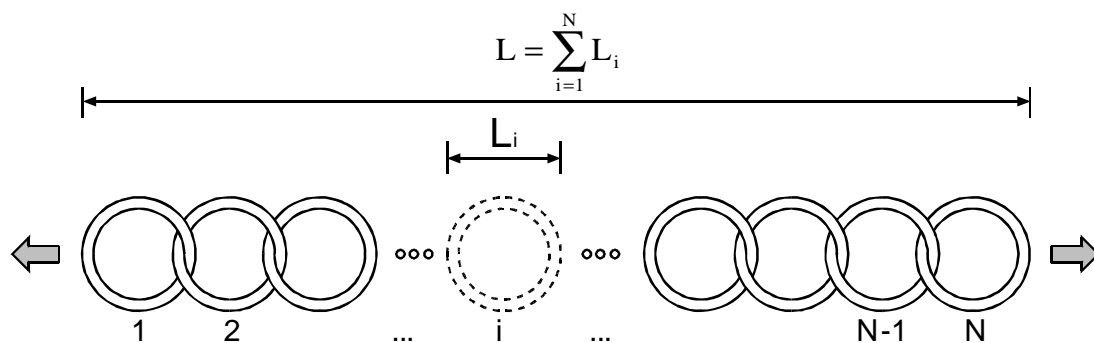


Fig. 2.2. Cadena formada por N eslabones

Se postula la existencia de una función  $n_\sigma$  que representa la probabilidad de que un segmento de fibra, de longitud unitaria, se rompa al ser sometido a una tensión  $\sigma$ , es decir, la probabilidad de que la resistencia del segmento sea menor que  $\sigma$ . Por lo tanto la probabilidad  $F_i$  (probabilidad de fallo) de que se rompa un segmento  $i$  será:  $F_i = n_\sigma \cdot L_i$ , y su correspondiente probabilidad de supervivencia será  $S_i = 1 - F_i = 1 - n_\sigma \cdot L_i$ .

La probabilidad de que no rompa la fibra,  $S$ , será el producto de todas las  $S_i$ :

$$S = \prod_{i=1}^N (1 - n_\sigma \cdot L_i) \quad (2.2)$$

En la discretización de la fibra podemos hacer los segmentos tan pequeños como queramos, y como  $1 - \epsilon \cong \exp(-\epsilon)$  podemos expresar la probabilidad de que no se rompa la fibra como:

$$S \cong \prod_{i=1}^N \exp(-n_\sigma \cdot L_i) = \exp\left(-\sum_{i=1}^N n_\sigma \cdot L_i\right) = \exp(-n_\sigma \cdot L) \quad (2.3)$$

donde se ha aproximado (2.2) y se ha tenido en cuenta (2.1) y que  $n_\sigma$  es la misma en todos los segmentos en que dividimos una fibra homogénea, es decir, que los defectos están uniformemente distribuidos a lo largo de la fibra.

La función  $n_\sigma$  propuesta por Weibull es la siguiente:

$$n_\sigma = \frac{1}{L_0} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (2.4)$$

en la que  $m$  es el parámetro de forma, denominado *módulo de Weibull* y  $\sigma_0$  es el parámetro de escala, denominado *resistencia característica*.  $L_0$  es la *longitud característica*, que puede ser entendida como la longitud de las muestras empleadas en los ensayos realizados para determinar  $\sigma_0$ .  $L_0$  es una longitud de referencia que tiene en cuenta el efecto de tamaño y está unívocamente determinada por los valores de  $\sigma_0$  y  $m$  [Bazant and Planas 1998].

Introduciendo la expresión de  $n_\sigma$  dada por (2.4) en (2.3) y teniendo en cuenta que la probabilidad de rotura de la fibra es  $F = 1 - S$ , obtenemos:

$$F = 1 - \exp \left[ -\frac{L}{L_0} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (2.5)$$

Pese a que intervienen  $\sigma_0$ ,  $m$  y  $L_0$ , la expresión (2.5) tiene sólo dos parámetros independientes debido a que para una fibra de longitud  $L$  y sometida a una tensión  $\sigma$  dada, la probabilidad de rotura debe ser única, y por lo tanto debe existir una relación (que se deducirá en el capítulo 5) entre  $m$ ,  $\sigma_0$  y  $L_0$ .

Para ayudar a comprender el sentido físico de los parámetros empleados, en la Fig. 2.3 representamos la expresión (2.5) en unos ejes  $(\sigma, F)$ , para una fibra cuya longitud es igual a la de referencia ( $L=L_0$ ) y para unos valores de  $m$  de 0, 15 e infinito.

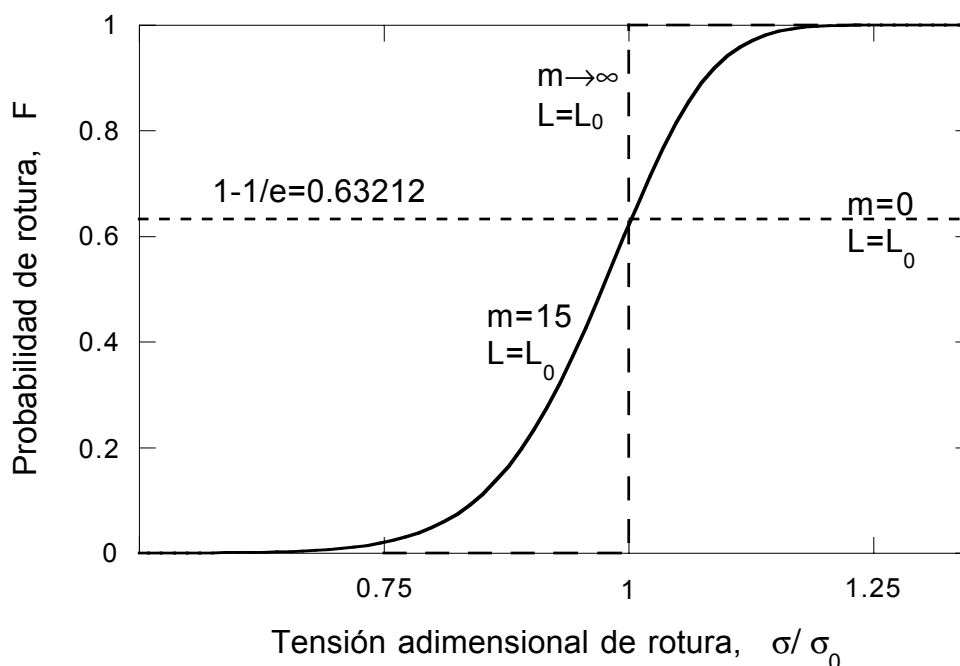


Fig. 2.3. Gráfica de la probabilidad de rotura de una fibra frente a la tensión aplicada, para distintos valores del módulo de Weibull.

En la gráfica podemos observar que el módulo de Weibull da una medida de la dispersión del tamaño y posición de los defectos presentes en el material. Si  $m=0$  la distribución de defectos críticos es uniforme, y para cualquier valor de la tensión aplicada  $\sigma$  existirá un defecto crítico capaz de producir la rotura. En consecuencia, la fibra puede romper con cualquier tensión. Si  $m \rightarrow \infty$  sólo existen defectos críticos cuando se supera un valor determinado de la tensión  $\sigma_0$ , y por lo tanto la tensión de rotura es la misma en todas las fibras e igual a  $\sigma_0$ . Otros valores intermedios del módulo de Weibull,  $m$ , indican distribuciones de defectos críticos con mayor o menor dispersión según  $m$  se aproxime a cero o a infinito.

La *resistencia característica* es la tensión para la que la probabilidad de rotura de la fibra es igual a  $1-1/e = 0.63212$  y da idea de la resistencia media de las fibras. Esta resistencia característica depende de la longitud de la fibra, puesto que cuanto mayor sea el volumen de material mayor es la probabilidad de que exista un defecto suficientemente grande como para romper la fibra, y por lo tanto menor será su resistencia característica.

La densidad de probabilidad de rotura,  $f$ , se calcula derivando la función de probabilidad acumulada (2.5) respecto de la tensión  $\sigma$ :

$$\frac{dF}{d\sigma} = f(\sigma) = \frac{L}{L_0} \frac{m}{\sigma_0} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{m-1} \exp \left[ -\frac{L}{L_0} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (2.6)$$

En la Fig. 2.4 se representa gráficamente la función densidad de probabilidad para tres fibras de diferentes longitudes ( $L_0$ ,  $0.5L_0$ , y  $0.25L_0$ ) de un material cuyo módulo de Weibull  $m$  es 15. Se observa que a medida que disminuye la longitud de la fibra la distribución se desplaza hacia valores mayores de tensión, mostrando así la mayor resistencia media de las fibras más cortas.

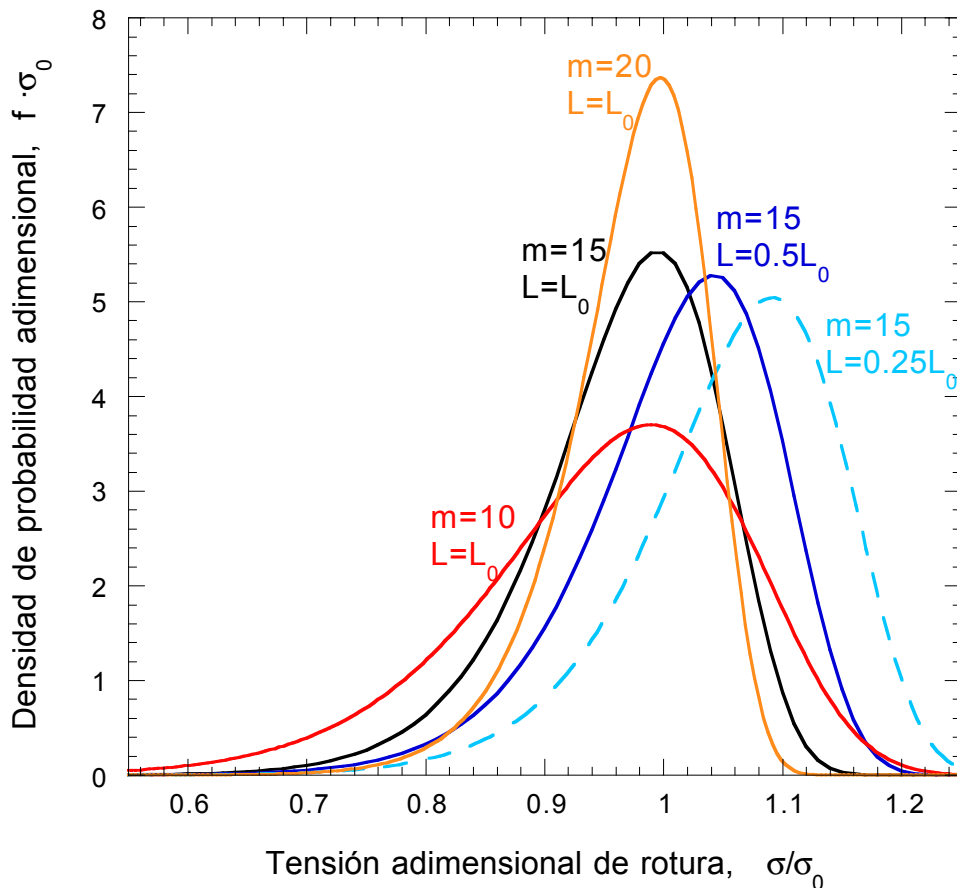


Fig. 2.4. Densidad de probabilidad de la distribución de Weibull para varias longitudes de fibra.

En la misma Fig. 2.4 se han representado también las funciones de densidad de tres fibras de la misma longitud ( $L=L_0$ ) con diferentes módulos de Weibull (10, 15 y 20), mostrando la mayor dispersión que se produce en el caso con menor módulo de Weibull y el estrechamiento de la función que se produce al aumentar el valor del módulo de Weibull.

El valor medio de la distribución de Weibull, que representa la tensión media de rotura, será:

$$\bar{\sigma} = \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) \cdot \sigma \cdot d\sigma = \sigma_0 \left( \frac{L_0}{L} \right)^{1/m} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (2.7)$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma que se define como:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-u} \cdot u^{x-1} \cdot du \quad (2.8)$$

La desviación estándar de la distribución de Weibull es:

$$S^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) \cdot (\sigma - \bar{\sigma})^2 \cdot d\sigma = \sigma_0^2 \left( \frac{L_0}{L} \right)^{2/m} \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right] \quad (2.9)$$

y el coeficiente de variación  $\omega$  se define como:

$$\omega^2 = \left( \frac{S}{\bar{\sigma}} \right)^2 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)} - 1 \quad (2.10)$$

Puesto que  $\omega$  depende exclusivamente del módulo de Weibull  $m$ , suele utilizarse frecuentemente para su cálculo.



El modelo de Weibull es muy útil a la hora de comparar distintos materiales o diferentes técnicas de fabricación o procesado, puesto que muestra con claridad la calidad relativa del producto obtenido. Sin embargo en términos absolutos proporciona poca información, ya que no es un modelo predictivo ni tiene en cuenta el mecanismo de rotura. Tampoco recoge adecuadamente la variación de ciertas dimensiones, como el diámetro de la fibra, como han puesto de manifiesto ciertos estudios experimentales [Zhu et al 1997].

## **2.4. Mecánica de la Fractura Elástica Lineal.**

En este apartado se resumen las nociones más importantes del planteamiento local de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL) y su aplicación a la rotura de fibras, distinguiendo entre defectos externos e internos.

### **2.4.1. Introducción**

La fractura elástica lineal fue la primera teoría específicamente desarrollada para explicar la propagación de grietas y la rotura de materiales estructurales. Hasta su aparición a mediados del siglo XX sólo el agotamiento de las estructuras por colapso plástico tenía unos fundamentos físicos y matemáticos bien estructurados. La Mecánica de Fractura vino a ocuparse de la situación extrema de agotamiento de una estructura opuesta al agotamiento plástico, que se produce cuando el elemento se divide frágilmente en dos o más partes, generalmente con niveles de sollicitación muy inferiores a los correspondientes al colapso plástico. Posteriormente se han desarrollado otras teorías (fractura elastoplástica, modelos de fisura cohesiva, modelos de daño,

etc.) para analizar el comportamiento de las estructuras entre los dos casos límite mencionados, desde el colapso por plastificación hasta la rotura frágil.

La principal aplicación de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal consiste en explicar y predecir la rotura de materiales frágiles, en los que la rotura aparece en presencia de muy poca plasticidad. Inicialmente se aplicó exclusivamente a los materiales metálicos, sobre todo aceros de alta resistencia y aceros estructurales con zonas fragilizadas, y aunque hoy en día se sigue empleando con éxito en estos materiales su campo de aplicación se ha ampliado a los materiales cerámicos e incluso a algunos polímeros.

En los materiales pueden encontrarse defectos de muy diversos tipos como poros, inclusiones, heterogeneidades, etc. La MFEL parte de la simplificación de que los defectos aparecen en forma de grietas, en cuyo frente se produce siempre una singularidad tensional. Esta aproximación nos deja del lado de la seguridad.

### **Criterio de Rotura**

El planteamiento local de la fractura consiste en establecer un criterio de rotura del material basado en los campos de tensiones y desplazamientos próximos al frente de la grieta. Los campos de tensiones en las proximidades de la grieta vienen caracterizados por un parámetro denominado *factor de intensidad de tensiones* ( $K$ ) que aglutina la influencia de la geometría, el tamaño de la fisura y la forma de sollicitación.

Para un sólido bidimensional elástico fisurado, dicho campo de tensiones tiene la siguiente estructura en las proximidades del extremo de la grieta [Elices 1998]:

$$\sigma_{ij} = K \cdot d^{-1/2} \cdot \overline{\sigma}_{ij}(\theta) + o(d^0, d^{1/2}, d^{3/2} \dots) \quad (2.11)$$

donde  $K$  ya se ha definido como el factor de intensidad de tensiones,  $d$  y  $\theta$  son las coordenadas polares del punto considerado respecto a la punta de la

grieta y  $\overline{\sigma_{ij}}(\theta)$  es una función tensorial universal que depende exclusivamente del ángulo  $\theta$ .

De la ecuación (2.11) se deduce que el campo de tensiones en la proximidad de la punta de la grieta ( $d \rightarrow 0$ ) está dominado por el término singular en  $d^{-1/2}$ , proporcional al factor K, ya que los otros términos del desarrollo en serie son constantes o tienden a cero ( $d^0, d^{1/2}, d^{3/2} \dots$ ). Sea cual sea la geometría y sollicitación del elemento, las tensiones en las proximidades del frente de grieta tienen siempre la misma forma, dominada por dicho término singular que está controlado por el valor del factor de intensidad de tensiones.

La geometría del elemento y la sollicitación influirán en el valor de las tensiones a través del factor K, pero no en la forma del campo tensional que siempre (y esta es una característica común a toda fisura) será proporcional a  $d^{-1/2}$ .

Ningún material real puede soportar tensiones infinitas como las que se obtienen de (2.11) cuando  $d \rightarrow 0$ , por lo que la zona de la punta de la fisura en un material real sufre un proceso de plastificación. La Mecánica de la Fractura Elástica Lineal supone que el estado tensional de la zona en que se producen los micromecanismos de fractura está suficientemente bien descrito por (2.11) y, en consecuencia, caracterizado por el factor de intensidad de tensiones. Para que esto ocurra es necesario que la zona plastificada quede englobada en la zona dominada por K.

El criterio de rotura establecido por el planteamiento local de la MFEL consiste en suponer que la fisura se propaga cuando el factor de intensidad de tensiones alcanza un valor crítico  $K_C$  ( $K = K_C$ ) que es un valor característico del material denominado *tenacidad de fractura*.

### **Modos de Fractura**

Según el desplazamiento relativo de los labios de la fisura se distinguen tres modos de fractura (ver Fig. 2.5):

- Modo I: el desplazamiento de las caras de la fisura es normal al plano de la misma, es decir se produce una abertura de la grieta. Este modo aparece

cuando las solicitaciones son normales y simétricas respecto al plano de la grieta.

- Modo II: el desplazamiento de las caras de la fisura se produce en el plano de la misma y perpendicularmente a su frente.
- Modo III: el desplazamiento relativo de las caras de la grieta se produce en la dirección del frente de la grieta. Este modo de rotura se conoce como *rasgado del material*.

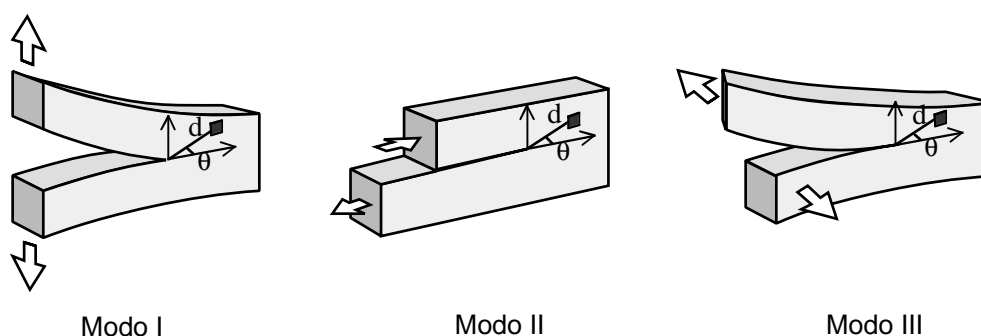


Fig. 2.5. Esquema de los tres modos de fractura.

Estos tres modos de fractura pueden aparecer individualmente (modos puros) o conjuntamente (modos mixtos), y dan lugar a tres factores de intensidad de tensiones,  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ . La superposición de los tres modos de fractura permite el estudio de cualquier situación de sollicitación sobre la fisura.

En la presente Tesis se va a estudiar la rotura de fibras con grietas en un plano perpendicular al eje de la fibra, sometidas a tracción remota uniforme, por lo que la fractura será siempre en modo I.

### Cálculo de K

Debido a la importancia que el factor de intensidad de tensiones tiene para el análisis de elementos fisurados, ya han sido calculados la mayor parte de los casos de interés, pudiéndose encontrar tabulados en diversas referencias bibliográficas [Sih 1973, Rooke and Cartwright 1976, Tada et al 1985, Murakami 1986, Elices 1998].

Los métodos existentes para calcular los factores de intensidad de tensiones se pueden dividir en:

- Métodos directos. Resuelven el problema elástico mediante técnicas analíticas o numéricas, obteniendo los factores de intensidad de tensiones a partir de los potenciales, como el de la integral  $J$ , o del campo tensional o de desplazamientos en las proximidades de la grieta [Elices 1998].
- Métodos indirectos. Basados en el principio de superposición, dividen el problema planteado en otros de solución conocida o de más fácil resolución. Ejemplo de estos métodos son los basados en el empleo de las funciones de Green [Bueckner 1958].
- Métodos experimentales. Obtienen el factor de intensidad de tensiones a partir de la medida experimental de las tensiones y/o deformaciones en un material que se supone perfectamente elástico lineal. Entre ellos podemos destacar los basados en fotoelasticidad y en interferometría [Smith 1993].

En el próximo capítulo se calculará el factor de intensidad de tensiones de las geometrías de interés a partir del campo de desplazamientos obtenido mediante técnicas numéricas, que es una de las posibilidades que ofrecen los métodos directos.

En los dos apartados siguientes se recoge brevemente el actual estado de conocimientos acerca de la aplicación de la mecánica de la fractura a la rotura de fibras, en particular sobre el cálculo del factor de intensidad de tensiones de defectos circulares sometidos a tracción remota, que es el caso de nuestro interés. En primer lugar se tratan los defectos externos, a los que se han dedicado muchos trabajos en la literatura. Finalmente se comentan los defectos internos, que han sido mucho menos estudiados.

### 2.4.2. Factor de intensidad de tensiones para defectos externos.

Los defectos externos que vamos a considerar en este apartado son defectos circulares situados en un plano perpendicular al eje de la fibra y que afloran a la superficie de la misma (véase Fig. 2.1). Esta geometría es bastante frecuente debido a que las grietas de fatiga originadas en la superficie de barras y elementos cilíndricos, muy empleados en ingeniería por su facilidad de fabricación, dan lugar a defectos de esta categoría, habitualmente con un frente de grieta prácticamente circular.

Por este motivo, existe mucha bibliografía dedicada al estudio de estos defectos, desde frentes de grieta rectos [Astiz y Elices 1980, Astiz et al 1981], a circulares [Wilhem et al 1982, Nezu et al 1982]. Estos estudios se centran principalmente en el cálculo del factor de intensidad de tensiones cuando se aplica una tensión remota  $\sigma$  a la fibra, ya sea utilizando métodos experimentales (fotoelasticidad, ensayos de fatiga ... ) [Astiz y Elices 1980, Wilhem et al 1982] o numéricos (elementos finitos) [Astiz et al 1981, Nezu et al 1982].

Levan y Royer proponen una expresión polinómica del valor de  $K_I$  en cualquier punto del frente de grieta para frentes circulares, calculada mediante un método de colocación en el contorno [Levan and Royer 1993]. La geometría del frente se define mediante el parámetro  $\alpha$  (ver Fig. 2.6). Dicha expresión es una interpolación mediante el método de mínimos cuadrados de una serie de casos, correspondientes a cuatro valores de  $\alpha$  (ver Fig. 2.7) y a seis profundidades de grieta  $a$ , que hacen un total de 24 geometrías calculadas.

La expresión obtenida por Levan y Royer es la siguiente:

$$\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0,2,4,6} C_{ijk} \left(\frac{a}{R}\right)^i \alpha^j \left(\frac{s}{s_m}\right)^k \quad (2.12)$$

donde:

$\sigma$  = tensión axial remota aplicada sobre la fibra

$a$  = tamaño característico de grieta

$R$  = radio de la fibra

$C_{ijk}$  = coeficientes de ajuste [Levan and Royer 1993] que se incluyen en el Apéndice D.

$\alpha$  = factor de forma de la grieta

$s$  = abscisa curvilínea del punto del frente de grieta donde se evalúa  $K_I$  con origen en el punto medio (véase Fig. 2.6).

$s_m$  = semi-longitud del frente de grieta (véase Fig. 2.6)

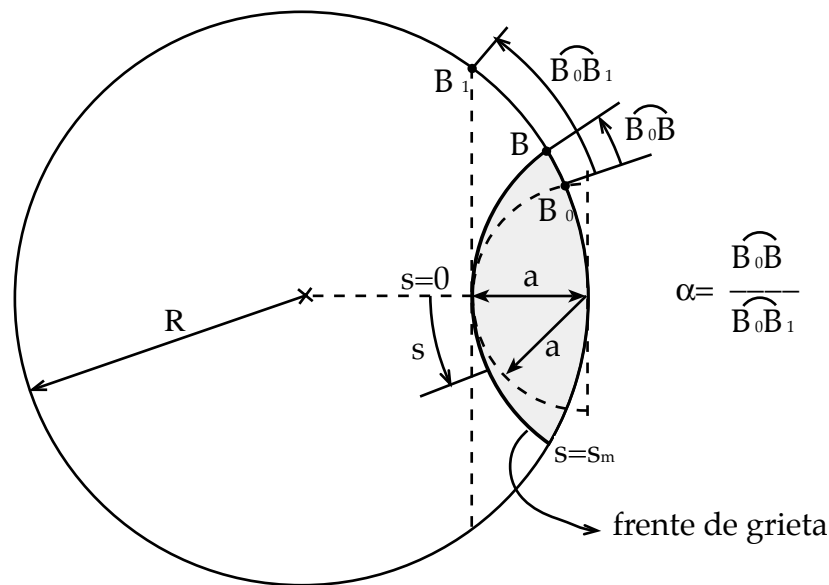


Fig. 2.6. Caracterización geométrica de los defectos externos según Levan y Royer [Levan and Royer 1993].

El error cuadrático medio de esta expresión respecto a los resultados obtenidos numéricamente es inferior al 1%. La expresión (2.12) sólo es válida para tamaños de grieta inferiores al radio de la fibra ( $0 \leq a/R \leq 0.9$ ).

En un caso general el valor de  $K_I$  varía a lo largo del frente de grieta (con el valor de  $s$ ), pero su dependencia es diferente según sea la forma del defecto (valor de  $\alpha$ ). Para el caso de frente recto ( $\alpha=1$ )  $K_I$  es máximo en el punto medio ( $s=0$ ), mientras que en el caso de una grieta de radio  $a$  ( $\alpha=0$ ) el máximo de  $K_I$  se encuentra en los puntos de intersección con la superficie de la fibra ( $s=s_m$ ).

Existe un valor intermedio del parámetro  $\alpha$ , igual a  $1/3$ , para el que el valor de  $K_I$  es aproximadamente el mismo en todos los puntos del frente

[Levan and Royer 1993]. Este caso es de gran interés puesto que, aunque inicialmente los defectos de fabricación pueden tener una forma cualquiera, parece razonable suponer que si se produce la propagación estable de los mismos dicho crecimiento será de forma que el valor final de  $K_I$  se iguale en todos los puntos del frente de grieta, dando lugar a una grieta con una geometría aproximadamente definida por el valor  $\alpha=1/3$ .

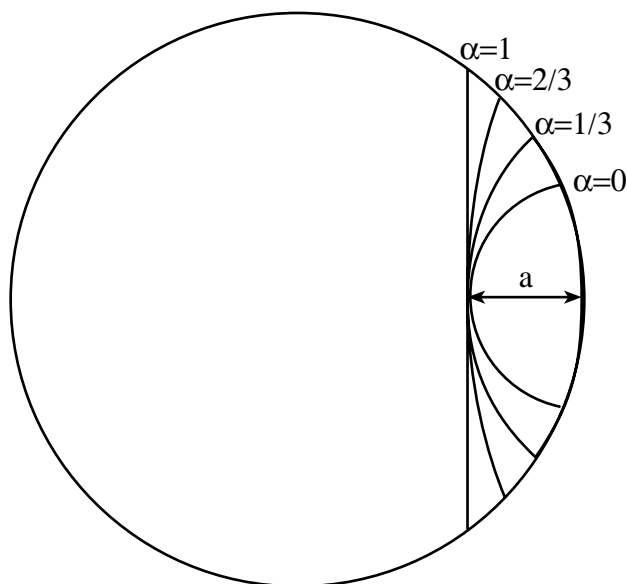


Fig. 2.7. Valores del parámetro  $\alpha$  para las geometrías calculadas por Levan y Royer.

### 2.4.3. Factor de intensidad de tensiones para defectos internos.

Mientras que las investigaciones dedicadas al estudio de los defectos externos son muy numerosas, no hay en la literatura ningún estudio sistemático de los defectos internos en elementos cilíndricos, y la mayoría de las expresiones para  $K_I$  corresponden a sólidos infinitos o semi-infinitos. Sólo en el caso simétrico de una grieta centrada en el eje del cilindro (véase Fig. 2.8) existen soluciones publicadas [Sih 1973, Tada et al 1985].



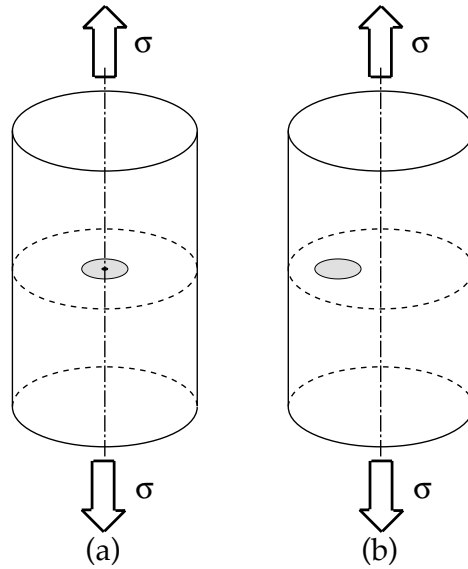


Fig. 2.8. (a) Defecto interno centrado. (b) Defecto interno excéntrico.

Para un defecto circular de radio  $r$  centrado y perpendicular al eje de una fibra de radio  $R$  sometida a tracción remota de valor  $\sigma$ , la expresión propuesta por Sih es la siguiente:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi r} \frac{F\left(\frac{r}{R}\right)}{\left(1 + \frac{r}{R}\right) \sqrt{1 - \frac{r}{R}}} \quad (2.13)$$

donde la función  $F$  tiene la siguiente expresión:

$$F(x) = \frac{2}{\pi} [1 + 0.5x - 0.625x^2 + 0.421x^3] \quad (2.14)$$

La expresión propuesta por Tada [Tada et al 1985] para el caso anterior ( $r$ = radio del defecto;  $R$ = radio de la fibra;  $\sigma$ = tracción remota) es:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi r} \frac{2}{\pi} \frac{1 - 0.5 \frac{r}{R} + 0.148 \left(\frac{r}{R}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{r}{R}}} \quad (2.15)$$

En la Fig. 2.9 se muestra la diferencia porcentual entre ambas expresiones tomando como referencia la propuesta por Tada, en función del tamaño adimensional del defecto  $r/R$ . Se observa en dicha gráfica que la diferencia entre ambas es perfectamente despreciable, con una diferencia máxima del 0.6%. Durante el desarrollo de esta Tesis se empleará la expresión de Tada por ser la más sencilla de las dos.

En el caso de un defecto plano circular interno y perpendicular al eje del cilindro, cuyo centro no coincide con el eje del cilindro (véase Fig. 2.8), el valor de  $K_I$  variará a lo largo del frente de grieta, haciéndose máximo en el punto más próximo a la superficie del cilindro, donde el ligamento es mínimo. En el próximo capítulo se obtendrá una expresión para calcular el valor de  $K_I$  en dicho punto del frente de grieta de defectos internos excéntricos.

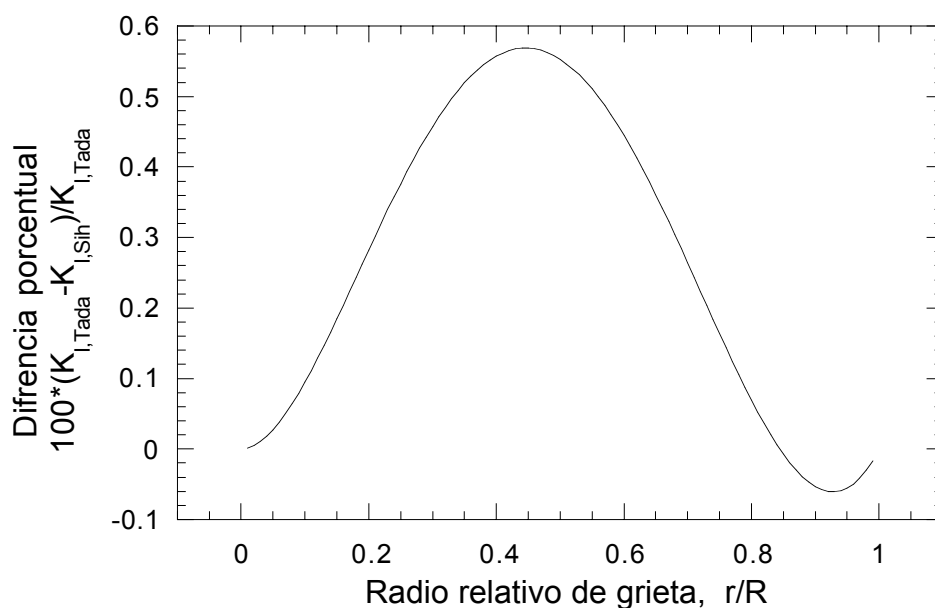


Fig. 2.9. Diferencia porcentual entre las expresiones de Tada y Sih para defectos circulares centrados.

## 3. CÁLCULO DE $K_I$ EN DEFECTOS INTERNOS

### 3.1. Introducción

Como ya se ha indicado en el capítulo anterior, no hay en la literatura ninguna expresión analítica ni resultados numéricos del cálculo del factor de intensidad de tensiones en modo I ( $K_I$ ) para el caso de un defecto circular en una posición cualquiera del interior de una fibra de sección circular.

En este tercer capítulo se describe la aplicación de un método directo para obtener dicho  $K_I$  en el caso de grietas planas, circulares y perpendiculares al eje de una fibra sometida a tracción remota. El factor de intensidad de tensiones se calcula a partir del campo de desplazamientos en las proximidades del frente de grieta, que a su vez se obtiene mediante el método de los elementos finitos.

La estructura de este capítulo es la siguiente: en primer lugar se define el modelo planteado y se explica el fundamento teórico empleado para la resolución del problema. A continuación se muestran gráficamente los resultados obtenidos con los que se construye una expresión analítica que

simplifique el cálculo de  $K_I$ . Finalmente se estima el error cometido y la convergencia del cálculo realizado.

## 3.2. Planteamiento del problema.

Un defecto circular, plano y situado en un plano perpendicular al eje de la fibra es la modelización más simple que podemos hacer de un defecto en el interior de una fibra. Los defectos interiores son habitualmente debidos a porosidades, por lo que la forma circular parece una aproximación adecuada, y la consideración de que sea plana y perpendicular al eje de la fibra nos deja del lado de la seguridad a la hora de evaluar la resistencia, puesto que ésta será la disposición más desfavorable en el caso de sollicitaciones de tracción, como la aquí considerada.

Para calcular  $K_I$  se considera una barra cilíndrica de material elástico lineal con coeficiente de Poisson igual a 0.3, sometida a tracción uniforme  $\sigma$  en sus extremos (véase Fig. 3.1). La altura total de la barra ( $2L$ ) es igual a seis veces el diámetro ( $L=6R$ ), con el fin de que en los extremos de la misma la distribución de tensiones se pueda considerar uniforme, es decir, consideramos que a esa distancia la presencia del defecto afecta poco a la distribución de tensiones como sugiere el principio de Saint-Venant.

Los defectos estudiados están situados en diferentes posiciones del plano medio de la fibra, desde el centro de la fibra, hasta llegar a tener un ligamento muy pequeño. El límite inferior al tamaño del ligamento viene determinado por la capacidad de realizar una malla adecuada para el cálculo por elementos finitos.

La geometría del problema es claramente tridimensional, sin que exista la posibilidad de simplificar el problema al de una grieta bidimensional.

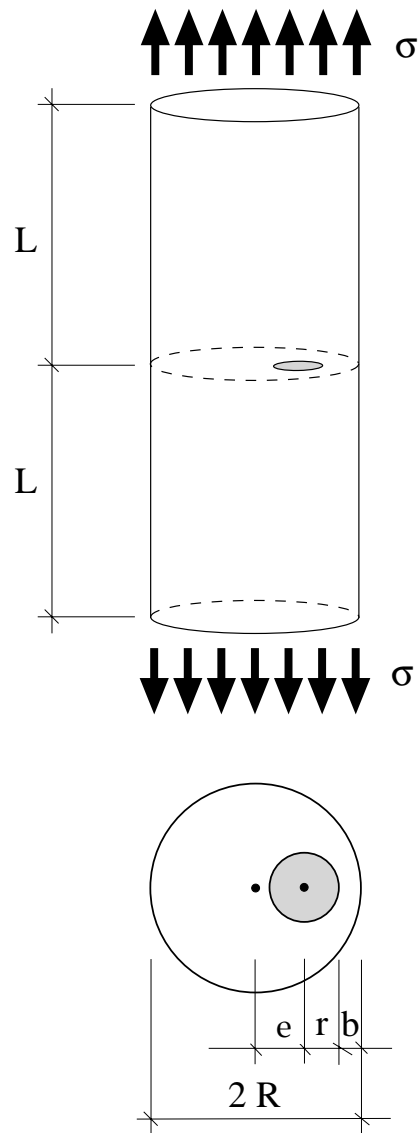


Fig. 3.1. Nomenclatura empleada en el cálculo numérico:  $R$ =radio de la fibra,  $b$ =ligamento,  $r$ =radio de la grieta,  $e$ =distancia del centro de la grieta al centro de la fibra,  $2L$ =altura total de la fibra,  $\sigma$ =tracción remota sobre la fibra.

### 3.3. Fundamento teórico.

Como se explicó en el capítulo anterior, el factor de intensidad de tensiones se puede obtener mediante diversos métodos, que se pueden dividir en tres grupos: directos, indirectos y experimentales. Entre los

métodos directos, dos son las principales alternativas para calcular numéricamente el factor de intensidad de tensiones:

- Los métodos basados en la variación de la elástica energía debida a la propagación de la grieta, como por ejemplo el basado en la integral J.
- Los métodos basados en la extrapolación de los campos de tensiones o desplazamientos en las proximidades del frente de grieta.

En este trabajo se emplea la técnica de extrapolación de desplazamientos [Guinea et al 2000], que tiene la ventaja de emplear los desplazamientos en los nodos, que son el resultado directo de un cálculo por elementos finitos.

Definimos el sistema de referencia ortonormal de la Fig. 3.2.(a)  $(\varphi, n, z)$ , en el que  $n$  es la dirección perpendicular al frente de grieta en su plano,  $\varphi$  la dirección tangente y  $z$  la normal al plano del defecto. Las tensiones en un punto P próximo al frente de la grieta, solicitada en modo I, y perteneciente al plano  $(n, z)$ , vienen dadas por las siguientes expresiones [Kassir and Sih 1966]:

$$\sigma_n = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.1)$$

$$\sigma_z = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$\sigma_\varphi = 2\nu \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{nz} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d}} \cos \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.4)$$

siendo  $\sigma_{n\varphi}$  y  $\sigma_{z\varphi}$  nulas por estar solicitado exclusivamente en modo I y donde (ver Fig. 3.2.(a)):

$d$ = distancia del punto P al origen de coordenadas (que está situado en el frente de grieta).

$\theta$ = ángulo del vector OP con el eje  $n$ .

$\nu$  = coeficiente de Poisson del material.

Las expresiones dadas para las tensiones son formalmente idénticas a las correspondientes al caso bidimensional en deformación plana. Esto nos permite calcular el factor de intensidad de tensiones con los mismos métodos de extrapolación empleados en problemas bidimensionales.

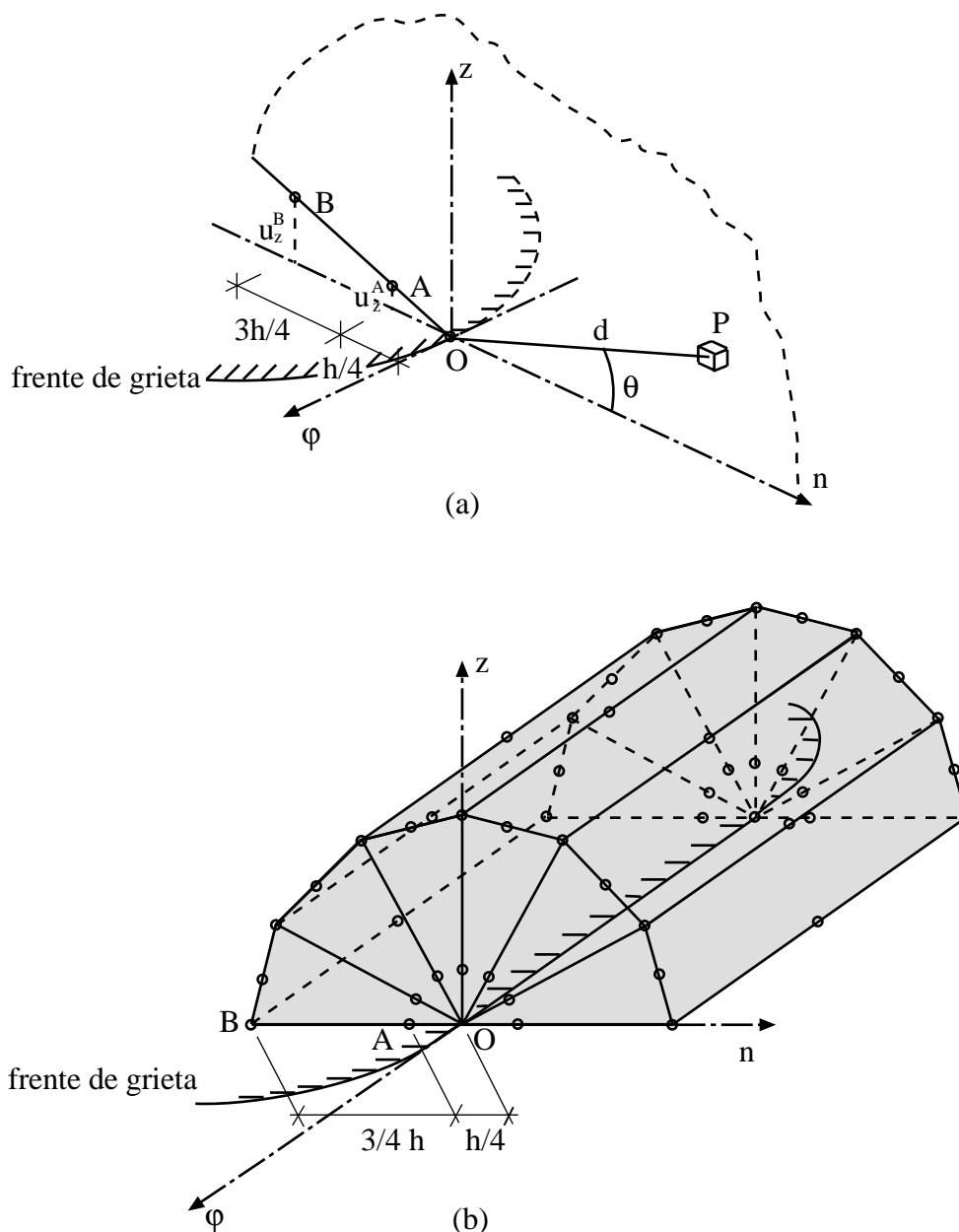


Fig. 3.2. (a) Variables utilizadas y desplazamientos nodales en un plano perpendicular al frente de grieta. (b) Toro de elementos finitos empleado alrededor del frente de grieta.

### 3. Cálculo de $K_I$ en defectos internos

---

El desplazamiento según el eje de la fibra de un punto P situado a una distancia  $d$  del frente de grieta (ver Fig. 3.2.(a)) viene dado, asimilándolo al caso de deformación plana, por [Kanninen and Popelar 1985, Guinea et al 2000]:

$$u_z = \frac{K_I \cdot (1 + \nu)}{4E} \sqrt{\frac{2d}{\pi}} \left[ (7 - 8\nu) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] + A_1 \cdot d \cdot \sin \theta + \\ + A_2 \cdot d^{3/2} \cdot \left[ \frac{5 - 8\nu}{3} \sin \frac{3\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right] + \dots \quad (3.5)$$

siendo  $A_1$  y  $A_2$  constantes,  $E$  el módulo de elasticidad y  $\nu$  el coeficiente de Poison del material.

La modelización de la singularidad de tensiones que se produce en el borde de la grieta (obsérvese que las expresiones 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 tienden a infinito cuando  $d$  tiende a cero), se puede realizar empleando elementos finitos denominados “singulares”, basados en elementos cuadráticos en los que los nodos intermedios, representados por el punto A, han sido desplazados hasta estar a un cuarto del frente de grieta (punto O) [Zienkiewicz and Taylor 1989] (ver Fig. 3.2.(b)).

Si particularizamos la expresión (3.5) para los nodos A ( $d=h/4$ ) y B ( $d=h$ ), en los que  $\theta=\pi$  y donde  $h$  es la longitud del lado del elemento finito considerado, obtenemos:

$$u_z(A) = \frac{K_I}{E'} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{h} - C \cdot h^{3/2} + o(h^{5/2}) \quad (3.6)$$

$$u_z(B) = \frac{2K_I}{E'} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{h} - 8C \cdot h^{3/2} + o(h^{5/2}) \quad (3.7)$$

donde  $E' = E/(1-\nu^2)$ , siendo  $E$  el módulo de elasticidad y  $\nu$  el coeficiente de Poison del material, y  $C$  una constante.



Por lo tanto, despreciando en (3.6) y (3.7) los términos de orden igual o superior a  $h^{5/2}$ , y eliminando entre ambas ecuaciones los términos en  $h^{3/2}$  obtenemos el factor de intensidad de tensiones  $K_I$ , que vendrá dado por:

$$K_I = \frac{E'}{12} \sqrt{\frac{2\pi}{h}} (8u_z(A) - u_z(B)) \quad (3.8)$$

De esta manera tenemos una expresión del factor de intensidad de tensiones en un punto del frente de grieta, en función de los desplazamientos de dos nodos situados en su plano normal.

Se pueden obtener otras expresiones alternativas para  $K_I$  en función de los desplazamientos de los mismos puntos A y B, que son función de las simplificaciones adoptadas [Guinea et al 2000]. Por ejemplo si despreciamos los términos  $o(h^{3/2})$  de la expresión (3.6) y despejamos  $K_I$ , obtenemos la siguiente expresión, más simple que (3.8), en función tan solo del desplazamiento del nodo a un cuarto:

$$K_I = \frac{E'}{2} \sqrt{\frac{2\pi}{h}} \cdot u_z(A) \quad (3.9)$$

Otro procedimiento consiste en considerar la función de interpolación de desplazamientos del elemento prismático isoparamétrico, dada por [Zienkiewicz and Taylor 1989]:

$$u_z(d) = [4 \cdot u_z(A) - u_z(B)] \sqrt{\frac{d}{h}} - [4 \cdot u_z(A) - 2 \cdot u_z(B)] \cdot \frac{d}{h} \quad (3.10)$$

Si igualamos los coeficientes en  $\sqrt{d}$  de la función de interpolación de desplazamientos (3.10) y de la expresión (3.5), obtenemos una expresión para  $K_I$ :

$$K_I = \frac{E'}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{h}} (4u_z(A) - u_z(B)) \quad (3.11)$$

La convergencia de las tres fórmulas ha sido analizada por Guinea *et al.* [Guinea et al 2000], concluyendo que, aunque las tres convergen adecuadamente, es la primera de ellas (3.8) la que lo hace más rápidamente. Es por tanto esa expresión la que se emplea en esta tesis.

### 3.4. Cálculo de desplazamientos

Como ya se ha dicho, el campo de desplazamientos se ha obtenido mediante el método de los elementos finitos. La existencia de dos planos de simetría mutuamente perpendiculares permite considerar en el cálculo tan sólo un cuarto de fibra, como se muestra en la Fig. 3.3.

Se ha calculado el valor del factor de intensidad de tensiones en trece puntos del frente de grieta circular (un punto cada  $15^\circ$ ), para 43 casos diferentes según la posición y el tamaño del defecto. Concretamente se han analizado seis tamaños de ligamento  $b/R$  iguales a 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, y seis tamaños de grieta  $r/R$  iguales a 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8. (véase Fig. 3.1)

Las condiciones de contorno impuestas sobre el cuarto de fibra modelizado han sido:

- Tensión uniforme de tracción en el plano superior.
- Condiciones de simetría en el plano vertical (impedido el desplazamiento perpendicular a dicho plano).
- Desplazamiento vertical impedido en los puntos exteriores al defecto en el plano de grieta.

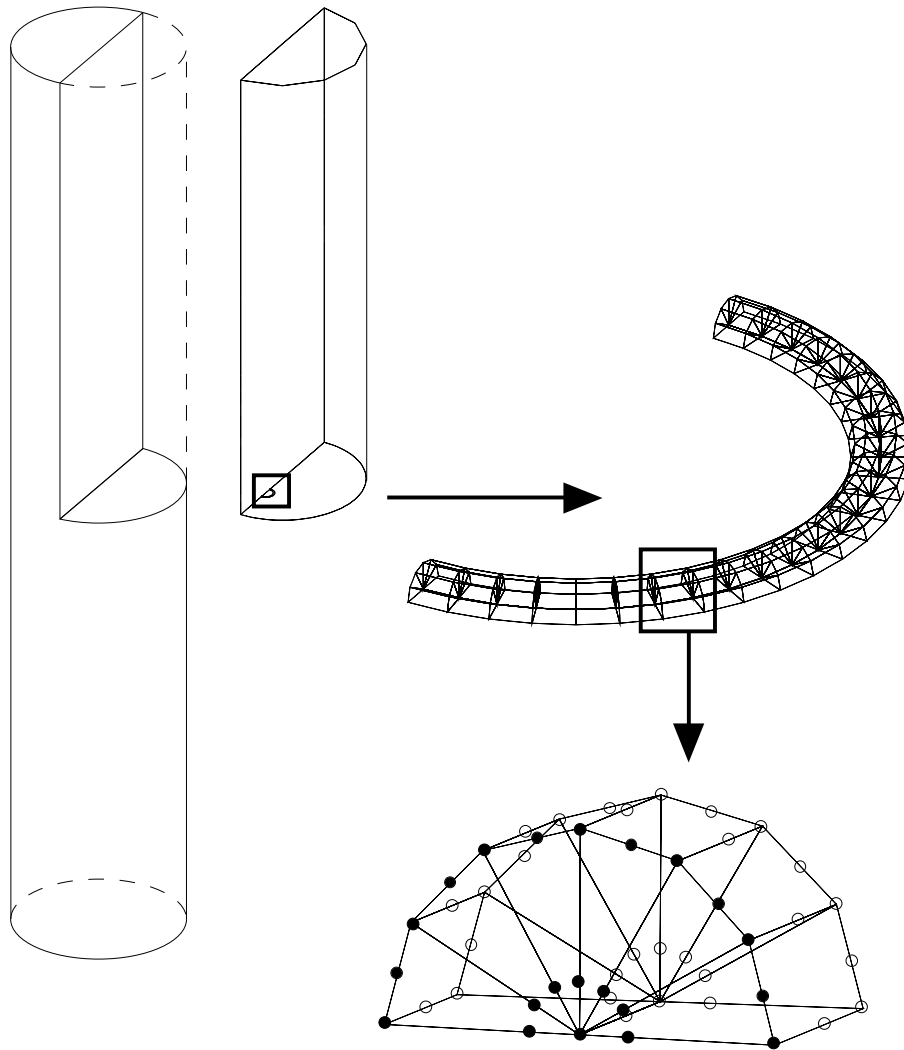


Fig. 3.3. Doble simetría de la fibra y detalle de la malla alrededor de la grieta.

La estructura de la malla en el borde de la grieta ha sido la misma en todos los casos, y se basa en un cuarto de toro cuyo eje de revolución es la punta de la grieta. El radio del toro se hace igual a la décima parte del radio de la grieta  $r$  cuando éste es menor que el ligamento  $b$ . Si el ligamento es menor que el radio de la grieta, entonces el radio del toro se iguala a un décimo del ligamento. Este tamaño de toro permite obtener una aproximación suficientemente buena [Guinea et al 2000] del valor de  $K_I$  por el método de extrapolación de desplazamientos.

En [Guinea et al 2000] se puede encontrar un estudio de la influencia que, sobre la solución, tiene el número de elementos que forman la sección transversal del toro, recomendando el empleo de una discretización de, al menos, seis elementos. Por lo tanto, el toro empleado en esta tesis se ha formado por seis elementos prismáticos de 15 nodos rodeando la punta de la grieta –doce elementos si tenemos en cuenta la simetría-, y el número suficiente de ellos a lo largo del frente –siempre múltiplo de doce para obtener resultados cada  $15^\circ$ - para conseguir que los elementos de la malla tengan un factor de forma adecuado.

La singularidad de tensiones dada por  $1/\sqrt{d}$  (ver expresiones 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4) se obtiene empleando, alrededor del extremo de grieta, elementos cuadráticos con los nodos intermedios a un cuarto respecto de la punta de la grieta [Zienkiewicz and Taylor 1989] (ver Fig. 3.3.).

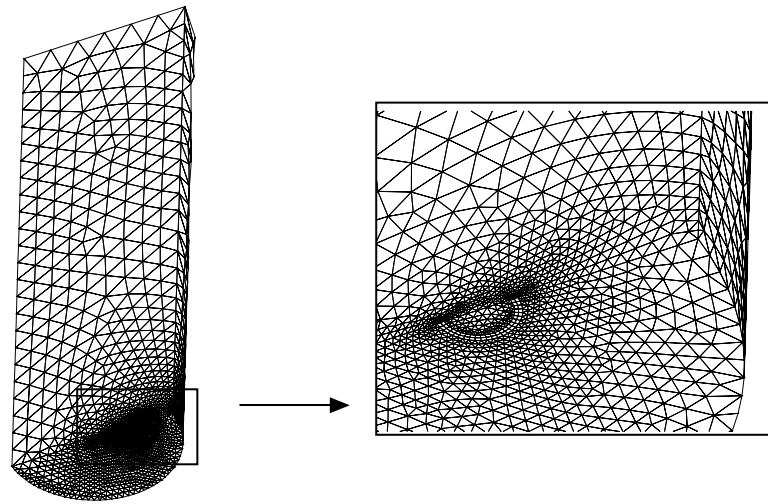
El volumen de fibra exterior al toro se ha mallado mediante elementos sólidos tetraédricos cuadráticos –con 10 nodos por elemento-, cuyo tamaño se ha ido incrementando uniformemente desde el frente de grieta hasta el extremo libre.

La elección de elementos tetraédricos de diez nodos viene justificada por los siguientes motivos:

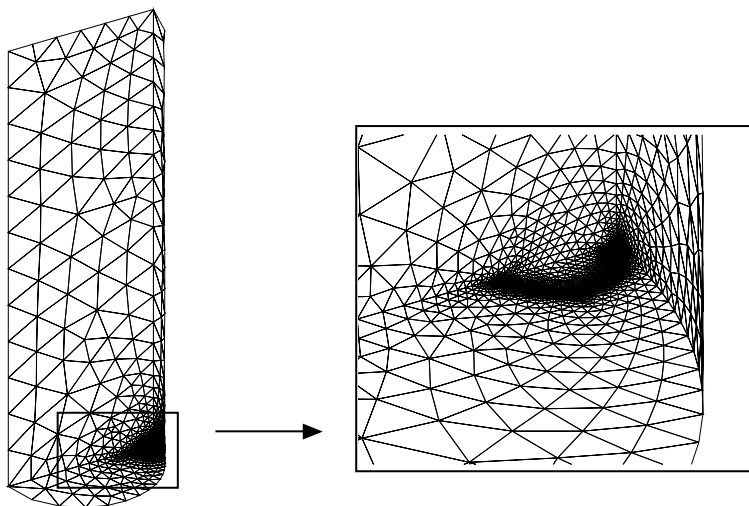
- la imposibilidad de mallado automático de volúmenes irregulares con elementos distintos a los tetraedros
- la excesiva rigidez de las mallas realizadas con tetraedros de cuatro nodos desaconseja su uso
- el único resultado que se necesita son los desplazamientos, para lo que los tetraedros cuadráticos son suficientemente precisos.

