

Algoritmos de solución para el problema multidepósito y multiobjetivo de ruteo de vehículos considerando recogida de productos y restricción de precedencia

Jhon Jairo Santa Chávez



DOCTORADO EN INGENIERÍAS

2017

**ALGORITMOS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA
MULTIDEPÓSITO DE RUTEO DE VEHÍCULOS CONSIDERANDO
RECOGIDA DE PRODUCTOS Y RESTRICCIÓN DE PRECEDENCIA**

JHON JAIRO SANTA CHÁVEZ

Tesis presentada como requisito parcial para obtener el título de Ph.D. en Ingeniería

Director

Ph.D. MAURICIO GRANADA ECHEVERRI

Codirectores

Ph.D. JOHN WILMER ESCOBAR VELÁSQUEZ

Ph.D. CÉSAR AUGUSTO PEÑUELA MENESES

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

DOCTORADO EN INGENIERÍAS

PEREIRA

2017

Dedicatoria

Dedicado a mi madre Soledad, a mi hermano Wilson
y a mis hijos John y Marcela.

Agradecimientos

A la Universidad Libre, al Director Ph.D. Mauricio Granada y Codirectores Ph.D. John Wilmer Escobar y Ph.D. César Peñuela, al Ms.C. Luis Martínez, a los docentes José Gilberto López y Gustavo Mejía.

Resumen

En esta tesis se presenta la aplicación de diferentes técnicas heurísticas y metaheurísticas para la solución del problema de ruteo de vehículos con restricción de precedencia, heurísticas como el vecino más cercano y la del ahorro con inserción secuencial, y metaheurísticas como búsqueda tabú y optimización por colonia de hormigas son utilizadas y ajustadas para resolver eficientemente diferentes variantes del problema de ruteo de vehículos con entrega y recogida de paquetes con restricción de precedencia, considerando el caso monodépósito y multidépósito, mono y multiobjetivo. Cada ruta realizada consta de una sub-ruta en la que se realiza sólo la tarea de entrega y otra sub-ruta en la que se realiza sólo el proceso de recolección, esta última se inicia solo cuando el vehículo está vacío. Los algoritmos y metaheurísticas propuestas tratan de encontrar el mejor orden para visitar a los clientes en cada ruta realizada. Además, el enfoque propuesto determina la mejor conexión entre los sub-rutas de entrega y recogida, con el fin de obtener una solución global minimizando el número de vehículos, la distancia recorrida, el tiempo empleado y la cantidad de energía consumida por los vehículos. El estudio multiobjetivo permitió encontrar un conjunto de soluciones ordenadas en los frentes de Pareto considerando el concepto de dominancia. Adicionalmente, para el modelo multiobjetivo, se plantea la metodología de ponderaciones de los valores de cada función objetivo se selecciona una alternativa de solución con dominancia en el número de vehículos usados. La eficacia del enfoque propuesto se examina teniendo en cuenta un conjunto de casos adaptados de la literatura. También, se propone un modelo exacto, el cual es resuelto mediante la técnica de rutas abiertas con enlace óptimo. Los resultados computacionales muestran resultados de alta calidad en tiempos de procesamiento competitivos. Los resultados computacionales se comparan con los existentes en la literatura especializada y entre los diferentes algoritmos propuestos. Por último, se presentan las conclusiones y sugerencias para trabajos futuros.

Abstract

In this thesis, several approaches are proposed to solve the vehicle routing problem with backhauls. Particularly, heuristic strategies are implemented with the nearest neighbor concept and the Clarke & Wright with sequential insertion methodology. Additionally, the metaheuristics tabu search and the Ant Colony System are considered. The solution of the problem regards both the single depot and the multi depot case by mean of the formulation of a multicriterion optimization problem. Each route consists of a sub-path where the single task of delivery package is performed, connected to one sub-route in which the collection process is performs. The latter process is initiated only when the vehicle is empty. So, an overview of the proposed algorithms is to search for the best order to visit the customers assigned to each route. In addition, the proposed approach must to determine the best connection between the sub-routes for delivery and collection process. The impact of the global solution in the number of vehicle required, the total distance travelled, the time elapsed, and the smoke emissions of the vehicles are studied. The multiobjective approach finds a set of dominant solutions with the use of the dominance concept. Also, an exact model is proposed, which is solved by the technique of open routes with optimal link. Finally, a weight factor for each objective function is introduced in order to select just one alternative solution, where the number of vehicles is considered as priority. The effectiveness of the proposed approach is discussed taking into account a set of cases exposed in the literature and adapted to the requirements of the thesis. The computational results show high quality solutions in reasonable calculation times. Additionally, the results are compared among the different proposed algorithms. Finally, conclusions and suggestions for future work are presented.

CONTENIDO

CAPÍTULO UNO	12
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
JUSTIFICACIÓN	15
OBJETIVOS	20
Objetivo general	20
Objetivos específicos	20
CAPÍTULO DOS	21
MARCO DE REFERENCIA	22
2.1 Marco teórico conceptual	22
2.1.1 Dos aplicaciones básicas del VRPB	22
2.1.2 Consideraciones para el modelado del VRPB	22
2.2 Antecedentes y revisión bibliográfica	23
CAPÍTULO TRES	49
UN ALGORITMO DE BÚSQUEDA TABÚ PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CONSIDERANDO BACKHAULS	52
3.1 Modelo matemático exacto del VRPB	53
3.2 Aplicación del método de búsqueda tabú al VRPB	54
3.2.1 Codificación de la alternativa de solución	55
3.3 Criterios de vecindad	55
3.3.1 Lista Tabú	56
3.4 Resultados obtenidos	57
CAPÍTULO CUATRO	
TÉCNICA HEURÍSTICA Y METAHEURÍSTICA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE RUTEO CONSIDERANDO MÚLTIPLES DEPÓSITOS Y FLOTA DE VEHÍCULOS HOMOGÉNEA CONSIDERANDO BACKHAULS	61
4.1 Un algoritmo monoobjetivo basado en colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota homogénea considerando Backhauls	61
4.2 El problema de ruteo de vehículos con Backhauls	63
4.3 Metaheurística de colonia de hormigas	65
4.3.1 Selección de arcos	65
4.3.2 Criterio de selección de valores de los parámetros α y β	65
4.3.3 Algoritmo con sistema de hormigas (Ant System - AS)	66
4.4 Algoritmo propuesto para el MDVRPB	67
4.4.1 Representación de la solución	67
4.4.2 Esquema general del algoritmo propuesto	70
4.4.3 Tipos de rutas construidas	71

4.4.4 Pseudocódigo MDVRPB	73
4.4.5 Diagrama de Flujo basado en ACO para el MDVRPB	75
4.5 Descripción del algoritmo Greedy monoobjetivo – multidepósito para VRPB	76
4.6 Análisis de resultados	76
4.6.1 Instancias de prueba	76
4.6.2 Resultados obtenidos	77
CAPÍTULO CINCO	77
UN ALGORITMO MULTI OBJETIVO BASADO EN COLONIA DE HORMIGAS PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON MÚLTIPLES DEPÓSITOS Y FLOTA HOMOGÉNEA CONSIDERANDO BACKHAULS	80
5.1 Algoritmo biobjetivo	80
5.1.1 Algoritmo biobjetivo - multidepósito con Pareto Ant Colony Optimización (PACO) para VRPB	80
5.1.2 Descripción del algoritmo Greedy biobjetivo – Multidepósito para VRPB	81
5.1.3 Instancias	81
5.1.4 Resultados obtenidos	82
5.1.5 Observaciones finales	82
5.2 Un algoritmo multiobjetivo basado en colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota homogénea considerando Backhauls y mitigación de gases	84
5.2.1 Algoritmo multiobjetivo – multidepósito con Pareto Ant Colony Optimización (PACO) para VRPB	84
5.2.2 Instancias	84
5.2.3 Resultados obtenidos	86
5.2.4 Descripción del algoritmo Greedy multiobjetivo – multidepósito para VRPB	89
5.2.5 Observaciones finales	91
5.3 Un modelo de escalarización multi-objetivo basado en colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota homogénea considerando Backhauls y mitigación de gases	91
5.3.1 Sistema Hormiga Elitista (ASe)	92
5.3.2 Algoritmo multi-objetivo propuesto - MDVRPB	92
5.3.3 Modelo escalarización multiobjetivo – multidepósito para una función multiobjetivo para VRPB	93
5.3.4 Resultados obtenidos	93
5.3.5 Observaciones finales	94
5.4 Heurística mono-objetivo del ahorro de Clarke y Wright con inserción secuencial para el problema de ruteo multidepósito con Backhaul	96
5.4.1 Algoritmo Clarke y Wright con Inserción Secuencial multidepósito – monoobjetivo para MDVRPB	96
5.4.2 Instancias	99
5.4.3 Observaciones finales	100
CAPÍTULO SEIS	
NUEVA FORMULACION DE PROGRAMACION ENTERA MIXTA PARA EL RUTEO DE VEHICULOS CON BACKHAULING	103
6.1 Abreviaturas	103
6.2 Introducción	103

6.3 Formulación del Problema	107
6.3.1 Nomenclatura	107
6.3.2 El VRP con Backhails	108
6.3.3 Modelo propuesto para la VRPB	108
6.4 Resultados Computacionales de los Algoritmos Exactos	113
6.5 Observaciones finales	121
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	123
BIBLIOGRAFÍA	125
ARTÍCULOS PUBLICADOS Y PROPUESTOS	133

ILUSTRACIONES

Figura 1. Ruteo abierto de vehículos con restricción de capacidad – OCVRP.	27
Figura 2. Ruteo de vehículos con restricción de capacidad – CVRP.	28
Figura 3. Ruteo de vehículos con Backhails – VRPB.	28
Figura 4. Ruteo mixto de vehículos con backhails – MVRPB.	29
Figura 5. Ruteo mixto de vehículos multi-depósito con backhails – MVRPB.	30
Figura 6. Ruteo mixto vehículos con ventana de tiempo y backhails – MVRPBTW.	31
Figura 7. Ruteo de vehículos con entrega y recolección – VRPSDP.	32
Figura 8. Ruteo de vehículos con backhails en forma de lazo.	33
Figura 9. Ruteo de vehículos multi-depósito sin recarga.	34
Figura 10. Ruteo de vehículos multi-depósito con recarga (los clientes Backhaul son depósitos).	34
Figura 11. Categoría revistas artículos revisados - VRPB.	35
Figura 12. Publicaciones según heurística, metaheurística y modelo EXACTO – VRPB.	36
Figura 13. Publicaciones según tipos de heurística y metaheurística utilizadas - VRPB.	37
Figura 14. Publicaciones según número de depósitos - VRPB.	37
Figura 15. Publicaciones según tipo de función objetivo – VRPB.	38
Figura 16. Publicaciones según número de artículos por país – VRPB.	38
Figura 17. Publicaciones según número de artículos por año - VRPB.	39
Figura 18. Publicaciones según autores con más de dos (2) publicaciones en VRPB.	39
Figura 19. Codificación de una alternativa de solución.	55
Figura 20. Movimiento de acuerdo al primer criterio de vecindad.	55
Figura 21. Movimiento de acuerdo al segundo criterio de vecindad.	56
Figura 22. Movimiento de acuerdo al tercer criterio de vecindad.	56
Figura 23. Diagrama de flujo para el algoritmo propuesto.	57
Figura 24. Codificación de la matriz distancia.	67
Figura 25. Codificación de la matriz neta depósito-cliente y cliente-cliente.	68
Figura 26. Codificación de la Matriz de Feromonas Depósito-Cliente y Cliente-Cliente.	68
Figura 27. Codificación de la matriz neta entre depósitos.	69
Figura 28. Codificación de la matriz de feromonas entre depósitos.	69
Figura 29. Codificación del vector de clientes Linehaul factibles.	69
Figura 30. Codificación del vector de clientes Backhaul factibles.	69
Figura 31. Codificación vector ruta solución.	70
Figura 32. Codificación de la Matriz Vectores Ruta Solución.	70
Figura 33. Esquema Ruta Linehaul – Backhaul.	71
Figura 34. Esquema Ruta solo Linehaul.	72
Figura 35. Esquema ruta solo Backhaul.	72
Figura 36. Esquema ruta consolidada.	73
Figura 37. Diagrama de flujo construcción rutas con algoritmo Colonia de Hormigas MDVRPB.	75

Figura 38. Correlación Distancia – Tiempo.....	81
Figura 39. Frente de Pareto Distancia – Tiempo.....	82
Figura 40. Correlación entre distancia y tiempo.	86
Figura 41. Correlación entre tiempo y energía.....	86
Figura 42. Correlación distancia y energía.	86
Figura 43. Optimización con Colonia de Hormigas con Frente de Pareto: tiempo – energía	88
Figura 44. Optimización con Colonia de Hormigas con Frente de Pareto: distancia – energía.	88
Figura 45. Optimización con Colonia de Hormigas con Frente de Pareto: distancia- tiempo.....	89
Figura 46. Comparativo optimizando número de vehículos (Gris Optimiza, Negro No Optimiza Vehículos)	93
Figura 47. Configuración inicial de depósitos y clientes linehaul y backhaul.	97
Figura 48. Cálculo de distancias ida y regreso entre clientes linehaul y cada depósito.	97
Figura 49. Cálculo de distancias ida y regreso entre clientes backhaul y cada depósito.	98
Figura 50. Cálculo de matrices de ahorro entre clientes linehaul – linehaul, linehaul – backhaul y backhaul – backhaul... 98	
Figura 51. Construcción de las rutas con el algoritmo Clarke y Wright con inserción secuencial.....	99
Figura 52. Ejemplo de VRPB, solución óptima para 20 clientes (Ver Tabla13)	105
Figura 53. Estructura de arborescencia rutas linehaul y backhaul - rutas linehaul (líneas continuas) y rutas backhaul (líneas discontinuas) para 20 clientes.	110
Figura 54. Estructura de arborescencia rutas linehaul y backhaul considerando la restricción en los vértices sea de grado 2 - rutas linehaul (líneas continuas) y rutas backhaul (líneas discontinuas) para 20 clientes	112
Figura 55 Instancia K4 de conjunto de datos GJ.....	116
Figura 56. Instancia M4 del conjunto de datos GJ.....	117

TABLAS

Tabla 1. Artículos Revistas Indexadas (103): Algoritmos de solución para el problema multidepósito - VRPB	40
Tabla 2. Categoría revistas y cantidad de artículos revisados – VRPB.....	49
Tabla 3. Resumen de resultados con 10000 iteraciones del algoritmo implementado.	58
Tabla 4. Instancias MDVRPB Salhi y Nagy [44]	77
Tabla 5. Resumen de resultados en 10 ejecuciones con 100 iteraciones del algoritmo implementado.	78
Tabla 6. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo propuesto.....	83
Tabla 7. Parámetros energía.....	85
Tabla 8. Tipo de vehículos usados en cada instancia.....	85
Tabla 9. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo PACO propuesto.	87
Tabla 10. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones de los algoritmos Greedy y ACO propuestos.....	90
Tabla 11. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo escalarización propuesto.	95
Tabla 12. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo Clark and Wright con Inserción Secuencial propuesto.	100
Tabla 13. Coordenadas y cargas para 20 clientes.....	105
Tabla 14. Los resultados computacionales para los casos VRPB de Goetschalckx y Jacobs-Blecha [12]. Las distancias euclidianas se redondearon a un decimal y el resultado final se redondeó a un número entero.....	114
Tabla 15. Resultados computacionales para los casos VRPB de Toth y Vigo [13]	118
Tabla 16. Ejemplos de resultados que minimizan el número de vehículos	119
Tabla 17. Resultados computacionales para los casos VRPB de Goetschalckx y Jacobs-Blecha [9] con las distancias euclidianas redondeadas a enteros.	119

CAPÍTULO UNO

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En general, el diseño de rutas óptimas para el desplazamiento de mercancías, se ha tornado en labores cada vez más difíciles de estructurar, debido a diversos factores, por ejemplo, las actuales tendencias de crecimiento de la demanda, tanto en volumen, como en exigencia de tiempo, y adicionalmente, por la acción de un mercado cada vez más competitivo.

Lo anterior, conduce a una necesidad imprescindible por mejorar el servicio a través de políticas que conduzcan a un despacho logístico que optimice los recursos disponibles para atender la demanda. En estas condiciones, se requieren esfuerzos innovadores que superen y complementen medidas tradicionales, como aquellas enfocadas a ampliar la infraestructura física para almacenar mercancías, adquirir vehículos de mayor envergadura, subcontratar servicios, entre otros.

El transporte tradicional de carga contempla el despacho de vehículos desde centros de depósito hasta los puntos definidos por su clientela. Estos vehículos en el proceso de distribución de mercancías, deben cumplir con un recorrido apropiado con el fin de garantizar el trayecto más corto posible que minimice los costos de combustible, y adicionalmente, ofrezca a los usuarios menores tiempos de entrega.

Actualmente, las empresas de transporte se encuentran revaluando su estructura logística, abordando el problema de despacho de rutas de una forma más integral. Bajo este enfoque, por tanto, se considera el concepto de recoger al regreso, el cual, se define como el servicio logístico que aprovecha los recorridos en los cuales los vehículos cuenten con un volumen que pueda ser aprovechado para llevar insumos hasta el centro de distribución o buscar la fuente más cercana de abastecimiento y no volver a la fuente inicial de distribución. De esta manera, se previenen recorridos vacíos, con lo que se generan ahorros significativos en transporte de mercancías, y adicionalmente, logrando los siguientes beneficios:

- Ahorro de tiempo en entregas.
- Desarrollo sostenible al medio ambiente.
- Atender compromisos de alta prioridad.
- Mejorar el indicador de cumplimiento de la compañía en la entrega de pedidos completos al cliente, es decir, mejorar la relación entre lo solicitado y lo realmente entregado al cliente.

Por lo anterior, este trabajo de tesis considera la formulación de técnicas de solución al problema de la elaboración de rutas para el transporte de mercancías en las cuales se consideren variables como: distancia y tiempo de recorrido entre clientes, energía consumida por los vehículos y la cantidad de estos vehículos utilizados, y el empleo de redes de retorno. Se considera el uso de flota homogénea, permitiendo profundizar en los aspectos que son motivo del presente estudio, adicional al hecho que las instancias disponibles en la literatura especializada para problemas MDVRPB asumen la existencia de flota homogénea. (MDVRPB, por sus siglas en inglés *Multi Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls*), donde se consideran variables que determinan no solo la entrega de mercancías sino la recolección al final cuando el vehículo ha cumplido con esta entrega y se encuentra vacío. Se estudia el MDVRPB porque una empresa puede tener varios depósitos de los que puede atender a sus clientes. Si los clientes son un conglomerado y atendidos por cada depósito cercano, entonces

el problema de la distribución debe ser modelado como un conjunto de VRPB independientes. Sin embargo, si los clientes y los depósitos se entremezclan entonces se debe resolver un problema de ruteo multidepósito, un MDVRP requiere la asignación de clientes a los depósitos, se cuenta con una flota homogénea de vehículos en cada depósito. Cada vehículo parte de un depósito y atiende el servicio a los clientes asignados a dicho depósito, y retorna al mismo origen. El objetivo del problema en este caso será dar servicio a todos los clientes, minimizando el número de vehículos, la emisión de gases, la distancia y el tiempo de viaje.

Resolver este problema representa una tarea de gran dificultad, debido al crecimiento exponencial de las posibles alternativas de solución [3]. Por ejemplo, al tratar de resolver de forma exhaustiva una instancia con n depósitos se debe considerar la formación de todas las posibles configuraciones de rutas, es decir $(n - 1)!$. En el caso de $n = 5$ depósitos se obtiene $(5-1)! = 24$ rutas posibles. Pero al considerar 20 depósitos se obtendría un conjunto del orden de 10^{17} recorridos. Este crecimiento puede desbordar la capacidad de procesamiento de las herramientas de programación exacta, y se debe considerar entonces la implementación de métodos de optimización basados en herramientas heurísticas y metaheurísticas.

JUSTIFICACIÓN

En el desarrollo económico de Colombia aún no se han alcanzado las capacidades logísticas suficientes para lograr que el país se presente con un grado de competitividad apropiado dentro de un mundo con acelerado proceso de globalización. Esta falta de desarrollo, desemboca en el amplio rezago logístico en el que el país se encuentra, de manera que no se pueden aprovechar las oportunidades comerciales presentadas en las distintas firmas de tratados de libre comercio con distintos países, y por el contrario se encuentran impactos negativos en la industria nacional y la sociedad en general. Según el Consejo Privado de Competitividad, las capacidades logísticas a desarrollar son todas aquellas que permitan optimizar los tiempos y los costos de transporte, almacenamiento y distribución de materias primas, de acuerdo con las estrategias de negocios y modelos operativos de cada empresa. El desarrollo de estas capacidades requiere de la coordinación de actividades que involucran tanto agentes públicos como privados. A nivel internacional, una medición importante en materia logística es el Índice de Desempeño Logístico (IDL) elaborado por el Banco Mundial, en el cual Colombia ocupó en el año 2010 el puesto 72 entre 155 países.

Lo anterior es el reflejo de falencias en la infraestructura vial y la falta de un sector de transporte de carga organizado eficientemente, con corredores logísticos apropiados que integren diferentes modos de transporte. En Europa, por ejemplo, más de 60% del transporte es multimodal, mientras en Colombia es apenas 1,5%. Todo esto conlleva a que en Colombia los costos logísticos representen aproximadamente 23% del PIB [1].

Adicionalmente, el transporte en Colombia ha tenido un aumento significativo en precios de los fletes, especialmente entre los años 2009 al 2012, donde se incrementó en más de un 35%, razón por la cual fue muy atractiva la compra de vehículos de carga. Sin embargo, el crecimiento descontrolado llevó a una sobreoferta. Más de la mitad del parque y su edad promedio superan suficientemente los 20 años. Por el medio carretero se moviliza más de 100 millones de toneladas al año, de las cuales el 59% son productos del sector manufacturero, el 22% del agrícola y el resto, por partes iguales, del minero y pecuario. Las regiones que más reciben carga se relacionan con los principales centros urbanos: Bogotá, Valle y Medellín; continúan las que están entorno a Barranquilla, Cartagena y Bucaramanga [1].

Por agrupación de productos, de diez toneladas unas seis corresponden al sector manufacturero, dos al sector agrícola y el resto al minero y pecuario. El 70% de la oferta de empresas del sector transporte se encuentran distribuidas en Cundinamarca (40%), Antioquia (14%), Valle (10%) y Atlántico (6%). En Colombia la producción nacional por generación de carga se distribuye de la siguiente manera: el occidente colombiano con el Valle al frente genera el 31%, el eje Santander-Cundinamarca-Tolima el 30% con Bogotá a la cabeza, y la Costa Atlántica el 17% con Barranquilla en primer lugar [1].

Varios estudios han demostrado que existe un gran rezago logístico en el transporte de carga en Colombia. “Enviar una carga desde Buenaventura hasta los Ángeles en Estados Unidos tiene un costo promedio de US\$30, mientras que el transporte de esta carga desde el mismo puerto sobre el Pacífico hasta Bogotá, alcanza un valor de US\$34”. [71]. El valor del transporte de carga en el territorio nacional supera el promedio de los países de Latinoamérica y los costos de logística representan 20% o más del valor total de las exportaciones por transporte y otros ítems, tales como bodegaje y trámites legales.

El Índice de Costos del Transporte de Carga por Carretera –ICTC–realizada por el DANE en el marco del CONPES 3489 de 2007, que mide la variación porcentual promedio de precios de un conjunto representativo de bienes y servicios necesarios para garantizar la movilización de un vehículo prestador del servicio del transporte de carga por carretera en el país, a lo largo del tiempo, tomando como año base el 2008. De esta forma, el uso de la información del ICTC permite:

- Actualizar la estructura de costos operativos del transporte de carga por carretera en Colombia.
- Servir de guía en el establecimiento de las condiciones económicas de los contratos celebrados en el sector.
- Medir la incidencia de la variación de precios de los combustibles, insumos, factores (impuestos, seguros, mano de obra, costo de capital y peajes) y partes, piezas, servicios de mantenimiento y reparación, dentro de la estructura de costos operativos del transporte de carga por carretera.
- Deflactar e indexar valores monetarios relacionados con el transporte de carga por carretera en Colombia.

Acorde a lo presentado por el DANE, en 2015, la variación anual del ICTC fue 2,89%. Esta tasa fue superior en 0,38 puntos porcentuales a la presentada en el mismo período del año anterior (2,51%). El grupo de costos que registró la mayor variación positiva fue el de partes, piezas, servicios de mantenimiento y reparación (11,18%). Por otro lado, la única variación negativa se observó en el grupo combustibles (-8,54%), debido principalmente a la caída en la cotización internacional del petróleo [72].

Los centros de acopio son los lugares clave y punto de partida para una buena logística nacional, y deben estar ubicados en lugares estratégicos que permitan garantizar una eficiente circulación de la carga a los transportadores. Aunque la presencia de puertos secos mejora ampliamente la logística nacional, aún se deben resolver varios problemas operativos en los puertos marítimos y en las vías nacionales que permiten el transporte de mercancías.

La ubicación de algunos puertos se encuentra muy cerca de las ciudades y le resta capacidad de realizar obras complementarias de infraestructura que le permitan expandir sus operaciones. En el puerto de Barranquilla, una de las terminales marítimas más importantes de para el desarrollo comercial de Colombia dada su ubicación, las vías de acceso al puerto no cuentan con una vía específica para la movilización de la carga y provoca que los camiones entren por las carreteras que están destinadas sólo para tráfico liviano. Además, la escasa altura de 16 m entre el puente Pumarejo y el río impide el paso de buques de gran calado, sobre todo en épocas de sequía. Por otro lado, se presentan problemas de movilidad en el Puerto de Cartagena. Aunque no tiene los mismos problemas de Barranquilla por contar con una vía especializada para el transporte de carga, se está quedando muy corta para atender a los incrementos en el flujo de entrada y salida de mercancías. Caso de ejemplo se presenta con la saturación de la conexión entre la Troncal de Caribe y las vías que comunican con el interior del país, donde se generan represamientos para la entrada y salida de camiones.

Ante la débil infraestructura vial, la crisis del sector de transporte alcanza con regularidad manifestaciones de descontento entre los propietarios de vehículos. De acuerdo a lo publicado por el periódico El Tiempo, [73] los camioneros han expresado sus reclamaciones ligadas a la falta de atención del Gobierno Nacional a hechos como la escasez de combustible en zonas de frontera, precios subsidiados para el gremio, la situación de más de 40 conductores presos en Venezuela procesados por contrabando, y el restablecimiento de la tabla de fletes. Pero más allá de eso, el sector denuncia una “guerra de precios”, una sobreoferta del parque automotor, y la incapacidad del Gobierno para hacer cumplir las normas. Por otro lado, el sector

acepta que debe modernizarse, pero argumenta que primero deben mejorarse las deficiencias que existen en la infraestructura vial.

La solución de problemas, tales como los altos costos logísticos, infraestructura, vehículos antiguos, normativas ineficientes, impuestos, etc., son de gran interés para el sector, gobierno y academia, especialmente en tiempos en que los convenios comerciales exigen un desarrollo del país acorde con niveles efectivos de operatividad que motivan la puesta en marcha del desarrollo de los sectores transportador, logístico y de infraestructura en Colombia.

El Plan Nacional de Desarrollo 2010-2014, recientes decretos y la nueva política de modernización del transporte de carga en el país, resaltan la importancia del desarrollo de la infraestructura de transporte en los modos terrestre, fluvial, marítimo y férreo, mediante esquemas de asociaciones público privadas. Una propuesta como la que aquí se presenta está plenamente justificada por alinearse con estos intereses, políticas y lineamientos tanto gubernamentales, como empresariales ya que ofrece la posibilidad de estudiar estrategias para el mejoramiento de la competitividad del sector logístico de transporte de carga en Colombia.

Dentro de la problemática nacional del transporte, que no es ajena a una realidad mundial, uno de los principales supuestos para mejorar el sector transportador es el de evitar el flujo de vehículos sin carga. Una de las estrategias adoptadas consiste en que los vehículos, posterior a la entrega de la carga, recojan mercancía con destino al depósito de partida (operación conocida como Backhaul). Como ejemplo de aplicación de esta estrategia se puede considerar las empresas de mensajería, las cuales distribuyen encomiendas a un conjunto de destinatarios e igualmente colectan paquetes para ser llevados al depósito con el fin de organizar el despacho del día siguiente. Así mismo, se puede aplicar a las empresas de alquiler de equipos, industria maderera, transporte escolar y de trabajadores, o el intercambio de productos entre diferentes regiones agrícolas.

Es interesante resaltar que el estudio de la restricción de la recogida de la carga al final de los recorridos de los vehículos cuando se encuentra completamente vacío, es plenamente justificable ya que la entrega y recolección simultánea de la carga tiene inconvenientes en la manipulación dentro del vehículo, exigiendo sobrecostos en adecuaciones de estos, el reordenamiento de carga a bordo y limitando a entrega de pequeñas cargas como paqueteo o el caso popularmente conocido como la distribución de líquidos. Otra razón práctica que impulsa a este estudio es que los clientes de entrega (Linehaul) tienen una prioridad de servicio superior a los clientes de recolección (Backhaul), para lo cual el modelo propuesto daría una muy buena solución.

Este proyecto busca generar una técnica de solución para el problema de disminuir los costos de operación ligados con el sector transportador por medio de la implementación del concepto de colecta de mercancías durante el retorno del vehículo, considerando un ambiente con múltiples depósitos y flota homogénea. Como objetivos centrales se buscará la disminución de la distancia recorrida, el tiempo de ejecución de las rutas, y la energía consumida por los vehículos. Estos objetivos pueden entrar en conflicto debido a factores externos como la topografía del terreno, vías muy transitadas, o tecnología de los vehículos. Por tal motivo, y con el fin de generar una estrategia de solución más general, se deben integrar estos objetivos desde una perspectiva multiobjetivo.

Existen modelos y técnicas de solución adaptadas para resolver el problema VRPB, pero se han encontrado pocas publicaciones que integren el problema multidepósito con un enfoque multiobjetivo, y no es posible su valoración al encontrarse aplicadas en instancias generadas aleatoriamente, y no sobre instancias conocidas de la literatura. Para resolver esta dificultad se pretende introducir y adaptar las instancias conocidas de multidepósito para ser estudiadas bajo el enfoque multiobjetivo y crear un sistema de referencia para futuras investigaciones.

Es interesante resaltar que el estudio de la restricción de la recogida de la carga al final de los recorridos de los vehículos cuando se encuentra completamente vacío es plenamente justificable ya que la entrega y recolección simultánea de la carga tiene inconvenientes en la manipulación dentro del vehículo, exigiendo sobrecostos en adecuaciones para el reordenamiento de carga a bordo y limitando a entrega de pequeñas cargas. Otra razón práctica que impulsa a este estudio se debe a que los clientes de entrega (Linehaul) tienen una prioridad de servicio superior a los clientes de recolección (Backhaul).

De la revisión bibliográfica se observó, que para la solución del problema de ruteo de vehículos con regreso al final siguen siendo igualmente vigentes el uso de técnicas heurísticas y metaheurísticas, y que generalmente la heurística sirve como limitante superior o inferior del problema con fines de comparar y evaluar la calidad en los resultados obtenidos por las metaheurísticas. También, que el uso de técnicas exactas es muy escaso, lo cual podría verse como un espacio poco explorado, tal vez esto es originado por su dificultad de implementación, los costos computacionales requeridos (referidos al tiempo de ejecución del algoritmo de solución) y el uso limitado a un bajo número de clientes (generalmente menos de 100 clientes). De esta misma revisión, en las técnicas metaheurísticas los algoritmos genéticos, colonia de hormigas y búsqueda tabú, son los más usados y entre las técnicas heurísticas se destaca el uso de la Búsqueda Local e Inserción. Con respecto a la cantidad de depósitos y objetivos, se ha profundizado mucha más en relación de 1:10 las técnicas que implementan versiones monoobjetivo o monodepósito, con respecto a los problemas multiobjetivo y multidepósito. Finalmente, En los últimos cinco años se observan publicaciones que generan un nuevo modelo denominado Green VRP, en el cual se evalúa la reducción del consumo de energía por parte de los vehículos y su correspondiente emisión de gases de efecto invernadero.

Las anteriores consideraciones, llevan a plantear la siguiente pregunta general de investigación: *¿Qué estrategias de solución pueden resolver de forma eficiente el problema de ruteo de vehículos considerando simultáneamente múltiples depósitos (MDVRPB) en la optimización de uno o varios objetivos?*, y para el desarrollo de ésta pregunta general se plantean las siguientes preguntas específicas:

- a. *¿Qué técnicas matemáticas, heurísticas y metaheurísticas se han empleado para la solución del problema de ruteo de vehículos considerando Backhaul, para uno y varios depósitos?*
- b. *¿Qué algoritmo debe implementarse si se considera una técnica metaheurística para la solución del problema de ruteo considerando un depósito y una flota de vehículos homogénea desde un enfoque mono objetivo?*
- c. *¿Qué técnica eficiente en términos de tiempo y calidad computacional debe implementarse al considerar una estrategia híbrida entre una técnica heurística y una metaheurística para la solución del problema de ruteo considerando múltiples depósitos y una flota de vehículos homogénea desde un enfoque mono objetivo?*
- d. *¿Qué técnica eficiente en términos de tiempo y calidad computacional debe implementarse al considerar una estrategia híbrida entre una heurística y una metaheurística para la solución multiobjetivo del problema de ruteo considerando múltiples depósitos y una flota de vehículos homogénea en capacidad?*

e. *¿Qué variables deben adicionarse al modelo para considerar los aspectos técnicos del parque automotor y las variables físicas que inciden en el consumo de energía (combustible) de los vehículos transportadores de carga?*

OBJETIVOS

Para el desarrollo del proyecto se plantean los objetivos descritos a continuación.

Objetivo general

Proponer una técnica heurística y metaheurística que permitan resolver eficientemente el problema de ruteo de vehículos con backhauls y múltiples depósitos (MDVRPB) para las versiones mono y multiobjetivo.

Objetivos específicos

- Elaborar una revisión bibliográfica de las técnicas matemáticas, heurísticas y metaheurísticas, para la solución del problema de ruteo considerando Backhaul para uno y varios depósitos.
- Implementar la técnica metaheurística Búsqueda Tabú para la solución del problema de ruteo considerando un depósito y una flota de vehículos homogénea desde un enfoque mono objetivo.
- Implementar las técnicas heurísticas Greedy Vecino más cercano y del Ahorro con Inserción Secuencial, y la metaheurística Optimización con colonia de Hormigas para la solución del problema de ruteo considerando múltiples depósitos y una flota de vehículos homogénea desde un enfoque monoobjetivo.
- Implementar las técnicas heurísticas Greedy Vecino más cercano y del Ahorro con Inserción Secuencial, y la metaheurística Optimización con colonia de Hormigas para la solución del problema de ruteo considerando múltiples depósitos y una flota de vehículos homogénea desde un enfoque multiobjetivo.
- Implementar la técnica exacta de optimización con rutas abiertas y enlace óptimo para la solución del problema de ruteo considerando un depósito y una flota de vehículos homogénea desde un enfoque mono objetivo.
- Considerar aspectos técnicos del parque automotor y variables físicas que incidan en el estudio del consumo de energía por parte de los vehículos transportadores de carga.

CAPÍTULO DOS

2.1 Marco teórico conceptual

El problema de diseño de rutas considerando entrega y colecta de mercancías (VRPB, por sus siglas en inglés *Vehicle Routing Problem with Backhauls*) es una extensión más del problema básico de diseño de rutas (VRP, por sus siglas en inglés *Vehicle Routing Problem*). Este último consiste en programar las rutas realizadas por un conjunto de vehículos (o flota) para dar cobertura a un conjunto de clientes distribuidos geográficamente alrededor de un depósito de tal forma que se minimice el costo global de llevar mercancías desde el depósito hasta los clientes.

La complejidad del problema aumenta cuando el servicio prestado por los vehículos no sólo se refiere a la entrega de mercancía, sino que también incluye la colecta. En el problema del VRPB se trata de aprovechar el mismo vehículo para la entrega y colecta de mercancía, ya que realizar las dos tareas por separado puede generar mayores costos. Entre las diferentes variantes posibles, en el VRPB se pretende realizar primero las tareas de entrega, ya que se considera que estas tienen mayor prioridad por el tipo de cliente, y posteriormente se realizan las labores de recolección; esta estrategia adicionalmente facilita la manipulación de la mercancía en el interior de los vehículos, ya que la colecta de mercancía previa a las de entrega puede obstruir el acceso al resto de las mercancías por repartir.

2.1.1 Dos aplicaciones básicas del VRPB

Presentadas en [2].

1. La distribución de alimentos a los diferentes puntos de venta o supermercados, la recolección de dichos alimentos se realiza en sus respectivos puntos de producción, y luego son transportados al centro de distribución (depósito).
2. En la distribución de bebidas en botellas retornables, los distribuidores realizan entregas de las bebidas y colectas de las botellas. Estas y más aplicaciones del VRPB pueden ser revisadas en la página 245 del texto de Toth, P. & Vigo, D. "The Vehicle Routing Problem" [2].

2.1.2 Consideraciones para el modelado del VRPB

Para la formulación del modelo del VRPB se deben considerar los siguientes aspectos:

1. Se conoce a priori el número de vehículos a utilizar, así como la capacidad de carga.
2. La capacidad de los vehículos es homogénea.
3. Todos los vehículos parten y llegan a un mismo depósito (para este caso se habla de un solo depósito, pero existe otra variante del problema donde se habla de múltiples depósitos - MDVRPB).
4. Cada cliente es atendido únicamente por un solo vehículo.
5. Una ruta no puede estar compuesta únicamente por usuarios de colecta (Backhaul).

6. En una ruta primero se atiende los usuarios de entrega (Linehaul) y posteriormente los de colecta (Backhaul).
7. La suma de las demandas de los clientes Linehaul y la suma de las demandas de los clientes Backhaul, separadamente, no deben exceder la capacidad del vehículo.

2.2 Antecedentes y revisión bibliográfica

En 1954, Dantzig, Fulkerson and Johnson [3] describen el problema del cartero viajante como la ruta más corta recorrida por un vendedor a partir de una determinada ciudad de origen, visitando cada una de las ciudades de un grupo determinado, hasta volver al punto de partida. En general se tiene una matriz simétrica de “distancias” o costos, donde cada elemento d_{ij} representa la “distancia” de i a j , y la suma en orden consecutivo de estas distancias es mínima.

La aplicación de la programación lineal al problema del transporte y al agente viajero fue explorado por primera vez entre 1951 y 1955, por M. Flood, J. Robinson, TC Koopmans, M. Beckmann, y más tarde por I. Heller y H. Kuhn en [4].

En 1964 Clarke & Wright [5], publicaron un algoritmo para la solución del VRP, que a menudo se llama el problema clásico de ruteo de vehículos. Este algoritmo se basa en un concepto llamado ahorro. El problema de ruteo de vehículos, para los que el algoritmo de Clarke & Wright ha sido diseñado, se caracteriza por la salida de bienes en un vehículo desde el depósito los cuales deben ser entregados en las cantidades requeridas por los clientes. Para el transporte de los bienes hay un número de vehículos disponibles con cierta capacidad de acarreo. Todo vehículo incluido en la solución debe cubrir una ruta, comenzando y terminando en el depósito, en el que los bienes son entregados a uno o más clientes. El problema es determinar la asignación de los clientes entre las rutas, la secuencia en la que los clientes serán visitados en una ruta, y cuál vehículo se referiría a una ruta.

El objetivo es encontrar una solución que minimiza el total de los costos de transporte. Además, la solución debe satisfacer las restricciones que cada cliente es visitado exactamente una vez, que se entregan las cantidades demandadas y la demanda total en cada ruta debe estar dentro de la capacidad del vehículo. Los costos de transporte se especifican como el costo de la conducción de cualquier punto a cualquier otro punto. Los costos no son necesariamente idénticos en las dos direcciones entre dos puntos dados (asimétrico).

El primer algoritmo heurístico para VRPB (Vehicle Routing Problem with Backhauls) fue propuesto por Deif y Bodin [6]. Este algoritmo es una extensión de la conocida Clarke & Wright [5] que es un heurístico para CVRP, este algoritmo comienza con una solución factible donde cada cliente es visitado por una ruta diferente. Las rutas se combinan iterativamente considerando el ahorro, en términos de costo de ruteo, que se puede lograr sirviendo a dos clientes en la misma ruta en lugar de dejarlos en las rutas separadas. Otras extensiones del método de ahorro para este problema son presentadas por Golden en 1985 [7] y Casco en 1988 [8].

Goetschalckx y Jacobs-Blecha (1989), en [9] desarrollaron una formulación de PLE para el problema VRPB el cual es una extensión de la formulación Fisher y Jaikumar (1981) [10] con la inclusión de los clientes Backhaul. El modelo se descompone en tres subproblemas. Los dos primeros subproblemas consisten en el agrupamiento de los clientes Backhaul y

Linehaul, los cuales son abordados mediante el problema de asignación generalizada (GAP). El tercer subproblema consiste en determinar M rutas independientes (MDVRP) teniendo en cuenta la restricción de precedencia. Más adelante, en el año 1993 los mismos autores plantean un algoritmo heurístico en [11], para el desarrollo de dicho modelo. Dicha heurística se denomina LHBH, en la cual se considera que la cantidad de clientes de Backhaul están en el mismo orden que los clientes Linehaul.

Posteriormente, Toth y Vigo (1997) plantean un modelo lineal entero para la solución de dicho problema. En [12] se considera tanto la versión simétrica y asimétrica del problema del VRPB, para lo cual se presenta un modelo de programación lineal entera y una cota inferior de Lagrange el cual se consolida mediante un plano de corte. Adicionalmente Toth and Vigo (1999) [13] presentan una heurística de cluster-first-route-second, el cual utiliza un método de agrupación para resolver un modelo exacto para problemas simétricos y asimétricos del VRPB.

En [14], Baldacci, Mingozzi y Giorgi, proponen modelo exacto para el VRPB basado en un set-partitioning, donde el problema se divide en dos grafos, uno para los clientes Linehaul (incluyendo depósito) y otro para los clientes Backhaul (incluyendo depósito). Para cada grafo existe un conjunto de todas las posibles rutas factibles, adicionalmente existe un conjunto de arcos que parte de los vértices terminales de los Linehaul hacia los vértices iniciales de Backhaul.

Algunas variantes del VRPB consideran los rangos de tiempo sobre los cuales se debe recoger o entregar la mercancía, dicha variante se denomina VRPBTW (por sus siglas en inglés *Vehicle Routing Problem with Backhauls and time windows*). En [15] se presenta una heurística constructiva para determinar el conjunto de rutas y diversas heurísticas para la mejoría local de la solución inicial, estas consisten en el 2-opt y en el intercambio de vértices entre rutas.

Las técnicas metaheurísticas han logrado una buena aceptación en la solución de problemas de ruteamiento de vehículos como alternativa a la implementación de técnicas exactas y heurísticas, estas técnicas se caracterizan por introducir aleatoriedad en los procesos de construcción de soluciones al problema planteado.

El algoritmo de colonia de hormigas propuesto por [16], es una técnica que se implementó con el objetivo de encontrar las rutas más cortas dentro de un grafo, este algoritmo es basado en el comportamiento de la colonia cuando esta está en busca de alimento, las hormigas fijan un camino lo más óptimo posible entre el nido y su alimento. En [17], los autores emplean optimización con colonia de hormigas para resolver el problema del VRPB, probando dicho algoritmo en las instancias propuestas por Goetschalckx and Jacobs-Blecha en [9], sin embargo, los resultados obtenidos no son tan buenos a los obtenidos en la literatura (específicamente a los reportados en [18]).

Otras experiencias con dicho algoritmo se presentan en [19], con el fin de abordar el VRPBTW, valiéndose como punto de partida de un algoritmo heurístico de inserción, basado en ahorros. De manera similar en [20] se propone un algoritmo de colonia de hormigas para resolver el MVRPB, donde, la función de visibilidad, que tradicionalmente incluye el inverso de la distancia entre un par de vértices, es sustituido por 2 expresiones propuestas por los autores, la primera expresión corresponde a la función de ahorros de Clark & Wright, el segundo componente depende de la capacidad actual del vehículo.

En [21] se usa el algoritmo de múltiples colonias de hormigas para solucionar el VRPB. El primer tipo de hormigas se hace para la asignación de clientes a los vehículos, el segundo tipo de hormiga se emplea para la construcción de las rutas, una vez obtenida la solución se genera una etapa de búsqueda local mediante el 2-opt, “customer insertion/interchange multi-route scheme” y “sub-path exchange”.

En [22] se emplea el algoritmo de colonia de hormigas para abordar el VRPB con múltiples viajes y ventanas de tiempo (VRPBMTTW). En [23] los autores emplean esta misma metaheurística para el problema de ruteamiento de vehículos incluyendo Backhaul aplicado al problema de distribución de papa en Colombia.

Otros algoritmos bio-inspirados, como por ejemplo el algoritmo genético (AG), se implementan para tratar dicho tema. En [24] se considera el VRPB, implementado un algoritmo denominado “Algoritmo memético (MA, por su sigla en inglés)”, el cual usa un algoritmo evolutivo como mecanismo de exploración.

En [25], se plantea un modelo de VRPB para la fijación de precios referente a la logística de operación de las empresas transportadoras de colecta y entregas, esto se da en la necesidad de que la fijación de precios está mal dimensionada, lo que conlleva a las empresas a no obtener beneficios por la prestación de sus servicios.

El algoritmo de búsqueda tabú fue propuesto por Glover en 1989, es un algoritmo de búsqueda local, el cual contiene mecanismos de memoria de corto y largo plazo con el fin de restringir ciertos movimientos y así evitar caer en óptimos locales. En [26] se describe una nueva variante, denominada búsqueda tabú granular para resolver el problema del VRP, este consiste en eliminar aquellos movimientos o configuraciones que no conduzcan a soluciones de buena calidad, haciendo que la búsqueda realice movimientos promisorios.

En [27] se plantea un método metaheurístico de búsqueda local, el cual emplea un mecanismo de parámetros-libre denominado “promises”, inspirado en los criterios de aspiración empleados en los algoritmos de búsqueda tabú. El algoritmo explora sobre un vecindario el cual consiste en la inserción o intercambio (swap) de conjuntos de secuencia de vértices denominados “bones”, las cuales se codifican especificando el vértice y el tamaño de vértices contenidos después del anteriormente especificado, dicha codificación se denomina SMD (Statical Movement Descriptor), el tamaño de dichos conjuntos es variable, el 2-opt también es implementado de manera similar. El algoritmo propuesto es probado en las instancias “benchmark”.

En [28] se resuelve el VRPB a través de un algoritmo de búsqueda local denominado ILS (Iterated Local Search) que parte de una solución inicial y que luego del proceso de búsqueda local realiza una perturbación a la solución para explorar el espacio de soluciones. El problema parte de una solución inicial a la que se realiza una búsqueda local, posteriormente se procede a realizar un número de ciclos definido de perturbación en la solución, acompañados de una búsqueda local.

El problema multi-depósito eleva la complejidad del problema ya que se debe asignar los clientes a cada depósito y luego diseñar las rutas. En [29] se plantea un AG genético para obtener una solución al problema del MDVRP. De manera similar [30] plantea un algoritmo genético híbrido para resolver el problema del MDVRPB, la metodología es probada en un sistema de 16 clientes con una demanda de entrega y colecta.

En [31] se emplea un algoritmo híbrido genético para obtener soluciones de buena calidad al problema del SFMDVRPB y MFMDVRPB. Este consiste en emplear un algoritmo genético cuyo cromosoma contiene todos los clientes y depósitos, donde el operador de mutación permite el intercambio de rutas entre depósitos.

En [32], una adaptación del algoritmo basado en vecindarios variables (VNS) se usa para resolver el problema del MDVRP, el algoritmo contiene una serie de vecindarios y de algoritmos de búsqueda local, mecanismos para identificar las fronteras de los clientes, diversificación y métodos para agregar o quitar rutas entre depósitos.

Una aplicación más práctica es desarrollada en [33], el cual emplea el algoritmo “*assignment-seewp*” para realizar simulaciones del MDVRP para una compañía holandesa, valiéndose de herramientas como *Google Maps* para obtener las distancias entre los puntos de la trayectoria realizada. Dicho algoritmo emplea algoritmos como “*cluster first – route second*” y “*route first – cluster second*”.

En [34] se propone un algoritmo para el MDVRPB, este consiste en establecer las fronteras de los depósitos de acuerdo a un criterio previamente definido, los clientes que no están en las fronteras son asignados a su depósito más cercano, posteriormente se generan las rutas para los clientes asignados.

En [35] se emplea una metodología para el desarrollo del problema del VRPPD, dicha metodología se divide en 4 fases, donde en la primera fase se construye una solución factible, en la segunda fase se realiza una mejora, en la tercera fase se fortalece la factibilidad, y en la cuarta se realiza más mejoras.

En [36] se presentan dos heurísticas para resolver el problema de MDVRP basadas en el concepto de minimizar la máxima longitud de un tour (“min-max MDVRP”). La primera heurística se denomina “Tour Partition Heuristic” genera el gran tour para todos los nodos y posteriormente se realiza la partición en k tours para unir con el depósito, la segunda heurística se denomina “Region Partition Heuristics” que consiste en dividir en k polígonos equitativos, donde cada polígono tiene asociado un vehículo.

De igual forma [37] plantea un algoritmo heurístico para resolver el problema del VRP considerando tiempos de entrega y múltiples objetivos. El modelo planteado emplea 3 funciones objetivos, donde la primera función objetivo consiste en minimizar la distancia total recorrida, la segunda función objetivo trata de equilibrar la mercancía entre las rutas empleadas y la última función objetivo trata de equilibrar los tiempos de entrega.

En [38] se resuelve el problema de diseño de rutas en un enfoque multiobjetivo (con múltiples objetivos) a través de un algoritmo evolutivo propuesto y previamente adaptado. Se evalúa su desempeño con las métricas apropiadas.

En [39] se trabaja el problema del VRPBW, el enfoque de este trabajo es la reducción de los gases de efecto invernadero ocasionados por los vehículos empleados en el ruteo, los autores exponen un modelo de transporte cuya función objetivo es minimizar la energía consumida por el vehículo a lo largo de la ruta.

En [40], se presenta una heurística unificada para diferentes problemas de ruteo vehículo con Backhaul, llevando estos diferentes tipos de problemas VRPB a un modelo VRP con ventanas de tiempo, también se considera VRPB de recogida mixta y la entrega con múltiples depósitos.

A continuación, se extraen los modelos VRPB planteados en la literatura especializada y que fueron reunidos por Ropke and D. Pisinger, en [40], en este artículo se afirma que el problema VRPB se puede resolver como varios problemas de ruteo abierto de vehículos con restricción de capacidad (OCVRP - Figura 1) o cerrar las rutas y convertirlos en dos problemas independientes de ruteo de vehículo con restricción de capacidad (CVRP - Figura 2); uno para la entrega (Linehaul) y otro para la recolección (Backhaul), pero las soluciones no son de buena calidad si se comparan con el ruteo de vehículos con Backhaul (VRPB - Figura 3), ya que en el problema de ruteo de vehículos con Backhails se utiliza el mismo vehículo para realizar la ruta de recogida y entrega de carga a los clientes, podría afirmarse que el Modelo VRPB es una generalización de la CVRP, donde se busca obtener el máximo beneficio de la flota de vehículos y reducir el transporte vacío.

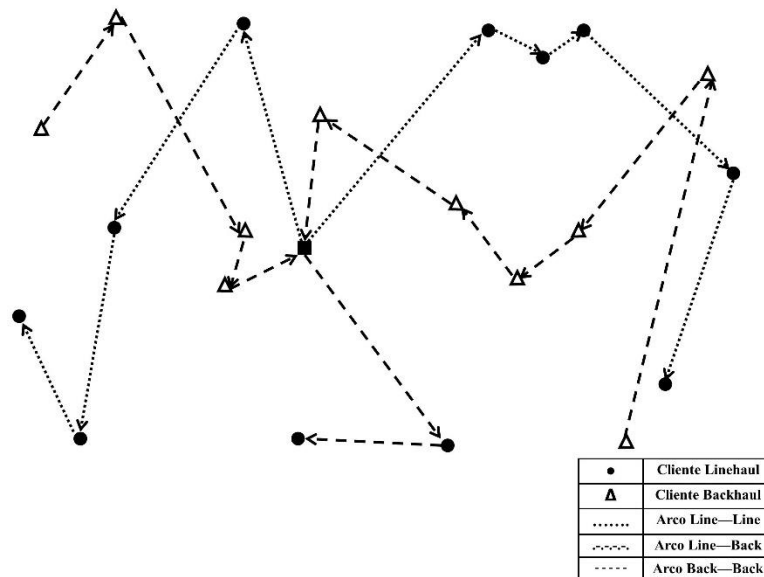


Figura 1. Ruteo abierto de vehículos con restricción de capacidad – OCVRP.

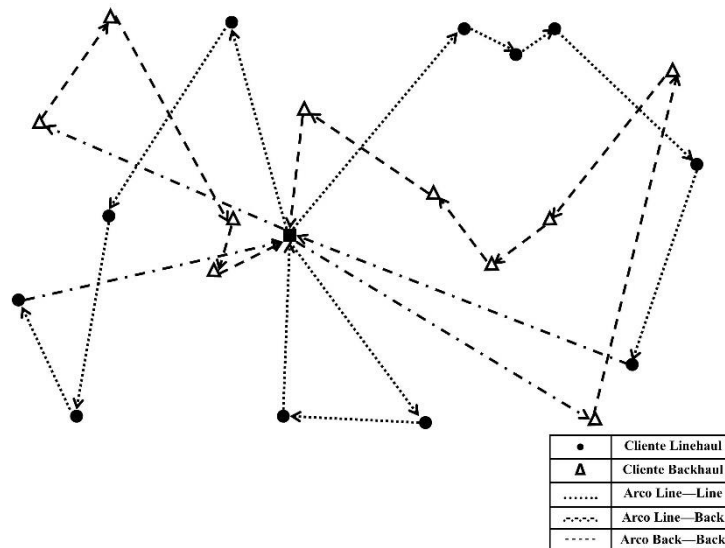


Figura 2. Ruteo de vehículos con restricción de capacidad – CVRP.

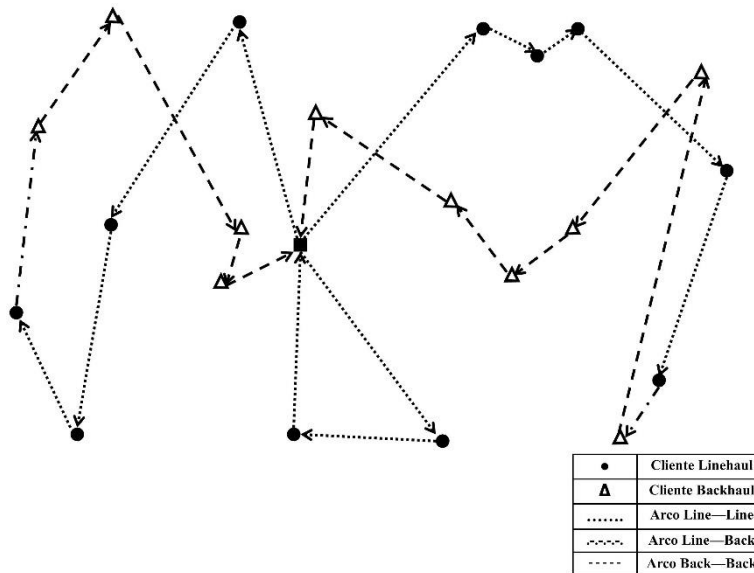


Figura 3. Ruteo de vehículos con Backhauled – VRPB.

El VRPB que es estudiado en el presente proyecto está sujeto a las siguientes limitaciones:

- Los clientes Linehaul deben abordarse antes de los clientes Backhaul (para facilitar la descarga, los plazos de entrega a los clientes Linehaul son prioritarios y los clientes Backhaul pueden ser recogidos al final).
- No se tiene rutas con solo clientes Backhaul.
- La suma de las entregas a los clientes Linehaul y la suma de las recolecciones de los clientes Backhaul no excede la capacidad del vehículo.
- Se da o se calcula al principio del problema el número de vehículos.
- Los clientes se sirven de un solo depósito.
- La flota es homogénea.

Se plantean también las variantes más comunes del VRPB:

- 1. Problema ruteo mixto de vehículos con backhauls (MVRPB):** donde el vehículo entrega y recolecta simultáneamente, tradicionalmente llamado pickup and delivery y muy utilizado en el transporte de gaseosas donde se entrega la gaseosa con el líquido y se recoge los envases para el proceso de reciclaje (MVRPB – Figura 4).

Se relajan las restricciones (A), (B) y (D), es decir, dentro de una ruta se mezcla libremente los clientes Linehaul y los clientes Backhaul, se puede tener rutas con sólo clientes Backhaul y se puede utilizar tantos vehículos como se quiera. Se debe respetar el límite de capacidad de los vehículos, se puede tener la variante en MVRPB de tener una limitación en el tiempo de la atención a los clientes Linehaul y Backhaul, y limitar longitud de tiempo o distancia de la ruta.

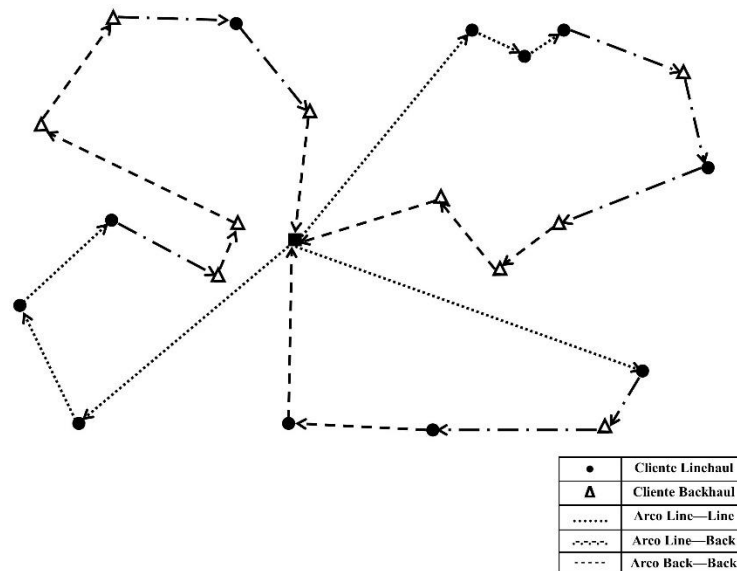


Figura 4. Ruteo mixto de vehículos con backhauls – MVRPB.

- 2. Problema ruteo de vehículos mixto multi-depósito con backhauls (MDMVRPB):** donde se mezcla de recolección y entrega de carga a los clientes es hecho desde múltiples depósitos (MDVRPB - Figura 5). Es una generalización de la MVRPB, donde se relaja la limitación (E), dando la posibilidad de que un cliente puede ser servido por más de un depósito, en cada depósito hay un número limitado de vehículos y cada vehículo debe empezar y terminar su turno en el mismo depósito.

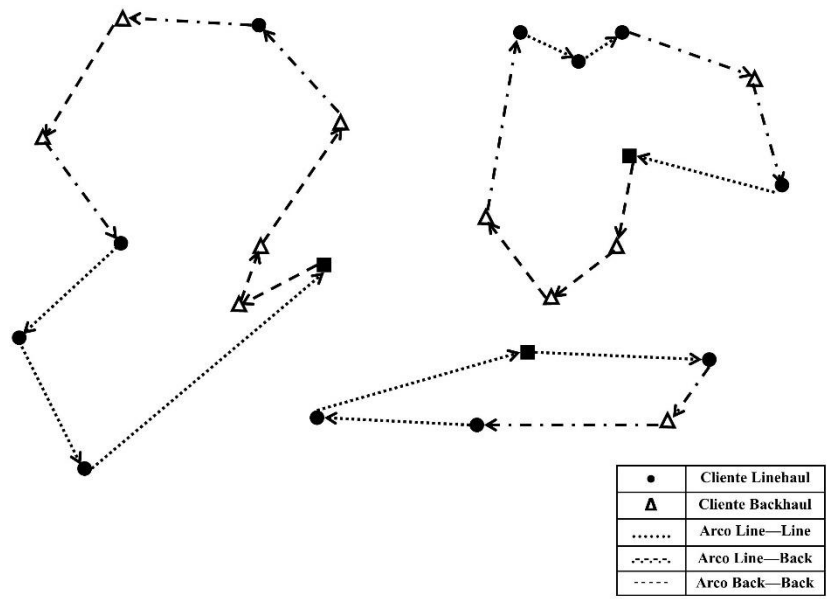


Figura 5. Ruteo mixto de vehículos multi-depósito con backhauled – MVRPB.

3. **Problema ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y backhauled (VRPBTW):** donde se considera adicional a la posibilidad de recolectar y entregar carga simultáneamente, se tiene un condicionamiento en la hora de la visita por parte del vehículo (Figura 6 - MVRPBTW). En este modelo el VRPB se asigna a un intervalo de tiempo para cada cliente, haciendo que el tiempo de viaje se asocie con los tiempos solicitados por los clientes para la entrega y recolección y los tiempos dados para tal atención, de tal manera que las visitas a un cliente deben empezar dentro de la ventana de tiempo, si el vehículo llega demasiado temprano donde un cliente deberá esperar hasta el comienzo de la ventana de tiempo, si el vehículo llega demasiado tarde este trayecto no podrá ser considerado. En este modelo se relaja las limitaciones (B) y (D) de las condiciones del VRPB, es decir podrán existir rutas con solo clientes Backhaul y no se conoce con anterioridad o no se limita la cantidad de vehículos a utilizarse.

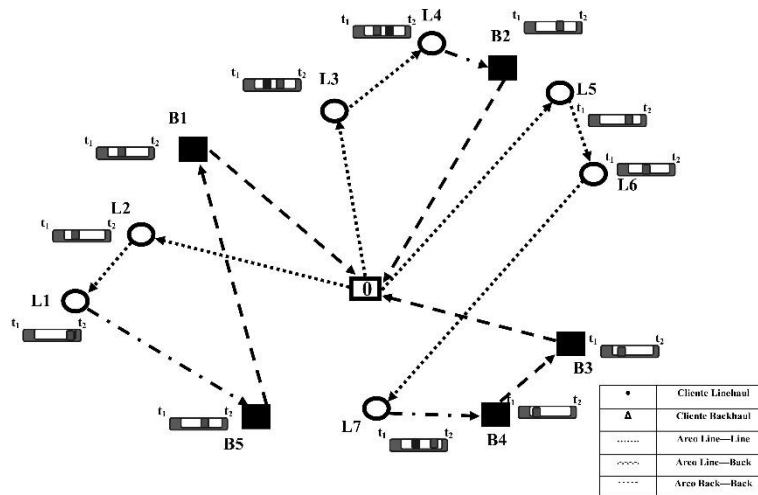


Figura 6. Ruteo mixto vehículos con ventana de tiempo y backhauls – MVRPBTW.

4. **Problema ruteo mixto de vehículos con ventanas de tiempo y backhauls (MVRPBTW):** se relaja la restricción (A), siendo capaz de mezclar clientes Linehaul y clientes Backhaul libremente dentro de una ruta. El objetivo considerado en la literatura es, buscar minimizar el número de vehículos a utilizar y la distancia pasa a ser un segundo plano.

5. **Problema ruteo de vehículos con entrega y recolección simultánea (VRPSDP):** los clientes están obligados a entregar y recoger sus productos al mismo tiempo, por lo tanto, cada cliente es visitado una sola vez por un vehículo. La descarga se realiza, obviamente, antes de cargar a estos clientes. La operación recolección y entrega al mismo tiempo aumenta costos y molestias a los clientes asociados con la manipulación en los vehículos, esto podría generar rutas más largas.

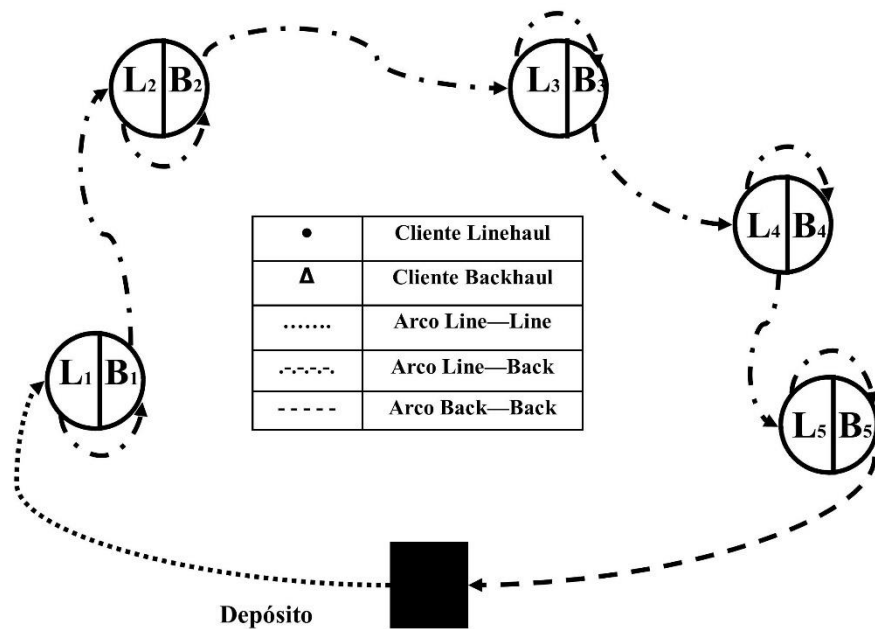


Figura 7. Ruteo de vehículos con entrega y recolección – VRPSDP.

6. Otros tipos de problemas para VRPB: Wade and Salhi en [41] presentan un problema que generaliza VRPB y MVRPB, donde no se mezcla libremente los clientes Linehaul y Backhaul, ya que un vehículo sólo puede empezar a servir a los clientes Backhaul después de un cierto porcentaje de haber atendido los clientes Linehaul o equivalente a un porcentaje de desocupación del vehículo: del 0%, si se mezcla MVRPB (Figura 4), del 100%, no se mezcla VRPB (Figura 3) y un porcentaje entre el 0% y el 100%, se mezclan MVRPB y VRPB con base en este porcentaje.

Halskau en [42] propone VRPB con Lazo, es propuesto para los clientes que requieren que se les entregue y recoja carga simultáneamente, pero se puede presentar la situación que un cliente de los más cercanos al depósito quiera que se le entregue una carga, pero no se libera el espacio en el vehículo de tal manera que permita recogerle la carga, en los siguientes clientes si se ha liberado el espacio en el vehículo y se puede ejecutar las acciones entrega y recolección, al final de la ruta se recogerá la carga de los clientes a los cuales ya se les había visitado para la entrega de la carga. Gráficamente se genera la forma de un lazo de allí su nombre (Figura 8).

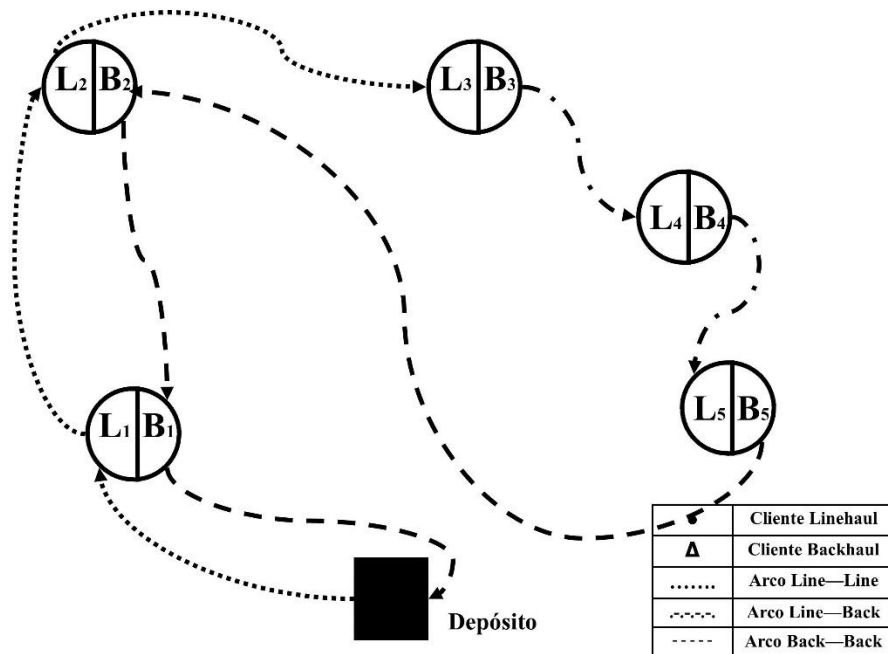


Figura 8. Ruteo de vehículos con backhauls en forma de lazo.

Se presenta el problema de ruteo del multi-depósito con recarga – MDVRPBS [23], donde se cuenta con clientes Linehaul que requieren el suministro de productos y se cuenta con depósitos dispersos por diferentes sitios. La formación de las rutas se inicia desde un depósito se procede a realizar entregas hasta que no se tenga en el vehículo carga para abastecer un cliente Linehaul, entonces se busca un depósito diferente que pueda proveer la carga necesaria para llenar nuevamente el vehículo y continuar abasteciendo los clientes Linehaul pendientes de la vista.

En la figura 9, se presenta el tradicional VRP Multidepósito sin recarga y en la figura 10, se tiene la ruta única que se tendría con el modelo propuesto. En este modelo los clientes backhaul se convierten en depósitos.

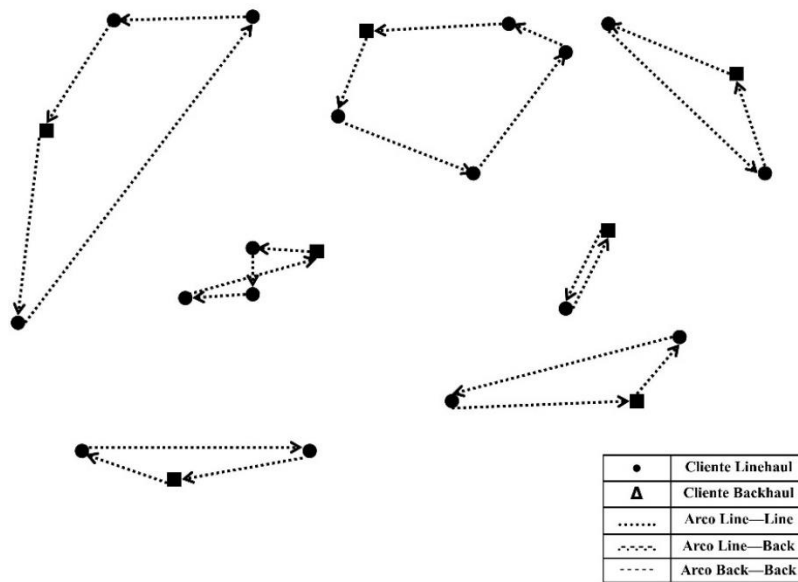


Figura 9. Ruteo de vehículos multi-deposito sin recarga.

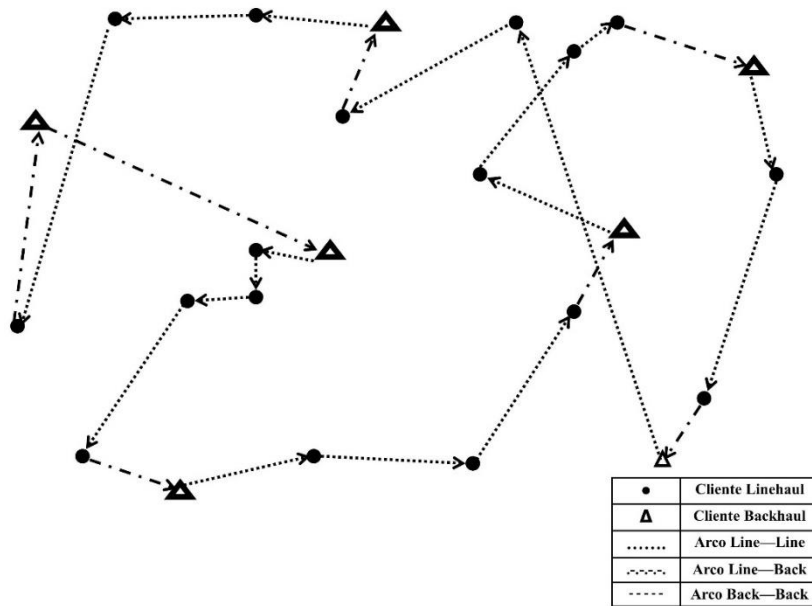


Figura 10. Ruteo de vehículos multi-deposito con recarga (los clientes Backhaul son depósitos).

A partir de la revisión realizada en publicaciones indexadas, se percibe que el problema del diseño de rutas considerando un depósito ha sido ampliamente explorado y resuelto a través de diversas técnicas heurísticas, metaheurísticas, y estrategias híbridas con técnicas exactas. Por otro lado, el problema considerando múltiples depósitos presenta un nivel de complejidad mayor que viene siendo estudiado, aunque con menores resultados publicados. Este problema representa la actualidad en los proyectos de investigación dedicados al estudio de problemas de ruteo de vehículos.

En este proyecto se pretende abordar los problemas de VRPB monodépósito tomando las instancias descritas por Toth y Vigo en la página 147 de [2] y por Baldacci, Mingozzi y Giorgi en [14], y resueltas en Wassan [43] y multidépósito con un enfoque multiobjetivo que busque el mejor compromiso entre objetivos como la distancia recorrida, tiempo total de recorrido de las rutas programadas, número de vehículos despachados, y mitigación de gases. Debido al tamaño exponencial del espacio de solución, el proyecto aborda la solución a través de técnicas heurísticas y metaheurísticas adaptadas para el enfoque multiobjetivo que se desea. Para verificar la eficiencia de las estrategias de solución propuestas se parte del conocimiento de instancias de prueba usadas en la literatura especializada [44].

Finalmente, a continuación, se presenta indicadores generados a partir de los 103 artículos de la literatura especializada revisados sobre el problema de ruteo de vehículos con Backhaul problema (con la fórmula de búsqueda “Vehicle+Routing+ Problem+with+backhaul, VRPB, por sus siglas en inglés).. En la tabla 1 se presenta una clasificación de los artículos de acuerdo con su clasificación en Colciencias. Es importante anotar que del total disponible un alto porcentaje de los artículos seleccionados corresponde a revistas internacionales con categorías A1, A2, y Conferencias IEEE. De esta forma se pretende filtrar los artículos y mantener los de mayor impacto, pertinencia, y confiabilidad de la información. Esta clasificación se puede observar con mayor claridad en la figura 11. Se evidencia 42 artículos (40%) corresponden a revistas internacionales con categoría A1, 30 artículos (29%) están en revistas categoría A2. Y en lo concerniente a Conferencias Internacionales avaladas por IEEE y otras bases de datos internacionales, se revisaron 16 artículos (15%). Los restantes 16 documentos revisados correspondieron a reportes nacionales, capítulos de libros y revistas en categoría C, los cuales presentan aspectos relevantes.

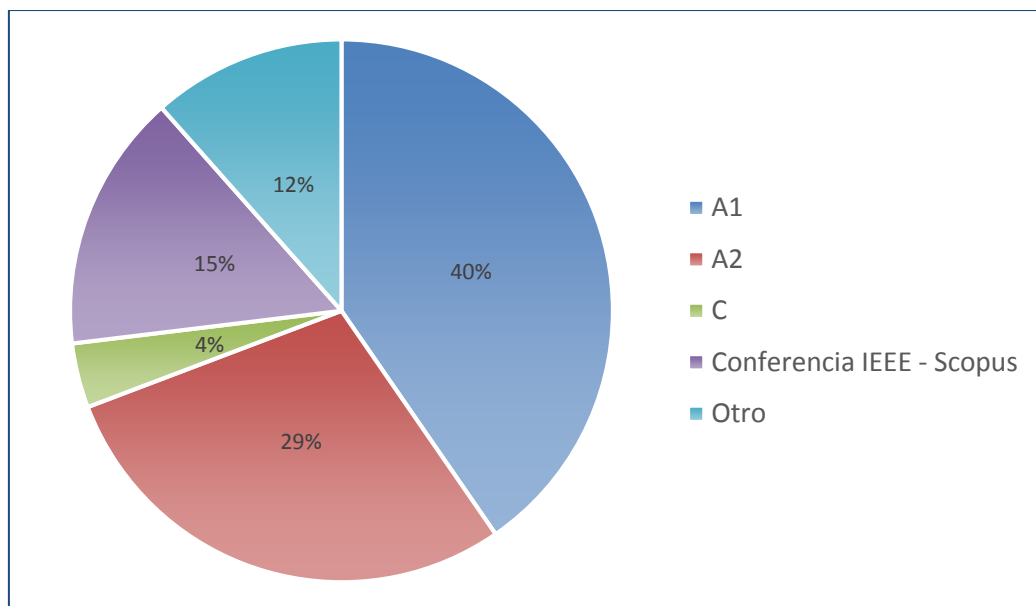


Figura 11. Categoría revistas artículos revisados - VRPB

En la tabla 2, se relacionan las revistas exploradas y la cantidad de artículos encontrados en cada una, teniendo énfasis en la búsqueda del VRPB. Como se observa, se enfocó el estudio de artículos a la caracterización de acuerdo al tipo de

heurística y metaheurística empleada, el número de objetivos en el modelo matemático, el número de depósitos, el año de publicación, la categoría de la revista, el país, y los autores que publicaron.

En la figura 12 se evidencia que el uso de técnicas heurísticas se encuentra en un 46% de los artículos revisados, mientras que un 50% de los trabajos se prefiere el uso de técnicas metaheurísticas. Es notable que el uso de técnicas exactas representa apenas el 4%. Esto muestra que las técnicas heurísticas y metaheurísticas no han perdido relevancia como alternativa para la búsqueda de soluciones al VRPB, y que en el caso del modelo exacto ha sido muy poco explorado.

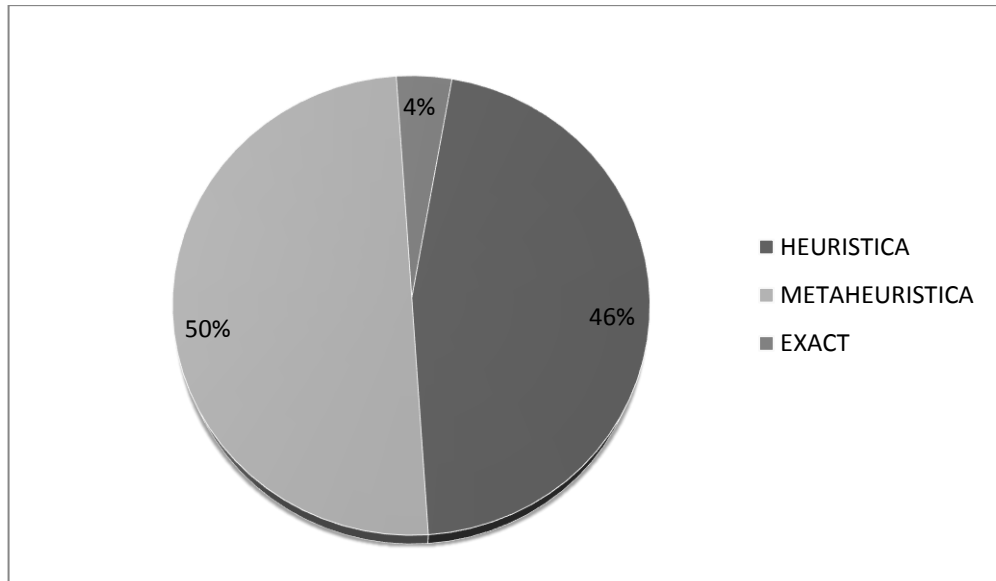


Figura 12. Publicaciones según heurística, metaheurística y modelo EXACTO – VRPB

Al analizar y clasificar con mayor profundidad la técnica de solución empleada, en la figura 13 se observa que las metaheurísticas más usadas son los Algoritmos Genéticos, Colonia de Hormigas y Búsqueda Tabú. Entretanto, las heurísticas destacadas son la de Búsqueda Local e Inserción, donde se explora exhaustivamente a partir de una respuesta de buena calidad obtenida con alguna otra técnica.

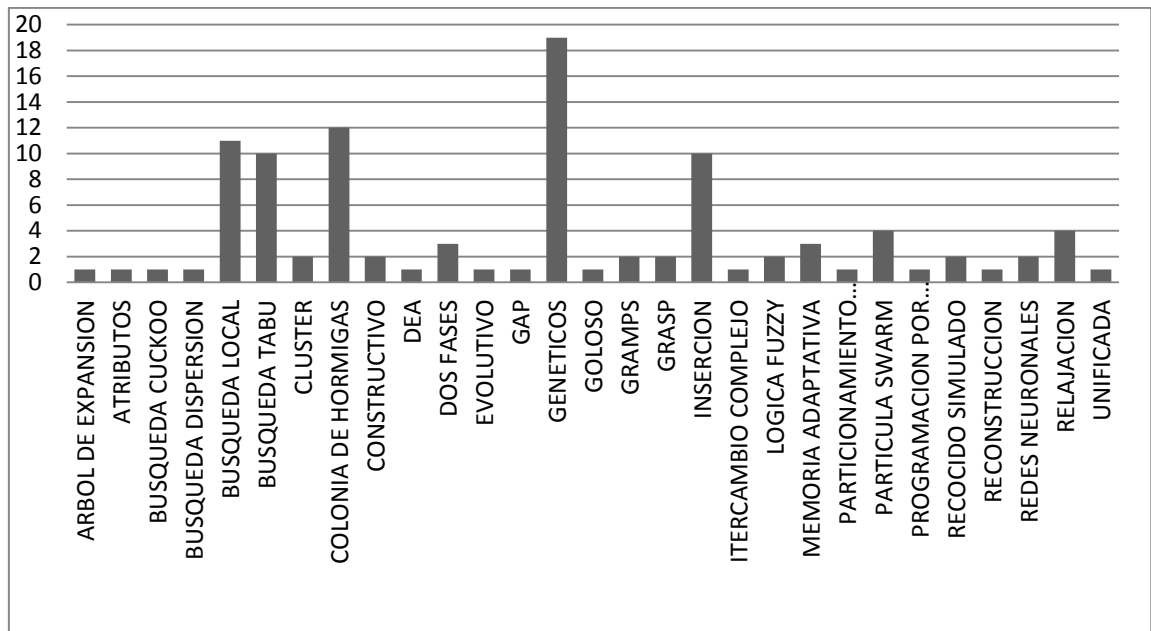


Figura 13. Publicaciones según tipos de heurística, metaheurística o relajación utilizada - VRPB

En la figura 14 se realiza una distribución de los artículos de acuerdo con el número de depósitos. Se tiene un porcentaje del 88% enfocado al modelo de un solo depósito (monodepósito), mientras que 12% considera la existencia de varios depósitos (multidepósito). Esto muestra que existe una buena oportunidad en avanzar en VRPB con multidepósito.

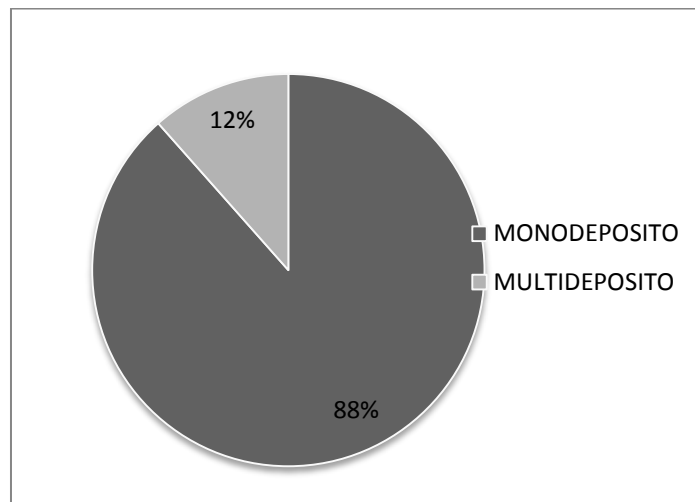


Figura 14. Publicaciones según número de depósitos - VRPB

La figura 15 evidencia que gran parte de los trabajos consultados, con un porcentaje del 91%, contienen un modelo matemático que optimiza un solo objetivo (monoobjetivo), generalmente dirigido a la minimización de la distancia recorrida o el costo de operación. Por tanto, cerca de un 9% de los trabajos considera varios objetivos simultáneos en su proceso de optimización (multiobjetivo). Así, resulta válida la afirmación de que existe un espacio propicio de investigación en VRPB multiobjetivo.

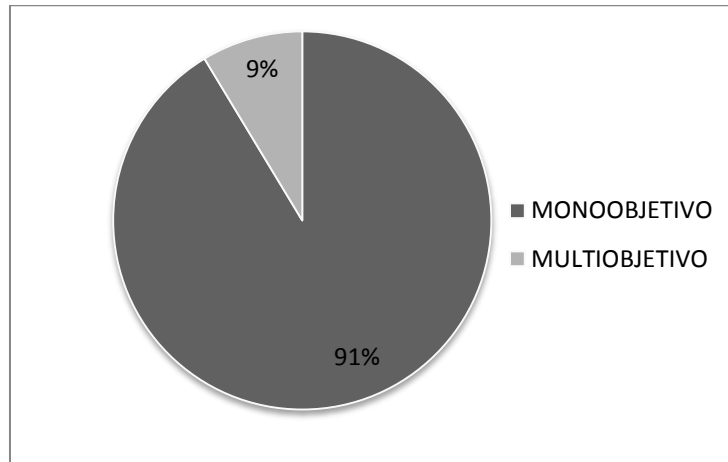


Figura 15. Publicaciones según tipo de función objetivo – VRPB

En la figura 16, se presenta una clasificación de acuerdo al país de origen de la publicación. La mayor producción se tiene en China, con 29 publicaciones, Canadá y Turquía con 8, e Inglaterra con 7. En Colombia no se cuenta con una cantidad importante de artículos que alimenten la discusión internacional.

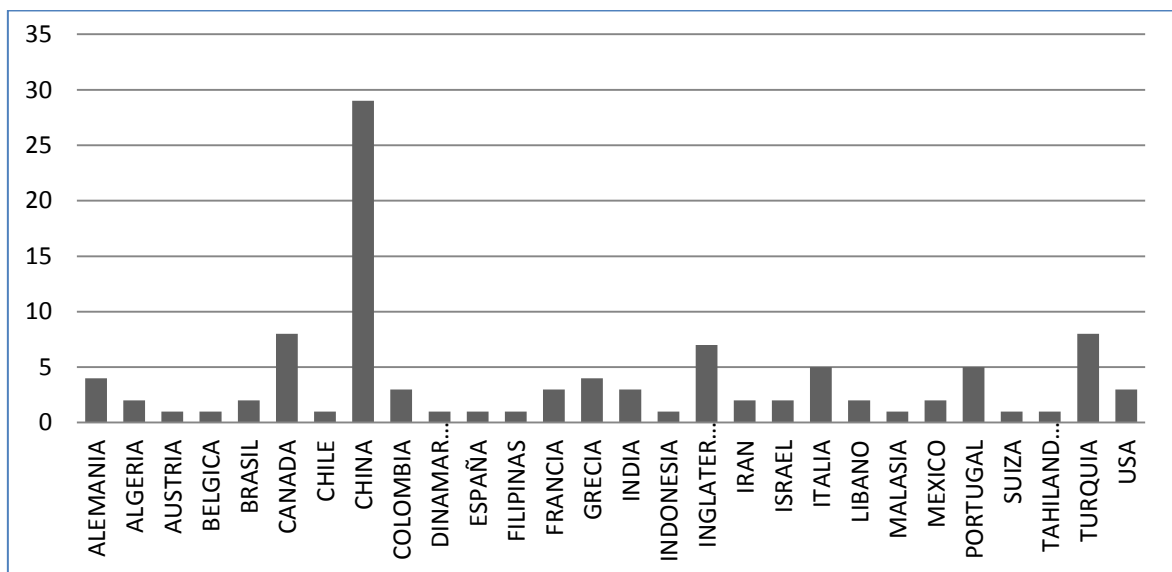


Figura 16. Publicaciones según número de artículos por país – VRPB.