En la Fig. 3.4 se pueden ver algunos ejemplos de la mallas empleadas para el cálculo. El número medio de nodos empleados en cada malla está en

el entorno de los 60.000, siendo los casos correspondientes al mínimo ligamento ( $b/R=0.005$ ) los que han requerido mayor número de nodos.



(a)



(b)

Fig. 3.4. Mallas empleadas para resolver los siguientes casos (a)  $r/R=0.1$   
 $b/R=0.5$  y (b)  $r/R=0.1$   $b/R=0.01$ .

### 3.5. Resultados

A continuación se muestran de forma adimensional los resultados obtenidos para el valor de  $K_I$  en el punto de la grieta más próximo a la superficie de la fibra, donde alcanza su valor máximo.

El valor adimensional de  $K_I$  se obtiene dividiéndolo entre el valor:

$$K_0 = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi r} \quad (3.12)$$

que corresponde al valor del factor de intensidad de tensiones para un defecto plano circular de radio  $r$  en un medio infinito sometido a una tracción remota de valor  $\sigma$  [Tada et al 1985]. Los valores adimensionales correspondientes al ligamento  $b$  y al radio del defecto  $r$  se obtienen dividiéndolos por el radio de la fibra  $R$ .

En la Fig. 3.5 se representan los valores de  $K_I / K_0$  en función de  $b/R$  para diferentes tamaños de defecto. El factor de intensidad de tensiones tiende a infinito para cualquier tamaño de defecto cuando el ligamento tiende a cero, y tiene su valor mínimo para el caso de grieta centrada (cuando  $r/R + b/R = 1$ ).

En la Fig. 3.6 se muestra la dependencia del factor de intensidad de tensiones con el radio del defecto, para diferentes valores del ligamento. A medida que el tamaño del defecto se reduce, el factor de intensidad de tensiones se aproxima al valor de referencia  $K_0$  (caso de grieta circular en medio infinito).

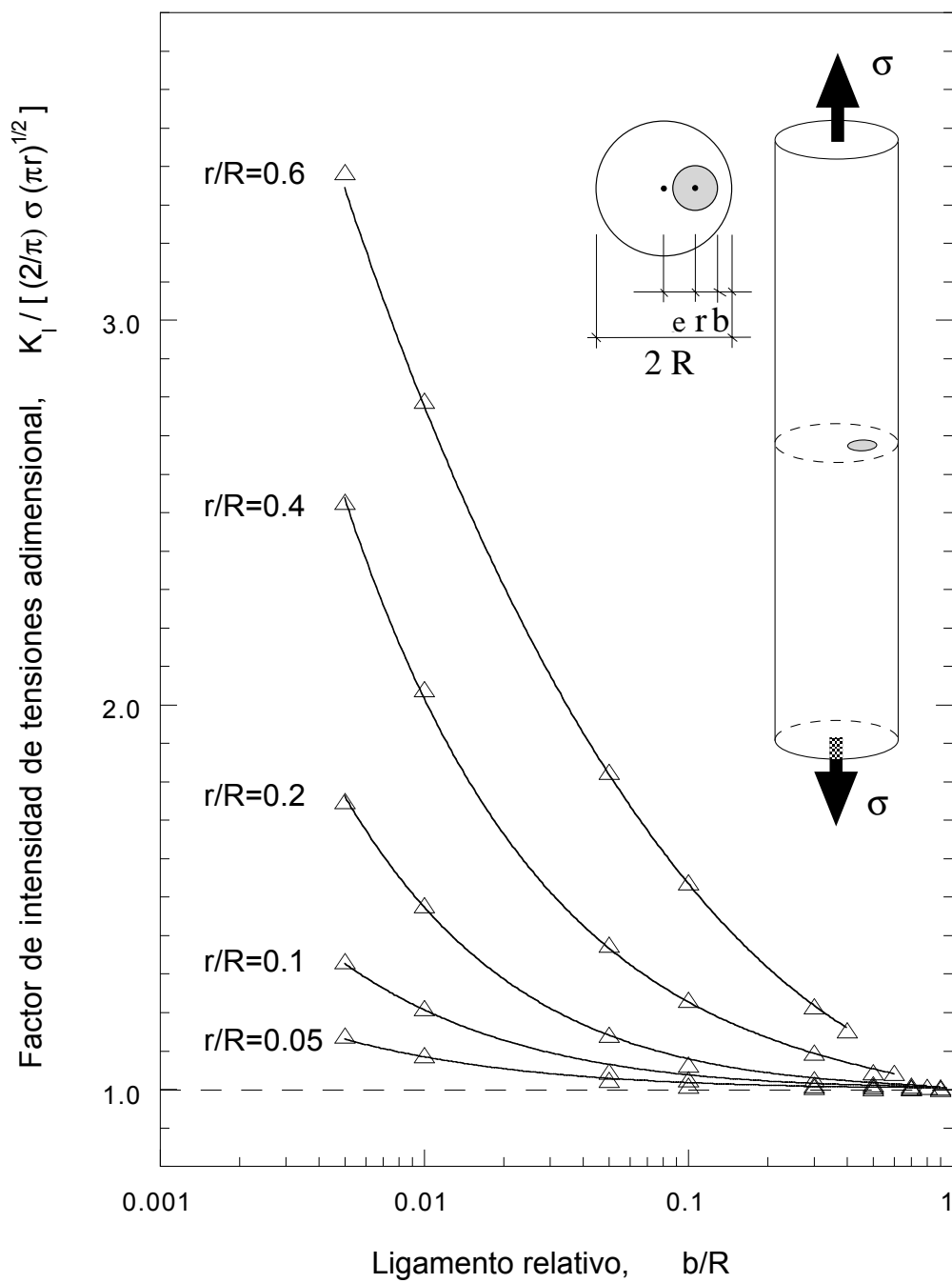


Fig. 3.5.  $K_I$  adimensional frente al ligamento relativo.

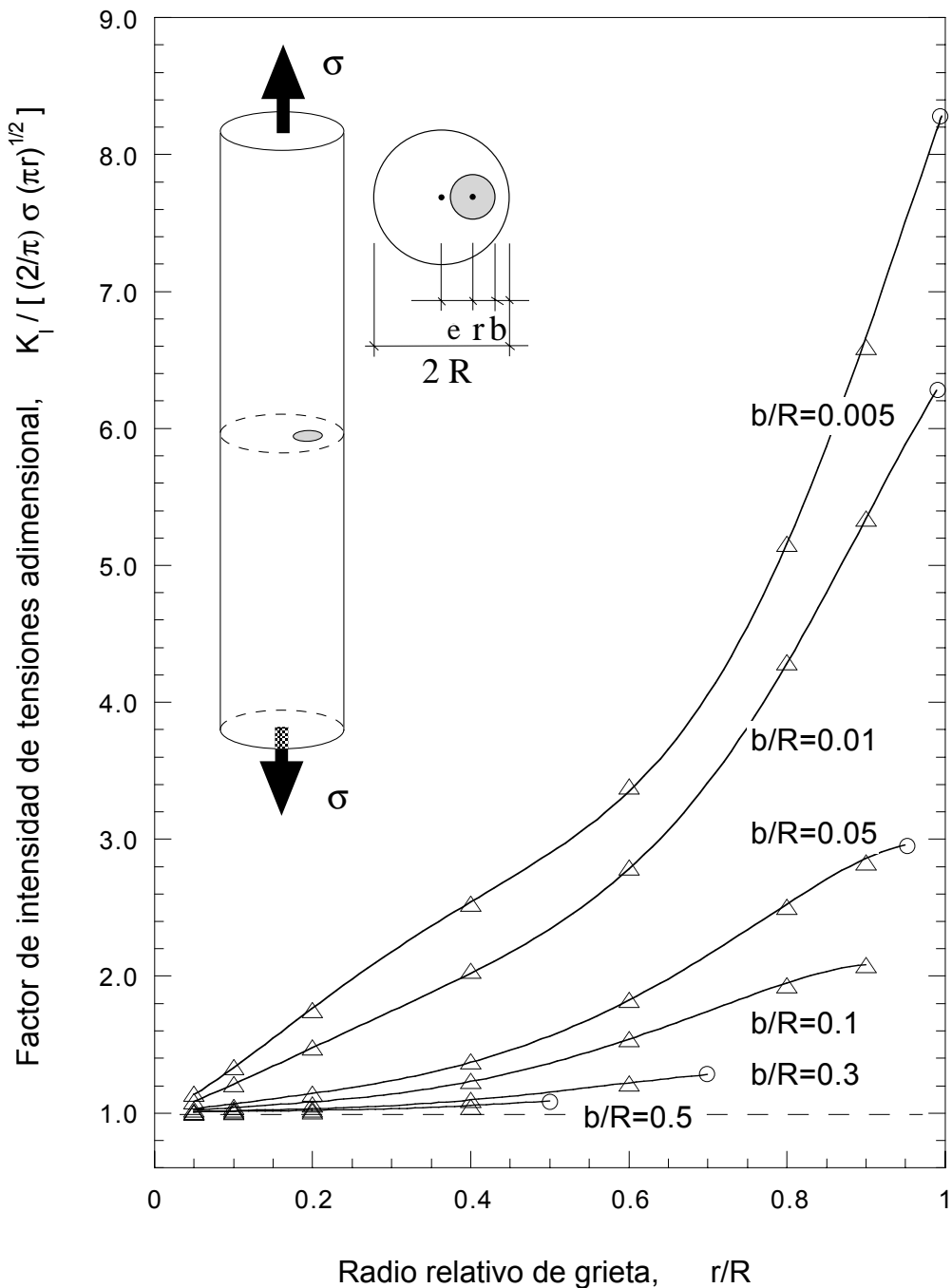


Fig. 3.6.  $K_I$  adimensional frente al radio relativo de grieta.

Como se mencionó en el apartado anterior, se ha calculado el factor de intensidad de tensiones a lo largo de todo el frente de grieta. En los gráficos anteriores se han representado sólo los resultados obtenidos para el punto en el que  $K_I$  es máximo, es decir el más próximo a la superficie de la fibra. Este punto ha sido siempre el de mayor valor de  $K_I$ . Para ilustrar la variación de  $K_I$



a lo largo del frente, en la Fig. 3.7 se representa el valor de  $K_I$  para un defecto de radio igual a la quinta parte del radio de la fibra ( $r/R=0.2$ ), y situado en siete posiciones diferentes, desde muy próximo a la superficie ( $b/R=0.005$ ) hasta centrado ( $b/R=0.8$ ).

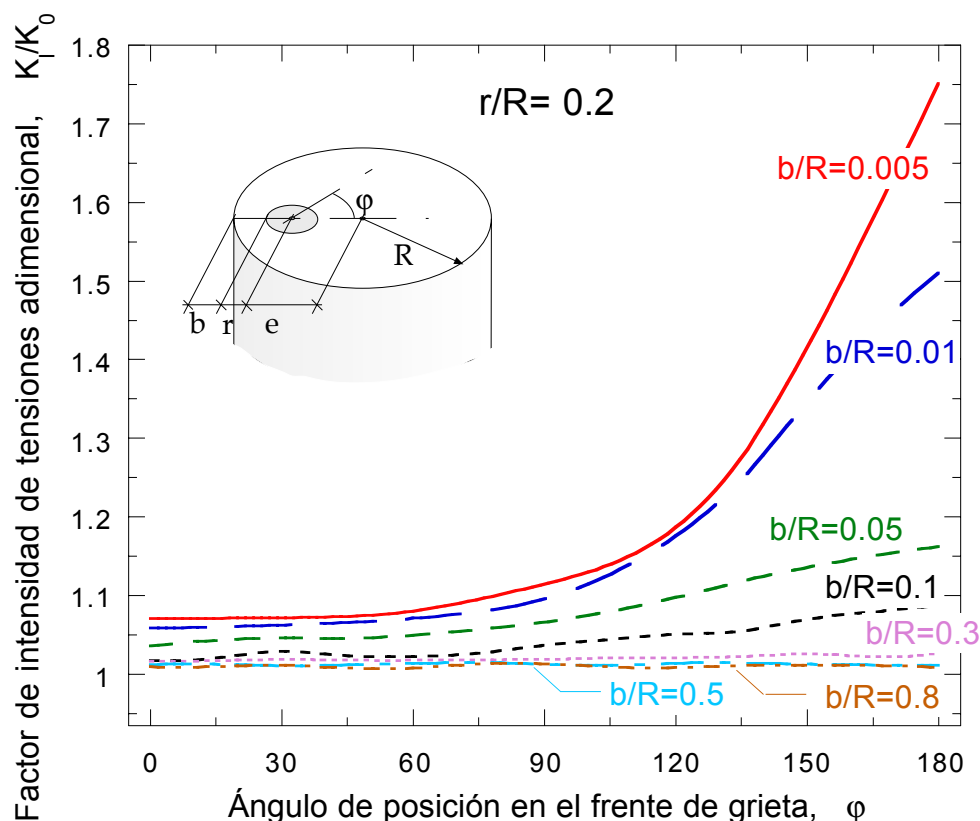


Fig. 3.7.  $K_I$  adimensional a lo largo del frente de grieta para un tamaño de defecto  $r/R=0.2$  en siete posiciones diferentes.

Se observa que el valor de  $K_I$  crece a medida que nos aproximamos al punto del frente en el que el ligamento es mínimo ( $\phi=180^\circ$ ), disminuyendo  $K_I$  en cualquier punto del frente al alejarse el defecto de la superficie, siendo mínimo y constante en todo el frente cuando el defecto está centrado ( $r/R+b/R=1$ ).

Los resultados obtenidos tienen gran interés puesto que llenan el vacío existente en los valores tabulados de factores de intensidad de tensiones para defectos internos. Este vacío dificultaba la aplicación de la MFEL al análisis

de la rotura de fibras -y en general de elementos cilíndricos- con defectos internos, obligando en muchas ocasiones a realizar hipótesis poco precisas a los investigadores. Por ejemplo podemos citar a S.M. Kurtz et al [Kurtz et al 1998] y a S.J. Gencur et al [Gencur et al 2003] que para analizar probetas cilíndricas de polietileno de ultra alto peso molecular con defectos circulares internos perpendiculares al eje, han empleado el factor de intensidad de tensiones de un defecto circular en un medio infinito propuesto por H. Tada [Tada et al 1985], y que nosotros hemos denominado  $K_0$ . Como se puede observar en las tres gráficas anteriores (Fig. 3.5, Fig. 3.6, Fig. 3.7) esa aproximación subestima en todos los casos el valor real de  $K_I$ . Una alternativa a esta aproximación la podemos encontrar en el trabajo realizado por Y.T. Zhu et al [Zhu et al 1997] analizando el efecto de tamaño en fibras cerámicas y whiskers. Estos autores emplean la fórmula dada por G.C. Sih [Sih 1973] para defectos circulares centrados independientemente de la posición de los mismos. En la Fig. 3.7 vemos que el error cometido con esta aproximación puede llegar a ser muy importante si el defecto es muy excéntrico.

### 3.6. Fórmula de interpolación

Con el fin de simplificar el cálculo en casos prácticos del factor de intensidad de tensiones, se ha ajustado una expresión analítica a los valores calculados anteriormente en el espacio  $(r/R, b/R, K_I/K_0)$ .

En la Fig. 3.8 se representa en el plano el conjunto de parejas  $(r/R, b/R)$  para las que se ha calculado el valor de  $K_I$ , que como ya se ha indicado hacen un total de 43. Todos los casos posibles de defectos internos circulares quedan enmarcados en un triángulo de vértices  $(r/R=0, b/R=0)$ ,  $(r/R=0, b/R=1)$  y  $(r/R=1, b/R=0)$ . Los lados del triángulo representan situaciones especiales que, por su gran interés a la hora de realizar un ajuste con el adecuado comportamiento asintótico, se estudian a continuación:

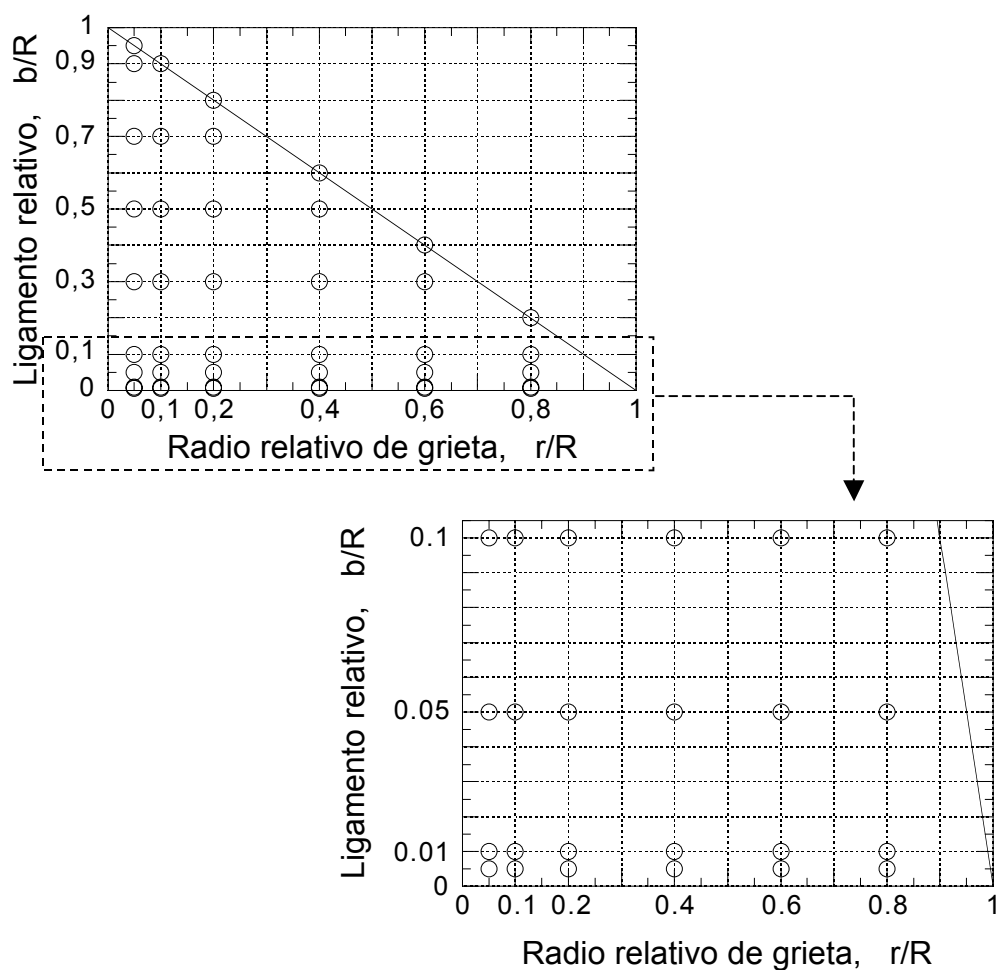


Fig. 3.8. Representación gráfica de los casos calculados y detalle de la zona con ligamentos pequeños.

1º) El lado inferior del triángulo corresponde al caso de ligamento muy pequeño ( $b/R \rightarrow 0$ ), y en él  $K_I$  diverge. Este caso, cuando la grieta está centrada, se puede asimilar al caso bidimensional de defecto plano semi-infinito en un medio semi-infinito y ligamento de valor  $b$ , como el que se representa en la Fig. 3.9. Este caso está resuelto por Tada et al [Tada et al 1985], que dan un valor del factor de intensidad de tensiones de:

$$K_I = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 - 4}} \frac{2P}{\sqrt{\pi b}} \quad (3.13)$$

### 3. Cálculo de $K_I$ en defectos internos

---

donde  $P$  es la carga por unidad de longitud. En nuestro caso la carga  $P$  la podemos aproximar por la carga aplicada sobre la fibra  $\sigma\pi R^2$  dividida por el perímetro  $2\pi R$ , quedando el valor de  $K_I$ :

$$K_I = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 - 4}} \frac{\sigma R}{\sqrt{b}} \quad (3.14)$$

y dividiendo por  $K_0$  (ecuación 3.10):

$$\frac{K_I}{K_0} = \frac{\pi}{2\sqrt{\pi^2 - 4}} \frac{1}{\sqrt{b/R} \cdot \sqrt{r/R}} \quad (3.15)$$

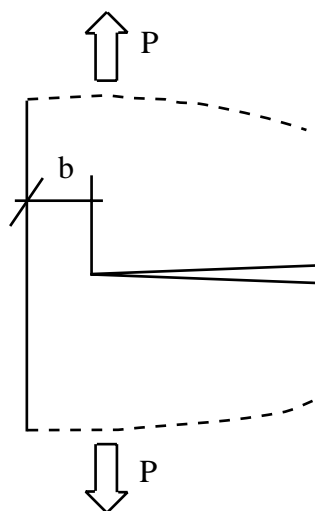


Fig. 3.9. Defecto plano semi-infinito en un medio semi-infinito, con un ligamento  $b$ .

2º) El lado vertical  $r/R \rightarrow 0$  corresponde a un defecto que se va haciendo cada vez más pequeño, por lo que podemos asimilarlo al caso de un defecto de radio  $r$  en un medio infinito, cuyo valor del factor de intensidad de tensiones es el mismo en todo el frente de grieta e igual a  $K_0$ , por lo que  $K_I/K_0$  será igual a la unidad.

$$\frac{K_I}{K_0} = 1 \quad (3.16)$$

3º) El lado del triángulo en el que  $r/R + b/R = 1$  implica que la grieta está centrada en el eje de la fibra. En este caso, por simetría,  $K_I$  es el mismo en todo el frente de grieta  $y$ , como se comentó anteriormente, su valor ha sido calculado por Sih [Sih 1973] y por Tada [Tada et al 1985]. Como ya se vio en el capítulo anterior la máxima diferencia entre ambos es inferior al 0.6%. En lo que sigue emplearemos la expresión propuesta por Tada et al (2.15) que adimensionalizada resulta:

$$\frac{K_I}{K_0} = \frac{1 - 0.5r/R + 0.148(r/R)^3}{\sqrt{b/R}} \quad (3.17)$$

El comportamiento de esta fórmula es coherente con los otros dos casos analizados, puesto que (3.17) tiende a 1 cuando  $r/R$  tiende a cero (y por lo tanto  $b/R$  tiende a 1), y cuando  $b/R$  tiende a cero (y  $r/R$  a 1) la expresión (3.17) es de la forma  $0.648 \cdot (b/R)^{-1/2}$ , que coincide exactamente con (3.15) puesto que  $\pi / (2\sqrt{\pi^2 - 4}) = 0.648$ .

Los valores de  $K_I/K_0$  calculados mediante extrapolación de desplazamientos para puntos del plano ( $r/R$ ,  $b/R$ ) también son coherentes con el comportamiento asintótico estudiado.

Las conclusiones obtenidas sobre los valores de  $K_I/K_0$  en los casos asintóticos, se han empleado en la elaboración de una expresión que permite calcular  $K_I/K_0$  en función de  $r/R$  y  $b/R$  y muestra un comportamiento asintótico adecuado.

La función de interpolación propuesta, que cumple adecuadamente las condiciones de contorno (3.15) y (3.16) es la siguiente:

$$\frac{K_I}{K_0} = 1 + \sum_{i=1}^5 C_{i0} \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{2i+1}{2}} + \sum_{i=1}^3 \left\{ \text{Ln} \left[ 1 + \left(\frac{r}{R}\right)^{2i} \right] \cdot \left[ C_{i1} \text{Ln}^2 \left( \frac{b}{R} \cdot \frac{r}{R} \right) + \frac{C_{i2}}{\sqrt{\frac{b}{R} \cdot \frac{r}{R}}} \right] \right\} \quad (3.18)$$

donde los coeficientes  $C_{ij}$  vienen dados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Coeficientes  $C_{ij}$  de la expresión (3.18).

i	$C_{i0}$	$C_{i1}$	$C_{i2}$
1	0.01242	-0.3097	1.185
2	-6.388	1.547	-3.723
3	16.89	-0.8769	2.628
4	-9.838	---	---
5	-1.228	---	---

Dichos coeficientes se han obtenido por el método de mínimos cuadrados ajustando los 43 puntos calculados numéricamente. La condición de contorno correspondiente a grietas centradas se introduce obligando a que el ajuste numérico satisfaga (3.17) para un conjunto discreto de puntos que cumplen la condición  $r/R + b/R = 1$ .

El error cuadrático medio de la expresión (3.18) respecto a los puntos calculados numéricamente es inferior al 1%, comparable con el error usualmente admitido en el cálculo de elementos finitos.

### 3.7. Error y convergencia

El método de interpolación de desplazamientos no permite obtener de manera directa una estimación del error cometido en el cálculo de  $K_I$ . Para poder evaluar el error sería necesario conocer resultados que se puedan considerar suficientemente precisos, obtenidos mediante otros métodos numéricos o analíticos. Los únicos resultados conocidos con los que poder

comparar los obtenidos en esta tesis corresponden a defectos centrados, cuya expresión analítica, dada en (3.17), se considera exacta hasta un 0.5% para cualquier valor del radio de grieta.

En la Fig. 3.10 se muestra una doble gráfica en la que se comparan los resultados obtenidos mediante el cálculo numérico con elementos finitos (MEF) con los resultantes de emplear la expresión (3.17) [Tada et al 1985]. En el eje de la izquierda se representan los factores de intensidad de tensiones adimensionalizados y en el de la derecha la diferencia porcentual entre ambos. Como puede observarse los resultados obtenidos son prácticamente coincidentes.

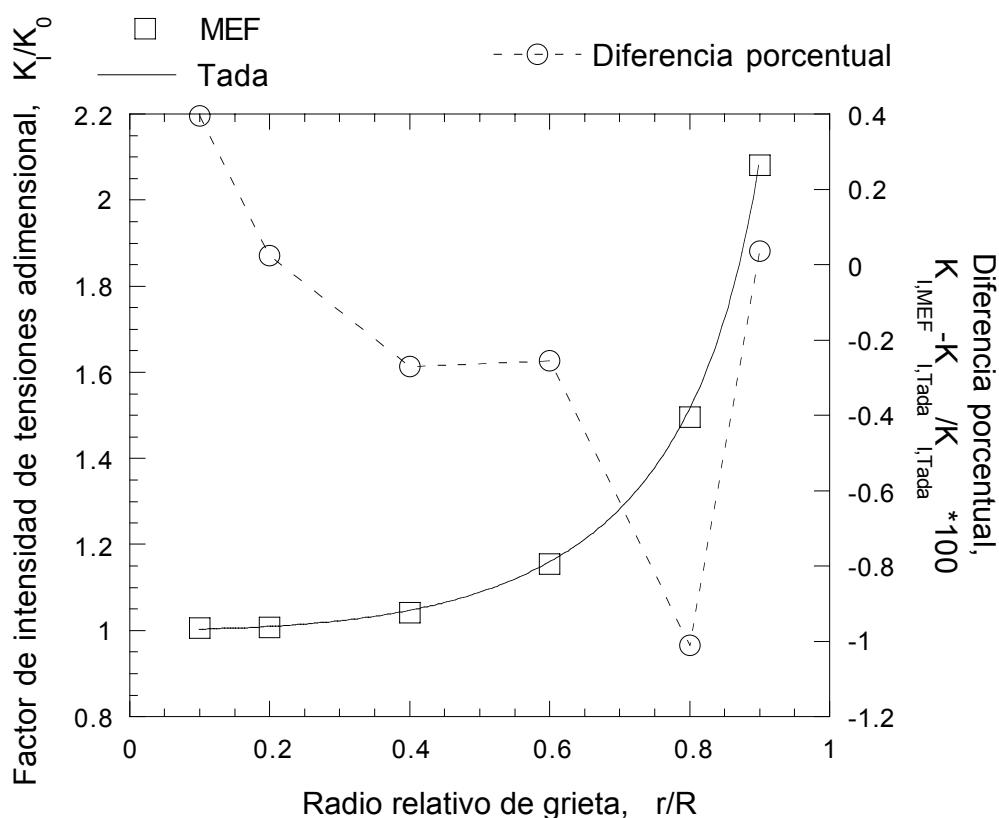


Fig. 3.10. Comparación de resultados de Tada [Tada et al 1985] y numéricos para defecto centrado con el eje de la fibra.

El error relativo máximo entre la expresión (3.17) y los resultados presentados en las gráficas Fig. 3.5 y Fig. 3.6 (que corresponden al punto del frente de grieta  $\varphi=180^\circ$ ) es inferior al 0.4% en todos los casos de interés. Sólo

para valores de  $r/R$  en torno a 0.8, de escaso interés práctico por ser defectos demasiado grandes, surgen diferencias que rozan el 1%.

Por otro lado el valor de  $K_I$  en todo el frente de grieta debe ser constante, debido a la simetría respecto del eje de la fibra. En la Fig. 3.11 se comprueba la constancia de dichos valores para todos los casos calculados ( $r/R=0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.9$ ), comparando el valor del  $K_I$  en cada punto del frente de grieta con la solución propuesta por Tada et al.

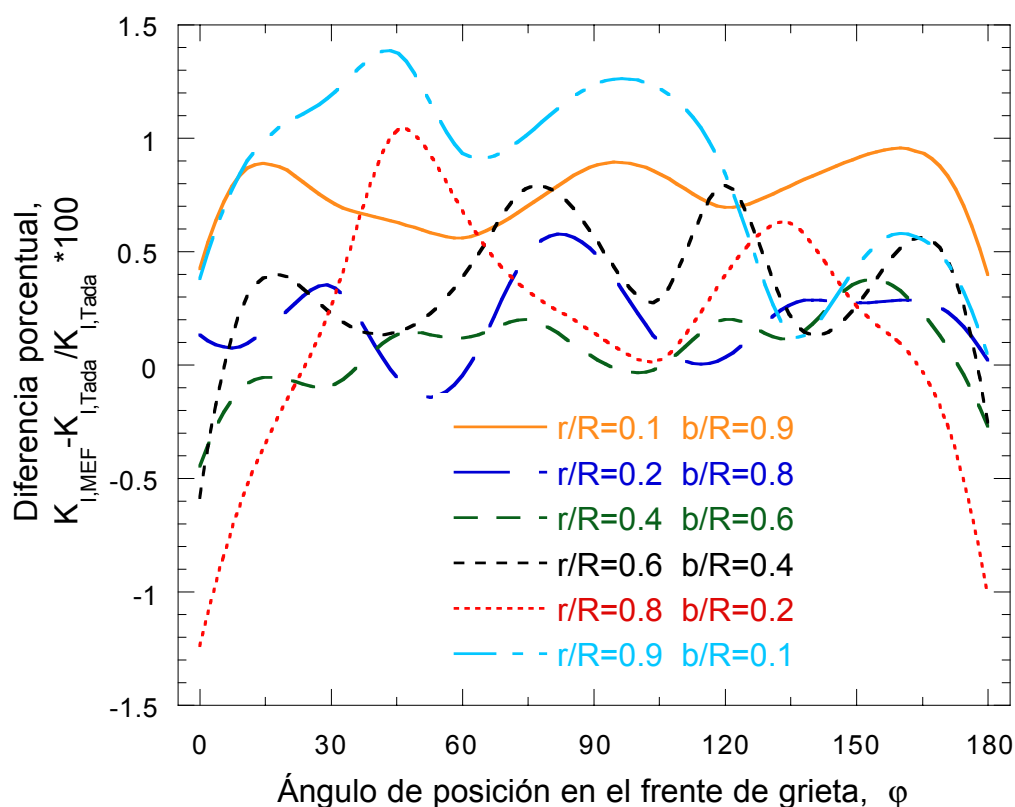


Fig. 3.11. Error relativo respecto a la expresión de Tada (3.17) a lo largo del frente de grieta de defectos centrados.

Se observan ciertas oscilaciones numéricas que se mantienen dentro del 1% de error en todos los casos significativos, y sólo son algo mayores -siempre inferiores al 1.5%- en los casos de defectos muy grandes, que ocupan casi toda la sección transversal y que por lo tanto tienen escaso interés práctico.



Aunque estas comprobaciones no son extrapolables a otros casos en los que la grieta no está centrada, sí da una idea de la precisión de los resultados presentados en esta Tesis.

Para comprobar la convergencia del método empleado y la influencia del refinamiento de la malla, se han seleccionado una serie de casos para los que se ha representado los resultados obtenidos con mallas con número creciente de nodos.

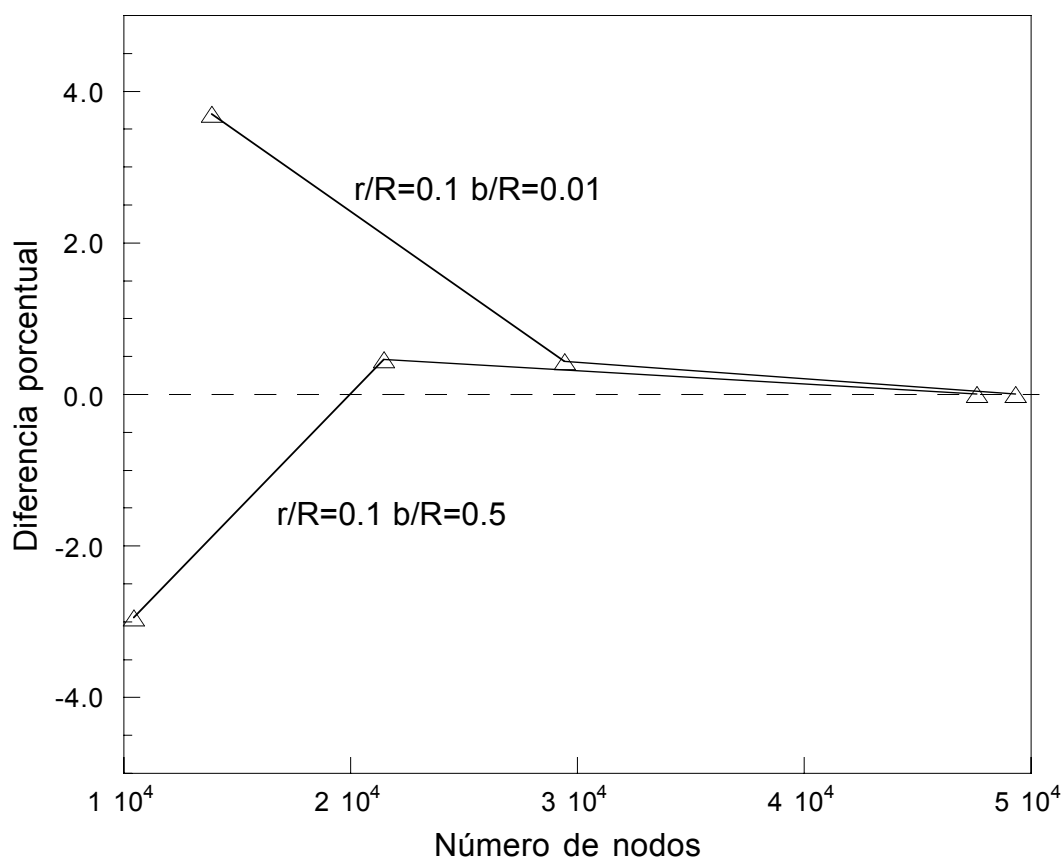


Fig. 3.12. Variación de  $K_I$  con el número de nodos de dos mallas con distinto ligamento. Referencia en la malla con mayor número de nodos.

La Fig. 3.12 muestra el error en tanto por ciento que se comete con cada malla, tomando como referencia la malla con mayor número de nodos. Los casos analizados son: ( $r/R=0.1 \ b/R=0.01$ ) y ( $r/R=0.1 \ b/R=0.5$ ). Como se observa en la figura, se logra la convergencia, con una diferencia menor del 1%, para

### 3. Cálculo de $K_I$ en defectos internos

---

un número de nodos razonable, que para los casos mostrados es del orden de 25000. Sin embargo este número de nodos no es el mismo en todas las situaciones, por lo que en la práctica lo que se ha hecho es ir refinando las mallas en cada caso, hasta que la diferencia entre los resultados de dos mallas consecutivas era inferior al 1%.

## **4. TRABAJO EXPERIMENTAL.**

### **4.1. Introducción**

El objetivo de la campaña experimental fue obtener resultados suficientemente completos sobre rotura de fibras frágiles en los que aplicar los conceptos presentados en capítulos anteriores. Para ello se han realizado ensayos de tracción simple sobre fibras frágiles midiendo la carga de rotura, y se han estudiado las superficies de rotura de dichas fibras. También, y con el fin de generar defectos internos de mayor tamaño y menor ligamento, algunas fibras se han sometido a cargas de fatiga hasta su rotura inestable.

El presente capítulo comienza presentando el material elegido para los ensayos y justificando la elección adoptada. Posteriormente se describe el dispositivo experimental empleado para los ensayos de tracción y se resumen los resultados de los mismos. A continuación se muestra la caracterización y medida de los defectos presentes en las superficies de rotura, que fueron analizados mediante microscopía óptica y electrónica. El capítulo concluye con la descripción de los ensayos de fatiga y del análisis fractográfico de las superficies de fractura resultantes de dichos ensayos.

## 4.2. Material empleado. Composición, proceso de fabricación y geometría.

### 4.2.1. Justificación del material utilizado.

Para llevar a cabo la campaña experimental ha sido necesario disponer de fibras de un material homogéneo, elástico y lineal hasta rotura. Las fibras empleadas en el refuerzo de los materiales compuestos son, en su mayoría, de material cerámico (alúmina, carburo de silicio, nitruro de silicio, carbono, etc.) cuyo comportamiento, como ya se ha comentado en el capítulo 2, cumple con bastante fidelidad estas hipótesis, necesarias para poder aplicar la Mecánica de la Fractura. Sin embargo, un estudio estadístico requiere el ensayo de un amplio número de muestras, y debido al gran presupuesto que sería necesario para este estudio en materiales caros como son los cerámicos se ha optado por realizar los ensayos con fibras de sémola de trigo duro (espaguetis), cuya sección transversal es circular y cuyo comportamiento es suficientemente elástico y lineal hasta rotura.

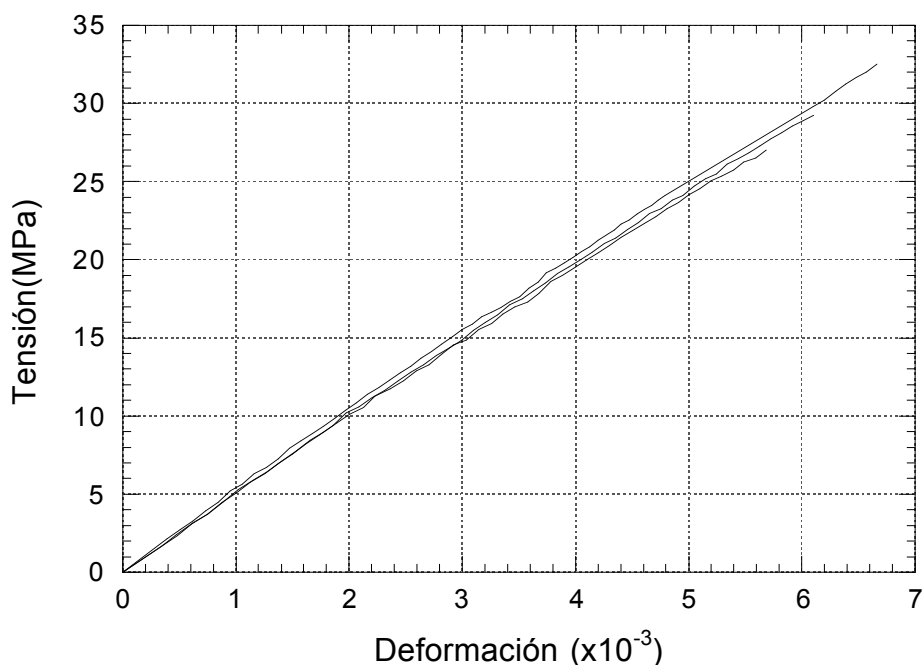


Fig. 4.1. Curvas tensión-deformación de fibras de sémola de trigo duro.  
Longitud entre mordazas = 150mm. Sección media de las  
fibras=2.147mm<sup>2</sup>.

En la Fig. 4.1. se muestran las curvas tensión-deformación de tres fibras de sémola ensayadas a tracción. El procedimiento experimental seguido para obtenerlas se discute el apartado 4.3. Se observa una gran repetitividad en el comportamiento, que es prácticamente lineal con una deformación inelástica en rotura menor del 5% de la deformación total en todos los casos. La deformación inelástica en rotura de las fibras de sémola es muy inferior a la de otras fibras como las metálicas y poliméricas, cuya componente plástica puede llegar a ser varias veces superior a la elástica [Kurtz et al 1993], y del mismo orden que las fibras de materiales cerámicos como el carburo de silicio, cuya deformación inelástica en rotura es del orden del 3% de la deformación total [González and Llorca 2000].

#### **4.2.2. Composición.**

La sémola es el producto de la molienda del trigo duro, que es la variedad de trigo más rica en proteínas, y se emplea en la fabricación de las pastas alimenticias (macarrones, fideos...). La composición de las pastas alimenticias es la siguiente [Hébrard et al 2003, Nutriweb, Porceddu, Professional Pasta]:

- Almidón: es cuantitativamente el principal componente con una participación aproximada de un 75% en peso. Es un polisacárido de glucosa formado en un 25% por amilosa (polímero de cadena lineal) y en un 75% por amilopectina (polímero de cadena ramificada) que se combinan físicamente formando granos aproximadamente esféricos con cierto grado de cristalinidad. El tamaño de los granos puede oscilar entre algunas micras y varias decenas de micras. El almidón es insoluble en agua fría pero su componente amilopectina se disuelve en agua caliente. Su capacidad de absorción de agua es de un 35-50% del peso seco.
- Gluten: la cantidad y composición del gluten varía mucho de unas variedades de trigo a otras pero lo más habitual es que esté presente

en un 13% en peso y esté formado por dos tipos de proteínas, gliadina (monómeros de bajo peso molecular) y glutenina (complejo proteínico de alto peso molecular). Es el principal responsable del comportamiento higroscópico de las pastas puesto que es capaz de absorber hasta el 200% de su peso seco.

- Agua: introducida en su mayor parte durante la manufactura, su contenido según la legislación vigente debe ser inferior al 12.5% en peso.
- Otros componentes: lípidos, minerales (calcio, magnesio, sodio, potasio, etc.) que están presentes en cantidades del orden del 1%.

Está generalmente aceptado que la estructura de las pastas alimenticias secas es la de un material con dos fases, donde los granos de almidón se encuentran uniformemente dispersos en el interior de una red tridimensional de gluten, que constituye la fase continua. Los granos de almidón están físicamente unidos a las proteínas mediante puentes de hidrógeno [Del Nobile and Massera 2002], por lo que el material es muy sensible a la presencia de agua, que debilita los puentes y su cohesión interna. La micrografía óptica de la Fig. 4.2 muestra la microestructura de una fibra de sémola.

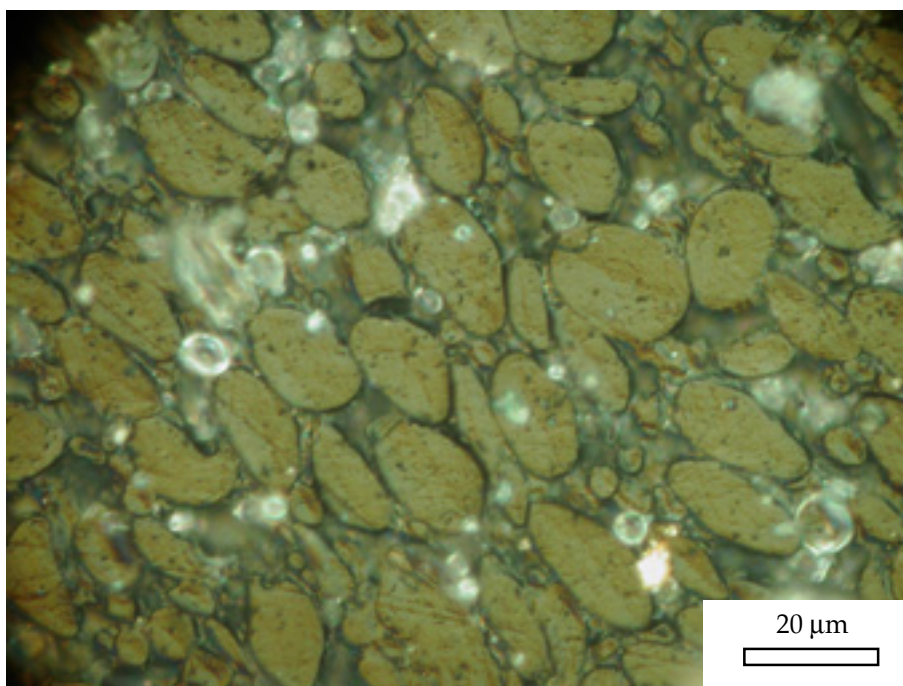


Fig. 4.2. Microestructura de una fibra de sémola.

### 4.2.3. Proceso de fabricación

El grano de trigo está formado por dos partes bien diferenciadas, las cubiertas o envolturas y la parte interna o endospermo. El endospermo se divide a su vez en dos partes, la "almendra harinosa" de donde obtenemos la harina y el "germen o embrión" que daría lugar a la planta si se encuentra en condiciones adecuadas.

La obtención de la harina a partir de los granos de trigo duro [Nutriweb] comienza con la limpieza de los mismos mediante corrientes de aire y su cribado. Posteriormente se eliminan el embrión y las cubiertas del grano y se moltura por medio de rodillos metálicos que trituran el grano formando la harina. En el caso de la obtención de sémola esta molturación será más grosera que para harina blanca (empleada para la fabricación de pan). Finalmente se refina la harina por medio de tamices separando sus diferentes calidades.

La fabricación de las pastas alimenticias continúa con el mezclado de la sémola (que tiene inicialmente alrededor de un 15% de agua en su composición) con aproximadamente un 25% en peso de agua, dependiendo del tipo de producto, para obtener una masa con un 33% de agua. Esta masa es introducida en una extrusora, al final de la cual se encuentra la hilera que da forma al producto.

Como el contenido de agua a la salida de la hilera es del orden del 30% (se pierde algo de agua durante el amasado), y el producto final debe tener un contenido de agua inferior al 12.5%, es necesario un tratamiento de secado posterior. Esta es la última etapa y la más importante de la fabricación en cuanto al control de la porosidad, uniformidad, resistencia y propiedades organolépticas del material [Ficarella et al 2003]. La pérdida de humedad del material provoca en el mismo una disminución del volumen que, si no se produce de manera uniforme en todo el material, induce deformaciones y tensiones que pueden llegar a romperlo [Ponsart et al 2003].

El proceso de secado comienza con el pre-secado, en el que se disminuye el contenido de agua al 18% siendo éste homogéneo en toda la fibra. Durante esta etapa la pasta se encuentra en "estado plástico" [Professional Pasta]. En la bibliografía especializada se considera que la pasta está en "estado plástico" cuando, debido al gran contenido de agua, la pasta es muy deformable bajo cargas muy pequeñas, y relaja fácilmente las tensiones, dando lugar a un comportamiento que, con más propiedad, denominaríamos visco-plástico.

Posteriormente, en el secado propiamente dicho, se reduce el contenido de agua por debajo del 12.5%. Al disminuir el contenido de humedad el material pasa del "estado plástico" al "estado elástico" [Professional Pasta], en el que el material se vuelve mucho más rígido y la relajación desaparece casi por completo, dando lugar a un comportamiento que en resistencia de materiales se denomina elasto-frágil. El paso de un estado a otro se produce en el entorno del 15% de contenido de agua, aunque este valor depende de la temperatura, siendo menor cuanto más alta es la temperatura [Cuq et al 2003].

Los parámetros fundamentales del proceso de secado son la temperatura y humedad del ambiente, el flujo de ventilación y el tiempo, dependientes todos ellos del tipo de producto [Mondelli]. Un incorrecto proceso de secado de los espaguetis puede dar lugar a defectos en el producto: manchas en la superficie, deformaciones, fragilidad e incluso rotura durante el secado, ampollas y fisuras [Progetto Pasta].

#### **4.2.4. Fibras ensayadas**

Se han ensayado cuatro series de 66 fibras, cada una con diferente longitud entre mordazas (300, 150, 75 y 35mm), dando lugar a un total de 264 ensayos.

Todas las fibras ensayadas en esta Tesis son espaguetis comerciales que, para procurar la mayor homogeneidad posible, provienen de un mismo paquete de 300 unidades (véase Fig. 4.3). Las dimensiones nominales de las fibras son 500mm de longitud y 1.65mm de diámetro.



La densidad de las fibras, medida mediante el método de Arquímedes en etanol puro, es de  $1.45\text{g}/\text{cm}^3$  y su contenido de agua del 4.7% en peso, medido mediante diferencia de pesada antes y después de secado en estufa durante 4h a  $105^\circ\text{C}$ .



Fig. 4.3. Paquete de fibras de sémola empleadas en el trabajo experimental.

El aspecto exterior de las fibras es liso y de color uniforme, sin que se detecte la presencia de fisuras, ampollas o cualquier otro defecto de los mencionados anteriormente.

Para observar su aspecto interior se realizaron una serie de micrografías como la de la Fig. 4.2 obtenidas mediante microscopio óptico tras embutir las fibras en resina y someterlas a un proceso de pulido que se realizó después de un lijado manual en seco hasta la lija de 600 y un desbaste mediante lija de 1000 en pulidora semiautomática Struers (Fuerza= $100\text{N}$ , velocidad de rotación= $300\text{rpm}$ ). El pulido se inició mediante el paño de  $9\mu\text{m}$  (partículas de diamante en suspensión en etanol puro) con velocidad de rotación de  $300\text{rpm}$ , acabando el proceso con paños de  $3\mu\text{m}$  y  $1\mu\text{m}$  con velocidad de rotación de  $150\text{rpm}$ .

En la Fig. 4.4 se muestra una micrografía del interior de una fibra de sémola obtenida mediante el microscopio óptico. Se observa la predominante presencia de los granos de almidón cuyo tamaño, como vimos en la Fig. 4.2, oscila desde varias micras hasta algunas decenas de micras. Observando la fibra en toda su longitud se detectaron algunas impurezas en forma de inclusiones presentes en pequeñas cantidades, mostrando el material una gran homogeneidad y ausencia de poros y grietas visibles.

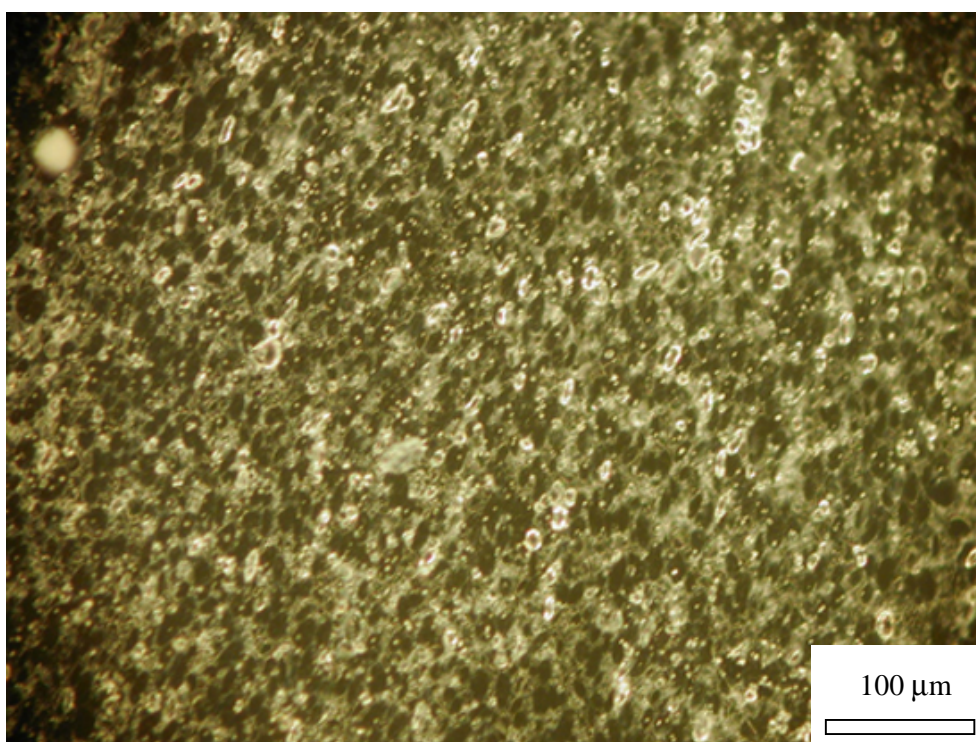


Fig. 4.4. Micrografía óptica de una fibra de sémola pulida.

En la Fig. 4.5 se incluye una micrografía obtenida mediante microscopía electrónica de barrido tras haber sometido a la fibra al mismo proceso de pulido explicado anteriormente. Para realizar la observación se recubrió superficialmente la muestra con una aleación de oro-paladio de algunos nanómetros de espesor como se explica en el apartado 4.4.2. Las condiciones de observación fueron 10kV y  $6 \cdot 10^{-11}$ A.

Al igual que en las micrografías obtenidas con el microscopio óptico, se observa la presencia de granos de algunas micras de diámetro y la ausencia de poros. Sin embargo, a diferencia de las anteriores, las micrografías

electrónicas muestran la presencia de microgrietas entre los granos de almidón y la matriz de proteínas, junto a grietas mayores –detectables mediante inspección ocular- que se produjeron durante el proceso de vacío previo a la metalización de la muestra.

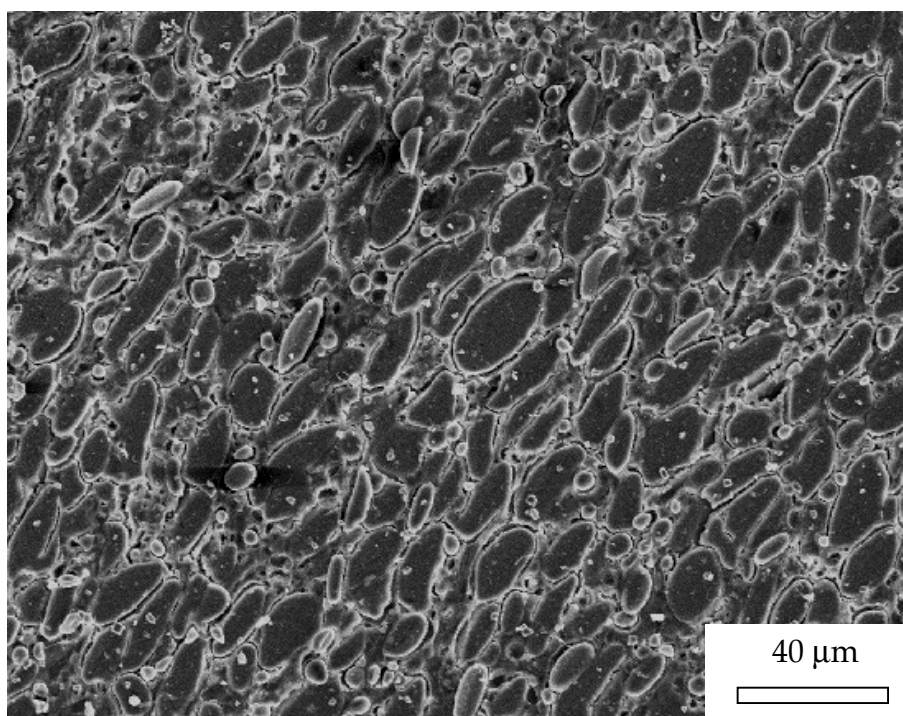


Fig. 4.5. Micrografía electrónica de una fibra de sémola pulida.

Voltaje=10 kV. Intensidad=  $6 \cdot 10^{-11}$  A

La sémola es un material higroscópico cuyas propiedades cambian drásticamente con el contenido de humedad. Por ello todas las fibras se han conservado y ensayado en las mismas condiciones de humedad ( $40 \pm 5\%$ HR) y temperatura ( $20 \pm 2^\circ\text{C}$ ).

### 4.3. Ensayos de tracción simple.

#### Dispositivo experimental

Los ensayos han sido realizados en una máquina electromecánica Instron 4411. La carga se ha medido con una célula de carga Instron de 5kN con una precisión mejor que el 0.5% de la medida. La carga se ha aplicado a una velocidad de desplazamiento constante de 1mm/min.

Se han ensayado un total de 264 fibras con cuatro longitudes entre mordazas: 300mm, 150mm, 75mm y 35mm, barriendo aproximadamente un orden de magnitud. De cada ensayo se ha medido la carga de rotura de la fibra, desechando aquellas en las que la rotura se ha producido en las mordazas de la máquina.

Algunas de las fibras se instrumentaron mediante un extensómetro resistivo Instron 2620 de  $\pm 2.5\text{mm}$  de rango con 50mm de longitud base y una precisión garantizada mejor que  $2.5\ \mu\text{m}$ , para obtener así la curva tensión-deformación del material. La distancia entre mordazas fue de 150mm. Aunque la rotura se produjo en la zona central, entre los anclajes del extensómetro, la carga de rotura obtenida en estos ensayos no ha sido utilizada en posteriores análisis en previsión de que la presencia del extensómetro pudiera haberla alterado.

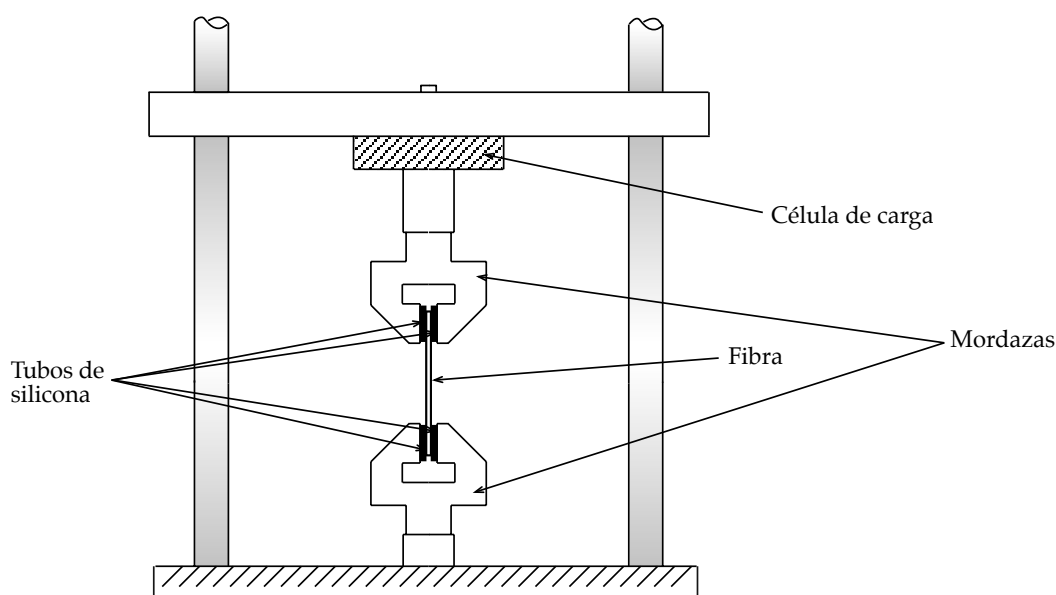


Fig. 4.6. Esquema del dispositivo experimental empleado en el ensayo de fibras de sémola.

La principal dificultad de los ensayos realizados ha sido la sujeción de las fibras a las mordazas, puesto que la fuerza necesaria para evitar el deslizamiento de las fibras puede provocar su rotura en la zona de anclaje. El contacto entre fibra y mordazas se realizó a través de tubos de silicona de 2mm de espesor y 35mm de longitud, que transmitían la presión de las mordazas a la fibra sin generar defectos en su superficie (véase Fig. 4.6). En la Fig. 4.7 se muestra una fibra en posición de ser ensayada, y en la Fig. 4.8 un detalle de la fijación en mordazas.

La colocación cuidadosa de los tubos de silicona al comienzo de cada serie de ensayos también facilitaba la perfecta alineación de las fibras durante el ensayo, puesto que no era necesario retirar los tubos al finalizar cada ensayo. Una vez que los tubos de silicona quedaban alineados, la colocación de las fibras consistía en asegurar que éstas quedasen centradas respecto a aquellos. Tras la rotura de la fibra se comprobaba en cada caso que las dos partes en que se divide hubieran quedado enfrentadas y ligeramente separadas debido a la recuperación elástica (véase Fig. 4.9).

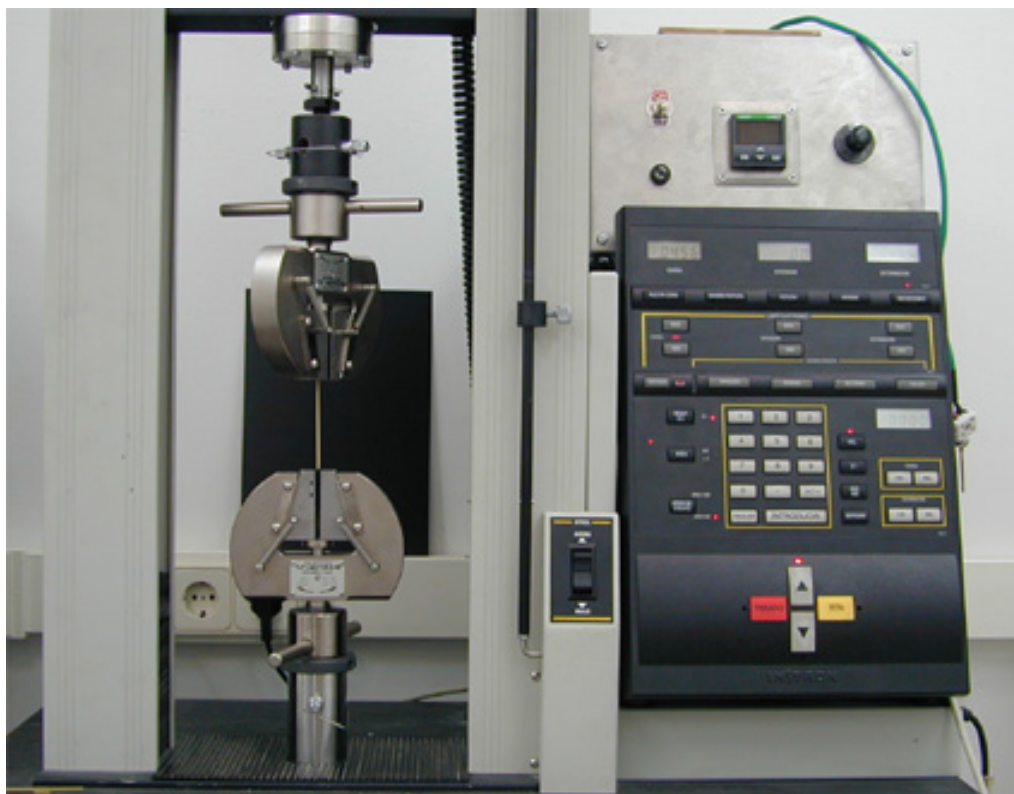


Fig. 4.7. Ensayo de tracción de una fibra de sémola de trigo duro.



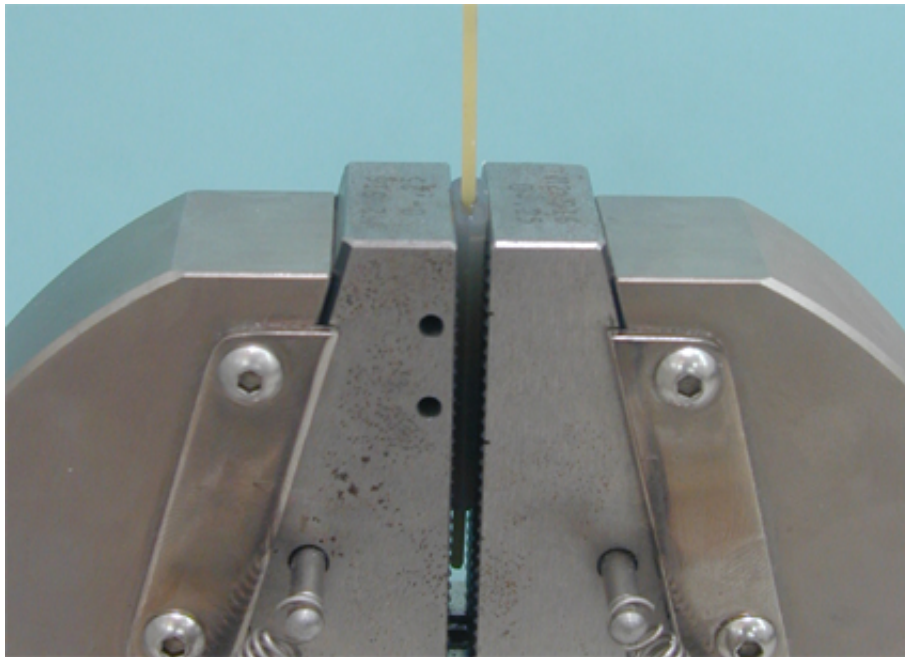


Fig. 4.8. Detalle de la fijación en mordazas de una fibra de sémola de trigo para su ensayo a tracción.

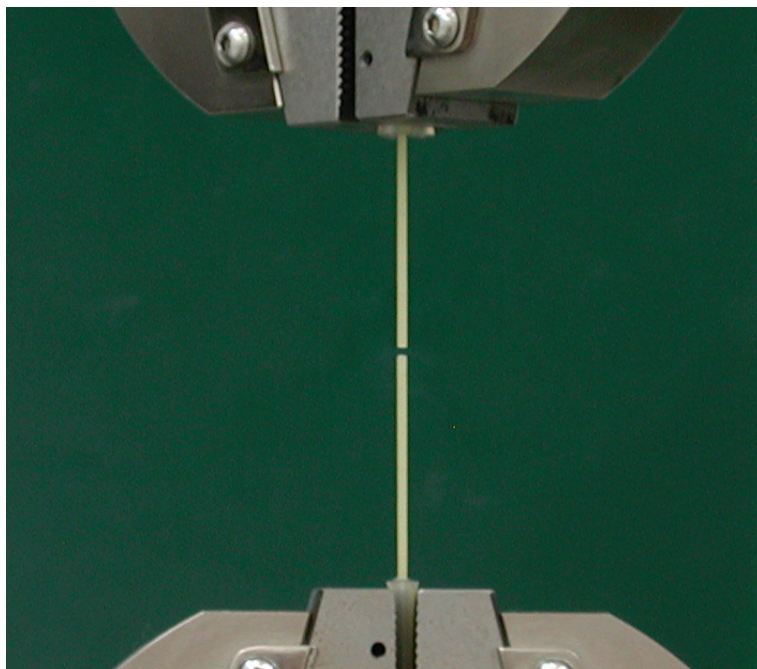


Fig. 4.9. Fibra rota tras haber sido ensayada a tracción.

Tras ser ensayadas, cada una de las fibras ha sido almacenada individualmente, perfectamente identificada mediante una etiqueta en la que aparece su código y su carga de rotura. Gracias a ello se ha podido relacionar la superficie de fractura de cada una de las fibras con el ensayo de tracción. En la Fig. 4.10 se muestra una fotografía de algunas de las fibras analizadas.



Fig. 4.10. Almacenamiento e identificación de las fibras tras el ensayo.

## Resultados

Los valores de la tensión de rotura varían mucho de unas probetas a otras. Los valores extremos de resistencia obtenidos tienen un mínimo de 19.5MPa y un máximo de 36.5MPa. Esta variabilidad en la resistencia de las diferentes fibras es consecuencia directa de la presencia de defectos de diferentes tamaños, posiciones y geometría en las distintas fibras.

Por lo numeroso de los ensayos realizados, sólo se incluye en este apartado un resumen de los resultados obtenidos, con los valores medios de la tensión de rotura para cada longitud ensayada, la desviación estándar de la población y los valores máximos y mínimos (véase Tabla 4.1). Al final del

#### 4.- Trabajo experimental

---

trabajo se incluye, en el Apéndice A, todos los resultados en una tabla con los valores de tensión de rotura de cada una de las fibras.

Tabla 4.1. Resumen de los valores de la tensión de rotura de fibras de sémola. Valores medios, desviaciones estándar, máximos y mínimos de cada longitud de fibra.

Longitud (mm)	300	150	75	35
Tensión media (MPa)	28.35	27.35	28.20	32.13
Desviación estándar (MPa)	2.28	2.98	1.96	2.71
Máximo (MPa)	33.22	33.37	32.04	36.44
Mínimo (MPa)	22.60	19.49	21.68	24.72
Número de ensayos	64	66	66	66

Como se indicó anteriormente se instrumentaron tres ensayos en los que fibras de 150mm de longitud entre mordazas fueron sometidas a tracción simple hasta rotura, y cuyas curvas tensión-deformación se muestran en la Fig. 4.1. Los resultados de estos ensayos se incluyen en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Resultados de los ensayos a tracción simple instrumentados sobre fibras de sémola.

	Fibra 1	Fibra 2	Fibra 3
Módulo de elasticidad (GPa)	5.0	5.1	5.2
Tensión de rotura (MPa)	27.02	29.25	32.55
Deformación en rotura ( $\times 10^{-3}$ )	5.7	6.1	6.7
Deformación inelástica en rotura ( $\times 10^{-3}$ )	0.28	0.37	0.40



Como ya se comentó en la Fig. 4.1 es de destacar la pequeña deformación inelástica que presentan en rotura, muy inferior al de otros materiales habitualmente considerados elástico-lineales.

Frente a la constancia del módulo de elasticidad, se observa una cierta variabilidad en las tensiones y deformaciones de rotura. Aunque estos valores están dentro del rango del resto de ensayos, y pese a no romperse en ningún caso por los puntos de sujeción del extensómetro, estos resultados no se han empleado en análisis posteriores ante la posibilidad, ya comentada, de que la presencia del extensómetro hubiera podido alterarlos.

#### 4.4. Análisis fractográfico.

Las superficies de fractura han sido fotografiadas mediante el empleo de un microscopio óptico Zeiss Axiovert 100A y una cámara digital Nikon Coolpix 990. La medida de los defectos se ha realizado mediante el programa informático de tratamiento de imágenes Image Pro-plus 4.5. Este programa era calibrado al comienzo de cada serie de medidas mediante el empleo de un patrón (véase Fig. 4.11), que era fotografiado con cada grupo.

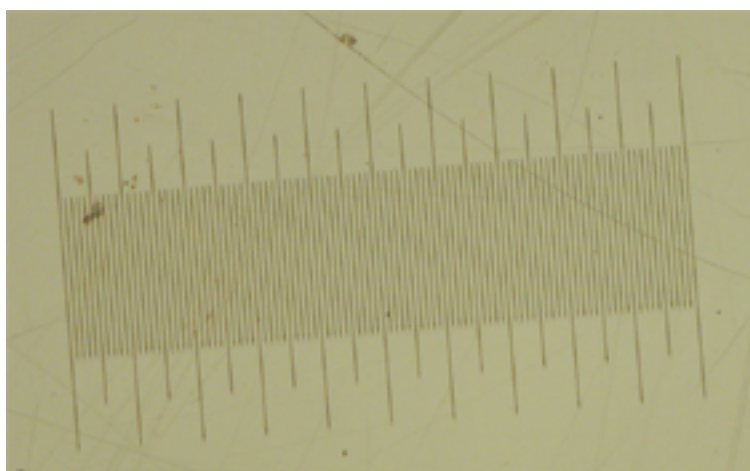


Fig. 4.11. Patrón de medida. Tamaño del patrón = 1mm. Número de divisiones= 100.

#### 4.- Trabajo experimental

---

Para garantizar la perfecta verticalidad de las fibras durante la fotografía se ha empleado una pieza guía de aluminio en una de cuyas caras se mecanizaron ranuras en forma de V perpendiculares a la superficie de observación. La fibra a fotografiar se sujetaba a la pieza, guiada por la ranura (véase Fig. 4.12).

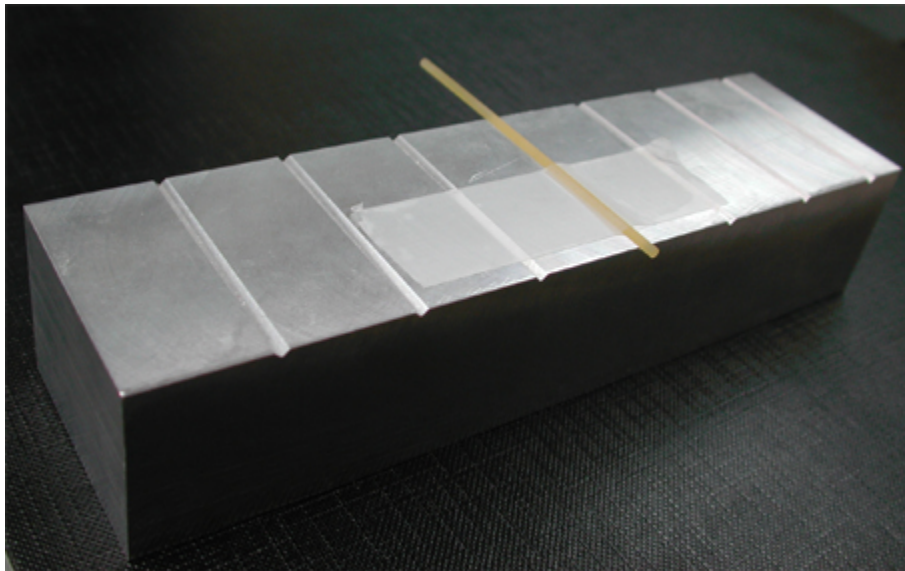


Fig. 4.12. Disposición de una fibra sémola en la guía de aluminio para su observación en el microscopio óptico.

En la Fig. 4.13 se muestra una fibra colocada en el microscopio para ser fotografiada.

El error que se puede cometer como consecuencia del empleo de este equipo se ha estimado considerando la distancia entre píxeles y un error máximo de 4 píxeles por medida (2 durante la calibración y dos durante la medida) resultando un error absoluto de 0.005mm, que es inferior al que se comete como consecuencia de que los defectos no son en realidad circulares y de que los contornos de los mismos no están perfectamente definidos.

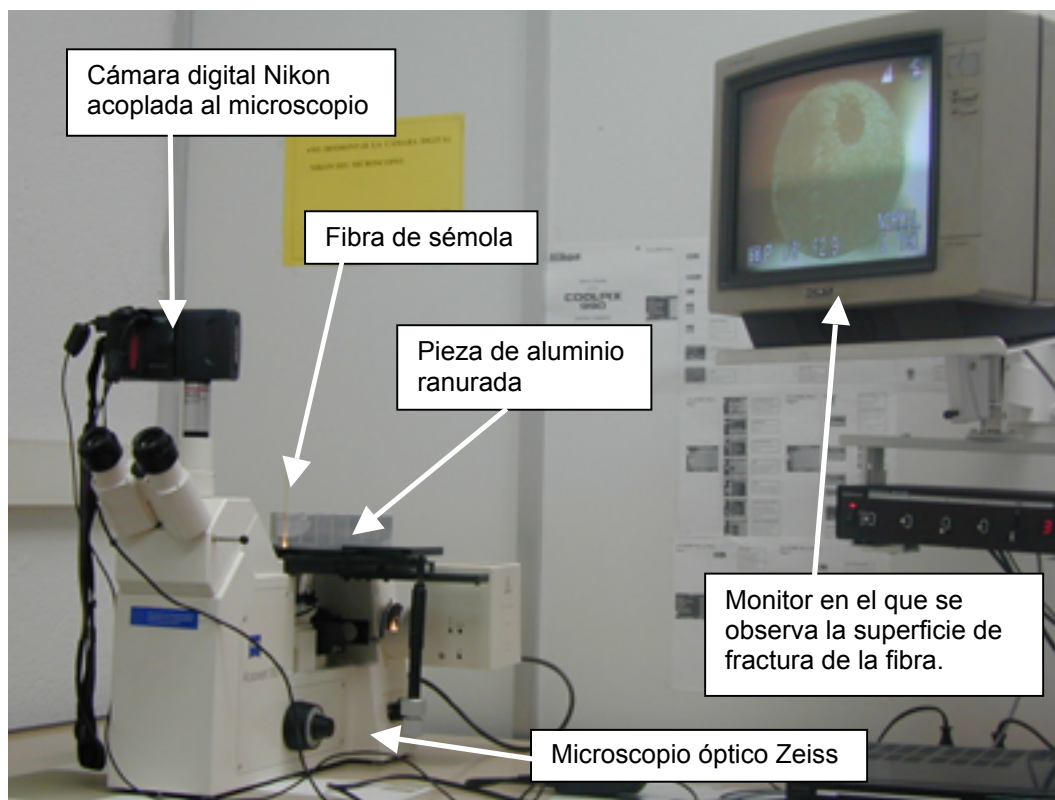
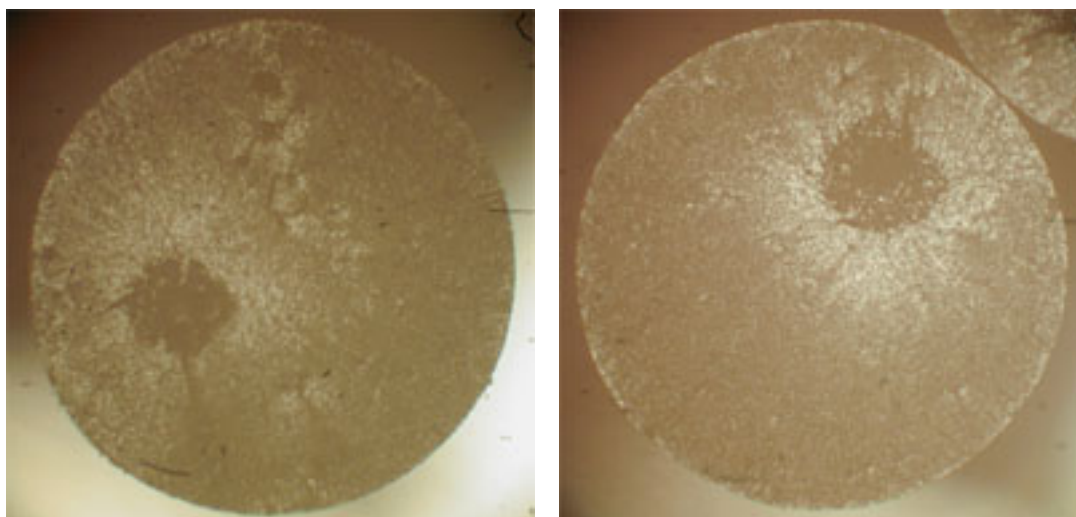


Fig. 4.13. Dispositivo experimental empleado para observar y fotografiar las superficies de fractura de las fibras de sémola.

La Fig. 4.14 muestra las superficies de fractura de dos fibras con defectos interiores.

#### 4.4.1. Tipología de los defectos.

Se han medido los defectos internos y externos que aparecían en las superficies de rotura. La geometría de todos ellos se asemeja suficientemente bien a la forma teórica circular considerada en el capítulo 2. La medida de la sección de las fibras ha mostrado que éstas también pueden considerarse circulares con una buena aproximación.



(a) Diámetro de la fibra 1.69 mm

(b) Diámetro de la fibra 1.66 mm

Fig. 4.14. Superficies de fractura de fibras de sémola de trigo. Imágenes obtenidas con microscopio óptico.

En el Apéndice B se incluyen las imágenes de las superficies de fractura de todas las fibras ensayadas a tracción simple. En ellas se puede observar que, al igual que en las de la Fig. 4.14, se marcan perfectamente los defectos que han dado origen a la rotura. Estos aparecen con una textura claramente diferente al resto de la sección, que muestra una propagación inestable del defecto con patrones de ríos y escalones típicos de la rotura por clivaje. En el siguiente subapartado se mostrarán imágenes detalladas de las superficies de fractura en las que se observan claramente las diferentes texturas.

En el caso de los defectos internos se ha medido el diámetro del defecto  $2r$  y la mínima distancia del defecto a la superficie de la fibra, es decir, el ligamento  $b$ . De los defectos externos se ha medido su profundidad  $a$  y la distancia entre puntos de corte con la superficie libre de la fibra  $l$  (véase Fig. 4.15).

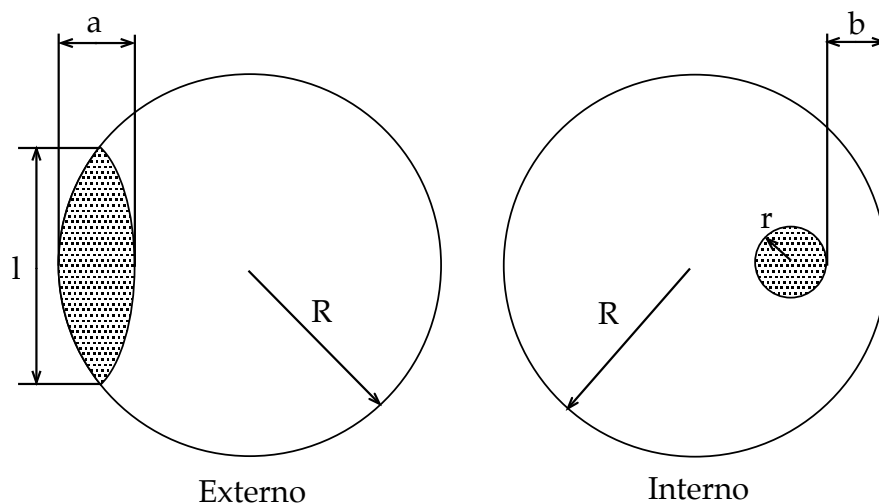


Fig. 4.15. Esquema de las medidas realizadas sobre los defectos.

El Apéndice A incluye una tabla con las medidas efectuadas sobre los defectos internos y externos asemejándolos a grietas circulares. Los defectos más numerosos fueron los defectos internos, mientras que apenas el 7% de los defectos observados fueron externos. La Tabla 4.3 muestra los valores medios y las desviaciones estándar de la población del diámetro de las fibras, diámetro del defecto y ligamento de los defectos internos, que se utilizarán en el capítulo siguiente para analizar el comportamiento del material mediante la Mecánica de la Fractura.

Tabla 4.3. Resumen de la medida del diámetro de las fibras y de los defectos internos.

		Diámetro(mm)		2r(mm)		b(mm)	
L(mm)	Nº medidas	Media	Des.est	Media	Des.est	Media	Des.est
300	57	1.632	0.034	0.421	0.076	0.283	0.145
150	59	1.662	0.033	0.408	0.075	0.272	0.146
75	59	1.645	0.028	0.415	0.056	0.279	0.134
35	55	1.653	0.021	0.349	0.059	0.264	0.148
Todas	230	1.648	0.031	0.399	0.070	0.274	0.138

El diámetro de las fibras apenas varía de unas a otras, como se deduce del pequeño valor de las desviaciones estándar de la población. Los defectos que originan la rotura también tienen un tamaño muy definido que está en el entorno de  $1/4$  del diámetro de la fibra. Por el contrario se observa una gran variabilidad en la posición de estos defectos, que se manifiesta en las desviaciones estándar del ligamento  $b$ , y que sin duda es la principal responsable de la gran dispersión en la resistencia de las fibras.

#### 4.4.2. Observación detallada de la superficie de rotura.

##### Microscopía óptica

Con el mismo dispositivo óptico empleado en la caracterización y medida de los defectos presentes en el material, se ha realizado la observación en detalle de la superficie de fractura, elevando el número de aumentos del objetivo. Este tipo de microscopía tiene la ventaja de no alterar las muestras.

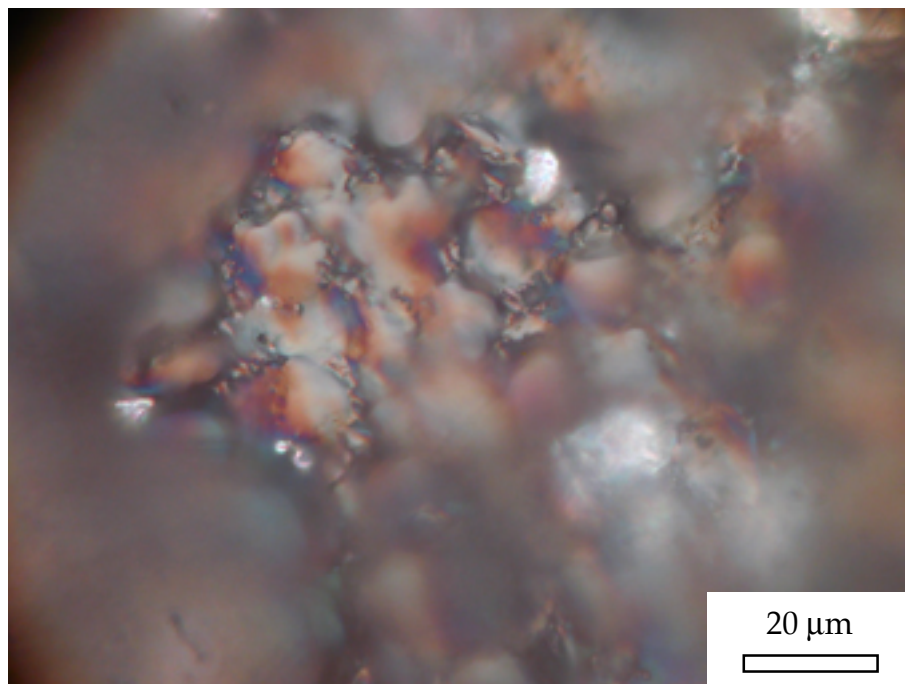


Fig. 4.16. Imagen del interior del defecto inicial tomada con microscopio óptico.



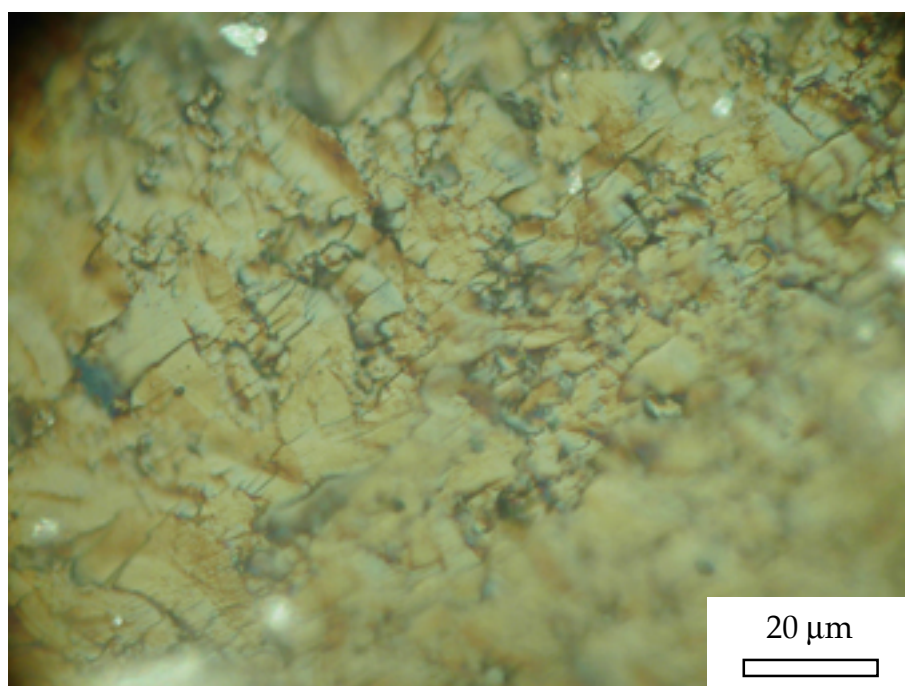


Fig. 4.17. Imagen de la superficie de fractura externa al defecto inicial tomada con microscopio óptico.

En la Fig. 4.16 se muestra la zona correspondiente al defecto origen de la rotura. Se observa que la superficie es muy rugosa, siendo imposible enfocar toda la imagen con 1000 aumentos, puesto que la profundidad de campo –que se estima en menos de  $1\mu\text{m}$ - es menor que las irregularidades superficiales. Parece que dichas irregularidades corresponden a la microestructura granular, y que lo que observamos son granos de almidón y los huecos dejados por los granos de la otra cara del defecto.

La zona de propagación exterior al defecto se puede ver en la Fig. 4.17. Aunque esta fotografía está hecha con los mismos aumentos que la Fig. 4.16 (aproximadamente mil), vemos que casi toda la imagen está enfocada, mostrando una superficie plana bastante perpendicular al eje de la fibra, en la que no es posible distinguir los granos de almidón del resto del material. Esta superficie es consecuencia de la propagación inestable del defecto inicial y muestra un aspecto micromorfológico de rotura transgranular típico de las roturas frágiles, en la que aparentemente se han roto los granos de almidón.

De las observaciones con microscopía óptica podemos concluir que la zona correspondiente al defecto inicial parece que presenta una superficie de tipo granular mientras que en el resto de la sección se observa una micromorfología de rotura transgranular.

#### **Microscopía electrónica.**

La pequeña profundidad de campo hace que la microscopía óptica no sea la adecuada para observar la zona del defecto inicial, por lo que se empleó un microscopio electrónico JEOL JSM-6300 para obtener imágenes por microscopía electrónica de barrido de algunas de las fibras ensayadas. Para ello previamente se metalizaron las muestras en un metalizador modelo *Ultra-Spec 90* de la casa *Energy Beam Sciences*. El recubrimiento consiste en una aleación de oro-paladio del orden de 10 nm de espesor. Las muestras metalizadas se examinaron a 10 kV y  $6 \cdot 10^{-11}$  A.

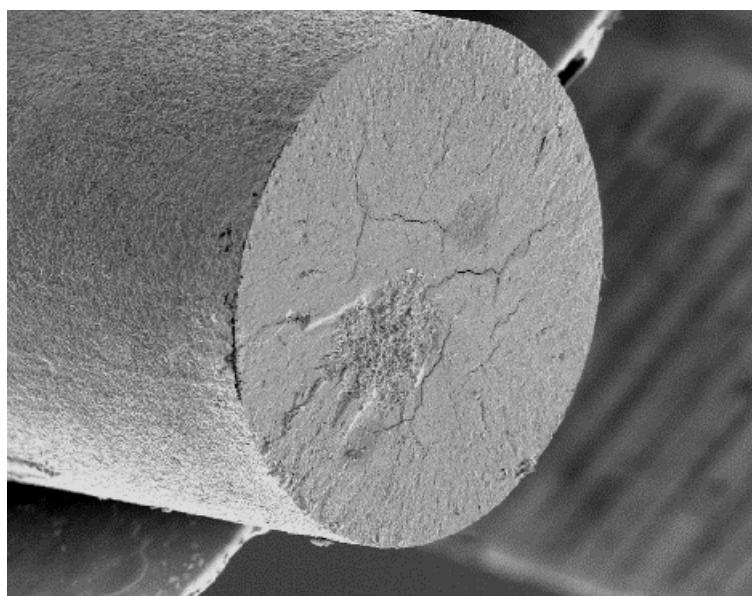


Fig. 4.18. Vista general de la superficie de fractura de una fibra de sémola tomada mediante microscopía electrónica de barrido. El diámetro de la fibra es 1.63mm.



En la vista general de la superficie de fractura que se muestra en la Fig. 4.18 se pueden observar tres zonas con diferente aspecto superficial:

- La zona interior al defecto inicial, que se muestra ampliada en la Fig. 4.19. Se observa la intercara entre granos de almidón y matriz de proteínas, dando el aspecto de una superficie granular, como ya se podía intuir de las imágenes obtenidas mediante microscopía óptica.

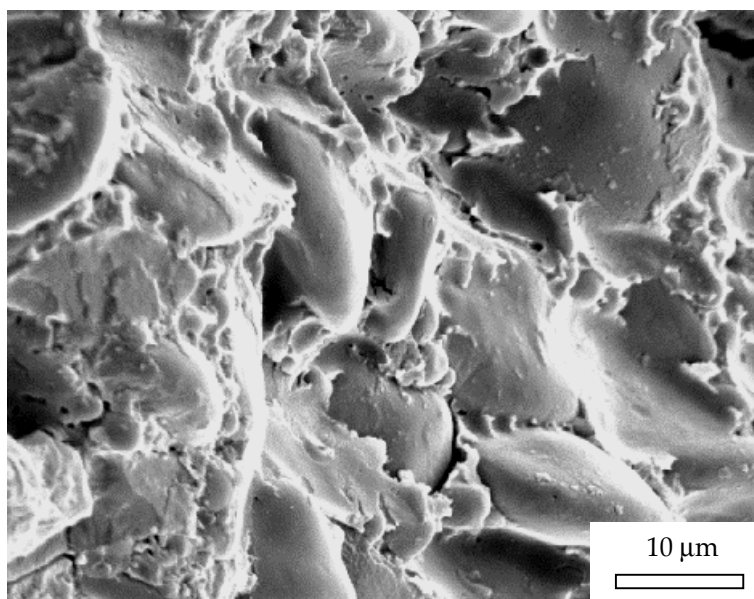


Fig. 4.19. Detalle de la microestructura del defecto. Imagen obtenida mediante microscopio electrónico de barrido.

- La zona alrededor del defecto inicial es la que presenta un aspecto menos rugoso. En la Fig. 4.20 se muestra dicha zona ampliada. A diferencia de la zona anterior, se ha producido la rotura de los granos de almidón junto con la matriz de proteínas. Además, en la vista general de la Fig. 4.18 se detecta en esta zona la presencia de ríos y escalones, típicos de la rotura por clivaje.
- La tercera zona, próxima a la superficie exterior de la fibra, parece que muestra un comportamiento intermedio de los dos anteriores (Fig. 4.21). No se ha producido el despegue parcial de los granos de almidón, pero muestra mayor deformación que la zona lisa cercana al defecto.

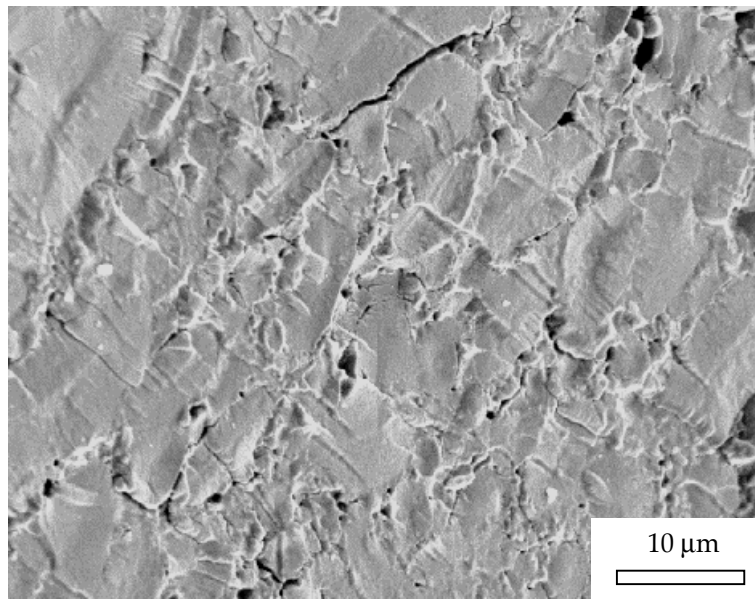


Fig. 4.20. Superficie de fractura. Detalle de la zona próxima al defecto.

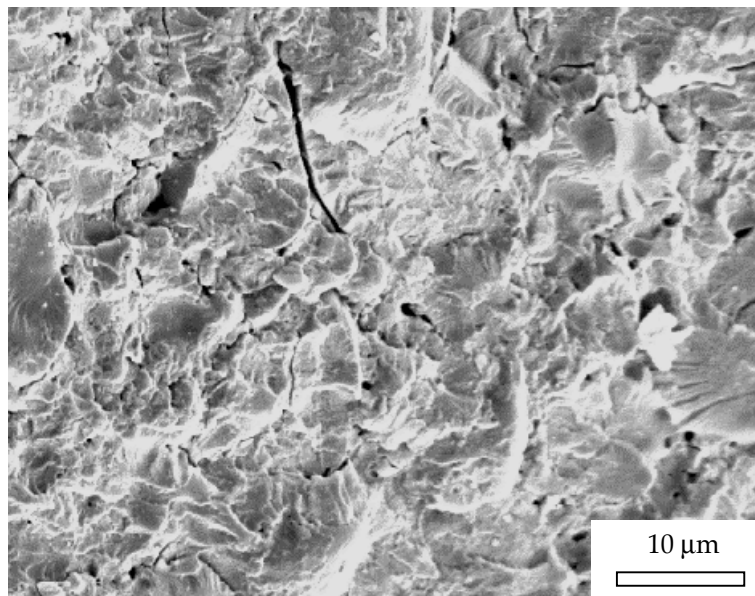


Fig. 4.21. Detalle de la superficie de fractura. Zona alejada del defecto inicial.

Las observaciones con microscopía electrónica confirman las realizadas con microscopía óptica y muestran que la rotura se originó, en la inmensa mayoría de los casos, a partir de un defecto inicial interno circular cuya superficie es extremadamente rugosa. En ella se observan con claridad los

granos de almidón separados de la matriz de gluten. Por el contrario, la propagación del defecto da siempre lugar a una superficie de rotura muy plana, con ríos y escalones característicos de una rotura frágil (rotura por clivaje).

#### 4.5. Ensayos de fatiga.

Se ha mostrado en la Tabla 4.3 que el tamaño de los defectos internos presentes en el material varía muy poco, estando su radio en el entorno de  $1/4$  del radio de la fibra. Con el objetivo de generar defectos de mayor tamaño en las fibras, se realizaron ensayos de fatiga intentando provocar la propagación estable de los defectos preexistentes.

Los ensayos se realizaron en la misma máquina electromecánica Instron 4411 y con el mismo sistema de sujeción en mordazas que se empleó en los ensayos de tracción simple. En la Fig. 4.22 se muestra un esquema de la sollicitación empleada en estos ensayos.

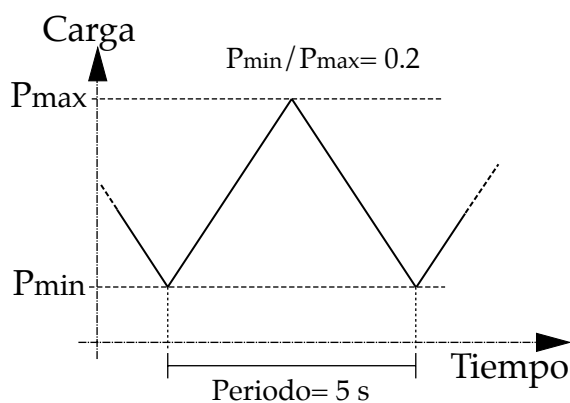


Fig. 4.22. Esquema de la sollicitación empleada en los ensayos de fatiga.

Como se muestra en la figura, la relación  $P_{\min}/P_{\max}$  se ha mantenido constante en todos los ensayos, con un valor de 0.2. La frecuencia también fue constante e igual a 0.2 Hz.

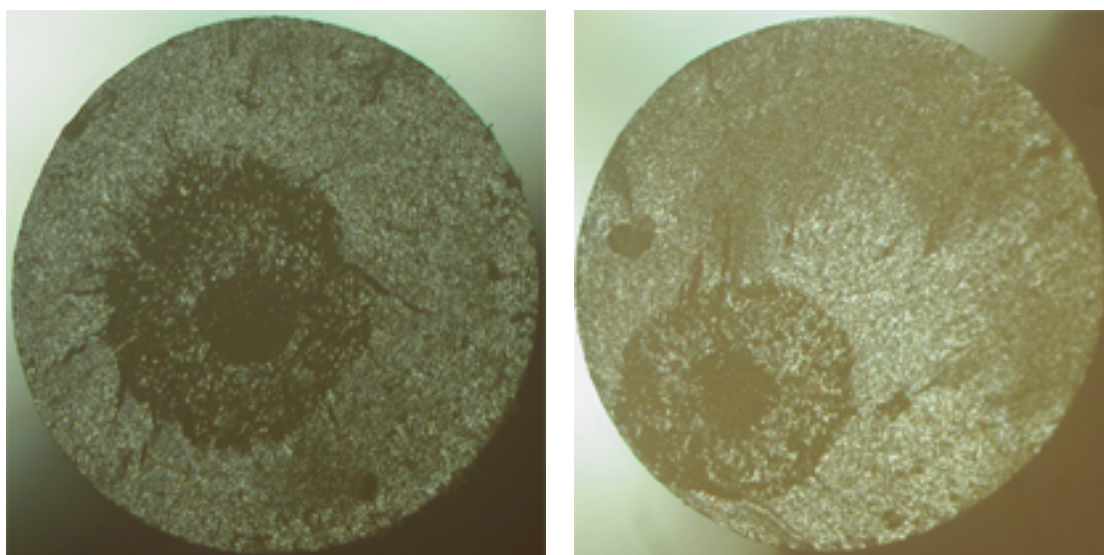
#### 4.- Trabajo experimental

---

Las cargas máximas de los ensayos de fatiga ( $P_{max}$ ) han variado desde 35 hasta 50N, que corresponden a unas tensiones –suponiendo un diámetro nominal de 1.65mm- de 16.4MPa hasta 23.37MPa. Estas tensiones son del orden de la mitad de las tensiones de rotura obtenidas en los ensayos de tracción.

En todos los casos se ha mantenido la sollicitación hasta que ha tenido lugar la rotura de la fibra, lo cual ha sucedido tras un número muy variable de ciclos, desde 150 hasta más de 10000.

En la Fig. 4.23 se muestran las superficies de fractura de dos de las fibras sometidas a fatiga, observadas con microscopio óptico a bajos aumentos. Las superficies de fractura de todas las fibras ensayadas a fatiga se incluyen en el Apéndice C.



Diámetro de la fibra 1.66 mm

Diámetro de la fibra 1.66 mm

Fig. 4.23. Superficies de fractura de fibras de sémola sometidas a fatiga.

En dichas imágenes se observa que se ha producido el crecimiento del defecto hasta alcanzar un tamaño crítico, que provoca la rotura. En la superficie de fractura se distinguen tres zonas diferenciadas: el defecto inicial que tiene un aspecto más oscuro, la zona de propagación por fatiga y la zona de rotura inestable.

A continuación se presentan unas imágenes de la superficie de fractura obtenidas con microscopio electrónico de barrido que permiten observar en detalle los caracteres micromorfológicos de las distintas zonas de la superficie.

El defecto inicial tiene una morfología idéntica a los observados en los ensayos de tracción simple (Fig. 4.19), como se muestra en la Fig. 4.24 en la que se observan los granos de almidón despegados de la matriz de proteínas, no observándose la rotura de ninguno de ellos.

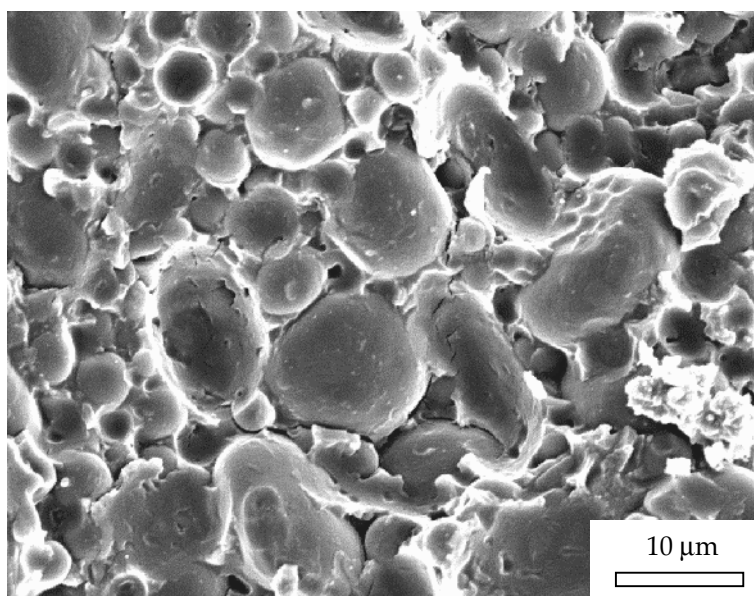


Fig. 4.24. Imagen SEM del defecto inicial en un ensayo de fatiga.

La zona de propagación por fatiga del defecto se muestra en la Fig. 4.25. En esta zona coexisten dos tipos de superficies: rugosa, con presencia de granos, y plana, similar a la observada en zonas de rotura frágil. La morfología es intermedia entre la del defecto inicial y la de la zona de propagación inestable.

La zona de propagación inestable se muestra en la Fig. 4.26, observándose una total semejanza con la Fig. 4.20 correspondiente al mismo tipo de rotura en los ensayos de tracción. En ella se observa una superficie plana con presencia de ríos y escalones y la rotura de los granos de almidón, tratándose aparentemente de una rotura similar al clivaje.

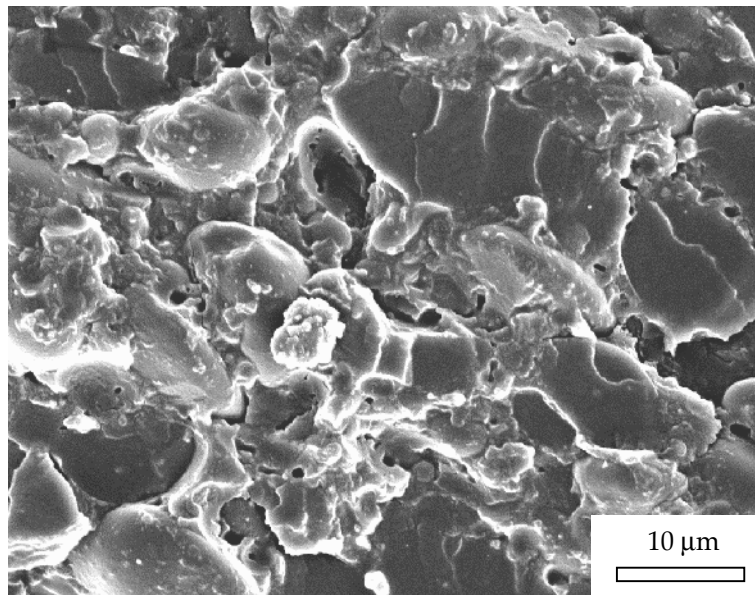


Fig. 4.25. Imagen SEM de la zona de propagación del defecto inicial en un ensayo de fatiga.

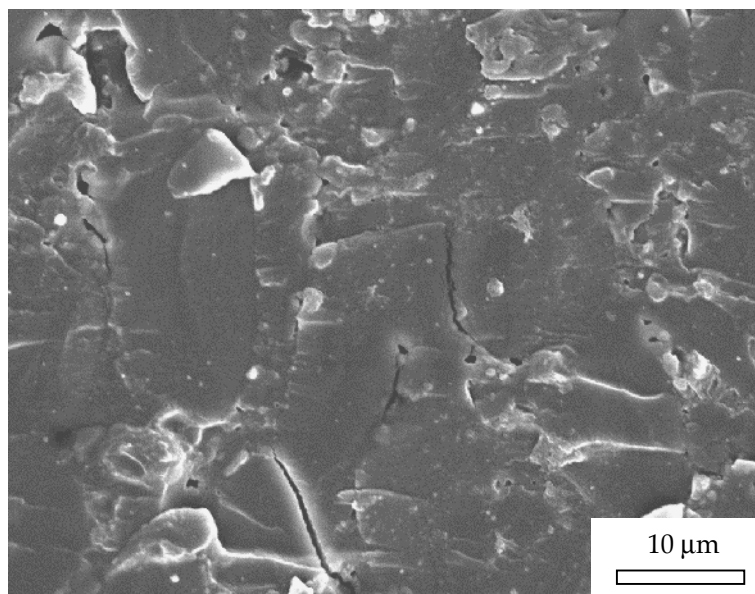


Fig. 4.26. Imagen SEM de la zona de propagación inestable en un ensayo de fatiga.

Las fronteras entre las tres zonas de la superficie de fractura están bien definidas, como puede verse en las Fig. 4.27 y Fig. 4.28. En la primera de ellas se observa la diferente morfología del defecto inicial (en la parte inferior izquierda de la imagen) y del defecto propagado por fatiga. En la Fig. 4.28 se

muestra el límite entre el defecto propagado por fatiga (a la izquierda de la imagen) y la zona de rotura inestable.

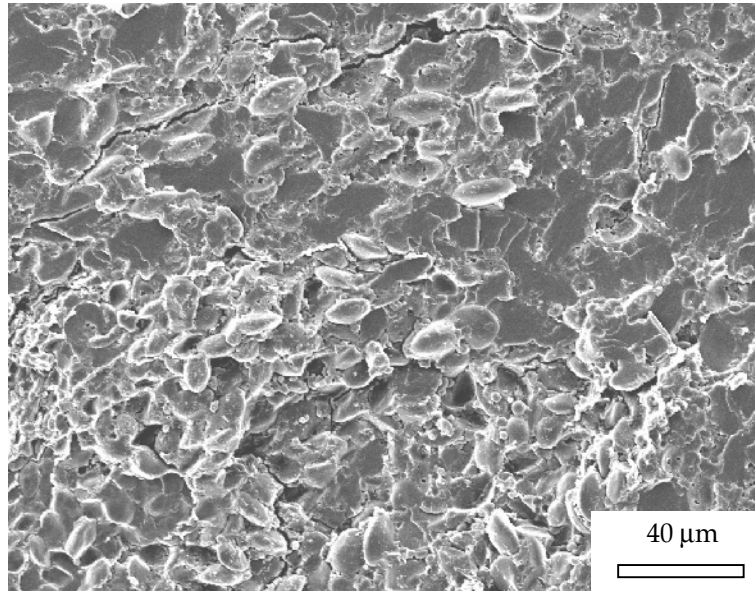


Fig. 4.27. Frontera entre el defecto inicial y la propagación del mismo por fatiga.

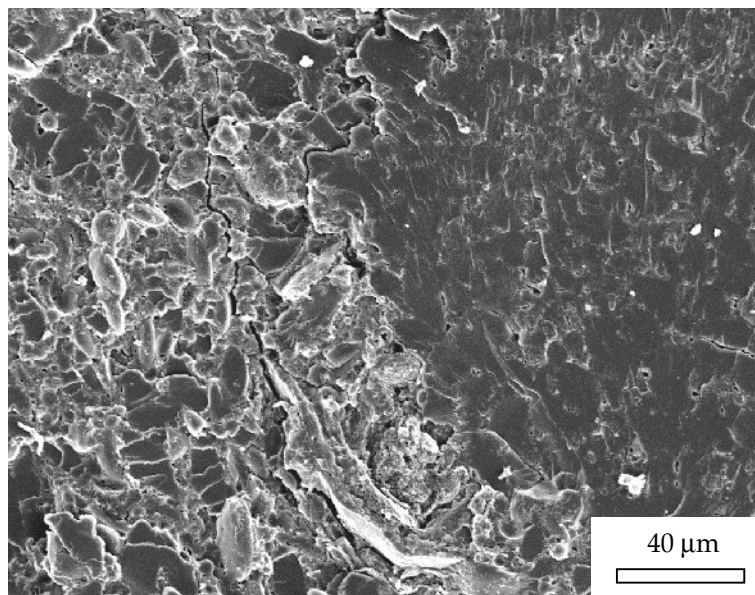


Fig. 4.28. Zona de la propagación del defecto por fatiga y zona de propagación inestable.

Estos resultados permiten confirmar que la propagación inestable de los defectos rompe todos los granos de almidón de la superficie, mientras que sólo se rompen algunos de ellos si la propagación es estable (por fatiga).

También nos han servido para comprobar que la geometría del defecto inicial es previa a los ensayos, puesto que la morfología de su superficie es claramente diferente a las resultantes de la propagación, ya sea ésta estable o inestable.