En la figura 17, se clasifican los artículos de acuerdo a su año de divulgación. Se observa un auge en los últimos 10 años hasta el punto que el 76,9% correspondiente a 80 artículos han sido publicados en la última década y solo 24 artículos para un 23,1% antes del 2005. En los últimos 2 años, 2014-2016, el número de artículos publicados fue de 20 artículos. Este hecho, sumado a lo expuesto en la figura 17, permite afirmar que el tema de VRPB es actual, relevante, pertinente, y atrae la atención de diferentes grupos de investigación alrededor del mundo

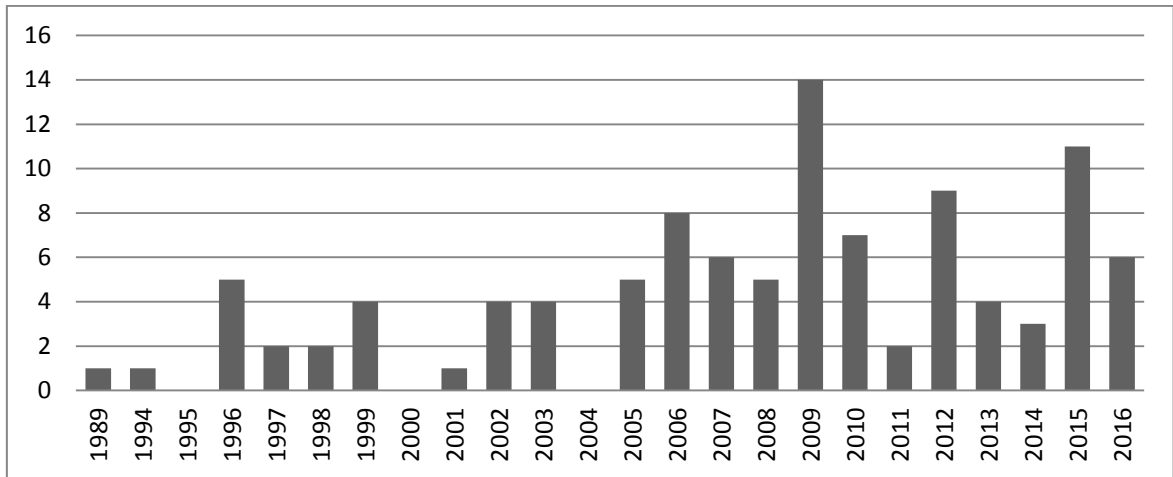


Figura 17. Publicaciones según número de artículos por año - VRPB

Finalmente, en la figura 18, se realiza un análisis de la cantidad de artículos publicados por autor, donde se ha realizado una extracción de los autores con mayor representación en el tema desde el punto de vista del número de publicaciones divulgadas. Es importante evidenciar que varios autores han explorado diferentes alternativas de solución al problema de ruteo de vehículos con backhauled.

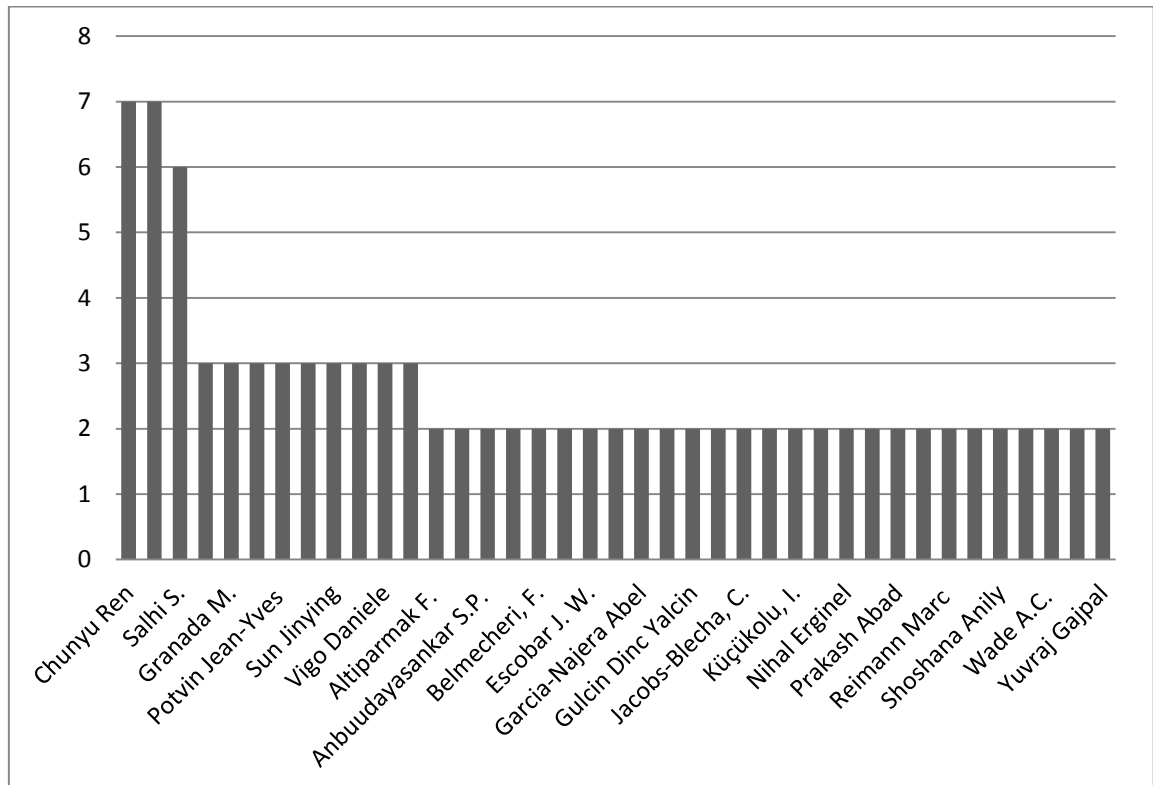


Figura 18. Publicaciones según autores con más de dos (2) publicaciones en VRPB.

Tabla 1. Artículos Revistas Indexadas (103): Algoritmos de solución para el problema multidepósito - VRPB
 Title-Abs-Key (Vehicle Routing Problem with Backhaul)

No	ARTICULO	AÑO	METODO	ALGORITMO	OBJETIVOS	NÚMERO DEPOSITO	PAIS	IEEE	SCOPUS	WEB	REVISTA
1	The Vehicle Routing Problem with Backhauls	1989	Heurística	Dos Fases	Monoobjetivo	Monodepósito	Usa		X		European Journal of Operational Research
2	The Traveling Salesman Problem with Delivery and Backhauls	1994	Heurística	Árbol De Expansión	Monoobjetivo	Monodepósito	Israel		X		Operations Research Letters
3	A Genetic Algorithm for Vehicle Routing with Backhauling	1996	Heurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá		X		Applied Intelligence
4	Heuristic Approaches to Vehicle Routing with Backhauls and Time Windows	1996	Heurística	Constructivo	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá		X		Computers And Operations Research
5	The Simulated Trading Heuristic for Solving Vehicle Routing Problems	1996	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Alemania		X		Discrete Applied Mathematics
6	The Traveling Salesman Problem with Backhauls	1996	Heurística	Intercambio Complejo	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá			X	Computers & Operations Research
7	The Vehicle-Routing Problem with Delivery and Backhaul Options	1996	Heurística	Particionamiento Circular	Monoobjetivo	Monodepósito	Israel			X	Naval Research Logistics
8	A Tabú Search Heuristic for The Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows	1997	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá		X		Transportation Science
9	An Exact Method VRP With Backhaul	1997	Exacto	Relajación	Monoobjetivo	Monodepósito	Italia		X		Transportation Science
10	Exact and Heuristic Algorithms for The Symmetric and Asymmetric VRP With Backhauls Toth And Vigo	1998	Exacto	Relajación	Monoobjetivo	Monodepósito	Italia			X	European Journal of Operational Research
11	The Vehicle Routing Problem with Backhauls: Properties and Solution Algorithms	1998	Heurística	Gap	Monoobjetivo	Monodepósito	Usa			X	Atlanta: Georgia Tech Research Corporation
12	A Cluster Insertion Heuristic for Single and Multiple Depot Vehicle Routing Problems with Backhauling	1999	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Multidepósito	Inglaterra		X		Journal of The Operational Research Society
13	A Cluster Insertion-Based Heuristic with Load-Dependent Service Times and Transportation Costs for The Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows	1999	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	Filipinas			X	Asia Pacific Industrial Engineering and Management System
14	A Heuristic Algorithm for The Symmetric and Asymmetric Vehicle Routing Problems with Backhauls	1999	Heurística	Clúster	Monoobjetivo	Monodepósito	Italia		X		European Journal of Operational Research

15	An Exact Method for The VRP With Backhauls Mingozzi Giorgi Baldacci	1999	Exacto	Relajación	Monoobjetivo	Monodepósito	Italia		X		Transportation Science
16	An Ant System Algorithm for The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2001	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Inglaterra			X	Computer Decision-Making
17	A GRASP Interactive Approach to The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2002	Heurística	Grasp	Monoobjetivo	Monodepósito	Portugal		X		Operations Research/ Computer Science Interfaces Series
18	An Investigation into A New Class of Vehicle Routing Problem with Backhauls	2002	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	Inglaterra		X		Omega
19	Insertion Based Ants for Vehicle Routing Problems with Backhauls and Time Windows	2002	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Austria			X	University of Vienna, Vienna, Report
20	Relation Between Vehicle Routing Problems: An Insertion Heuristic for The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-Up Applied to The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2002	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	Alemania		X		Journal of The Operational Research Society
21	A Neural Network Algorithm for The Traveling Salesman Problem with Backhauls	2003	Heurística	Redes Neuronales	Monoobjetivo	Monodepósito	Libano		X		Computers & Industrial Engineering
22	Multi-Attribute Label Matching Algorithms for Vehicle Routing Problems with Time Windows and Backhauls	2003	Heurística	Atributos	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		IIE Transactions
23	Solving Vehicle Routing Problem with Backhauls	2003	Heurística	Recocido Simulado	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		Journal of The Chinese Institute of Industrial Engineers
24	The Single-Vehicle Routing Problem with Unrestricted Backhauls	2003	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá		X		Networks
25	A Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows a Guided Local Search Solution	2005	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Usa		X		Transportation Research
26	An Algorithm for The Generalized Vehicle Routing Problem with Backhauling	2005	Heurística	Constructivo	Monoobjetivo	Monodepósito	India		X		Journal Of Operational Research
27	Heuristic Algorithms for Single and Multiple Depot Vehicle Routing Problems with Pickups and Deliveries	2005	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Multidepósito	Inglaterra			X	International Journal Of Transportation
28	Metaheuristics Applied to Mixed and Simultaneous Extensions of Vehicle Routing Problems with Backhauls	2005	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	Portugal		X		Journal of The Operational Research Society

29	Mode for Bi-Objective Time Dependent Vehicle Routing Problem and Its Algorithm	2005	Heurística	Inserción	Multiobjetivo	Monodepósito	China		X		Journal of Huazhong University of Science and Technology
30	A Memetic Algorithm for A Vehicle Routing Problem with Backhails	2006	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	Irán		X		Applied Mathematics And Computation
31	A New Tabú Search Algorithm for The Vehicle VRP With Backhails	2006	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	Portugal		X		European Journal of Operational Research
32	A Unified Heuristic for A Large Class of VRP With Backhaul	2006	Heurística	Unificada	Monoobjetivo	Multidepósito	Dinamarca		X		European Journal of Operational Research
33	Comparing Backhauling Strategies in Vehicle Routing Using Ant Colony Optimization	2006	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Multiobjetivo	Monodepósito	Suiza		X		Central European Journal of Operations Research
34	Model and Algorithm for Vehicle Routing Problem with Backhails and Time Windows	2006	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		Journal of Southwest Jiaotong University
35	On the Algorithm for VRPBTW (Vehicle Routing Problem with Backhails and Time Windows)	2006	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		Journal Of Northeastern University
36	Reactive Tabú Search Algorithm for Time-Dependent Vehicle Routing Problem with Backhails	2006	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		Computer Integrated Manufacturing Systems, CIMS
37	Self-Organizing Feature Maps for The Vehicle Routing Problem with Backhails	2006	Heurística	Redes Neuronales	Monoobjetivo	Monodepósito	Libano		X		Journal Of Scheduling
38	A Heuristic Algorithm for Multiple Depots Vehicle Routing Problem with Backhails	2007	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X			Conferencia International
39	A Two-Stage Model of Vehicle Routing and Transport Service Pricing with Backhails	2007	Metaheurística	Genéticos	Multiobjetivo	Monodepósito	China	X			Conferencia International
40	Fuzzy Dynamic Study on Vehicle Routing Schedule Combining Out and Backhails	2007	Metaheurística	Lógica Fuzzy	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		Journal Of Northeastern University
41	Genetic Algorithm for The Vehicle Routing Problem with Backhaul	2007	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		System Engineering Theory and Practice
42	Reactive Tabú Adaptive Memory Programming Search for The Vehicle Routing Problem with Backhails	2007	Metaheurística	Memoria Adaptativa	Monoobjetivo	Monodepósito	Inglaterra		X		Journal of The Operational Research Society

43	Tuning the Parameters of a Memetic Algorithm to Solve Vehicle Routing Problem with Backhauls Using Design of Experiments	2007	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá				X	International Journal of Operations Research
44	A Dynamic Vehicle Routing Problem with Backhaul and Time Window	2008	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X				Service Operations and Logistics, And Informatics
45	A Goal Programming Model for VRP With Backhauls and Soft Time Windows	2008	Heurística	Programación Por Metas	Multiobjetivo	Monodepósito	Irán				X	Journal Of Industrial Engineering
46	An Ant Colony Optimization Approach For The Mixed VRP With Backhauls Vehicle Routing Problem With Backhauls	2008	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquía				X	Conferencia International
47	Research on VRPB Under Time-Division Fuzzy Velocity	2008	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X				Intelligent Computation Technology and Automation
48	Variable Neighborhood Search for Solving Vehicle Routing Problems with Backhauls and Time Windows	2008	Heurística	Goloso	Monoobjetivo	Monodepósito	China				X	Journal Of Northeastern University
49	A Composite Genetic Algorithm with Local Search Methods to Solve a Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	India				X	International Journal of Services and Operations Management
50	A Heuristic Method for The Vehicle Routing Problem with Backhauls and Inventory	2009	Heurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	China				X	Journal Of Intelligent Manufacturing
51	A Novel Two-Phase Heuristic Method for VRP With Backhauls	2009	Heurística	Dos Fases	Monoobjetivo	Monodepósito	China				X	Computers and Mathematics with Applications
52	A Visual Interactive Approach to Classical and Mixed VRP With Backhauls	2009	Heurística	Gramps	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquía				X	Omega
53	An Ant Colony System (ACS) For Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup	2009	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá				X	IFAC Proceedings Volumes
54	An Innovative Metaheuristic Solution Approach for The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	Grecia				X	Technical Report. National Technical University of Athens

55	Multi-Ant Colony System (MACS) For A Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Canadá		X			European Journal of Operational Research
56	Study on Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Type Vehicles and Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Multidepósito	China	X				Conferencia International
57	Study on Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Type Vehicles Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X				Conferencia International
58	Study on Hybrid Heuristic Algorithm for Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Hybrid Picking-Delivery Strategy	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Multidepósito	China	X				Conferencia International
59	Study on Hybrid Heuristic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X				Information Technology and Computer Science
60	Study on Improved Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Depot VRP With Backhauls	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Multidepósito	China	X				Artificial Intelligence And Computational Intelligence
61	Study on Multi-Depot and Multi-Type Vehicles Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Multidepósito	China		X			Control And Decision
62	Study on Single and Mixed Fleet Strategy for Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls	2009	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Multidepósito	China	X				Computational Intelligence and Natural Computing
63	A Hybrid Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery	2010	Metaheurística	Partícula Swarm	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquía	X				Computers And Industrial Engineering
64	An Interactive GRAMPS Algorithm for The Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem with And Without Backhauls	2010	Heurística	Gramps	Monoobjetivo	Monodepósito	Francia		X			European Journal of Operational Research
65	Improved Artificial Fish Swarm Algorithm for Vehicle Routing Problem with Backhaul and Fuzzy Demand	2010	Metaheurística	Partícula Swarm	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X			Pattern Recognition and Artificial Intelligence
66	Modeling of Vehicle Routing Problems with Backhauls of Reverse Logistics and Ant Colony Algorithm	2010	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X			Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology

67	Particle Swarm Optimization to Solve the Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet, Mixed Backhauls, And Time Windows	2010	Metaheurística	Partícula Swarm	Monoobjetivo	Monodepósito	Francia	X				IEEE International Conferencia
68	Study on Single and Mixed Fleet Strategy for Single-Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls	2010	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Multidepósito	China	X				Conferencia International
69	Study on The Model and Improved Immune Algorithm VRP With Backhauls	2010	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X				Computing, Control and Industrial Engineering
70	Solving Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls by Adaptive Memory Programming Methodology	2011	Heurística	Memoria Adaptativa	Monoobjetivo	Monodepósito	China	X				Conferencia International
71	Vehicle Routing Problem with Backhaul, Multiple Trips and Time Window	2011	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Indonesia				X	Jurnal Teknik Industri
72	A Heuristic Based on Integer Programming for The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2012	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquia				X	Conferencia International
73	An Effective Local Search Approach for The Vehicle Routing Problem with Backhaul	2012	Metaheurística	Búsqueda Tabú	Monoobjetivo	Monodepósito	Grecia			X		Expert Systems With Applications
74	Genetic Algorithm for VRP With Backhauls	2012	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	Malasia				X	Computers & Operations Research
75	Heurística Grasp Aplicada Ao VRP Com Backhauls E Frota Heterogênea Fixa	2012	Heurística	Grasp	Monoobjetivo	Monodepósito	Brasil				X	Conferencia International
76	Modified Savings Heuristics and Genetic Algorithm for Bi-Objective Vehicle Routing Problem with Forced Backhauls	2012	Heurística	Genéticos	Multiobjetivo	Monodepósito	India			X		Expert Systems With Applications
77	RESOLUÇÃO DO VRP COM BACKHAULS COM HEURÍSTICA BASEADA WITH HEURISTICS BASED ON LOCAL SEARCH	2012	Metaheurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Brasil				X	E-XACTA
78	Scheduling Deliveries with Backhauls in Thailand's Cement Industry	2012	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	Tailandia			X		Transportation Research Record

79	The Impact of Collaborative Backhaul Routing on Carbon Reduction in The Freight Industry	2012	Heurística	Dos Fases	Monoobjetivo	Monodepósito	China			X	Transportation Research
80	The Vehicle Routing Problem with Backhauls a Multi-Objective Evolutionary Approach	2012	Metaheurística	Evolutivo	Multiobjetivo	Monodepósito	México			X	Conferencia International
81	Mitigation of Greenhouse Gas Emissions in Vehicle Routing Problems with Backhauling	2013	Heurística	Búsqueda Dispersión	Monoobjetivo	Monodepósito	Chile		X		Expert Systems With Applications
82	Particle Swarm Optimization Algorithm for A Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet, Mixed Backhauls, And Time Windows	2013	Metaheurística	Partícula Swarm	Monoobjetivo	Monodepósito	Francia		X		Journal Of Intelligent Manufacturing
83	Solución Del Problema De Ruteo De Vehículos En La Distribución De Papa En Colombia	2013	Metaheurística	Colonia de Hormigas	Monoobjetivo	Multidepósito	Colombia			X	Scientia Et Technica
84	The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Backhauls Formulation and Set Partitioning-Based Heuristics	2013	Heurística	Relajación	Monoobjetivo	Monodepósito	Inglaterra		X		Transportation Research
85	A Differential Evolution Approach for The Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows	2014	Heurística	Dea	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquía		X		Journal Of Advanced Transportation
86	An Iterated Local Search Algorithm for The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2014	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Bélgica		X		European Journal of Operational Research
87	Reoptimization Strategies for A Dynamic Vehicle Routing Problem with Mixed Backhauls	2014	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	Grecia		X		Networks
88	A Memetic Algorithm for The Capacitated Location-Routing Problem with Mixed Backhauls	2015	Metaheurística	Genéticos	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquía		X		Computers And Operations Research
89	A Metaheuristic ACO To Solve the Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls	2015	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Multidepósito	Colombia		X		International Journal of Industrial Engineering and Management
90	A Metaheuristic Reconstruction Algorithm for Solving Bi-Level Vehicle Routing Problems with Backhauls for Army Rapid Fielding	2015	Metaheurística	Reconstrucción	Monoobjetivo	Monodepósito	Grecia		X		Operations Research/ Computer Science Interfaces Series

91	An Adaptive Guidance Meta-Heuristic for The Vehicle Routing Problem with Splits and Clustered Backhauls	2015	Metaheurística	Memoria Adaptativa	Monoobjetivo	Monodepósito	Italia		X		Journal of The Operational Research Society
92	An Advanced Hybrid Meta-Heuristic Algorithm for The Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows	2015	Metaheurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Turquía		X		Computers And Industrial Engineering
93	An Enhanced Biogeography-Based Optimization Algorithm for A Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet, Mixed Backhauls, And Time Windows	2015	Metaheurística	Recocido Simulado	Monoobjetivo	Monodepósito	Algeria		X		International Journal of Advanced Manufacturing Technology
94	An Evolutionary Approach for Multi-Objective Vehicle Routing Problems with Backhauls	2015	Metaheurística	Genéticos	Multiobjetivo	Monodepósito	México		X		Computers And Industrial Engineering
95	An Insertion Heuristic for The Capacitated Vehicle Routing Problem with Loading Constraints and Mixed Linehauls And Backhauls	2015	Heurística	Inserción	Monoobjetivo	Monodepósito	Portugal		X		FME Transactions
96	Fuzzy Multi-Objective Programming Algorithm for Vehicle Routing Problems with Backhauls	2015	Metaheurística	Lógica Fuzzy	Multiobjetivo	Monodepósito	Turquía		X		Expert Systems With Applications
97	Hybrid Algorithms for The Vehicle Routing Problem with Clustered Backhauls And 3D Loading Constraints	2015	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Alemania		X		European Journal of Operational Research
98	Resolving A Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet, Mixed Backhauls and Time Windows Using Cuckoo Behavior Approach	2015	Heurística	Búsqueda Cuckoo	Monoobjetivo	Monodepósito	Algeria		X		International Journal of Operational Research
99	A Biased-Randomised Large Neighbourhood Search for The Two-Dimensional Vehicle Routing Problem with Backhauls	2016	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	España		X		European Journal of Operational Research
100	A Deterministic Iterated Local Search Algorithm for The Vehicle Routing Problem with Backhauls	2016	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Portugal		X		TOP - An Official Journal of The Spanish Society of Statistics and Operations Research
101	A Label Based Ant Colony Algorithm for Heterogeneous Vehicle Routing with Mixed Backhaul	2016	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Monoobjetivo	Monodepósito	China		X		Applied Soft Computing Journal
102	A Multi-Objective Pareto Ant Colony Algorithm for The Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls	2016	Metaheurística	Colonia De Hormigas	Multiobjetivo	Multidepósito	Colombia		X		International Journal of Industrial Engineering Computations

103	Exact Method for The Vehicle Routing Problem with Mixed Linehaul And Backhaul Customers, Heterogeneous Fleet, Time Window and Manufacturing Capacity	2016	Exacto	Clúster	Monoobjetivo	Monodepósito	Alemania		X		Procedia CIRP
104	The Multiple Trip Vehicle Routing Problem with Backhauls: Formulation and A Two-Level Variable Neighbourhood Search	2016	Heurística	Búsqueda Local	Monoobjetivo	Monodepósito	Inglaterra		X		Computers And Operations Research
	Totales							15	68	21	104

Tabla 2. Categoría revistas y cantidad de artículos revisados – VRPB

DOCUMENTO	CANTIDAD	PORCENTAJE	CATEGORIA
European Journal of Operational Research	10	9,6%	A1
COMPUTERS & OPERATIONS RESEARCH	5	4,8%	A1
Journal of the Operational Research Society	6	5,8%	A1
Expert Systems with Applications	4	3,8%	A1
COMPUTERS & INDUSTRIAL ENGINEERING	4	3,8%	A1
Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review	3	2,9%	A1
Transportation Science	3	2,9%	A1
IIE Transactions	1	1,0%	A1
International Journal of Advanced Manufacturing Technology	1	1,0%	A1
International Journal of Industrial Engineering and Management	1	1,0%	A1
Journal of Advanced Transportation	1	1,0%	A1
Journal of Scheduling	1	1,0%	A1
Journal of Southwest Jiaotong University	1	1,0%	A1
Operations Research Letters	1	1,0%	A1
Journal of Northeastern University	3	2,9%	A2
International Journal of Operational Research	2	1,9%	A2
Journal of Intelligent Manufacturing	2	1,9%	A2
Networks	2	1,9%	A2
Omega	2	1,9%	A2
Operations Research/ Computer Science Interfaces Series	2	1,9%	A2
Applied Intelligence	1	1,0%	A2
Applied Mathematics and Computation	1	1,0%	A2
Central European Journal of Operations Research	1	1,0%	A2
Jisuanji Jicheng Zhizao Xitong/Computer Integrated Manufacturing Systems	1	1,0%	A2
Kongzhi yu Juece/Control and Decision	1	1,0%	A2
Discrete Applied Mathematics	1	1,0%	A2
FME Transactions	1	1,0%	A2
International Journal of Industrial Engineering Computations	1	1,0%	A2
International Journal of Services and Operations Management	1	1,0%	A2
International Journal of Transportation	1	1,0%	A2
Journal of Huazhong University of Science and Technology	1	1,0%	A2
Journal of Industrial Engineering	1	1,0%	A2
Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers	1	1,0%	A2
Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology	1	1,0%	A2
Pattern Recognition and Artificial Intelligence	1	1,0%	A2
System Engineering Theory and Practice	1	1,0%	A2
Transportation Research Record	1	1,0%	A2
Scientia Et Technica	1	1,0%	C
Computers and Mathematics with Applications	1	1,0%	C

E-XACTA	1	1,0%	C
Naval Research Logistics	1	1,0%	C
Conferencia Internacional	16	15,4%	Conferencia IEEE - Seoane
Applied Soft Computing Journal	1	1,0%	Otro
Artificial Intelligence and Computational Intelligence	1	1,0%	Otro
Asia Pacific Industrial Engineering and Management System	1	1,0%	Otro
Georgia Tech Research Corporation	1	1,0%	Otro
Computational Intelligence and Natural Computing	1	1,0%	Otro
Computer Decision-Making	1	1,0%	Otro
Computing, Control and Industrial Engineering	1	1,0%	Otro
IFAC Proceedings Volumes	1	1,0%	Otro
Jurnal Teknik Industri	1	1,0%	Otro
Procedia CIRP	1	1,0%	Otro
TOP - An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research	1	1,0%	Otro
University of Vienna, Vienna, Report	1	1,0%	Otro
	104	100,0%	

CAPÍTULO TRES

UN ALGORITMO DE BÚSQUEDA TABÚ PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CONSIDERANDO BACKHAULS

En este capítulo se presenta el algoritmo metaheurístico denominado búsqueda tabú como método de solución para resolver el problema de ruteo de vehículos considerando entrega y recogida de paquetes. Cada ruta construida por el algoritmo se compone de una sub-ruta en la cual sólo se ejecuta la tarea de entrega en conjunción con una sub-ruta en la cual sólo se realiza el proceso de recolección.

En cada iteración del algoritmo, el proceso busca el orden apropiado para visitar los clientes programados en cada sub-ruta. Al mismo tiempo, el algoritmo trata de determinar la mejor unión entre las sub-rutas de entrega y recogida, con el fin de obtener una solución global con la ruta de mínimo costo.

La eficiencia del algoritmo es evaluada a través de un conjunto de instancias de prueba conocidas en la literatura especializada, mostrando que los tiempos de cálculo son altamente reducidos, aunque se puede presentar convergencia prematura.

El proceso de optimización de rutas de transporte hace parte de los problema clásicos tratados en la literatura especializada, y hace referencia a la necesidad de llevar un producto desde un conjunto de centros de suministro $\{S\}$, hacia un conjunto de centros de consumo $\{D\}$, a través un conjunto de rutas con costos asociados definidos y conocidos c_{ij} , con $i \in S$ y $j \in D$, donde el objetivo del proceso es encontrar el despacho óptimo de rutas x_{ij} que van desde los centros de suministro ($i \in S$), hasta los puntos de consumo ($j \in D$). El objetivo de la problemática es encontrar el conjunto de rutas que van desde los centros de suministro ($i \in S$), hasta los centros de consumo ($j \in D$), generando siempre el menor costo posible, pero garantizando que toda la demanda es abastecida [45]. Este problema básico puede ser resuelto de manera eficiente a través de modelos matemáticos [46].

Sin embargo, debido a que modelos matemáticos para problemas de ruteos de vehículos han podido probar optimalidad en pequeñas y medianas instancias, se han propuesto heurísticas y metaheurísticas para la solución de problemas con instancias grandes. Se ha propuesto en la literatura modificaciones y extensiones del problema de ruteo de vehículos básico, como, por ejemplo, que los vehículos poseen limitaciones en la capacidad de carga, los vehículos parten de los centros de depósito y regresan a él luego de completar una ruta determinada, límites en los tiempos de entrega, entre otros [47] y [48]. De esta manera se complica enormemente la solución de problemas de ruteo de vehículos mediante modelos matemáticos, ya que se incrementa la complejidad computacional y se torna en un problema combinatorial, el cual requiere de herramientas propias de la inteligencia artificial para ser resuelto [49].

Con el fin de disminuir los trayectos en los que un vehículo viaja sin carga, actualmente se plantea la posibilidad de que durante el recorrido se pueda tanto entregar como recibir mercancía [50], sin embargo este procedimiento requiere de tratamientos especiales en el manejo de la carga dentro de los vehículos, lo cual, en esencia, disminuye la capacidad total de transporte por el acondicionamiento de corredores internos que permitan el fácil acceso a toda la mercancía almacenada en el interior del vehículo.

Una variante opcional al VRP con entrega y recogida de mercancía (*pickup and delivery*, en el idioma inglés) es el de considerar que cada vehículo debe entregar en primera instancia toda la carga con la cual salió del depósito. Una vez cumplido este requisito el vehículo podrá dirigirse a los centros en los cuales exista demanda de productos por recoger, y llevarlos al punto inicial del recorrido [51]. A este problema se le conoce en la literatura especializada como ruteo de vehículos considerando entrega y recogida al final (VRPB, por su acrónimo en inglés *vehicle routing problem with backhauls*)

Para resolver el problema de transporte considerando entrega y recolecta de paquetes, en este trabajo se implementa una metodología de optimización basada en el algoritmo de Búsqueda Tabú, el cual se basa en la intensificación de información local y la explotación apropiada de la información heurística combinada con estrategias exploratorias estocásticas, generando soluciones de buena calidad a problemas complejos de diversos campos de la investigación de operaciones [43] (Wassan, 2007). La estrategia de solución considera el diseño de rutas por separado para la entrega y para la recolecta de mercancías. Durante el proceso de optimización se busca definir el orden apropiado para encontrar los recorridos óptimos en cada ruta, al tiempo que se determinan las conexiones adecuadas entre las rutas con el objeto de encontrar una solución global de buena calidad. La metodología propuesta es implementada y puesta a prueba en instancias conocidas de la literatura [43] con el fin de generar conclusiones y proponer trabajos futuros.

3.1 Modelo matemático exacto del VRPB

El problema de transporte VRPB puede ser modelado a través de la formulación de un problema de programación binaria, tal como se describe en [14]. En dicha formulación se requiere la construcción de varios conjuntos, descritos a seguir. Sea L (acrónimo del inglés *Linehauling*) el conjunto de clientes que requieren el transporte de paquetes desde el depósito, mientras que B (acrónimo del inglés *Backhauls*) reúne el conjunto de clientes con necesidades de recogida. Los elementos de cada uno de estos conjuntos son organizados de tal forma que se puedan construir rutas factibles, los cuales se agrupan en los subconjuntos G_L y G_B . Esto es, la ruta $i \in G_L$ es tal que inicia en el depósito y termina en un punto determinado, siendo que todos los nodos por los que pasa pertenecen a L .

Por otro lado, la ruta $j \in G_B$ es tal que inicia en un punto determinado y termina en el depósito, siendo que todos los nodos pertenecen al conjunto B . Para mantener la factibilidad de las rutas, se debe garantizar que la capacidad del vehículo destinado a cumplir una ruta sea mayor o igual a la carga que debe transportar. De esta forma L_c denota el conjunto de índices de rutas que pasan a través de la ciudad $c \in L$, mientras que L_c^T denota el conjunto de índices de rutas en G_L que terminan en la ciudad $c \in L$. Por otro lado, B_c denota el conjunto de índices de rutas en G_B que pasan a través de la ciudad $c \in B$, mientras que B_c^I denota el conjunto de índices de rutas que inician su recorrido en la ciudad $c \in B$. Finalmente, se debe construir el conjunto ξ_{ij} , el cual contiene el conjunto de arcos que unen la ruta $i \in G_L$ con la ruta $j \in G_B$.

De esta forma se deben considerar tres tipos de variables binarias. La variable x_i asume el valor uno (1) si la ruta $i \in G_L$ es seleccionada como parte de la solución, de lo contrario asume el valor cero (0). Así mismo, la variable binaria y_j asume el valor uno (1) si la ruta $j \in G_B$ es seleccionada para formar parte del recorrido, de lo contrario se le asigna el valor cero.

Finalmente, la variable z_{ij} también asume el valor uno (1) si el arco que conecta la ruta $i \in G_L$ con la ruta $j \in G_B$ hace parte de la solución, y cero en cualquier otro caso.

Lo cual significa que el modelo matemático de programación entera para el VRPB está formulado mediante las ecuaciones (1) – (7), donde M es el número de vehículos disponibles, de los cuales se asume que tienen todos la misma capacidad; $costo_i$ es el costo global del transporte por la ruta $i \in G_L$, mientras que $costo_j$ es el costo global del transporte por la ruta $j \in G_B$; finalmente, $costo_{ij}$ es el costo del transporte por el arco $(i, j) \in \xi_{ij}$ que conecta el nodo $i \in L$ con el nodo $j \in B$.

$$z = \min \left(\sum_{i \in G_L} costo_i \cdot x_i + \sum_{j \in G_B} costo_j \cdot y_j + \sum_{i \in L} \sum_{j \in B} costo_{ij} \cdot z_{ij} \right) \quad (1)$$

sujeto a

$$\sum_{l \in L_c} x_l = 1, \quad \forall c \in L \quad (2)$$

$$\sum_{j \in B_c} y_j = 1, \quad \forall c \in B \quad (3)$$

$$\sum_{l \in L'_c} x_l - \sum_{j \in B} z_{cj} = 0, \quad \forall c \in L \quad (4)$$

$$\sum_{l \in B'_c} y_l - \sum_{i \in L} z_{ic} = 0, \quad \forall c \in B \quad (5)$$

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in B} z_{ij} = M \quad (6)$$

$$x_l \in \{0,1\}, y_l \in \{0,1\}, z_{ij} \in \{0,1\} \quad (7)$$

3.2 Aplicación del método de búsqueda tabú al VRPB

El modelo matemático descrito en las ecuaciones (1) a (7) puede ser resuelto eficientemente haciendo uso de algoritmos de programación entera, siempre que la cantidad de nodos en el sistema sea relativamente pequeña. A medida que el número de clientes a ser atendidos aumenta, el espacio de solución crece exponencialmente. En estos casos se hace necesaria la implementación de algoritmos de aproximación (heurísticas o metaheurísticas), los cuales reducen la complejidad de un proceso de búsqueda basado en condiciones de optimalidad [46]. En el caso del presente trabajo, para la solución del modelo se aplica la metaheurística Búsqueda Tabú (BT), metaheurística que es expuesta en [52].

Esta técnica se caracteriza por resolver problemas complejos de optimización combinatoria a partir de criterios de búsqueda local, también llamada como búsqueda en vecindario. A través de un proceso iterativo el algoritmo consigue evaluar intensivamente pequeñas regiones del espacio de solución y determinar la próxima región que debe ser explorada. El desplazamiento sucesivo de un punto X_1 para otro X_2 , dentro de su vecindario, $N(X_1)$, es efectuado a partir de variaciones leves en los atributos que caracterizan el vector de variables de estado.

3.2.1 Codificación de la alternativa de solución

La estrategia de solución implementada codifica una alternativa de solución en la forma presentada en la Figura 17, donde la posición x_{ij} , con $i = 1, 2, \dots, M$, almacena el índice del cliente que es visitado por el vehículo encargado de entregar mercancías en la ruta i . En este caso j indica el orden en que el cliente en la posición s_{ij} será visitado en la ruta i , siendo L_i el número de clientes recorridos por la ruta i . Análogamente, la posición y_{ij} , con $i = 1, 2, \dots, K$, almacena el índice del cliente que es visitado por el vehículo encargado de recoger mercancías en la ruta i . En tal caso j indica el orden en que el cliente y_{ij} es visitado por la ruta i . Por otro lado, B_i es el número de clientes recorridos por la ruta i . Finalmente, la posición z_i almacena el índice de la ruta de recogida con la cual se enlaza la ruta i de entrega de mercancías.

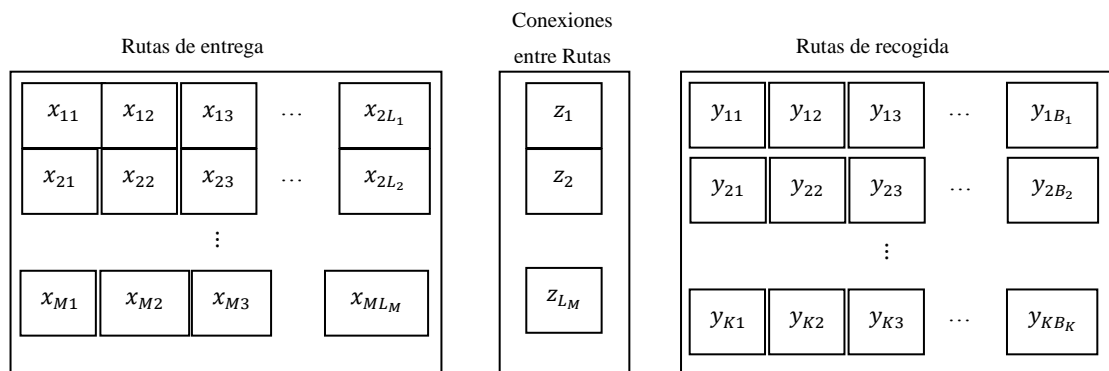


Figura 19. Codificación de una alternativa de solución.

3.3 Criterios de vecindad

La estrategia de solución implementada considera tres tipos de criterios de vecindad para efectuar los cambios de la alternativa una alternativa de solución inicial, conocida como “semilla”. El primero de ellos genera todos los cambios posibles entre dos elementos de una misma ruta, sea en Linehaul, o en Backhaul, tal como se muestra en la figura 20 para una ruta genérica m .

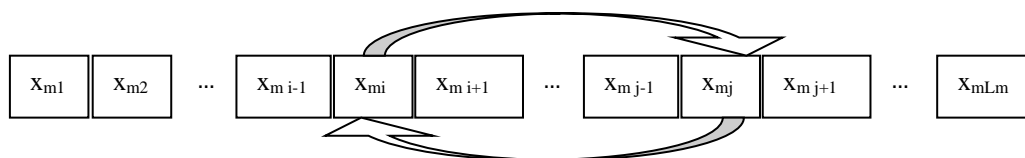


Figura 20. Movimiento de acuerdo al primer criterio de vecindad.

El segundo criterio de vecindad considera intercambiar elementos entre dos rutas diferentes de *Linehaul* escogidas aleatoriamente, o entre dos rutas diferentes de *Backhaul*, tal como se muestra en la Figura 21, para dos rutas genéricas m y k .

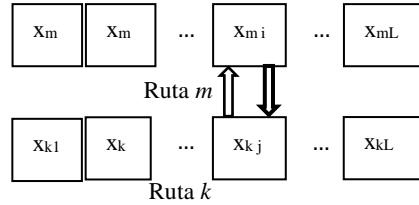


Figura 21. Movimiento de acuerdo al segundo criterio de vecindad.

Finalmente, el tercer criterio de vecindad considera la posibilidad de intercambiar las conexiones entre las rutas de entrega, y las rutas de recogida, tal como se representa en la figura 22.

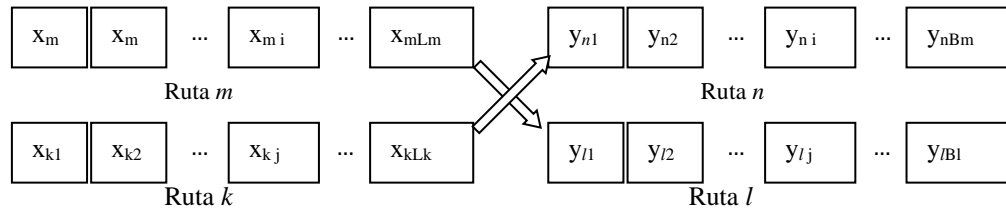


Figura 22. Movimiento de acuerdo al tercer criterio de vecindad.

3.3.1 Lista Tabú

Con el fin de prevenir el retorno a alternativas de solución ya exploradas, el algoritmo de búsqueda define una lista de atributos que no se deben presentar en la construcción de las nuevas alternativas de solución. Al pasar un número determinado de iteraciones (N_{Tabu}), estos atributos son liberados y pueden ser nuevamente utilizados. Para el presente trabajo, se define como atributo al vector de tres posiciones que contiene la ciudad sobre la cual se genera un movimiento, así como las ciudades a las cuales queda conectada luego de dicho movimiento. En la figura 20, por ejemplo, el movimiento que se genera al permutar las ciudades X_{mi} y X_{mj} depende de dos atributos para su formación, $A_1 = (X_{m\ i-1}, X_{m\ j}, X_{m\ i+1})$, y $A_2 = (X_{m\ j-1}, X_{m\ i}, X_{m\ j+1})$.

Para identificar si un atributo se encuentra prohibido se genera una matriz de $N_{Tabu} \times 3$ para almacenar el atributo que sale de una alternativa de solución para ser clasificado como prohibido. Esta matriz representa de forma genérica la Lista Tabú (LT) del algoritmo. Así, los valores almacenados en cada atributo determinan la posición de la matriz LT en la cual se debe verificar el momento en que un atributo fue prohibido. De esta forma, el criterio de aceptación o rechazo del movimiento queda definido por la regla descrita en (8), donde LT_A es la posición de la matriz LT definida por las componentes almacenadas en el atributo A .

$$\begin{cases} \text{Aceptado} & (LT_A = 0) \vee (Ite - LT_A) < N_{Tabu} \\ \text{Rechazado} & \text{De lo contrario} \end{cases} \quad (8)$$

luego de cada movimiento aceptado, los únicos componentes de la lista Tabú que deben ser actualizados son aquellos en las posiciones definidas por los atributos que salen de la alternativa de solución. Para el caso de la figura 20, del ejemplo, los atributos que se caracterizan como prohibidos son $A_3 = (X_{m-1}, X_m, X_{m+1})$, y $A_4 = (X_{m-1}, X_m, X_{m+1})$.

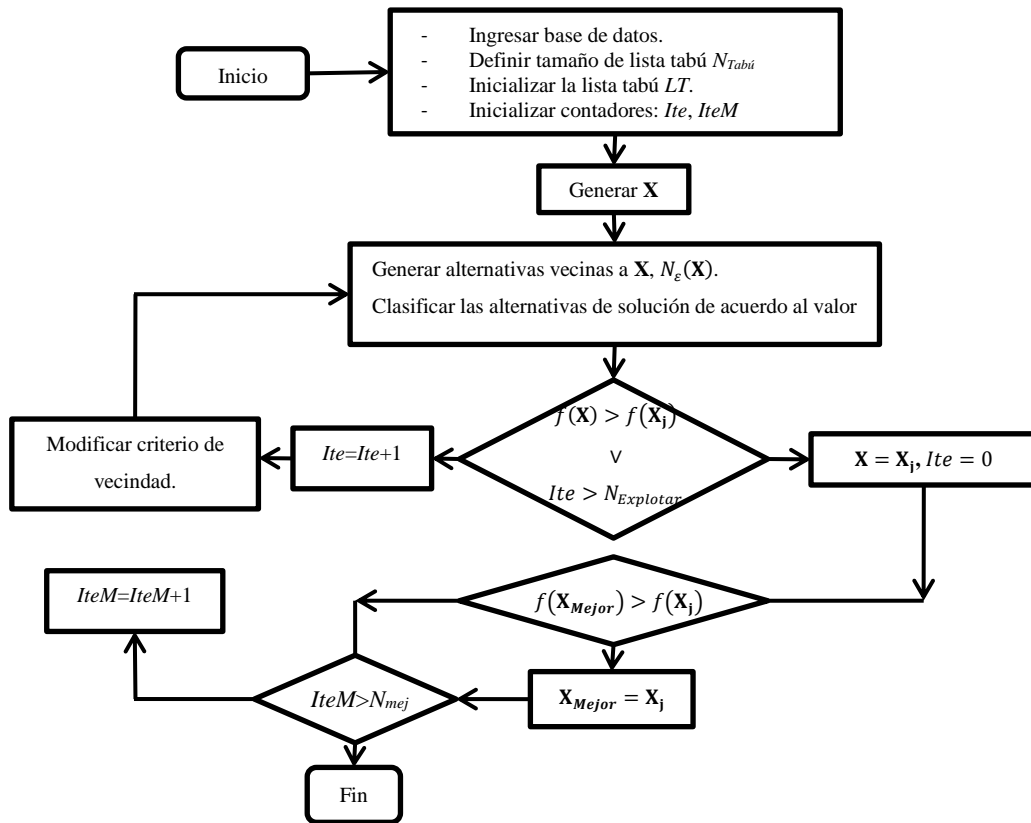


Figura 23. Diagrama de flujo para el algoritmo propuesto.