# 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

## 5.1. Introducción.

En el capítulo 2 se han presentado las bases de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal y de los modelos de rotura estadística, completando en el capítulo 3 el cálculo del factor de intensidad de tensiones para defectos internos en fibras, para el caso de un defecto circular situado en un plano perpendicular al eje de una fibra cilíndrica sometida a tracción remota. Por otra parte, en el capítulo 4 se ha mostrado la campaña experimental llevada a cabo con fibras de sémola, cuyos resultados fueron la carga de rotura de cada fibra y la caracterización de los defectos que provocaron dicha rotura. En el presente capítulo vamos a analizar dichos resultados mediante los dos modelos presentados brevemente en el capítulo 2, la estadística de Weibull y la Mecánica de la Fractura.

## 5.2. Modelos estadísticos. Modelo de Weibull.

### 5.2.1. Estudio estadístico de las tensiones de rotura.

Como se explicó en el capítulo 2, el modelo de Weibull nos da la probabilidad de rotura  $F$  de una fibra de longitud  $L$  cuando está sometida a una tracción de valor  $\sigma$  mediante la siguiente expresión (ver apartado 2.3):

$$F = 1 - \exp(-n_\sigma \cdot L) = 1 - \exp\left[-\frac{L}{L_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \quad (5.1)$$

La expresión (5.1) depende de tres parámetros, que son  $L_0$ ,  $\sigma_0$  y  $m$ , cuyo sentido físico se explicó en el capítulo 2. Como ya se dijo,  $L_0$ ,  $m$  y  $\sigma_0$  están relacionados unívocamente, por lo que para poder caracterizar un material mediante el modelo de Weibull son necesarios sólo dos parámetros independientes.

Como ya se avanzó en el capítulo 2, una fibra de longitud  $L$  y sometida a una tensión  $\sigma$  dadas, tiene una probabilidad de rotura –dada por (5.1)– que debe ser independiente de la longitud de referencia  $L_0$  escogida para el cálculo de los parámetros de la distribución de Weibull. Por lo tanto, considerando  $L$ ,  $\sigma$  y  $F$  constantes en (5.1), podemos obtener la relación existente entre  $L_0$ ,  $\sigma_0$  y  $m$ :

$$\sigma_0 \cdot L_0^{1/m} = \text{cte} \quad (5.2)$$

En este trabajo hemos adoptado como parámetros independientes de la distribución de Weibull su módulo  $m$ , y el parámetro  $\sigma_0 L_0^{1/m}$ , pudiendo calcular fácilmente ambos a partir de una serie de ensayos sobre fibras de la misma longitud. Para ello basta tomar logaritmos neperianos dos veces en la expresión (5.1):

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-F}\right)\right) = \ln(L) - m \cdot \ln(\sigma_0 L_0^{1/m}) + m \cdot \ln(\sigma) \quad (5.3)$$

La expresión (5.3) nos indica que si representamos en un gráfico  $\ln(\ln(1/(1-F)))$  frente a  $\ln(\sigma)$ , obtendremos una línea recta si los datos empleados se ajustan a una distribución estadística de Weibull. Esto permite evaluar el módulo de Weibull a través de la pendiente de dicha recta, así como el valor de  $\sigma_0 L_0^{1/m}$ , mediante la ordenada en el origen, que es igual a  $\ln(L) - m \ln(\sigma_0 L_0^{1/m})$ . Para utilizar este procedimiento necesitamos conocer, para cada tensión  $\sigma$ , el valor de la probabilidad de rotura de la fibra  $F$ .

Un método muy extendido para asignar la probabilidad de rotura a cada una de las fibras ensayadas consiste en ordenar los valores de la tensión de rotura de menor a mayor, y hacerles corresponder una probabilidad proporcional a su número de orden ( $i$ ):  $F = (i-0.5)/n$ , siendo  $n$  el número de fibras ensayadas de la misma longitud [EN843 1996].

Se resta 0.5 al numerador para que la probabilidad no sea 1 en el caso de la fibra de mayor tensión de rotura ( $i=n$ ), lo cual no tendría sentido físico. Alternativamente se puede emplear la fórmula  $F = i/(n+1)$  con un resultado muy similar [EN843 1996, Chawla 1998].

En la Fig. 5.1 se muestran las curvas obtenidas aplicando este método a los ensayos de tracción simple presentados en el capítulo anterior.

Las series ensayadas se ajustan razonablemente bien mediante rectas con un coeficiente de correlación mínimo de 0.985. Sin embargo dichas rectas no son paralelas entre sí, como sería de esperar según la teoría estadística de Weibull. Además, tampoco se separan en vertical una cantidad igual a  $\ln(L_i/L_j)$ , como indica la expresión (5.3).

Los valores de los parámetros de la distribución de Weibull (módulo de Weibull  $m$  y  $\sigma_0 L_0^{1/m}$ ) para las cuatro longitudes ensayadas son los indicados en la Tabla 5.1.

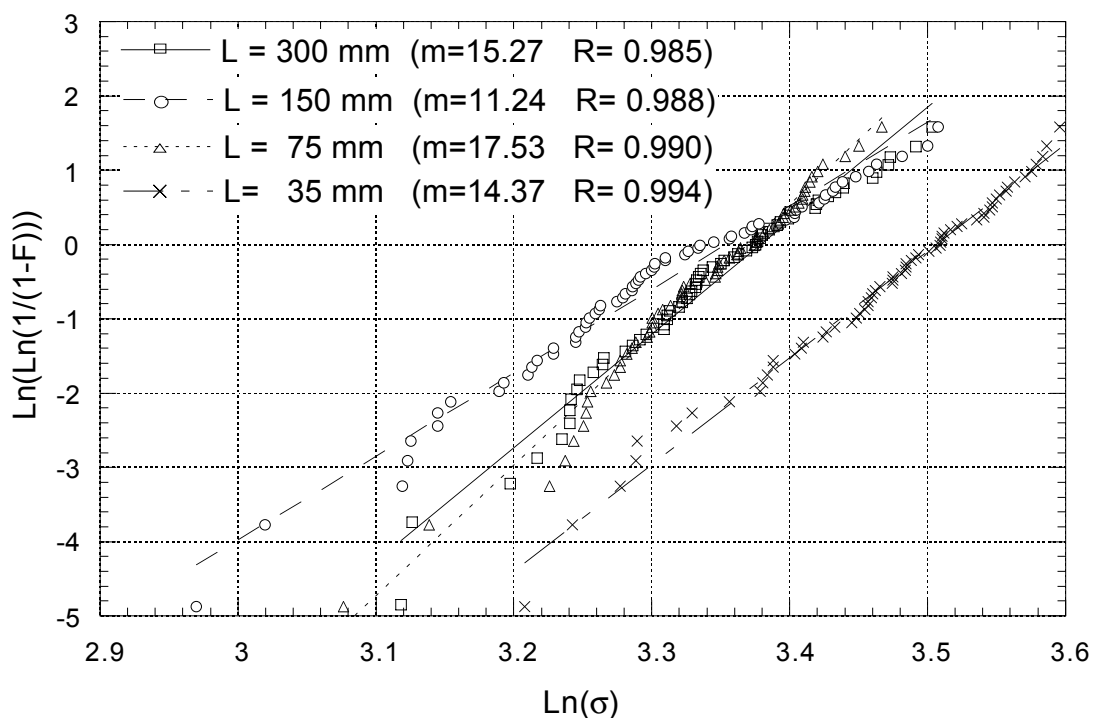


Fig. 5.1. Representación de la probabilidad de rotura frente a la tensión aplicada para fibras de sémola de trigo duro de diferentes longitudes.

Tabla 5.1. Parámetros de la distribución de Weibull para fibras de sémola de trigo duro.

Longitud de ensayo, L (mm)	300	150	75	35
$\sigma_0 L_0^{1/m}$ (MPa $\text{mm}^{1/m}$ )	42.68	44.68	37.18	42.67
Módulo de Weibull, m	15.27	11.24	17.53	14.37
$\sigma_0$ (MPa) (suponiendo $L_0=L$ )	29.38	28.60	29.07	33.32

De estos resultados podemos destacar que los dos parámetros de la distribución de Weibull dependen de la longitud de fibra ensayada, variando el módulo de Weibull entre 11 y 17, y el parámetro  $\sigma_0 L_0^{1/m}$  entre 37.18 y 44.68  $\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1/m}$ .

Asimismo, no se observa un aumento de la resistencia característica al disminuir la longitud de la fibra, lo cual no es coherente con el hecho de que

al disminuir  $L$  (es decir, el volumen de material) se reduce la probabilidad de que aparezca un defecto crítico para una tensión dada.

Este hecho se aprecia con claridad si se toma logaritmo neperiano en ambos miembros de (5.2) y se despeja  $\text{Ln}(\sigma_0)$ , obteniendo la siguiente expresión:

$$\text{Ln}(\sigma_0) = -\frac{1}{m} \text{Ln}(L_0) + \text{cte}' \quad (5.4)$$

que representa en una gráfica doblemente logarítmica de  $\sigma_0$  frente a  $L_0$ , una recta de pendiente igual a  $-1/m$ .

La representación en coordenadas logarítmicas de los resultados de la resistencia característica  $\sigma_0$  frente a la longitud característica  $L_0$ , se muestran en la Fig. 5.2.

En ella se comprueba que los datos experimentales no presentan una tendencia recta como requiere la expresión (5.4).

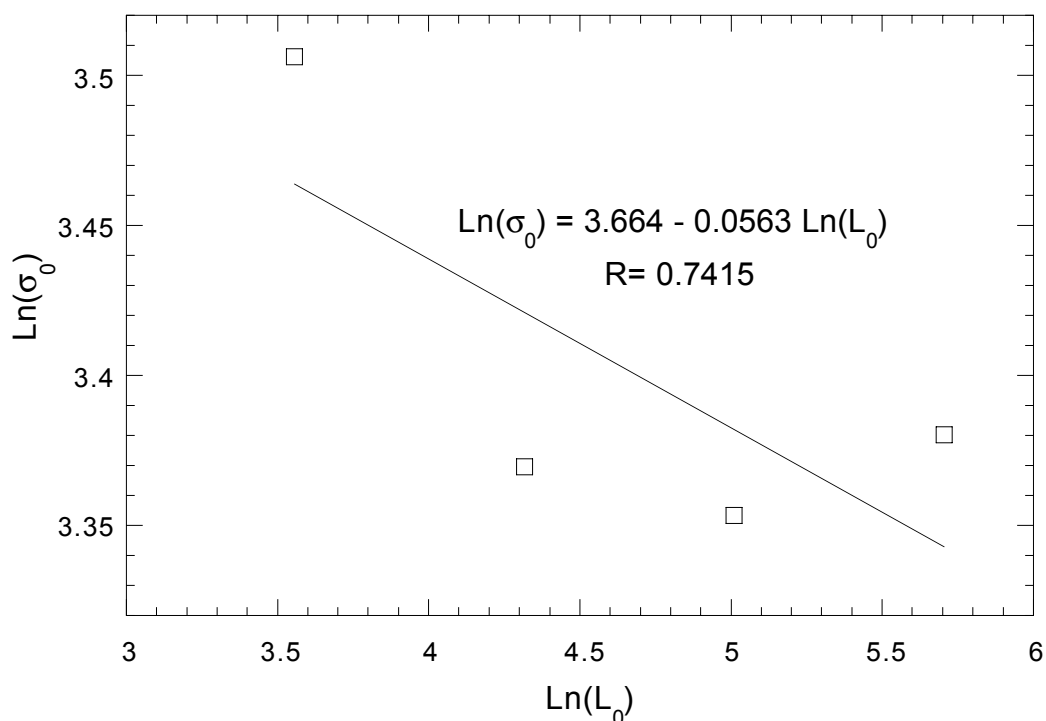


Fig. 5.2. Representación de la tensión característica frente a la longitud de las fibras de sémola.

Ajustando una recta a los datos experimentales e igualando su pendiente, de valor  $-0.056$ , a  $-1/m$  se obtiene un valor del módulo de Weibull igual a  $17.86$ , mayor que los dados en la Tabla 5.1. El coeficiente de correlación de esta recta, de valor  $0.7415$ , es muy bajo, confirmando que los valores de tensión de rotura de fibras de sémola de trigo no se ajustan bien a una distribución estadística de Weibull.

Un método alternativo para la estimación de los parámetros de una distribución estadística es el método de los momentos, que consiste en igualar tantos momentos estadísticos de la muestra y de la población como parámetros queremos estimar, resultando un sistema con tantas ecuaciones como incógnitas. Particularizando el método a nuestro caso mediante las expresiones (2.7) y (2.9) mostradas en el capítulo 2 obtendremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\text{Media} = \left( \frac{\sigma_0^m L_0}{L} \right)^{1/m} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (5.5)$$

$$\text{Desv. est.}^2 = \left( \frac{\sigma_0^m L_0}{L} \right)^{2/m} \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right] \quad (5.6)$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma definida en el capítulo 2 por la ecuación (2.8), y  $m$ ,  $\sigma_0$  y  $L_0$  los parámetros de la distribución de Weibull.

En el caso concreto de la distribución de Weibull se puede simplificar el método calculando el módulo de Weibull a partir del coeficiente de variación  $\omega^2$  dado en el capítulo 2 expresión (2.10).

Una vez obtenido el módulo de Weibull, se calcula de manera explícita el otro parámetro de la distribución ( $\sigma_0 L_0^{1/m}$ ) despejando de cualquiera de las ecuaciones (5.5) o (5.6). En la Tabla 5.2 se dan los parámetros de la distribución obtenidos con el método de los momentos.

Tabla 5.2. Parámetros de la distribución de Weibull obtenidos mediante el método de los momentos.

Longitud, L(mm)	300	150	75	35
Módulo Weibull, m	15.23	11.12	17.79	14.52
$\sigma_0 L_0^{1/m}$ (MPamm <sup>1/m</sup> )	42.67	44.91	37.04	42.55
$\sigma_0$ (MPa) (suponiendo $L_0=L$ )	29.34	28.62	29.06	33.31

Los resultados obtenidos con el método de los momentos son muy similares a los anteriores (Tabla 5.1) y por lo tanto siguen siendo insatisfactorios en su conjunto.

Un posible motivo por el que los resultados no se ajustan a una distribución de Weibull, puede ser que la función de concentración de defectos  $n_\sigma$  no se ajuste a la forma potencial de Weibull.

Se puede estimar directamente el valor de la función de concentración de defectos  $n_\sigma$  a partir de la ecuación (5.1) mediante:

$$n_\sigma = \frac{1}{L} \ln(1 - F) \quad (5.7)$$

sin que en este caso sea necesario realizar ninguna hipótesis previa sobre su forma ( potencial o cualquier otra).

En la Fig. 5.3 se muestra  $n_\sigma$  en función de  $\sigma$  para cada conjunto de ensayos realizado. Puede observarse como los valores de  $n_\sigma$  para cada longitud se agrupan de forma diferente, y por lo tanto no existe una única función de concentración de defectos  $n_\sigma$  que permita ajustar los valores obtenidos en todos los ensayos.

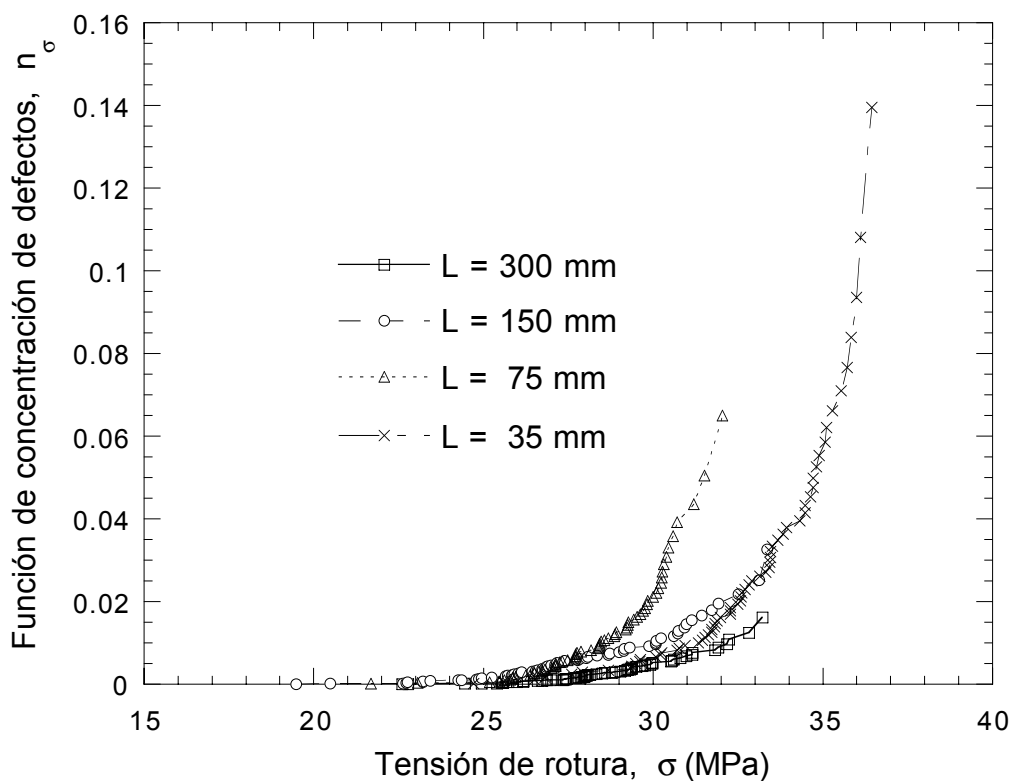


Fig. 5.3. Representación de la función de concentración de defectos para las cuatro longitudes ensayadas.

Los resultados obtenidos no pueden ser explicados ni por el modelo de Weibull ni mediante una teoría estadística de rotura con otra función de concentración de defectos. Este hecho sugiere que alguna de las hipótesis base de estas teorías no se cumple en este tipo de fibras, bien porque los defectos interactúan entre sí antes de la rotura, o porque no existe una distribución homogénea de defectos.

En el siguiente apartado se justifica la inaplicabilidad del modelo estadístico de rotura por la generación no aleatoria de defectos durante el proceso de secado de las fibras.



### 5.2.2. Origen de los defectos y justificación de los resultados.

La presencia de defectos de la misma tipología en casi todas las fibras ensayadas (defectos circulares internos perpendiculares al eje de la fibra) indica que su formación ha tenido lugar de manera sistemática. En este subapartado se detallan una serie de reflexiones que nos permiten formular una hipótesis sobre su formación.

Como se explicó en el cuarto capítulo, es durante el proceso de secado cuando pueden aparecer defectos como ampollas, grietas e incluso se puede producir la rotura de la fibra. Esto es debido a que es durante ese proceso cuando el espagueti alcanza un estado de rigidez y fragilidad suficiente ("estado elástico").

Durante el proceso de secado el contenido de agua en el interior de la fibra es siempre superior al que tiene la superficie, puesto que se encuentra en un estado de no equilibrio en el que las moléculas de agua avanzan hacia el exterior impulsadas por la diferencia de humedad. A medida que progresa el proceso de secado llega un momento en el que la zona más superficial del espagueti se encuentra en "estado elástico" mientras el interior permanece en "estado plástico". La diferencia de rigidez entre ambos estados es muy grande, del orden de 30 veces, y dicho cambio se produce en un rango relativamente estrecho de humedades [Cuq et al 2003].

La contracción volumétrica que sufre el espagueti durante el secado le somete a un estado de deformaciones impuestas no uniforme en su sección transversal, al ser la deformación de las fibras de sémola directamente dependiente del contenido de humedad [Del Nobile and Massera 2002].

Mientras la fibra se encuentra en "estado plástico", es decir, flexible y con gran capacidad de acomodo, dichas deformaciones son absorbidas por el material. Sin embargo, en el momento en que la zona superficial se rigidiza y se opone a la contracción del interior de la fibra, se generan unas tensiones autoequilibradas (despreciando el peso propio) que compatibilizan el estado de deformaciones. El interior de la fibra tenderá a contraerse más que el exterior, como se esquematiza en la Fig. 5.4, y al ser necesario por simetría que la sección transversal se mantenga plana, aparecerán tensiones de tracción en

el interior y de compresión en el exterior. La pequeña resistencia del material del interior (en "estado plástico") hace que éste se fisure, formando grietas perpendiculares al eje periódicamente distribuidas. La rotura del material se produciría entonces en la intercara entre granos de almidón y proteínas, como se vio en el apartado 4.4, debido a que la unión entre almidón y proteínas se realiza mediante puentes de hidrógeno [Del Nobile and Massera 2002], y por lo tanto se encuentra muy debilitada por la presencia de agua.

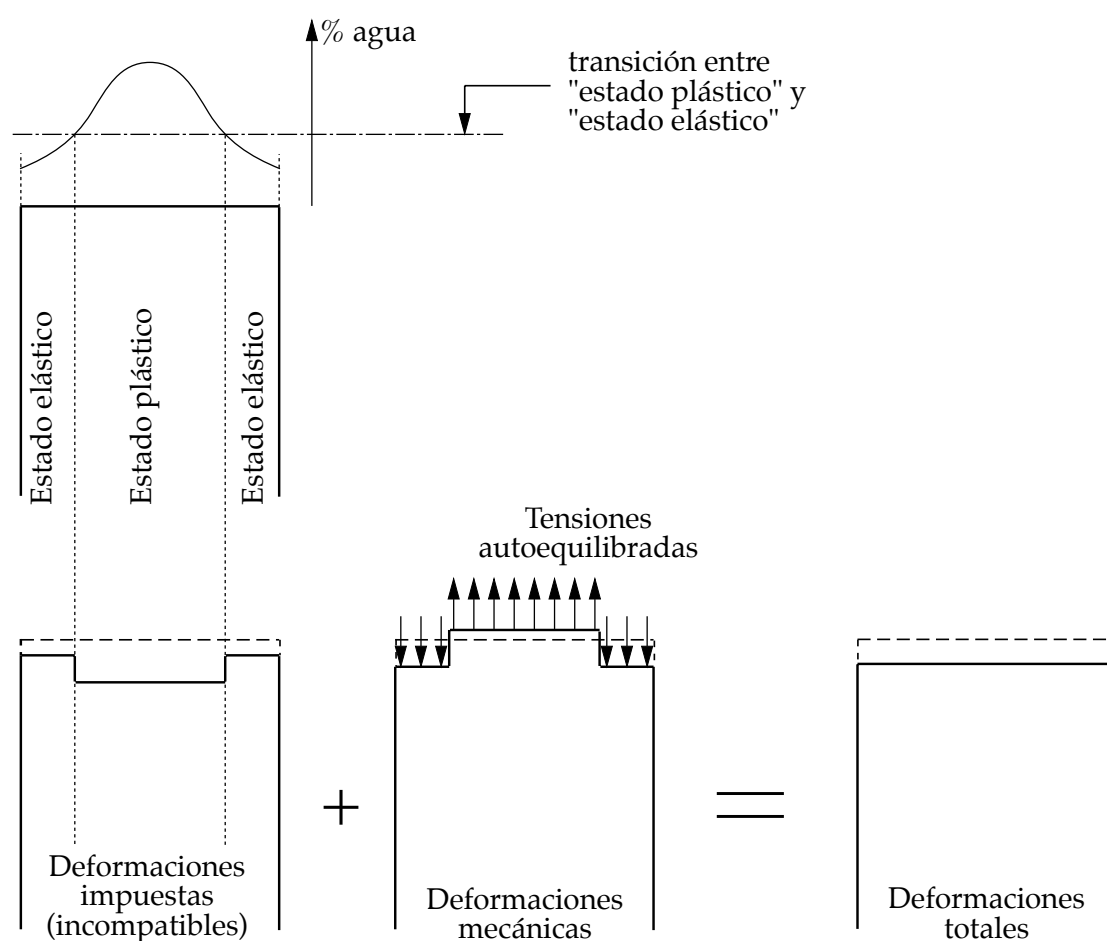


Fig. 5.4. Generación de las tensiones de retracción durante el secado de las fibras.

Un sencillo experimento que apoya la validez del razonamiento anterior, consiste en invertir el gradiente de agua en la fibra, de manera que teniendo mayor contenido de agua en el exterior que en el interior, las grietas se formen en la superficie y sean visibles.

En la Fig. 5.5 se muestra la evolución del contenido de agua que absorbe una fibra de sémola en función del tiempo de inmersión (agua a 20°C).

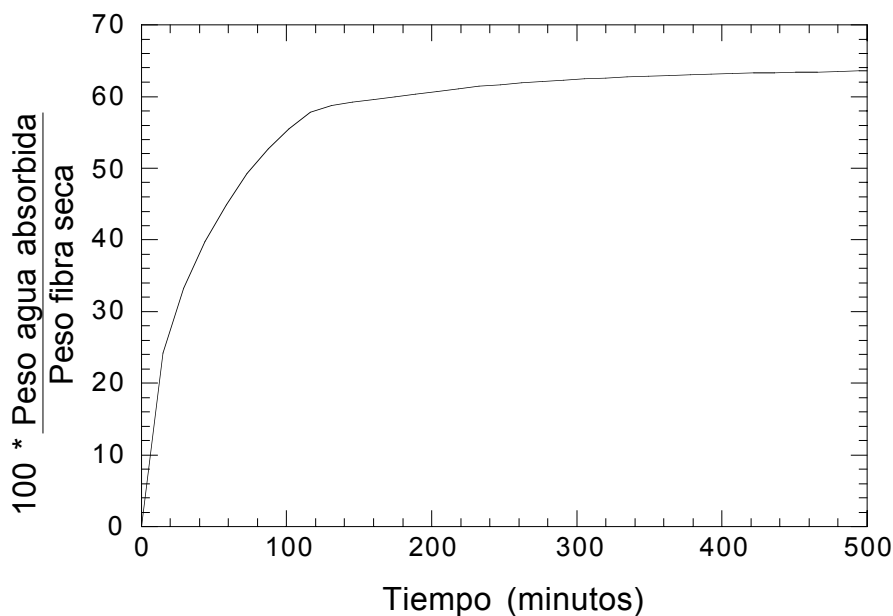


Fig. 5.5. Contenido de agua en una fibra de sémola en función del tiempo de inmersión en agua a 20°C.

Se observa en la Fig. 5.5 que la cantidad de agua absorbida por el material aumenta rápidamente al principio, para alcanzar un valor asintótico de saturación al cabo de algunas horas. Por lo tanto, si el tiempo de inmersión es corto, la cantidad de agua absorbida por la fibra será pequeña. Por otra parte, podemos suponer que en ese caso la profundidad a la que habrá penetrado el agua será pequeña, quedando humedecida la zona más superficial.

Confirma esta suposición el trabajo realizado por M.A. Del Nobile [Del Nobile and Massera 2002], dos de cuyas fotografías se muestran en la Fig. 5.6. Dichas fotografías corresponden a cortes transversales de espaguetis de 1.7mm de diámetro inicial que han estado sumergidos en agua a 40°C. En los dos casos se aprecia con claridad la profundidad a la que ha penetrado el agua por el diferente aspecto superficial que presenta la zona exterior respecto al interior de las fibras, siendo mayor la profundidad de penetración en el caso que más tiempo ha estado sumergido. También se observa que la

absorción de agua ha sido prácticamente homogénea en todo el perímetro de la fibra.

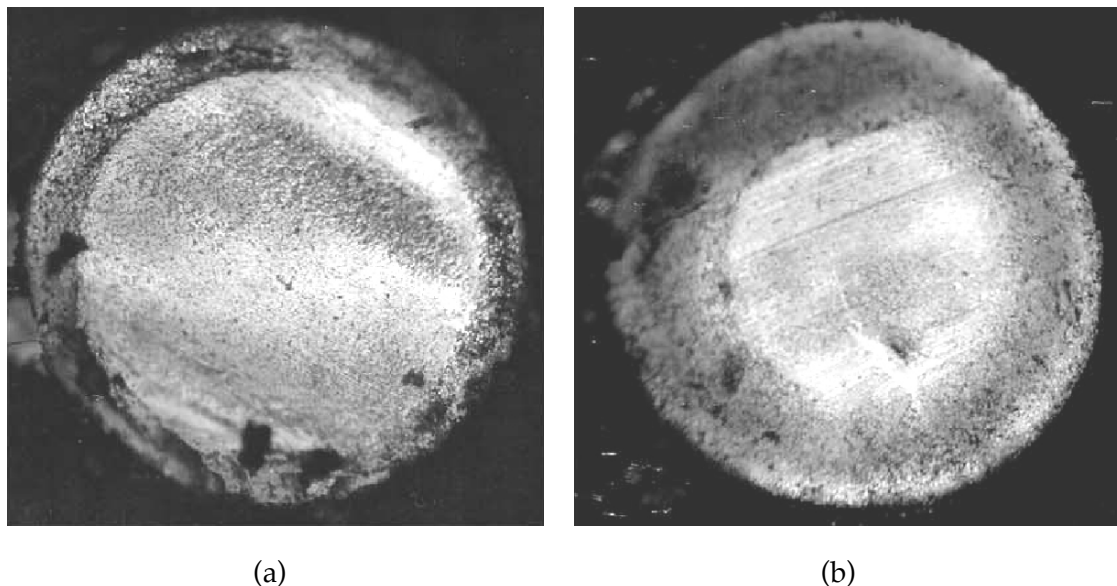


Fig. 5.6. Sección transversal de una fibra de sémola tras haber estado sumergida en agua a 40°C durante 2.5 minutos (a) y 12.5 minutos (b)

[Del Nobile and Massera 2002].

La Fig. 5.7 muestra dos fibras de sémola tras haber sido sumergidas en agua a 20°C durante 15 y 30 minutos respectivamente (tiempo de inmersión elegido a partir de las Fig. 5.5 y Fig. 5.6) y posteriormente secadas a humedad y temperatura ambiente (30°C y 30%HR. aprox.). Puede verse claramente la aparición de grietas de retracción en el perímetro de la fibra, que era la zona con mayor contenido de agua. Dichas grietas son más profundas en el caso de mayor tiempo de inmersión debido a que es mayor la profundidad a la que ha penetrado el agua. La distancia entre grietas es del orden de un centímetro para los 30 minutos de inmersión y de algunos milímetros para 15 minutos.



(a)



(b)

Fig. 5.7. Grietas externas transversales en espaguetis secados tras inmersión en agua a 20°C durante 15 minutos (a) y 30 minutos (b).

La morfología de estos defectos superficiales ha sido analizada mediante el microscopio electrónico de barrido (JEOL JSM-6300). En la Fig. 5.8 se presenta una imagen global de la superficie de fractura del espagueti ocurrida por la sección correspondiente a una de esas grietas. En ella se observan las grietas superficiales por retracción en forma de corona circular. También se muestran unos detalles de la zona más externa y de la zona interna.

Las grietas que se han formado por retracción durante el proceso de secado presentan una morfología granular, en la que la rotura se ha producido por despegue de los granos de almidón. Por el contrario la zona más interna, en la que el contenido de agua era muy bajo y que ha permanecido en "estado elástico" durante el secado, ha dado lugar a una rotura transgranular cuando se la ha sometido a tracción antes de su observación en el microscopio.

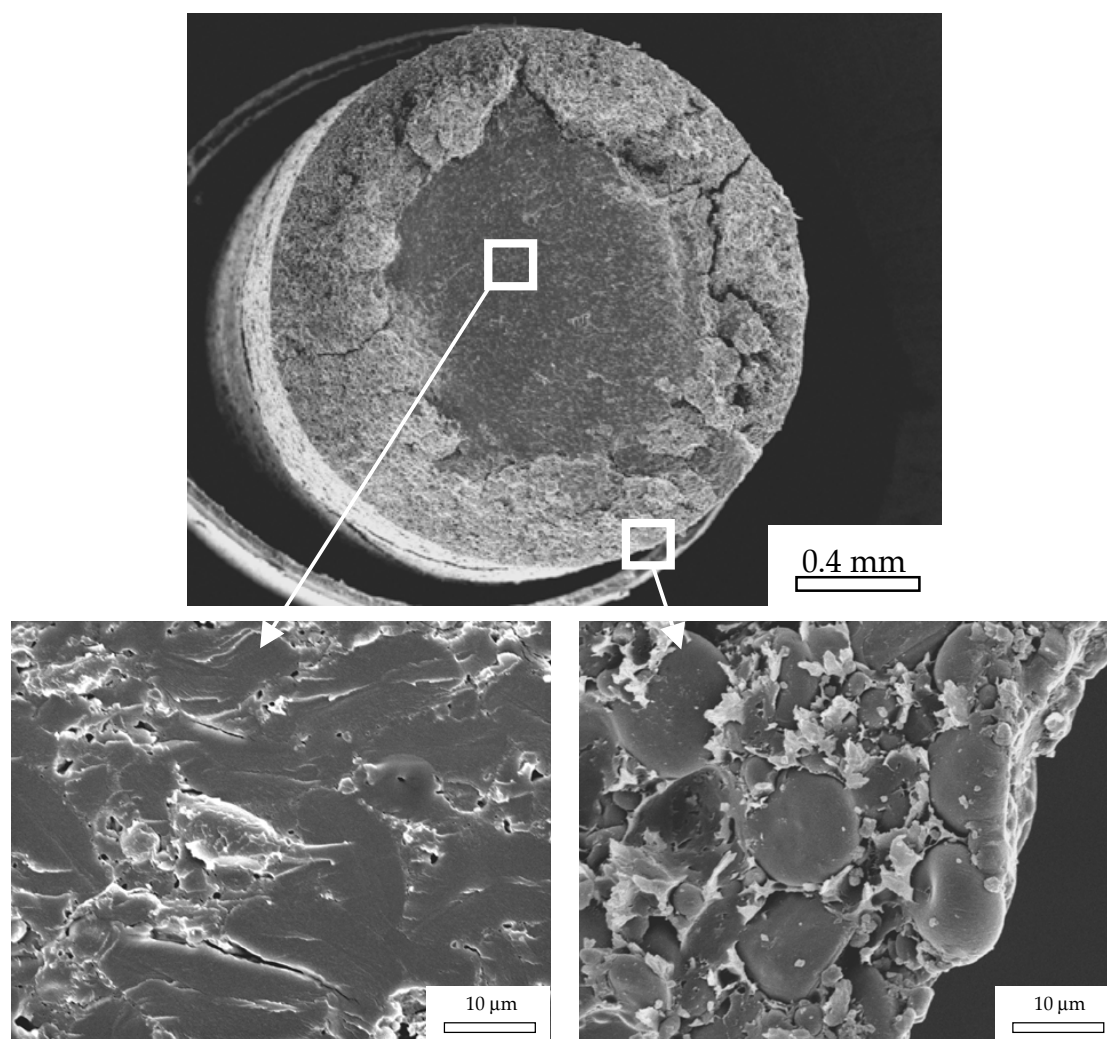


Fig. 5.8. Superficie de fractura de una fibra de sémola tras haber sido sumergida en agua a 20°C durante 15 minutos y secada a temperatura y humedad ambiente ( $T=30^{\circ}$  HR=30%) y posteriormente sometida a rotura por tracción.

La conclusión de todo el razonamiento anterior es que los defectos observados en las fibras de sémola son compatibles con el agrietamiento producido por un proceso de retracción del material ocurrido durante su manufactura, por lo que probablemente seguirán un patrón periódico, típico de las grietas de retracción.

Teniendo en cuenta que, como ya se ha dicho, durante la fabricación de los espaguetis el proceso de secado es muy cuidadoso, para evitar la deformación de los mismos y la aparición de defectos, parece razonable suponer que los defectos internos que se forman debido a la retracción deben

estar más espaciados que los mostrados en la Fig. 5.7. Por lo tanto, la distancia entre ellos puede ser del orden de algunos centímetros, no cumpliéndose la hipótesis de distribución uniforme de defectos en el material, en la que se basa el modelo estadístico de Weibull y las teorías estadísticas de rotura. Este puede ser el motivo de que las fibras de sémola de trigo duro no se ajusten a dicho modelo.

### **5.3. Modelos deterministas. Mecánica de la Fractura Elástica Lineal.**

#### **5.3.1. Ensayos de tracción simple**

El estudio de la rotura de materiales mediante la Mecánica de la Fractura requiere el perfecto conocimiento de la geometría y tamaño del defecto. Por lo tanto en nuestro caso este análisis se reducirá a aquellas muestras en las que el defecto se pueda asimilar, sin cometer un error excesivo, a una grieta interior circular plana, que es la geometría estudiada en el capítulo 3. De los 264 ensayos realizados ha habido un total de 228 en los que el defecto encontrado se ha podido asimilar a una grieta circular plana en el interior de la fibra. Sólo se va a considerar esta geometría a la hora de aplicar la Mecánica de la Fractura a los ensayos realizados debido a que, como se comentó en el capítulo 4, casi todos los defectos observados son interiores –concretamente el 93%- y a que los defectos externos presentes no se ajustan a las geometrías calculadas por Levan y Royer [Levan and Royer 1993].

Según la Mecánica de la Fractura la rotura de los materiales frágiles se produce cuando el factor de intensidad de tensiones ( $K_I$ ) alcanza un valor crítico ( $K_{Ic}$ ) llamado tenacidad de fractura, que es una propiedad del material, y que no depende de la geometría ni del tipo de sollicitación. Por lo tanto, en

este apartado trataremos de comprobar la existencia de un valor constante de  $K_{IC}$  a partir de los ensayos realizados. Para ello se hace uso de las medidas de los defectos de la Tabla A.2 (ver Apéndice A) y de los valores de las tensiones de rotura de las correspondientes fibras (Tabla A.1). Con estos datos y para cada fibra, se ha calculado el valor de  $K_I$  en el momento de la rotura, mediante los resultados del cálculo numérico presentados en el capítulo 3 y recogidos en la fórmula (3.18).

El valor de  $K_0$  se calcula a partir del radio de la grieta  $r$  y la tensión de rotura  $\sigma$ :

$$K_0 = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi r} \quad (5.8)$$

En el capítulo 3, en la expresión (3.18), se da el valor de  $K_I/K_0$  en función del radio de grieta  $r$  y del ligamento  $b$ . Con ella obtenemos el valor de  $K_I$  en el momento de la rotura, que deberá coincidir con el valor de  $K_{IC}$  del material. En la Tabla A.3 del Apéndice A se muestran los resultados de estos cálculos para cada una de las fibras estudiadas.

En la Fig. 5.9 se representan los valores de  $K_{IC}$  obtenidos para cada una de las fibras, agrupadas en función de su longitud.

Del análisis estadístico de los 228 valores de  $K_{IC}$  obtenidos se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- El valor de  $K_{IC}$  obtenido es independiente de la longitud de las fibras, como era de esperar si es aplicable a este material la Mecánica de la Fractura.
- La media de la muestra está en el intervalo  $[0.472, 0.484]$  MPa·m<sup>1/2</sup> con una probabilidad del 95% (intervalo de confianza del 95%).



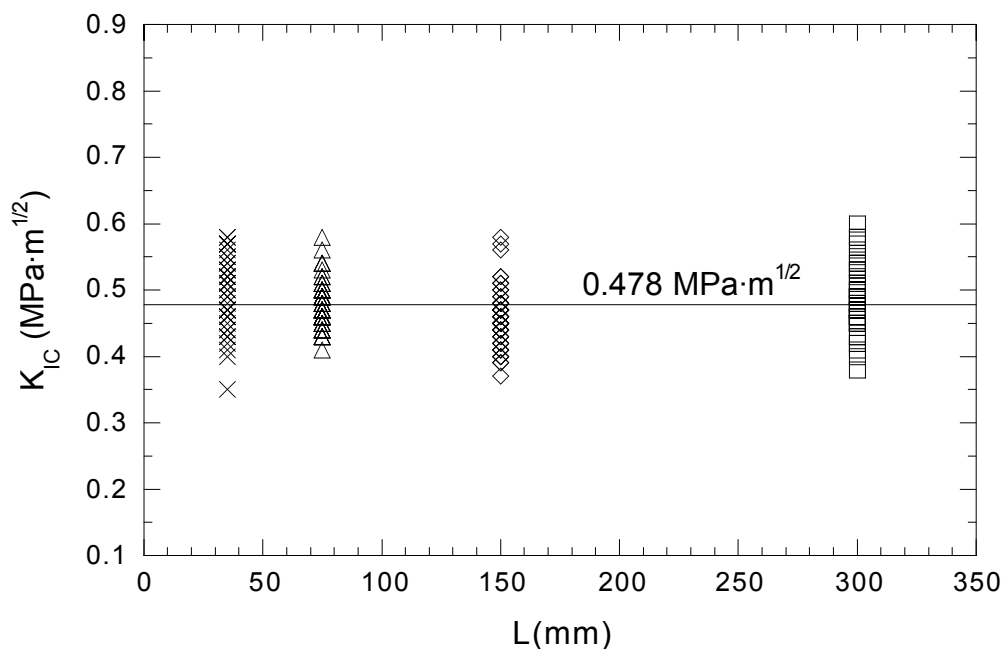


Fig. 5.9. Valores de  $K_{IC}$  para ensayos de tracción de fibras de sémola de diferente longitud.

- El valor más probable de la tenacidad de fractura del material será de  $0.478 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ , siendo el coeficiente de variación (desviación estándar/valor medio) inferior al 10%. Este valor de la dispersión es comparable, e incluso menor que el obtenido en otros materiales típicamente frágiles. Por ejemplo Mukhopadhyay [Mukhopadhyay et al 1999] da un coeficiente de variación para la tenacidad de nitruro de silicio del 7%, mientras que en materiales cerámicos empleados en odontología es del orden del 15% [Albakry et al 2003]. Podemos encontrar coeficientes de variación superiores al 20% en compuestos de carburo de wolframio y cobalto [Lima et al 2003].
- La muestra se ajusta bien a una distribución Normal  $N(0.478, 0.046)$ . En la Fig. 5.10 se muestra un gráfico en el que junto a la variable normal indicada, se representa un diagrama de barras en el que cada barra indica el número de puntos muestrales pertenecientes al intervalo correspondiente de  $K_{IC}$ .

Por lo tanto podemos concluir que el valor de  $K_{IC}$  es  $0.478 \pm 0.006 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  con una probabilidad del 95%.

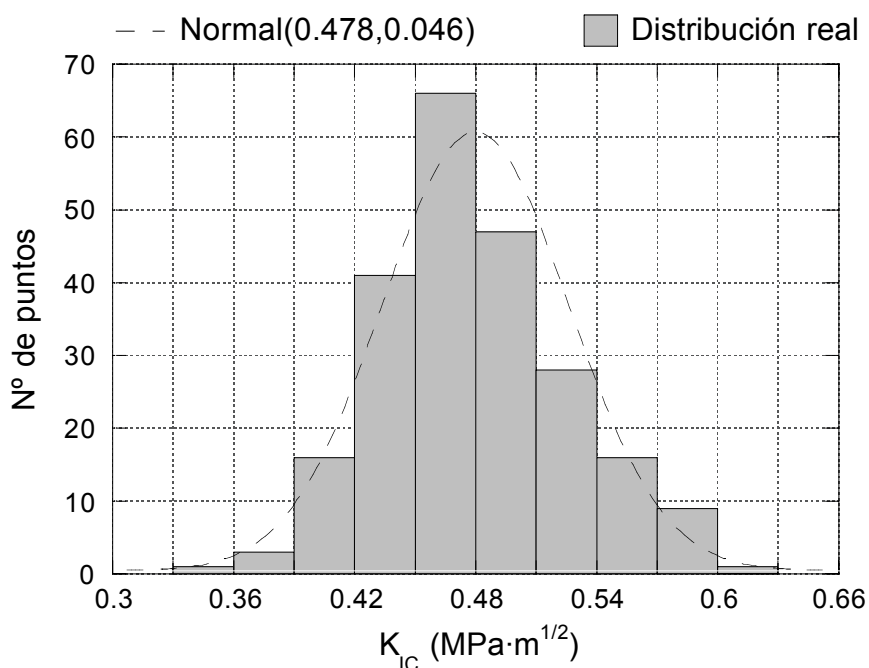


Fig. 5.10. Distribución de valores de  $K_{IC}$  de fibras de sémola de trigo, calculados con datos experimentales.

### 5.3.2. Estabilidad del proceso de rotura.

En el segundo capítulo hemos dividido los defectos presentes en las fibras en dos tipologías de defectos, internos y externos. Como el factor de intensidad de tensiones de los defectos internos es máximo en el punto del frente más próximo a la superficie de la fibra, teóricamente dichos defectos se propagarán hacia la superficie pudiendo llegar a transformarse en defectos externos. En este subapartado se analiza la posibilidad de que la rotura de fibras sea estable, fenómeno que ocurrirá siempre que la carga de rotura prescrita por el defecto externo sea superior a la de inestabilidad del defecto interno inicial.

La posibilidad de que los defectos se propaguen de manera estable contradice una de las hipótesis sobre las que se basa el modelo estadístico del

eslabón más débil: que los defectos no interaccionen antes de la rotura; en el caso de propagación estable no interaccionarían entre sí sino que lo harían mediante el paso de interno a externo, y podría ser motivo de que dicho modelo no se ajuste a los resultados obtenidos en los ensayos de tracción.

Sea una fibra de radio  $R$  con un defecto interno circular de radio  $r$  y ligamento  $b$ . La propagación del defecto se producirá cuando el factor de intensidad de tensiones en el punto más desfavorable alcance un valor igual a la tenacidad del material. Como ya se ha comentado, suponemos que el defecto se propagará hacia la superficie de la fibra pudiendo llegar a aflorar a la misma, convirtiéndose en un defecto externo, como se esquematiza en la Fig. 5.11 (a y b).

Una vez que el defecto se ha hecho externo, parece razonable suponer que se siga propagando por los puntos en los que  $K_I$  es máximo, tendiendo a formar un frente de grieta en el que  $K_I$  tenga el mismo valor en todos sus puntos. Puesto que  $K_I$  es siempre mínimo en el punto más interno, supondremos también que el defecto no ha profundizado más en la fibra y por lo tanto la profundidad del defecto externo resultante será  $a=2r+b$ .

La geometría de un defecto externo cuyo  $K_I$  es constante en todo punto puede aproximarse bien mediante un defecto circular con  $\alpha=1/3$ , como se mostró en el apartado 2.4.2 [Levan and Royer 1993] (véase Fig. 5.11 (c)).

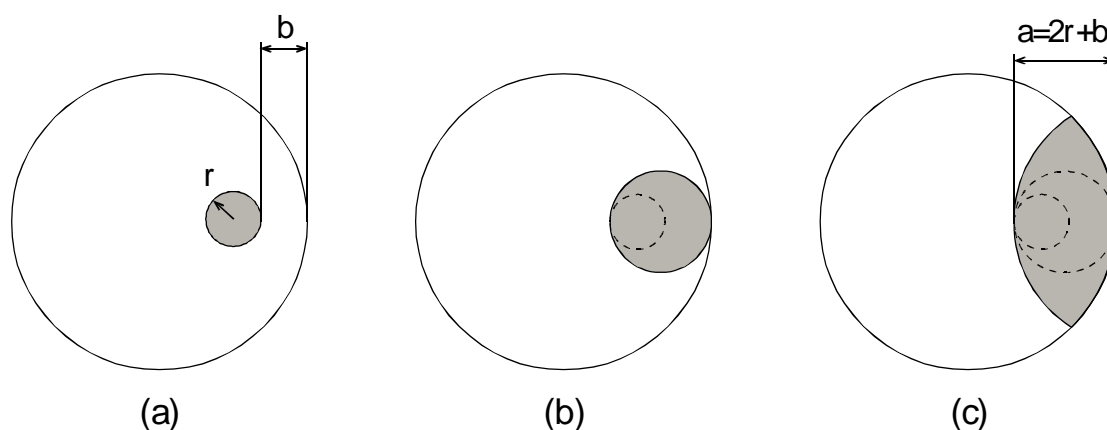


Fig. 5.11. Propagación de un defecto interno a uno externo.

La condición de estabilidad en la rotura vendrá dada por la relación entre el  $K_I$  del defecto interno inicial y el del defecto externo final, siendo estable cuando éste sea menor que aquél. La expresión general del factor de intensidad de tensiones para defectos externos propuesta por Levan y Royer [Levan and Royer 1993] (ver expresión 2.12) particularizada para el caso  $a=2r+b$ ;  $\alpha=1/3$  y  $s/s_m=0$  es de la forma:

$$K_I^{\text{ext}} = \sigma \sqrt{\pi(2r+b)} f_{\text{ext}}\left(\frac{2r+b}{R}\right) \quad (5.9)$$

donde  $\sigma$  es la tensión aplicada a la fibra y  $f_{\text{ext}}(\cdot)$  es una función adimensional que se deduce de la expresión (2.12).

Como se vio en el capítulo tercero en la ecuación (3.18), el máximo  $K_I$  para defectos internos es:

$$K_I^{\text{int}} = \sigma \sqrt{\pi r} f_{\text{int}}\left(\frac{r}{R}, \frac{b}{R}\right) \quad (5.10)$$

siendo  $f_{\text{int}}(\cdot)$  una función que se deduce de (3.18).

Por lo tanto, para que la propagación del defecto interno sea estable (se propague a uno externo sin que se rompa completamente la fibra) debe cumplirse:

$$K_I^{\text{ext}} < K_I^{\text{int}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2r+b}{R}} f_{\text{ext}}\left(\frac{2r+b}{R}\right) < \sqrt{\frac{r}{R}} f_{\text{int}}\left(\frac{r}{R}, \frac{b}{R}\right) \quad (5.11)$$

La expresión (5.11) indica qué geometrías del defecto interno inicial darán lugar a un defecto externo sin conducir a la rotura completa de la fibra, y cuáles la provocarán directamente. En la Fig. 5.12 se representa gráficamente el área del plano  $(r/R, b/R)$  en la que se cumple la desigualdad

(5.11), siendo el resto del plano puntos que representan defectos internos inestables.

La expresión (5.9) es válida para valores de  $a/R < 1$  por lo que en la gráfica de la Fig. 5.12 sólo es aplicable para  $(2r+b)/R < 1$ . De la observación de la figura cabe destacar los pequeños valores del ligamento para los cuales es de esperar una rotura estable, siempre inferiores a media centésima respecto del radio de la fibra. Estos valores están fuera del rango de geometrías calculadas en el capítulo 3 y son resultado de la extrapolación realizada en la ecuación (3.18) teniendo en cuenta los comportamientos asintóticos de  $K_I$ .

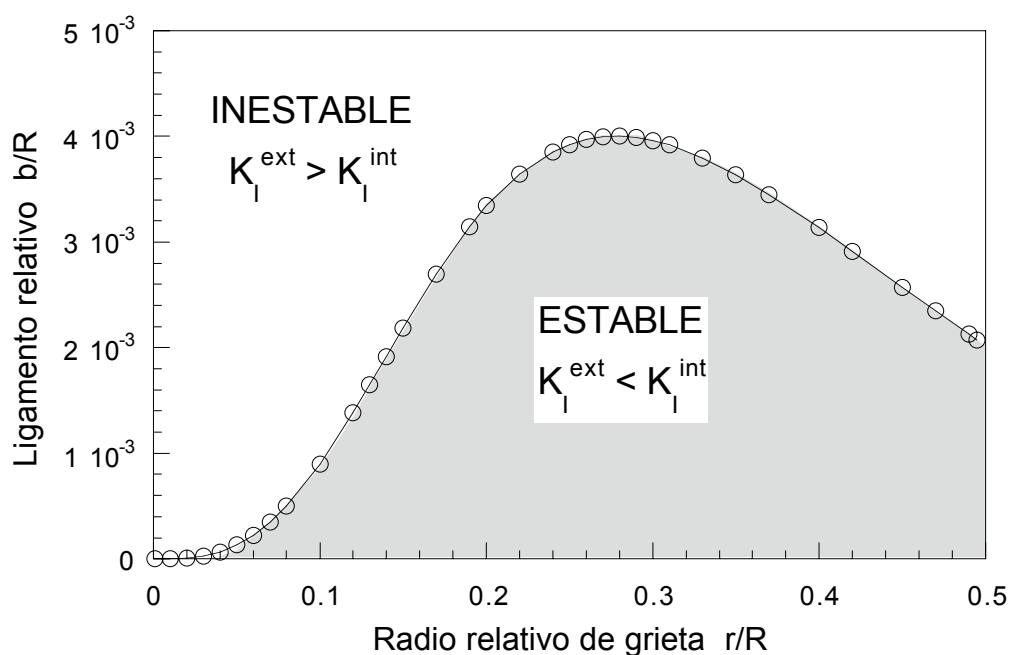


Fig. 5.12. Relación del radio y el ligamento de un defecto interno inicial para que se produzca la propagación estable del mismo.

Todas las fibras ensayadas a tracción, están dentro de la zona de rotura inestable de la Fig. 5.12, y lejos de la misma, como se puede ver en la Fig. 5.13, en la que se representan los puntos correspondientes a los ensayos más próximos a la zona de estabilidad. Los datos experimentales, aunque no contradicen el mecanismo de propagación expuesto, muestran un estrecho

rango de valores de radio y ligamento que los hacen poco concluyentes respecto a la posición de la zona de transición estable-inestable calculada en este apartado.

Otra forma de detectar la propagación estable de un defecto interno a otro externo es la presencia de una caída brusca en la carga durante la realización de un ensayo de tracción, seguida de un incremento hasta valores superiores al anterior a la propagación. Sin embargo, el pequeño tamaño del ligamento necesario para que esto se produzca y la casi inapreciable pérdida de rigidez de la fibra que conlleva, conducen a que la caída sea demasiado pequeña para poder ser detectada durante el ensayo.

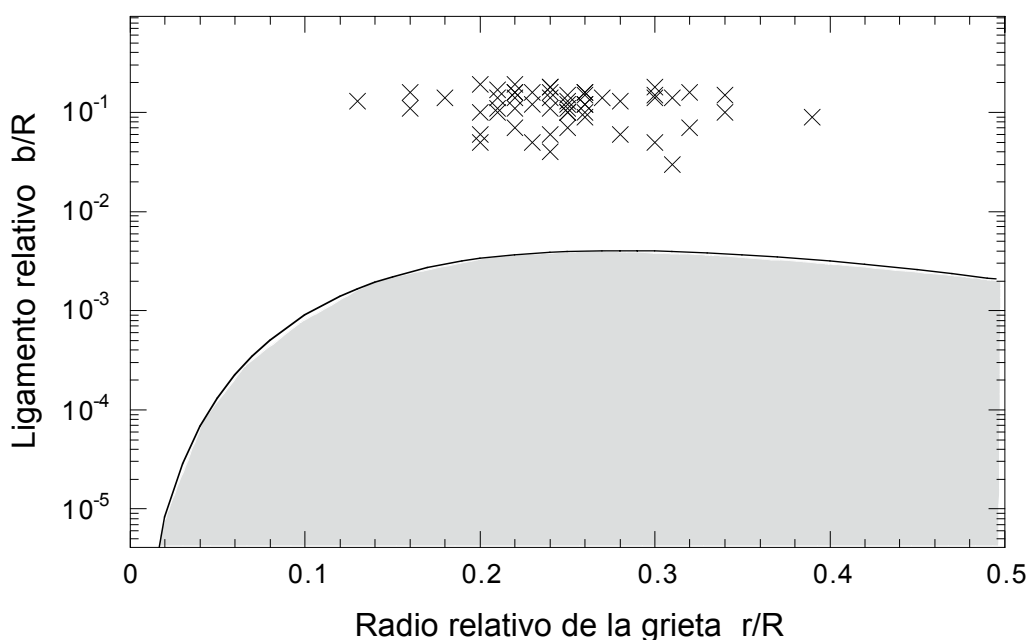


Fig. 5.13. Zonas de rotura estable e inestable junto con algunos puntos experimentales de rotura inestable.

Puesto que los datos experimentales obtenidos quedan lejos de la zona de propagación estable de los defectos, no parece probable que éste sea el motivo por el que los ensayos no se ajustan al Modelo de Weibull, siendo más probable el motivo apuntado en el apartado 5.2.2: la no existencia de una distribución homogénea de defectos proporcional al volumen de material.

### 5.3.3. Análisis de los ensayos de fatiga.

Como se explicó en el apartado 4.5, se han realizado 16 Ensayos de fatiga con el objetivo de propagar los defectos existentes en las fibras para poder comprobar la aplicabilidad de la Mecánica de la Fractura a defectos de mayor tamaño.

Aunque se consiguió propagar los defectos de manera estable, muchos de los ensayos realizados no son adecuados para aplicar la Mecánica de la Fractura debido a que durante la propagación, éstos tomaban geometrías irregulares para las que no está calculado el factor de intensidad de tensiones, como se pueden ver en el Apéndice C, en el que se recogen imágenes de las superficies de fractura de todas las fibras sometidas a fatiga.

En este apartado se aplica la fórmula calculada en esta Tesis para defectos internos (3.18) a las fibras en las que la geometría del defecto final era aproximadamente circular, de manera análoga a lo realizado con las fibras sometidas a tracción. El defecto considerado crítico, para el que se ha calculado el factor de intensidad de tensiones es, en todos los casos, el defecto resultante de la propagación por fatiga.

En la Tabla 5.3 se resumen los resultados de las medidas y cálculos realizados. Se observa que los defectos críticos son mayores que casi todos los presentes en los ensayos de tracción simple, dando lugar a menores cargas de rotura, mientras que los valores de tenacidad que se obtienen son del mismo orden que el calculado en el apartado anterior ( $K_{IC}=0.478 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ).

## 5. Análisis de resultados

---

Tabla 5.3. Ensayos de fatiga. Medida de los defectos y resumen de los resultados.

Fibra	Diámetro(mm)	r/R	b/R	P <sub>max</sub> (N)	K <sub>IC</sub> (MPa·m <sup>1/2</sup> )
Fatiga1	1.66	0.52	0.30	35	0.44
Fatiga5	1.70	0.52	0.12	35	0.49
Fatiga6	1.70	0.51	0.11	35	0.49
Fatiga8	1.68	0.46	0.07	40	0.55
Fatiga11	1.63	0.28	0.17	50	0.44
Fatiga13	1.63	0.24	0.40	50	0.39
Fatiga14	1.63	0.40	0.23	40	0.44
Fatiga15	1.66	0.38	0.45	40	0.39
Media					0.45
Desviación de la población					0.05

Como se muestra en la tabla, el valor medio de la tenacidad obtenida en estos ensayos es de 0.45 MPa·m<sup>1/2</sup>, con una desviación típica de 0.05. Por lo tanto la aplicación de la Mecánica de la Fractura en fibras con defectos mayores que los obtenidos anteriormente en las fibras de sémola ha dado lugar a resultados que se ajustan adecuadamente a los valores obtenidos a partir de los ensayos de tracción.



## 6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este capítulo se presentan las conclusiones más relevantes así como las líneas de investigación más interesantes para continuar el trabajo iniciado en esta Tesis.

### 6.1. Conclusiones

Las conclusiones más relevantes del trabajo analítico y numérico realizado en la presente Tesis Doctoral son las siguientes:

- Se ha comprobado la aplicabilidad de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal a fibras frágiles, en particular en presencia de defectos circulares internos de muy diferentes posiciones y tamaños.
- Se ha obtenido por vez primera una expresión para el cálculo del factor de intensidad de tensiones de un defecto circular plano,

situado en cualquier posición en el interior de una fibra cilíndrica sometida a tracción uniforme.

- Se ha analizado teóricamente la transición de un defecto interno a uno externo, calculando la relación geométrica que deben cumplir un defecto interno para que dicha transición sea estable.
- Se ha comprobado que el Modelo Estadístico de Weibull no explica adecuadamente el efecto de tamaño al variar la longitud de fibra cuando los defectos no tienen una distribución aleatoria, como sucede en el caso de las fibras de sémola. Esta conclusión puede ser extrapolable a otro tipo de fibras puesto que los procesos de fabricación pueden introducir defectos de manera sistemática.

El trabajo experimental y el estudio del material empleado en él permiten extraer las siguientes conclusiones:

- Se ha desarrollado una metodología específica para los ensayos de tracción y fatiga sobre fibras de sémola de trigo duro, que puede ser aplicable a otro tipo de fibras similares (de pequeña resistencia y diámetro milimétrico).
- Se han obtenido curvas tensión-deformación de las fibras de sémola comprobando que las fibras de sémola tienen un comportamiento frágil, elástico y lineal hasta rotura. Se ha medido su módulo de elasticidad, obteniendo un valor de 5.0 GPa. Sus propiedades y su bajo precio hacen muy interesante la utilización de este tipo de fibras con fines didácticos.

- Se ha medido por vez primera el valor de  $K_{IC}$  de fibras de sémola de trigo duro, que ha mostrado ser una propiedad estable e independiente de la longitud de fibra ensayada y que, por lo tanto, puede ser aplicable a los controles de calidad y procesos de fabricación de los espaguetis.
- Se ha justificado el origen de los defectos presentes en las fibras de sémola a partir de las tensiones de retracción que aparecen durante la fabricación, y se ha contrastado dicha hipótesis experimentalmente mediante ensayos de retracción y fatiga y mediante observaciones microscópicas.

## 6.2. Trabajo futuro.

Las líneas de desarrollo más interesantes, a nuestro juicio, para profundizar en la labor analítica y numérica llevada a cabo en esta Tesis son las siguientes:

- Cálculo del factor de intensidad de tensiones para defectos circulares externos cuya profundidad sea mayor que su radio, que correspondería a valores negativos del parámetro  $\alpha$  definido por Levan y Royer [Levan and Royer 1993], y para los que no hay resultados en la literatura.
- Cálculo del factor de intensidad de tensiones cuando existen varios defectos presentes en la misma sección de fibra y estudio de la interacción entre ellos.

El trabajo experimental y el estudio del material se pueden ampliar a partir de las siguientes indicaciones:

- Relacionar la tenacidad del material con parámetros de calidad del producto en la industria alimenticia, pudiendo así desarrollar un nuevo método de control en la fabricación de las fibras de sémola.
- Estudio experimental de la propagación de las grietas internas hasta transformarse en externas comprobando su estabilidad.
- Aplicación de la expresión obtenida para  $K_I$  a fibras frágiles de interés tecnológico, como fibras de alúmina, boro, vidrio, etc.

# BIBLIOGRAFÍA

- [Albakry et al 2003] Mohammad Albakry, Massimiliano Guazzato and Michael Vincent Swain, *Fracture toughness and hardness evaluation of three pressable all-ceramics dental materials*, Journal of Dentistry 31, 181-188 (2003).
- [Astiz et al 1981] M. Astiz, M. Elices, J. Morton, A. Valiente, *Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis*, Spring Meeting, Dearborn, Michigan 277-282 (1981).
- [Astiz y Elices 1980] M. Astiz y M. Elices, *Proceedings of the Second International Conference on Numerical Methods in Fracture Mechanics*, Pineridge Press, Swansea 93-106 (1980).
- [Bazant and Planas 1998] Z.P. Bazant and J. Planas, *Fracture and Size Effect in Concrete and other Quasibrittle Materials*, Ed. CRC Press LLC (1998)
- [Bueckner 1958] H.F. Bueckner, *The Propagation of Cracks and the Energy of Elastic Deformation*, Trans. ASME 80 E, 1225-1230 (1958).

- [Cuq et al 2003] B. Cuq, F. Gonçalves, J.F. Mas, L. Vareille and J. Abecassis, *Effects of moisture and temperature of spaghetti on their mechanical properties*, Journal of Food Engineering 59, 51-60 (2003).
- [Chawla 1998] K.K. Chawla, *Fibrous Materials*, Cambridge University Press, 1998.
- [Del Nobile and Massera 2002] M.A. Del Nobile and M. Massera, *A method to evaluate the extent of residual deformations in dry spaghetti*, Journal of Food Engineering 55, 237-245 (2002).
- [Elices 1998] Manuel Elices, *Mecánica de la Fractura Aplicada a Sólidos Elásticos Bidimensionales*, Departamento de Ciencia de los Materiales, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid (1998).
- [Elices and Llorca 2002] M. Elices and J. Llorca, *Fiber fracture*, Pergamon Press (2002).
- [EN843 1996] European Standards, Advanced Technical Ceramics, EN843 (1996).
- [Evans and Jones 1978] A.G. Evans, R.L. Jones, *Evaluation of a Fundamental Approach for the Statistical Analysis of Fracture*, Journal of the American Ceramic Society 61 [3-4] 156-160 (1978).
- [Evans and Langdon 1976] A.G. Evans and T.G. Langdon, *Structural Ceramics*, Progress in Materials Science 21, 171-441 (1976).
- [Ficarella et al 2003] A. Ficarella, A. Perago, G. Starace, D. Laforgia, *Thermo-fluid-dynamic investigation of a dryer, using numerical and experimental approach*, Journal of Food Engineering 59, 413-420 (2003).

- [Gencur et al 2003] S.J. Gencur, C.M. Rimnac and S.M. Kurtz, Failure micromechanisms during uniaxial tensile fracture of conventional and highly crosslinked ultra-high molecular weight polyethylenes used in total joint replacements, *Biomaterials* 24, 3947-3954 (2003).
- [González and Llorca 2000] C. Gonzalez and J. Llorca, *Mechanical Properties of Sigma 1140+SiC Fibres Prior and After Composite Processing*, , Advanced Composite Letters, Vol.9, No.4, (2000).
- [Guinea et al 2000] G.V. Guinea, J. Planas, M. Elices, *K<sub>I</sub> evaluation by the displacement extrapolation technique*, *Engineering Fracture Mechanics* 66, 243-255 (2000)
- [Gumbel 1958] E.J. Gumbel, *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, New York (1958).
- [Halsall 1998] Paul Halsall, Internet Medieval Sourcebook: Procopius: The Roman Silk Industry, c.550.  
<http://www.fordham.edu/halsall/source/550byzsilk.html>
- [Hébrard et al 2003] A. Hébrard, D. Oulahna, L. Galet, B. Cuq, J. Abecassis, J. Fages, *Hydration properties of Durum wheat semolina: influence of particle size and temperature*, *Powder Technology* 130, 211-218 (2003).
- [Kanninen and Popelar 1985] M.F. Kanninen and C.H. Popelar, *Advanced Fracture Mechanics*, New York: Oxford University Press (1985).
- [Kassir and Sih 1966] M.K. Kassir, G.C. Sih, *Three dimensional stress distribution around an elliptical crack under arbitrary loadings*, *Journal of Applied Mechanics*, 33:601-611 (1966).

- [Kurtz et al 1998] S.M. Kurtz, L. Pruitt, C.W. Jewett, R.P. Crawford, D.J. Crane and A.A. Edidin, *The yielding, plastic flow and fracture behaviour of ultra-high molecular weight polyethylene used in total joint replacements*, *Biomaterials* 19, 1989-2003 (1998).
- [Levan and Royer 1993] A. Levan and J. Royer, *Part-circular surface cracks in round bars under tension, bending and torsion*, *International Journal of Fracture* 61, 71-99 (1993).
- [Lima et al 2003] M.M. Lima, C. Godoy, J.C. Avelar-Batista and P.J. Modenesi, *Toughness evaluation of HVOF WC-Co coatings using non-linear regression analysis*, *Materials Science and Engineering A357*, 337-345 (2003).
- [Matthews et al 1976] J.R. Matthews, F.A. McClintock, W.J. Shack, *Statistical Determination of Surface Flaw Density in Brittle Materials*, *Journal of the American Ceramic Society* 59 [7-8] 304-308 (1976).
- [Mondelli] Gianni Mondelli, *Drying pasta technology in a simple format, Part 3 - The discontinuous line*, [www.professionalpasta.it](http://www.professionalpasta.it)
- [Mukhopadhyay et al 1999] A.K. Mukhopadhyay, S.K. Datta and D. Chakraborty, *Fracture Toughness of Structural Ceramics*, *Ceramics International* 25, 447-454 (1999).
- [Murakami 1986] Y. Murakami, *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon Press (1986).
- [Nezu et al 1982] K. Nezu, S. Machida, H. Nakamura, *The 25th Japan Congress on Material Research*, *Metallic Metals* 87-92 (1982).
- [Nutriweb] <http://es.geocities.com/bonidavi/nutri09.html>



- [Peirce 1926] F.T. Peirce, Tensile strength of cotton yarns. V- The weakest link theorems on the strength of long and composite specimens, *J. Textile Inst.*, 17, 355-368 (1926).
- [Ponsart et al 2003] G. Ponsart, J. Vasseur, J.M. Frias, A. Duquenoy and J.M Méot, *Modelling of Stress Due to Shrinkage during Drying of Spaghetti*, *Journal of Food Engineering* 57, 277-285 (2003).
- [Porceddu] E. Porceddu, *Durum wheat quality n the Mediterranean countries*, Dept. of Agrobiolology and Agrochemistry, University of Tuscia.
- [Professional Pasta]  
[www.professionalpasta.it/Dir\\_3/3 techno/3\\_dry\\_/chap\\_1\\_1.htm#par\\_4](http://www.professionalpasta.it/Dir_3/3 techno/3_dry_/chap_1_1.htm#par_4)
- [Progetto Pasta] Progetto Pasta, *Static drying pasta Part 2*,  
[www.Professionalpasta.it](http://www.Professionalpasta.it)
- [Rooke and Cartwright 1976] D.P. Rooke and D.J. Cartwright, *Compendium of Stress Intensity Factors*, HSMO London (1976).
- [Sih 1973] G.C.Sih, *Handbook of Stress Intensity Factors*, Institute of Fracture and Solid Mechanics, Lehigh University (1973).
- [Smith and Kobayashi 1993] C.W. Smith and A.S. Kobayashi, *Experimental Fracture Mechanics*, Handbook on Experimental Mechanics, A.S. Kobayashi Ed., VCH-SEM.
- [Tada et al 1985] H. Tada, P. Paris, GR. Irwin, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, St. Louis, Missouri, Paris Production (1985).

- [Wilhem et al 1982] D. Wilhem, J. FitzGerald, J. Carter, and D. Dittmer, *Advances in Fracture Research - Fracture 81*. Proceedings of the 5th International Conference on Fracture Research (ICF-5), D. François (ed.), Pergamon Press 11-21 (1982).
- [Yates et al] James Yates, M.A., F.R.S., *Sericum*,  
[http://www.ku.edu/history/index/europe/ancient\\_rome/E/Roman/Texts/secondary/SMIGRA\\*/Sericum.html](http://www.ku.edu/history/index/europe/ancient_rome/E/Roman/Texts/secondary/SMIGRA*/Sericum.html)
- [Zhu et al 1997] Yuntian T. Zhu, William R. Blumenthal, Seth T. Taylor, Terry C. Lowe, *Analysis of Size Dependence of Ceramic Fiber and Whiskers Strength*, Journal of the American Ceramic Society 80 [6] 1447-1452 (1997).
- [Zienkiewicz and Taylor 1989] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, *The Finite Element Method*, 4th Edition Vol 1, McGraw-Hill (1989).

# **APÉNDICE A**

## **Ensayos de tracción sobre fibras de sémola**



## A.1. Tensión de rotura

Fibra	Tensión (MPa)
E1	28.14
E2	27.00
E3	26.88
E4	26.60
E5	27.42
E6	24.95
E7	27.87
E9	29.04
E10	28.33
E11	29.37
E12	25.55
E13	27.98
E14	28.10
E15	22.79
E16	----
E17	29.93
E18	22.60
E19	30.60
E20	25.54
E21	25.57
E22	27.36
E23	29.97
E24	24.46
E25	27.35
E26	27.91
E27	29.32
E28	25.73
E29	26.73
E30	25.99
E31	26.16
E32	27.47
E33	28.85
E34	25.68
E35	27.42
E36	31.16
E37	32.23
E38	26.18
E39	29.17
E40	30.97
E41	27.72
E42	28.01

Tabla A.1.

Tensión de rotura de fibras de  
sémola sometidas a tracción  
simple.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Fibra	Tensión (MPa)
E43	25.40
E44	33.22
E45	29.38
E46	27.66
E47	31.92
E48	30.55
E49	29.69
E50	28.05
E51	27.82
E52	29.76
E53	28.50
E54	28.00
E55	30.81
E56	29.28
E57	28.78
E58	29.51
E59	28.58
E60	31.15
E61	32.18
E62	29.97
E63	30.52
E64	32.83
E65	31.82
E66	29.24
F1	30.92
F2	30.07
F3	27.38
F4	31.43
F5	28.73
F6	28.35
F7	33.12
F8	33.37
F9	32.51
F10	26.81
F11	30.98
F12	26.12
F13	29.16
F14	30.10
F15	30.75
F16	29.88
F17	31.73
F18	29.13
F19	30.07
F20	31.92
F21	27.83

Tabla A.1 (cont).

Tensión de rotura de fibras de  
sémola sometidas a tracción  
simple.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Fibra	Tensión (MPa)
F22	28.68
F23	30.24
F24	25.24
F25	28.08
F26	26.99
F27	30.72
F28	29.31
F29	30.60
F30	26.55
F31	31.13
F32	25.85
F33	27.18
F34	27.11
F35	28.04
F36	26.10
F37	27.38
F38	20.48
F39	24.86
F40	23.22
F41	26.89
F42	25.72
F43	26.74
F44	27.16
F45	26.73
F46	26.85
F47	24.27
F48	22.72
F49	23.43
F50	26.60
F51	24.95
F52	19.49
F53	22.77
F54	26.44
F55	22.63
F56	24.79
F57	25.65
F58	29.00
F59	25.25
F60	27.77
F61	25.66
F62	26.02
F63	23.21
F64	25.84
F65	24.35
F66	25.91

Tabla A.1 (cont).

Tensión de rotura de fibras de  
sémola sometidas a tracción  
simple.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Fibra	Tensión (MPa)
G1	29.63
G2	26.73
G3	25.47
G4	27.12
G5	27.33
G6	26.50
G7	25.87
G8	30.58
G9	27.02
G10	21.68
G11	28.91
G12	27.07
G13	31.19
G14	27.72
G15	28.87
G16	29.27
G17	31.51
G18	30.31
G19	28.68
G20	29.42
G21	30.70
G22	27.88
G23	30.25
G24	29.25
G25	27.71
G26	30.24
G27	25.62
G28	27.68
G29	26.81
G30	26.24
G31	28.86
G32	29.99
G33	29.76
G34	28.43
G35	30.40
G36	29.84
G37	23.07
G38	25.80
G39	29.20
G40	25.94
G41	30.09
G42	26.50
G43	26.63
G44	28.43
G45	28.57

Tabla A.1 (cont).

Tensión de rotura de fibras de  
sémola sometidas a tracción  
simple.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm



Fibra	Tensión (MPa)
G46	27.75
G47	28.40
G48	27.49
G49	27.24
G50	28.47
G51	30.16
G52	28.18
G53	30.45
G54	30.28
G55	29.24
G56	29.82
G57	29.53
G58	27.71
G59	25.85
G60	27.12
G61	29.71
G62	25.18
G63	26.39
G64	28.39
G65	32.04
G66	27.12
H1	26.81
H2	30.95
H3	33.94
H4	29.61
H5	24.72
H6	26.83
H7	27.92
H8	27.60
H9	25.60
H10	31.45
H11	29.33
H12	31.53
H13	30.22
H14	30.70
H15	31.72
H16	32.29
H17	32.60
H18	31.80
H19	30.25
H20	34.71
H21	29.38
H22	29.62
H23	32.83
H24	33.32

Tabla A.1 (cont).

Tensión de rotura de fibras de  
sémola sometidas a tracción  
simple.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Fibra	Tensión (MPa)
H25	36.00
H26	30.76
H27	26.50
H28	34.89
H29	36.11
H30	33.46
H31	31.72
H32	32.61
H33	35.06
H34	29.48
H35	32.29
H36	32.28
H37	33.46
H38	34.71
H39	31.99
H40	31.64
H41	33.83
H42	34.49
H43	33.52
H44	34.49
H45	32.90
H46	31.34
H47	32.72
H48	35.55
H49	34.32
H50	28.68
H51	30.08
H52	31.82
H53	35.71
H54	34.64
H55	35.83
H56	31.88
H57	32.58
H58	32.49
H59	35.28
H60	33.42
H61	33.43
H62	33.67
H63	36.45
H64	35.10
H65	34.81
H66	33.14

Tabla A.1(final).

Tensión de rotura de fibras de  
sémola sometidas a tracción  
simple.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

## A.2. Geometría de defectos

En la siguiente figura se muestran las variables utilizadas en la Tabla A.2 así como la geometría de los defectos externos e internos.

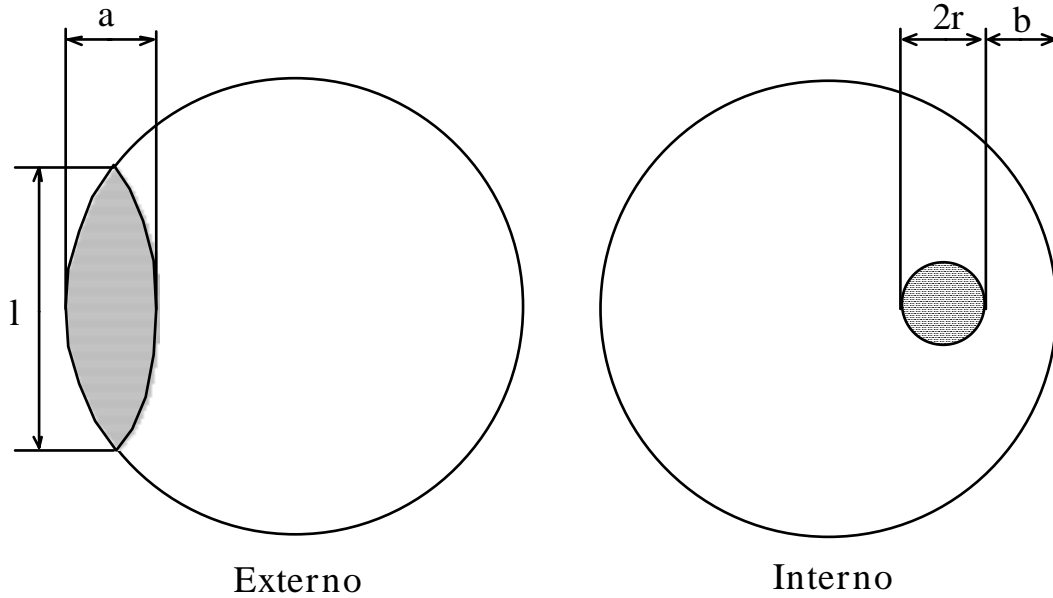


Fig A.1. Geometría de los defectos circulares externos e internos y variables empleadas para su medida.

Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
E1	Interno	0.336	0.322
E2	Interno	0.446	0.384
E3	Interno	0.430	0.427
E4	Externo	0.534	0.418
E5	Interno	0.437	0.550
E6	Interno	0.357	0.443
E7	Interno	0.424	0.459
E9	Interno	0.396	0.048
E10	Interno	0.378	0.104
E11	Interno	0.402	0.200
E12	Interno	0.431	0.137
E13	Interno	0.390	0.357
E14	Interno	0.421	0.098
E15	Interno	0.552	0.121
E16	---		0.000
E17	Interno	0.395	0.408
E18	Interno	0.651	0.073
E19	Interno	0.501	0.183

Tabla A.2.

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Apéndice A

Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
E20	Interno	0.534	0.060
E21	---		
E22	Interno	0.398	0.114
E23	Interno	0.365	0.385
E24	Interno	0.446	0.411
E25	Externo	0.556	0.485
E26	Interno	0.363	0.381
E27	Externo	0.885	0.460
E28	Interno	0.519	0.120
E29	Interno	0.428	0.332
E30	Interno	0.528	0.128
E31	Interno	0.361	0.436
E32	Interno	0.565	0.467
E33	Interno	0.430	0.468
E34	Interno	0.443	0.319
E35	Interno	0.391	0.293
E36	Interno	0.419	0.266
E37	Interno	0.336	0.220
E38	Interno	0.416	0.211
E39	Interno	0.488	0.216
E40	Interno	0.382	0.508
E41	Interno	0.411	0.171
E42	Interno	0.396	0.234
E43	Interno	0.499	0.236
E44	Interno	0.301	0.367
E45	Interno	0.409	0.383
E46	Interno	0.613	0.291
E47	Interno	0.321	0.551
E48	Interno	0.324	0.315
E49	Interno	0.398	0.198
E50	Interno	0.423	0.080
E51	Interno	0.336	0.157
E52	Interno	0.535	0.081
E53	Interno	0.305	0.233
E54	Interno	0.488	0.043
E55	Interno	0.334	0.344
E56	---		
E57	Interno	0.367	0.463
E58	Interno	0.414	0.410
E59	Externo	0.492	0.517
E60	Interno	0.333	0.363
E61	Interno	0.335	0.265
E62	Interno	0.421	0.547
E63	Interno	0.469	0.248

Tabla A.2. (cont)

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
E64	Externo	0.377	0.381
E65	Interno	0.377	0.373
E66	Interno	0.405	0.117
F1	Interno	0.299	0.472
F2	Interno	0.326	0.226
F3	----		
F4	Interno	0.338	0.331
F5	Interno	0.360	0.263
F6	Interno	0.419	0.370
F7	Interno	0.265	0.235
F8	Interno	0.335	0.350
F9	Interno	0.340	0.423
F10	Interno	0.358	0.211
F11	Interno	0.429	0.084
F12	Interno	0.571	0.440
F13	Interno	0.353	0.245
F14	Interno	0.334	0.500
F15	Interno	0.404	0.056
F16	Interno	0.378	0.358
F17	Interno	0.318	0.128
F18	Externo	0.504	0.430
F19	Interno	0.377	0.222
F20	Interno	0.345	0.142
F21	Interno	0.474	0.163
F22	Interno	0.416	0.207
F23	Interno	0.331	0.054
F24	Interno	0.514	0.160
F25	Interno	0.408	0.160
F26	Interno	0.383	0.248
F27	Externo	0.440	0.382
F28	Interno	0.383	0.387
F29	Interno	0.345	0.337
F30	Interno	0.398	0.398
F31	Interno	0.408	0.434
F32	Interno	0.446	0.348
F33	Interno	0.355	0.321
F34	Interno	0.404	0.283
F35	Interno	0.373	0.286
F36	----		
F37	Interno	0.413	0.218
F38	Interno	0.539	0.355
F39	Interno	0.406	0.335
F40	Interno	0.499	0.152
F41	Interno	0.440	0.155

Tabla A.2. (cont)

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:  
 Serie E: 300mm  
 Serie F: 150mm  
 Serie G: 75mm  
 Serie H: 35mm

Apéndice A

Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
F42	Interno	0.487	0.240
F43	Interno	0.343	0.512
F44	Interno	0.392	0.449
F45	Interno	0.458	0.481
F46	Interno	0.431	0.109
F47	Interno	0.407	0.296
F48	Interno	0.391	0.210
F49	Interno	0.394	0.222
F50	Interno	0.332	0.456
F51	----		
F52	Interno	0.601	0.130
F53	Interno	0.494	0.172
F54	---	0.422	0.000
F55	Interno	0.470	0.169
F56	Interno	0.414	0.000
F57	Interno	0.475	0.392
F58	Interno	0.404	0.086
F59	Interno	0.387	0.299
F60	Interno	0.367	0.133
F61	Interno	0.434	0.128
F62	Interno	0.363	0.351
F63	Interno	0.459	0.290
F64	---		
F65	Interno	0.510	0.490
F66	Interno	0.478	0.293
G1	Interno	0.477	0.266
G2	Interno	0.502	0.367
G3	Interno	0.473	0.318
G4	Interno	0.413	0.097
G5	Interno	0.426	0.343
G6	Interno	0.474	0.190
G7	Interno	0.424	0.102
G8	Interno	0.310	0.301
G9	Interno	0.394	0.150
G10	Interno	0.526	0.194
G11	Interno	0.348	0.317
G12	Interno	0.446	0.341
G13	Interno	0.394	0.406
G14	Interno	0.402	0.245
G15	Interno	0.355	0.194
G16	Interno	0.362	0.246
G17	Interno	0.301	0.486
G18	Interno	0.366	0.322
G19	Interno	0.387	0.316

Tabla A.2. (cont)

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:  
 Serie E: 300mm  
 Serie F: 150mm  
 Serie G: 75mm  
 Serie H: 35mm

Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
G20	Externo	0.301	0.453
G21	Interno	0.377	0.172
G22	Interno	0.495	0.126
G23	Interno	0.385	0.326
G24	Interno	0.354	0.202
G25	Interno	0.390	0.042
G26	Interno	0.369	0.516
G27	Interno	0.416	0.295
G28	Interno	0.480	0.168
G29	Externo	0.492	0.427
G30	---		
G31	---		
G32	Interno	0.424	0.272
G33	Interno	0.475	0.269
G34	Interno	0.448	0.051
G35	Interno	0.385	0.137
G36	Interno	0.409	0.037
G37	Interno	0.530	0.481
G38	Interno	0.531	0.261
G39	Interno	0.416	0.443
G40	Interno	0.467	0.000
G41	Interno	0.310	0.650
G42	Interno	0.452	0.425
G43	Interno	0.471	0.309
G44	Interno	0.424	0.077
G45	Interno	0.367	0.239
G46	Interno	0.449	0.224
G47	Interno	0.418	0.442
G48	Interno	0.342	0.389
G49	Interno	0.411	0.274
G50	Interno	0.344	0.222
G51	Interno?	0.383	0.241
G52	---		
G53	Interno	0.413	0.495
G54	Interno	0.327	0.156
G55	Interno	0.413	0.493
G56	Interno	0.423	0.222
G57	Interno	0.410	0.394
G58	Interno	0.442	0.414
G59	Interno	0.412	0.138
G60	Interno	0.378	0.347
G61	Interno	0.417	0.096
G62	---		
G63	Interno	0.467	0.386

Tabla A.2. (cont)

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm

Serie H: 35mm

Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
G64	Interno	0.419	0.170
G65	Interno	0.440	0.000
G66	Externo	0.333	0.497
H1	Interno	0.394	0.436
H2	Interno	0.322	0.282
H3	Externo	0.529	0.403
H4	Interno	0.388	0.149
H5	Interno	0.411	0.554
H6	Interno	0.412	0.126
H7	Interno	0.340	0.210
H8	Externo	0.265	0.439
H9	Interno	0.487	0.304
H10	Interno	0.389	0.183
H11	Interno	0.496	0.118
H12	Interno	0.319	0.433
H13	Interno	0.467	0.109
H14	Interno	0.335	0.165
H15	Interno	0.416	0.083
H16	Interno	0.366	0.130
H17	Interno	0.397	0.202
H18	Interno	0.391	0.382
H19	Externo	0.454	0.344
H20	Interno	0.349	0.302
H21	Interno	0.354	0.194
H22	Interno	0.210	0.293
H23	Interno	0.353	0.248
H24	Interno	0.259	0.344
H25	Interno	0.261	0.280
H26	Interno	0.392	0.267
H27	Interno	0.413	0.338
H28	---		
H29	Interno	0.291	0.116
H30	Externo	0.288	0.404
H31	Interno	0.346	0.369
H32	Interno	0.303	0.191
H33	Interno	0.211	0.108
H34	Interno	0.313	0.413
H35	Interno	0.319	0.455
H36	Interno	0.269	0.190
H37	Interno	0.318	0.210
H38	Interno	0.261	0.129
H39	Interno	0.323	0.079
H40	---		
H41	Interno	0.320	0.258

Tabla A.2. (cont)

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:  
 Serie E: 300mm  
 Serie F: 150mm  
 Serie G: 75mm  
 Serie H: 35mm



Fibra	Tipo defecto	l (externo)(mm)	a (externo) (mm)
		2r (interno) (mm)	b (interno) (mm)
H42	Interno	0.354	0.059
H43	Interno	0.343	0.306
H44	Interno	0.355	0.301
H45	Interno	0.285	0.215
H46	Interno	0.250	0.416
H47	Interno	0.342	0.579
H48	Interno	0.319	0.662
H49	Interno	0.324	0.265
H50	Interno	0.348	0.092
H51	Externo	0.475	0.478
H52	Interno	0.400	0.337
H53	Interno	0.342	0.087
H54	Interno	0.367	0.502
H55	Interno	0.344	0.492
H56	Interno	0.384	0.192
H57	Externo	0.599	0.245
H58	Interno	0.430	0.393
H59	---		
H60	Interno	0.353	0.119
H61	Externo	0.635	0.428
H62	Interno	0.370	0.113
H63	Interno	0.381	0.515
H64	Interno	0.361	0.156
H65	Interno	0.360	0.095
H66	Externo	0.144	0.354

Tabla A.2. (final)

Medida de los defectos en fibras de sémola.

Longitud de la fibra:

Serie E: 300mm

Serie F: 150mm

Serie G: 75mm



### A.3. Cálculo de $K_{IC}$ de fibras de sémola con defectos internos circulares planos

Tabla A.3. Cálculo de  $K_{IC}$  de fibras de sémola con defectos internos circulares planos.

Probeta	r/R	b/R	$K_0$ (MPa)m <sup>0.5</sup>	$K_I/K_0$	$K_{IC}$ (MPa)m <sup>0.5</sup>
E1	0.20	0.39	0.41	1.02	0.42
E2	0.27	0.47	0.46	1.03	0.47
E3	0.26	0.52	0.44	1.02	0.45
E5	0.26	0.67	0.46	1.02	0.46
E6	0.21	0.53	0.38	1.02	0.38
E7	0.26	0.56	0.46	1.02	0.47
E9	0.24	0.06	0.46	1.15	0.53
E10	0.23	0.12	0.44	1.08	0.47
E11	0.24	0.24	0.47	1.05	0.49
E12	0.26	0.16	0.42	1.07	0.45
E13	0.24	0.44	0.44	1.02	0.45
E14	0.25	0.12	0.46	1.09	0.50
E15	0.34	0.15	0.43	1.12	0.48
E17	0.24	0.50	0.47	1.02	0.48
E18	0.39	0.09	0.46	1.24	0.57
E19	0.30	0.22	0.55	1.07	0.58
E20	0.32	0.07	0.47	1.19	0.56
E22	0.24	0.14	0.44	1.07	0.47
E23	0.22	0.47	0.46	1.02	0.47
E24	0.27	0.49	0.41	1.02	0.42
E26	0.22	0.46	0.42	1.02	0.43
E28	0.31	0.14	0.47	1.11	0.52
E29	0.26	0.40	0.44	1.03	0.45
E30	0.32	0.16	0.48	1.11	0.53
E31	0.22	0.52	0.40	1.02	0.40
E32	0.34	0.57	0.52	1.03	0.54
E33	0.26	0.57	0.48	1.02	0.49
E34	0.27	0.39	0.43	1.03	0.45
E35	0.23	0.35	0.43	1.03	0.45
E36	0.26	0.33	0.51	1.04	0.53
E37	0.21	0.28	0.47	1.03	0.49
E38	0.26	0.27	0.43	1.05	0.45
E39	0.30	0.26	0.51	1.06	0.54
E40	0.24	0.63	0.48	1.01	0.49
E41	0.25	0.21	0.45	1.06	0.47
E42	0.25	0.29	0.44	1.04	0.46
E43	0.31	0.29	0.45	1.06	0.48

Probeta	r/R	b/R	$K_0$ (MPa)m <sup>0.5</sup>	$K_I/K_0$	$K_{IC}$ (MPa)m <sup>0.5</sup>
E44	0.19	0.46	0.46	1.02	0.47
E45	0.25	0.47	0.47	1.02	0.49
E46	0.38	0.37	0.55	1.07	0.58
E47	0.20	0.70	0.46	1.01	0.46
E48	0.20	0.39	0.44	1.02	0.45
E49	0.25	0.25	0.47	1.05	0.50
E50	0.26	0.10	0.46	1.11	0.51
E51	0.21	0.20	0.41	1.05	0.43
E53	0.19	0.29	0.40	1.03	0.41
E54	0.30	0.05	0.49	1.22	0.60
E55	0.21	0.43	0.45	1.02	0.46
E57	0.23	0.57	0.44	1.02	0.45
E58	0.26	0.51	0.48	1.02	0.49
E60	0.21	0.45	0.45	1.02	0.46
E61	0.21	0.33	0.47	1.03	0.48
E62	0.26	0.67	0.49	1.01	0.50
E63	0.30	0.32	0.53	1.05	0.55
E65	0.23	0.46	0.49	1.02	0.50
E66	0.26	0.15	0.47	1.08	0.51
F1	0.18	0.56	0.43	1.01	0.43
F2	0.20	0.27	0.43	1.03	0.45
F4	0.21	0.40	0.46	1.02	0.47
F5	0.22	0.32	0.43	1.03	0.45
F6	0.25	0.45	0.46	1.03	0.48
F7	0.16	0.29	0.43	1.02	0.44
F8	0.21	0.43	0.49	1.02	0.50
F9	0.21	0.52	0.48	1.02	0.49
F10	0.21	0.25	0.40	1.04	0.42
F11	0.25	0.10	0.51	1.11	0.57
F12	0.36	0.55	0.50	1.04	0.52
F13	0.22	0.30	0.44	1.03	0.45
F14	0.20	0.59	0.44	1.01	0.45
F15	0.25	0.07	0.49	1.14	0.56
F16	0.23	0.43	0.46	1.02	0.47
F17	0.30	0.51	0.57	1.03	0.58
F19	0.23	0.27	0.47	1.04	0.48
F20	0.21	0.17	0.47	1.05	0.50
F21	0.28	0.19	0.48	1.07	0.52
F22	0.25	0.25	0.47	1.05	0.49
F23	0.20	0.06	0.44	1.11	0.49
F24	0.30	0.19	0.46	1.08	0.49
F25	0.25	0.19	0.45	1.06	0.48
F26	0.23	0.30	0.42	1.03	0.44
F28	0.23	0.46	0.46	1.02	0.47

Probeta	r/R	b/R	$K_0$ (MPa)m <sup>0.5</sup>	$K_I/K_0$	$K_{IC}$ (MPa)m <sup>0.5</sup>
F29	0.21	0.41	0.45	1.02	0.46
F30	0.24	0.47	0.42	1.02	0.43
F31	0.25	0.54	0.50	1.02	0.51
F32	0.28	0.43	0.44	1.03	0.45
F33	0.21	0.38	0.41	1.02	0.42
F34	0.24	0.34	0.43	1.03	0.45
F35	0.22	0.34	0.43	1.03	0.44
F37	0.25	0.27	0.44	1.04	0.46
F38	0.32	0.42	0.38	1.04	0.39
F39	0.25	0.41	0.40	1.03	0.41
F40	0.30	0.18	0.41	1.08	0.45
F41	0.26	0.19	0.45	1.07	0.48
F42	0.28	0.28	0.45	1.05	0.48
F43	0.20	0.60	0.40	1.01	0.40
F44	0.24	0.55	0.43	1.02	0.44
F45	0.28	0.58	0.46	1.02	0.47
F46	0.25	0.13	0.44	1.09	0.48
F47	0.24	0.36	0.39	1.03	0.40
F48	0.23	0.24	0.36	1.04	0.37
F49	0.23	0.26	0.37	1.04	0.39
F50	0.20	0.55	0.39	1.02	0.39
F52	0.36	0.16	0.38	1.13	0.43
F53	0.29	0.20	0.40	1.07	0.43
F55	0.29	0.21	0.39	1.07	0.42
F57	0.28	0.46	0.45	1.03	0.46
F58	0.25	0.11	0.47	1.10	0.51
F59	0.23	0.35	0.40	1.03	0.41
F60	0.22	0.16	0.42	1.06	0.45
F61	0.26	0.16	0.43	1.08	0.46
F62	0.22	0.43	0.40	1.02	0.40
F63	0.27	0.34	0.40	1.04	0.41
F65	0.30	0.58	0.44	1.02	0.45
F66	0.29	0.36	0.45	1.04	0.47
G1	0.30	0.33	0.52	1.05	0.54
G2	0.31	0.45	0.48	1.04	0.49
G3	0.29	0.38	0.44	1.04	0.46
G4	0.24	0.11	0.44	1.09	0.48
G5	0.26	0.41	0.45	1.03	0.46
G6	0.29	0.23	0.46	1.06	0.49
G7	0.26	0.12	0.42	1.09	0.46
G8	0.19	0.37	0.43	1.02	0.44
G9	0.24	0.18	0.43	1.06	0.45
G10	0.31	0.23	0.40	1.07	0.43
G11	0.21	0.39	0.43	1.02	0.44

Probeta	r/R	b/R	$K_0$ (MPa)m <sup>0.5</sup>	$K_I/K_0$	$K_{IC}$ (MPa)m <sup>0.5</sup>
G12	0.27	0.41	0.46	1.03	0.47
G13	0.25	0.51	0.49	1.02	0.50
G14	0.24	0.30	0.44	1.04	0.46
G15	0.22	0.24	0.43	1.04	0.45
G16	0.22	0.30	0.44	1.03	0.46
G17	0.23	0.40	0.48	1.03	0.49
G18	0.23	0.40	0.46	1.03	0.47
G19	0.24	0.40	0.45	1.03	0.46
G21	0.23	0.21	0.48	1.05	0.50
G22	0.30	0.15	0.49	1.10	0.54
G23	0.23	0.40	0.47	1.03	0.49
G24	0.22	0.25	0.44	1.04	0.46
G25	0.23	0.05	0.44	1.17	0.51
G26	0.22	0.63	0.46	1.01	0.47
G27	0.26	0.36	0.42	1.03	0.43
G28	0.29	0.20	0.48	1.07	0.52
G30	0.33	0.34	0.49	1.06	0.52
G31	0.24	0.46	0.46	1.02	0.47
G32	0.26	0.33	0.49	1.04	0.51
G33	0.28	0.32	0.52	1.04	0.54
G34	0.28	0.06	0.48	1.17	0.56
G35	0.23	0.16	0.48	1.06	0.50
G36	0.24	0.04	0.48	1.20	0.58
G37	0.31	0.56	0.42	1.03	0.44
G38	0.33	0.33	0.47	1.06	0.50
G39	0.26	0.54	0.48	1.02	0.49
G41	0.19	0.78	0.42	1.01	0.43
G42	0.27	0.52	0.45	1.02	0.46
G43	0.29	0.38	0.46	1.04	0.48
G44	0.26	0.09	0.47	1.11	0.52
G45	0.22	0.29	0.44	1.03	0.45
G46	0.28	0.28	0.47	1.05	0.49
G47	0.25	0.53	0.46	1.02	0.47
G48	0.21	0.48	0.41	1.02	0.41
G49	0.25	0.33	0.44	1.03	0.46
G50	0.21	0.27	0.42	1.03	0.44
G51	0.23	0.29	0.47	1.04	0.49
G53	0.25	0.61	0.49	1.02	0.50
G54	0.20	0.19	0.44	1.04	0.46
G55	0.25	0.60	0.47	1.02	0.48
G56	0.25	0.27	0.49	1.04	0.51
G57	0.25	0.49	0.48	1.02	0.49
G58	0.27	0.50	0.46	1.02	0.48
G59	0.24	0.16	0.42	1.07	0.45

Probeta	r/R	b/R	$K_0$ (MPa)m <sup>0.5</sup>	$K_I/K_0$	$K_{IC}$ (MPa)m <sup>0.5</sup>
G60	0.23	0.42	0.42	1.02	0.43
G61	0.26	0.12	0.48	1.09	0.53
G63	0.28	0.47	0.46	1.03	0.47
G64	0.26	0.21	0.46	1.06	0.49
H1	0.24	0.54	0.42	1.02	0.43
H2	0.19	0.34	0.44	1.02	0.45
H4	0.24	0.18	0.47	1.06	0.49
H5	0.25	0.68	0.40	1.01	0.41
H6	0.25	0.15	0.43	1.07	0.47
H7	0.21	0.26	0.41	1.04	0.43
H9	0.30	0.37	0.45	1.04	0.47
H10	0.24	0.22	0.49	1.05	0.52
H11	0.30	0.14	0.52	1.10	0.57
H12	0.19	0.52	0.45	1.02	0.46
H13	0.28	0.13	0.52	1.10	0.57
H14	0.20	0.20	0.45	1.04	0.47
H15	0.25	0.10	0.52	1.10	0.57
H16	0.22	0.16	0.49	1.06	0.52
H17	0.24	0.24	0.52	1.04	0.54
H18	0.24	0.46	0.50	1.02	0.51
H20	0.21	0.36	0.52	1.03	0.53
H21	0.21	0.23	0.44	1.04	0.46
H22	0.13	0.36	0.34	1.02	0.35
H23	0.22	0.30	0.49	1.03	0.51
H24	0.16	0.41	0.43	1.02	0.43
H25	0.16	0.34	0.46	1.02	0.47
H26	0.23	0.32	0.49	1.03	0.50
H27	0.25	0.42	0.43	1.03	0.44
H29	0.18	0.14	0.49	1.05	0.52
H31	0.21	0.45	0.47	1.02	0.48
H32	0.18	0.23	0.45	1.03	0.47
H33	0.13	0.13	0.41	1.04	0.42
H34	0.19	0.50	0.42	1.02	0.42
H35	0.20	0.56	0.46	1.01	0.47
H36	0.16	0.23	0.42	1.03	0.44
H37	0.20	0.26	0.48	1.03	0.49
H38	0.16	0.16	0.45	1.04	0.47
H39	0.20	0.10	0.46	1.08	0.50
H41	0.20	0.32	0.48	1.03	0.50
H42	0.22	0.07	0.52	1.11	0.58
H43	0.21	0.38	0.49	1.02	0.51
H44	0.22	0.37	0.52	1.03	0.53
H45	0.17	0.26	0.44	1.03	0.46
H46	0.15	0.50	0.40	1.01	0.40

## Apéndice A

---

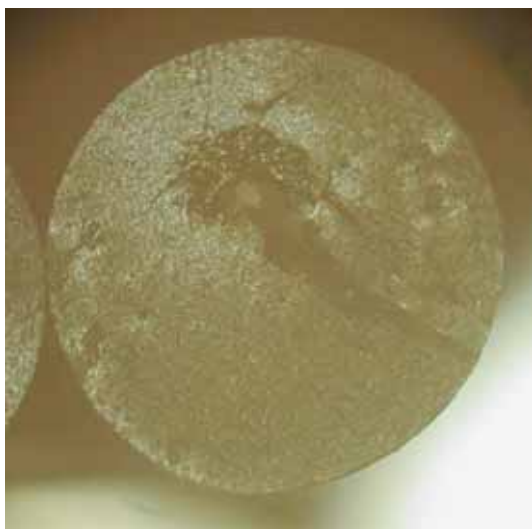
Probeta	r/R	b/R	$K_0$ (MPa)m <sup>0.5</sup>	$K_I/K_0$	$K_{IC}$ (MPa)m <sup>0.5</sup>
H47	0.20	0.68	0.48	1.01	0.49
H48	0.19	0.80	0.51	1.01	0.51
H49	0.19	0.31	0.49	1.03	0.51
H50	0.21	0.11	0.43	1.08	0.46
H52	0.24	0.40	0.51	1.03	0.52
H53	0.21	0.10	0.53	1.08	0.57
H54	0.22	0.60	0.53	1.01	0.54
H55	0.21	0.59	0.53	1.01	0.54
H56	0.23	0.23	0.50	1.04	0.52
H58	0.26	0.47	0.54	1.02	0.55
H60	0.21	0.14	0.52	1.06	0.55
H62	0.22	0.14	0.52	1.07	0.55
H63	0.23	0.62	0.57	1.01	0.58
H64	0.22	0.19	0.53	1.05	0.56
H65	0.22	0.11	0.53	1.08	0.57



# APÉNDICE B

## **Superficies de fractura de fibras de sémola sometidas a tracción**

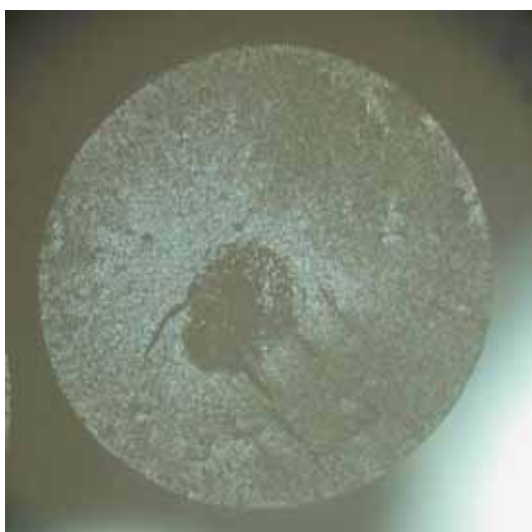




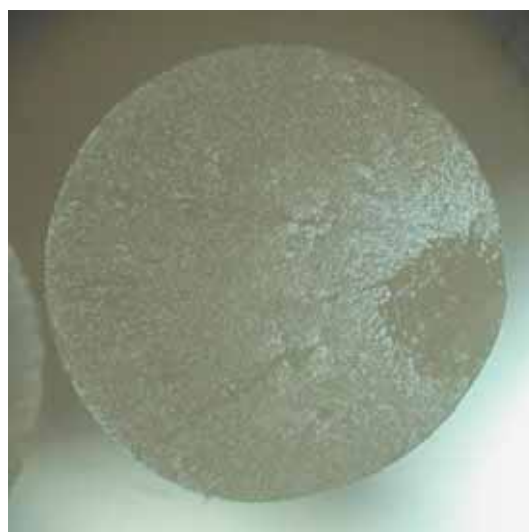
E1 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



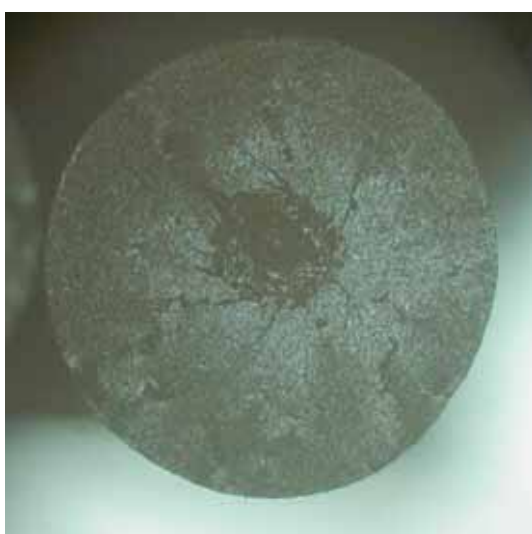
E2 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



E3 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



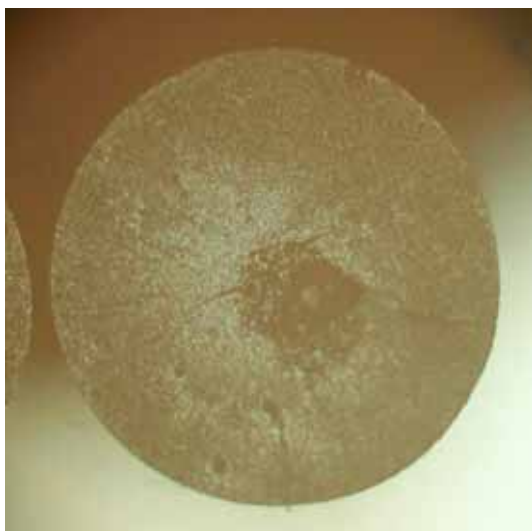
E4 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



E5 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



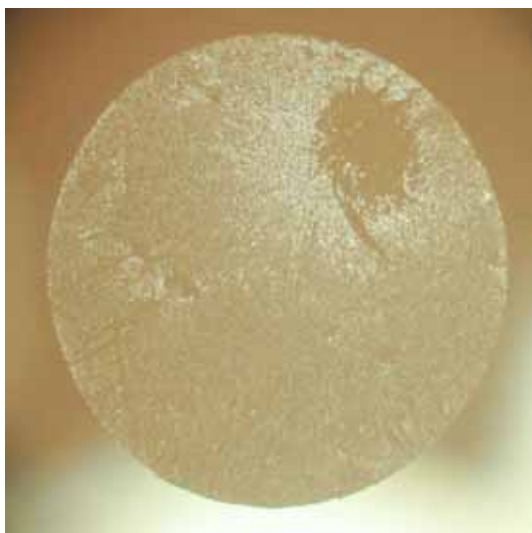
E6 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



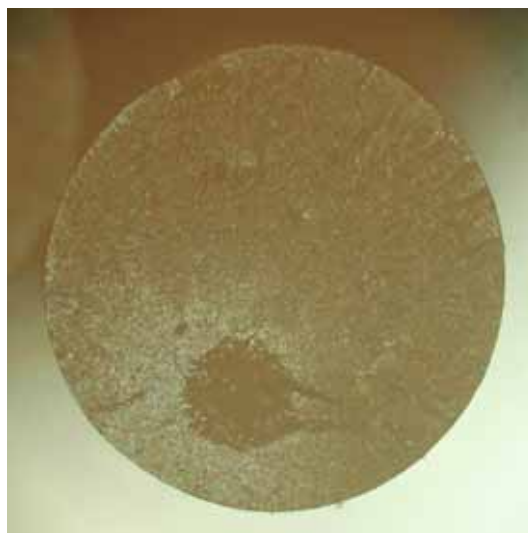
E7 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



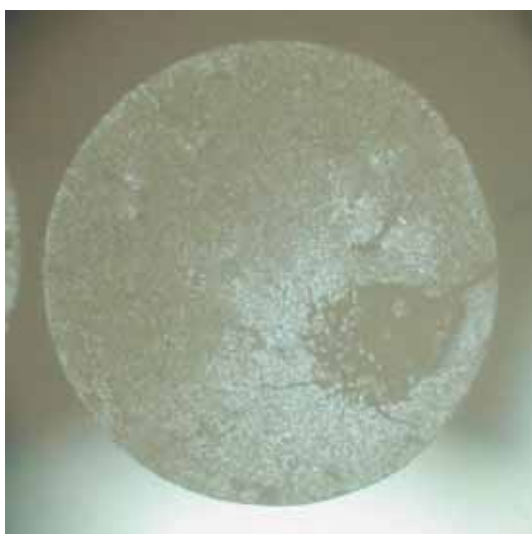
E9 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



E10 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



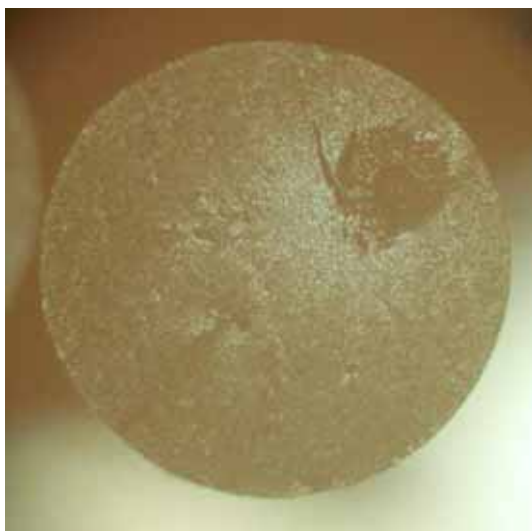
E11 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



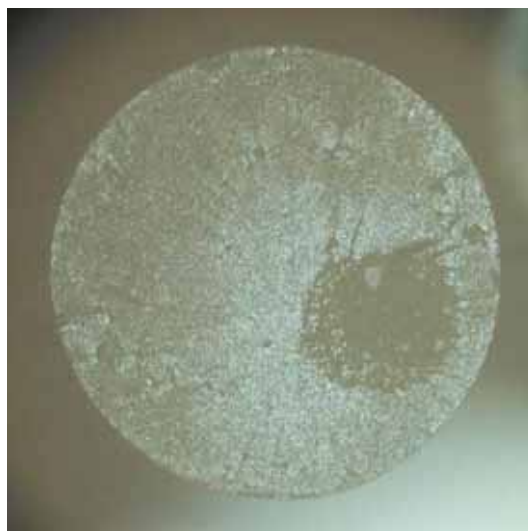
E12 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