En la Figura 23 se esquematizan los pasos principales que son ejecutados por el algoritmo propuesto. Se debe notar que la alternativa de solución, \mathbf{X} , sólo se actualiza en caso de que exista una solución $\mathbf{X}_j \in N_e(\mathbf{X})$ tal que mejore el valor de la función objetivo $f(\mathbf{X})$ y que no contenga atributos prohibidos en la LT, o en caso de que se supere un conjunto de iteraciones sin realizar cambios ($N_{Explotar}$). Este mecanismo permite una mayor exploración alrededor de alternativas de solución de buena calidad. La mejor alternativa de solución encontrada por el algoritmo es almacenada en \mathbf{X}_{mejor} . El criterio de convergencia del algoritmo se determina por el sobrepaso de un conjunto de iteraciones $IteM$ sin que se genere una actualización en X_{mejor} .

3.4 Resultados obtenidos

Se realizaron pruebas del algoritmo basado en la metaheurística Búsqueda Tabú y se compararon los resultados con los expuestos en (Anbuudayasankar, Ganesh, Lennoy Koh, & Yves Ducq, 2012). En dicho artículo se propone una técnica

heurística junto a un algoritmo genético (H-GA) para la solución de problemas tanto monoobjetivo como biobjetivo, y se compara su desempeño frente otras técnicas de solución aproximadas por medio de la simulación en un computador Pentium IV con procesador de 1700 GHz.

A manera de resumen, la tabla 3 presenta los resultados alcanzados por el algoritmo propuesto y se comparan con los logrados por el algoritmo H-GA y con los mejores valores reportados en la literatura. Si bien el algoritmo propuesto no resulta claramente eficiente para alcanzar el valor óptimo en la mayor parte de las instancias, también es claro que la respuesta entregada se logra en tiempos muy inferiores. Una modificación adecuada de los criterios de vecindad usados en el algoritmo puede mejorar la convergencia prematura del algoritmo propuesto, pero de momento es claro que la técnica actual puede generar soluciones iniciales de buena calidad para problemas multiobjetivo de ruteo de vehículos.

Tabla 3. Resumen de resultados con 10000 iteraciones del algoritmo implementado.

* Solución reportada como óptima global

Instance	NL	NB	K _L	K _B	Proposed Algorithm				Deif-Bodin		Toth –Vig	
					Average	% Stand.	Best	Time	Best	Time (s)	Best	
					Value	Deviation	Value	(ms)	Value		Value	
EIL2250A	11	10	3	2	399	7.5	378	100	429	0.1	371*	
EIL2266A	14	7	3	1	435	4.5	430	104	424	0.2	366*	
EIL2280A	17	4	3	1	426	3.9	411	166	375	0.2	375*	
EIL2350A	11	11	2	1	788	2.7	767	84	708	0.2	682*	
EIL2366A	15	7	2	1	745	2.6	724	253	711	0.2	649*	
EIL2380A	18	4	2	2	640	3.5	623	314	695	0.2	623*	
EIL3050A	15	14	2	2	524	7.8	501	371	577	0.2	501*	
EIL3066A	20	9	3	1	617	1.9	610	316	594	0.2	539	
EIL3080A	24	5	3	1	646	4.3	625	452	586	0.2	522	
EIL3380A	26	6	3	1	855	3.6	806	623	926	0.3	761*	
EIL3350A	16	16	3	2	793	7.7	738	315	892	0.2	742	
EIL3366A	22	10	3	1	849	3.4	824	401	876	0.2	753	
EIL3380A	26	6	3	1	850	3.4	805	615	926	0.7	761	
EIL5150A	25	25	3	3	615	9.0	566	683	669	0.7	562	
EIL5166A	34	16	4	2	637	10.9	573	607	641	0.7	553	
EIL5180A	40	10	4	1	684	4.7	644	1288	655	1.9	574	
EILA7650A	37	38	6	5	1039	23.7	777	413	840	2.6	756	
EILA7666A	50	25	7	4	1105	20.5	854	402	907	2.7	780	
EILA7680A	60	15	8	2	1198	11.7	966	448	913	2.7	833	
EILB7650A	37	38	8	7	1102	26.0	841	248	957	2.8	825	
EILB7666A	50	25	10	5	1423	21.6	953	199	984	2.7	891	
EILB7680A	60	15	12	3	1257	21.7	990	325	1032	3.0	948	
EILC7650A	37	38	5	4	908	18.9	732	757	861	2.7	715	
EILC7666A	50	25	6	3	932	17.9	783	756	853	3.0	745	
EILC7680A	60	15	7	2	997	17.8	778	605	838	2.8	759	

EILD7650A	37	38	4	3	872	14.5	736	1631	806	2.8	691	
EILD7666A	50	25	5	2	985	12.7	790	1308	835	3.0	717	
EILD7680A	60	15	6	2	960	13.9	739	682	798	2.7	710	
EILA10150A	50	50	4	4	1187	12.2	864	1952	913	6.8	852	
EILA10166A	67	33	6	3	1265	11.4	939	1238	955	6.4	868	
EILA10180A	80	20	6	2	1322	6.3	1096	1404	956	6.6	900	
EILB10150A	50	50	7	7	1466	21.2	1027	492	1214	7.0	962	
EILB10166A	67	33	9	5	1560	13.0	1292	513	1318	6.6	1040	
EILB10180A	80	20	11	3	1479	19.5	1196	656	1174	7.6	1060	

CAPÍTULO CUATRO

TÉCNICA HEURÍSTICA Y METAHEURÍSTICA PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE RUTEO CONSIDERANDO MÚLTIPLES DEPÓSITOS Y FLOTA DE VEHÍCULOS HOMOGÉNEA CONSIDERANDO BACKHAULS

4.1 Un algoritmo monoobjetivo basado en colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota homogénea considerando Backhauls

En este capítulo se propone un algoritmo metaheurístico basado en colonia de hormigas para la solución del problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos con flota homogénea considerando entrega y recogida de paquetes. Cada ruta construida por el algoritmo se compone de dos sub-rutas: una sub-ruta compuesta de clientes definidos para entrega de productos y una sub-ruta con clientes definidos para recolección de mercancía.

En cada iteración del algoritmo, el proceso busca el orden apropiado para visitar los clientes programados en cada sub-ruta. De igual manera, el algoritmo trata de determinar la mejor unión entre las sub-rutas de entrega y recogida, con el fin de obtener una solución global con la mínima distancia recorrida. La eficiencia del algoritmo es evaluada a través de un conjunto de instancias de prueba adaptadas de la literatura especializada. Para probar la eficiencia del algoritmo se ha comparado los resultados obtenidos con un algoritmo goloso basado en la heurística del vecino más cercano. Finalmente se muestran tanto conclusiones como sugerencias para trabajos futuros.

Las empresas de logística y transporte se enfrentan cada vez a situaciones más exigentes y con menos recursos disponibles. En la actualidad, un aspecto importante es la optimización del uso de los recursos existentes para desarrollar tareas específicas. Muchas de estas tareas y problemas del mundo real pueden ser resueltos a partir de una representación en red, consistente en identificar nodos, conexiones, variables, parámetros y sus correspondientes interacciones.

El Problema de Ruteo de Vehículos con Recogida al Final (VRPB, acrónimo en inglés de Vehicle Routing Problem with Backhauls) consiste en, dado un conjunto de clientes y depósitos dispersos geográficamente, determinar las rutas desarrolladas por una flota de vehículos para atender la demanda de un conjunto de clientes. Las características de los clientes, depósitos y vehículos, así como diferentes restricciones operativas sobre las rutas, dan lugar a diferentes variantes del problema, a esta tradicional definición de VRP, se le adiciona la necesidad de separar un recorrido inicial de entrega y uno final de recolección.

El VRPB en el contexto del transporte de productos es de gran interés tanto para la comunidad académica como para el sector empresarial. La importancia académica radica en que este tipo de problema está inmerso dentro de la Optimización

Combinatoria de la clase NP-difícil, por lo que se torna un problema de alta complejidad matemática y computacional en su solución.

Una metodología eficiente de solución del VRPB es una necesidad identificada en el sector de transporte de mercancía dada la aplicabilidad y relevancia de este problema en el área logística del transporte. En particular para resolver el problema de distribuir productos desde ciertos depósitos a sus consumidores finales y la necesidad de planear una ruta de regreso del vehículo no vacío a la ciudad de origen.

En las últimas décadas han aparecido diferentes propuestas para resolver problemas de ruteo de vehículos con solo restricciones básicas de capacidad. En Toth y Vigo [53] se menciona la primera aproximación para la formulación de un problema para el problema de distribución de combustible.

En Clarke y Wright [5] se propone el primer algoritmo heurístico efectivo para la solución del CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem), denominado algoritmo de los ahorros, este método comienza con rutas que sólo están formadas por el depósito y un solo nodo. A cada paso del algoritmo se unen dos rutas si se genera un ahorro en distancia o en el objetivo que se esté buscando optimizar.

El primer algoritmo heurístico para el VRPB (Vehicle Routing Problem with Backhauls) fue propuesto en Deif y Bodin [6]. El algoritmo propuesto en este trabajo es una extensión del conocido método de los ahorros propuesto en Clarke y Wright [5]. El algoritmo propuesto comienza con una solución factible, donde cada cliente es visitado por una ruta diferente.

Las rutas se combinan iterativamente considerando el ahorro en términos de costo de ruteo, que se puede lograr sirviendo a dos clientes en la misma ruta. Los resultados obtenidos utilizando por el algoritmo estándar de Clarke y Wright [5] para la solución de VRPB se ven afectados por el hecho de que la restricción de precedencia reduce sustancialmente el número de links factibles entre clientes. Deif y Bodin [6] experimentalmente muestran que, para el VRPB, los mejores resultados se obtienen mediante la formación de rutas mixtas. Por lo tanto, en dicho trabajo se ha propuesto la modificación de la definición de ahorro al penalizar a los arcos que conectan los clientes de diferentes tipos, retrasando así la unión de los clientes tipo recolección. El ahorro en este trabajo se define como:

$$S'_{ij} = \begin{cases} S_{ij} - pS & \text{si } i \in L, j \in B \text{ ó viceversa} \\ S_{ij} & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (9)$$

Donde S es una estimación del máximo ahorro S_{ij} y p es una penalización entre 0 y 1. Deif y Bodin [6] han probado el algoritmo propuesto en casos de problemas generados aleatoriamente entre 100 y 300 clientes y un porcentaje de Backhaul entre 10% y 50%. El problema de Ruteo de Vehículos con Múltiples Depósitos con consideraciones de Backhaul (MDVRPB) es una extensión del tradicional VRPB con varios depósitos, los cuales no deben ser necesariamente usados.

El MDVRPB es considerado NP-hard y ha sido poco explorado en la literatura. La literatura relacionada con el MDVRPB puede ser clasificada en tres categorías principales: (i) recogidas y despachos simultáneos; (ii) recogidas y despachos mixtos; y (iii) recogidas exclusivamente después de haber realizado despachos. En Salhi y Nagy [44] se propone un algoritmo heurístico para resolver el MDVRPB con recogidas y despachos mixtos. El algoritmo está basado en la idea de “clientes

frontera”, los cuales son clientes ubicados aproximadamente en la mitad de dos depósitos. En Min [56] se introduce por primera vez el problema de MDVRPB considerando recogidas después de haber realizado entregas.

Dos algoritmos basados en colonias de hormigas para resolver el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos con estrategia mixta de recogida y despacho son presentados en [57] y [58]. Finalmente, algoritmos genéticos para el MDVRPB han sido propuestos por William, George, Ping y Henry [59], Chunyu y Xiaobo [60], Chunyu y Xiaobo [61] y Chunyu [62].

En este capítulo se propone un algoritmo metaheurístico basado en Colonia de Hormigas para resolver el problema de MDVRPB con recogidas exclusivas después de despachos. La eficiencia del algoritmo propuesto se ha comparado en 33 instancias de la literatura propuestas por Salhi y Nagy [44].

4.2 El problema de ruteo de vehículos con Backhails

El problema de ruteo de vehículos con Backhails, es una extensión del bien conocido VRP involucrando nodos de demanda y recolección de mercancía [53]. El VRPB puede ser definido como el problema de determinar un conjunto de rutas que visitan todos los consumidores con las siguientes características: cada vehículo desarrolla una sola ruta; cada ruta empieza y finaliza en el depósito; las rutas deben entregar producto primero a los clientes definidos como Linehaul (clientes a los que se les entrega mercancía) y finalmente recoger productos a los clientes definidos como Backhaul (clientes a los que se les recoge mercancía). El problema de MDVRPB es una extensión del VRPB considerando m depósitos potenciales desde donde se pueden generar las diferentes rutas de atención. En el MDVRPB todos los depósitos no son necesariamente usados.

El MDVRPB puede ser formulado a través de un problema de teoría de grafos de la siguiente manera: sea $G = (V, A)$ donde $V = \{1, \dots, n + m\}$ es el conjunto de vértices y A es el conjunto de arcos. El conjunto V es dividido en dos subconjuntos: $N = \{1, \dots, n\}$ y $M = \{n + 1, \dots, n + m\}$. Donde N es el conjunto de clientes, que a su vez se subdivide en el subconjunto de nodos a los que se entrega mercancía (clientes Linehaul - L) y subconjunto de nodos a los cuales se les recoge mercancía (clientes Backhaul - B), es decir $N = L \cup B$. Finalmente, M es el conjunto de depósitos potenciales.

Una cantidad no negativa d_j de productos debe ser entregada o recogida asociada con cada cliente $n \in N$. Cada uno de los depósitos posee una demanda ficticia ($d_0 = 0$), y un conjunto K de vehículos idénticos con una capacidad dada Q . C_{ij} es un costo no negativo asociado con cada arco $(i, j) \in A$, con $c_{ii} = +\infty$ para cada $i \in V$ y con $c_{ij} = c_{ji}$ para cada $i, j \in V$ tal que $i \neq j$. El objetivo es encontrar el menor costo (distancia recorrida) de una colección de r rutas, donde se cumplan las siguientes condiciones:

- a. Cada ruta parte del depósito m visita los vértices y regresa al mismo depósito m de inicio.
- b. Cada cliente es visitado exactamente una vez.
- c. La suma de las demandas de los vértices de recogidas y entregas de un circuito no debe exceder, separadamente la capacidad del vehículo C .

- d. En cada circuito los vértices L preceden a los vértices B .
- e. No se permite flujo entre depósitos.
- f. El objetivo es minimizar el costo total de la distancia recorrida, definido como la suma de los costos de los arcos que pertenecen a las rutas establecidas [2].

Un modelo matemático para el MDVRPB ha sido propuesto en [63]: La función objetivo es calculada minimizando la distancia total recorrida por las diferentes rutas (10). Por lo tanto, la variable binaria X_{ijk} es 1 cuando el vehículo k pasa el trayecto $(i, j) \in A$. De lo contrario X_{ijk} es 0

$$\text{Minimizar Costo Total} = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ijk} \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (11)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} = \sum_{i \in V} x_{jik} \quad \forall j \in V, k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$\sum_{i \in L} d_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (14)$$

$$\sum_{i \in B} d_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{i \in L} d_i \sum_{j \in B} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \quad (17)$$

Las ecuaciones (11) limitan a una sola visita del vehículo a cada cliente. Además, el conjunto de ecuaciones (12) imponen las restricciones de flujo para cada cliente. Cada ruta se realiza debe ser iniciado y terminado en el mismo depósito (13). La capacidad de los vehículos está limitada por las ecuaciones (14) y (15) para los clientes linehaul y backhaul, respectivamente. Por último, los clientes linehaul deben ser visitados antes de que los clientes de backhaul (16). La solución del modelo matemático exacto (10) - (17) se hará por algoritmos heurísticos y metaheurísticas.

Definición de Variables: C_{ij} = Distancia entre los nodos i y j , D = Conjunto de depósitos, L = Conjunto de Clientes Linehaul, B = Conjunto de Clientes Backhaul, C = Conjunto Total de Clientes, K = Total Vehículos, q_c = Demanda de los clientes y S_k = Vehículo Capacidad k .

4.3 Metaheurística de colonia de hormigas

La metaheurística colonia de hormigas está basada en el comportamiento natural de las hormigas cuando estas se encuentran en la búsqueda de su alimento. La tendencia lógica de cada hormiga es reducir el esfuerzo y el tiempo necesario para recolectar el alimento, lo cual se logra al disminuir la distancia entre dos puntos específicos. Una hormiga es un individuo relativamente simple, y llevar a cabo esta labor resulta altamente complejo. El éxito radica en la interacción de muchos individuos con el ambiente y la comunicación indirecta entre ellos por medio de sustancias químicas conocidas como feromonas [64].

Este comportamiento es usado para encontrar soluciones de buena calidad a problemas de optimización caracterizados por un espacio de solución bastante amplio y complejo de explorar. Para ello es necesario realizar una equivalencia entre la colonia de hormigas naturales y un sistema artificial que se mueve dentro de un ambiente computacional [64].

4.3.1 Selección de arcos

En el caso en estudio, se tienen dos hechos: el primero, la Hormiga Artificial inicia su recorrido aleatoriamente en cualquiera de los nodos depósitos y debe moverse a un cliente. Esta decisión se toma en función de la preferencia heurística marcada por un componente dependiente de la distancia y el otro componente natural llamado feromona. La regla probabilística de transición que define la probabilidad con la que la hormiga k situada en el nodo r decide moverse hacia el nodo s (seleccionado el arco \mathbf{a}_{rs}), se define según la ecuación (18).

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau_{rs}]^\alpha [\eta_{rs}]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau_{ru}]^\alpha [\eta_{ru}]^\beta} & \text{si } s \in J_k(r) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (18)$$

Donde τ_{rs} es la feromona del arco \mathbf{a}_{rs} , η_{rs} es la información heurística del arco \mathbf{a}_{rs} , α y β son pesos que establecen la importancia relativa entre la información heurística y los niveles de feromona, $J_k(r)$ es el conjunto de nodos alcanzables desde r no visitados aún por la hormiga k .

4.3.2 Criterio de selección de valores de los parámetros α y β

Si $\alpha = 0$ los nodos más cercanos son los que tienen mayor probabilidad de ser escogidas (algoritmo clásico del gradiente con múltiples puntos de partida). Si $\beta = 0$ solo se tienen en cuenta los niveles de feromona, generalmente da lugar a resultados a soluciones malas, especialmente si $\alpha > 1$, la situación que da lugar a la denominada situación de estancamiento (stagnation) en la que todas las hormigas siguen el mismo camino, proporcionando en general soluciones subóptimas

El segundo hecho, es la actualización de la matriz de feromonas, que marcará la diversidad en la toma de decisiones por parte de la hormiga para los siguientes recorridos. Se considera inicialmente que cuando una hormiga transita por un camino deposita ciertos niveles de feromona, la cual se va evaporando con el tiempo.

En particular, se usa una retroalimentación positiva para reforzar en el futuro los componentes de las buenas soluciones mediante un aporte adicional de feromona. Cuanto mejor sea la solución, más feromona se aporta. Se usa la evaporación de

feromona para evitar un incremento ilimitado de los rastros de feromona y para permitir olvidar las peores soluciones. La evaporación es la misma para todos los rastros, eliminándose un porcentaje de su valor actual: $0 \leq \rho \leq 1$. De esta manera se genera un mecanismo de evaporación más activo que el natural, lo que evita la perduración de los rastros de feromona y permite al algoritmo olvidar las peores rutas.

La actualización de la matriz de feromonas se realiza con la ecuación (19).

$$\tau_{rs}(t) = (1 - \rho)\tau_{rs}(t - 1) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{rs}^k \quad (19)$$

Dónde: $\Delta\tau_{rs}^k$ es la cantidad de feromona que la hormiga k deposita en los arcos que visita, calculado mediante la ecuación (20).

$$\Delta\tau_{rs}^k = \begin{cases} \frac{1}{C(s_k)} & \text{si la hormiga } k \text{ ha visitado el arco } a_{rs} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (20)$$

$C(S_k)$: Es el costo de la solución generada por la hormiga k , es decir, la longitud del circuito S_k m es el número de hormigas, y ρ es la ratio de evaporación. Los arcos visitados por hormigas en la iteración actual (arcos prometedores) reciben un aporte extra de feromona y los no visitados por ninguna hormiga (poco prometedores) la pierden.

4.3.3 Algoritmo con sistema de hormigas (Ant System - AS)

Se trata de una metaheurística en la que una colonia de hormigas artificiales coopera para encontrar buenas soluciones en problemas de optimización combinatoriales discretos, estáticos y dinámicos. Se han propuesto tres variantes distintas sobre el AS (Dorigo 1991; Colomi 1992; Dorigo, 1992): Ant-Density, Ant-Quantity y Ant-Cycle.

En las dos primeras variantes, la actualización de las feromonas se realiza después de cada movimiento entre un nodo y otro adyacente, mientras que en la tercera las feromonas solo se actualizan una vez que las hormigas han terminado de construir sus caminos. Las dos primeras versiones proporcionan peores resultados [65]. La actualización de la matriz de feromona se realiza, así: asignar un valor ligeramente superior a la feromona depositada por las hormigas en una iteración. Una posible estimación del mismo se expresa mediante la ecuación (21).

$$\tau_{ij} = \tau_0 = \frac{m}{C_m} \quad (21)$$

Donde m es el número de hormigas y C_m es la longitud del camino obtenido mediante la heurística del vecino más cercano.

En la sección 4.4.4 se presenta el pseudocódigo y en la Figura 37, se muestra el diagrama de flujo del algoritmo de Colonia de Hormigas y se relacionan la secuencia de pasos a seguir.

4.4 Algoritmo propuesto para el MDVRPB

4.4.1 Representación de la solución

El problema del MDVRPB se ha resuelto mediante un algoritmo metaheurístico basado en colonia de hormigas [63]. El algoritmo tiene dos fases de codificación. En la primera fase, se aplica la metaheurística al proceso de codificación del recorrido que se inicia en un depósito y recorre los clientes Linehaul, luego los clientes Backhaul y culmina en el mismo depósito de inicio.

En esta fase, se construye a partir de las coordenadas de los clientes Linehaul y Backhaul la matriz de distancias, esta matriz de distancias está constituida por las distancias euclidianas entre los depósitos y los clientes, esta matriz es en tres dimensiones donde cada plano de la matriz corresponde a cada depósito, su diagonal es cero y es simétrica (Figura 24). Luego se obtiene la Matriz Neta o de Visibilidad, a partir de invertir cada uno de los elementos de la matriz de distancias, esta no se modifica durante la ejecución del algoritmo, esta matriz es simétrica y también es en tres dimensiones, nuevamente cada plano corresponde a cada depósito, su diagonal es cero. Los clientes Linehaul y Backhaul no requieren representación diferente, ya que cada tipo de cliente es detectado por el algoritmo al revisar si la carga definida para es de entrega o recogida (Figura 25).

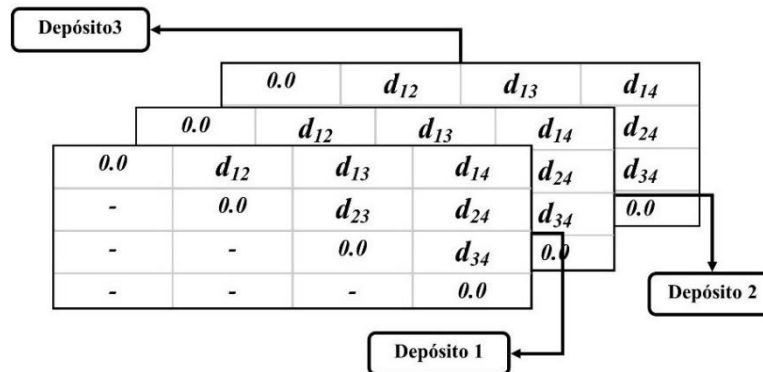


Figura 24. Codificación de la matriz distancia.

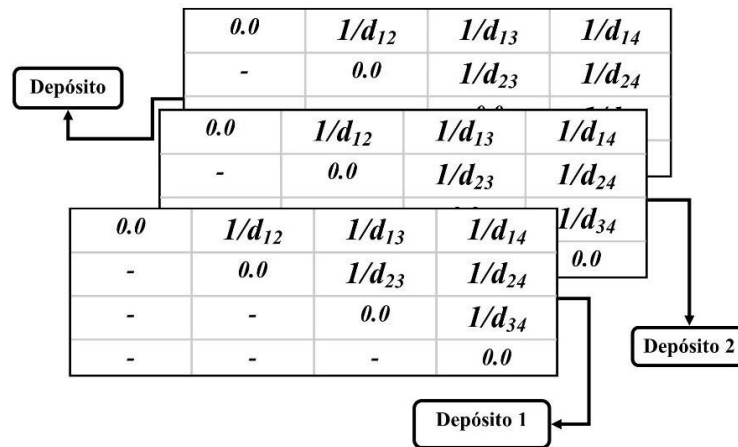


Figura 25. Codificación de la matriz neta deposito-cliente y cliente-cliente.

Finalmente, se procede a generar la matriz de feromonas, la cual inicialmente se genera con un nivel de Feromona τ_i ecuación (21) y se actualizan los elementos si estos hacen parte de la ruta recorrida por la hormiga, al igual que las anteriores matrices es de tres dimensiones, su diagonal es cero y es simétrica (Figura 26).

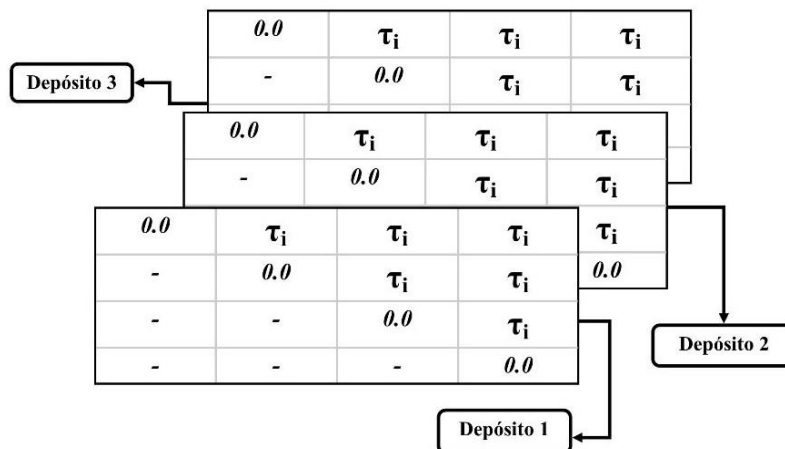


Figura 26. Codificación de la Matriz de Feromonas Depósito-Cliente y Cliente-Cliente.

En la segunda fase, no se hace uso de las distancias entre los depósitos, ya que estas distancias no se deben contabilizar en la distancia de la ruta, ya que cada hormiga (que representa un vehículo) culmina su recorrido en el mismo depósito de inicio y aunque debe buscar un nuevo depósito para continuar visitando los clientes, el algoritmo utiliza un nuevo vehículo. Por esto la matriz neta o de visibilidad tradicional del algoritmo de colonia de hormigas, se reemplazó por una matriz neta de valores aleatorios, que proporcionaría la diversidad en la búsqueda del paso a un nuevo depósito. Su dimensión es de número total de depósitos por número total de depósitos. Se muestra el ejemplo para número depósitos igual a tres (Figura 27).

Aleatorio	Aleatorio	Aleatorio
Aleatorio	Aleatorio	Aleatorio
Aleatorio	Aleatorio	Aleatorio

Figura 27. Codificación de la matriz neta entre depósitos.

Como el algoritmo requiere de una matriz de feromonas para el cálculo de las probabilidades se implementó una matriz de feromonas inicializada con un nivel de Feromona τ_i , ecuación (21) y se actualizan los elementos si estos hacen parte de la ruta recorrida por la hormiga. Se muestra el ejemplo para un número depósitos igual a tres (Figura 28).

τ_i	τ_i	τ_i
τ_i	τ_i	τ_i
τ_i	τ_i	τ_i

Figura 28. Codificación de la matriz de feromonas entre depósitos.

A continuación, se presenta la estructura de datos utilizada para representación de las rutas desarrolladas:

Vector clientes Linehaul factibles: Se inicializa con los clientes Linehaul que pueden ser elegidos dentro del recorrido y se van eliminando del vector a medida que son visitados, su primer elemento será 1 y su último elemento será el número total de clientes Linehaul (nl), ver Figura 29.

1	2	3	...	$nl-1$	nl
---	---	---	-----	--------	------

Figura 29. Codificación del vector de clientes Linehaul factibles.

Vector clientes Backhaul factibles: Se inicializa con los clientes Backhaul que pueden ser elegidos dentro del recorrido y se van eliminando del vector a medida que son visitados. Su primer elemento será identificado con el número equivalente al total de clientes Linehaul +1, y su último elemento será asociado al número total de clientes Linehaul + clientes Backhaul ($nl+nb$) (Figura 30).

$nl+1$	$nl+2$	$nl+3$...	$nl+nb-1$	$nl+nb$
--------	--------	--------	-----	-----------	---------

Figura 30. Codificación del vector de clientes Backhaul factibles.

Vector ruta solución: Se inicia con un depósito seleccionado aleatoriamente, seguido de un conjunto de clientes Linehaul, y luego de un conjunto de clientes Backhaul, con lo cual se retorna al depósito inicialmente seleccionado. Este procedimiento se repite iterativamente hasta recorrer todos los clientes Linehaul y Backhaul, siendo que en cada iteración siempre se inicia con la selección de un nuevo depósito, que bien pudo haber sido ya seleccionado en una iteración anterior, o no, ya que se cuenta con varios vehículos por cada depósito. Se conforma entonces una ruta completa, que es a su vez la ruta completa de una hormiga (Figura 31).

D2	L1	L6	L7	B5	B1	B6	D2	D1	L4	L2	L3	L5	D1	D3	B4	B3	B2	B7	D3
Ruta Linehaul-Backhaul							Ruta Linehaul					Ruta Backhaul							

Figura 31. Codificación vector ruta solución.

Matriz vector ruta solución: En esta matriz se almacenan los vectores de las soluciones halladas, su cantidad de fila es igual al número de iteraciones multiplicado por el número de hormigas. Su número de filas corresponde al número de iteraciones por el número de depósitos y la cantidad de columnas será como mínimo el número de clientes más el número de depósitos para satisfacer las recolecciones y demandas de estos. En la figura 32 se muestra un posible conjunto de vectores solución para el caso de que se tenga tres (3) depósitos, cuatro (4) clientes Linehaul (entrega) y tres (3) clientes Backhaul (recogida).

Ruta MDVRPB 1	D2	L4	L3	B1	B2	D2	D3	L1	L2	D3	D1	B3	D1
Ruta MDVRPB 2	D1	L1	L2	D1	D2	L3	B2	D2	D3	L4	B1	B3	D3
						...							
Ruta MDVRPB i	D3	L1	L2	L3	B1	D3	D1	L4	B2	B3	D1		
						...							

Figura 32. Codificación de la Matriz Vectores Ruta Solución

4.4.2 Esquema general del algoritmo propuesto

A continuación, se describe el esquema utilizado para la construcción de las rutas del algoritmo propuesto para el MDVRPB [54]. En primera instancia, se establece un número de hormigas igual al número de depósitos, cada una siguiendo la secuencia que a continuación se describe:

- a. Se parte colocando una hormiga en cada uno de los depósitos.
- b. El cálculo de probabilidades para definir del paso entre depósito-cliente, cliente-cliente y depósito-depósito (numerales b.1, b.2, b.3 y b.4) se realiza con la ecuación (18), siempre se elige el arco con mayor probabilidad.
 - 1) Paso del depósito inicial a un cliente Linehaul (entrega) eligiendo el arco con mayor probabilidad.
 - 2) Paso entre los clientes Linehaul, repitiendo este proceso hasta copar la capacidad de entrega del vehículo.
 - 3) Paso del último cliente Linehaul del numeral anterior y el primer cliente Backhaul.
 - 4) Paso entre los clientes Backhaul hasta copar la capacidad de recolección del vehículo.
 - 5) Se culmina esta ruta volviendo al depósito inicial.
- c. La hormiga inicia un nuevo recorrido desde el mismo depósito si existe un vehículo disponible o inicia desde otro depósito donde exista disponibilidad de vehículos. En este paso también se aplica la ecuación (18) pero la matriz de feromonas y neta son las de paso entre nodos.
- d. Se repite desde el numeral 1) desde el mismo o un nuevo nodo, hasta que se hallan visitado todos los clientes Linehaul y Backhaul.

- e. Se actualizan las matrices de feromonas con las ecuaciones (19) y (20).
- f. Se repite el proceso anterior hasta que un número de iteraciones se haya alcanzado.

4.4.3 Tipos de rutas construidas

Definiendo el número de depósitos como $nd: D_1, D_2, \dots, D_{nd}$, el número de clientes Linehaul como $nl: L_1, L_2, \dots, L_{nl}$ y el número de clientes Backhaul como $nb: B_1, B_2, \dots, B_{nb}$, el algoritmo propuesto desarrolla las siguientes rutas para un sistema con un número de depósitos (nd) igual a tres (3) depósitos: D1, D2 y D3, con siete (7) clientes de entrega nl (Linehaul): $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ y L_7 y con siete (7) clientes de recolección nb (Backhaul): $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ y B_7 , se puede plantear la siguiente solución:

Ruta Linehaul – Backhaul: En este recorrido se parte del depósito se pasa al cliente Linehaul, se sigue a los siguientes clientes Linehaul hasta no tener clientes de este tipo pendientes de visitar o copar la capacidad del vehículo, se pasa a un cliente Backhaul se continúa con clientes Backhaul utilizando el mismo criterio antes mencionado para construir la ruta Linehaul, y se finaliza terminando esta ruta en el mismo depósito de inicio. *Ruta D2-L1-L6-L7-B5-B1-B6-D2* (Figura 33)

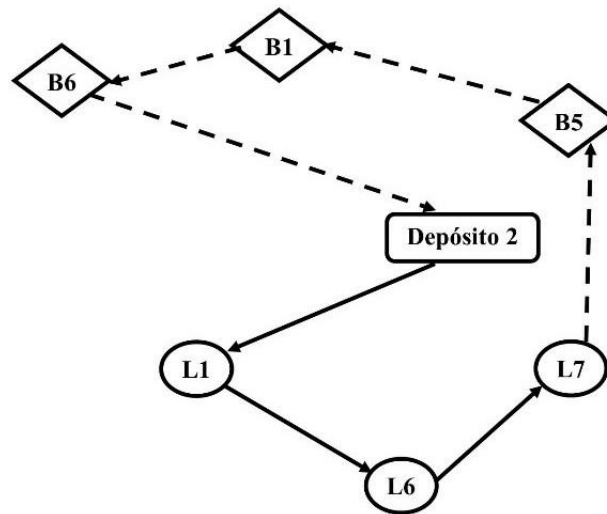


Figura 33. Esquema Ruta Linehaul – Backhaul.

- **Ruta solo Linehaul:** En este recorrido se parte del depósito se pasa al cliente Linehaul, se sigue a los siguientes clientes Linehaul hasta no tener clientes de este tipo pendientes de visitar o copar la capacidad del vehículo, como no se tienen clientes Backhaul por visitar, se finaliza terminando esta ruta en el mismo depósito de inicio. *Ruta D1-L4-L2-L3-L5-D1*. (Figura 34).

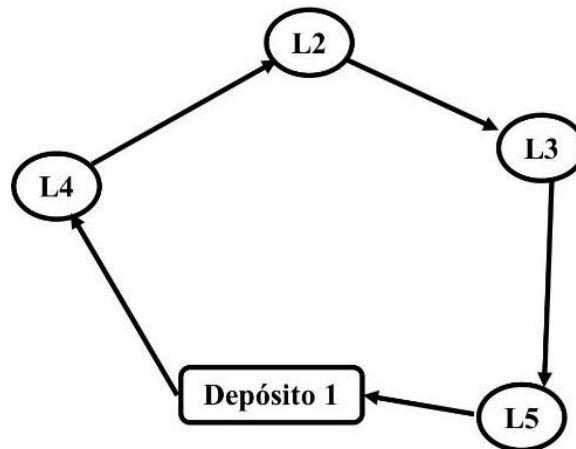


Figura 34. Esquema Ruta solo Linehaul.

- Ruta Solo Backhaul:** En este recorrido se parte del depósito se pasa al cliente Backhaul (se han visitado todos los clientes Linehaul) Linehaul, se sigue a los siguientes clientes Backhaul hasta no tener clientes de este tipo pendientes de visitar o copar la capacidad del vehículo y se finaliza terminando esta ruta en el mismo depósito de inicio. RUTA D3-B4-B3-B2-B7-D3 (Figura 35).

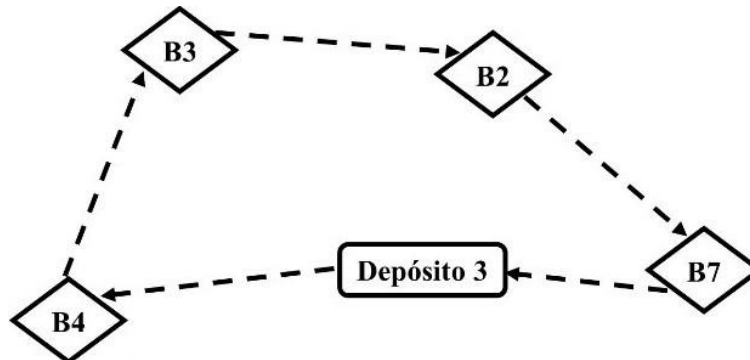


Figura 35. Esquema ruta solo Backhaul.

- Ruta para un recorrido multidepósito:** Una hormiga realiza una ruta única visitando a los clientes Linehaul y Backhaul pasando por los diferentes depósitos. Ruta consolidada D1-L4-L2-L3-L5-D1-D2-L1-L6-L7-B5-B1-B6-D2-D3-B4-B3-B2-B7-D3 (Figura 36).

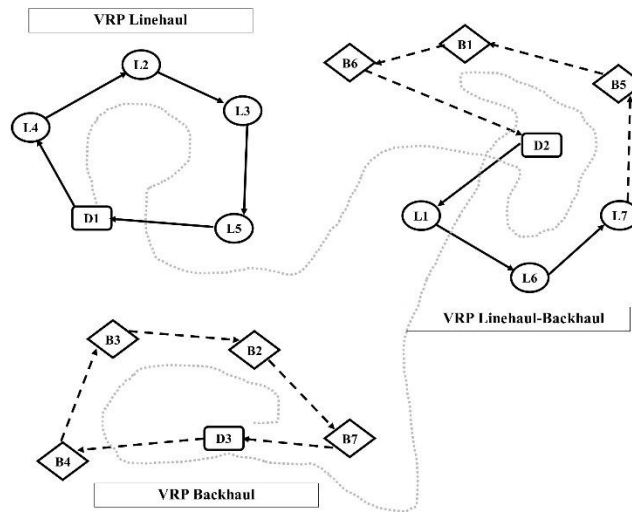


Figura 36. Esquema ruta consolidada.

4.4.4 Pseudocódigo MDVRPB

1. Lectura información instancias: coordenadas depósitos, coordenadas clientes Linehaul y Backhaul, número y capacidad de vehículos.
2. Cálculo de matriz de distancias.
3. Inicializar dos matrices de feromonas: una entre depósito y clientes, clientes y clientes, y otra entre depósito y depósito.
4. Inicializar dos matrices netas: una entre depósito y clientes (dependiente del inverso de la distancia) y otra entre depósitos (definida aleatoriamente).
5. Inicializar las matrices de aportes a las matrices de feromonas y neta.
6. Se definen los parámetros de Optimización con Colonia de Hormigas (ACO): τ_i , α , β , ρ y Factor Multiplicador Aporte a Matriz de Feromonas (Número de Clientes/Distancia de la Ruta).
7. Mientras número de iteraciones sea menor a 100, haga:
8. Mientras número de hormigas sea menor que el número de depósitos, haga:
9. Inicio del procedimiento recorrido multidepósito MDVRPB.
10. Elección del depósito de inicio:
 - a. Si es inicio del recorrido se hace de manera secuencial
 - b. Si es paso entre depósitos se calcula la probabilidad al multiplicar una matriz aleatoria con una matriz de feromonas.
11. Se tienen tres posibles tipos de rutas, los cuales se construyen con arcos elegidos con el cálculo de la probabilidad obtenida de multiplicar la matriz neta o de visibilidad y la matriz de feromonas:
 - a. Si se tienen clientes Linehaul y Backhaul, el recorrido en los arcos será el siguiente:
 - Del depósito al cliente Linehaul.
 - Paso entre clientes Linehaul.
 - Del cliente Linehaul y al Backhaul.
 - Paso entre clientes Backhaul.

- Del cliente Backhaul y depósito.
 - b. Si se tienen solo clientes Linehaul, el recorrido en los arcos será el siguiente:
 - Del depósito al cliente Linehaul.
 - Paso entre clientes Linehaul.
 - Del cliente Linehaul y depósito.
 - c. Si se tienen solo clientes Backhaul, el recorrido en los arcos será el siguiente:
 - Del depósito al cliente Backhaul.
 - Paso entre clientes Backhaul.
 - Del cliente Backhaul y depósito.
12. Actualizar Matrices de Feromonas: evaporación ρ y fortalecimiento de los arcos visitados:
- a. Paso entre depósito y clientes, y entre clientes.
 - b. Paso entre depósitos.
13. Finalizar ciclo hormigas.
14. Finalizar ciclo iteraciones.

4.4.5 Diagrama de Flujo basado en ACO para el MDVRPB

En la Figura 37, se muestra el diagrama de flujo del algoritmo Multidépósito Colonia de Hormigas. Donde se relaciona la secuencia de pasos a seguir.

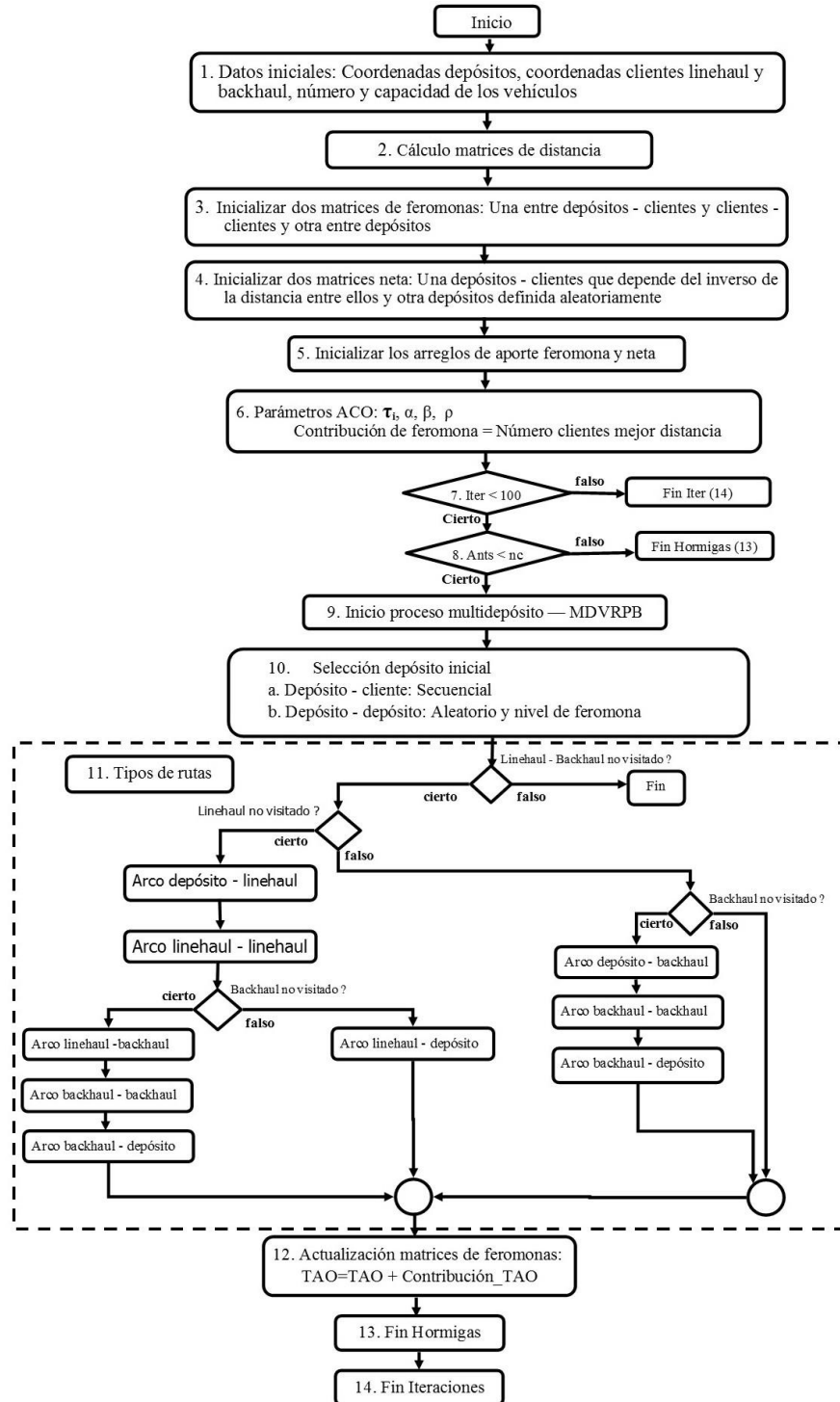


Figura 37. Diagrama de flujo construcción rutas con algoritmo Colonia de Hormigas MDVRPB.