E13 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



E14 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



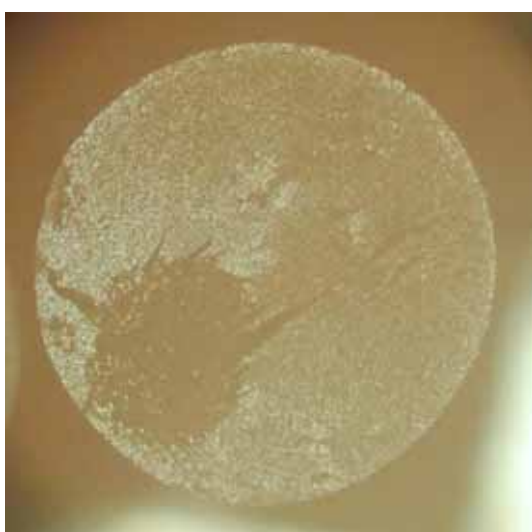
E15 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



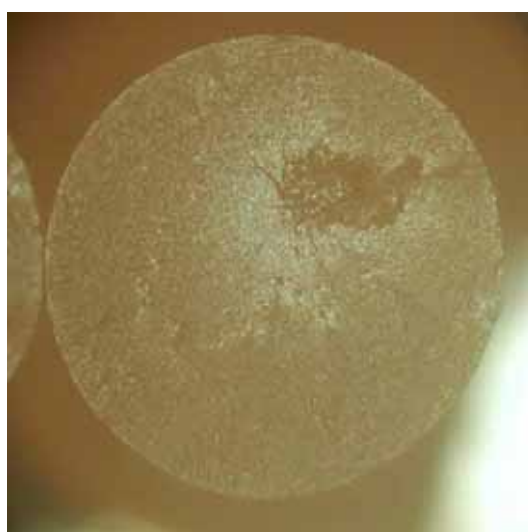
E16 - Diámetro de la fibra= 1.71 mm



E17 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm

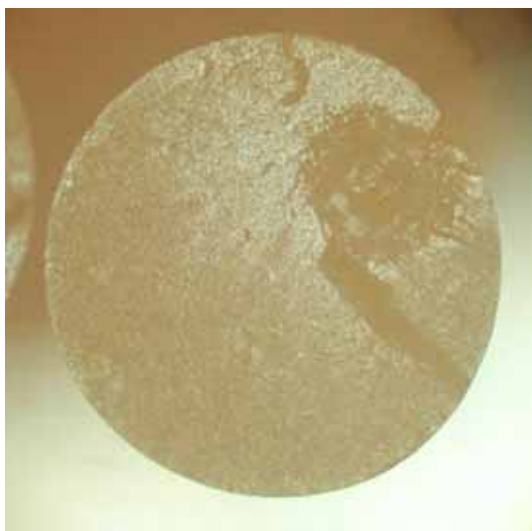


E18 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm

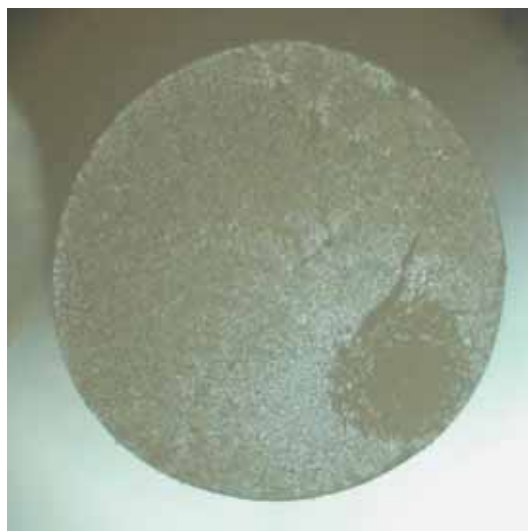


E19 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm

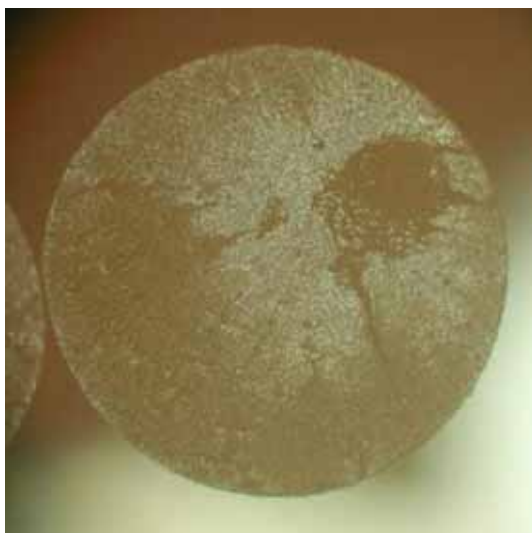




E20 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



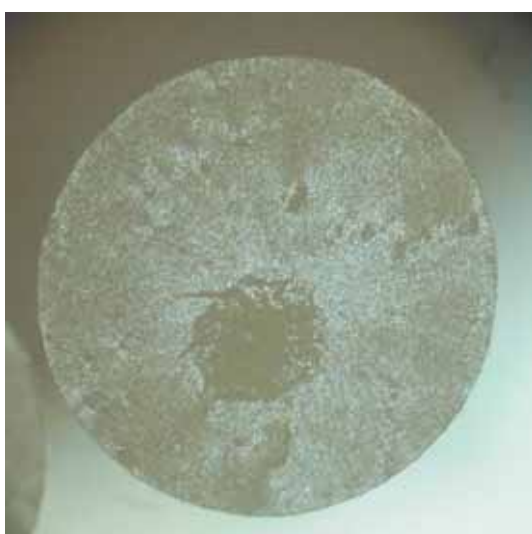
E21 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



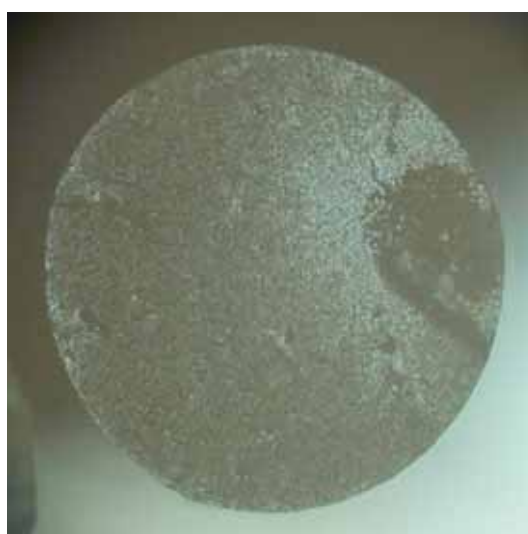
E22 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



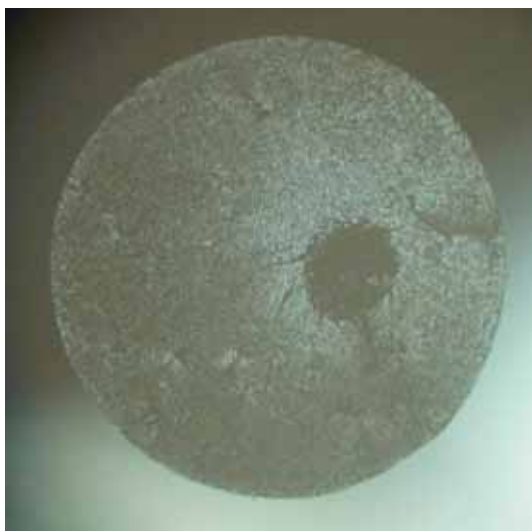
E23 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



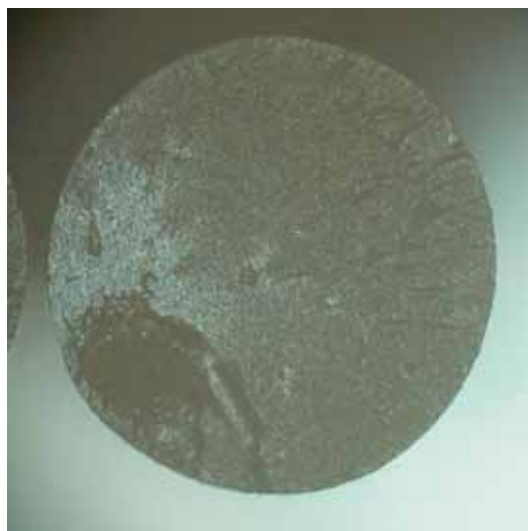
E24 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



E25 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



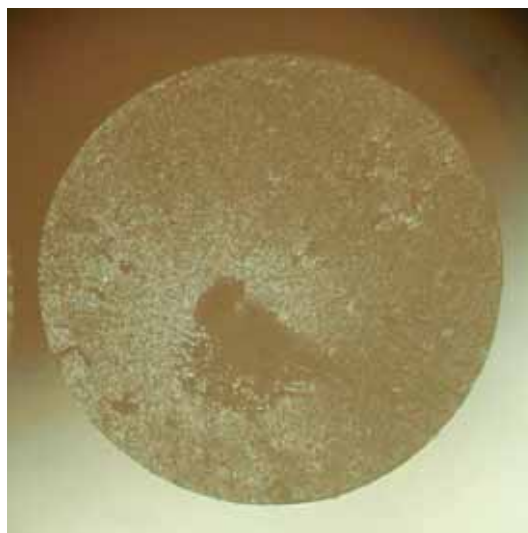
E26 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



E27 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



E28 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



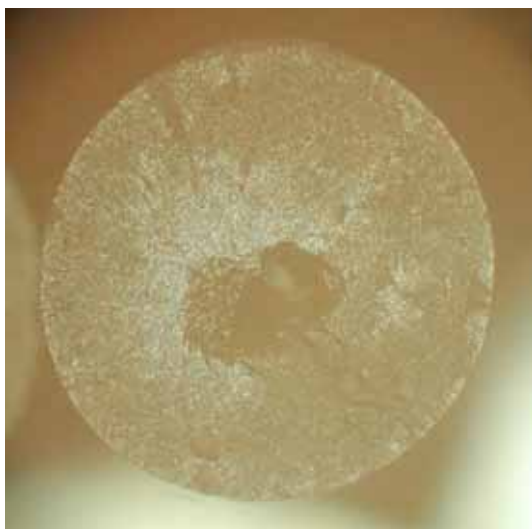
E29 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



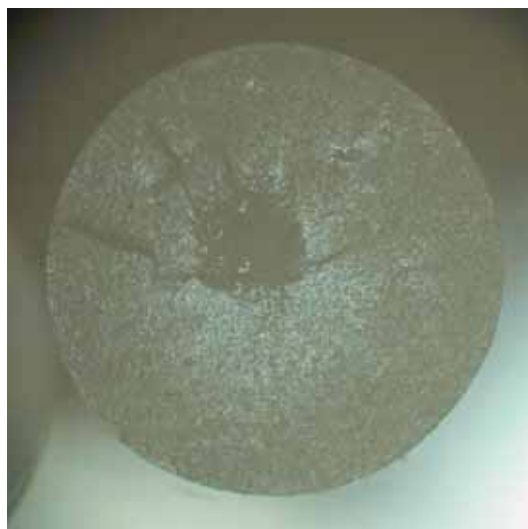
E30 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



E31 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



E32 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



E33 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



E34 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



E35 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



E36 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm

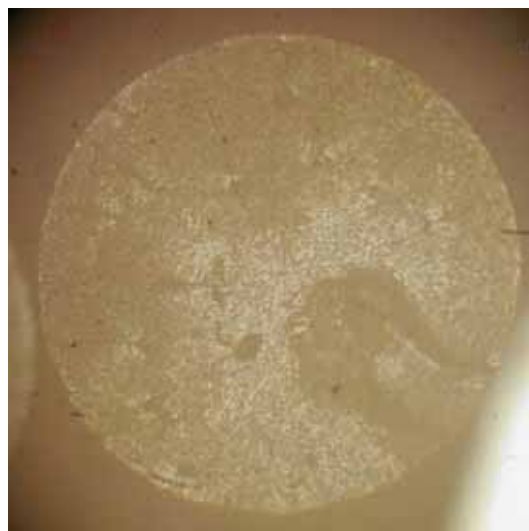


E37 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm





E38 - Diámetro de la fibra= 1.57 mm



E39 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



E40 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



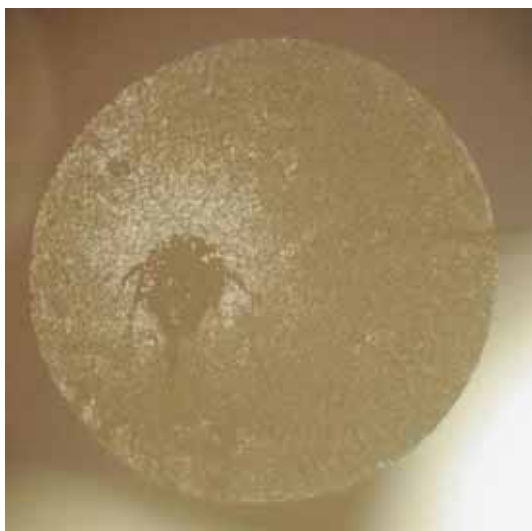
E41 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



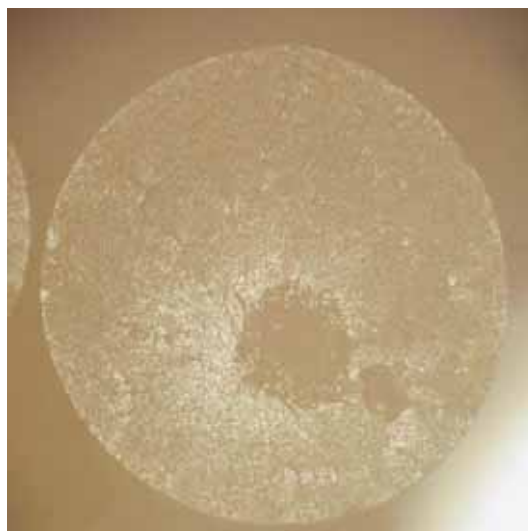
E42 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



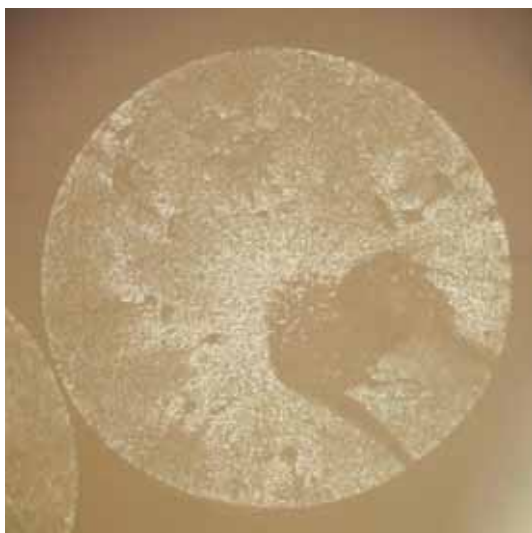
E43 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



E44 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



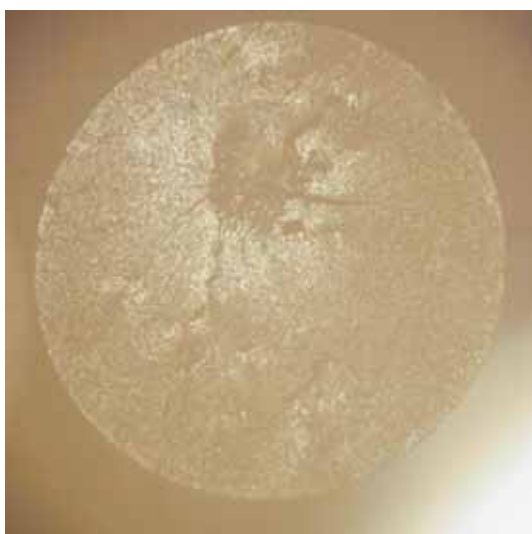
E45 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



E46 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



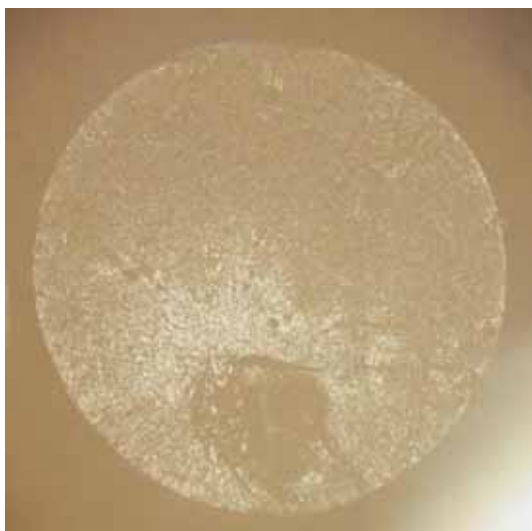
E47 - Diámetro de la fibra= 1.57 mm



E48 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



E49 - Diámetro de la fibra= 1.57 mm



E50 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



E51 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



E52 - Diámetro de la fibra= 1.58 mm



E53 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



E54 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



E55 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



E56 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



E57 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



E58 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



E59 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



E60 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm

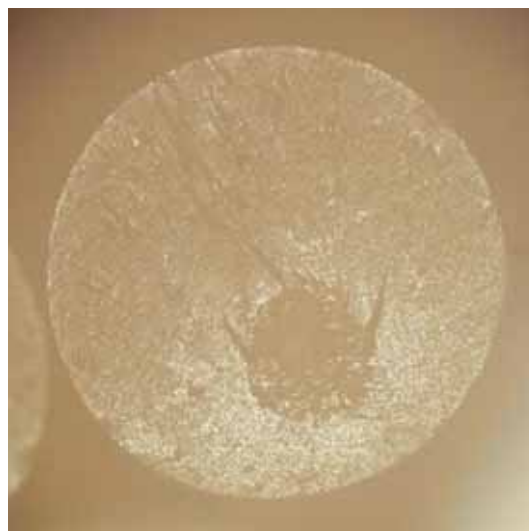


E61 - Diámetro de la fibra= 1.58 mm

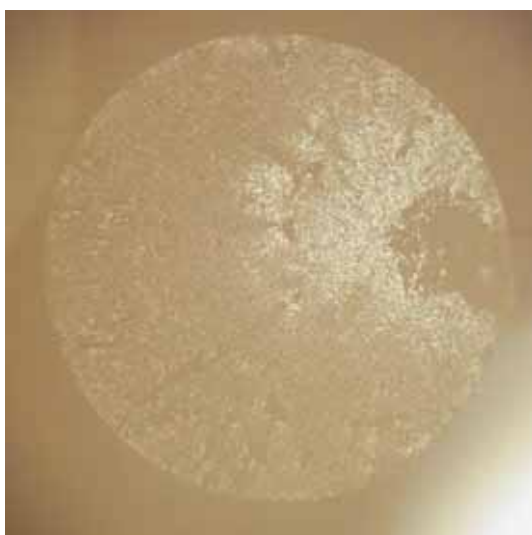




E62 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



E63 - Diámetro de la fibra= 1.55 mm



E64 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



E65 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



E66 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



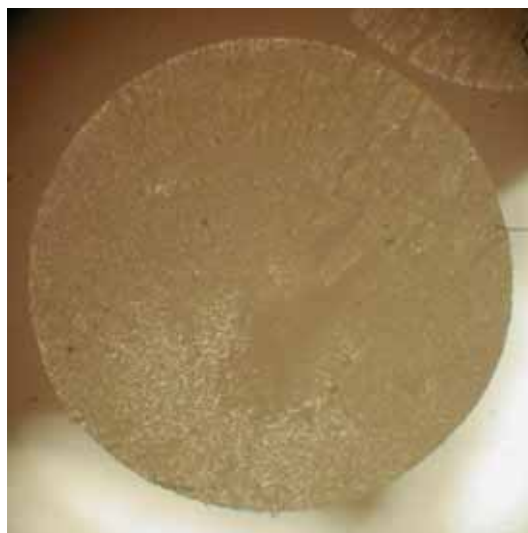
F1 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



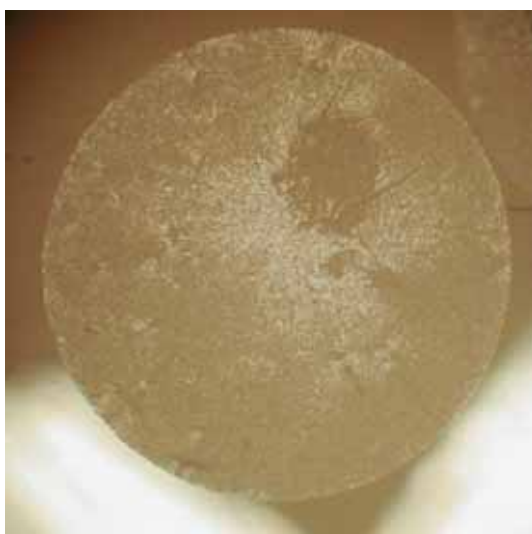
F2 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



F3 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F4 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



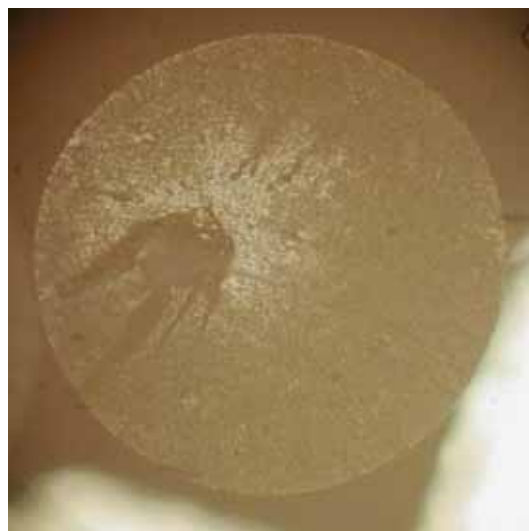
F5 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



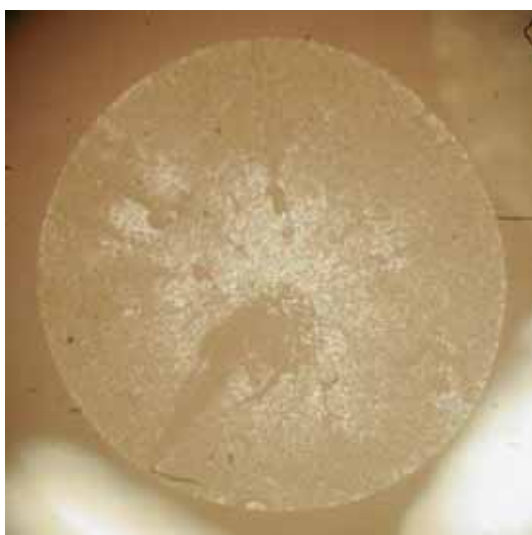
F6 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



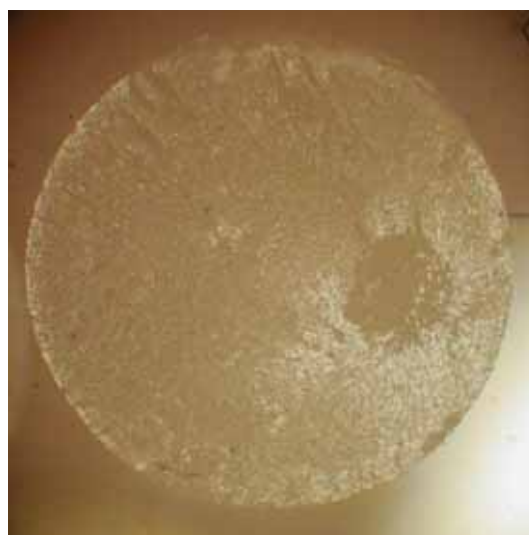
F7 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



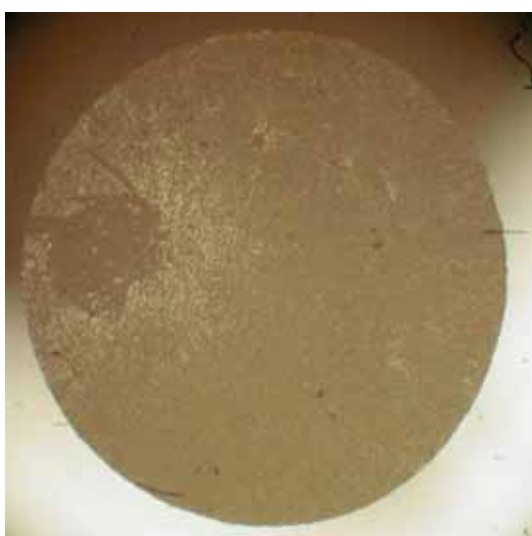
F8 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



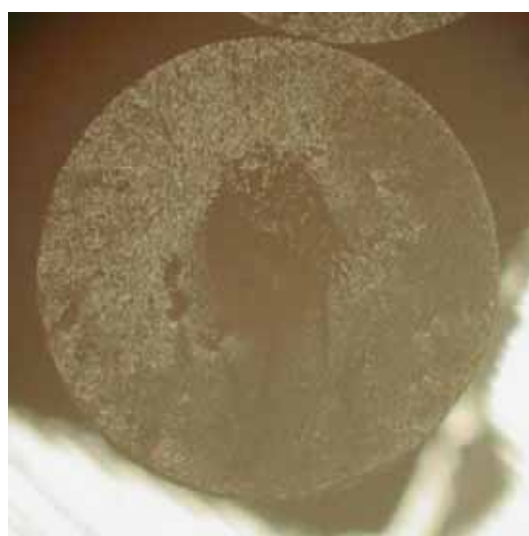
F9 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



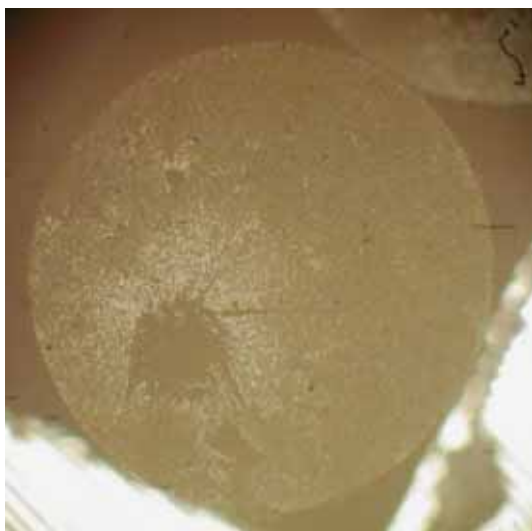
F10 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



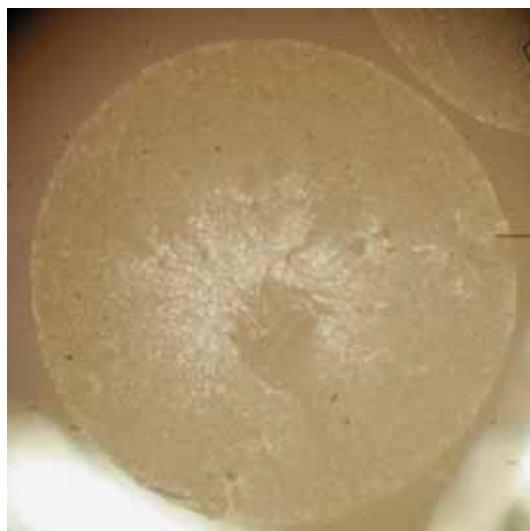
F11 - Diámetro de la fibra= 1.71 mm



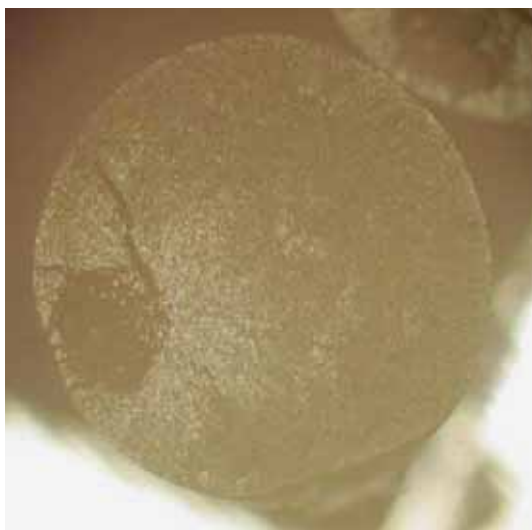
F12 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



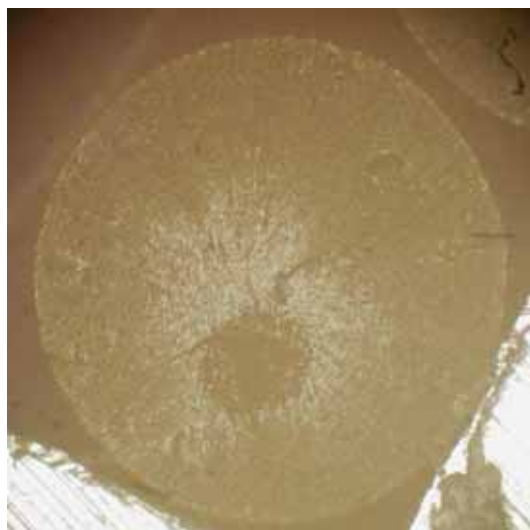
F13 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



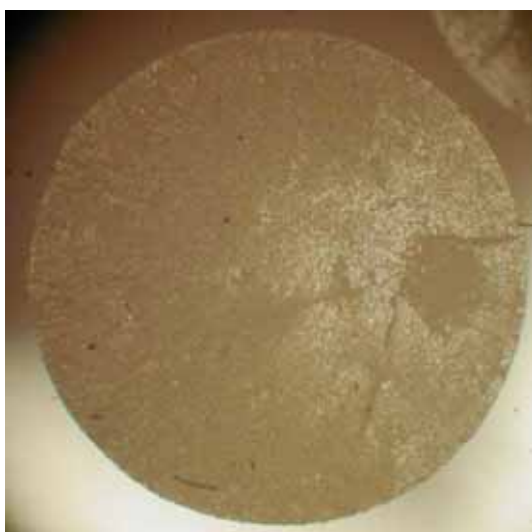
F14 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F15 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



F16 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm

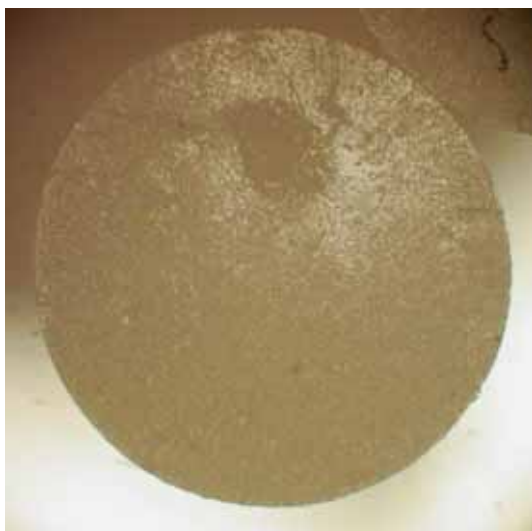


F17 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm

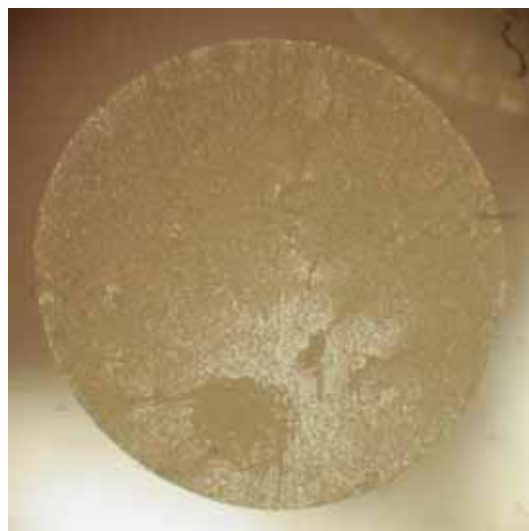


F18 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm





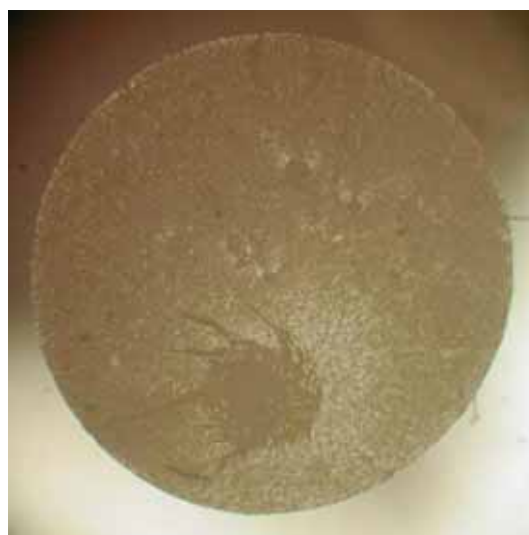
F19 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



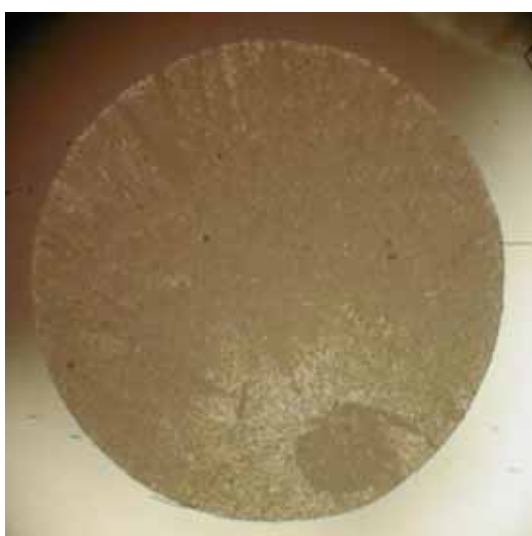
F20 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



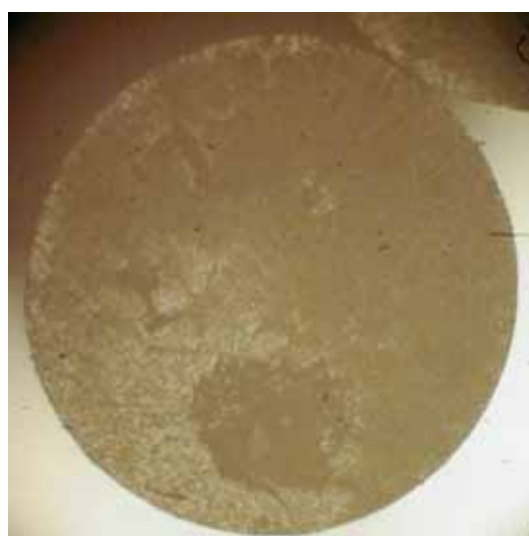
F21 - Diámetro de la fibra= 1.71 mm



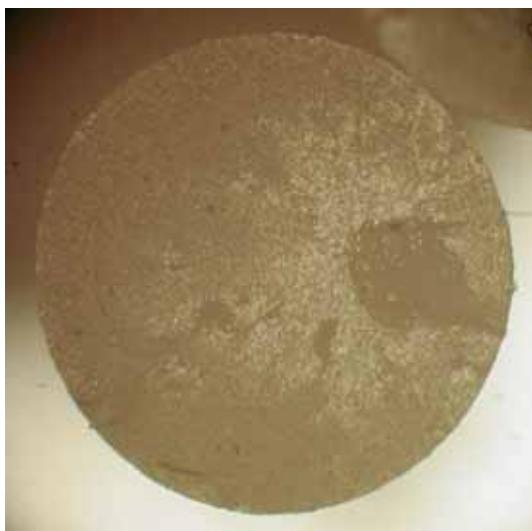
F22 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



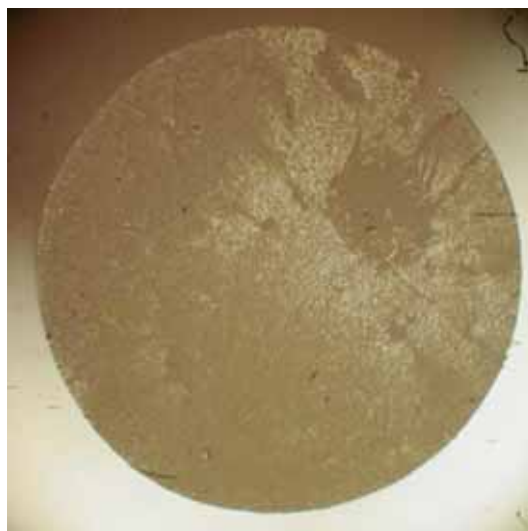
F23 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



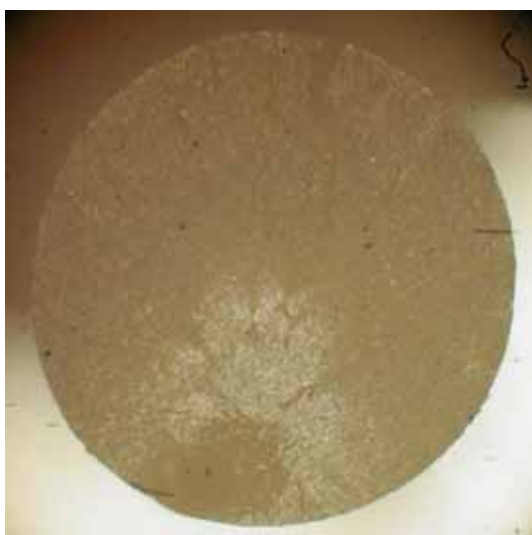
F24 - Diámetro de la fibra= 1.71 mm



F25 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



F26 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



F27 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



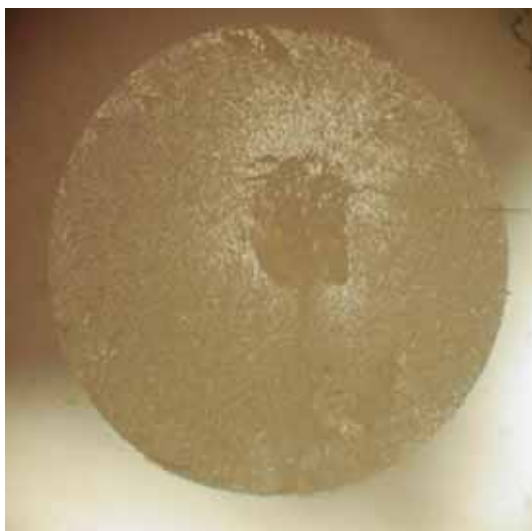
F28 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm



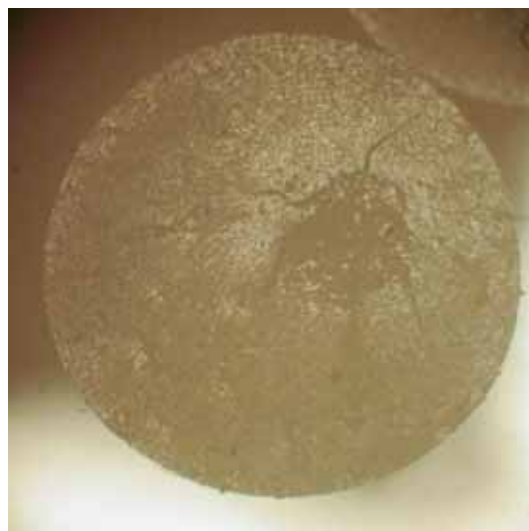
F29 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



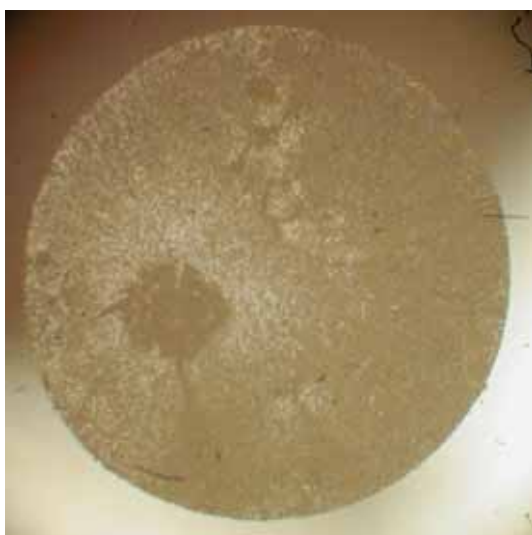
F30 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



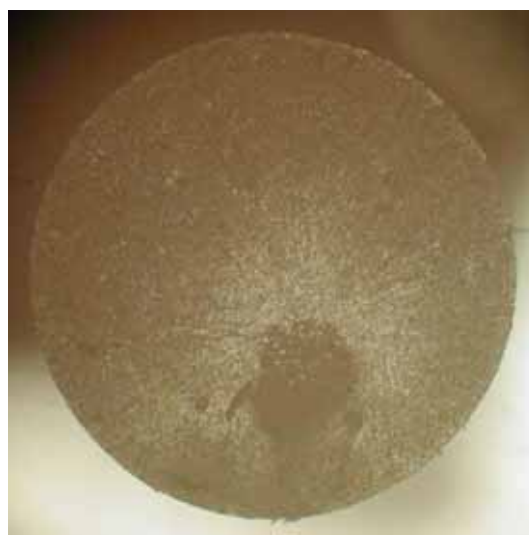
F31 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



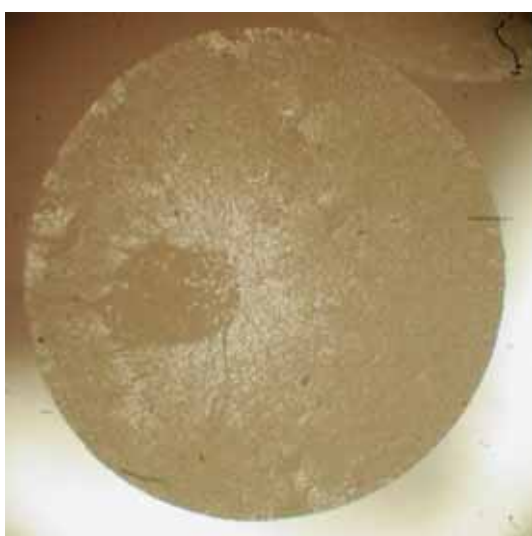
F32 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



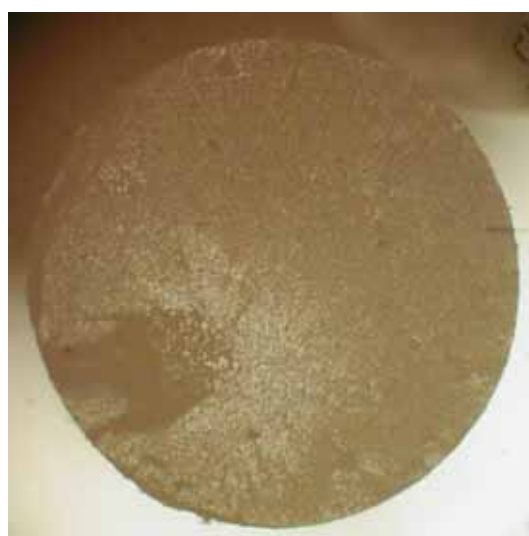
F33 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



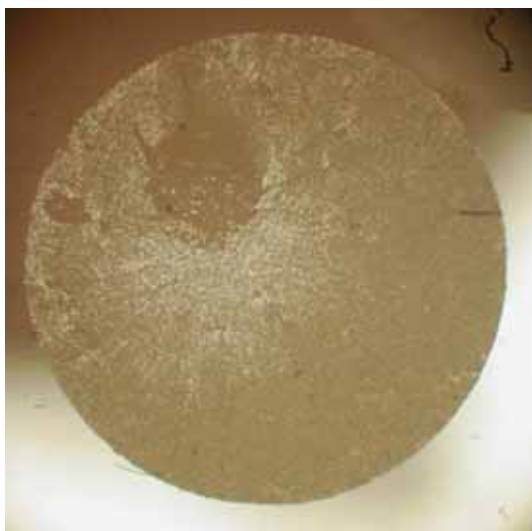
F34 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F35 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



F36 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



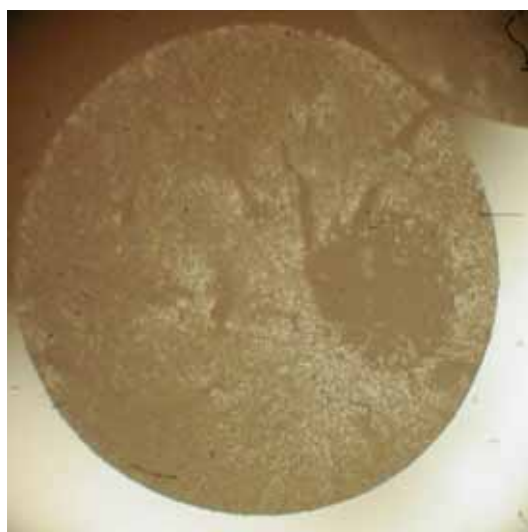
F37 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



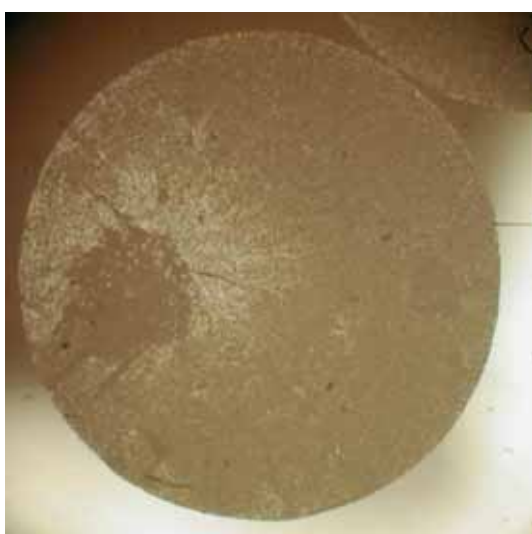
F38 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



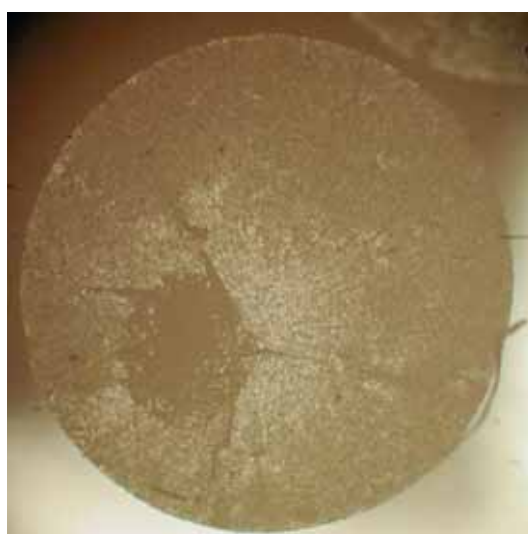
F39 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



F40 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F41 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm

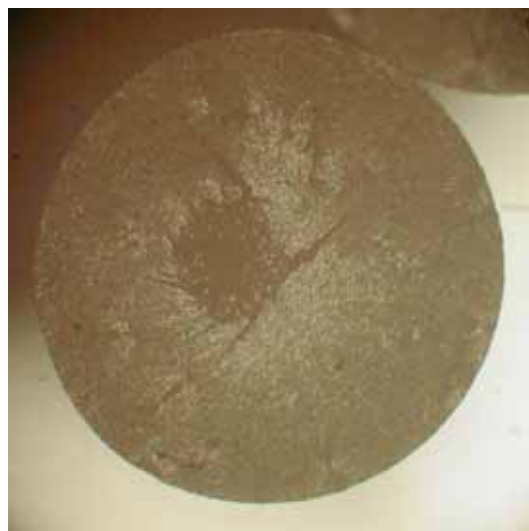


F42 - Diámetro de la fibra= 1.71 mm





F43 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm



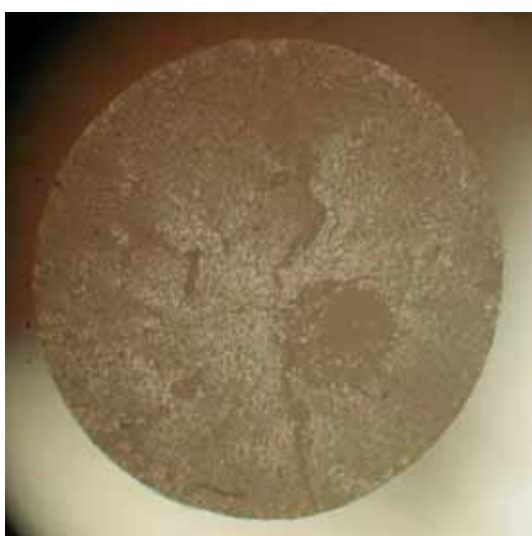
F44 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



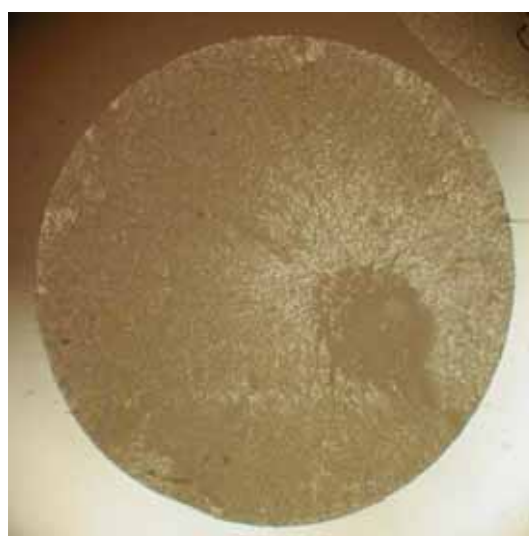
F45 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



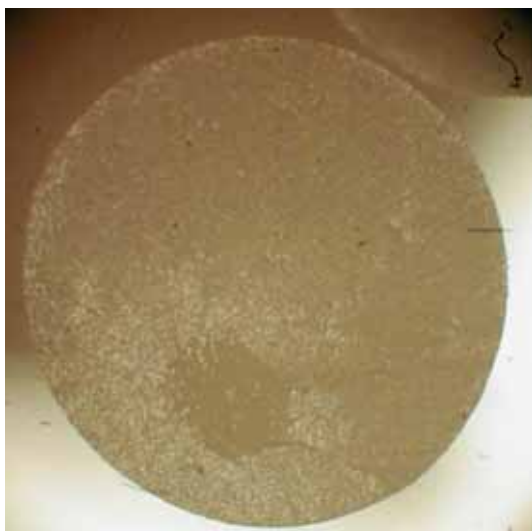
F46 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



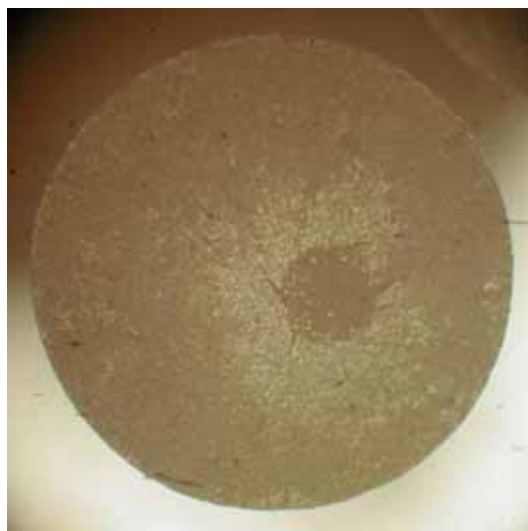
F47 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



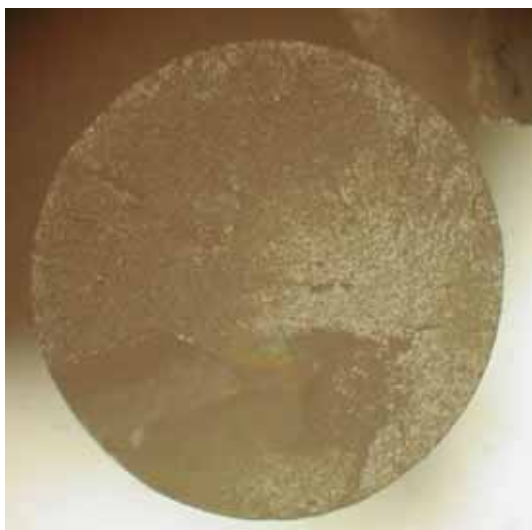
F48 - Diámetro de la fibra= 1.72 mm



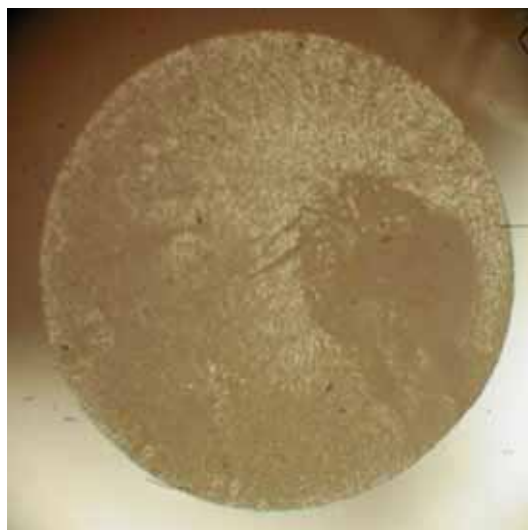
F49 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



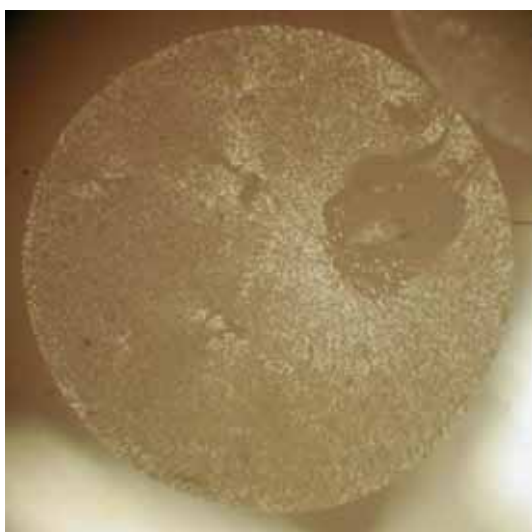
F50 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



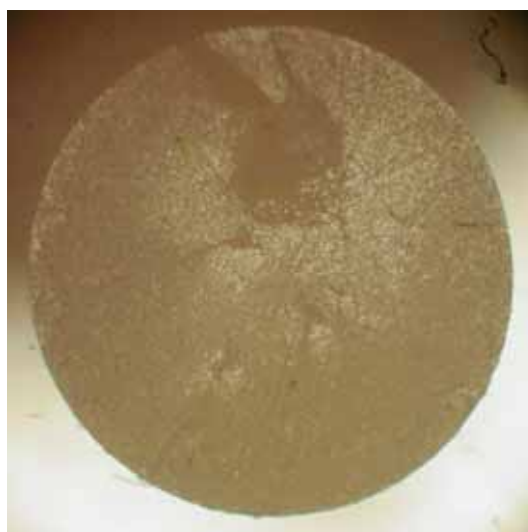
F51 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



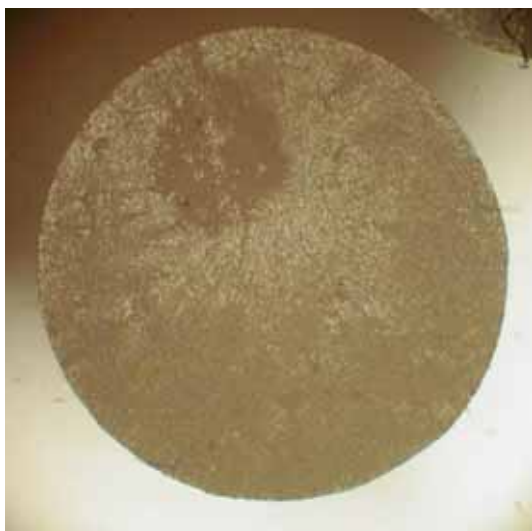
F52 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



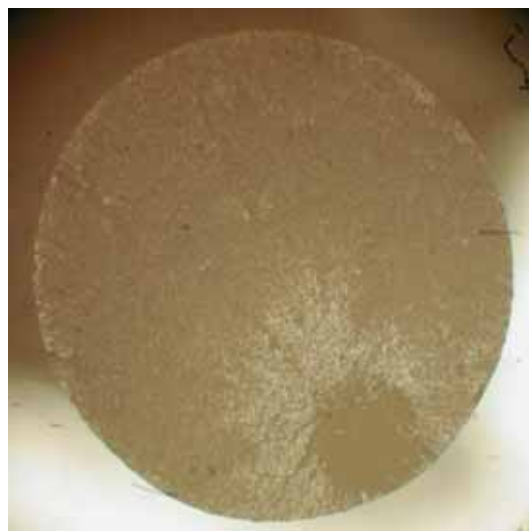
F53 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F54 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F55 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



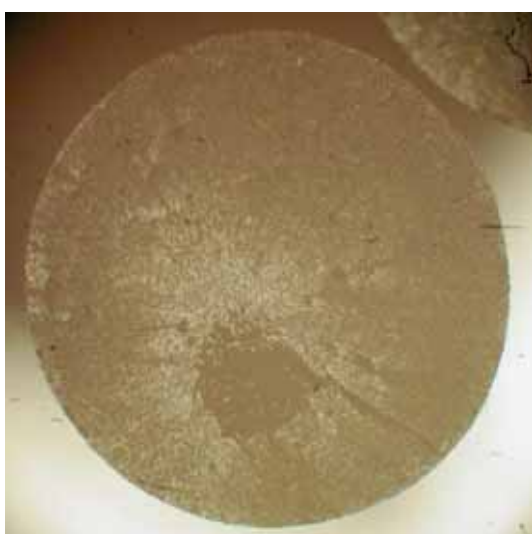
F56 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



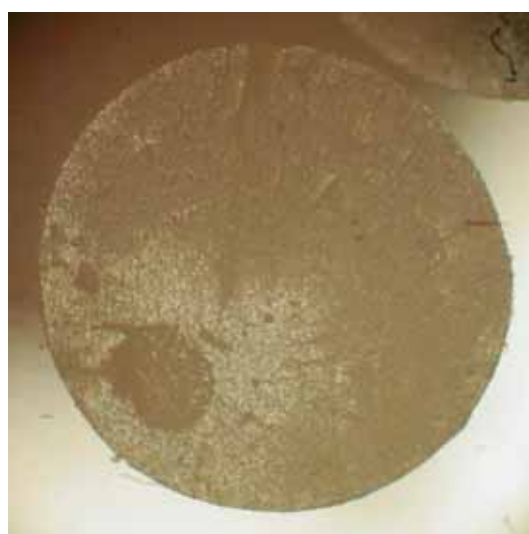
F57 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm



F58 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm

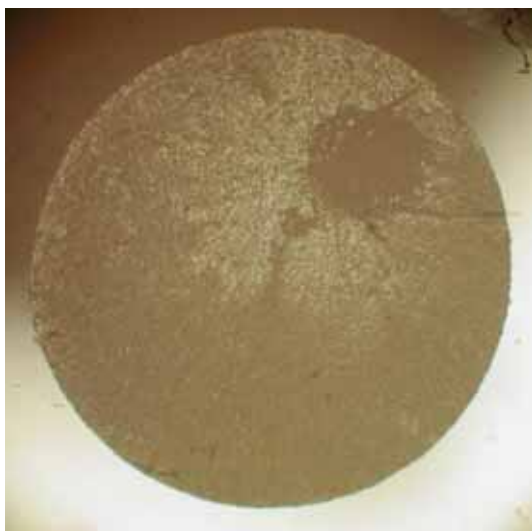


F59 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm

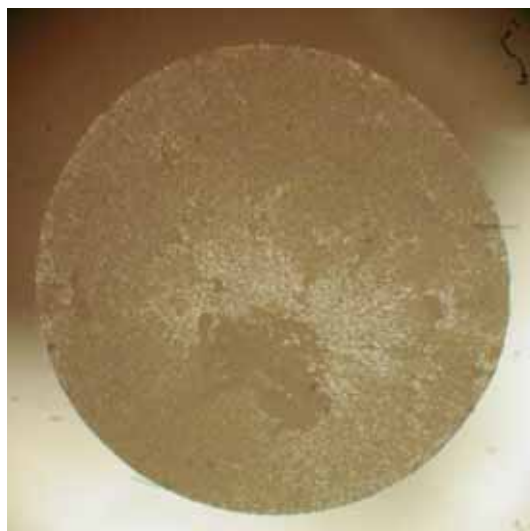


F60 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm





F61 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



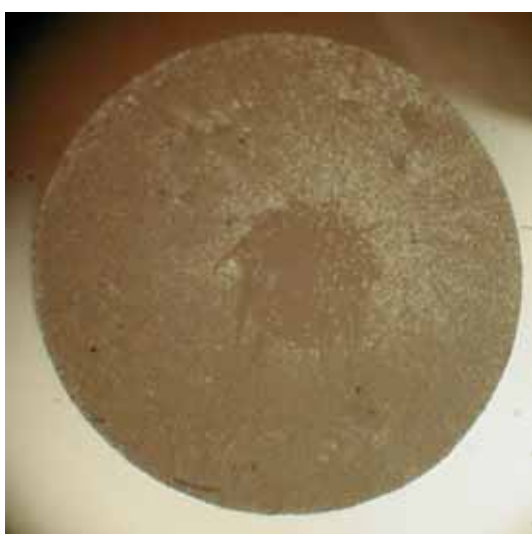
F62 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



F63 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



F64 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



F65 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm

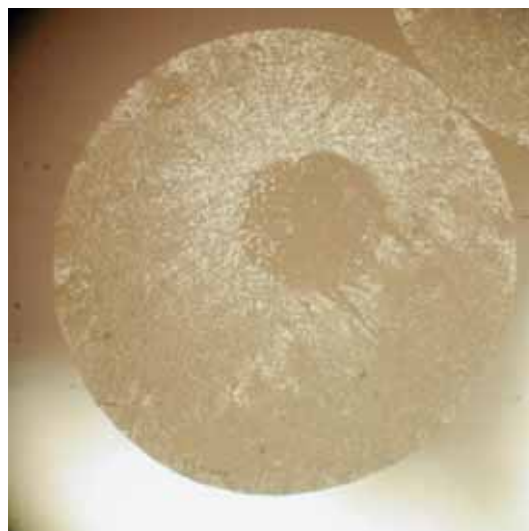


F66 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm

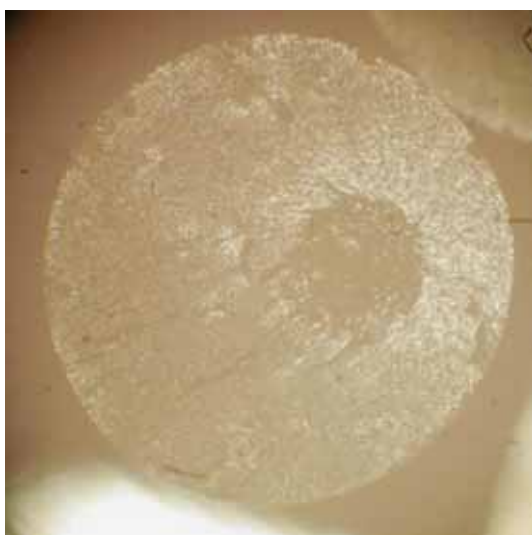




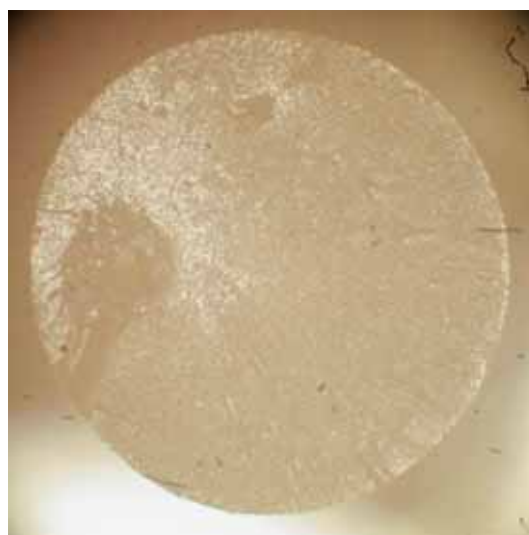
G1 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



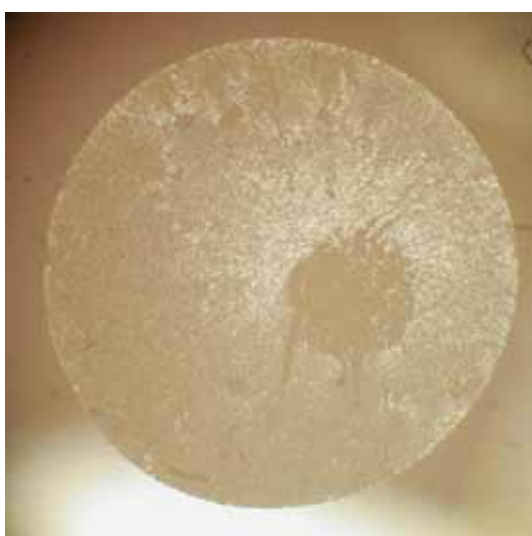
G2 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



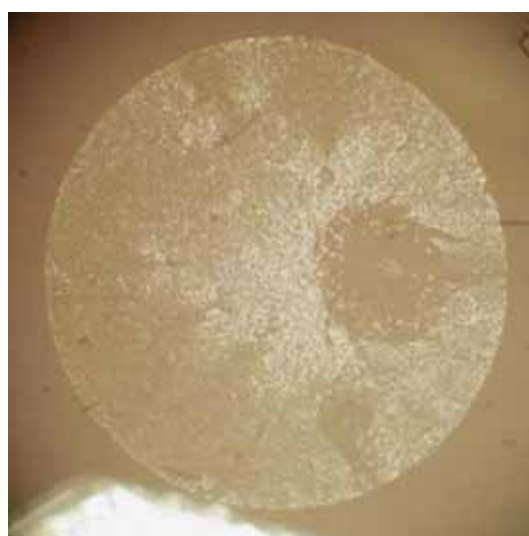
G3 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



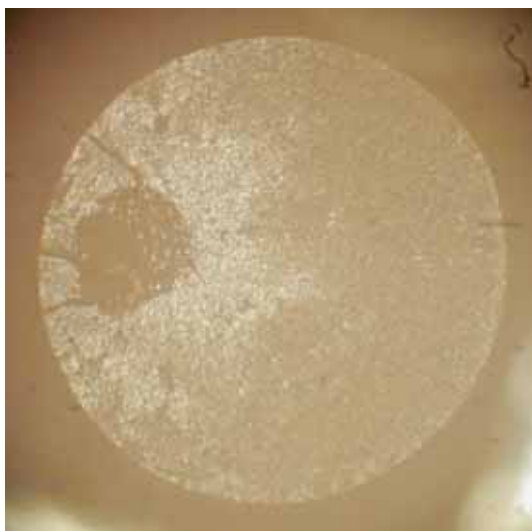
G4 - Diámetro de la fibra= 1.71 mm



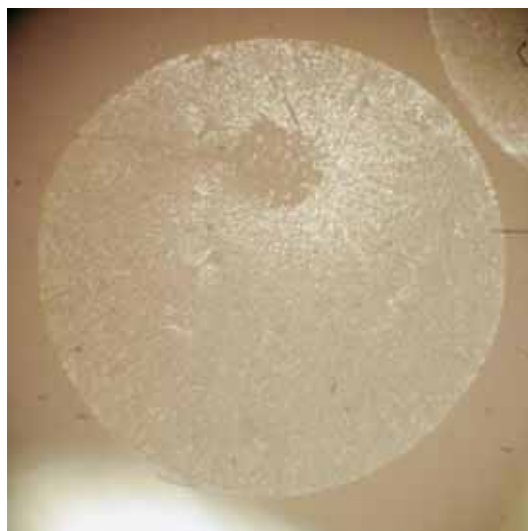
G5 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



G6 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



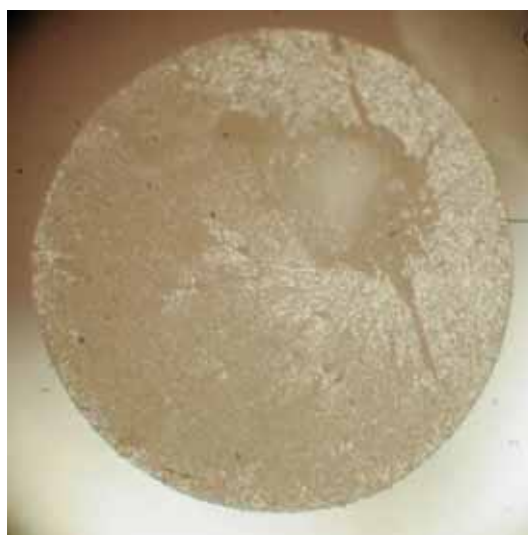
G7 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



G8 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



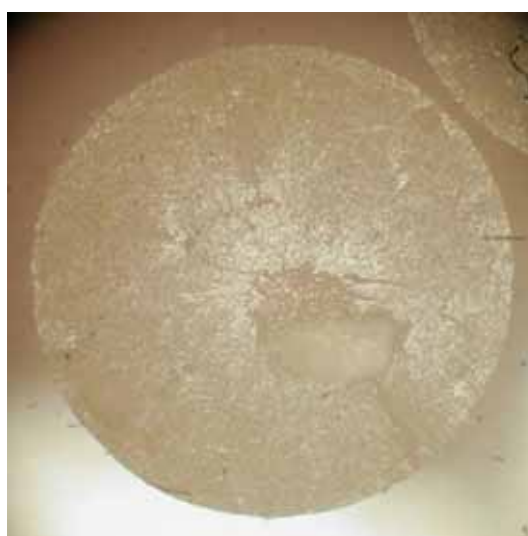
G9 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



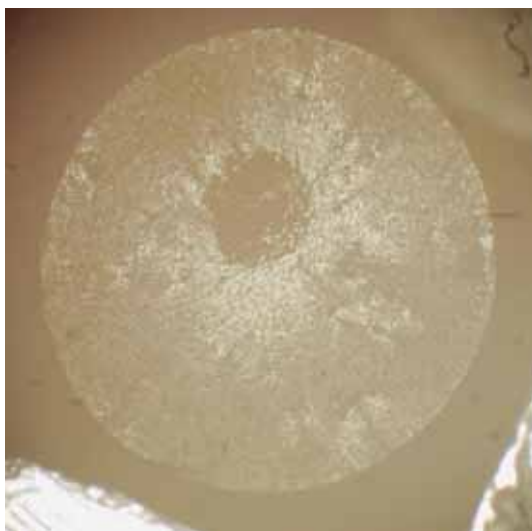
G10 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



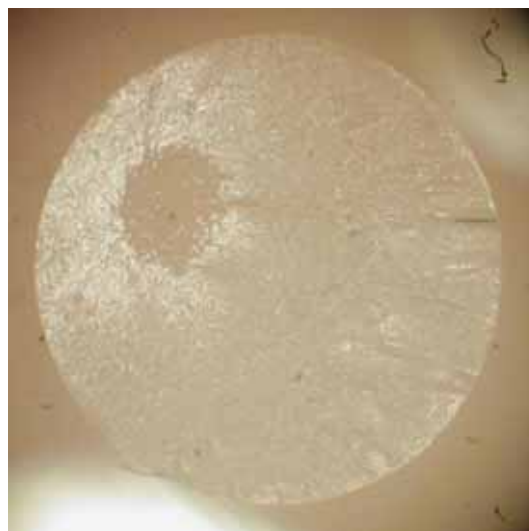
G11 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



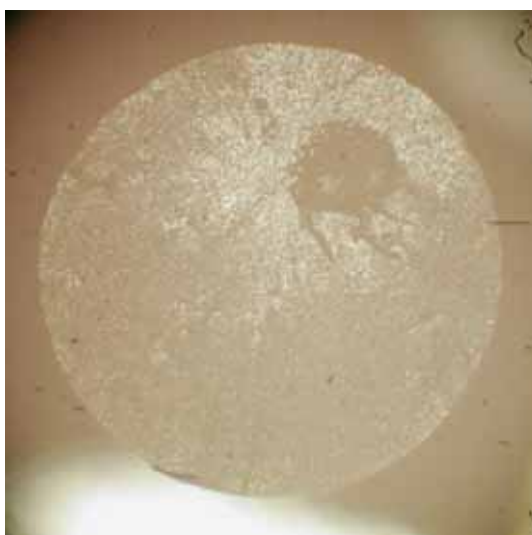
G12 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



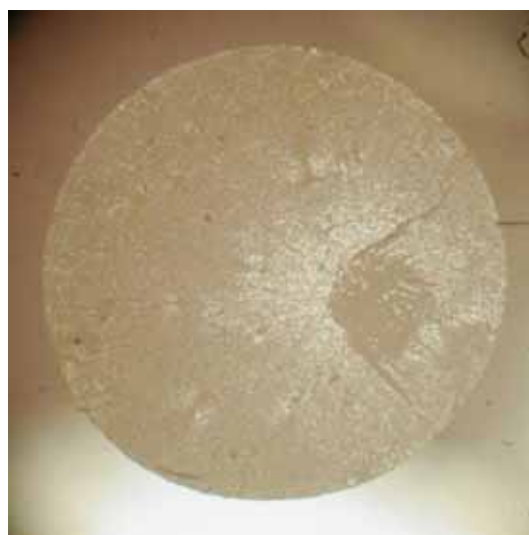
G13 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



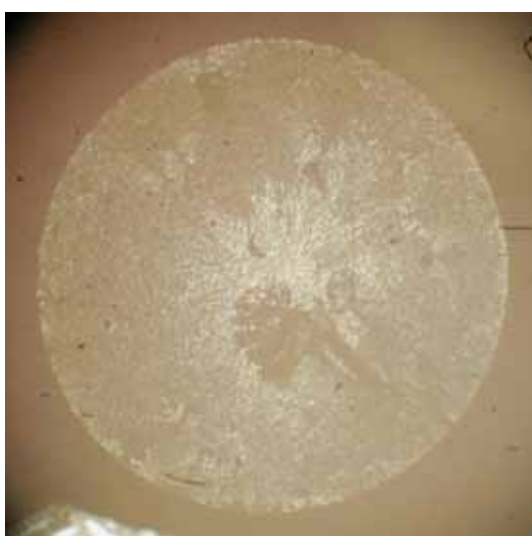
G14 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



G15 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



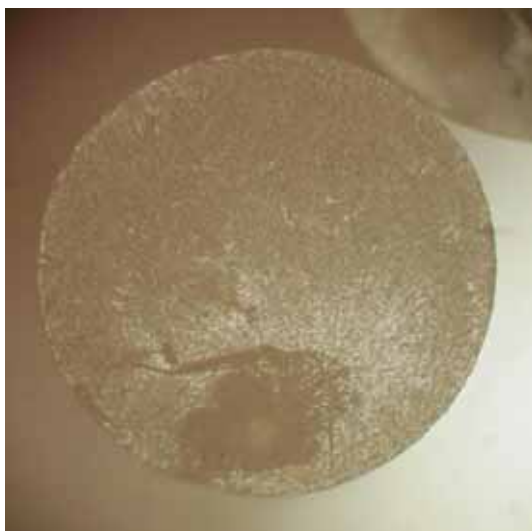
G16 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



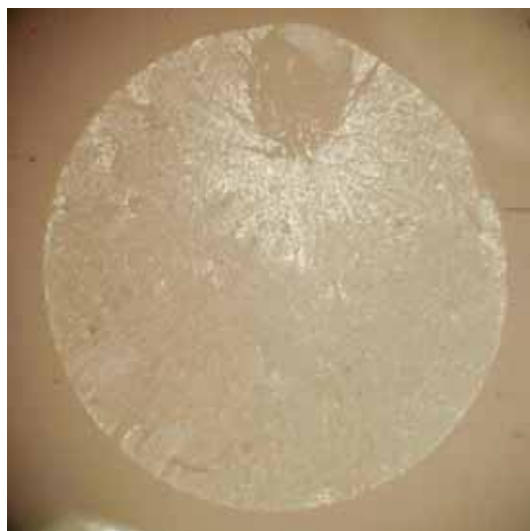
G17 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



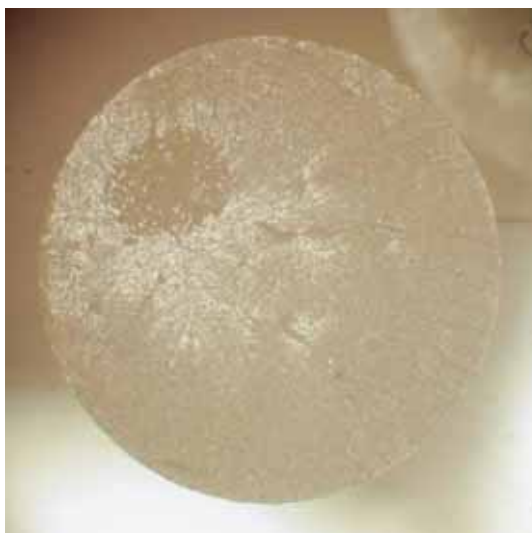
G18 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



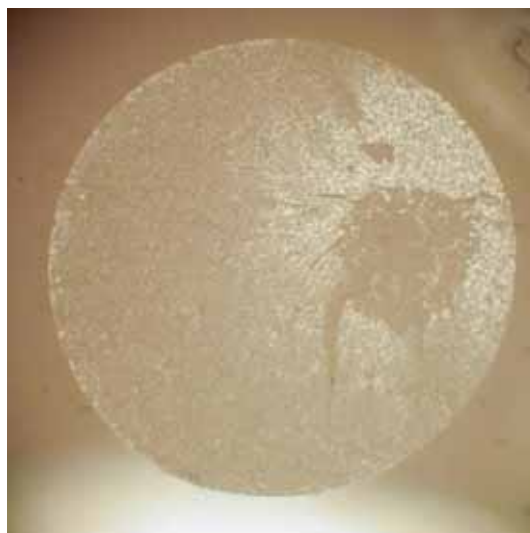
G19 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



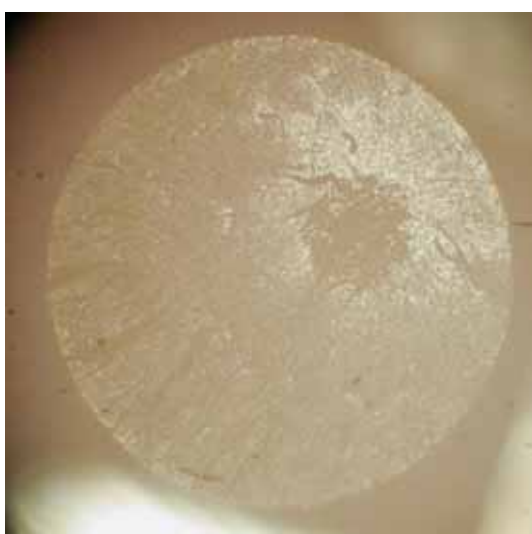
G20 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



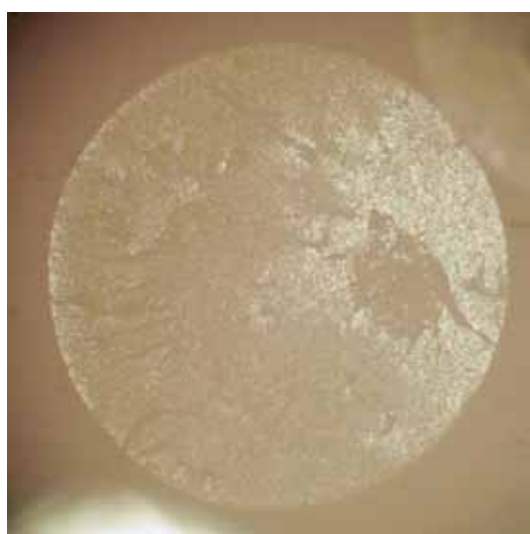
G21 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



G22 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm

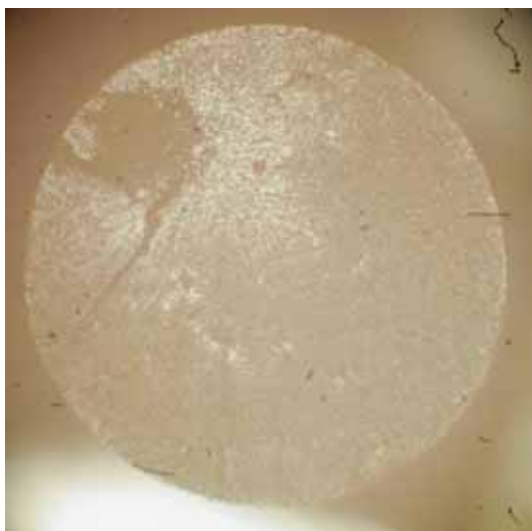


G23 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



G24 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm

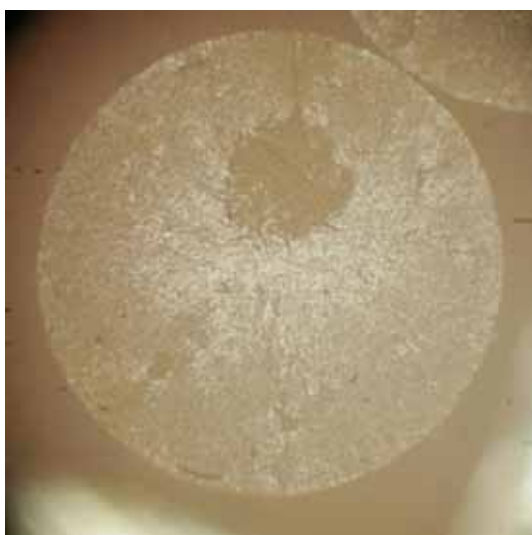




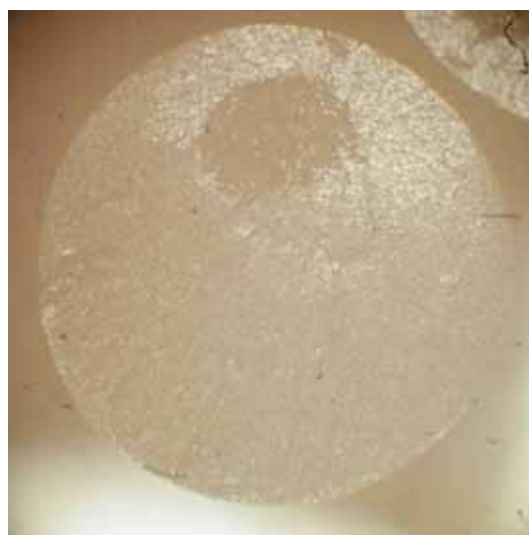
G25 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



G26 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



G27 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



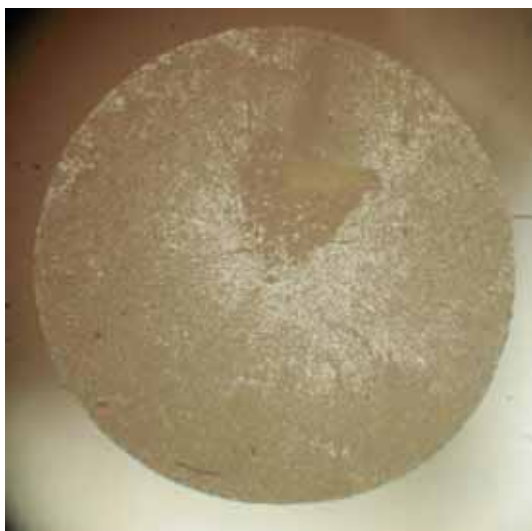
G28 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



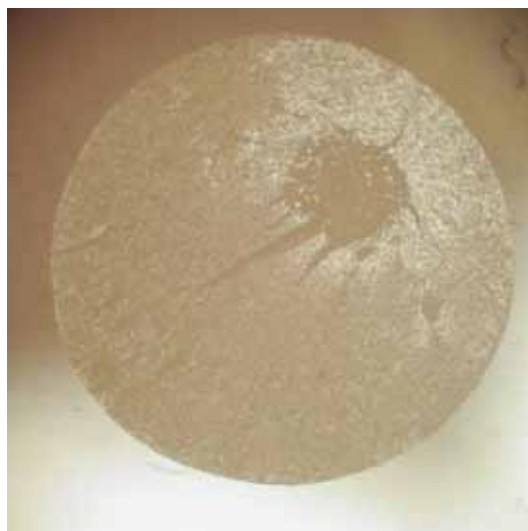
G29 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



G30 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



G31 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



G32 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



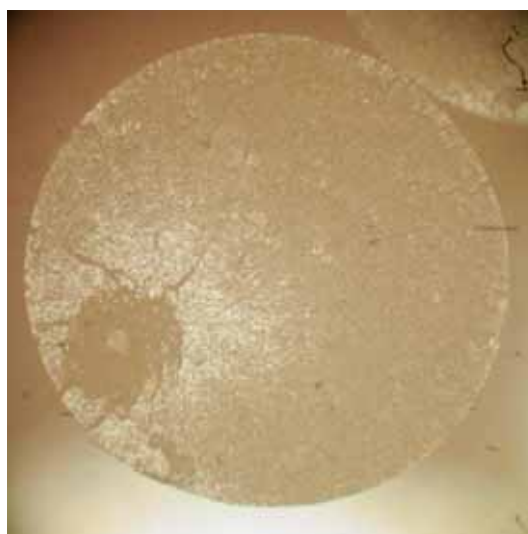
G33 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



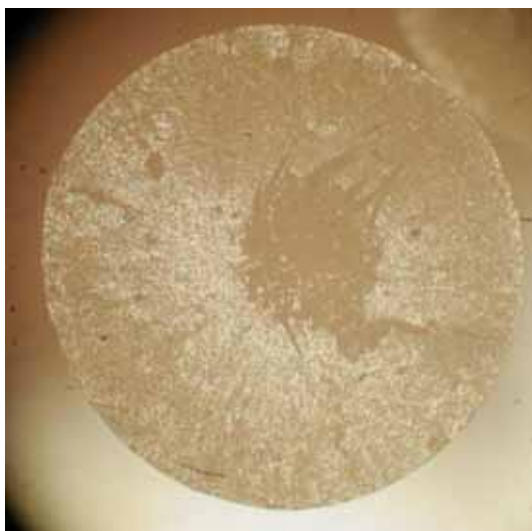
G34 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



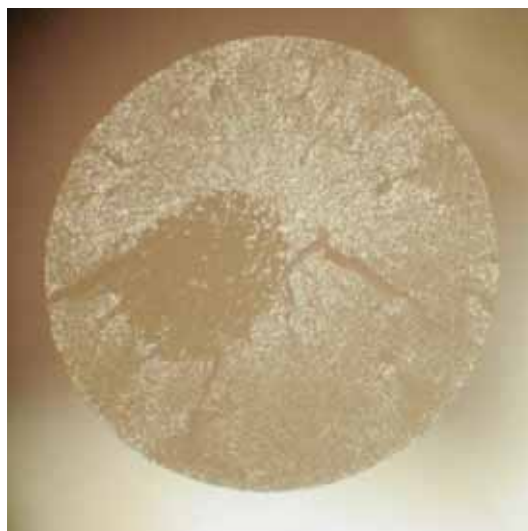
G35 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



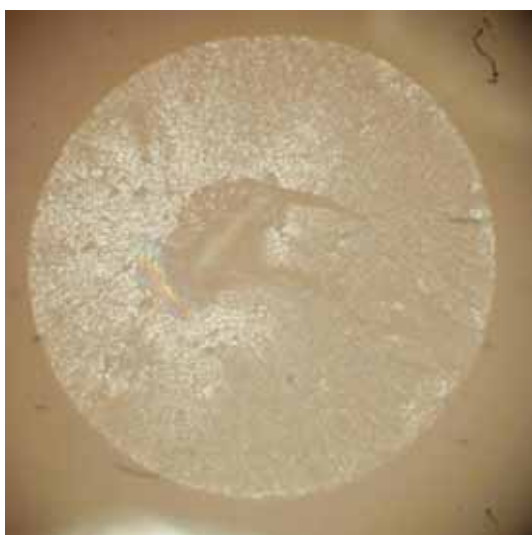
G36 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



G37 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm



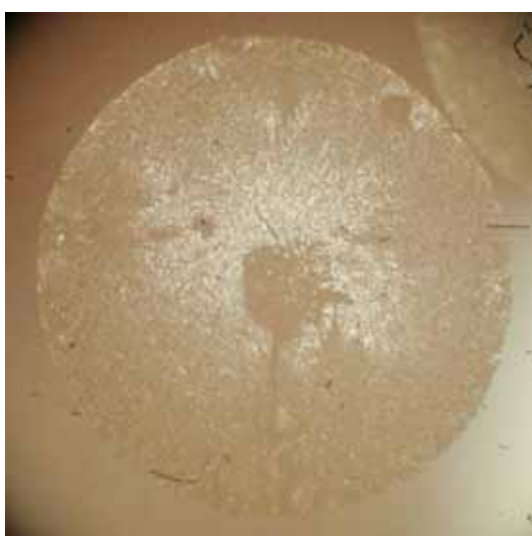
G38 - Diámetro de la fibra= 1.6 mm



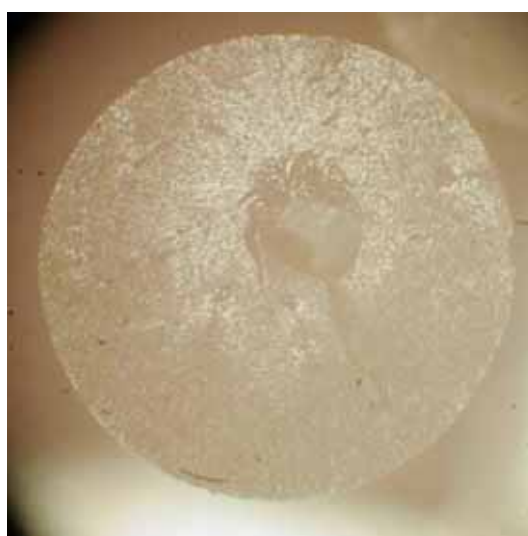
G39 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



G40 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



G41 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm

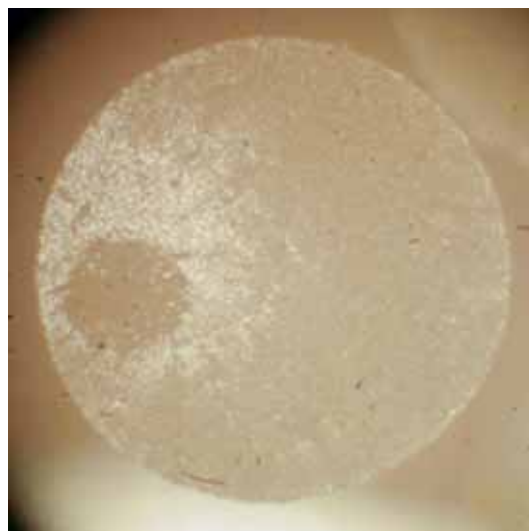


G42 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm





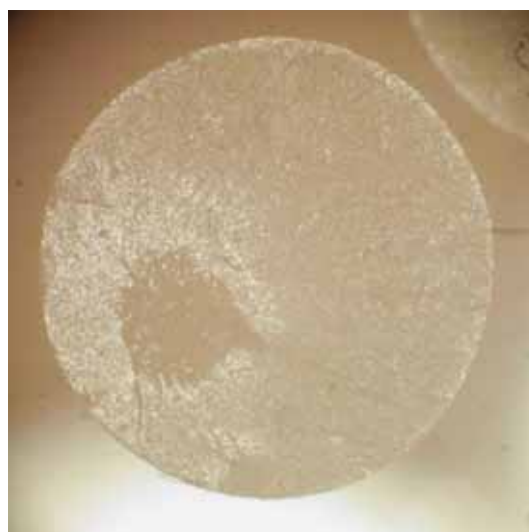
G43 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



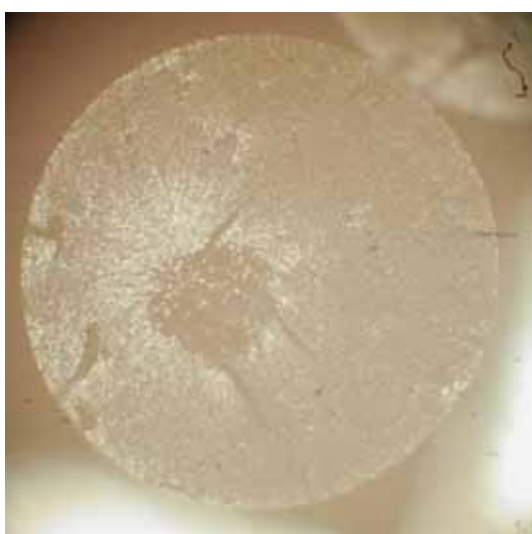
G44 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



G45 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



G46 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm

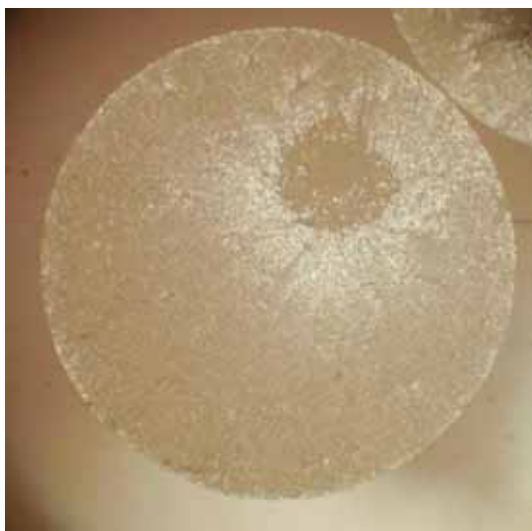


G47 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm

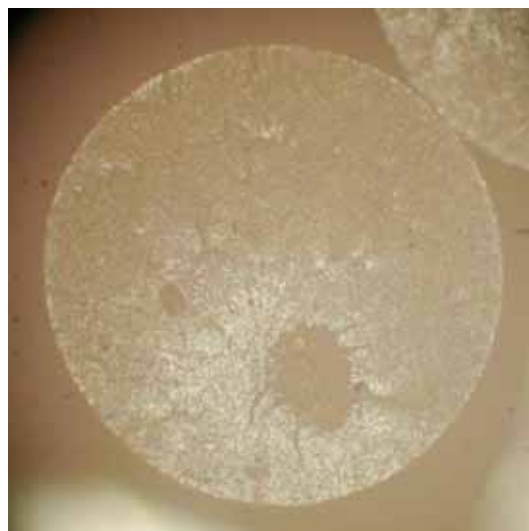


G48 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm

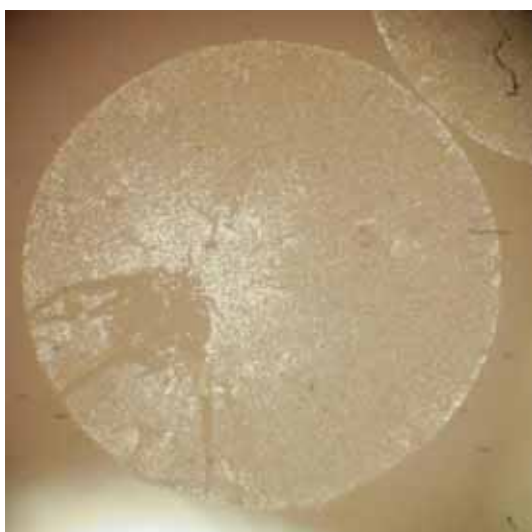




G49 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



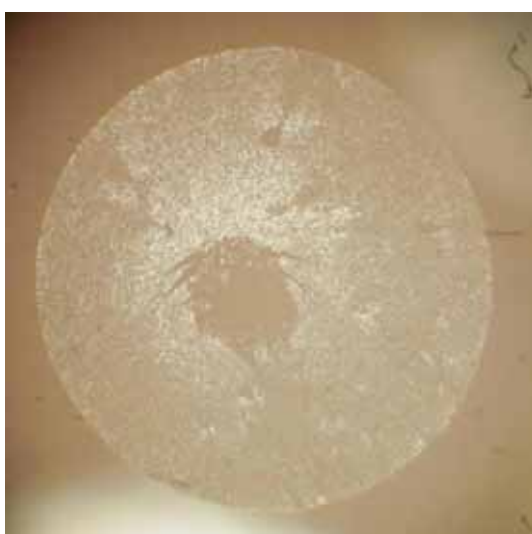
G50 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



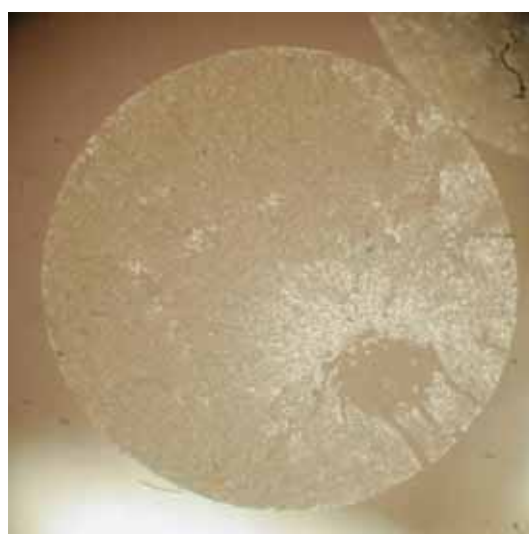
G51 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



G52 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



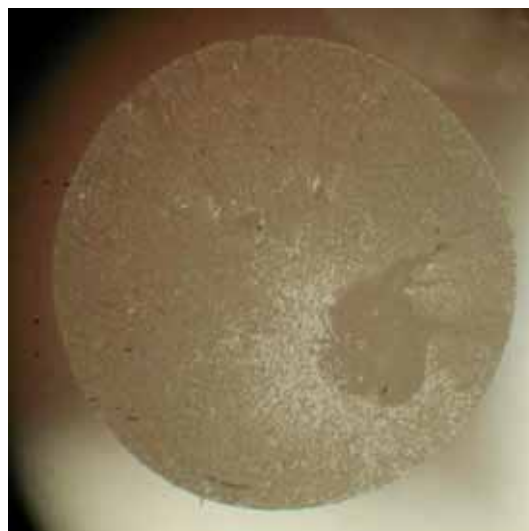
G53 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



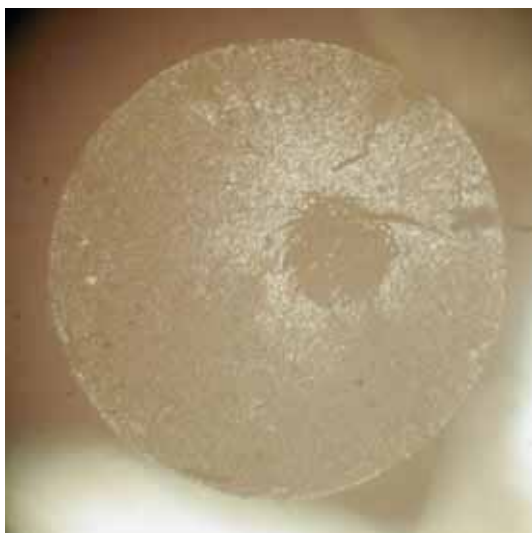
G54 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



G55 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



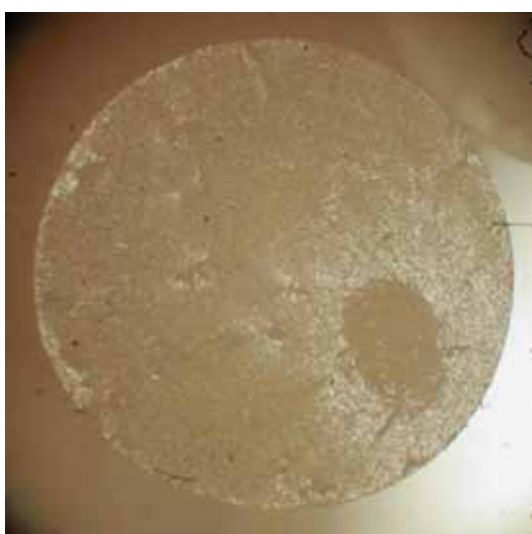
G56 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



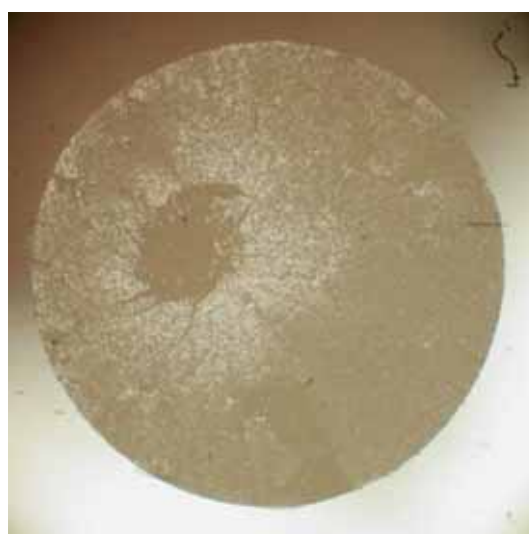
G57 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



G58 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



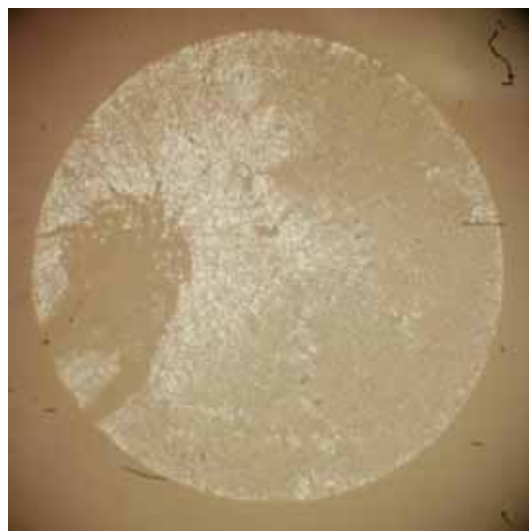
G59 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



G60 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



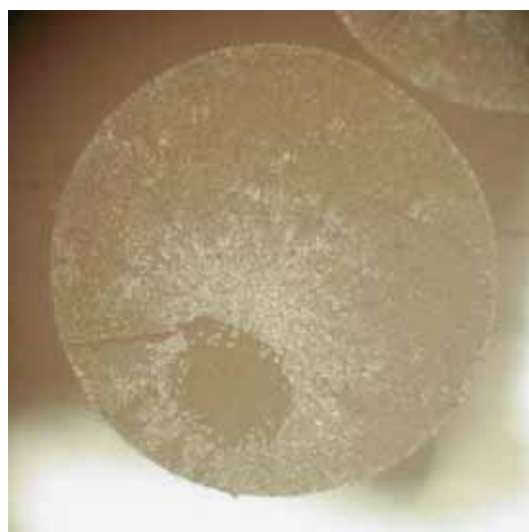
G61 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



G62 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



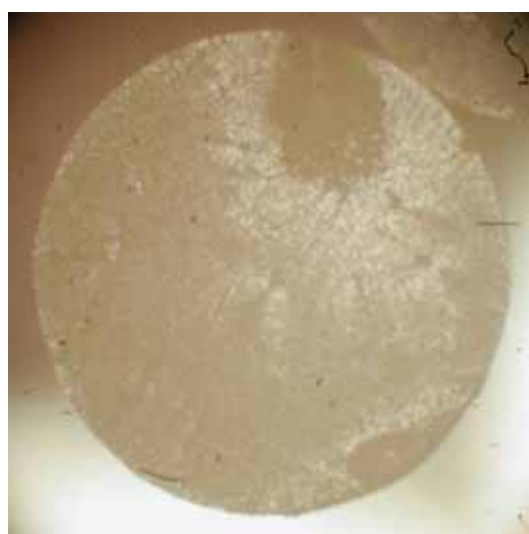
G63 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



G64 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm



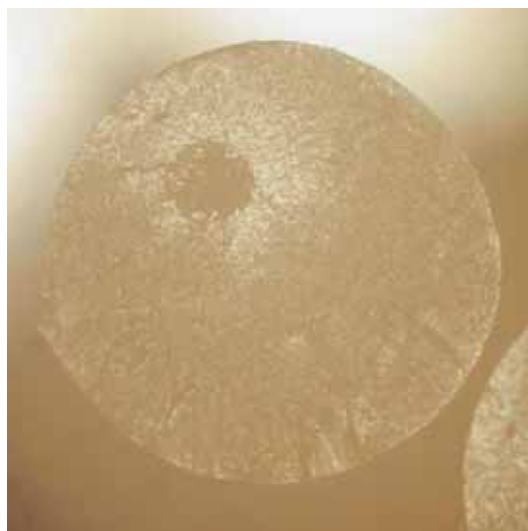
G65 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



G66 - Diámetro de la fibra= 1.7 mm



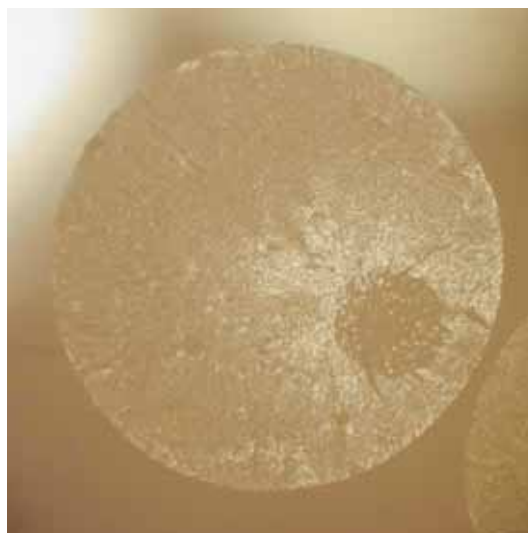
H1 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



H2 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



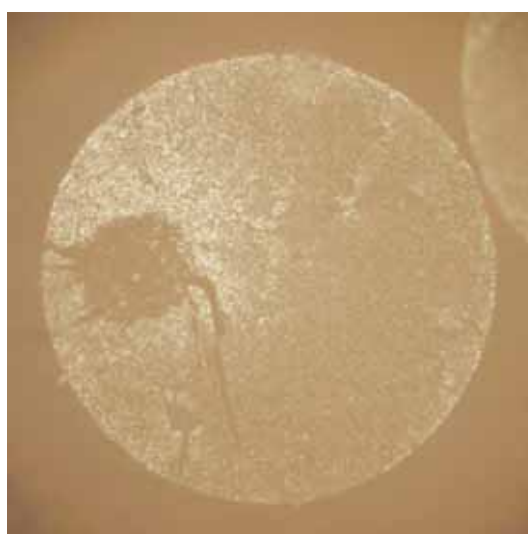
H3 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



H4 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm

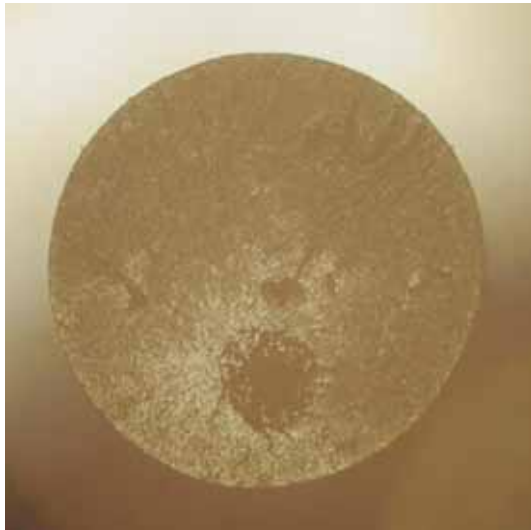


H5 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm

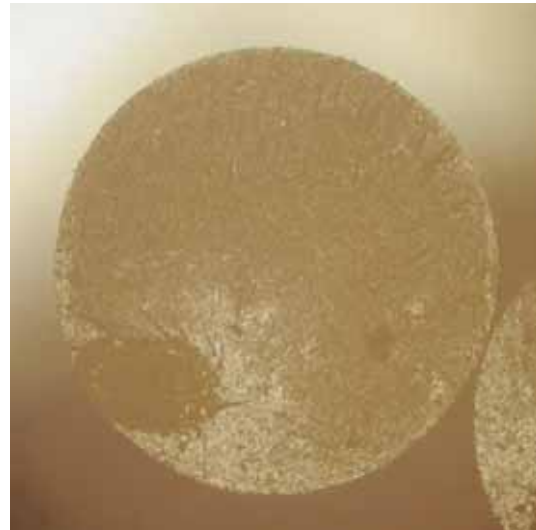


H6 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm





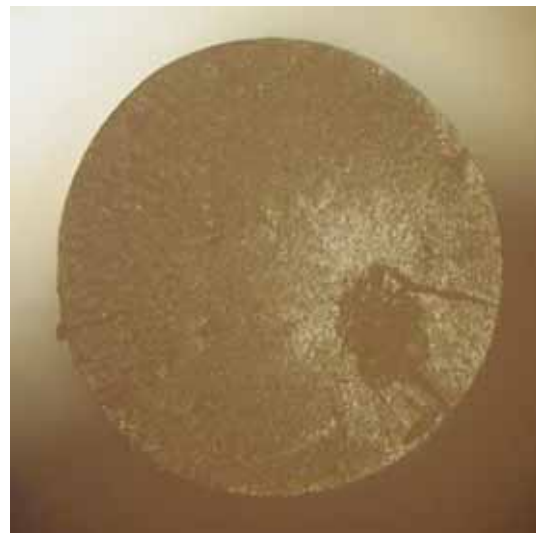
H7 - Diámetro de la fibra= 1.61 mm



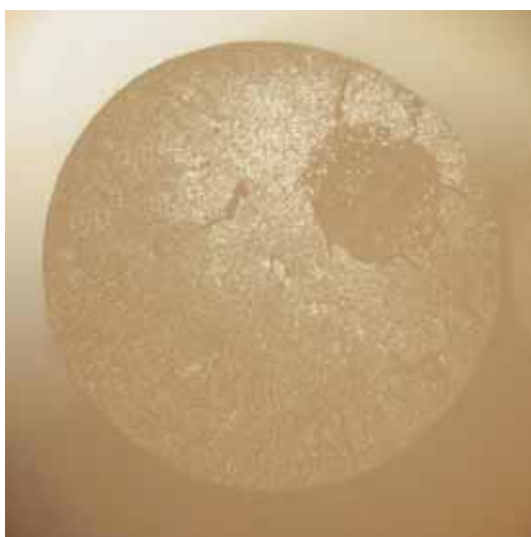
H8 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



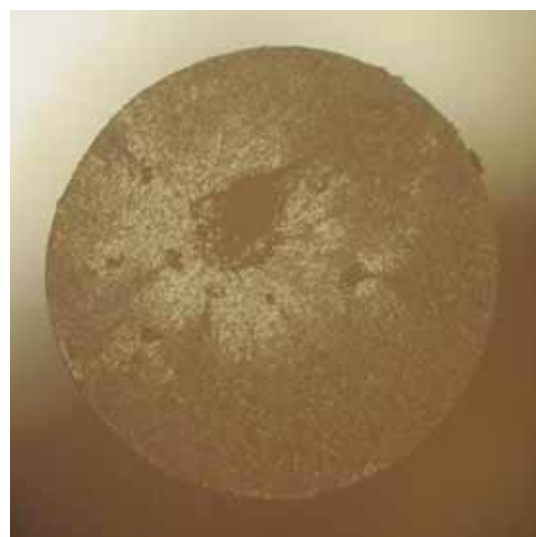
H9 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



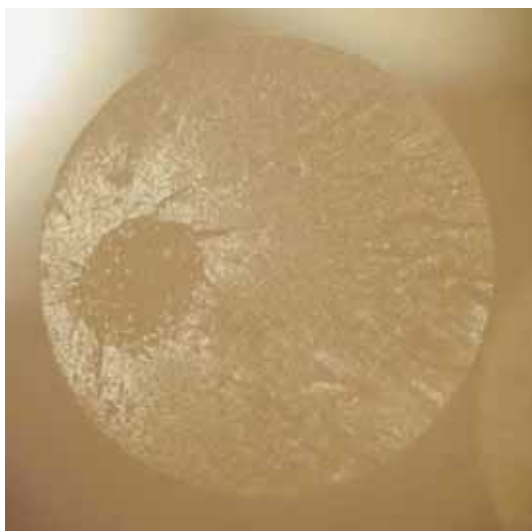
H10 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