4.5 Descripción del algoritmo Greedy monoobjetivo – multidepósito para VRPB

Se desarrolló un algoritmo Greedy, denominado tradicionalmente algoritmo goloso, este tiene un enfoque constructivo basado en el vecino más cercano, es decir, la distancia menor a la ubicación actual. Por lo tanto, a partir de un depósito particular, la vía en la construcción recibe el cliente con la distancia menor al depósito entre los clientes no asignados todavía. Esta regla se repite secuencialmente, pero la ubicación actual se refiere a un último cliente añadido a la solución. Así, el cliente factible se evalúa a través de la distancia al último cliente en la ruta en consideración. Cuando se añade un cliente Backhaul a la solución, la siguiente ubicación no puede ser un cliente Linehaul, y sólo los clientes de Backhaul se consideran, así como volver al depósito inicial. Una decisión al azar determina si se iniciará la siguiente ruta desde la estación actual, o en otro depósito. En cada caso, se repite el procedimiento descrito antes. El proceso general se ejecuta hasta que se hubieran asistido a todos los clientes.

4.6 Análisis de resultados

4.6.1 Instancias de prueba

El algoritmo propuesto se ha evaluado en 33 instancias MDVRPB descritas por Salhi y Nagy [44] (Tabla 4). Dicho set cuenta con una diversidad en número de clientes Linehaul y Backhaul (desde 50 hasta 250 clientes), un número de depósitos de 2 hasta 5 y diversa capacidad de carga en los vehículos con flota homogénea. Se define la variable distancia mínima del recorrido como la variable a optimizar y se aplica inicialmente la heurística del vecino más cercano, estos resultados se comparan con los obtenidos al aplicar la metaheurística de Colonia de Hormigas, para determinar la mejora de los resultados en la función objetivo distancia. El set de benchmarking de instancias ha sido utilizado para resolver el problema de MDVRPB Mixto permitiendo porcentajes de mezcla en la entrega y recogida del 10%, 25% y 50% (Salhi y Nagy [44] y Ropke y Pisinger [40]). Sin embargo, en la literatura revisada no se han encontrado artículos que resuelvan estas instancias para el problema MDVRPB con Backhauls puro, es decir sin permitir mezclas de recolección y entrega simultáneas, ni iniciar recolección sin haber desocupado completamente el vehículo.

Para efectos de comparación de la eficiencia del esquema propuesto, se ha realizado una implementación de un algoritmo greedy basado en la heurística del vecino más cercano para establecer el límite superior de cada instancia y proceder a realizar las respectivas comparaciones.

Tabla 4. Instancias MDVRPB Salhi y Nagy [44]

Número Instancia	Instancia	Número Nodos	Nodos Linehaul	Nodos Backhaul	Carga Linehaul	Carga Backhaul	Número Depósitos	Vehículos por Deposito	Capacidad del Vehículo
1	GJ01H	50	25	25	376	401	4	4	80
2	GJ01Q	50	38	12	591	186	4	4	80
3	GJ01T	50	45	5	708	69	4	4	80
4	GJ02H	50	25	25	376	401	4	2	160
5	GJ02Q	50	38	12	591	186	4	2	160
6	GJ02T	50	45	5	708	69	4	2	160
7	GJ03H	75	38	37	615	749	5	3	140
8	GJ03Q	75	58	17	998	366	5	3	140
9	GJ03T	75	68	7	1215	149	5	3	140
10	GJ04H	100	50	50	770	688	2	8	100
11	GJ04Q	100	75	25	1120	338	2	8	100
12	GJ04T	100	90	10	1356	102	2	8	100
13	GJ05H	100	50	50	770	688	2	5	200
14	GJ05Q	100	75	25	1120	338	2	5	200
15	GJ05T	100	90	10	1356	102	2	5	200
16	GJ06H	100	50	50	770	688	3	6	100
17	GJ06Q	100	75	25	1120	338	3	6	100
18	GJ06T	100	90	10	1356	102	3	6	100
19	GJ07H	100	50	50	770	688	4	4	100
20	GJ07Q	100	75	25	1120	338	4	4	100
21	GJ07T	100	90	10	1356	102	4	4	100
22	GJ08H	249	125	124	5997	6109	2	14	500
23	GJ08Q	249	187	62	9185	2921	2	14	500
24	GJ08T	249	225	24	10893	1213	2	14	500
25	GJ09H	249	125	124	5997	6109	3	12	500
26	GJ09Q	249	187	62	9185	2921	3	12	500
27	GJ09T	249	225	24	10893	1213	3	12	500
28	GJ10H	249	125	124	5997	6109	4	8	500
29	GJ10Q	249	187	62	9185	2921	4	8	500
30	GJ10T	249	225	24	10893	1213	4	8	500
31	GJ11H	249	125	124	5997	6109	5	6	500
32	GJ11Q	249	187	62	9185	2921	5	6	500
33	GJ11T	249	225	24	10893	1213	5	6	500

4.6.2 Resultados obtenidos

La estrategia de solución que se propone es implementada en MatLab, se ejecutó en un pc con procesador Core i5 de 1.4 GHz y 8GB de RAM. En la Tabla 5 se muestra los resultados en la función objetivo con la heurística vecino más cercano y los tiempos de ejecución y los valores de la función objetivo alcanzado por la metaheurística propuesta y se comparan entre sí. En cada simulación, se considera como criterio de convergencia un valor máximo de 100 iteraciones y se ejecuta en 10 oportunidades. Los parámetros utilizados para la ejecución de las instancias fueron los siguientes: Número de Iteraciones: 100, Parámetro Distancia, $\alpha = 1$, Parámetro Feromona, $\beta = 3$, Parámetro Efecto de Evaporación, $\rho = 0.01$ y Factor de Contribución del Arco Visitado= Número de Clientes/Mejor Solución.

Tabla 5. Resumen de resultados en 10 ejecuciones con 100 iteraciones del algoritmo implementado.

Número Instancia	Instancia	Heurística Vecino Más Cercano				Colonia de Hormigas - ACO (AS) $\alpha=1$ $\beta=3$ $\rho=0.001$				Porcentaje HVMC - ACO
		Vehículos Usados	Distancia Promedio	Tiempo Ejecución (seg)	Mejor Solución	Vehículos Usados	Distancia Promedio	Tiempo Ejecución (seg)	Mejor Solución	
1	GJ01H	6	749,8	0,18	719,5	6	693,6	6,92	654,03	9,09%
2	GJ01Q	8	846,8	0,26	808,5	8	777,2	3,55	744,61	7,91%
3	GJ01T	9	826,6	0,27	795,2	9	782,0	7,68	760,45	4,37%
4	GJ02H	3	836,1	0,18	831,9	3	645,4	0,92	598,82	28,02%
5	GJ02Q	4	820,2	0,19	816,3	5	700,2	1,63	685,86	15,98%
6	GJ02T	5	787,5	0,20	770,3	5	665,9	2,45	662,80	13,96%
7	GJ03H	6	1081,1	0,24	1062,0	6	848,6	8,13	827,87	22,04%
8	GJ03Q	8	1066,3	0,26	1012,4	8	923,1	9,96	902,97	10,81%
9	GJ03T	9	996,0	0,26	953,7	9	896,0	6,66	874,41	8,31%
10	GJ04H	8	1422,9	0,41	1416,4	8	1245,7	1,84	1219,61	13,90%
11	GJ04Q	12	1426,0	0,41	1409,9	12	1303,6	4,69	1274,70	9,59%
12	GJ04T	14	1500,5	0,23	1489,7	14	1332,4	6,63	1288,87	13,48%
13	GJ05H	4	1519,2	0,09	1517,1	4	1028,4	0,25	1028,40	32,21%
14	GJ05Q	6	1467,0	0,20	1464,3	6	1136,5	2,34	1069,80	26,94%
15	GJ05T	7	1166,0	0,36	1155,7	7	1049,5	3,16	1027,80	11,07%
16	GJ06H	8	1440,3	0,30	1407,5	8	1155,1	9,05	1112,83	20,93%
17	GJ06Q	12	1445,0	0,44	1408,7	12	1243,0	8,10	1197,10	15,02%
18	GJ06T	14	1406,6	0,71	1373,7	14	1200,1	16,68	1165,34	15,17%
19	GJ07H	8	1342,2	0,29	1306,7	8	1143,9	11,75	1129,42	13,56%
20	GJ07Q	12	1359,4	0,60	1340,6	12	1195,3	18,97	1170,17	12,72%
21	GJ07T	14	1286,1	0,88	1262,4	14	1164,9	11,65	1140,64	9,64%
22	GJ08H	13	7078,1	0,58	6943,6	13	5081,3	24,66	5000,06	27,99%
23	GJ08Q	19	7168,1	0,69	7073,6	19	5951,4	25,29	5808,30	17,89%
24	GJ08T	22	6791,0	0,80	6756,6	22	5874,3	50,19	5779,57	14,46%
25	GJ09H	13	7341,7	0,48	7111,0	13	5208,5	16,92	5164,06	27,38%
26	GJ09Q	19	7257,6	0,67	7036,6	19	6079,8	15,56	5857,96	16,75%
27	GJ09T	22	7229,4	0,54	7117,6	22	6079,0	38,41	5893,50	17,20%
28	GJ10H	13	6830,0	0,57	6404,2	13	4911,6	38,30	4765,45	25,59%
29	GJ10Q	19	7017,2	1,91	6908,1	19	5555,0	128,75	5438,90	21,27%
30	GJ10T	22	6049,2	3,66	5964,2	22	5443,2	112,43	5384,66	9,72%
31	GJ11H	13	6950,8	1,29	6790,2	13	4930,4	84,36	4768,98	29,77%
32	GJ11Q	19	6583,1	3,12	6446,3	19	5299,4	134,72	5193,38	19,44%
33	GJ11T	22	5877,4	7,07	5616,1	22	5123,5	250,39	5039,75	10,26%
			Promedio Rutas		3166,4				2564,6	19,01%

Se concluye que el algoritmo propuesto optimiza las rutas con base en la distancia mínima, no se optimiza el número de vehículos o rutas a generar como se muestra en la Instancia número 5, donde se usan 5 y no el mínimo de 4. Se resolvieron las instancias propuestas desde dos posibilidades una heurística golosa y una metaheurística de optimización con colonia de hormigas, permitiendo visualizar la mayor eficiencia de la metaheurística en una disminución global del 19,01% en la función objetivo de minimizar distancias de los recorridos.

CAPÍTULO CINCO

UN ALGORITMO MULTIOBJETIVO BASADO EN COLONIA DE HORMIGAS PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON MÚLTIPLES DEPÓSITOS Y FLOTA HOMOGÉNEA CONSIDERANDO BACKHAULS

5.1 Algoritmo biobjetivo

Se extendió el algoritmo expuesto en el capítulo anterior a un algoritmo biobjetivo y se buscó no solo minimizar la distancia, sino también el tiempo total de los recorridos, para esto utilizando las mismas instancias de Salhi y Nagy [44], se generó la matriz de tiempo de recorrido entre los depósitos fue generada de manera aleatoria definiendo un factor de movilidad usando como base a una velocidad mínima de 30 km/h y una velocidad máxima de 90 km/hr, lo cual generó 33 matrices de costo tiempo, esto permitió plantear un problema biobjetivo multidepósito. A continuación, se expone el Algoritmo biobjetivo implementado para la solución MDVRPB.

5.1.1 Algoritmo biobjetivo - multidepósito con Pareto Ant Colony Optimización (PACO) para VRPB

El procedimiento tradicional es presentado en la sección 4.3.1, Doerner en [66] presentó una variante multiobjetivo para el problema de optimización de un portafolio financiero, la cual para el caso propuesto considera la existencia de dos matrices de feromonas una para la optimización de la distancia y otra para la optimización del tiempo de los recorridos, las cuales se combinan haciendo uso de ponderaciones w_d y w_t , los cuales son inicializados aleatoriamente con una suma total de 100%, los cuales son utilizados de acuerdo a las siguientes ecuaciones (22) y (23).

$$j = \begin{cases} \max_{j \in I_t} \left[\left(\sum_{k=1}^b w_k \tau_{i,j}^k \right)^\alpha \cdot \eta_{i,j}^\beta \right] & \text{si } q < q_0 \\ \hat{i} & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (22)$$

Y para el caso biobjetivo tenemos:

$$j = \max_{j \in I_t} \left\{ \left[(w_d \tau_{i,j}^d)^\alpha \cdot (\eta_{i,j}^d)^\beta \right] + \left[(w_t \tau_{i,j}^t)^\alpha \cdot (\eta_{i,j}^t)^\beta \right] \right\} \quad (23)$$

Donde q es un número aleatorio con distribución uniforme y $q_0 \in [0,1]$ es la probabilidad con la que se escoge el arco más prometedor, siendo 0.9 un valor típico, i se obtiene de la expresión clásica de la regla de transición. Para actualizar las matrices de feromonas para la distancia y para el tiempo se usan las ecuaciones (19), (20) y (21).

5.1.2 Descripción del algoritmo Greedy biobjetivo – Multidepósito para VRPB

El algoritmo monoobjetivo expuesto en el numeral 4.5 del anterior capítulo fue modificado en el sentido que cuando se debe elegir el arco entre dos ciudades se genera un valor aleatorio entre los números enteros 1 (para distancia mínima) o 2 (para tiempo mínimo). Esto permite optimizar con un enfoque biobjetivo.

5.1.3 Instancias

Se realizó la aplicación metodológica sobre 33 instancias MDVRPB propuestas por Salhi y Nagy [44], donde se cuentan con una diversidad en número de clientes Linehaul y Backhaul desde 50 hasta 250 clientes, diferente cantidad de depósitos y diversa capacidad de carga en los vehículos con flota homogénea, se aplica inicialmente una heurística greedy biobjetivo optimizando distancia y tiempo para tener los límites superiores, y se aplica la metaheurística de Colonia de Hormigas PACO (Bi-objetivo), para determinar la mejora de los resultados en la función biobjetivo distancia-tiempo.

Al hallar la correlación entre las variables a optimizar distancia y tiempo y tomando al azar los resultados obtenidos para las 33 instancias, se obtuvo la Figura 38 y donde la correlación varía entre 0.59 (Correlación Positiva Media) y -0.25 (Correlación Negativa Débil), lo cual permitió crear diferentes rutas óptimas para distancia y tiempo.

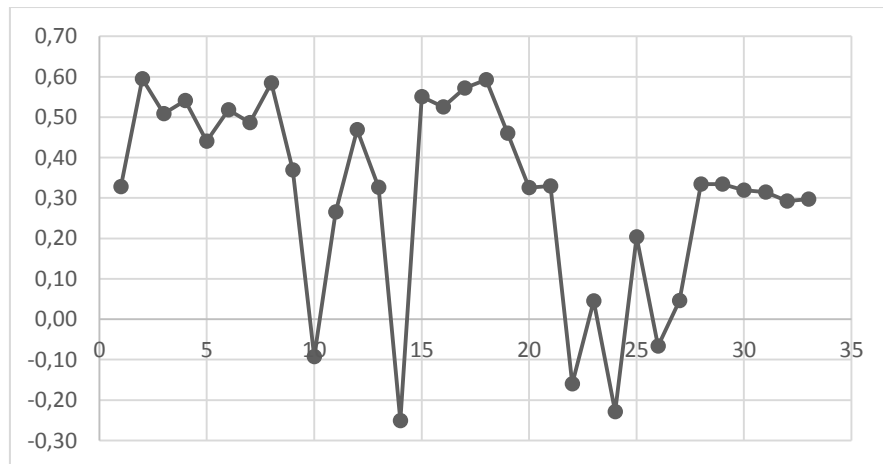


Figura 38. Correlación Distancia – Tiempo

En la Figura 39 se muestra al Frente de Pareto Min-Min obtenido para una instancia aleatoriamente elegida en esta misma ejecución del algoritmo biobjetivo MDVRPB, donde se tienen dos puntos extremos del Frente Pareto: P1 (6.162,33; 6.453.56) y P2 (6.851.21; 6.365,33).

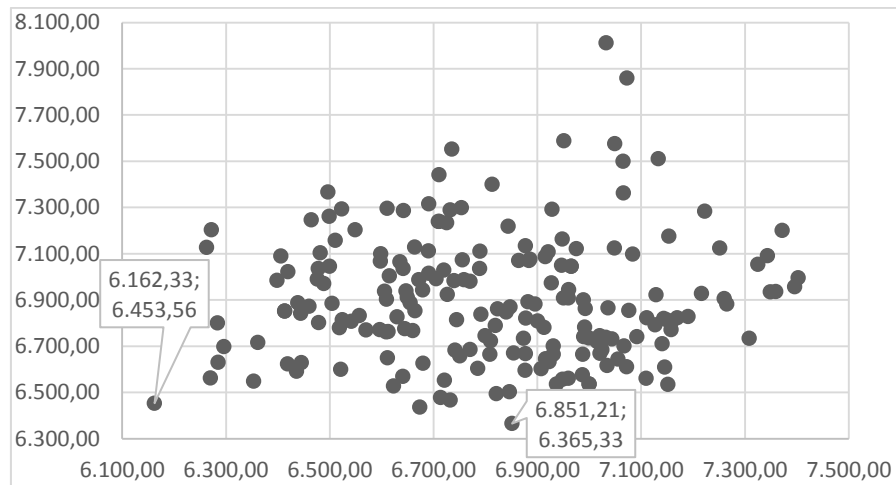


Figura 39. Frente de Pareto Distancia – Tiempo

5.1.4 Resultados obtenidos

La estrategia de solución que se propone es implementada en MatLab, se ejecutó en un pc con procesador Core i5 de 1.4 GHz y 8GB de RAM. En la Tabla 6, se muestra los resultados en la función objetivo con la heurística vecino más cercano y los tiempos de ejecución y los valores de la función objetivo alcanzado por la metaheurística propuesta y se comparan entre sí. En cada simulación, se considera como criterio de convergencia el valor de 100 iteraciones y se ejecuta en 10 oportunidades. Los parámetros utilizados para la ejecución de las instancias fueron los siguientes: Número de Iteraciones: 100, Parámetro Distancia, $\alpha = 1$, Parámetro Feromona, $\beta = 3$, Parámetro efecto de evaporación, $\rho = 0.01$, Factor de Contribución del arco visitado= Número de clientes/Mejor Solución.

5.1.5 Observaciones finales

Se propone un algoritmo bi-objetivo para el problema de ruteamiento de vehículos con Backhauls (recogida al final) - MDVRPB. El desarrollo del algoritmo propuesto parte de instancias de la literatura especializada ampliada con unas matrices de tiempos generadas aleatoriamente, pero con un factor de movilidad que marca unos límites lógicos.

Por lo anterior, la comparación de los resultados obtenidos se realizó entre una heurística biobjetivo basada en el vecino más cercano para distancia y tiempo, y la metaheurística optimización con colonia de hormigas biobjetivo también propuesto. Los resultados computacionales obtenidos con la metaheurística ACO, muestran soluciones de buena calidad con tiempos cortos.

De hecho, supera los resultados obtenidos por la heurística golosa bi-objetivo basado en el vecino más cercano está alrededor del 17,0% (Tabla 6). Los resultados sugieren que el algoritmo propuesto se podría aplicar a otros problemas de ruteamiento como: Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP), Periodic Location Routing Problem (PLRP), el Muti-Depot Vehicle Routing Problema with Fleet Heterogeneous (HMDVRP).

Tabla 6. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo propuesto

No	Instancia	Heurística Vecino Más Cercano - Distancia				Heurística Vecino Más Cercano - Tiempo				Optimización Colonia de Hormigas Biobjetivo - Distancia					Optimización Colonia de Hormigas Biobjetivo - Tiempo				
		Mejor Distancia (km)	Distancia Promedio (km)	Valor Función Objetivo Tiempo (min)	Tiempo Ejecución (s)	Valor Función Objetivo Distancia	Mejor Tiempo (min)	Tiempo Promedio (min)	Tiempo Ejecución	Mejor Distancia (km)	Distancia Promedio (km)	Valor Función Objetivo Tiempo (min)	Tiempo ejecución (s)	Error Distancia (%)	Valor Función Objetivo Distancia	Mejor Tiempo (min)	Tiempo promedio (min)	Tiempo Ejecución (seg)	Error Tiempo (%)
1	GJ01H	730,7	801,3	719,8	0,3	741,6	718,5	800,2	0,3	704	736,9	753,4	3,6	3,70%	801,6	686,5	724,5	2,4	4,50%
2	GJ01Q	773	811,9	852,4	0,2	825,2	816,2	862,6	0,2	768,3	823,6	845	2,3	0,60%	840	788	821,8	2	3,50%
3	GJ01T	750,6	793,7	857,3	0,4	811,5	731,6	779,5	0,3	748,2	814,1	831,8	4,5	0,30%	832,2	727,9	801,9	3,2	0,50%
4	GJ02H	780,9	829,2	807,6	0,2	797,2	796,9	837,1	0,2	604,4	651,5	653,9	0,7	22,60%	739,6	651,7	674,8	1,3	18,20%
5	GJ02Q	742,6	773,7	745,2	0,2	800,9	687,2	728,3	0,2	683,9	694,8	685,5	2,5	7,90%	700,9	635,7	671,2	3,2	7,50%
6	GJ02T	673,5	705,1	662,1	0,2	770,6	627,7	677,5	0,2	659,4	689	698,8	2,7	2,10%	663,6	608,9	683,4	2,1	3,00%
7	GJ03H	973,2	1061,3	971,6	0,2	1031,1	959,5	1006,1	0,2	837,2	865,4	876,4	3,9	14,00%	907,8	821,2	858,1	5,4	14,40%
8	GJ03Q	1011,9	1058,8	1037,7	0,3	1108,9	998	1039,6	0,3	928,2	959,7	968,3	5,8	8,30%	971,6	885,5	942,1	6,2	11,30%
9	GJ03T	913,4	990,6	987	0,4	1065,8	940,6	984,7	0,3	879,7	932,1	911,1	8,2	3,70%	931,8	892,9	917,1	7,8	5,10%
10	GJ04H	1306,1	1417,2	1292,3	0,3	1310,6	1278	1410,4	0,3	1201,4	1239,4	1334,3	2,8	8,00%	1277,9	1145,6	1186,4	2,8	10,40%
11	GJ04Q	1290,6	1356,8	1382,1	0,4	1415,9	1300,9	1365,1	0,5	1277,7	1345,3	1418,8	2,9	1,00%	1282,6	1294,8	1360,1	3,7	0,50%
12	GJ04T	1472,6	1502,1	1529,2	0,4	1551,2	1434,7	1464,5	0,4	1309,6	1340,3	1394,1	5	11,10%	1434,1	1263,1	1295,7	4	12,00%
13	GJ05H	1419,4	1510,9	1524,3	0,3	1515,7	1439,6	1506	0,3	1006,8	1059	1080	2,9	29,10%	1074,6	1031	1077,7	2,2	28,40%
14	GJ05Q	1330,8	1371,6	1425,1	0,3	1415,4	1244,8	1302,9	0,3	1063,1	1125,4	1129,7	3,8	20,10%	1225,2	1090,5	1108	2,5	12,40%
15	GJ05T	1107	1136,2	1090	0,4	1127	1022,1	1060,1	0,4	1007,3	1060,5	1054,6	4,6	9,00%	1109,6	963,1	995,3	3,6	5,80%
16	GJ06H	1317,4	1398,1	1277,3	0,4	1324,4	1260,2	1350,2	0,5	1116,5	1174,2	1121	4	15,30%	1244,6	1092,2	1119,7	3,2	13,30%
17	GJ06Q	1296,4	1389,8	1293,8	0,4	1366,3	1285,4	1342,1	0,4	1230,1	1264,9	1249,1	4,1	5,10%	1273,8	1090,5	1165,8	4,6	15,20%
18	GJ06T	1258,2	1320,2	1341,3	0,5	1303,8	1260,7	1318,7	0,4	1155,8	1200,6	1291,6	6,1	8,10%	1255,8	1159,7	1233,9	7,2	8,00%
19	GJ07H	1274,8	1385,6	1319,9	0,3	1310,1	1289,2	1372,8	0,4	1099,9	1146,9	1209,8	3,3	13,70%	1218,6	1077,2	1122,3	7,8	16,40%
20	GJ07Q	1303,2	1357,9	1306,3	0,4	1372,7	1256,1	1333,6	0,4	1171,3	1226,7	1340,1	6,3	10,10%	1349	1178,4	1214,5	5,9	6,20%
21	GJ07T	1294,7	1348,1	1373,9	0,8	1412,8	1305,2	1374,3	0,3	1176,2	1237,1	1294,6	12,1	9,10%	1244,4	1126,6	1196,5	13,1	13,70%
22	GJ08H	6759,1	7110,1	6993,7	0,5	6855,4	6523,6	7038,9	0,6	5017,9	5147,9	5762,1	14,2	25,80%	5351,3	4974,2	5152,4	12,4	23,80%
23	GJ08Q	7073	7382,4	7018,9	0,9	7377,6	6714,5	7289,1	1	5723,3	5926,7	5878,9	14,6	19,10%	6070,1	5484,1	5687,3	16,8	18,30%
24	GJ08T	6257,2	6441,7	6318,8	0,9	6468,7	6110,8	6408,9	0,8	5777,8	5933,5	6039,6	20,4	7,70%	6056,5	5670,2	5886,7	15,8	7,20%
25	GJ09H	7031,8	7497,5	6868,4	0,7	7315,2	6492,8	7252,2	0,6	5146,1	5319,2	5424,1	16,9	26,80%	5440,8	4819	4963,7	11,9	25,80%
26	GJ09Q	7409,7	7665,5	7506,6	1,1	7594,2	7038,2	7350	0,9	6102,3	6244,6	6380,8	14,9	17,60%	6801,6	5898,8	6038,4	15,1	16,20%
27	GJ09T	6482,6	6787,3	6580,5	1,1	6692,3	6520	6779,4	0,9	6162,3	6306,4	6453,6	22,5	4,90%	6622,4	6107,2	6260,6	23	6,30%
28	GJ10H	6782,8	7196,6	7094,3	0,4	6869,3	6565,4	7085,2	0,8	4838,6	4983,7	5152	29	28,70%	5116,2	4619,8	4847,7	33,3	29,60%
29	GJ10Q	6704,5	6967,2	6867,4	0,8	6845,5	6400,9	6848,7	1	5413,7	5544	6206,7	43,5	19,30%	5725,2	5073,4	5504,7	33,8	20,70%
30	GJ10T	5867,5	6124,7	6225,7	1	6073,1	5974,3	6166,6	1,2	5228,4	5454,9	5322,4	39,9	10,90%	5228,4	5322,4	5445,6	40,2	10,90%
31	GJ11H	6901,9	7188,7	7027,9	0,8	7003	6644,3	7088,7	0,8	4797,7	4938,2	5040,8	32,1	30,50%	5091,6	4507,4	4785,5	33,4	32,20%
32	GJ11Q	6620,3	6906,4	6616,8	0,7	6871,4	6500,3	6836,9	0,9	5425,9	5541,2	5837,2	31,3	18,00%	5779,7	5161	5361	36,7	20,60%
33	GJ11T	5780,1	6013	6181,3	0,9	5984,1	5607,5	5966,1	0,8	5143,6	5312,9	5732,3	50,8	11,00%	5479,8	5045,9	5277,6	60,4	10,00%
	Promedio	3111,9					3022,6			2588,1			16,80%		2511,9				16,90%

5.2 Un algoritmo multiobjetivo basado en colonia de hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota homogénea considerando Backhauls y mitigación de gases

Nuevamente se extendió el algoritmo antes expuesto, en este caso se plantea un algoritmo multiobjetivo: el primer objetivo definido es la matriz de distancia entre trayecto tomado de la instancia [64], el segundo objetivo es la matriz de tiempos de recorrido entre los depósitos fue generada de manera aleatoria definiendo un factor de movilidad usando como base a una velocidad mínima de 30 km/hr y una velocidad máxima de 90 km/hr, lo cual generó 33 matrices de costo tiempo. El tercer objetivo es el consumo de energía entre los trayectos, cuya metodología fue expuesto por Bektas y Laporte en [67].

5.2.1 Algoritmo multiobjetivo – multidepósito con Pareto Ant Colony Optimización (PACO) para VRPB

El procedimiento tradicional presentado en la sección 6.3.1, Doerner en [66] presentó una optimización de un portafolio financiero una metaheurística multiobjetivo, la cual para el caso propuesto considera la existencia de tres matrices de feromonas una primera para la optimización de la distancia, una segunda para la optimización del Tiempo de los recorridos y una tercera para optimizar el consumo de energía, las cuales se combinan haciendo uso de ponderaciones w_d , w_t y w_e los cuales son inicializados aleatoriamente con una suma total de 100%, los cuales son utilizados de acuerdo a la ecuación (24). Luego, se actualizan las matrices de feromonas de la distancia y el tiempo con las ecuaciones (19), (20) y (21). A continuación, se describe la función objetivo con los tres objetivos

$$j = \left\{ \max_{j \in J_t} \left\{ \left[(w_d \tau_{i,j}^d)^\alpha \cdot (\eta_{i,j}^d)^\beta \right] + \left[(w_t \tau_{i,j}^t)^\alpha \cdot (\eta_{i,j}^t)^\beta \right] + \left[(w_e \tau_{i,j}^e)^\alpha \cdot (\eta_{i,j}^e)^\beta \right] \right\} \right\} \quad (24)$$

5.2.2 Instancias

El algoritmo propuesto ha sido evaluado en 33 casos MDVRPB adaptado de Salhi y Nagy (1999) [44]. El conjunto respectivo tiene un número diverso de clientes Linehaul y Backhaul (de 50 a 250), una serie de depósitos de entre 22-5, y un conjunto homogéneo de los vehículos considerados. La matriz distancia es dada en [43] y la matriz de tiempo es generada aleatoriamente dentro de un rango de movilidad y velocidad lógicos, y como se mencionó en los dos párrafos anteriores. El conjunto de instancias de evaluación comparativa se ha utilizado para resolver diferentes variantes del MDVRPB. Sin embargo, en la literatura revisada, no se han encontrado trabajos que resuelven el problema MDVRPB con viajes de regreso al final de las rutas. Con base en [67], las matrices de energía se han construido de la siguiente manera: Tres tipos de vehículos en función de la carga (Tipo 1-T1 con menos de 10 toneladas, Tipo 2-T2 entre 10 y 20 toneladas, y el Tipo 3-T3 entre 20 y 35 toneladas). Los parámetros de la zona frontal de cada vehículo, se considera el peso del vehículo, el peso de la carga, C_d es el coeficiente de arrastre y C_r es el coeficiente de roce entre el vehículo y el camino, los valores son descritos en la Tabla 7.

Tabla 7. Parámetros energía.

	Tipo 1-T1	Tipo 2-T2	Tipo 3-T3
Área Frontal (m ²)	7	9	11.44
Peso del Vehículo (kg)	6000	16000	17000
Peso de la Carga (kg)	10000	20000	35000
C_d	0.76	0.85	0.95
C_r	0.01	0.0125	0.015

Fuente: <http://www.kenworthcolombia.com/>

Los siguientes parámetros son considerados para obtener las matrices de energía: aceleración = 0 m/s², gravedad = 9.807 m/s², Angulo de ángulo de la carretera igual 0°, densidad del aire a 20° ρ = 1.2041 kg / m³. Finalmente, se utilizaron las matrices de distancias y tiempos para el cálculo velocidades, que también son requeridas para la construcción del modelo de energía planteado en [67]. La Tabla 8 muestra la capacidad del vehículo para cada instancia.

Tabla 8. Tipo de vehículos usados en cada instancia.

Número de Instancia	Instancia	Capacidad Vehículo (unidades)	Tipo de Vehículo
1, 2, 3	GJ01H, GJ01Q, GJ01T	80	1
4, 5, 6, 7, 8, 9	GJ02H, GJ02Q, GJ02T, GJ03H, GJ03Q, GJ03T	160	2
10, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 20, 21	GJ04H, GJ04Q, GJ04T, GJ06H, GJ06Q, GJ05T, GJ06Q, GJ06T, GJ07H, GJ07Q, GJ07T	100	1
13, 14, 15	GJ05H, GJ05Q, GJ05T	200	2
22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33	GJ08H, GJ08Q, GJ08T, GJ09H, GJ09Q, GJ09T, GJ10H, GJ10Q, GJ10T, GJ11H, GJ11Q, GJ11T	500	3

Además, la correlación de los objetivos para cada instancia se calcula con el fin de justificar la consideración de los tres objetivos al mismo tiempo. Las Figuras 40, 41 y 42 muestran la correlación de los tres objetivos, donde se puede observar que los factores de correlación para los objetivos considerados permiten la generación de los Frentes de Pareto.

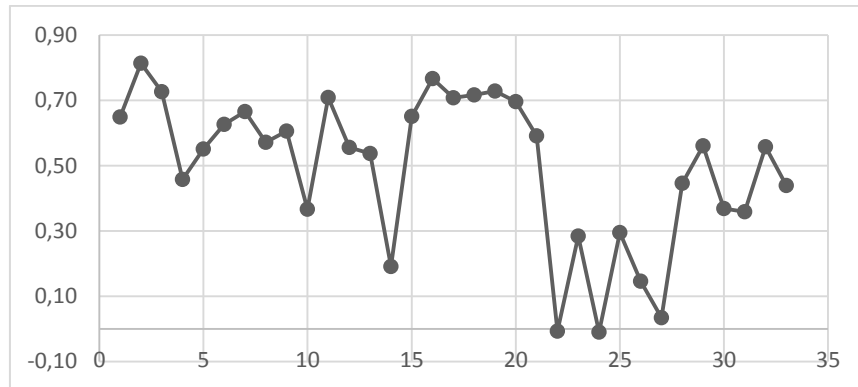


Figura 40. Correlación entre distancia y tiempo.

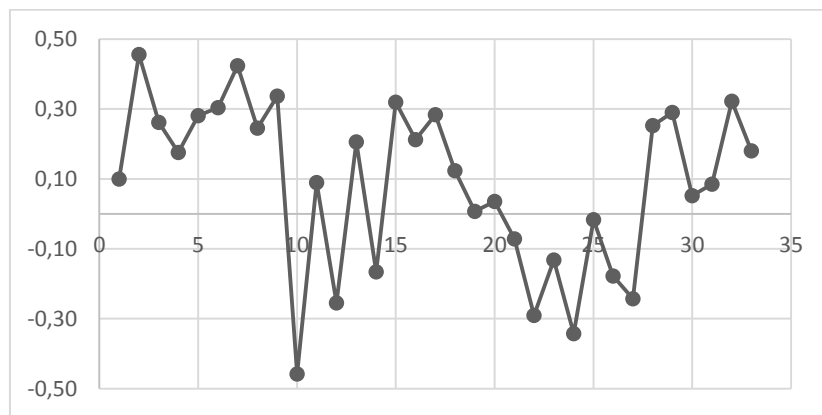


Figura 41. Correlación entre tiempo y energía.

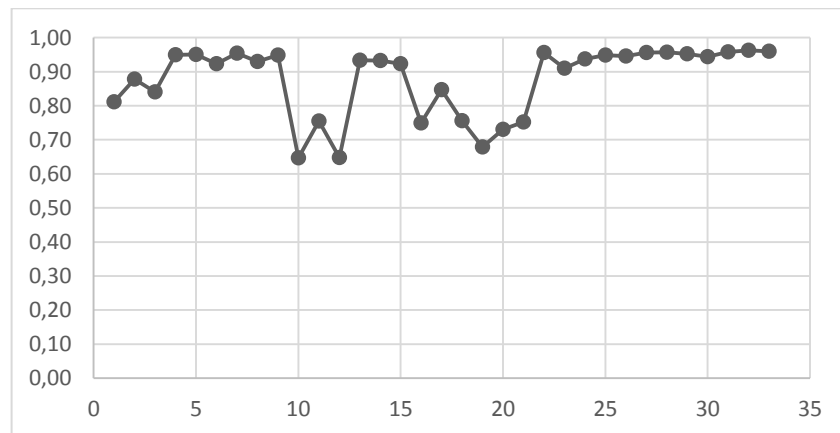


Figura 42. Correlación distancia y energía.

5.2.3 Resultados obtenidos

Se presenta en la Tabla 9, el tiempo de cálculo y los valores alcanzados por la estrategia metaheurística propuesta.

Tabla 9. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo PACO propuesto.

Número Instancia	Instancia	Metodología Propuesta PACO – Distancia				Metodología Propuesta PACO – Tiempo				Metodología Propuesta PACO – Energía			
		Mejor Solución Distancia (km)	Función Objetivo Tiempo (min)	Función Objetivo Energía (kw/h)	Tiempo Ejecución (s)	Función Objetivo Distancia (km)	Mejor Solución Tiempo (min)	Función Objetivo Energía (kw/h)	Tiempo Ejecución (s)	Función Objetivo Distancia (km)	Función Objetivo Tiempo (min)	Mejor Solución Energía (kw/h)	Tiempo Ejecución (s)
1	GJ01H	674.6	828.9	449.5	3.57	804.6	716	646.6	2.64	675.7	833.7	446.2	2.46
2	GJ01Q	776.5	868.9	528.9	3.33	865.1	790.6	669.5	2.49	802.1	977.8	512.9	2.42
3	GJ01T	762.6	848.9	533.2	2.9	886.4	751.7	728	1.38	771.5	922.9	522.1	1.56
4	GJ02H	639.4	675.8	1034	1.06	739.6	651.7	1280.4	1.73	651.8	732.3	1022.7	0.75
5	GJ02Q	675.9	681.3	1136.2	1.31	745.4	646.8	1319.5	2.02	676.7	754.5	1081.3	1.02
6	GJ02T	678.2	698.6	1124.4	2.4	744.2	632.8	1314.8	2.57	680.7	743.7	1077.2	1.57
7	GJ03H	836.5	969	1322.5	4.82	858.8	820.3	1465.1	4.36	840.3	982.2	1321.2	2.05
8	GJ03Q	929	994.7	1499.2	3.29	984.4	907.2	1692.4	6.16	948.9	1150.1	1463.1	3.7
9	GJ03T	909.5	1060.1	1416.1	5.65	956.4	911.6	1645.4	6.61	916	1096.7	1409.9	2.87
10	GJ04H	1203	1307.3	845.6	3.46	1360.5	1170.4	1109.7	2.7	1226.5	1536.7	778.6	3.94
11	GJ04Q	1287.2	1492.1	870.2	2.93	1439.2	1357.4	1116.3	2.76	1312.8	1647.9	840.5	0.98
12	GJ04T	1269.3	1515.5	848	1.41	1391.8	1258.2	1087.8	3.6	1276.2	1563.2	835.8	1.36
13	GJ05H	992.4	1055.2	1639.9	1.62	1096.1	987.7	1909.7	2.14	1024.5	1195.7	1619.9	2.05
14	GJ05Q	1063.5	1245.1	1664.2	3.19	1124.5	1083.9	1901	1.71	1076.3	1303.6	1656.7	1.8
15	GJ05T	1026.8	1035.9	1710.9	4.51	1100.7	963.4	1930.9	1.86	1059.9	1252.6	1664.2	3.28
16	GJ06H	1148.1	1199.6	838.4	4.63	1268.2	1120.9	1011.9	3.12	1222	1564.2	770	3.79
17	GJ06Q	1205.6	1223	878.7	6.73	1269.3	1117.2	1011.4	5.8	1301.2	1540	867.6	3.53
18	GJ06T	1203	1423.4	803.1	6.65	1274	1207.6	963.6	3.71	1240.7	1576	784.7	3.28
19	GJ07H	1100.6	1142.7	808.6	6.32	1231.9	1070.6	995.3	4.75	1144.4	1445	736.6	2.74
20	GJ07Q	1198.6	1392.4	817.9	8.64	1332.7	1151.6	1083.7	4.33	1200.4	1397.7	807.2	5.69
21	GJ07T	1196	1364.4	824.3	7.86	1315.1	1174.6	1049.4	4.91	1200.3	1524.9	758.9	6.68
22	GJ08H	5114.7	5933.9	13481.2	11	5432	4858.5	15515.4	13.88	5154.8	6091.3	13457.3	6.9
23	GJ08Q	5763.4	5835.7	15757.3	20.36	6119.5	5473.9	17584.9	18.8	5904.2	6819.7	15527.1	14.38
24	GJ08T	5879	5779.8	16475.1	24.54	5984.5	5593	17030.9	13.42	5936.9	6953.6	15472.4	13.42
25	GJ09H	5106.8	5624.9	13805.7	13.9	5160.7	4707.6	14694.2	12.53	5112.1	5665.7	13802.7	9.3
26	GJ09Q	5889.9	6279.6	16017.6	11.45	6571.8	5759.2	19018.3	12.2	5906.8	6365	15968	10.99
27	GJ09T	6135.2	6955.2	16281.4	15.31	6505.4	6152.4	18347.4	15.68	6325.3	7989.1	16064	10.28
28	GJ10H	4814.2	5458.5	12859.8	18.14	4888.1	4749	13759.5	21.65	4959.8	5865.1	12808.1	17.03
29	GJ10Q	5387.3	5727.3	14550.6	24.91	6274.3	5434.1	18245.8	30.17	5596.6	6732.9	14453.3	28.9
30	GJ10T	5305.4	5914	14201.1	55.1	5458.3	5249.7	15321.9	27.53	5379.6	6535	13896.9	33.05
31	GJ11H	4725.9	5226.8	12664	28.01	5286.7	4768.7	15107.8	25.88	4725.9	5226.8	12664	24.59
32	GJ11Q	5279.7	5716.9	14208.3	57.18	5882.5	5293.2	16788.1	50.16	5366.7	6500.5	13804.1	22.91
33	GJ11T	5149.7	5577.4	13862.7	47.72	5629.9	5040	16203.9	50.63	5184.4	5836.2	13715.6	18.85
Promedio		2585.7					2532.5					5836.7	

En las Figuras 43, 44 y 45, se muestran los resultados obtenidos para la instancia 10 de los Frentes de Pareto, usando el criterio Min – Min. En cada figura se muestran los puntos extremos de cada Frente de Pareto.