H11 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



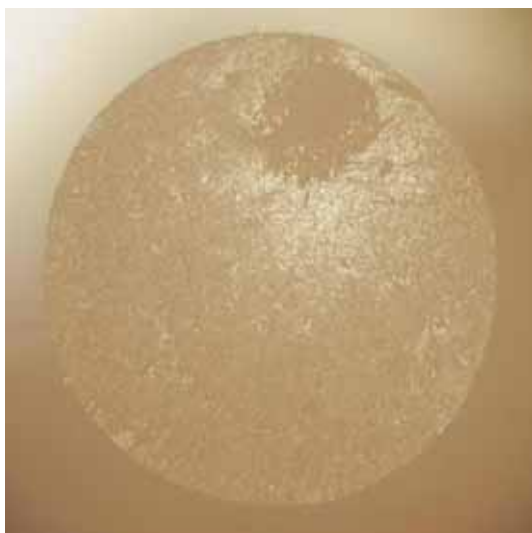
H12 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



H13 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



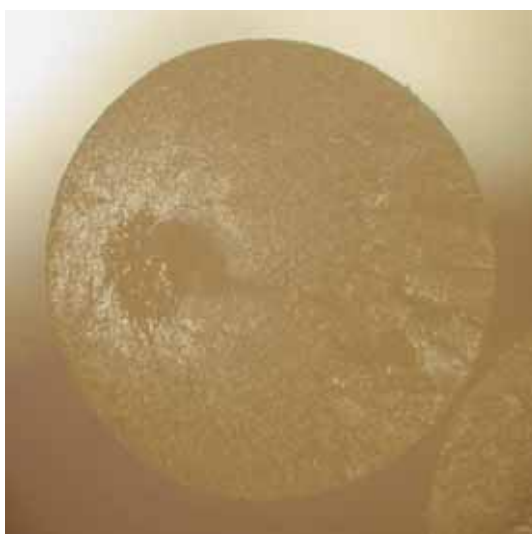
H14 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



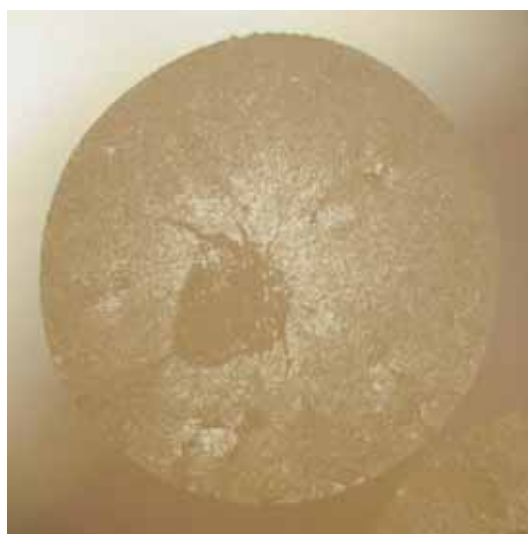
H15 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



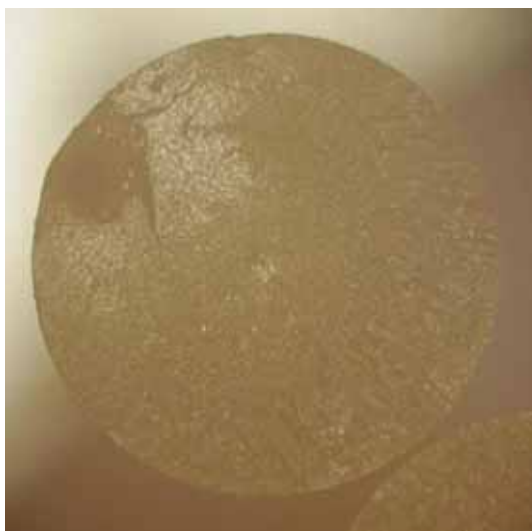
H16 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



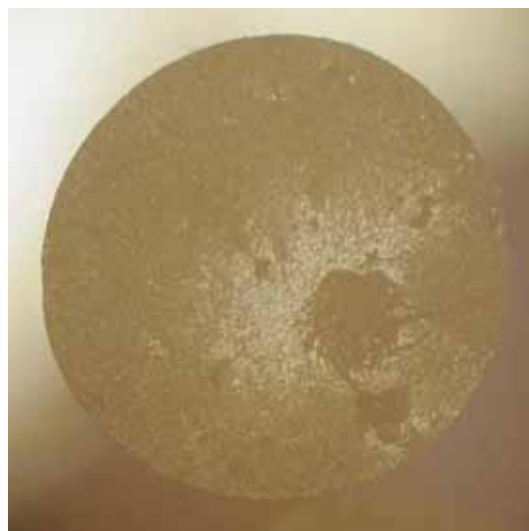
H17 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



H18 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



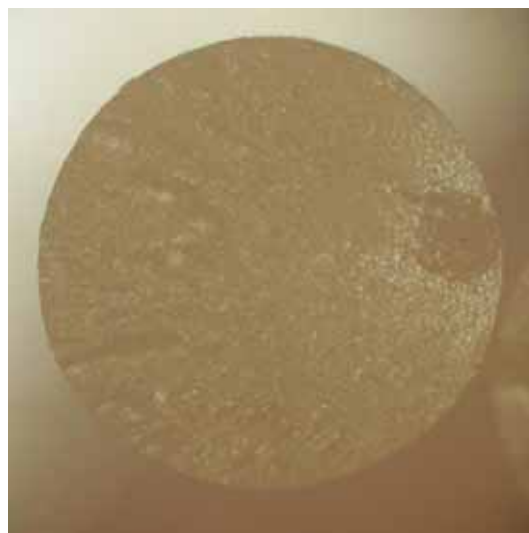
H19 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



H20 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



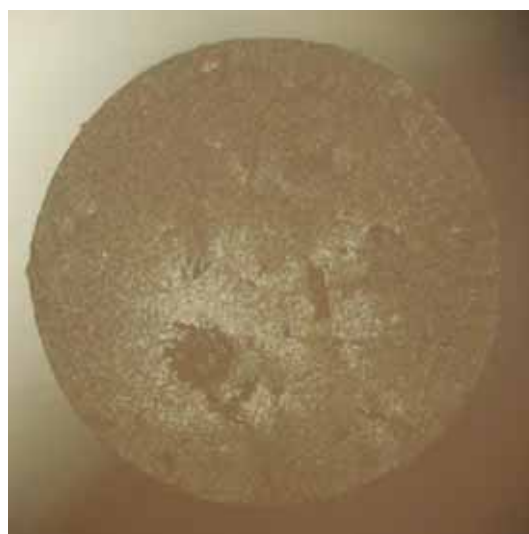
H21 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



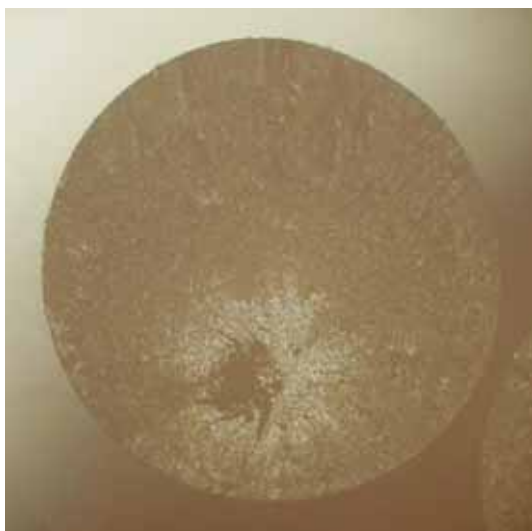
H22 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



H23 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



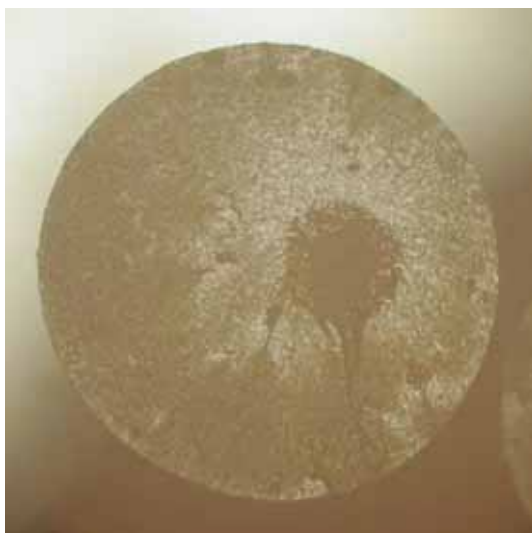
H24 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



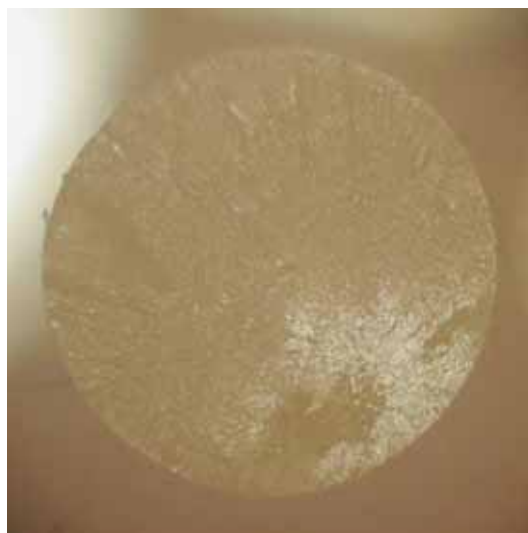
H25 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



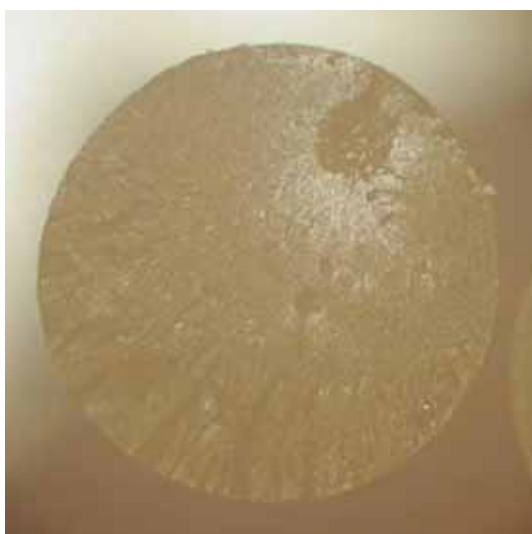
H26 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



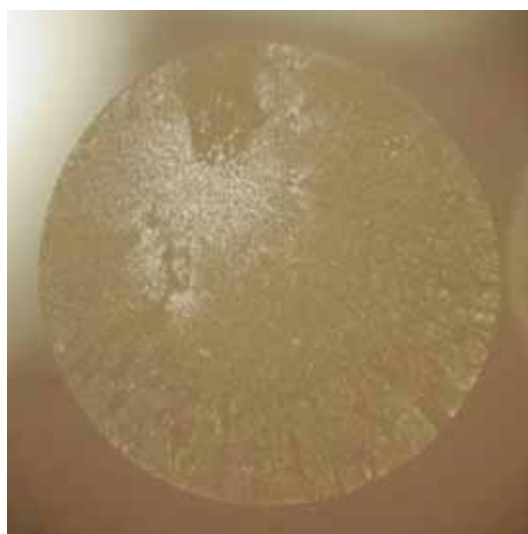
H27 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



H28 - Diámetro de la fibra= 1.59 mm

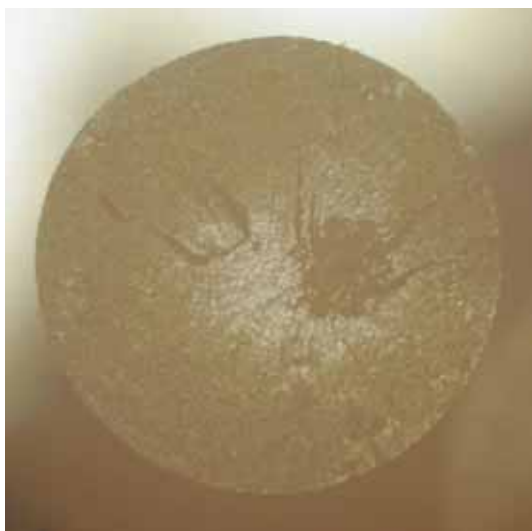


H29 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



H30 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm

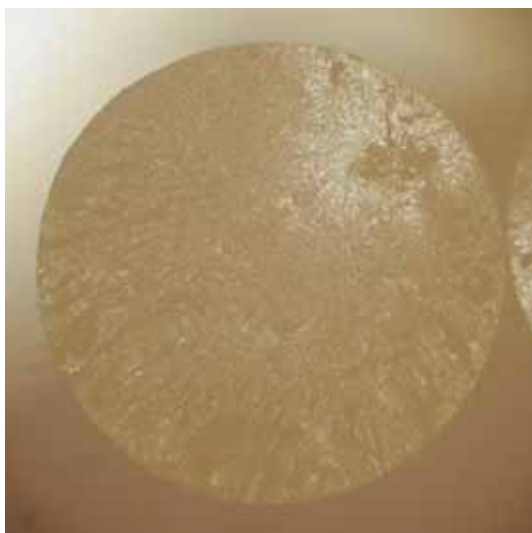




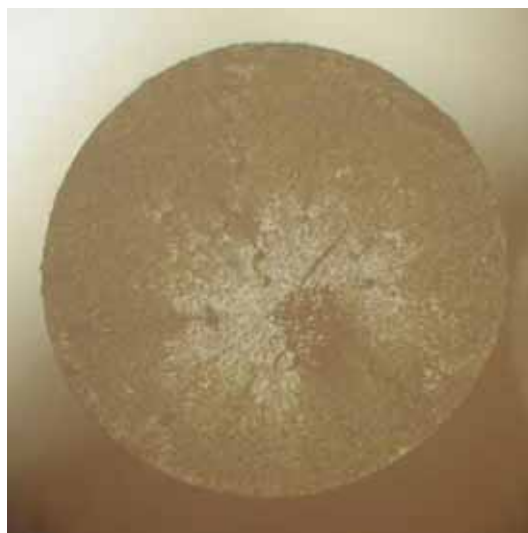
H31 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



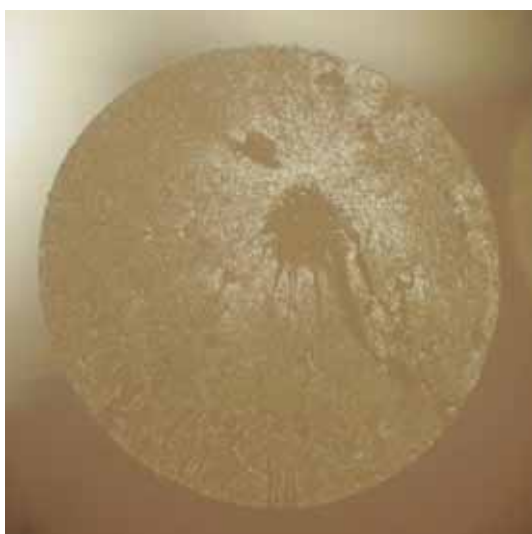
H32 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



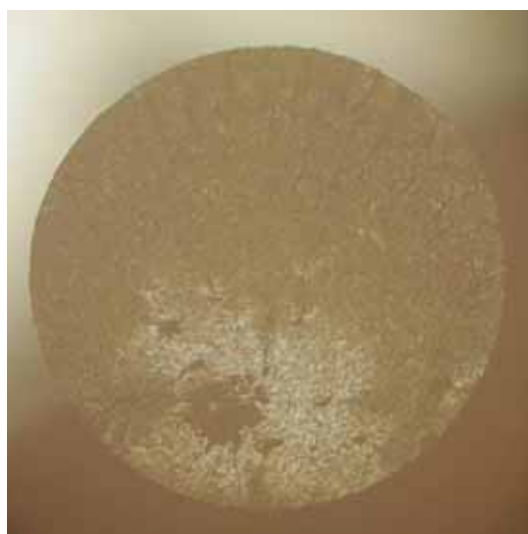
H33 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



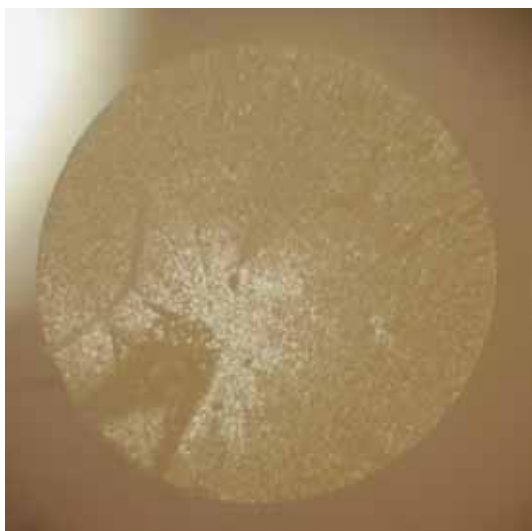
H34 - Diámetro de la fibra= 1.64 mm



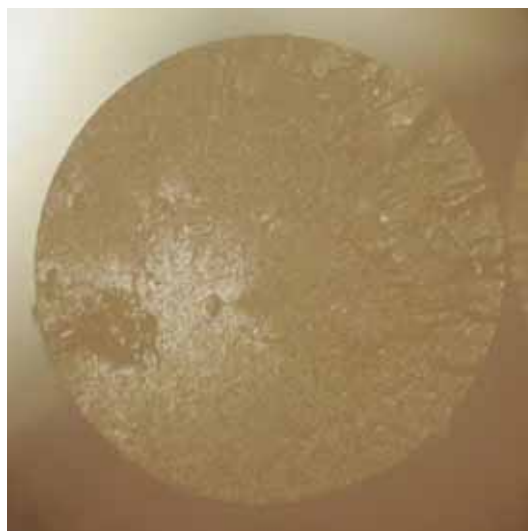
H35 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



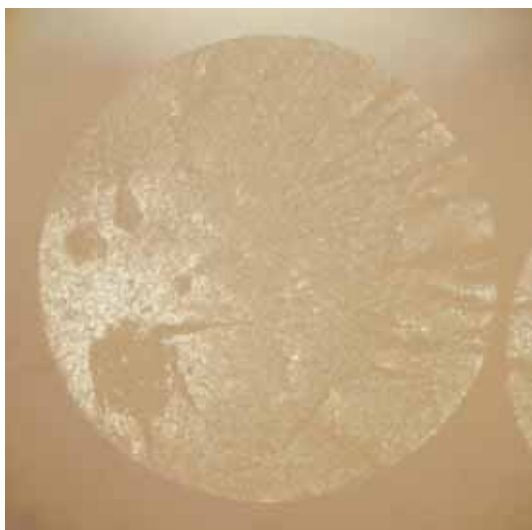
H36 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



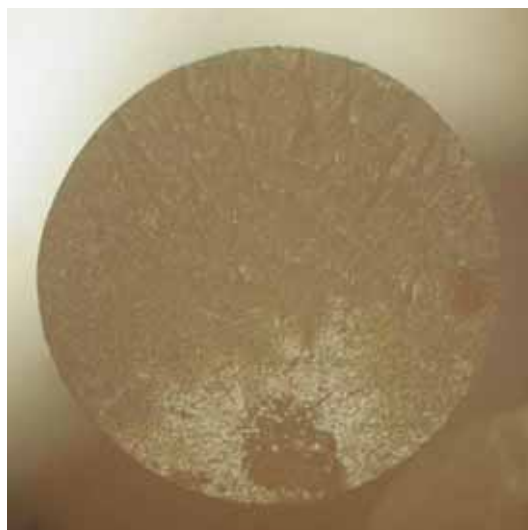
H37 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



H38 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



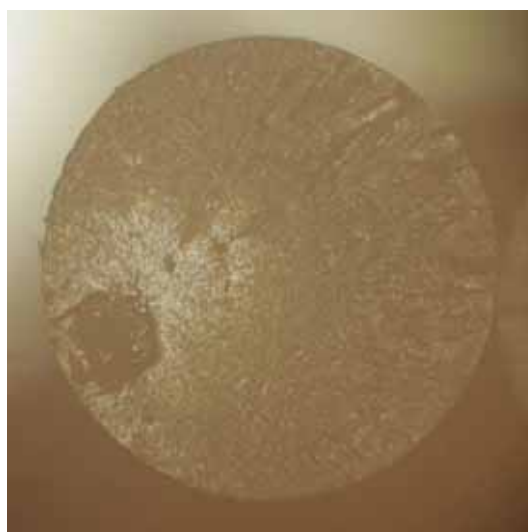
H39 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



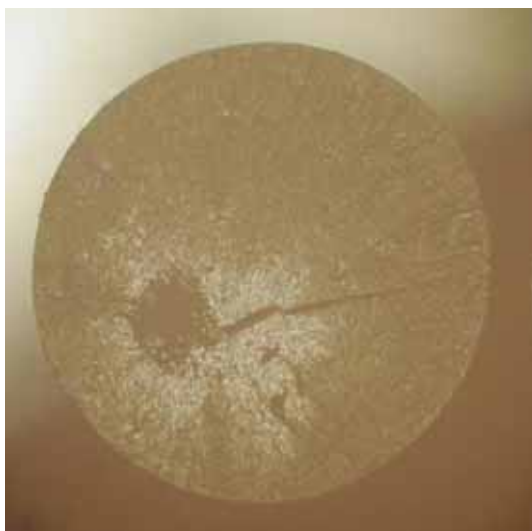
H40 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



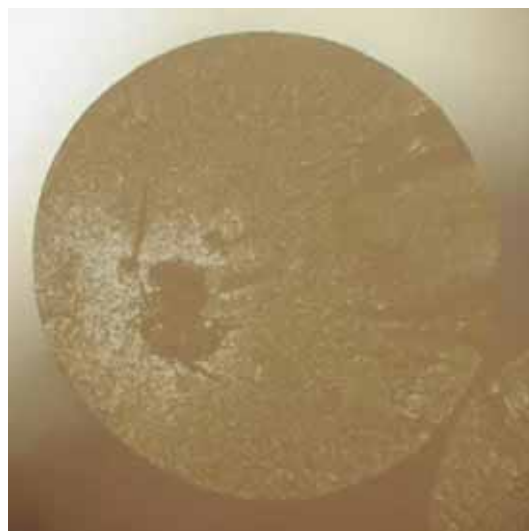
H41 - Diámetro de la fibra= 1.63 mm



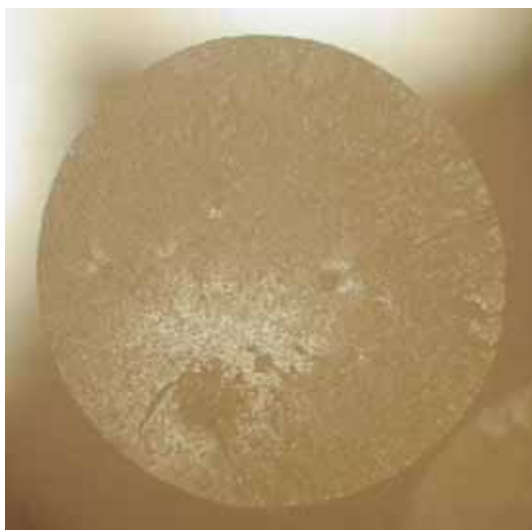
H42 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



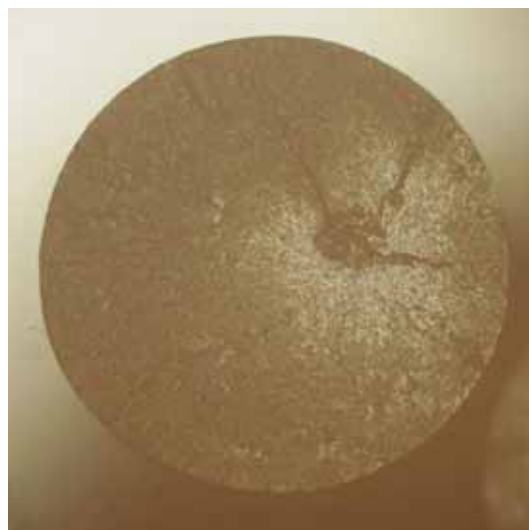
H43 - Diámetro de la fibra= 1.62 mm



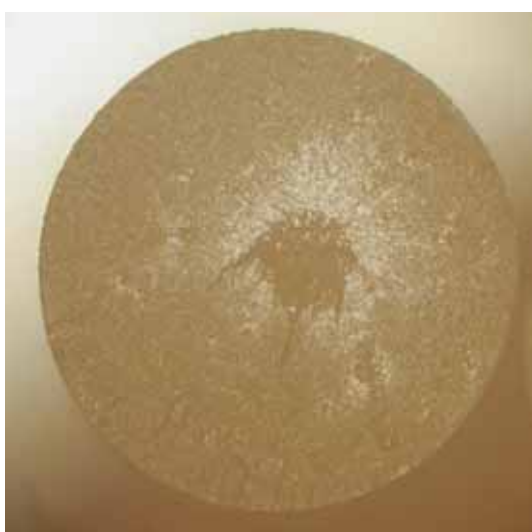
H44 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



H45 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



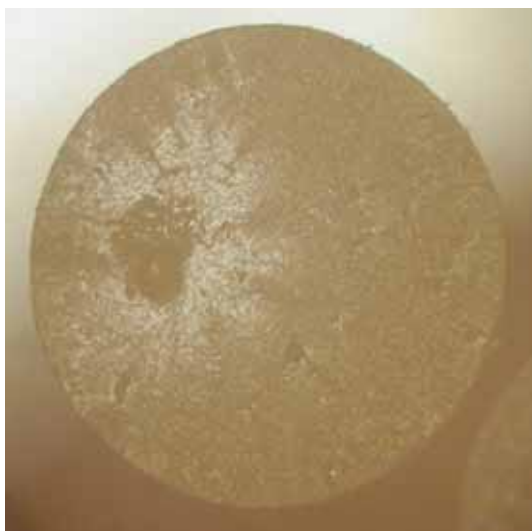
H46 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



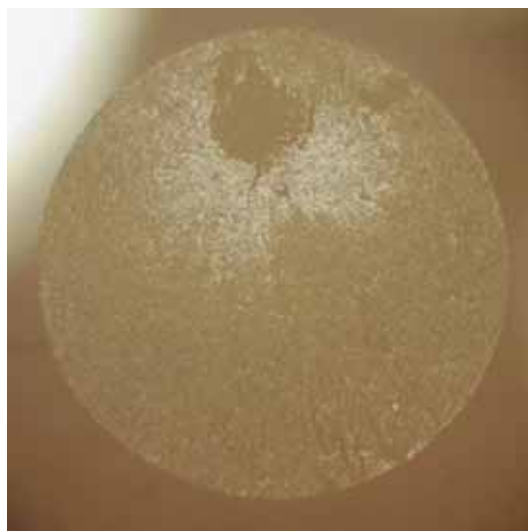
H47 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



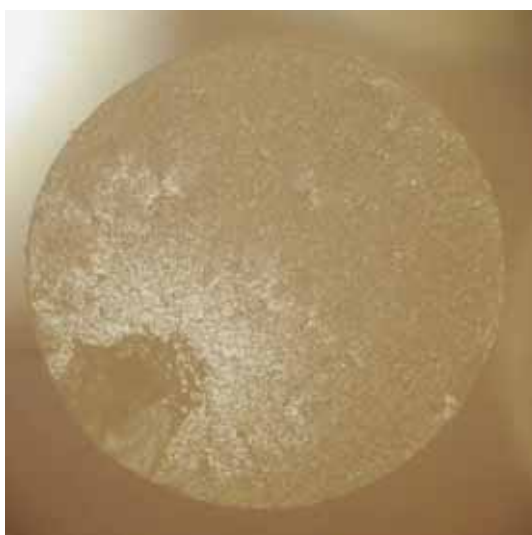
H48 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



H49 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



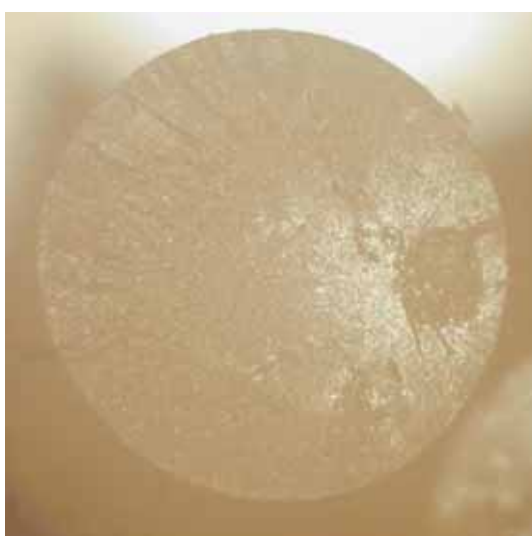
H50 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



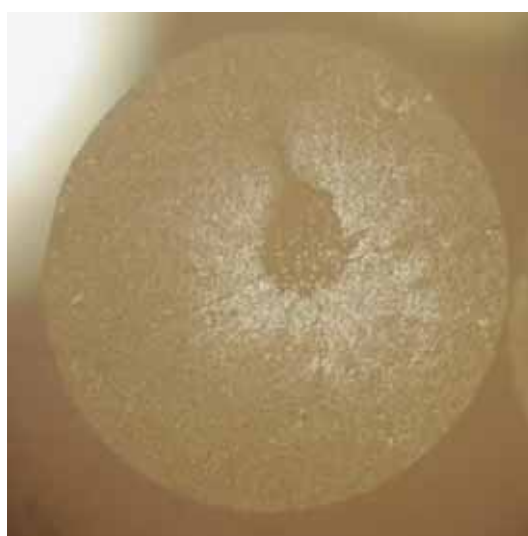
H51 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm



H52 - Diámetro de la fibra= 1.68 mm

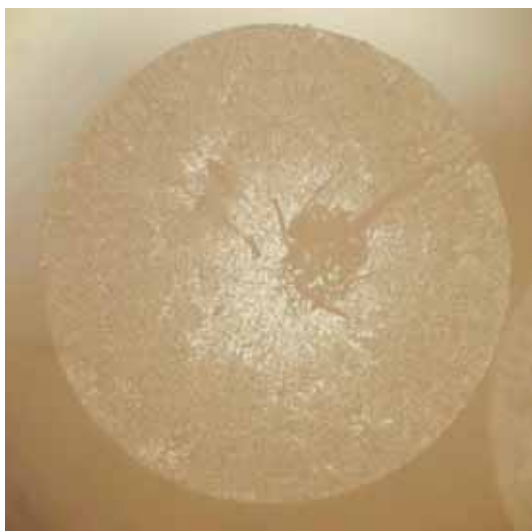


H53 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



H54 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm

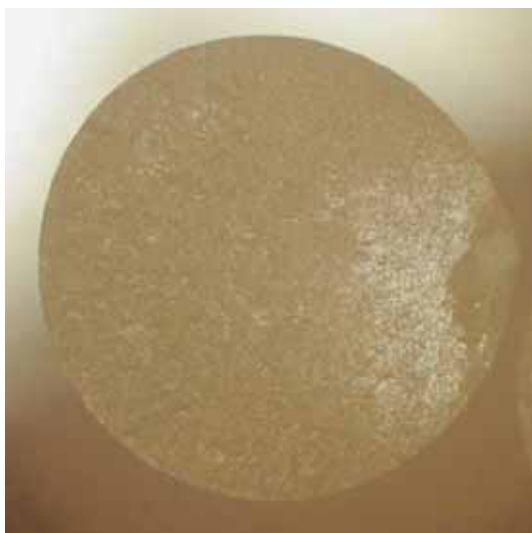




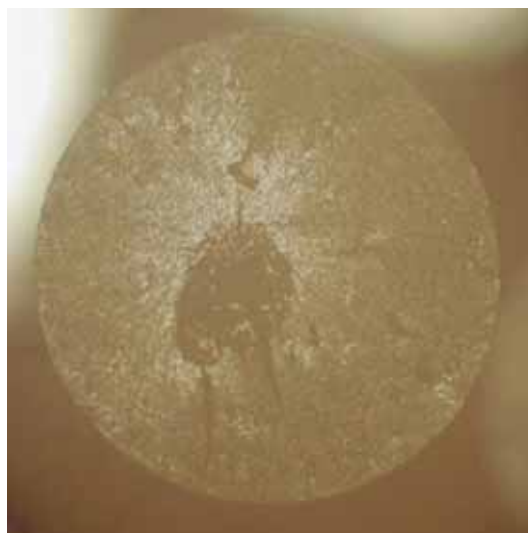
H55 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



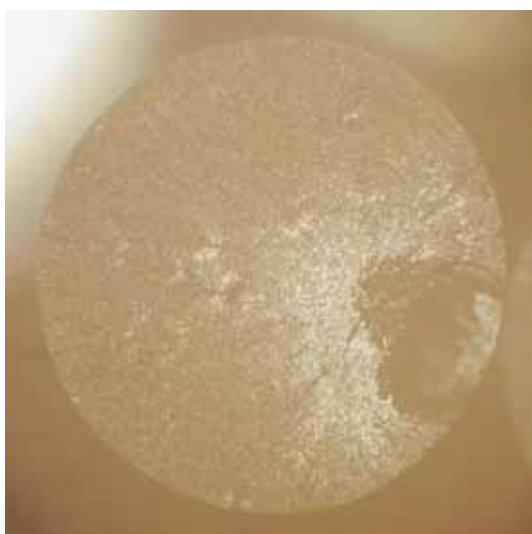
H56 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



H57 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



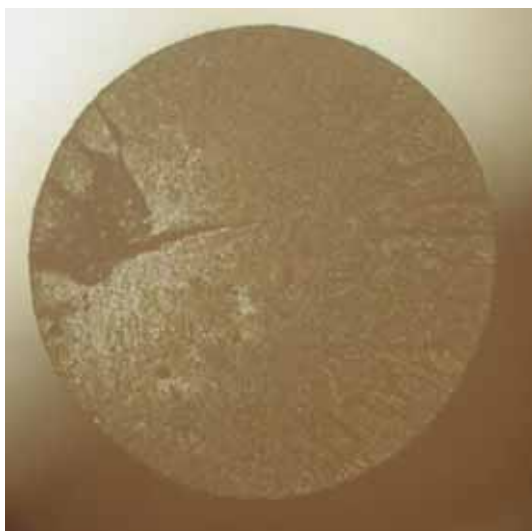
H58 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



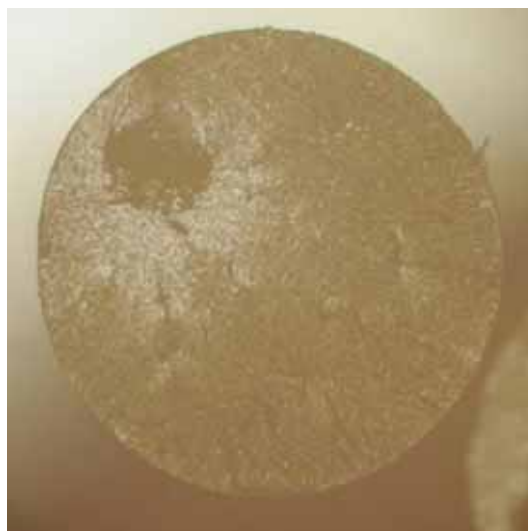
H59 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



H60 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm



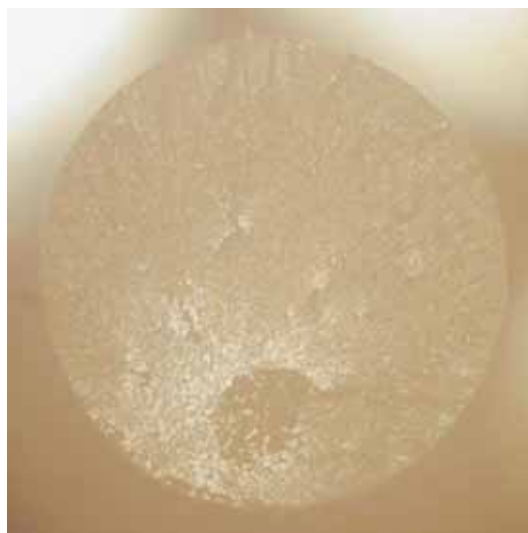
H61 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



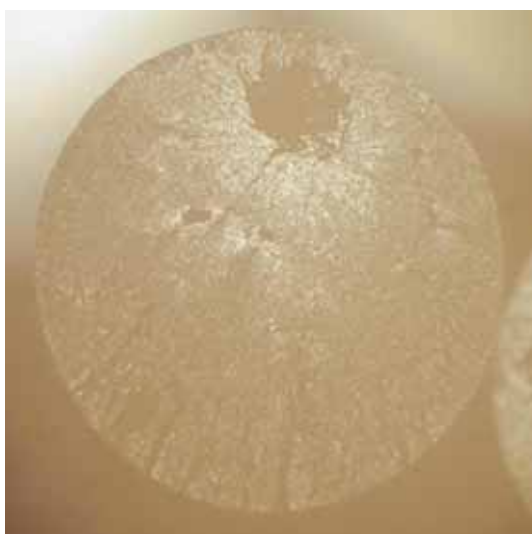
H62 - Diámetro de la fibra= 1.65 mm



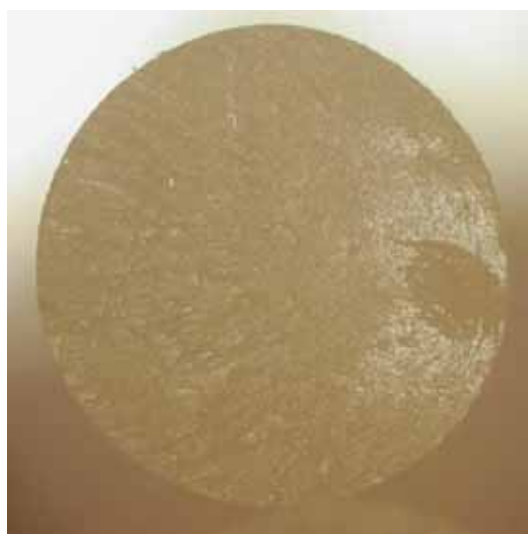
H63 - Diámetro de la fibra= 1.66 mm



H64 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



H65 - Diámetro de la fibra= 1.67 mm



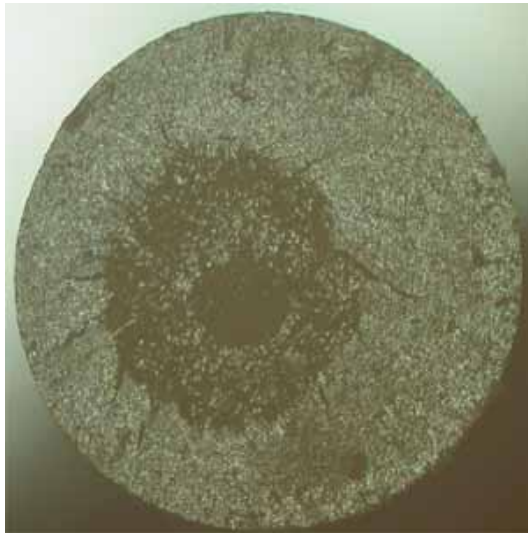
H66 - Diámetro de la fibra= 1.69 mm

# APÉNDICE C

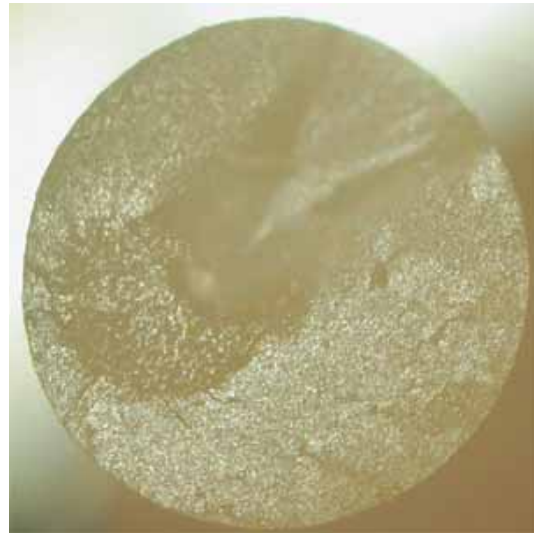
## **Superficies de fractura de fibras de sémola sometidas a fatiga**



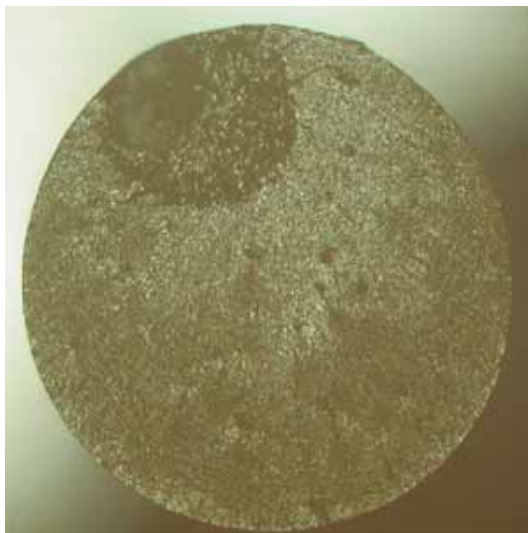




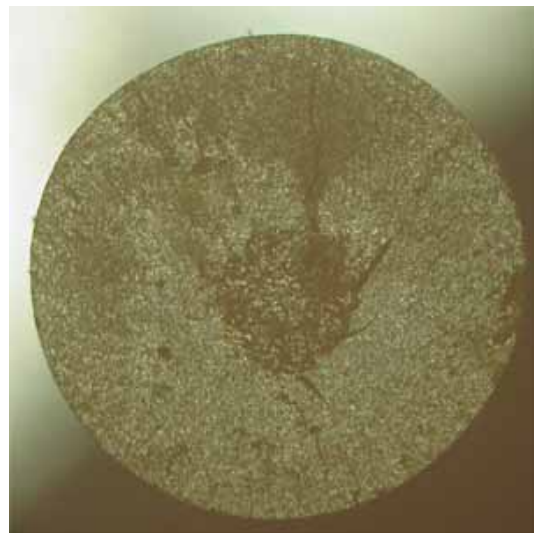
Fatiga1 - Diámetro = 1.66 mm



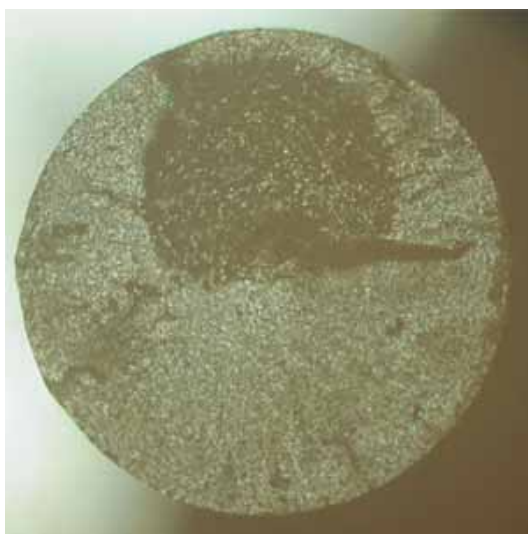
Fatiga2 - Diámetro = 1.61 mm



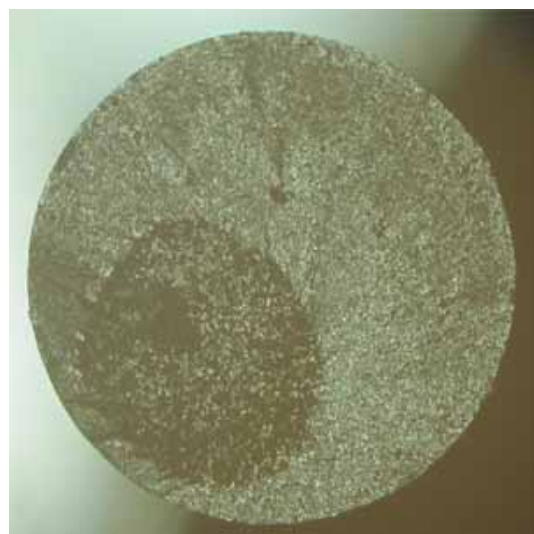
Fatiga3 - Diámetro = 1.63 mm



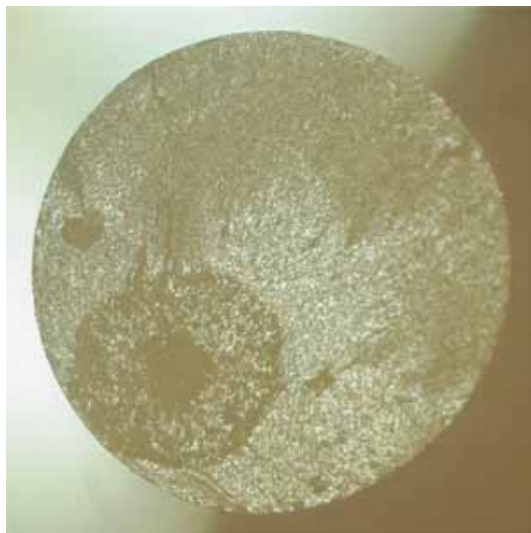
Fatiga4 - Diámetro = 1.65 mm



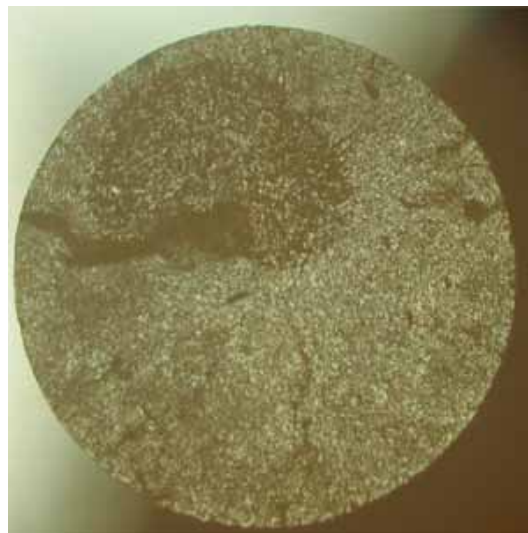
Fatiga5 - Diámetro = 1.7 mm



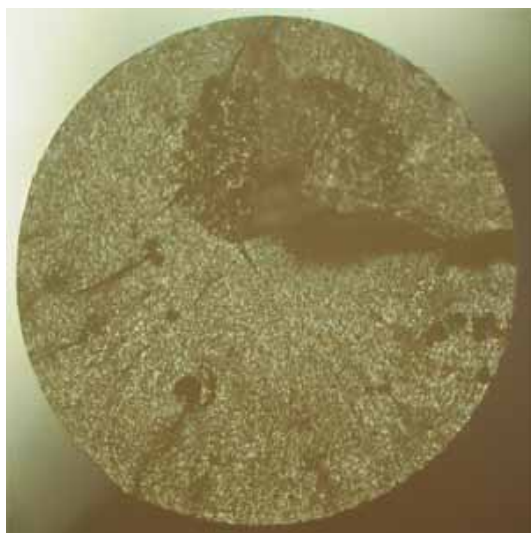
Fatiga6 - Diámetro = 1.7 mm



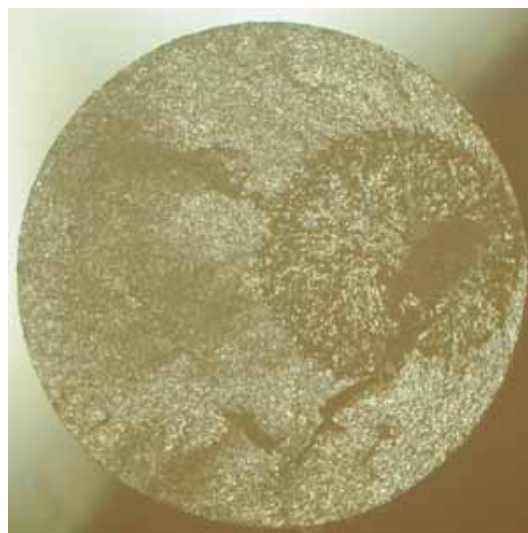
Fatiga7 - Diámetro = 1.66 mm



Fatiga8 - Diámetro = 1.68 mm



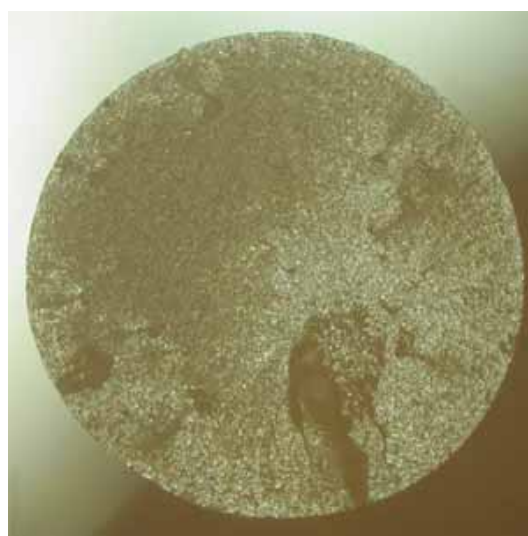
Fatiga9 - Diámetro = 1.7 mm



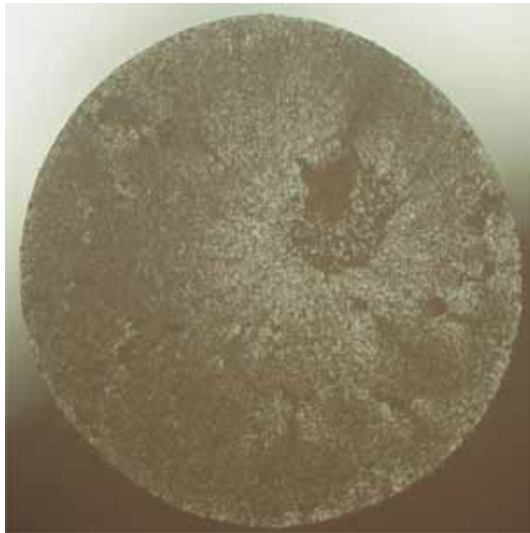
Fatiga10 - Diámetro = 1.69 mm



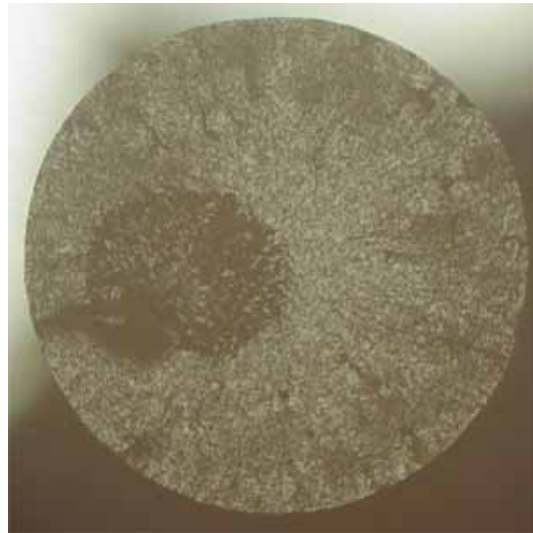
Fatiga11 - Diámetro = 1.63 mm



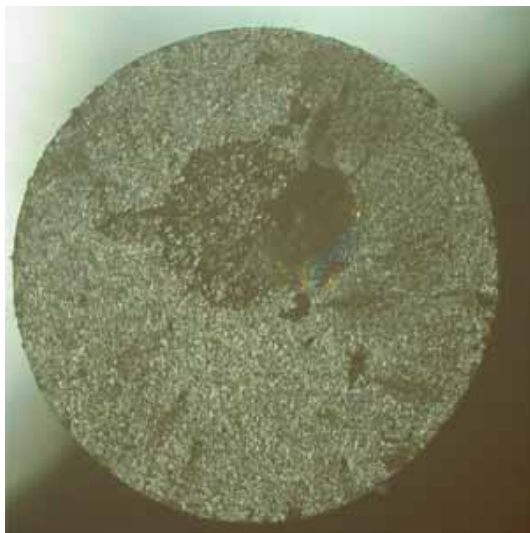
Fatiga12 - Diámetro = 1.64 mm



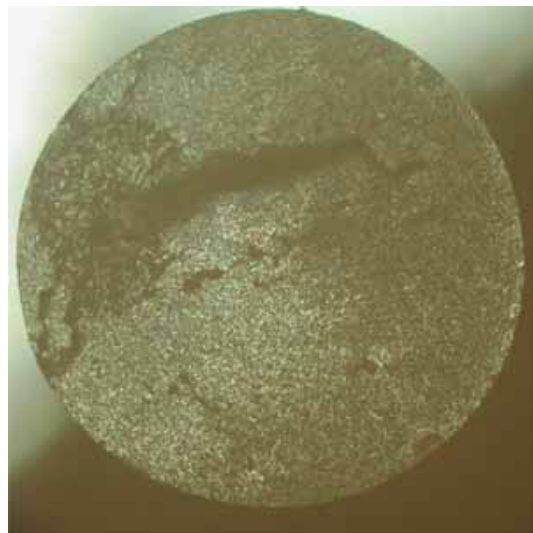
Fatiga13 - Diámetro = 1.63 mm



Fatiga14 - Diámetro = 1.63 mm



Fatiga15 - Diámetro = 1.66 mm



Fatiga16 - Diámetro = 1.67 mm



# **APÉNDICE D**

**Coeficientes  $C_{ijk}$  de la  
expresión (2.12)**

**[Levan and Royer 1993]**



Tabla D.1. Coeficientes  $C_{ijk}$  de la expresión (2.12) [Levan and Royer 1993].

i	j	k	$C_{ijk}$
0	0	0	6.6837E-01
0	0	2	-1.2819E-01
0	0	4	6.5362E-01
0	0	6	-6.3476E-01
0	1	0	1.4917E+00
0	1	2	-1.5181E+00
0	1	4	1.7418E+00
0	1	6	-3.6700E+00
0	2	0	-1.7108E+00
0	2	2	3.4585E+00
0	2	4	-1.1730E+01
0	2	6	1.4317E+01
0	3	0	6.7685E-01
0	3	2	-2.2663E+00
0	3	4	8.5036E+00
0	3	6	-9.3203E+00
1	0	0	2.7839E-02
1	0	2	1.7235E+00
1	0	4	-6.2703E+00
1	0	6	6.4590E+00
1	1	0	-8.1658E+00
1	1	2	1.7088E+01
1	1	4	-4.7996E+01
1	1	6	5.7275E+01
1	2	0	1.8184E+01
1	2	2	-5.1815E+01
1	2	4	1.8923E+02
1	2	6	-2.0458E+02
1	3	0	-1.0094E+01
1	3	2	3.4890E+01
1	3	4	-1.3413E+02
1	3	6	1.3902E+02
2	0	0	3.7008E-01
2	0	2	-4.8335E+00
2	0	4	1.8126E+01
2	0	6	-1.8218E+01
2	1	0	1.5716E+01
2	1	2	-3.3545E+01
2	1	4	9.4702E+01

i	j	k	$C_{ijk}$
2	1	6	-1.1449E+02
2	2	0	-4.0103E+01
2	2	2	1.1148E+02
2	2	4	-4.0124E+02
2	2	6	4.3253E+02
2	3	0	2.3819E+01
2	3	2	-7.7165E+01
2	3	4	2.9188E+02
2	3	6	-3.0135E+02
3	0	0	1.8566E-01
3	0	2	4.0254E+00
3	0	4	-1.3204E+01
3	0	6	1.3326E+01
3	1	0	-7.6417E+00
3	1	2	1.6116E+01
3	1	4	-3.7988E+01
3	1	6	5.0833E+01
3	2	0	2.3886E+01
3	2	2	-5.9707E+01
3	2	4	2.0396E+02
3	2	6	-2.2429E+02
3	3	0	-1.3916E+01
3	3	2	4.2030E+01
3	3	4	-1.5616E+02
3	3	6	1.6211E+02