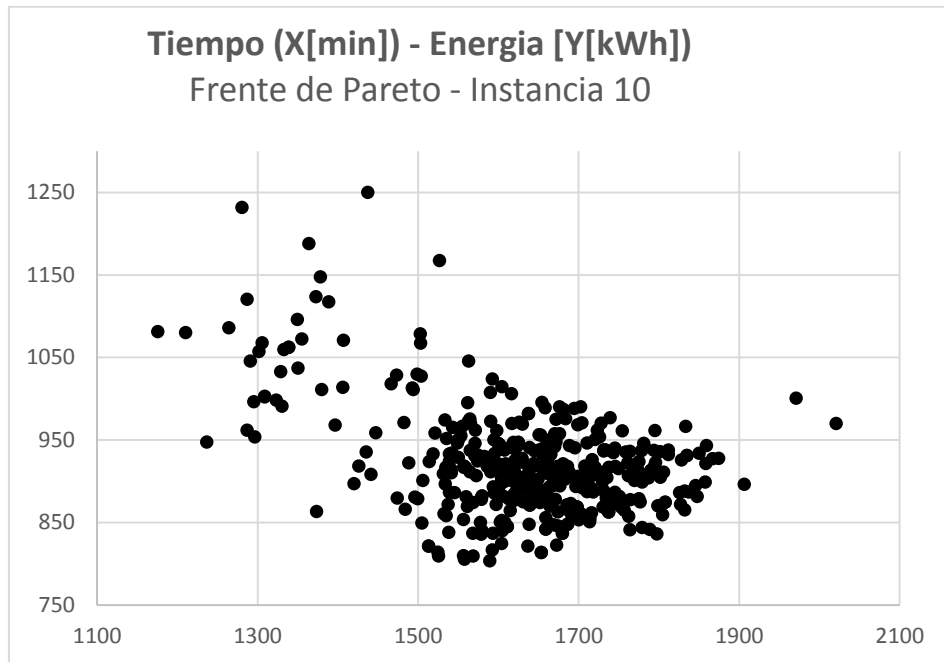


Figura 43. Optimización con Colonia de Hormigas con Frente de Pareto: tiempo – energía

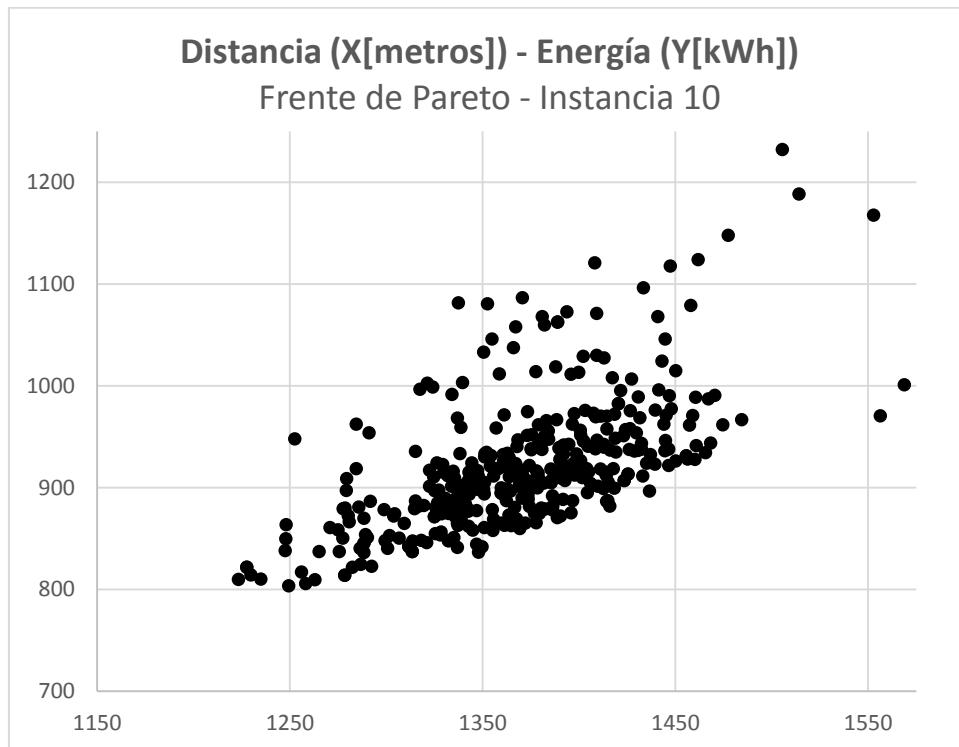


Figura 44. Optimización con Colonia de Hormigas con Frente de Pareto: distancia – energía.

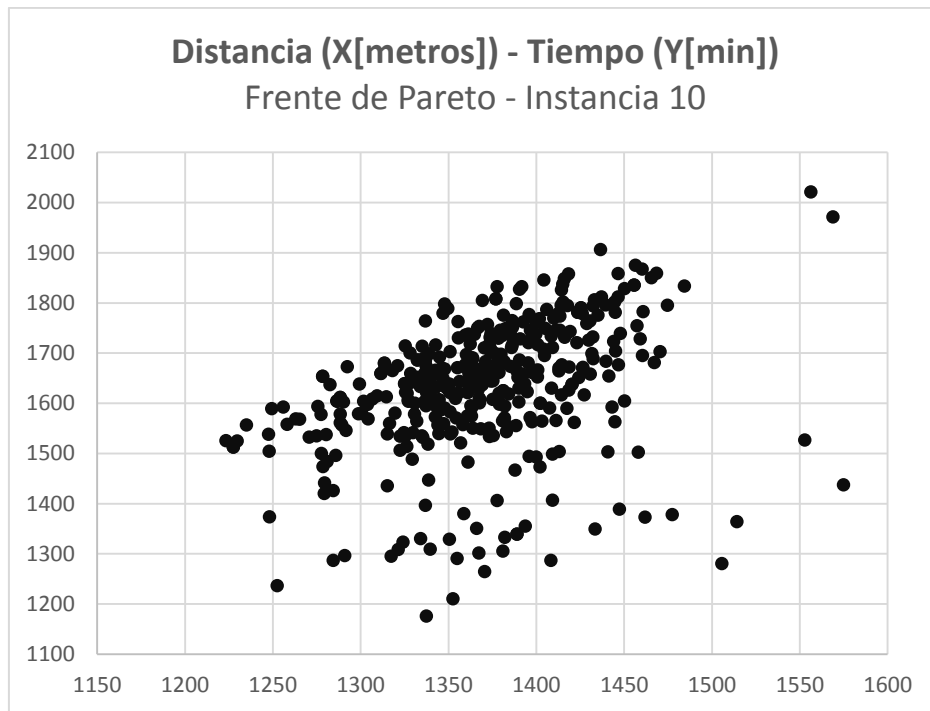


Figura 45. Optimización con Colonia de Hormigas con Frente de Pareto: distancia- tiempo.

5.2.4 Descripción del algoritmo Greedy multiobjetivo – multidepósito para VRPB

Para enriquecer la discusión se aplicó nuevamente un algoritmo Greedy, con base en algoritmo monoobjetivo expuesto en el anterior capítulo, pero modificado en el sentido que cuando se debe elegir el arco entre dos ciudades se genera un aleatorio entre los números enteros 1 (para distancia mínima), 2 (para tiempo mínimo), o 3 (para energía mínima), esto permite optimización multiobjetivo, Tabla 10.

Tabla 10. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones de los algoritmos Greedy y ACO propuestos.

Número Instancia	Instancia	Heurística del vecino más cercano - Mobj-Distancia				Heurística del vecino más cercano - Mobj-Tiempo				Heurística del vecino más cercano - Mobj-Energía				Colonia de Hormigas ACO (AS) - Mobj-Distancia					Colonia de Hormigas ACO (AS) - Mobj-Tiempo					Colonia de Hormigas ACO (AS) - Mobj-Energía				
		Distancia Mínima (km)	F. Obj. Tiempo (min)	F. Obj. Energía (kWh)	Tiempo Ejecución (seg)	F. Obj. Distancia (km)	Tiempo Mínimo (min)	F. Obj. Energía (kWh)	Tiempo Ejecución (seg)	F. Obj. Distancia (km)	F. Obj. Tiempo (min)	Energía Mínima (kWh)	Tiempo Ejecución (seg)	Distancia Mínima (min)	F. Obj. Tiempo (min)	F. Obj. Energía (kWh)	Tiempo Ejecución (seg)	% Error Distancia	F. Obj. Distancia (km)	Tiempo Mínimo (min)	F. Obj. Energía (kWh)	Tiempo Ejecución (seg)	% Error Tiempo	F. Obj. Distancia (km)	F. Obj. Tiempo (min)	Energía Mínima (kWh)	Tiempo Ejecución (seg)	% Error Energía
		1	GJ01H	690,8	701,4	505,7	0,36	700,6	692,9	520,0	0,36	714,9	739,7	517,7	0,41	674,6	828,9	449,5	1,67	2,3%	776,6	659,0	645,6	2,64	4,9%	675,7	833,7	446,2
2	GJ01Q	789,1	862,8	567,9	0,34	793,2	811,8	581,4	0,50	792,0	910,2	545,6	0,34	776,5	868,9	528,9	3,33	1,6%	865,1	790,6	669,5	2,49	2,6%	810,8	1030,	505,3	2,42	7,4%
3	GJ01T	760,7	849,7	533,4	0,45	801,4	714,1	634,6	0,14	762,7	858,0	530,6	0,53	755,5	904,7	500,8	2,90	0,7%	825,9	705,8	675,5	1,38	1,2%	771,5	922,9	522,1	1,56	1,6%
4	GJ02H	780,9	807,6	1272,	0,37	797,2	796,9	1333,	0,15	815,0	952,2	1263,	0,37	639,4	675,8	1034,	1,06	18,1%	739,6	651,7	1280,	1,73	18,2%	651,8	732,3	1022,	0,75	19,1%
5	GJ02Q	732,6	689,9	1247,	0,44	800,9	687,2	1412,	0,44	768,2	842,8	1219,	0,24	675,9	681,3	1136,	1,31	7,7%	745,4	646,8	1319,	2,02	5,9%	676,7	754,5	1081,	1,02	11,3%
6	GJ02T	673,6	674,4	1118,	0,20	754,6	658,4	1330,	0,24	704,5	808,1	1103,	0,27	672,5	734,9	1068,	2,40	0,2%	744,2	632,8	1314,	2,57	3,9%	681,4	837,6	1052,	1,57	4,6%
7	GJ03H	992,6	1101,	1589,	0,45	1053,8	936,4	1817,	0,50	1022,3	1172,	1576,	0,12	836,5	969,0	1322,	4,82	15,7%	858,8	820,3	1465,	4,36	12,4%	840,3	982,2	1321,	2,05	16,2%
8	GJ03Q	991,1	996,2	1644,	0,40	1032,6	991,2	1760,	0,40	1004,1	1129,	1594,	0,30	929,0	994,7	1499,	3,29	6,3%	984,4	907,2	1692,	6,16	8,5%	948,9	1150,	1463,	3,70	8,3%
9	GJ03T	952,4	1059,	1535,	0,43	958,9	940,7	1610,	0,33	955,0	1078,	1507,	0,62	909,5	1060,	1416,	5,65	4,5%	956,4	911,6	1645,	6,61	3,1%	916,0	1096,	1409,	2,87	6,5%
10	GJ04H	1309,9	1472,	927,5	0,32	1413,6	1309,	1106,	0,57	1336,3	1536,	924,9	0,32	1203,0	1307,	845,6	3,46	8,2%	1360,5	1170,	1109,	2,70	10,6%	1226,	1536,	778,6	3,94	15,8%
11	GJ04Q	1317,7	1348,	957,5	0,17	1439,2	1326,	1113,	0,33	1360,1	1560,	935,4	0,82	1287,2	1492,	870,2	2,93	2,3%	1429,7	1320,	1118,	2,76	0,4%	1312,	1647,	840,5	0,98	10,1%
12	GJ04T	1396,6	1413,	1022,	0,03	1468,9	1375,	1134,	0,01	1443,5	1640,	995,7	0,33	1269,3	1515,	848,0	1,41	9,1%	1391,8	1258,	1087,	3,60	8,5%	1276,	1563,	835,8	1,36	16,1%
13	GJ05H	1365,9	1592,	2163,	0,25	1456,3	1434,	2440,	0,53	1402,9	1721,	2154,	0,25	992,4	1055,	1639,	1,62	27,3%	1096,1	987,7	1909,	2,14	31,1%	1024,	1195,	1619,	2,05	24,8%
14	GJ05Q	1319,5	1376,	2159,	0,13	1430,8	1268,	2469,	0,19	1325,7	1533,	2091,	0,59	1063,5	1245,	1664,	3,19	19,4%	1124,5	1083,	1901,	1,71	14,6%	1076,	1303,	1656,	1,80	20,8%
15	GJ05T	1082,6	1166,	1763,	0,18	1137,9	1046,	1961,	0,58	1085,2	1229,	1719,	0,50	1026,8	1035,	1710,	4,51	5,2%	1100,7	963,4	1930,	1,86	7,9%	1059,	1252,	1664,	3,28	3,2%
16	GJ06H	1298,0	1413,	926,4	0,60	1313,1	1273,	993,5	0,17	1327,6	1574,	906,2	0,61	1148,1	1199,	838,4	4,63	11,5%	1268,2	1120,	1011,	3,12	12,0%	1222,	1564,	770,0	3,79	15,0%
17	GJ06Q	1286,3	1299,	947,3	0,20	1351,7	1260,	1046,	0,29	1326,6	1443,	938,0	0,61	1205,6	1223,	878,7	6,73	6,3%	1269,3	1117,	1011,	5,80	11,4%	1301,	1540,	867,6	3,53	7,5%
18	GJ06T	1244,0	1281,	898,5	0,27	1253,4	1263,	934,0	0,23	1303,1	1498,	894,6	0,62	1203,0	1423,	803,1	6,65	3,3%	1274,0	1207,	963,6	3,71	4,4%	1240,	1576,	784,7	3,28	12,3%
19	GJ07H	1300,5	1364,	954,7	0,21	1314,6	1299,	994,6	0,57	1392,5	1621,	943,4	0,64	1100,6	1142,	808,6	6,32	15,4%	1231,9	1070,	995,3	4,75	17,6%	1144,	1445,	736,6	2,74	21,9%
20	GJ07Q	1281,4	1321,	934,6	0,20	1398,7	1271,	1116,	0,45	1367,0	1588,	929,9	0,75	1198,6	1392,	817,9	8,64	6,5%	1332,7	1151,	1083,	4,33	9,4%	1200,	1397,	807,2	5,69	13,2%
21	GJ07T	1316,0	1408,	928,8	0,39	1326,2	1340,	970,7	0,70	1379,1	1650,	926,6	0,65	1196,0	1364,	824,3	7,86	9,1%	1315,1	1174,	1049,	4,91	12,3%	1200,	1524,	758,9	6,68	18,1%
22	GJ08H	6622,3	7190,	17492	1,40	6909,7	6551,	19261	0,87	6830,9	7630,	17931	1,40	5114,7	5933,	13481	11,00	22,8%	5432,0	4858,	15515	13,88	25,8%	5154,	6091,	13457	6,90	24,9%
23	GJ08Q	6926,2	7382,	18656	0,38	7500,2	7003,	20831	1,12	7183,2	8419,	18757	0,60	5763,4	5835,	15757	20,36	16,8%	6119,5	5473,	17584	18,80	21,8%	5904,	6819,	15527	14,38	17,2%
24	GJ08T	6113,1	6240,	16610	1,49	6590,8	6166,	18426	0,40	6206,7	6465,	16853	0,51	5879,0	5779,	16475	24,54	3,8%	5984,5	5593,	17030	13,42	9,3%	5936,	6953,	15472	13,42	8,2%
25	GJ09H	7033,8	7401,	19131	0,67	7155,2	6840,	20094	0,96	7002,6	7437,	18925	1,25	5106,8	5624,	13805	13,90	27,4%	5160,7	4707,	14694	12,53	31,2%	5112,	5665,	13802	9,30	27,1%
26	GJ09Q	7354,5	7566,	20214	0,88	7482,9	7263,	20907	1,16	7377,0	7922,	19916	1,24	5889,9	6279,	16017	11,45	19,9%	6571,8	5759,	19018	12,20	20,7%	5906,	6365,	15968	10,99	19,8%
27	GJ09T	6445,2	6664,	17736	1,54	6914,7	6623,	19461	1,54	6517,7	6951,	17659	1,60	6135,2	6955,	16281	15,31	4,8%	6505,4	6152,	18347	15,68	7,1%	6325,	7989,	16064	10,28	9,0%
28	GJ10H	6609,6	7254,	17679	0,44	7005,9	6948,	19452	1,09	6741,5	7589,	17894	0,44	4814,2	5458,	12859	18,14	27,2%	4888,1	4749,	13759	21,65	31,7%	4959,	5865,	12808	17,03	28,4%
29	GJ10Q	6403,9	6635,	17500	0,90	6994,7	6609,	19673	0,80	6639,0	7077,	17591	0,47	5387,3	5727,	14550	24,91	15,9%	6274,3	5434,	18245	30,17	17,8%	5596,	6732,	14453	28,90	17,8%
30	GJ10T	5891,7	6456,	15599	0,92	6197,9	5835,	17273	1,73	5895,3	6535,	15512	1,73	5305,4	5914,	14201	55,10	10,0%	5458,3	5249,	15321	27,53	10,0%	5379,	6535,	13896	33,05	10,4%
31	GJ11H	7048,3	7054,	19404	1,20	7482,1	6809,	20845	0,71	7135,9	8206,	18729	1,26	4725,9	5226,	12664	28,01	32,9%	5286,7	4768,	15107	25,88	30,0%	4725,	5226,	12664	24,59	32,4%
32	GJ11Q	6382,5	6936,	17084	0,74	7147,9	6657,	19919	1,52	6436,5	7110,	17005	0,74	5279,7	5716,	14208	57,18	17,3%	5882,5	5293,	16788	50,16	20,5%	5366,	6500,	13804	22,91	18,8%
33	GJ11T	5585,5	6250,	14715	0,64	6287,8	5812,	17700	0,89	5587,3	6344,	14666	0,38	5149,7	5577,	13862	47,72	7,8%	5629,9	5040,	16203	50,63	13,3%	5184,	5836,	13715	18,85	6,5%
	Promed	3069,7				3085,				7141,				2585,3				15,8%		2528,			18,1%		5835,			18,3%

5.2.5 Observaciones finales

Técnicas combinatorias para múltiples objetivos desempeñan un papel decisivo en el campo de los problemas de ruteamiento de vehículos. Investigadores recientes han propuesto varios enfoques para resolver diversas variantes de los problemas de ruteamiento de vehículos multi-objetivo clasificados como problemas NP-duros.

En este trabajo se ha utilizado la metaheurística de Optimización con Colonia de Hormigas con Frentes de Pareto para proporcionar un método de solución para el Problema de Ruteo de vehículos con enfoque Multi-objetivo y Multi-Depósito con Backhauls (MDVRPB). En particular, se han minimizado los tres objetivos de la distancia recorrida, el tiempo de viaje y el consumo total de energía. Además, se utiliza el método de Escalarización para generar una función que unifica las diferentes funciones objetivo, en este caso la distancia, el tiempo, la energía y la cantidad de vehículos.

El rendimiento del algoritmo propuesto ha sido evaluado por considerar casos adaptados de la literatura. La metodología propuesta se podría extender a otros problemas de ruteo de vehículos con muchas o pocas restricciones y / u objetivos. Además, la nueva información heurística podría añadirse fácilmente al enfoque propuesto.

Finalmente, se aconseja probar el enfoque propuesto para otros problemas de ruteo como el Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP), Periódico Ubicación Routing Problem (PLRP), el Muti-Depot Vehicle Routing Problema con heterogénea flota (HMDVRP), entre otros.

En el caso de la comparación de los resultados obtenidos entre una heurística multiobjetivo basada en el vecino más cercano para distancia, tiempo y energía, y la metaheurística optimización con colonia de hormigas multiobjetivo también propuesto. Los resultados computacionales obtenidos con la metaheurística ACO, muestran soluciones de buena calidad con tiempos cortos. De hecho, supera los resultados obtenidos por la heurística golosa multiobjetivo basado en el vecino más cercano está entre 24.8% y 31.1% (Tabla 10).

5.3 Un modelo de Escalarización multiobjetivo basado en Colonia de Hormigas para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y flota homogénea considerando Backhauls y mitigación de gases

En esta sección se presenta un algoritmo de colonia de hormigas multiobjetivo para el problema de ruteamiento vehículos multi-depósito con recogido al final (MDVRPB). En particular, se consideran cuatro objetivos: la reducción al mínimo de la distancia recorrida, de los tiempos de viaje, del consumo total de energía y de vehículos usados. Se propone un algoritmo de colonia de hormigas para resolver el MDVRPB. El esquema de solución permite encontrar un conjunto de soluciones mediante la construcción de una función objetivo monoobjetivo que pondera las cuatro funciones que unifican las cuatro funciones de distancia, tiempo, consumo de energía y vehículos usados, a este modelo se le denomina Optimización por Escalarización, en el cual se considerado el concepto de posición dominante, en este caso el número de vehículos usados. La eficacia del enfoque propuesto ha sido probada al considerar un conjunto de casos adaptados de la literatura. Los resultados computacionales muestran resultados de alta calidad dentro de los tiempos de computación cortos.

5.3.1 Sistema Hormiga Elitista (ASE)

Esta mejora en la metaheurística de optimización con colonia de hormigas fue propuesta por Dorigo [64], y fue llamada ACO con una estrategia elitista y consiste en almacenar las mejores soluciones encontradas durante la búsqueda o ejecución del algoritmo para contribuir con un peso mayor en el cálculo de la matriz de feromonas; esto mejora la convergencia y la calidad de la solución encontrada.

La idea básica es proporcionar peso adicional para reforzar los arcos pertenecientes a la mejor trayectoria encontrada desde el comienzo de la búsqueda. ($L^{mejor\ solución}$) actualización feromonas, ecuaciones (25) y (26).

$$\tau_{rs}(t+1) = (1-\rho)\tau_{rs}(t) + \sum_A (\Delta\tau_{rs}^k) + e \cdot \Delta\tau_{rs}^{mejor\ solución} \quad (25)$$

$$\Delta\tau_{rs}^{mejor\ Solución} = \begin{cases} \frac{1}{C^{mejor\ Solución}} & \text{si el arco } a_{rs} \in \text{Mejor Solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (26)$$

Se mejoran las soluciones halladas y un menor número de iteraciones si el parámetro e se selecciona convenientemente (valor típico para e se estima equivalente número de clientes).

5.3.2 Algoritmo multiobjetivo propuesto - MDVRPB

El enfoque propuesto se basa en un modelo escalarización o ponderaciones aplicado a la Optimización con Colonia de Hormigas. En particular, se ha extendido la idea principal propuesta en [66] para el problema de la optimización de una cartera financiera al Problema MultiObjetivo de Ruteo de Vehículos con Backhaul. El modelo propuesto es planteado en [64]. El método de Escalarización, Ponderación o Pesos consiste, partiendo de un problema multiobjetivo, se crean un conjunto de funciones monoobjetivo que se asocian a través de unos valores o multiplicadores, es decir, a cada función del problema original multiobjetivo se considera individualmente, se les asigna un valor a cada de estas funciones, estos valores representan la importancia que tendrán dentro de la función unificadora final que agrupara las funciones de cada objetivo individual.

En este caso, se han considerado tres matrices de feromonas para cada función objetivo. Estas matrices son combinadas usando cuatro pesos en la función objetivo unificadora: Peso w_d (para la función distancia), w_t (para la función objetivo tiempo), w_e (para la función objetivo energía) y w_v (para el número de vehículos usados) esta última variable es considerada como la dominante.

5.3.3 Modelo escalarización multiobjetivo – multidepósito para una función multiobjetivo para VRPB

Después de aplicar la regla de decisión para la elección del arco para la construcción de las rutas, ecuación (26), se procede a construir una función que combina las funciones objetivo distancia, tiempo, energía y número de vehículos usados con predominio de este último en la que sólo se consideran las soluciones que han utilizado menos vehículos. Encontrado la mejor combinación de estas funciones objetivo se aplica la mejora elitista al método de optimización de colonia de hormigas. A continuación, en la ecuación (27), se presenta la función objetivo unificada (*FOU*) en función del número de vehículos (*K*), la función de distancia (*FD*), la función de tiempo (*FT*) y la función de energía (*FE*).

$$FOU = \lambda * K + \omega * (FD) + \gamma * (FT) + \mu * (FE). \quad (2722)$$

En esta ecuación, se fijan los parámetros de peso en $\omega = \gamma = \mu = 1$ y $\lambda = 40.000$. El valor de λ asegura que el uso de un vehículo adicional será penalizado de una manera tal que la suma de los tres valores de las funciones de distancia, el tiempo y la energía nunca sea superior a 40.000 unidades, garantizando que se optimiza con el número de vehículos como dominante. Al unificar los cuatro objetivos: distancia, el tiempo, la energía y el número de vehículos, se cuenta con una sola función objetivo. A continuación, se muestra la Figura 46, donde se tiene los resultados comparativos cuando se aplica la optimización con ponderación con la función unificadora y cuando no se optimiza el número de vehículos, se graficaron las 33 instancias.

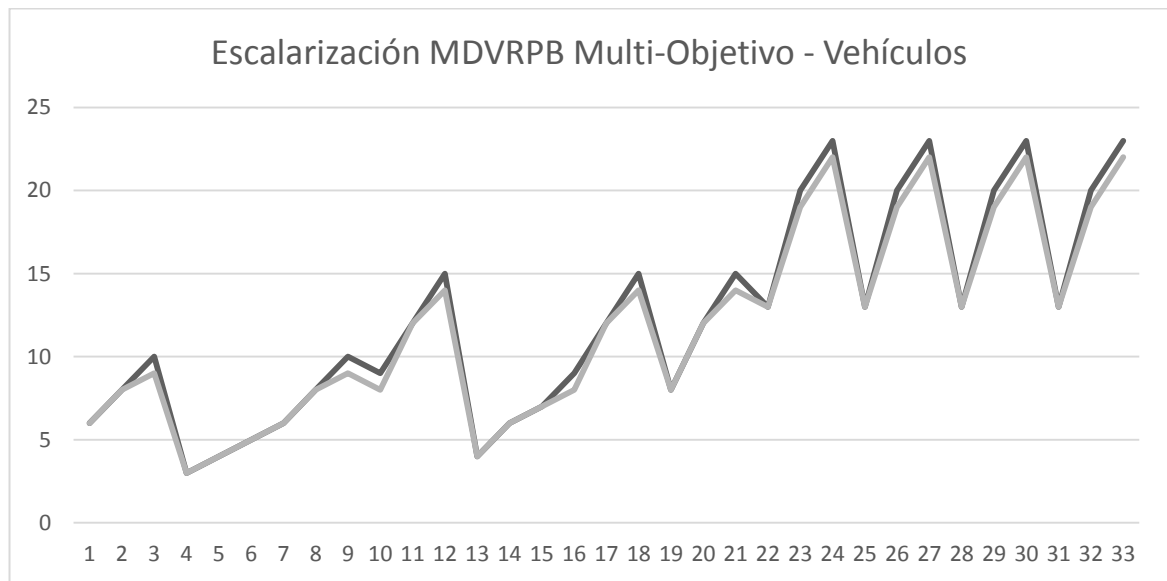


Figura 46. Comparativo optimizando número de vehículos (Gris Optimiza, Negro No Optimiza Vehículos)

5.3.4 Resultados obtenidos

A continuación, se presenta el tiempo de cálculo y los valores alcanzados por metodología propuesta (Tabla 11).

5.3.5 Observaciones finales

En este trabajo, se plantea un modelo de escalarización con Optimización con Colonia Optimización, lo cual unifica eficientemente múltiples objetivos para Multidepósito con Backhauls (MDVRPB). En particular, se consideran cuatro objetivos: reducción al mínimo de la distancia recorrida, de los tiempos de viaje, del consumo total de energía y variable dominante es el número de vehículos. Para darle diversidad el modelo, se utilizaron múltiples matrices de feromonas y pesos al azar para el cálculo de las funciones objetivo y para su posterior escalarización. El rendimiento del algoritmo propuesto ha sido evaluado considerando instancias adaptadas de la literatura, que se encuentran en la web [68].

En la Tabla 11 se observa que en las instancias 3, 9, 10, 12, 16, 18, 21, 23, 24, 26, 27, 29, 30, 32 y 33, se penaliza el uso de un vehículo adicional. Además, que los resultados promedio obtenidos mejoran en un porcentaje del 3.6% y se ahorra el uso de 15 vehículos.

Tabla 11. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo ESCALARIZACIÓN propuesto.

Número Instancia	Instancia	Optimización Colonia de Hormigas Multi-Objetivo MDVRPB No Optimizando Vehículos						Optimización Colonia de Hormigas Multi-Objetivo MDVRPB Optimizando Vehículos						Porcentaje Error	Vehículo Adicional
		Función Objetivo Distancia (km)	Función Objetivo Tiempo (min)	Función Objetivo Energía (kWh)	Vehículos Usados	Tiempo Ejecución (s)	Escalarización Función	Función Objetivo Distancia (km)	Función Objetivo Tiempo (min)	Función Objetivo Energía (kWh)	Vehículos Usados	Tiempo Ejecución (s)	Función Escalarización		
		1	GJ01H	696.2	770.9	475.4	6	3.57	241.943	669.3	721.2	480.8	6		
2	GJ01O	776.5	868.9	528.9	8	3.33	322.174	754.9	879.9	505.8	8	2.53	322.141	0.0%	-
3	GJ01T	762.6	848.9	533.2	10	2.90	402.145	857.8	900.5	618.8	9	3.11	362.377	9.9%	1
4	GJ02H	639.4	675.8	1034.0	3	1.06	122.349	634.3	637.3	1061.0	3	1.48	122.333	0.0%	-
5	GJ02O	675.9	681.3	1136.2	4	1.31	162.493	670.5	740.4	1078.7	4	2.88	162.490	0.0%	-
6	GJ02T	678.2	698.6	1124.4	5	2.40	202.501	644.9	701.5	1057.3	5	3.37	202.404	0.0%	-
7	GJ03H	836.5	969.0	1322.5	6	4.82	243.128	835.7	942.6	1330.3	6	3.46	243.109	0.0%	-
8	GJ03O	929.0	994.7	1499.2	8	3.29	323.423	908.8	940.0	1487.2	8	8.79	323.336	0.0%	-
9	GJ03T	914.5	958.7	1489.2	10	5.65	403.362	891.5	914.7	1479.5	9	6.09	363.286	9.9%	1
10	GJ04H	1203.0	1307.3	845.6	9	3.46	363.356	1236.8	1334.8	868.3	8	2.66	323.440	11.0%	1
11	GJ04O	1287.2	1492.1	870.2	12	2.93	483.649	1302.2	1387.9	932.4	12	4.90	483.623	0.0%	-
12	GJ04T	1293.4	1324.4	944.5	15	1.41	603.562	1311.7	1345.5	985.7	14	5.43	563.643	6.6%	1
13	GJ05H	992.4	1055.2	1639.9	4	1.62	163.687	1001.5	1020.2	1669.9	4	2.13	163.692	0.0%	-
14	GJ05O	1063.5	1245.1	1664.2	6	3.19	243.973	1069.0	1186.4	1719.4	6	3.54	243.975	0.0%	-
15	GJ05T	1059.4	1067.8	1761.9	7	3.28	283.889	1036.0	1130.9	1666.9	7	4.81	283.834	0.0%	-
16	GJ06H	1148.1	1199.6	838.4	9	4.63	363.186	1164.0	1256.7	837.6	8	5.94	323.258	11.0%	1
17	GJ06O	1303.3	1261.1	986.9	12	5.80	483.551	1246.2	1310.9	891.2	12	6.32	483.448	0.0%	-
18	GJ06T	1204.0	1339.1	823.2	15	6.65	603.366	1197.7	1273.7	840.4	14	11.57	563.312	6.6%	1
19	GJ07H	1170.3	1090.7	909.8	8	6.32	323.171	1095.0	1354.5	727.1	8	9.73	323.177	0.0%	-
20	GJ07O	1227.1	1270.2	906.0	12	4.33	483.403	1189.7	1382.4	814.2	12	14.06	483.386	0.0%	-
21	GJ07T	1204.4	1286.4	858.4	15	4.91	603.349	1200.4	1384.6	818.8	14	11.59	563.404	6.6%	1
22	GJ08H	5114.7	5933.9	13481.2	13	11.00	544.530	5034.5	5487.6	13514.8	13	25.56	544.037	0.1%	-
23	GJ08O	5763.4	5835.7	15757.3	20	20.36	827.356	5887.6	7227.2	15040.1	19	25.29	788.155	4.7%	1
24	GJ08T	5880.8	6594.5	15558.8	23	24.54	948.034	5975.2	6208.7	16103.4	22	28.44	908.287	4.2%	1
25	GJ09H	5106.8	5624.9	13805.7	13	9.30	544.537	5202.8	4945.9	14617.7	13	25.05	544.766	0.0%	-
26	GJ09O	5889.9	6279.6	16017.6	20	10.99	828.187	6276.7	7552.9	16210.1	19	21.74	790.040	4.6%	1
27	GJ09T	6135.2	6955.2	16281.4	23	10.28	949.372	6100.5	6832.7	16321.8	22	30.64	909.255	4.2%	1
28	GJ10H	4859.2	5218.1	13056.3	13	17.03	543.134	4966.8	5378.3	13414.9	13	57.99	543.760	-0.1%	-
29	GJ10O	5387.3	5727.3	14550.6	20	28.90	825.665	5552.4	6097.0	14802.5	19	51.23	786.452	4.7%	1
30	GJ10T	5406.7	5645.6	14726.9	23	27.53	945.779	5517.0	5803.0	15011.4	22	53.84	906.331	4.2%	1
31	GJ11H	4725.9	5226.8	12664.0	13	24.59	542.617	5002.2	5531.0	13370.6	13	33.78	543.904	-0.2%	-
32	GJ11O	5279.7	5716.9	14208.3	20	22.91	825.205	5537.0	6551.0	14405.9	19	49.05	786.494	4.7%	1
33	GJ11T	5344.6	5769.4	14471.5	23	18.85	945.585	5351.7	5729.6	14373.8	22	69.11	905.455	4.2%	1
	Prome						505.929						487.954	3.6%	15

5.4 Heurística mono-objetivo del ahorro de Clarke y Wright con inserción secuencial para el problema de ruteo multidepósito con Backhaul

Se desarrolló otra heurística inspirada en una modificación al algoritmo de ahorro de Clarke y Wright planteada por Mengatara en 2014 [70], denominada Clark y Wright con inserción secuencial para el problema de ruteo de vehículos, la cual fue extendida en este trabajo al VRP con backhaul, esta heurística tiene un enfoque constructivo de las rutas donde se inicia con el cálculo de las distancias de ida y regreso entre cada uno de los clientes Linehaul y Backhaul y cada uno de los depósitos, se continúa el proceso con el cálculo del ahorro entre cada par de clientes ya sea linehaul-linehaul, backhaul-backhaul y linehaul-backhaul. Estos cálculos son el insumo inicial para iniciar el proceso de construcción de cada ruta.

5.4.1 Algoritmo Clarke y Wright con Inserción Secuencial multidepósito – monoobjetivo para MDVRPB

La secuencia para la construcción es la seguir es la siguiente:

- a. Se parte eligiendo de manera aleatoria un depósito.
- b. Se toma el mayor ahorro de la matriz linehaul – linehaul de ahorros, esto nos indicará el primer par de clientes con los que se inicia el recorrido.
- c. Continuando con la construcción de la ruta a partir de uno de los anteriores clientes escogidos, se elige el mayor ahorro de los clientes linehaul conectados a uno de estos nodos y que no se haya visitado con anterioridad. Esto se repite hasta que se haya vaciado el vehículo.
- d. Ya vaciado el vehículo, se inicia el proceso de recolección o backhaul, para esto se elige el cliente backhaul que presente un mayor ahorro en las conexiones posibles linehaul – backhaul.
- e. Se continúa la construcción de la ruta de recolección entre clientes backhaul que en las conexiones presenten mayor ahorro, hasta que la capacidad del vehículo se haya alcanzado.
- f. Se finaliza esta ruta conectando el último cliente Backhaul atendido al depósito del cual se partió el recorrido.
- g. Se repite los pasos anteriores desde los literales a. y f. hasta que se hayan atendido todos los clientes Linehaul y Backhaul.

El proceso se representa en las figuras 47, 48, 49, 50 y 51.

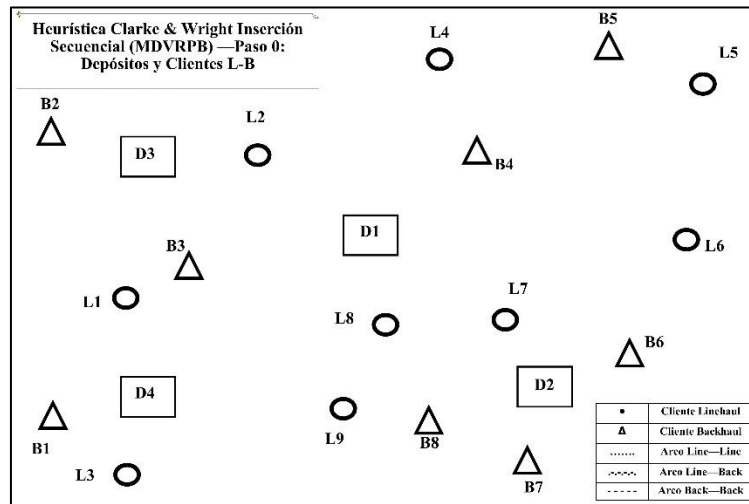


Figura 47. Configuración inicial de depósitos y clientes linehaul y backhaul.

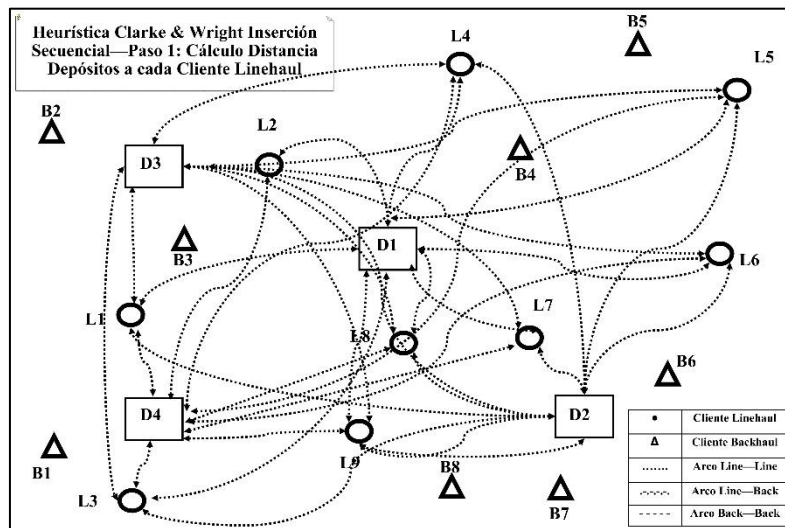


Figura 48. Cálculo de distancias ida y regreso entre clientes linehaul y cada depósito.

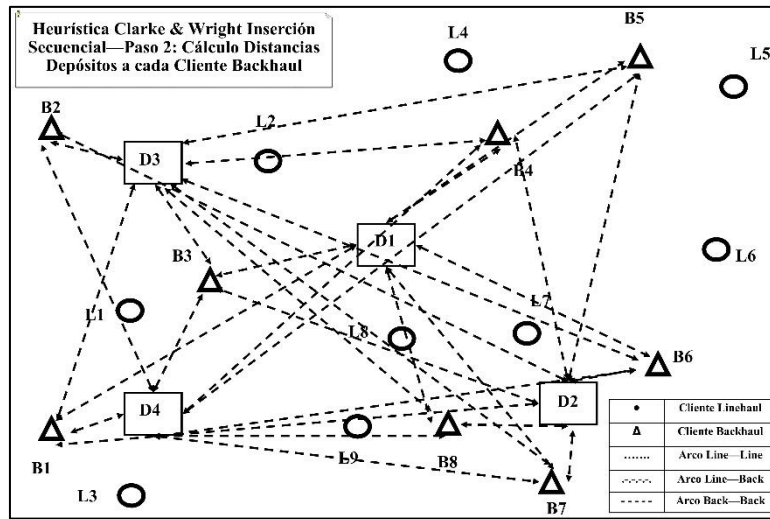


Figura 49. Cálculo de distancias ida y regreso entre clientes backhaul y cada depósito.

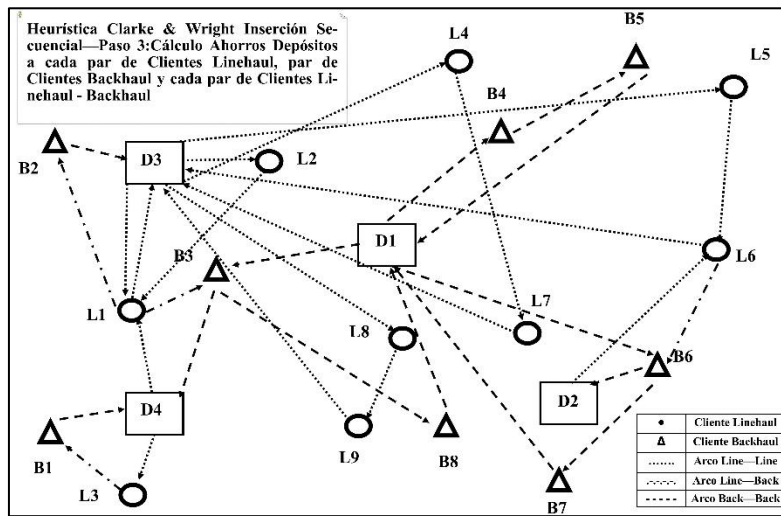


Figura 50. Cálculo de las matrices de ahorro entre clientes linehaul – linehaul, linehaul – backhaul y backhaul – backhaul.

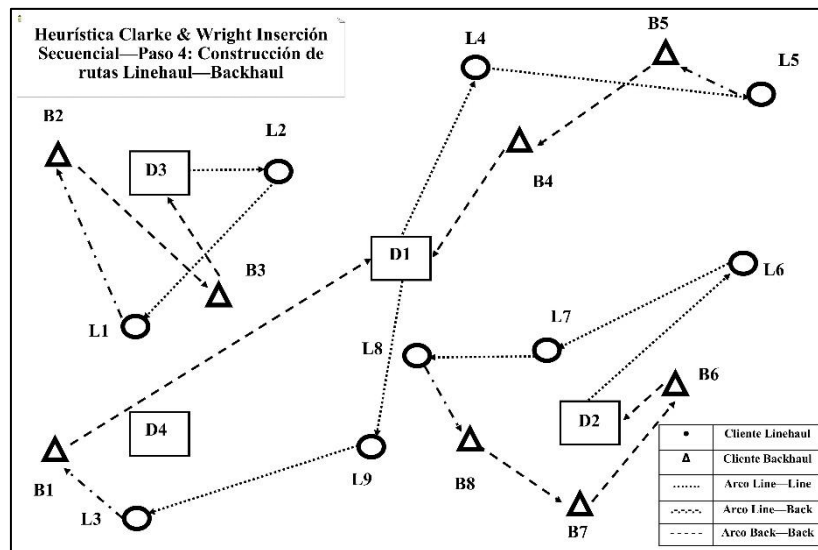


Figura 51. Construcción de las rutas con el algoritmo Clarke y Wright con inserción secuencial.

5.4.2 Instancias

El algoritmo propuesto ha sido evaluado en 33 casos MDVRPB adaptado de Salhi y Nagy (1999) [44], a continuación, se presentan los resultados obtenidos para las 33 instancias (Tabla 12), donde se hace una comparación entre las heurísticas vecino más cercano y Clarke y Wright con inserción secuencial y la metaheurística optimización con colonia de hormigas.

Tabla 12. Resultados obtenidos para 10 ejecuciones cada una con 100 iteraciones del algoritmo Clark and Wright con Inserción Secuencial propuesto.

Número Instancia	Instancia	Heurística Vecino Más Cercano			Heurística Clarke y Wright con Inserción Secuencial			Colonia de Hormigas ACO (AS) $\alpha=1$ $\beta=3$ $\rho=0.001$			Porcentaje HVMC - C&WIS	Porcentaje HVMC - ACO	Porcentaje C&WIS - ACO
		Distancia Promedio	Tiempo Ejecución (seg)	Mejor Solución	Distancia Promedio	Tiempo Ejecución (seg)	Mejor Solución	Distancia Promedio	Tiempo Ejecución (seg)	Mejor Solución			
1	GJ01H	749,8	0,18	719,5	844,4	0,43	798,0	693,6	6,92	654,0	-10,92%	9,10%	18,05%
2	GJ01Q	846,8	0,26	808,5	3,0	0,52	904,2	777,2	3,55	744,6	-11,83%	7,90%	17,65%
3	GJ01T	826,6	0,27	795,2	1001,9	0,36	916,1	782	7,68	760,5	-15,20%	4,37%	16,99%
4	GJ02H	836,1	0,18	831,9	739,5	0,34	727,7	645,4	0,92	598,8	12,52%	28,02%	17,71%
5	GJ02Q	820,2	0,19	816,3	752,7	0,33	740,3	700,2	1,63	685,9	9,31%	15,98%	7,36%
6	GJ02T	787,5	0,20	770,3	746,0	0,47	719,9	665,9	2,45	662,8	6,54%	13,96%	7,93%
7	GJ03H	1081,1	0,24	1062,0	1049,7	0,78	936,4	848,6	8,13	827,9	11,83%	22,05%	11,59%
8	GJ03Q	1066,3	0,26	1012,4	1066,3	0,77	1005,7	923,1	9,96	903,0	0,66%	10,81%	10,21%
9	GJ03T	996,0	0,26	953,7	1151,0	0,68	1077,8	896	6,66	874,4	-13,01%	8,31%	18,87%
10	GJ04H	1422,9	0,41	1416,4	1250,3	0,74	1185,5	1245,7	1,84	1219,6	16,30%	13,89%	-2,88%
11	GJ04Q	1426,0	0,41	1409,9	1464,0	0,90	1389,1	1303,6	4,69	1274,7	1,48%	9,59%	8,24%
12	GJ04T	1500,5	0,23	1489,7	1421,9	0,74	1380,7	1332,4	6,63	1288,9	7,32%	13,48%	6,65%
13	GJ05H	1519,2	0,09	1517,1	1161,3	0,50	1140,0	1028,4	0,25	1028,4	24,86%	32,21%	9,79%
14	GJ05Q	1467,0	0,20	1464,3	1272,7	0,52	1220,4	1136,5	2,34	1069,8	16,66%	26,94%	12,34%
15	GJ05T	1166,0	0,36	1155,7	1183,2	0,63	1120,7	1049,5	3,16	1027,8	3,03%	11,07%	8,29%
16	GJ06H	1440,3	0,30	1407,5	1257,4	1,06	1115,8	1155,1	9,05	1112,8	20,72%	20,94%	0,27%
17	GJ06Q	1445,0	0,44	1408,7	1482,8	1,10	1364,1	1243	8,10	1197,1	3,16%	15,02%	12,24%
18	GJ06T	1406,6	0,71	1373,7	1485,9	1,02	1355,4	1200,1	16,68	1165,3	1,33%	15,17%	14,02%
19	GJ07H	1342,2	0,29	1306,7	1245,3	0,77	1136,2	1143,9	11,75	1129,4	13,05%	13,57%	0,60%
20	GJ07Q	1359,4	0,60	1340,6	1473,3	1,20	1330,5	1195,3	18,97	1170,2	0,75%	12,71%	12,05%
21	GJ07T	1286,1	0,88	1262,4	1466,9	1,38	1399,6	1164,9	11,65	1140,6	-10,87%	9,65%	18,50%
22	GJ08H	7078,1	0,58	6943,6	6065,3	1,68	5610,8	5081,3	24,66	5000,1	19,20%	27,99%	10,88%
23	GJ08Q	7168,1	0,69	7073,6	7008,4	2,12	6654,4	5951,4	25,29	5808,3	5,93%	17,89%	12,71%
24	GJ08T	6791,0	0,80	6756,6	6828,4	2,01	6462,2	5874,3	50,19	5779,6	4,36%	14,46%	10,56%
25	GJ09H	7341,7	0,48	7111,0	6203,8	1,82	5733,2	5208,5	16,92	5164,1	19,38%	27,38%	9,93%
26	GJ09Q	7257,6	0,67	7036,6	7077,2	2,12	6771,3	6079,8	15,56	5858,0	3,77%	16,75%	13,49%
27	GJ09T	7229,4	0,54	7117,6	6963,6	1,45	6013,5	6079	38,41	5893,5	15,51%	17,20%	2,00%
28	GJ10H	6830,0	0,57	6404,2	6264,2	1,99	5940,5	4911,6	38,30	4765,5	7,24%	25,59%	19,78%
29	GJ10Q	7017,2	1,91	6908,1	7286,0	4,75	6869,0	5555	128,75	5438,9	0,57%	21,27%	20,82%
30	GJ10T	6049,2	3,66	5964,2	7282,3	6,78	6528,7	5443,2	112,43	5384,7	-9,46%	9,72%	17,52%
31	GJ11H	6950,8	1,29	6790,2	6366,2	1,54	5880,8	4930,4	84,36	4769,0	13,39%	29,77%	18,91%
32	GJ11Q	6583,1	3,12	6446,3	7313,5	4,38	6946,6	5299,4	134,72	5193,4	-7,76%	19,44%	25,24%
33	GJ11T	5877,4	7,07	5616,1	7327,5	3,45	6602,2	5123,5	250,39	5039,8	-17,56%	10,26%	23,67%
Promedios tiempo de ejecución y distancia de las rutas		0,86	3166,4			1,49	2999,3		32,2	2564,6	5,28%	19,01%	14,49%

5.4.3 Observaciones finales.

En esta sección de la tesis, se plantea otra heurística denominada Clarke y Wright con Inserción Secuencial que complementa la heurística Greedy del vecino más cercano (la heurística del vecino más cercano entrega rápidamente una ruta, que en

promedio retorna un camino de un 25% más largo que el menor camino posible, Johnson y McGeoch [69]), que al ser comparadas se observa que la heurística Clarke y Wright con Inserción secuencial mejora las respuestas obtenidas en un 5.28%, y si se compara con los resultados obtenidos con la optimización con colonia de hormigas se presenta una diferencia porcentual 14.49%, siendo mejor que el 19.01% que se obtuvo entre HVMC y ACO.

En la Tabla 12 se observa que en 8 de las 33 instancias: 1, 2, 3, 9, 21, 30, 32 y 33, la heurística del vecino más cercano presenta mejores resultados, mientras que en las restantes 25 instancias el algoritmo Clarke y Wright con Inserción Secuencial presenta mejores resultados. Con respecto a los tiempos de ejecución promedio, la heurística greedy del Vecino Más Cercano presenta mejores tiempos, la mitad del tiempo promedio de ejecución de la heurística Clarke y Wright con Inserción Secuencial, y treinta y siete veces menos tiempo que el utilizado por la metaheurística de Optimización con Colonia de Hormigas.

CAPÍTULO SEIS

NUEVA FORMULACION DE PROGRAMACION ENTERA MIXTA PARA EL RUTEO DE VEHICULOS CON BACKHAULING

En este capítulo se propone una nueva formulación de programación lineal entera mixta para el VRPB simétrico y asimétrico basada en una generalización del problema de ruteo de vehículos con rutas abiertas (OVRP), en la que se incluye un conjunto de restricciones para la construcción de rutas que albergue clientes de entrega, y separadamente construir rutas que recorren clientes de recogida. Adicionalmente, se crea un conjunto de nuevas restricciones que incluyen los arcos de unión o enlace que acoplan los dos tipos de rutas. El modelo propuesto es un modelo de propósito general en el sentido de que no merece enfoques algorítmicos adaptados específicamente para su efectiva solución. Los resultados computacionales, obtenidos al aplicarse esta nueva técnica de programación entera mixta a instancias propuestas en la literatura para casos VRPB, fueron competitivos al ser comparados con métodos exactos.

6.1 Abreviaturas

VRPB: Acrónimo en inglés de *vehicle routing problem with backhaul* (problema de ruteo de vehículos con recolección al regreso).

OVRP: Acrónimo en inglés de *open vehicle routing problem* (problema de ruteo de vehículos con rutas abiertas).

CVRP: Acrónimo en inglés de *capacity vehicle routing problem* (problema de ruteo de vehículos con control de capacidad).

MILP: Acrónimo en inglés de *integer linear programming mixed* (programación lineal entera mixta).

MILP-CA: Acrónimo en inglés de *integer linear programming mixed with cardinality with condition* (programación lineal entera mixta).

LOVRP: Acrónimo en inglés de *linehaul open vehicle routing problem* (problema de ruteo de vehículos para entrega de mercancía con rutas abiertas).

BOVRP: Acrónimo en inglés de *backhaul open vehicle routing problem* (problema de ruteo de vehículos para recolección de mercancía con rutas abiertas).

ORPs: Acrónimo en inglés de *open routing problems* (problema de ruteo con rutas abiertas).

BKS: Acrónimo en inglés de *best known solution* (mejor solución conocida).

6.2 Introducción

El problema de rutas de vehículos con viajes de regreso (VRPB) ha sido ampliamente definido en la literatura [12] [14] [40] [74], y se puede resumir como el problema de determinar un conjunto de rutas de vehículos que visitan a todo un conjunto de clientes los cuales han sido divididos en dos subgrupos. El primer subconjunto contiene los clientes linehaul (CL), a los que se les debe entregar una determinada cantidad de producto. El segundo subconjunto contiene los clientes backhaul (CB), a los que se les debe recoger una determinada cantidad de producto que se debe transportar al depósito. El objetivo es tener en conjunto de rutas a ser recorridas por una flota de vehículos homogéneos para que partiendo desde un depósito central se atienda a todos los clientes. En tal caso, los vehículos deben visitar en primer lugar los clientes de entrega que tenga

programados en su ruta, para que, una vez que el vehículo se encuentre totalmente vacío, se pueda continuar visitando los clientes de recolección.

Para algunas empresas de transporte este procedimiento es fundamental para evitar la reorganización de los productos en el interior de los vehículos en cada punto de entrega. Los retiros y entregas de mercancías en una orden mezclada o simultáneamente provocan dificultades, debido a los reordenamientos de la mercancía en el interior del vehículo. El VRPB representa adecuadamente esta necesidad estratégica y debe satisfacer las siguientes condiciones:

- Cada cliente debe ser visitado una sola vez, por una sola ruta. Es decir, que cada cliente se considera de grado 2 (se conecta a través de dos arcos).
- Cada ruta se inicia y termina en el depósito.
- Cada cliente tiene que ser totalmente atendido durante la visita del vehículo.
- Todos los clientes son atendidos desde un solo depósito.
- La capacidad del vehículo nunca debe ser superada tanto en la ruta de transporte de clientes linehaul (entrega), como en la ruta backhaul (recolección) o retorno, y todos los vehículos tienen la misma capacidad.
- En cada circuito los vértices linehaul son visitados antes que los vértices backhaul, si los hay. Es decir:
 - ✓ No se permiten rutas con solo clientes backhaul.
 - ✓ El último cliente linehaul de una ruta de entrega está siempre conectado con el depósito o con un cliente backhaul para iniciar una ruta de recolección o ruta de retorno.
 - ✓ El último cliente backhaul de la ruta de retorno siempre está conectado con el depósito.
 - ✓ Esta restricción de precedencia, también se justifica por la necesidad de atender con mayor prioridad a los clientes linehaul que los backhaul.

La Figura 52 muestra la solución óptima de un VRPB con 20 clientes, los primeros 10 clientes representan CL, y los otros 10 son CB. Para este caso, la capacidad de todos los vehículos es la misma e igual a $Q = 60$ y el número mínimo de vehículos necesarios para servir a todos los clientes entrega (KL), y de retorno (KB), respectivamente, se suponen iguales a tres ($KL = KB = 3$). Las demandas requeridas se muestran en la Figura 52 entre paréntesis, al lado de cada cliente, mientras que el flujo de mercancías a través de cada arco que entra y sale del depósito se muestra entre corchetes. El depósito se denota con un rectángulo, los clientes backhaul con triángulos y los clientes linehaul con los círculos. La Tabla 13 muestra las coordenadas de todos los vértices y su respectiva demanda.

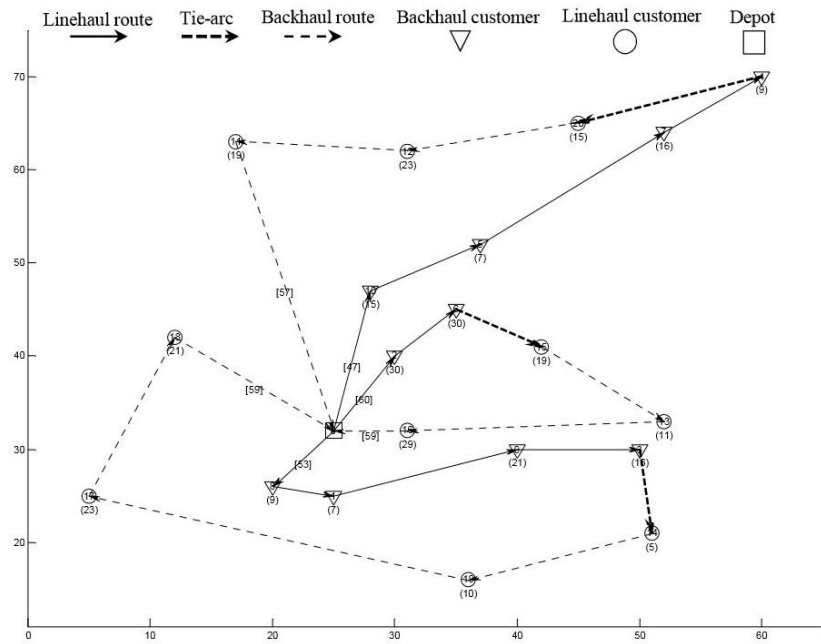


Figura 52. Ejemplo de VRPB, solución óptima para 20 clientes (Ver Tabla 13)

Tabla 13. Coordenadas y cargas para 20 clientes

$j \in V$	Coord. X	Coord. Y	Demanda
0	25	32	0
Cientes Linehaul - Entrega			
1	25	25	7
2	30	40	30
3	50	30	16
4	60	70	9
5	37	52	7
6	35	45	30
7	52	64	16
8	20	26	9
9	40	30	21
10	28	47	15
Cientes Backhaul - Recolección			
11	17	63	19
12	31	62	23
13	52	33	11
14	51	21	5
15	42	41	19
16	31	32	29
17	5	25	23
18	12	42	21
19	36	16	10
20	45	65	15

Debido a que el VRPB es un problema de la familia NP-duro [2], la mayor parte de la literatura existente sobre VRPB, está relacionada con técnicas heurísticas y metaheurísticas, mostrando resultados de alta calidad. Una revisión exhaustiva de metaheurísticas para VRPB se encuentra en [40]. Dos revisiones de la literatura cubren los principales trabajos sobre VRPB. En la primera, presentada por Toth y Vigo [2], se relacionan los trabajos existentes hasta el año 2002, y la segunda, debida a Irnich et al. [74], se centra en complementar la revisión hasta 2013.

Con respecto a los enfoques exactos, se han propuesto varios trabajos [74]. El primer método exacto es reportado por Toth y Vigo en [13], en la que una función de Lagrange se aplica en métodos propuestos previamente para la VRP capacitado (CVRP). Se aplica el algoritmo Branch-and-Bound y permite resolver problemas con hasta 70 clientes. El segundo método exacto es propuesto por Mingozzi, Giorgi y Baldacci en [14], en el que se presenta un enfoque basado en la partición de conjuntos y se resuelve con programación lineal entera mixta (MIP). Los resultados muestran que el enfoque es capaz de resolver problemas con hasta 70 clientes. Toth y Vigo en [74], afirman que ningún enfoque exacto se han propuesto para VRPB durante la última década. Debido a esta afirmación, y a la revisión del estado del arte, se observa que existe una carencia de nuevas propuestas para modelos exactos que aborden el problema de ruteo de vehículos con backhaul, ya que las dos propuestas existentes son usadas para derivar las relajaciones en las cuales se basan los modelos exactos [13].

Otros dos problemas comúnmente tratados en la literatura con métodos exactos, donde se considera la carga backhaul, son: i) el problema de ruteo de vehículos mixto con backhuls (MVRPB) y ii) VRPB con recolección y entrega simultánea. En el primero, se permite la recolección a clientes backhaul cuando el vehículo se ha vaciado parcialmente o después de haber visitado los clientes de entrega, mezclándose clientes linehaul y backhaul a lo largo de las rutas. En el segundo, los clientes pueden recibir y enviar mercancías simultáneamente. Aunque las diferencias entre estos dos problemas y el VRPB parecen ser sutiles, son totalmente diferentes. Por lo anterior, el problema VRPB “puro” presentado en este trabajo es completamente diferente al tratamiento hecho en la literatura a las dos variantes antes expuestas, ya que son abordados con requisitos muy diferentes. El VRPB es un problema con una estructura especial en las rutas, ya que constan de dos partes bien diferenciadas (un segmento de entrega y otro de recolección).

La restricción de precedencia en VRPB define que una ruta se forma por una subruta de clientes de entrega que antecede la subruta con los clientes de recolecta, por lo anterior, es una tarea compleja plantear un modelo exacto con base en el tradicional problema de ruteo CVRP. Esto se debe a que las restricciones tradicionales para la eliminación de subrutas encajan perfectamente en el caso del VRP, con un conjunto único de vértices, donde la evaluación de las limitaciones de grado o de conservación de flujo se puede evaluar de manera general en todos los vértices. La adaptación de estas restricciones a la VRPB se limita a casos especiales, tales como en los clientes al final de una ruta de entrega, los clientes del inicio de una ruta de retorno, y las rutas con sólo los clientes de entrega.

Por lo tanto, se aborda el problema desde otro punto de vista, considerando cada subruta, linehaul y backhaul, como una generalización del problema de ruteo de vehículo abierto (OVRP), teniendo en cuenta un conjunto de nuevas restricciones que se centran en el mantenimiento de la condición radial que poseen por separado las rutas linehaul y backhaul. Además, se propone otra serie de restricciones para representar los arcos de enlace que acoplan los dos tipos de rutas.

El OVRP fue propuesto por primera vez en la década de 1980 [6] y [76], momento en el que existían empresas de transporte que no poseían una flota de vehículos, o tenían una flota privada insuficiente para cumplir satisfactoriamente la demanda

de los clientes. Por lo tanto, los contratistas no ligados directamente con la empresa de distribución utilizaban sus propios vehículos para las entregas. En estos casos, los vehículos no están obligados a volver al depósito central después de hacer sus entregas, porque la empresa contratista sólo está interesada con llegar al último cliente. No existe retribución adicional para el contratista por ninguna actividad por fuera del cumplimiento de su objetivo de visitar a los clientes programados. En la práctica, la formulación OVRP representa situaciones, tales como [76], la entrega a domicilio de los paquetes de ruteo y periódicos, autobús escolar, paso de material en las minas de carbón o el transporte de materiales peligrosos. Así, la estructura VRPB puede ser visto como rutas OVRP de linehaul y backhaul, las cuales pueden ser conectadas por arcos de enlace.

El modelo propuesto es de propósito general en el sentido de que no merece enfoques algorítmicos adaptados específicamente para su solución efectiva y puede ser resuelto por un paquete computacional de programación entera.

Las principales contribuciones de este trabajo se pueden resumir de la siguiente manera:

- Se propone un modelo unificado y compacto para la VRPB, que puede ser un punto de partida para la generalización de problemas poco discutidos en la literatura, como son el VRPB con múltiples depósitos, y el VRPB con localización.
- Este documento presenta una contribución a la discusión del VRPB con un nuevo enfoque basado en la radialidad, lo que permite aprovechar al máximo la estructura del problema. El modelo propuesto puede ser utilizado para derivar nuevas relajaciones de modelos exactos.
- La formulación propuesta permite resolver el problema simétrico y asimétrico VRPB y busca minimizar el número de vehículos usados.

El presente capítulo está organizado de la siguiente manera: primero se describe la formulación del problema y se presenta la nomenclatura usada para las variables y los parámetros en el modelo matemático. A continuación, se introduce la nueva formulación de programación lineal entera mixta (MILP) con base en la condición radialidad (MILP-CA) para la VRPB. Se describe cómo las limitaciones de radialidad operan en las diferentes estructuras del problema. Posteriormente se presenta un estudio computacional realizado en 142 casos de prueba, y, finalmente, se presentan las conclusiones.

6.3 Formulación del Problema

6.3.1 Nomenclatura

La nomenclatura para las variables y parámetros del modelo propuesto para el VRPB se exponen a continuación.

Conjuntos

- L Conjunto de clientes linehaul $L = \{1, \dots, n\}$
- B Conjunto de clientes backhaul $B = \{n + 1, \dots, n + m\}$
- L_0 Conjunto de clientes linehaul y el depósito, $L_0 = \{0\} \cup L$. El vértice cero (0) corresponde al depósito.
- B_0 Conjunto de clientes backhaul y el depósito, $B_0 = \{0\} \cup B$.
- C_U Conjunto de clientes linehaul y backhaul, $C_U = L \cup B$.
- V Conjunto de nodos $V = \{0\} \cup C_U$.

Parámetros

C_{ij}	Costo de desplazamiento entre los nodos i y j
D_j	Cantidad no negativa de producto (demanda) a ser entregado o recogido en el cliente $j \in C_U$
K_L, K_B	Número mínimo de vehículos necesarios para atender a todos los clientes de linehaul y backhaul, respectivamente.
Q	Capacidad de los vehículos (vehículos idénticos).

Variables

S_{ij}	Variable binaria para el uso de la ruta entre los nodos $i, j \in V$.
ζ_{ij}	Variable binaria para el uso de la trayectoria entre los nodos $i \in L$ y $j \in B_0$ (arcos de enlace).
L_{ij}	Variable continua que indica la cantidad de carga transportada entre los nodos i y j

6.3.2 El VRP con Backhails

Se debe observar que en la solución óptima que se muestra en la Figura 52, si no se consideran los arcos de enlace entre subrutas de entrega y los de recogida, se puede considerar la formación de un subproblema en el que los clientes de entrega se interconectan en una configuración radial (árbol de expansión), en donde cada ruta comienza en el depósito y termina en un cliente de entrega. Para el modelo propuesto, este subproblema se ha denominado “problema de ruteo de vehículos de entrega con rutas abiertas” (LOVRP). De manera similar, las rutas de retorno también exhiben una configuración radial, donde cada una entra en el depósito y abarca todos los clientes de recogida. Este subproblema se denominará “problema abierto de ruteo de vehículos de recolección con rutas abiertas” (BOVRP). Por lo tanto, las características radiales de estos subproblemas permiten representar el VRPB como la solución de dos subproblemas de ruteo de vehículos con rutas abiertas (OVRPs) conectadas a través de un conjunto de arcos de enlace.

La topología del problema de ruteo abierto ORPs, puede considerarse como un grafo que consiste en x arcos y y nodos ($y = |V|$). Para un depósito, es posible comparar la topología radial de un problema abierto con un árbol de expansión, cuyo subgrafo conectado se define por $x = y - 1$, es decir, para el caso del LOVRP $x = |L|$, y para el BOVRP $x = |B|$.

En general, se puede afirmar que la topología de un ORP con y nodos es radial si satisface las siguientes condiciones:

- Condición 1: la solución debe tener $y - 1$ arcos.
- Condición 2: la solución debe estar conectada.

6.3.3 Modelo propuesto para la VRPB

La formulación flujo vehículo de dos índices para el VRPB se define como sigue:

$$\min z = \sum_{i \in V, j \in V} C_{ij} S_{ij} + \sum_{i \in L, j \in B_0} C_{ij} \zeta_{ij} \quad (28)$$

s.a.

$$\sum_{i \in L_0, j \in L} s_{ij} = |L| \quad (29)$$

$$\sum_{j \in L_0, i \neq j} l_{ij} - \sum_{k \in L_0, k \neq j} l_{jk} = D_j \quad \forall j \in L \quad (30)$$

$$\sum_{i \in L_0} s_{ij} = 1 \quad \forall j \in L \quad (31)$$

$$\sum_{k \in L} s_{jk} - \sum_{k \in B_0} \varepsilon_{jk} = \sum_{i \in L_0} s_{ij} \quad \forall j \in L \quad (32)$$

$$l_{jk} \leq Q \cdot s_{ij} \quad \forall i \in L_0, \forall j \in L \quad (33)$$

$$\sum_{j \in L} s_{oj} \geq \frac{\sum_{j \in L} D_j}{Q} \quad (34)$$

$$\sum_{j \in L} s_{oj} \geq K_L \quad (35)$$

$$\sum_{i \in B, j \in B_0} s_{ij} \geq |B| \quad (36)$$

$$\sum_{i \in B, i \neq j} l_{ij} - \sum_{k \in B_0, k \neq j} l_{jk} = -D_j \quad \forall j \in B \quad (37)$$

$$\sum_{i \in B_0} s_{ij} = 1 \quad \forall i \in B \quad (38)$$

$$\sum_{k \in B} s_{jk} + \sum_{j \in L} \varepsilon_{jk} = \sum_{j \in B_0} s_{ij} \quad \forall i \in B \quad (39)$$

$$l_{ij} \leq Q \cdot s_{ij} \quad \forall i \in B, \forall j \in B_0 \quad (40)$$

$$\sum_{i \in B} s_{io} \geq \frac{\sum_{j \in B} D_j}{Q} \quad (41)$$

$$K_B \leq \sum_{i \in B} s_{io} \leq K_L \quad (42)$$

$$\sum_{i \in B} s_{i0} + \sum_{i \in L} \varepsilon_{i0} = \sum_{j \in L} s_{0j} \quad (43)$$

$$s_{ij} + s_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j \in V \quad (44)$$

$$\varepsilon_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in L, \forall j \in B_0 \quad (45)$$

$$s_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (46)$$

$$l_{ij} \in R, \quad \forall i, j \in V \quad (47)$$

La función objetivo (28) minimiza los costos operativos, que corresponden a la suma del costo de desplazamiento total de las rutas utilizadas para entregar y recoger las mercancías a los clientes y el costo de desplazamiento total asociado con el uso de los arcos de conexión que conectan, el último cliente de una ruta linehaul, con el primer cliente de una ruta backhaul, o con el depósito.

El conjunto de restricciones (29) - (35) modelan el LOVRP, siendo en tal caso las ecuaciones (29) y (30) las encargadas de imponer el requisito de conectividad radial. Más precisamente, estas dos restricciones permiten configurar un árbol de expansión mínimo de rutas de entrega donde el depósito adquiere un grado igual a K_L , tal como se muestra a través de las líneas continuas en la Figura 53.

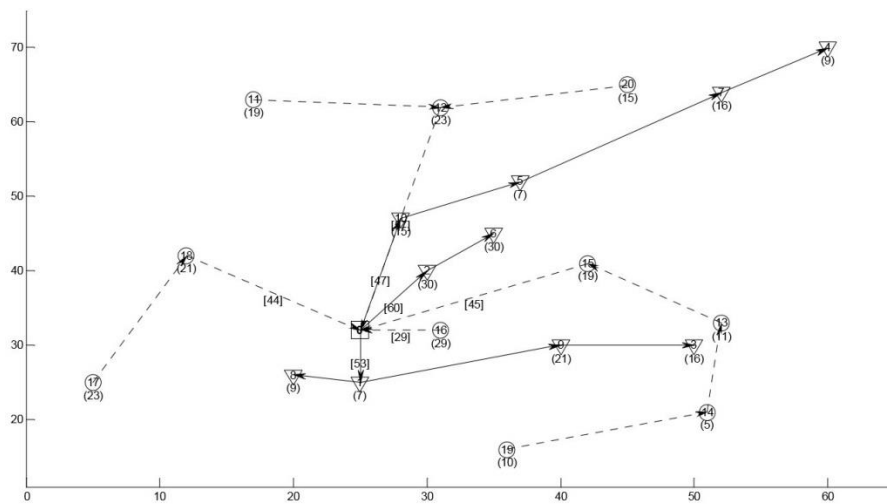


Figura 53. Estructura de arborescencia rutas linehaul y backhaul - rutas linehaul (líneas continuas) y rutas backhaul (líneas discontinuas) para 20 clientes.

El requisito de conectividad de la red en árbol impone que la cardinalidad de L (número de clientes linehaul) debe ser igual al número de arcos utilizados en la solución óptima, lo cual se garantiza a través de la restricción (29). Sin embargo, esta única condición no es suficiente para las soluciones de red en árbol, ya que debe garantizar una conectividad adecuada del

sistema a través del conjunto de restricciones (30), que garantizan el equilibrio del flujo de demanda en cada cliente de entrega para que el producto sea totalmente entregado cuando éste es visitado. La restricción (31) impone que solamente un arco entre a cada vértice asociado con un CL.

La restricción de salida (32) impone que exactamente un arco salga de cada vértice linehaul, incluyendo los arcos de enlace que salen desde un CL a un CB, o al depósito. En combinación con (29) y (30), la restricción (32) genera una estructura radial similar a la que se presenta en la Figura 54, en la cual, a través de líneas continuas, muestra como característica principal que cada vértice posee grado 2.

Las restricciones (33) y (34) imponen en las rutas de entrega limitaciones al número de vehículos usados y en la cantidad de carga a ser transportada por cada vehículo. La restricción (33) representa un límite superior definido por la capacidad del vehículo para el transporte de una cantidad de producto en cualquier parte del trayecto de entrega, mientras que el segundo es un límite inferior para el número de rutas que desde el depósito suministran la demanda, y se determina por medio de la relación entre la demanda total a ser recogida y la capacidad total del vehículo. La restricción (35) limita el número mínimo de vehículos usados en las rutas de entrega [77].

De modo similar, el conjunto de restricciones (36) - (42) modelan el BOVRP, donde las ecuaciones (36) y (37) imponen los requisitos de conectividad radial para las rutas de recogida. En la ecuación (37) se garantiza el equilibrio de flujo de demanda en cada CB, de modo que la mercancía sea totalmente recogida cuando se visita al cliente. La ecuación (38) impone que sólo un arco salga de cada vértice backhaul. En la Figura 53 se muestra, por medio de líneas a trazos, un ejemplo del árbol de expansión mínima que se puede generar en las rutas de recogida para un número dado de vehículos K_B entrando al depósito. Por otro lado, en la Figura 54, se evidencia el impacto de incluir las restricciones (36), (37) y (38), lo que permite generar una estructura de rutas de retorno con característica de red en árbol en donde la característica principal es que cada vértice es de grado 2.

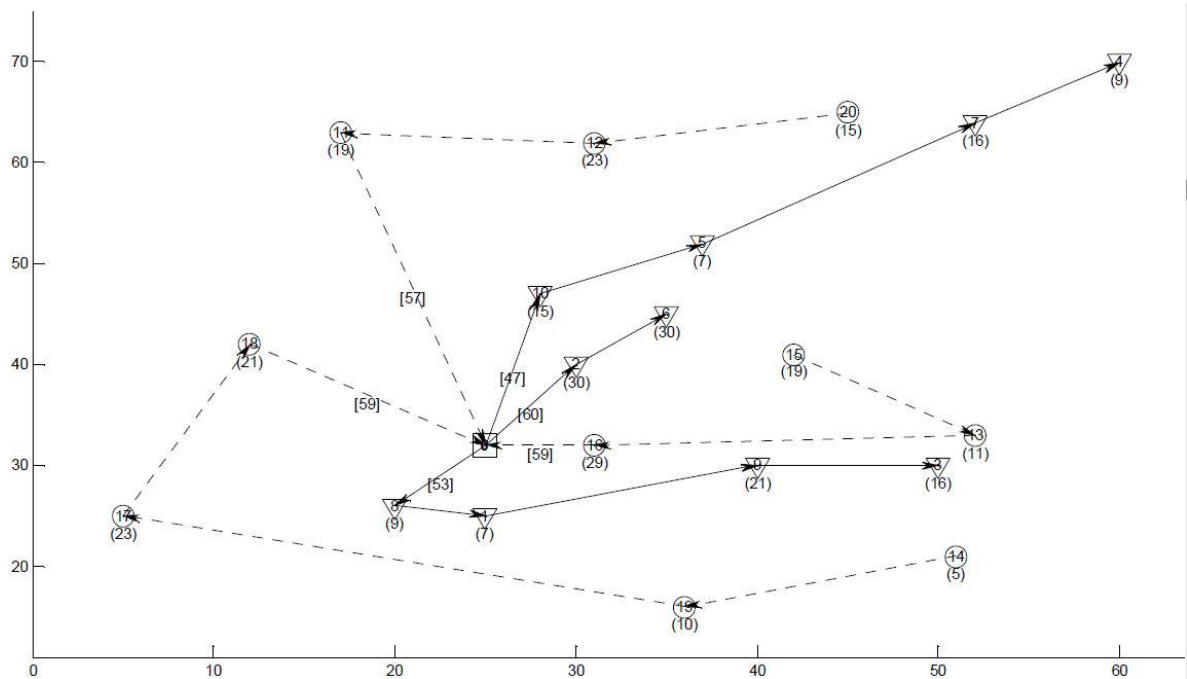


Figura 54. Estructura de arborescencia rutas linehaul y backhaul considerando la restricción en los vértices sea de grado 2 - rutas linehaul (líneas continuas) y rutas backhaul (líneas discontinuas) para 20 clientes

La restricción (39) impone que exactamente un arco entre a cada vértice de las rutas de retorno, incluyendo los arcos de enlace procedentes de los CL. Las restricciones (40) y (41) imponen, respectivamente, requisitos a las rutas de retorno, tanto en el número de vehículos, como en la capacidad de carga. La restricción (42) limita el número mínimo de vehículos utilizados en las rutas de retorno. Comparando las ecuaciones (42) y (35) se puede observar que el número de rutas de entrega que salen del depósito puede ser diferente al número de rutas de retorno que entran al depósito. Este caso se produce cuando hay arcos de enlace entre algunas rutas de entrega y el depósito. En tal sentido, la ecuación (43) asegura que el número de arcos que sale del depósito sea igual al número de arcos entrando a él, ya sea proveniente de un CL, o de un CB.

El número de vehículos a utilizar es definido previamente, sin embargo, el modelo propuesto permite también minimizar el número de vehículos que serán usados K_L ($K_B \leq K_L$). Las restricciones (32), (39) y (43) deben garantizar el acoplamiento de los dos problemas (LOVRP y BOVRP) a través de los arcos de enlace y asegurar así la condición de precedencia.

Debido a que se consideran versiones simétricas y asimétricas del VRPB, la ecuación de restricción de unidireccionalidad (44) asegura que sólo se utilice uno de los dos arcos posibles que conectan el cliente i con el cliente j , esto es, sólo una de las variables s_{ij} o s_{ji} es igual a uno.

Finalmente, las ecuaciones (45) y (46) definen todas las variables binarias de decisión, y la restricción (47) define la variable de flujo en la red como de tipo real. Con el objetivo de reducir el número de variables binarias y acelerar el tiempo de cálculo adicionalmente se utilizan las restricciones (48) a (50) para eliminar los arcos no factibles.

La restricción (48) garantiza que no existe conexión desde un CB a un CL. La restricción (49) asegura que el comienzo de una ruta no sea a través de un CB, ya que no se permiten rutas que consistan exclusivamente de CB. Finalmente, la restricción (50) restringe que el arco de unión que enlaza el CL i , con el CB j , o con el depósito, sólo deben corresponder con a la variable ξ_{ij} .

$$\sum_{i \in B, j \in L} s_{ij} = 0 \quad (48)$$

$$\sum_{j \in B} s_{0j} = 0 \quad (49)$$

$$\sum_{i \in L, j \in B_0} s_{ij} = 0 \quad (50)$$

6.4 Resultados Computacionales de los Algoritmos Exactos

Se utilizan dos conjuntos de instancias disponibles en la literatura especializada en transporte con el fin de mostrar el funcionamiento y la eficacia de la formulación propuesta. El primer conjunto de datos, denotado como conjunto de datos GJ, fue propuesto por Goetschalckx y Jacobs-Blecha [9] y contiene 62 casos con entre 20 y 150 clientes. Los detalles sobre cómo se generan estos escenarios se pueden consultar en [2]. El segundo conjunto de datos, indicado como conjunto de datos TV, fue propuesto por Toth y Vigo [13] y contiene 33 casos con entre 21 y 100 clientes.

El modelo propuesto corresponde a una formulación MIP y se llevaron a cabo en el software especializado AMPL [78] y resuelto con ayuda de Gurobi 6.5 (ejecutada con la opción de una brecha de optimalidad de valor igual a 0%), en un equipo Intel Core i3 3.3 GHz, 3.8 GB de RAM.

En las tablas 2 y 3, se comparan los resultados obtenidos para los conjuntos de datos TV y GJ, respectivamente, usando los obtenidos los métodos exactos propuestos por Toth y Vigo en [13], y Mingozzi et al. [14]. Además, las mejores soluciones conocidas (BKS), reportadas por el método heurístico propuesto por Röpke y Pisinger [40], se presentan en la cuarta columna de cada tabla, ya que representan los mejores métodos heurísticos disponibles en el estado del arte para instancias VRPB.

Debido a que los resultados de todos los métodos se obtienen con diferentes máquinas, es difícil comparar directamente los tiempos computacionales correspondientes. Además, comparar las eficiencias desde el punto de vista de una menor separación entre los límites superior e inferior, y desde la solución óptima, también es una tarea difícil, debido a las diferentes velocidades de las máquinas, diferentes tiempos impuestos en la ejecución de cada instancia, y a los diferentes puntos en los que se calculan los límites (nodo raíz en los métodos anteriores).

Dado que se propone un modelo de propósito general, el objetivo de los resultados es mostrar que la presente formulación permite: i) lograr la optimalidad en la mayoría de los casos, ii) lograr la óptima por primera vez en varios casos iii) informar

la nueva mejor solución conocida (BKS) para varios casos y iv) encontrar soluciones más factibles en varios casos. En las columnas 1-3 de la Tabla 14 se lista el nombre del problema, el número de CL y el número de CB, respectivamente. La columna 4 presenta el BKS obtenido por un procedimiento heurístico [40]. En las columnas 5-7, y 8-10, se presentan los resultados para los algoritmos TV, y EHP, respectivamente.

Para cada uno de estos algoritmos mostrados en la tabla se reportan tres tipos de datos: i) el valor de la mejor solución encontrada por el algoritmo, z^* , ii) el porcentaje de error del límite inferior, LB, calculado en el nodo raíz como la razón entre el límite inferior y la mejor solución encontrada por el algoritmo, z^* , multiplicado por 100, y iii) el tiempo de cálculo total expresado en segundos de la CPU. Finalmente, en las columnas 11-14 presentan para cada instancia los valores encontrados para similar información, pero utilizando la formulación propuesta en este documento.

Tabla 14. Los resultados computacionales para los casos VRPB de Goetschalckx y Jacobs-Blecha [12]. Las distancias euclidianas se redondearon a un decimal y el resultado final se redondeó a un número entero.

Instancia			BKS ^a in [40]	TV ^b			EHP ^c			MILP-AC ^d			
nombre	n	m		z^*	% LB	Tiempo [s]	z^*	% LB	Time [s]	z^*	$K(KLB)^e$	% Gap ^f	Tiempo [s]
A1	20	5	229,886	229,886	98.30	902.00	229,886	98.80	5.00	229,886	8(5)	0.00	1.85
A2	20	5	180,119	180,119	98.10	209.00	180,119	98.80	4.00	180,119	5(4)	0.00	2.70
A3	20	5	163,405	163,405	100.00	3.00	163,405	100.00	10.00	163,405	4(4)	0.00	0.02
A4	20	5	155,796	155,796	100.00	3.00	155,796	100.00	12.00	155,796	3(3)	0.00	1.24
B1	20	10	239,08	239,08	96.00	148.00	239,08	97.80	14.00	239,08	7(6)	0.00	16.35
B2	20	10	198,048	198,048	97.40	151.00	198,048	97.90	40.00	198,048	5(5)	0.00	12.14
B3	20	10	169,372	169,372	100.00	1.00	169,372	100.00	4.00	169,372	3(3)	0.00	0.05
C1	20	20	250,557	249,448	95.70	227.00	249,448	98.20	17.00	250,557	7(7)	0.00	22.00
C2	20	20	215,02	215,02	96.50	322.00	215,02	97.00	18.00	215,02	5(5)	0.00	24.82
C3	20	20	199,346	199,346	99.80	84.00	199,346	100.00	25.00	199,346	5(4)	0.00	0.37
C4	20	20	195,366	195,366	100.00	5.00	195,366	100.00	25.00	195,366	4(4)	0.00	0.35
D1	30	8	322,53	322,53	97.00	289.00	322,53	98.80	9.00	322,53	12(6)	0.00	28.04
D2	30	8	316,709	316,709	94.50	491.00	316,709	98.20	13.00	316,709	11(6)	0.00	407.00
D3	30	8	239,479	239,479	95.90	—	239,479	96.80	51.00	239,479	7(4)	0.00	7.04
D4	30	8	205,832	205,832	95.40	—	205,832	96.30	161.00	205,832	5(4)	0.00	28.01
E1	30	15	238,88	238,88	95.10	476.00	238,88	100.00	12.00	238,88	7(4)	0.00	11.00
E2	30	15	212,263	212,263	97.90	788.00	212,263	100.00	41.00	212,263	4(4)	0.00	3.11
E3	30	15	206,659	206,659	98.20	482.00	206,659	98.90	64.00	206,659	4(3)	0.00	24.17
F1	30	30	267,06	263,173	96.60	756.00	263,173	97.40	2,049.00	263,173	6(6)	0.00	539.00
F2	30	30	265,213	265,213	98.30	891.00	265,213	98.90	44.00	265,213	7(7)	0.00	47.00
F3	30	30	241,969	241,12	98.00	468.00	241,12	98.80	76.00	241,12	5(5)	0.00	12.00
F4	30	30	235,175	233,861	97.30	3,523.00	233,861	97.30	173.00	233,861	4(4)	0.00	15.00
G1	45	12	306,306	307,274	91.30	—	306,305	97.80	3,556.00	306,305	10(6)	0.00	6,268
G2	45	12	245,441	245,441	93.30	—	245,441	98.80	229.00	245,441	6(4)	0.00	72.00
G3	45	12	229,507	229,507	96.20	4,225.00	229,507	97.30	967.00	229,507	5(4)	0.00	60.64
G4†	45	12	232,521	233,184	96.70	—	232,521	97.50	89.00	232,521	6(4)	0.00	14.56
G5	45	12	221,73	221,73	97.90	3,433.00	221,73	98.00	157.00	221,73	5(4)	0.00	24.13
G6	45	12	213,457	213,457	96.60	840.00	213,457	97.00	103.00	213,457	4(4)	0.00	5.89
H1	45	23	268,933	268,933	96.60	1,344.00	268,933	98.40	454.00	268,933	6(4)	0.00	158.00
H2	45	23	253,365	253,365	99.40	5,020.00	253,365	99.50	221.00	253,365	5(4)	0.00	4.02
H3	45	23	247,449	247,449	99.20	1,465.00	247,449	99.40	177.00	247,449	4(4)	0.00	1.06
H4	45	23	250,221	250,221	99.70	1,287.00	250,221	99.60	179.00	250,221	5(4)	0.00	1.95
H5	45	23	246,121	246,121	99.30	406.00	246,121	99.30	111.00	246,121	4(4)	0.00	0.17

H6	45	23	249,135	249,135	99.40	416.00	249,135	99.50	173.00	249,135	5(4)	0.00	0.67
I1	45	45	350,246	n.a.			353,021	97.00	20,225.00	350,246	10(10)	1.05	—
I2	45	45	309,944	n.a.			309,943	98.70	6,395.00	309,943	7(7)	0.00	2,857.00
I3†	45	45	294,507	n.a.			294,833	96.70	18,045.00	294,507	5(5)	0.00	3,897.50
I4†	45	45	295,988	n.a.			295,988	97.70	20,055.00	295,988	6(6)	0.00	137.89
I5†	45	45	301,236	n.a.			301,226	98.20	8,642.00	301,236	7(7)	0.00	44.97
J1	75	19	335,006	n.a.			335,006	98.30	1,640.00	335,006	10(8)	2.44	—
J2	75	19	310,417	n.a.			315,644	94.70	218.00	310,801	8(8)	2.11	—
J3†	75	19	279,219	n.a.			282,447	96.20	363.00	279,219	6(6)	0.00	123.15
J4	75	19	296,533	n.a.			300,548	94.90	260.00	296,945	7(7)	3.03	—
K1	75	38	394,376	n.a.			394,637	97.60	—	394,071††	10(9)	1.38	—
K2†	75	38	362,13	n.a.			362,36	98.60	2,618.00	362,13	8(7)	0.00	5,617.00
K3†	75	38	365,694	n.a.			365,693	98.50	3,812.00	365,694	9(7)	0.00	4,985.00
K4†	75	38	348,95	n.a.			358,308	95.20	265.00	348,95	7(6)	0.00	6,530.00

a. BKS: los mejores valores de solución obtenidos por el algoritmo heurístico en Ropke y Pisinger [40].

b. TV: algoritmo exacto propuesto por Toth y Vigo en [13]. Tiempos de computación en Pentium 60 MHz. Tiempo límite de 6.000 segundos.

c. EHP: algoritmo exacto propuesto por Mingozzi et al. en [2]. Tiempo de cálculo en SGI 200 MHz. Tiempo límite de 25.000 segundos.

d. MILP-AC: programación lineal entera mixta propuesta con formulación de estado de radiación. Tiempos de computación en PC intel i3 / 3.3 GHz. Tiempo límite de 6600 segundos

e. K (KLB): K es el número especificado (dado por adelantado) de vehículos a utilizar y KLB es el número de vehículos que realizan rutas conformadas por los clientes de línea y retorno. Así, K - KLB es el número de vehículos que realizan rutas conformadas por los clientes del linehaul exclusivamente.

Z *: valor de la mejor solución encontrada por los algoritmos anteriores.

LB (%): error porcentual del límite inferior (LB) calculado en el nodo raíz. Se calcula como la razón del LB dividido por el mejor z * y multiplicado por 100.

f. Brecha (%): la brecha porcentual se calcula como $(C_{PLEX} - LB) / LB$.

†: la óptima probada por primera vez.

††: nuevo BKS.

Tiempo: tiempo computacional total expresado en segundos de la CPU.

Los números en negrita son los nuevos valores de la solución mejor conocidos por el método exacto.

La optimalidad del conjunto de datos GJ se encontró por primera e 8 casos. En un caso se obtuvo una nueva mejor solución conocida, alcanzada tanto por los métodos heurísticos como por los métodos exactos, y 12 nuevas BKS que se encontraron en las pruebas teniendo en cuenta una comparación únicamente entre los métodos exactos. La solución óptima fue alcanzada en 42 de los 47 escenarios. A manera de ejemplo, en la Figura 55, se muestra la solución óptima para la instancia K4.

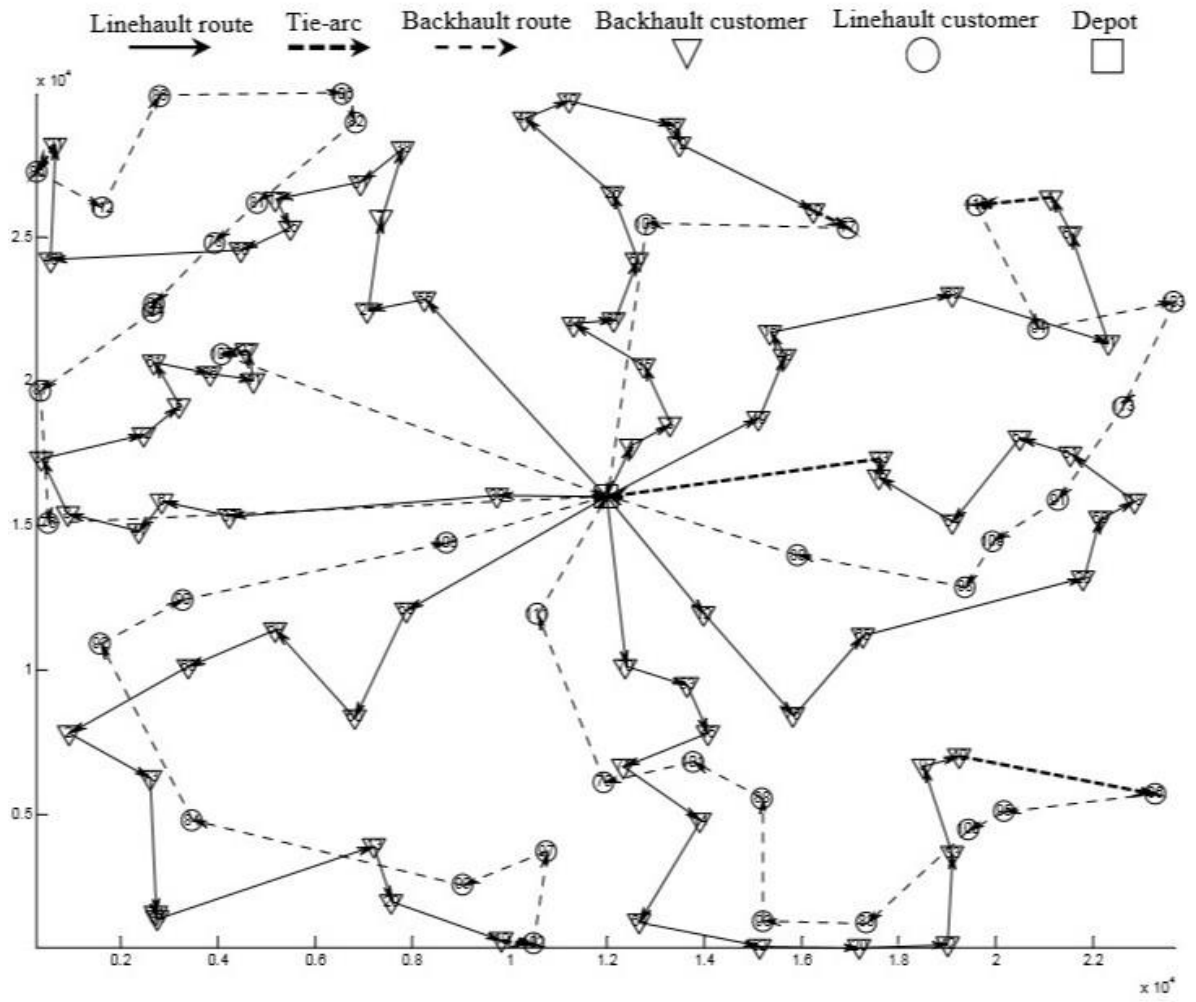


Figura 55 Instancia K4 de conjunto de datos GJ

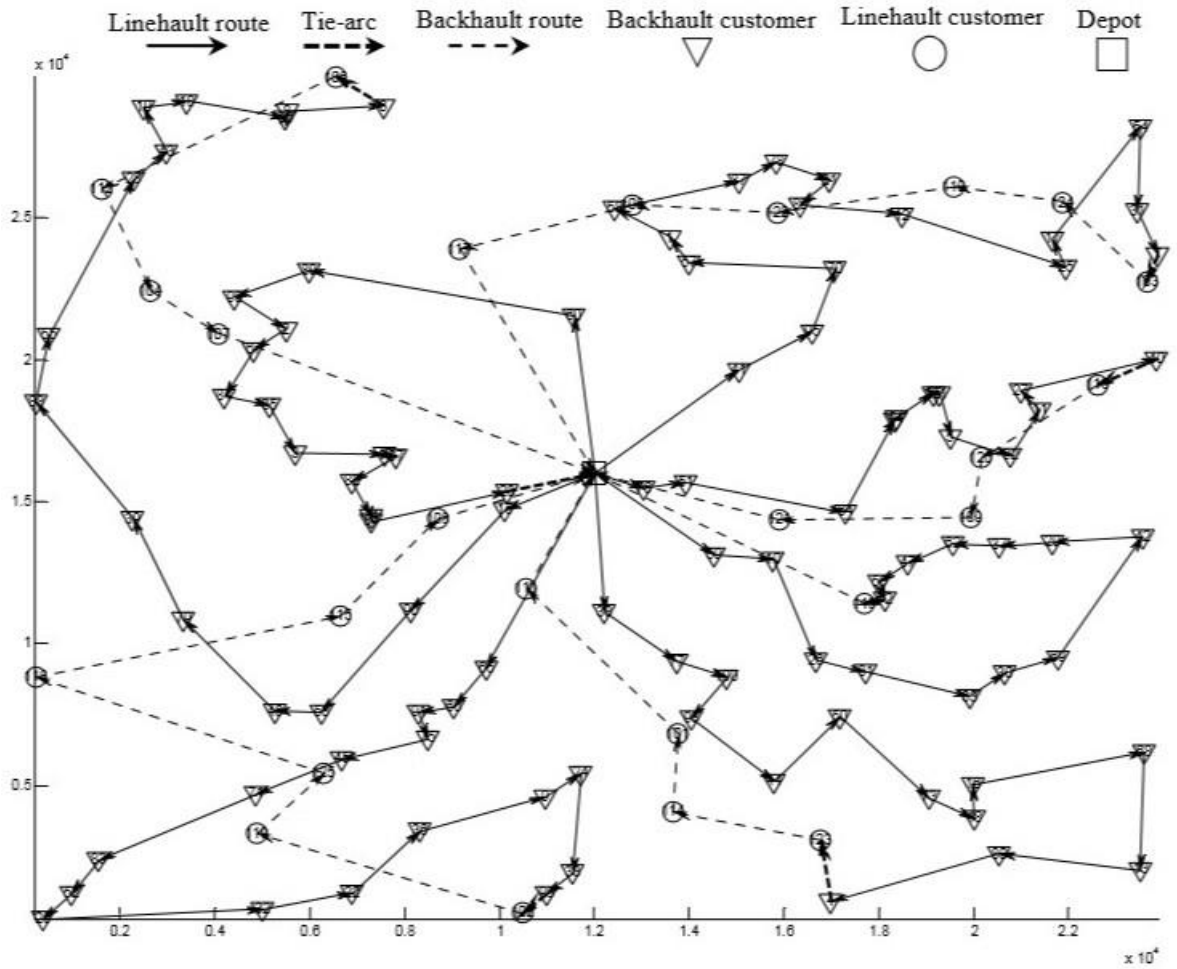


Figura 56. Instancia M4 del conjunto de datos GJ

La información mostrada en la Tabla 15, presenta la misma configuración de la Tabla 14. Para este conjunto de datos el modelo propuesto permite por primera vez encontrar la mejor solución en 4 de las instancias TV. Dos nuevas mejores soluciones fueron alcanzadas al compararse tanto con los métodos heurísticos como con los modelos exactos, y ocho nuevas mejores soluciones fueron igualmente encontradas a través de modelos exactos. Las soluciones óptimas fueron alcanzadas en 27 de las 33 instancias propuestas.

Tabla 15. Resultados computacionales para los casos VRPB de Toth y Vigo [13]

Instancia			BKSa in [40]	TV ^b EHP ^c MILP-AC ^d			EHP ^c			MILPC-AC ^d			
nombre	n	m		z*	% LB	Tiempo [s]	z*	% LB	Time [s]	z*	K(KLB) ^e	% Gap ^f	Tiempo [s]
EIL2250A	11	10	371	371	100.00	3.00	371	100.00	6.00	371	3(3)	0.00	0.01
EIL2266A	14	7	366	366	100.00	6.00	366	100.00	3.00	366	3(3)	0.00	0.01
EIL2280A	17	4	375	375	98.90	55.00	375	99.20	6.00	375	3(3)	0.00	0.01
EIL2350A	11	11	682	682	100.00	2.00	682	100.00	1.00	682	2(2)	0.00	0.01
EIL2366A	15	7	649	649	98.80	65.00	649	99.40	7.00	649	2(2)	0.00	0.01
EIL2380A	18	4	623	623	98.10	36.00	623	98.70	9.00	623	2(2)	0.00	0.01
EIL3050A	15	14	501	501	100.00	3.00	501	100.00	8.00	501	2(2)	0.00	0.01
EIL3066A	20	9	537	537	98.50	119.00	537	97.60	17.00	537	3(3)	0.00	0.30
EIL3080A	24	5	514	514	100.00	13.00	514	97.90	31.00	514	3(3)	0.00	0.30
EIL3350A	16	16	738	738	98.40	292.00	738	100.00	46.00	738	3(2)	0.00	0.14
EIL3366A	22	10	750	750	94.80	1,338.00	750	100.00	27.00	750	3(2)	0.00	0.38
EIL3380A	26	6	736	736	93.90	1,655.00	736	99.30	44.00	736	3(3)	0.00	7.31
EIL5150A	25	25	559	559	99.30	441.00	559	99.60	66.00	559	3(3)	0.00	1.80
EIL5166A	34	16	548	548	97.80	2,754.00	548	99.30	68.00	548	4(4)	0.00	2.01
EIL5180A	40	10	565	565	98.00	4,436.00	565	98.10	691.00	565	4(3)	0.00	26.11
EILA7650A	37	38	739	739	98.20	15,931.00	739	99.20	884.00	739	6(6)	0.00	64.21
EILA7666A	50	25	768	768	95.40	13,464.00	768	99.00	1,205.00	768	7(6)	0.00	743.00
EILA7680A	60	15	781	781	90.50	—	781	97.70	596.00	781	8(5)	0.99	—
EILB7650A	37	38	801	801	97.60	16,345.00	801	99.30	124.00	801	8(7)	0.00	40.96
EILB7666A	50	25	873	873	91.20	12,990.00	873	99.00	2,918.00	873	10(8)	0.94	—
EILB7680A	60	15	919	919	85.20	10,414.00	919	99.50	821.00	933	12(6)	3.92	—
EILC7650A	37	38	713	713	98.90	10,343.00	713	98.90	16,659.00	713	5(5)	0.00	8.64
EILC7666A	50	25	734	734	97.60	—	734	99.20	952.00	734	6(6)	0.00	185.00
EILC7680A	60	15	733	733	93.70	—	733	97.80	—	733	7(5)	1.50	—
EILD7650A	37	38	690	690	99.70	401.00	690	99.70	197.00	690	4(4)	0.00	6.03
EILD7666A ⁺	50	25	715	715	98.50	—	715	98.60	5,023.00	715	5(5)	0.00	32.54
EILD7680A ⁺	60	15	694	703	96.80	—	694	99.00	20,148.00	694	6(4)	0.00	845.00
EILA10150A ⁺	50	50	831	843	96.30	—	843	96.30	364.00	831	4(4)	0.00	938.00
EILA10166A	67	33	846	846	99.20	10,913.00	846	99.60	434.00	846	6(6)	0.00	6.00
EILA10180A	80	20	857	916	9.30	—	908	91.70	431.00	859	7(6)	0.82	—
EILB10150A ⁺	50	50	925	n.a.	—	—	933	95.60	—	923++	7(7)	0.00	792
EILB10166A	67	33	989	n.a.	—	—	1056	89.10	293.00	971++	10(8)	2.99	—
EILB10180A	80	20	1,008	n.a.	—	—	1022	97.20	20,199.00	1013	11(9)	1.46	—

La nomenclatura de esta tabla es la misma que la presentada en la Tabla 14. Los límites de tiempo fueron 18.000, 25.000 y 1.000 segundos para los métodos TV, EHP y MILP-AC, respectivamente.

Es importante señalar que, en algunos casos, se puede obtener un mejor valor de la función objetivo con un número menor de vehículos. Este resultado es posible si se considera que el número de vehículos puede ser minimizado, es decir, si la desigualdad \geq en (35) se cambia por \leq . Esto provoca un aumento en el tiempo computacional, tal como se muestra en la Tabla 16, en la cual se observa que en tres de las instancias provistas el número de vehículos puede ser reducido.

Tabla 16. Ejemplos de resultados que minimizan el número de vehículos

Instancia			MILPC-AC (número de vehículos fijados)				MILPC-AC ^d			
nombre	n	m	z*	K(KLB)	% Gap	Tiempo [s]	z*	K(KLB)	% Gap	Tiempo [s]
C3	20	20	199,346	5(4)	0.00	0.37	195,367	4(4)	0.00	2.06
G4	45	12	232,521	6(4)	0.00	14.56	229,506	5(4)	0.00	111.00
G5	45	12	221,730	5(4)	0.00	24.13	218,485	4(4)	0.00	77.00

En la Tabla 17, los resultados se obtienen con diferente esquema de redondeo. Las distancias euclidianas se redondean a números enteros. Este esquema de redondeo sólo se ha utilizado en la literatura para comparar los métodos heurísticos. Con este esquema el gap de solución por una técnica exacta es reportado por primera vez. Las soluciones exactas son comparadas con las BKS obtenidas por la metodología heurística. La Solución óptima se logró en 47 de los 62 casos analizados, y se encontraron cinco nuevas mejores soluciones. Como ejemplo se presenta, en la Figura 56, la solución óptima lograda para la instancia M4.

Tabla 17. Resultados computacionales para los casos VRPB de Goetschalckx y Jacobs-Blecha [9] con las distancias euclidianas redondeadas a enteros.

Instancia			Algoritmo Heurístico		MILP-AC ^d			
nombre	n	m	BKS ^a	Referencia ^b	z*	K(KLB) ^e	% Gap ^f	Tiempo [s]
A1	20	5	229,884	TV	229,884	8(5)	0.00	6.01
A2	20	5	180,117	TV	180,117	5(4)	0.00	1.43
A3	20	5	163,403	TV	163,403	4(4)	0.00	0.56
A4	20	5	155,795	TV	155,795	3(3)	0.00	0.03
B1	20	10	239,077	TV	239,077	7(6)	0.00	3.33
B2	20	10	198,045	TV	198,045	5(5)	0.00	0.74
B3	20	10	169,368	TV	169,368	3(3)	0.00	0.01
C1	20	20	250,557	TV	250,557	7(7)	0.00	22.39
C2	20	20	215,019	TV	215,019	5(5)	0.00	11.00
C3	20	20	199,344	TV	199,344	5(4)	0.00	0.41
C4	20	20	195,365	TV	195,365	4(4)	0.00	0.67
D1	30	8	322,533	TV	322,533	12(6)	0.00	16.33
D2	30	8	316,711	TV	316,711	11(6)	0.00	405.03
D3	30	8	239,482	TV	239,482	7(4)	0.00	57.44
D4	30	8	205,834	TV	205,834	5(4)	0.00	95.00
E1	30	15	238,88	TV	238,88	7(4)	0.00	16.63
E2	30	15	212,262	TV	212,262	4(4)	0.00	5.43

E3	30	15	206,658	TV	206,658	4(3)	0.00	2.85
F1	30	30	263,175	TV	263,175	6(6)	0.00	485.00
F2	30	30	265,214	TV	265,214	7(7)	0.00	32.35
F3	30	30	241,121	OW	241,121	5(5)	0.00	15.41
F4	30	30	233,861	TV	233,861	4(4)	0.00	11.27
G1	45	12	306,304	OW	306,304	10(6)	0.53	—
G2	45	12	245,441	TV	245,441	6(4)	0.00	53.73
G3	45	12	229,506	OW	229,506	5(4)	0.00	14.58
G4	45	12	232,519	LNS	232,519	6(4)	0.00	42.49
G5	45	12	221,731	OW	221,731	5(4)	0.00	19.44
G6	45	12	213,457	TV	213,457	4(4)	0.00	2.61
H1	45	23	268,933	OW	268,933	6(4)	0.00	396.00
H2	45	23	253,366	TV	253,366	5(4)	0.00	3.81
H3	45	23	247,449	TV	247,449	4(4)	0.00	2.22
H4	45	23	250,221	TV	250,221	5(4)	0.00	2.09
H5	45	23	246,121	TV	246,121	4(4)	0.00	1.64
H6	45	23	249,136	TV	249,136	5(4)	0.00	1.22
I1	45	45	350,248	LNS	350,248	10(10)	0.00	12,911.00
I2	45	45	309,946	LNS	309,946	7(7)	0.00	794.00
I3	45	45	294,509	OW	294,509	5(5)	0.00	1,539.00
I4	45	45	295,988	TV	295,988	6(6)	0.00	64.58
I5	45	45	301,238	LNS	301,238	7(7)	0.00	43.73
J1	75	19	335,004	LNS	335,478	10(8)	1.84	—
J2	75	19	310,417	LNS	311,969	8(8)	2.25	—
J3	75	19	279,22	LNS	279,22	6(6)	0.00	77.00
J4	75	19	296,533	LNS	297,088	7(6)	2.84	—
K1	75	38	394,369	LNS	394,068^{††}	10(9)	1.41	—
K2	75	38	362,128	LNS	362,128	8(7)	0.00	3,925.00
K3	75	38	365,693	LNS	365,693	9(7)	0.00	4,520.00
K4	75	38	348,947	LNS	348,947	7(6)	0.00	3,210.00
L1	75	75	426,014	LNS	426,014	10(10)	3.90	—
L2	75	75	401,231	LNS	401,231	8(8)	1.60	—
L3	75	75	402,681	LNS	402,681	9(9)	1.30	—
L4	75	75	384,635	LNS	384,635	7(7)	0.00	12,834.00
L5	75	75	387,563	LNS	387,563	8(7)	0.00	4,479.00
M1	100	25	400,085	LNS	403,267	11(7)	4.65	—
M2	100	25	397,448	LNS	398,43	10(8)	3.23	—
M3	100	25	377,093	LNS	377,429	9(8)	3.49	—
M4	100	25	348,53	LNS	348,138^{††}	7(6)	0.00	11,077.00
N1	100	50	408,921	OW	408,097^{††}	11(10)	0.34	—
N2	100	50	409,275	OW	408,062^{††}	10(10)	0.71	—
N3	100	50	396,162	OW	394,334^{††}	9(9)	0.94	—
N4	100	50	394,785	LNS	394,785	10(9)	0.97	—
N5	100	50	373,471	LNS	373,471	7(7)	0.00	5,774.00
N6	100	50	373,752	LNS	373,752	8(7)	0.00	4,749.00

a. BKS: mejores valores de solución obtenidos por el algoritmo heurístico y se informó en Ropke y Pisinger [40].

b. Referencia: el algoritmo heurístico que informa el resultado se indica en esta columna. TV se refiere al algoritmo heurístico de Toth y Vigo [12], OW se refiere a la heurística de Osman y Wassan [55] y LNS se refiere a la heurística de Ropke y Pisinger [40].

††: nuevo BKS.

Los resultados muestran que para el conjunto de datos GJ el tiempo de cálculo para llegar a la solución óptima es menor en los casos en los que el número especificado de vehículos a utilizar (K) es igual al número de vehículos que realizan rutas conformadas por linehaul y clientes de backhaul (KLB) y donde la capacidad del vehículo es mayor. Esta característica resulta obvia al considera que el problema es menos restringido bajo estas condiciones, lo cual puede ser considerado como una condición a ser explotada en futuros trabajos con técnicas heurísticas, o para formular nuevas relaciones en los enfoques basados en la técnica exactas Branch and Bound. Por ejemplo, la solución del BOVRP, que es más simple que en el LOVRP, bajo las condiciones anteriores, podría ser un punto de partida interesante para una metodología más elaborado.

Como puede verse a partir de los resultados de cálculo, el modelo propuesto produce resultados de alta calidad, alcanzando iguales o mejores cotas superiores en todos los casos analizados, mientras que se obtiene mejores cotas inferiores que las obtenidas por los métodos anteriores.

6.5 Observaciones finales

Este nuevo modelo de propósito general se presenta para el modelo del VRPB simétrico y asimétrico basado en programación entera mixta, el cual se basa en la característica radial de la ubicación de los clientes linehaul y backhaul, presentando resultados muy competitivos y en los casos señalados mejores resultados en tiempo y en la mejor solución conocida. Aunque el número mínimo de vehículos que se utilizan es dado previamente, el modelo propuesto permite reducir al mínimo el número de vehículos. Estos resultados sugieren que el MILP-AC tiene un impacto significativo en el desempeño del algoritmo solución y puede incluso ser un modelo más apropiado para representar las características del VRPB. Los resultados computacionales muestran que la formulación propuesta es competitiva comparada con los métodos exactos expuestos en el estado del arte para la solución de casos VRPB. Se considera que los resultados podrían mejorar aún más con la inclusión de técnicas de acotamiento o modelos de partición de conjuntos, los cuales podrían aumentar significativamente el tamaño de las instancias que podrían ser resueltas mediante técnicas exactas.

CAPÍTULO SIETE

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se plantearon y ejecutaron sobre instancias presentes en la literatura internacional, técnicas heurísticas como el algoritmo Greedy del vecino más cercano y el método del ahorro de Clarke y Wright con inserción secuencial y metaheurísticas como Búsqueda Tabú y Optimización con Colonia de Hormigas, estas técnicas sirvieron de base para nuevas metodologías para la solución al problema de ruteo de vehículos con backhaul, donde no solo se estudió el VRP monodepósito y monoobjetivo sino multidepósitos y multiobjetivo.

El obtener resultados permitió medir la relación tiempo de computación contra resultado de la función objetivo alcanzada, notándose que las técnicas heurísticas tienen mejores tiempos (menores en 5 veces a las obtenidas con metaheurísticas), mientras que las técnicas metaheurísticas mejoran en promedio entre el 17% y 19% de las obtenidas con las heurísticas. Si se asume como criterio cierto la afirmación de la literatura científica que la técnica Greedy del vecino más cercano se aleja de la respuesta exacta en promedio de un 25%, Johnson y McGeoch [69], se puede afirmar que los resultados obtenidos en este trabajo con las técnicas metaheurísticas se alejan entre un 5% y 6% el valor exacto en las rutas óptimas exactas de las instancias tomadas.

Los algoritmos fueron mejorados durante el desarrollo del trabajo con aleatoriedad y ajuste de parámetros para buscar diversidad y evitar la convergencia prematura a óptimos locales. En el caso del capítulo quinto, se abordó el problema de ruteo de vehículos monoobjetivo con la metaheurística Búsqueda Tabú, se incorporaron mecanismos estocásticos que contribuyeron a la diversificación del espacio de búsqueda y alcanzar mejores soluciones, e incluso mejorar aquellas soluciones reportadas en la literatura, ya que en este caso si se contó con resultados en la literatura de las instancias utilizadas. Lograr este objetivo es de gran importancia para evolucionar en la complejidad del modelo matemático e incorporar un mayor número de variables que reflejen de mejor forma los problemas reales, como es el caso del problema de transporte considerando múltiples depósitos, flota heterogénea, ventanas de tiempo, entre otros.

En los siguientes capítulos se abordó la problemática VRP Multidepósito y multiobjetivo con las técnicas heurísticas Greedy y Clarke y Wright con Inserción Secuencial y la metaheurística Optimización con Colonia de Hormigas, donde se presentaron resultados para instancias presentes en la literatura internacional, lo cual aporta la posibilidad que este problema pueda ser resuelto usando otras técnicas heurísticas o metaheurísticas e incluso planteando híbridos entre ambas a fin de evaluar el desempeño y medir la calidad de las respuestas. Es interesante que para poder resolver el problema MDVRPB multiobjetivo se hayan ampliado estas instancias de solo optimización de distancias a nuevas matrices de tiempo de recorrido y energía consumida, las cuales fueron puestas a la disposición de la comunidad científica en un portal público de una Universidad de la región. Al presentar resultados de instancias disponibles en la comunidad científica posibilita la presentación de nuevos trabajos que mejoren tanto en calidad de la función objetivo como en el tiempo de ejecución.

En este trabajo se ha desarrollado una estrategia de solución al modelo matemático exacto propuesto en [63], para el problema multidepósito de transporte de carga considerando entrega y recolecta de paquetes. El modelo se basa en la idea de disminuir los recorridos totales efectuados por una flota de vehículos considerando que los trayectos en los que se recogen

paquetes pueden ser realizados por los vehículos antes de que estos retornen al depósito. La metodología propuesta en este trabajo resuelve instancias halladas en la literatura especializada con la ayuda de la estrategia de optimización con colonia de hormigas, encontrando mejores respuestas comparadas con un algoritmo goloso.

Los problemas de distribución de mercancía tienen un alto impacto en la cadena logística, debido a que los costos de transporte afectan directamente los precios finales que pagan los consumidores, así que cualquier mejora en este aspecto es significativa y puede ser elemento diferenciador frente a la competencia.

Se proponen unos algoritmos mono-objetivo, bi-objetivo y multi-objetivo para el problema de ruteamiento de vehículos con Backhauls (recogida al final) - MDVRPB. Estas técnicas combinatorias para múltiples objetivos desempeñan un papel decisivo en el campo de los problemas de ruteamiento de vehículos. Este trabajo también presenta resultados en el caso multi-depósito y multi-objetivo desde dos técnicas muy diferentes: El primer método denominado Frente de Pareto Min-Min, que nos entregan curvas de solución entre pares de variables distancia-tiempo, distancia-energía y tiempo-energía, y uno segundo denominado Escalarización o Ponderación que nos entrega una sola función unificadora de las múltiples variables como son distancia, tiempo y energía y una cuarta variable que es el número de vehículos a ser utilizados, esta última elegida como variable dominante.

Se plantea otra heurística denominada Clarke y Wright con Inserción Secuencial que complementa la heurística Greedy del vecino más cercano, que al ser comparadas se observa que la primera heurística mejora las respuestas obtenidas en un 5.28%, y si se mide con los resultados obtenidos con la optimización con colonia de hormigas se presenta un error del 14.49%, siendo mejor que el 19.01% que se obtuvo entre HVMC y ACO. Con respecto a los tiempos de ejecución promedio la heurística greedy del vecino más cercano presenta mejores tiempos, la mitad del tiempo promedio de ejecución de la heurística Clarke y Wright con inserción secuencial y treinta y siete veces menos tiempo que el utilizado por la metaheurística de Optimización con Colonia de Hormigas.

Igualmente, y con fines de reproducibilidad, los datos de las matrices de tiempo y energía que fueron utilizados y que complementaron las instancias con una sola función objetivo (distancia de *Salhi, S y Nagy*), se encuentran disponibles en http://unilibrepereira.edu.co/backhauls/readme_matrix.pdf, que al igual que los artículos ya publicados, permiten el desarrollo de otras técnicas que confronten con base en estos datos.

Finalmente, se propone un nuevo modelo de propósito general se presenta para el modelo del VRPB simétrico y asimétrico basado en programación entera mixta. Los resultados muestran que la implementación de una formulación de dos índices para el flujo de vehículos que explota la característica radial que poseen por separado las sub-rutas de entrega y de retorno, produce cotas superiores iguales o mejores en la mayoría de los casos analizados, y las cotas inferiores finales resultan ser mejores que las alcanzadas por métodos anteriores, y es capaz de escalar y resolver grandes instancias con hasta 150 clientes.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Consejo Privado de Competitividad. 6 de octubre del 2012. Informe nacional de competitividad 2012-2013. Consultado el 09 de agosto del 2015. Disponible en <http://www.compite.com.co/site/wp-content/uploads/2012/10/6-Infraestructura-Transporte-y-Logistica.pdf>).
- [2] Toth P., Vigo D. "The Vehicle Routing Problem". Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM, 3600 Market Street, Floor 6, Philadelphia, PA 19104), 2001.
- [3] Dantzig G. B., R. Fulkerson R. and Johnson J, "Solution of a Large-Scale Traveling- Salesman Problem", J. Opns. Res. Soc. Am. 2, 393-410, 1954.
- [4] Koopman T. C., S "A Model of Transportation", Activity Analysis of Production and Allocation, T. C. Koopmans, Ed., Wiley, New York, 1951.
- [5] Clarke G., Wright J., "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Point", Operations Research, vol. 12, p. 568-581, 1964.
- [6] Deif I., Bodin L. "Extension of the Clarke and Wright Algorithm for Solving the Vehicle Routing Problem with Backhauls". In A. E. Kidder, Hrsg., Proceedings of Babson Conference on Software Uses in Transportation and Logistics Management, p. 75-96, University of Maryland, College Park, MD 20742, USA, 1984. College of Business and Management Babson Park.
- [7] Golden B. L., E. K. Baker, J. L. Alfaro, and J. R. Schaffer (1985), "The Vehicle Routing Problem with Backhauls: Two Approaches," Working Paper Series MS/S 85-037, College of Business and Management, University of Maryland.
- [8] Casco D. O., B. L. Golden, and E. A. Wasil (1988), "Vehicle Routing with Backhauls: Models, Algorithms, and Case Studies," in Golden and Assad (eds.), Vehicle Routing: Methods and Studies, pp 127-147.
- [9] Goetschalckx M., Jacobs-Blecha C., "The Vehicle Routing Problem with Backhauls", European Journal Operational Research. Res. 42, 39-51, 1989.
- [10] Fisher M.L., R. Jaikumar R., "A generalized assignment heuristic for the vehicle routing problem". Networks, 11:109-124, 1981.
- [11] Jacobs-Blecha C., Goetschalckx M., "The Vehicle Routing Problem with Backhauls: Properties and solution Algorithms", Atlanta: Georgia Tech Research Corporation, 1992.

- [12] Toth P., Vigo D. "A heuristic algorithm for the symmetric and asymmetric vehicle routing problems with backhauls". *European Journal of Operational Research*, 113:528-543, 1999.
- [13] Toth P., Vigo D. "An Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls". *Transp. Sci.*, 372-385, 1997.
- [14] Baldacci R., Mingozzi A., Giorgi S. "An Exact Method for the Vehicle Routing Problem with Backhauls". *Transportation Science*, 33(3), 315 – 329 (1999).
- [15] Thangiah Sam R., Potvin Jean-Yves, and Tong Sun. "Heuristic approaches to vehicle routing with backhauls and time windows". *Computers & OR* 23(11):1043-1057, 1996.
- [16] Colormi A., Dorigo M., Maniezzo V., "Distributed Optimization by Ant Colonies". In F. Varela and P. Bourguine, editors, *Proceedings of the European Conference on Artificial Life*, p. 134–142. Elsevier Publishing, Amsterdam, 1991.
- [17] Wade Anne, Salhi Said, "An Ant System Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls," in MIC'2001 - 4th Metaheuristics International Conference, Porto, Portugal, July 16-20, 2001, p. 199-203.
- [18] Halse K., "Modelling and Solving Complex Vehicle Routing Problems". PhD. thesis, The Technical University of Denmark, 1992.
- [19] Reimann Marc, Doerner Karl, and Hartl Richard F., "Insertion based Ants for Vehicle Routing Problems with Backhauls and Time Windows," University of Vienna, Vienna, Report No 68, 2002.
- [20] Çatay Bülent, "An ant colony algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls. In: 3rd World Conference on Production and Operations Management". Tokyo, Japan, 2008.
- [21] Gajpal Yuvraj, P.L. Abad, "Multi-ant colony system (MACS) for a vehicle routing problem with backhauls", *European Journal of Operational Research*, Volume 196, Issue 1, 1 July 2009, P. 102-117.
- [22] Suprayogi Johan Oscar Ong, "Vehicle Routing Problem with Backhaul, Multiple Trips and Time Window", *Jurnal Teknik Industri*, Vol 13, Issue 1, January 2011, P. 1-10.
- [23] Toro Eliana, Santa Jhon Jairo, Granada Mauricio, "Solución del problema de ruteamiento de vehículos en la distribución de papa en Colombia", *Scientia et Technica*, Vol. 18, No 1, abril de 2013, páginas 139-148.
- [24] Tavakkoli-Moghaddam R, Saremi AR, Ziaee MS. "A memetic algorithm for a vehicle routing problem with backhauls". *Applied Mathematics and Computation*. 2006 Oct; 181(2):1049–60.

- [25] Junmin Yi, Yuanyuan Dong, Ting Shi, Jing Zhou, "A Two-Stage Model of Vehicle Routing and Transport Service Pricing with Backhauls", Grey Systems and Intelligent Services, 2007. GSIS 2007. IEEE International Conference on, page(s): 1168 – 1172.
- [26] Toth Paolo, Vigo Daniele, "The Granular Tabu Search and Its Application to the Vehicle-Routing Problem", *Informations Journal on Computing*. 11/2003; 15(4):333-346.
- [27] Zachariadis Emmanouil E., Kiranoudis Chris T., "An effective local search approach for the Vehicle Routing Problem with Backhaul", *Journal Expert Systems with Applications: An International Journal* [archive](#) Volume 39 Issue 3, February, 2012, p. 3174-3184.
- [28] Douglas Souza Lima, Luciana Assis, Alessandro Vivas, "Resolução Do VRP Com Backhauls Com Heurística Baseada With Heuristics Based On Local Search".
- [29] Surekha P. and S. Sumathi, "Solution to Multi-Depot Vehicle Routing Problem Using Genetic Algorithms", *World Applied Programming*, Vol (1), No (3), August 2011. 118-131.
- [30] Chunyu Ren, Xiaobo Wang, "Study on Improved Hybrid Genetic Algorithm for Multi-depot VRP with Backhauls", *Artificial Intelligence and Computational Intelligence*. 2009.
- [31] Chun-Yu Ren, Xiao-Bo Wang, "Study on Single and Mixed Fleet Strategy for Multi-depot VRP with Backhauls", *Machine Learning and Cybernetics (ICMLC)*, 2010 International Conference on Computacional Intelligende and Natural Computing.
- [32] Imran A., Salhi S., Wassan N., "A Variable Neighborhood Search-Based Heuristic for the Multi-Depot Vehicle Routing Problem", *European Journal of Operational Research* 197 (2), 509-518. 2009.
- [33] Sjoerd Smink, "The reality of Multi Depot Vehicle Routing models", Faculty of Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science University of Twente, Enschede, The Netherlands. 2010.
- [34] Jianhua Fan Xiufeng Wang and Qiushuang Chen, "A Heuristic Algorithm for Multiple Depots Vehicle Routing Problem with Backhauls", *Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*. 2007.
- [35] Salhil S., Nagy G., "Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries", *International Journal of Transportation*. Vol.2, No.1, p. 95 -110. 2014.
- [36] Carlsson john, Ge Dongdong, Subramaniam Arjun, Wu Amy, and Yek Yinyu, "Solving Min-Max Multi-Depot Vehicle Routing Problem", Department of Management Science and Engineering and, by courtesy, Electrical Engineering, Stanford University, Stanford, USA. 2007.

- [37] Liu Chiun-Ming, Chang Ting-Chi, and Huang Li-Fen, "Multi-Objective Heuristics for the Vehicle Routing Problem", *International Journal of Operations Research* Vol. 3, No. 3, 173 -181. 2006.
- [38] Garcia-Najera, A., "The Vehicle Routing Problem with Backhauls: a Multi-objective Evolutionary Approach". En: *12th European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimisation (EvoCOP 2012)*, LNCS 7245, p. 255-266. Springer. 2012.
- [39] Pradenas L., Oportus B., Parada V., "Mitigation of greenhouse gas emissions in vehicle routing problems with backhauls". *Expert Systems with Applications* 40. P. 2985–2991. 2013.
- [40] Ropke S., Pisinger D., "A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls". *European Journal of Operational Research*, 171: 750–775, 2006.
- [41] Wade A.C., Salhi S., "An investigation into a new class of vehicle routing problem with backhauls", *Omega* 30 497–487. 2002.
- [42] Halskau Ø., Gribkovskaia I., Myklebost K.N.B., "Models for pick-up and deliveries from depots with lasso solutions". *Proceedings of the 13th Annual Conference on Logistics Research - NOFOMA 2001, Collaboration in logistics: Connecting Islands using Information Technology*. Reykjavik, Iceland, 2001-06-14 - 2001-06-15. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden. 279–293. 2001.
- [43] Wassan N., "Reactive tabu adaptive memory programming search for the vehicle routing problem with backhauls". *Vol. 58*, 1630-1641. 2007.
- [44] Salhi S., Nagy G. "A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauls", *Journal of the Operational Research Society* Vol. 50, p. 1034-1042. 1999.
- [45] Oliveira A., "Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos". Uruguay: Universidad de la República, Instituto Computacional, Facultad de Ingeniería. 2004.
- [46] Bazaraa M. S., Sherali H. D., & Shetty C. M. (2006). *Nonlinear Programming*. New Jersey: A John Wiley & Sons, Inc., Publication.
- [47] Laporte G., Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4), 408-416. 2009.
- [48] Aguado J. S. (2009). "Fixed Charge Transportation Problems: a new heuristic approach based on Lagrangean Relaxation and the solving of core problems". *Annals of Operations Research*, 172(1), 45-69.
- [49] Dorigo M., & Gambarella L. M., "Ant colony systems: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem". *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), 53-66. 1997.

- [50] Lu Q., Dessouky M., "An exact Algorithm for the Multiple Vehicle Pickup and Delivery Problem". *Transportation Science*, 38(4), 503-514. 2004.
- [51] Ong J. O., Suprayogui. (2011). "Vehicle Routing Problem with Backhaul, multiple trips and time window". *Journal Teknik Industri*, 13(1), 1-10.
- [52] Glover F. (1989). Tabu Search - Part I. *ORSA Journal on Computing*, 1(3), 190-206.
- [53] Toth P., & Vigo D., "The Vehicle Routing problem", *Università degli Studi di Bologna, Bologna, Italy*, p.195. 2002.
- [54] Santa J. J., Escobar, J. W. Echeverri M. G., "A multi-objective Pareto ant colony algorithm for the Multi-Depot Vehicle Routing problem with Backhauls", *International Journal of Industrial Engineering Computations* 7.1 (2016): 35-48.
- [55] I. H. Osman, N. A. Wassan, A reactive tabu search meta-heuristic for the vehicle routing problem with back-hauls, *Journal of Scheduling* 5 (4) (2002) 263–285.
- [56] Min H., Current J., Schilling, D., & Current, J. "The multiple depot vehicle routing problem with backhauls". *Journal of Business Logistics* (1992) 13, 259-288.
- [57] Wade A., Salhi S., "An ant system algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls", in M.G.C. Resende and J.P. de Sousa (eds.): *Metaheuristics: Computer Decision-Making*, Chapter 33, 699-719, Kluwer (2003).
- [58] Wade A., Salhi S., "An ant system algorithm for the vehicle routing problem with backhauls", *MIC'2001 - 4th Metaheuristics International Conference*.
- [59] William Hoa, George T.S. Hob, Ping Jib, Henry C.W. Lau, "A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem". *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 21 (2008) 548-557.
- [60] Chunyu Ren, and Wang Xiaobo, "Study on hybrid genetic algorithm for multi-type vehicles and multi-depot vehicle routing problem with backhauls". *Intelligent Computation Technology and Automation, 2009. ICICTA'09. Second International Conference on. Vol. 1. IEEE, 2009.*
- [61] Chunyu, Ren, and Wang Xiaobo, "Study on improved hybrid genetic algorithm for multi-depot vehicle routing problem with backhauls." *Artificial Intelligence and Computational Intelligence, 2009. AICI'09. International Conference on. Vol. 2. IEEE, 2009.*
- [62] Chunyu Ren, Song Zhendong, and Wang Xiaobo, "Study on Single and Mixed Fleet Strategy for Multi-depot Vehicle Routing Problem with Backhauls". *Computational Intelligence and Natural Computing, 2009. CINC'09. International Conference on. Vol. 1. IEEE, 2009.*

- [63] Rizka Rahmawati, "Multiple Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls Menggunakan Algoritma Clark and Wright dengan 2-Opt dan Penerapannya". <http://karya-ilmiah.um.ac.id/index.php/matematika/article/view/24501>
- [64] Dorigo M., Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD Thesis, Politecnico di Milano - Italia, 1992.
- [65] Walter J. Gutjahr, "ACO Algorithms with Guaranteed Convergence to the Optimal Solution". Information Processing Letters, 2002, 82: 145-153.
- [66] Doerner K., Gutjahr W., Hartl R. Strauss C., Stummer C., "Pareto Ant Colony Optimization: A Metaheuristic Approach to Multiobjective Portfolio Selection", Proceedings of the 4th Metaheuristics International Conference, Porto, 243-248. 2002.
- [67] Bektas T., Laporte G., "The pollution-routing problem". Transportation Research Part B: Methodological 45, 1232–1250. 2011.
- [68] Universidad Libre - Seccional Pereira. [en línea]. Disponible en: http://unilibrepereira.edu.co/backhauls/readme_matrix.pdf
- [69] Johnson D.S. and McGeoch L.A. The traveling salesman problem: A case study in local optimization, Local search in combinatorial optimization, 1997, 215-310.
- [70] Megantara Rohandi, Satria, Arif Imran dan Hendro Prasetyo, "Penentuan Rute Distribusi Produk Obat Menggunakan Metode Sequential Insertion dan Clarke & Wright Savings". Jurnal Online Institut Teknologi Nasional Jurusan Teknik Industri Itenas Bandung Vol. 02, No.02, ISSN: 2338-5081. 2014.
- [71] Periódico El País. Transporte de carga dentro de Colombia, es más costoso que exportar. Septiembre 13 de 2012. Consultado el 09 de agosto del 2015. Disponible en: <http://www.elpais.com.co/elpais/valle/noticias/mover-carga-dentro-colombia-carro-exportarla>
- [72] DANE. En 2015 aumentaron 2,89 % los costos de transporte de carga por carretera. Consultado el 09 de agosto del 2015. Disponible en: https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/boletines/ictc/cp_ictc_IV_2015.pdf
- [73] Periódico El Tiempo. 2016. Paro camionero. Consultado el 09 de agosto del 2015. Disponible en <http://www.eltiempo.com/noticias/paro-camionero>
- [74] Toth P., Vigo D., and Vehicle routing: problems, methods, and applications, Vol. 18, Siam, 2014.
- [75] Schrage L., Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems, Networks 11 (2) (1981) 229–232.

[76] Braekers K., Ramaekers K., I. Van Nieuwenhuyse, The vehicle routing problem: State of the art classification and review, *Computers & Industrial Engineering* (2015) 1–14.

[77] Barnhart C., Boland N. L., Clarke L. W., Johnson E. L., Nemhauser G. L., Sheno R. G., Flight string models for aircraft fleetings and routing, *Transportation science* 32 (3) (1998) 208–220.

[78] Fourer R., Gay D. M., Kernighan B. W., *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, 2nd Edition, Brooks/Cole-Thomson, 2002.

APÉNDICE

ARTÍCULOS PUBLICADOS Y PROPUESTOS

1. Chávez, J., Escobar, J., Echeverri, M. Peñuela, C. (2015). A Metaheuristic ACO to Solve the Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Backhauls. *International Journal of Industrial Engineering and Management (IJEM)*, 6(2), 49-58. Q1 (*Publicado*)
2. Chávez, J., Escobar, J., Echeverri, M. (2016). A multi-objective Pareto ant colony algorithm for the Multi-Depot Vehicle Routing problem with Backhauls. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 7(1), 35-48. Q1 (*Publicado*)
3. Chávez, J., Escobar, J., Echeverri, M., Meneses, C. (2018). A heuristic algorithm based on tabu search for vehicle routing problems with backhauls. *Decision Science Letters*, 7(2), 171-180. Q2 (*Publicado*)
4. Chávez, J., Echeverri, M., & Meneses, C. (2014). Un Algoritmo de Búsqueda Tabú para el Problema de Ruteo de Vehículos Considerando Entregas y Recogidas. Recent advances in theory, methods, and practice on operations research, 152-159. CLAIO, Monterrey, México. (*Publicado Full Paper Congreso*)
5. Chávez, J., Toro E., Echeverri, M., (2017). A mixed integer linear programming formulation for the vehicle routing problem with backhauls, submitted to Central European Journal of Operations Research. Q1 (*Propuesto*)