

Guía de aplicación de la Instrucción EAE de Acero  
Estructural al proyecto de estructuras de edificación y  
obra pública

Tomo I(2 tomos)

Jordi Bordallo Vilardaga

Enrique Mirambell Arrizabalaga

Enginyeria de la construcció

Estructures

Maig 2007

## AGRADECIMIENTOS

Dicen que es de sabios agradecer. Yo no soy sabio pero se a quién tengo que dar las gracias.

Primero de todo quiero dar mi más sentido agradecimiento a las personas más importantes de mi vida. Mi padre, Alfons, mi madre, Conxi y mi hermano, Xevi. Ellos saben por todo lo que he pasado por llegar hasta aquí. Gracias por apoyarme siempre, amarme, hacer todo lo posible y lo imposible por mi y no dejar que me diera por vencido en los momentos difíciles.

Xevi, ahora te toca a ti sufrir la carrera. Lucha y lo lograrás. Eres mucho más bueno que yo, sólo tienes que creértelo y no bajar los brazos ante las dificultades.

Por eso también tengo que dar las gracias a mis tíos Manel y Paqui y especialmente al Dr. Ricard Serra Grima.

También quiero nombrar aquí a dos amigos muy especiales Víctor y Rosa M<sup>a</sup>. Gracias por aguantarme todos los días, ayudarme y apoyarme, pero sobretodo por ser mis mejores amigos. Siempre os llevaré en mi corazón.

Agradezco a Enrique Mirambell dejarme trabajar con él, supervisarme el trabajo, ayudarme a resolver las dudas y atenderme siempre amablemente cuando lo he necesitado.

Además quiero dar las gracias a Rolando Chacón, por su amabilidad y por poner en el CONS los datos y darme los resultados del análisis en segundo orden del problema de la nave industrial traslacional (Anejo 4).

Por último quiero dar las gracias a todos los que me han ayudado de alguna manera u otra a llegar hasta aquí y han creído siempre en mí. A mí familia, amigos, compañeros, profesores, médicos,...

## RESUMEN

Hasta hace pocas fechas, el texto de obligado cumplimiento relacionado con las estructuras de acero en edificación, era la Norma Básica de la Edificación NBE EA-95 “Estructuras de acero en edificación”. Esta norma constituía un compendio, refundido y ordenado de las antiguas normas básicas de la edificación (NBE-MV’s) que databan de los años sesenta y setenta del siglo pasado. El hecho que hayan transcurrido más de treinta años desde su confección y que no se hubiera planteado, desde el punto de vista conceptual, una revisión y/o actualización de los contenidos justifica ya de por sí el desarrollo de un nuevo marco reglamentario para el ámbito de las estructuras de acero. Es en este contexto en el que surge una nueva iniciativa que tiene como objetivo final llegar a un documento normativo que alcance el rango de instrucción, que se denominará Instrucción EAE de Acero Estructural, y que aplicará tanto a edificación como al proyecto y construcción de obras públicas.

La futura Instrucción EAE de Acero Estructural destaca por su carácter innovador, adecuando el marco normativo oficial y el contenido de la Instrucción a la situación actual del sector de la industria y la construcción en acero. La nueva Instrucción EAE pretende ser un documento único, compacto e integrador en el sentido de que en él se están considerando aquellos aspectos más relevantes que pueden ser objeto de una instrucción y que están relacionados con el proyecto, la ejecución, el control y el mantenimiento de las obras de construcción de acero. Quiere ser un documento útil de obligada referencia para todo aquél que tenga relación con la construcción de edificios y obras de ingeniería civil en acero estructural, a imagen y semejanza de lo que ocurre con la Instrucción EHE.

Los cambios sustanciales que presenta este documento con respecto al contenido de la EA-95 no deberían producir ninguna sensación de preocupación o desamparo desde el punto de vista normativo, sino todo lo contrario. Se está en condiciones, por lo tanto, de adoptar estos cambios, a partir de una transición natural desde la EA-95 a esta futura Instrucción EAE, obviamente no sin cierto esfuerzo por parte de todos los agentes implicados en el sector de la construcción en acero. La incorporación de estos cambios al proyecto de nuestras estructuras de acero exige un importante esfuerzo y hace conveniente la elaboración de documentos técnicos que ayuden a comprender mejor, interpretar y aplicar las especificaciones contenidas en la futura Instrucción, así como a aclarar y completar algunos aspectos que no pueden ser tratados de una manera muy exhaustiva en un documento normativo.

Con el ánimo de facilitar la comprensión, interpretación y aplicación de las especificaciones incluidas en la futura Instrucción EAE de Acero Estructural nace la tesina que se presenta en este documento.

Para ello se ha elaborado una monografía a modo de guía, que analiza la aplicación de la futura Instrucción EAE de Acero Estructural al proyecto de estructuras de edificación y de obra civil, mediante el desarrollo teórico de los conceptos planteados por ésta y de ejemplos reales que permitan al lector profundizar en los aspectos novedosos de la futura Instrucción y, por tanto, arrojar luz sobre la aplicación práctica de algunas especificaciones. En la guía se tratan los bloques de bases de proyecto, análisis estructural y comprobación de estados límite últimos de equilibrio, de resistencia de la estructura o de las secciones y de inestabilidad o pandeo. Esta monografía pretende ser una referencia que ayude a proyectar las estructuras de acero en la práctica profesional siguiendo los principios y reglas establecidos en la futura “Instrucción de Acero Estructural EAE”. Para ello, se pretende conjugar, tanto en el enunciado como en la resolución de los problemas así como en el desarrollo teórico de los conceptos planteados, la simplicidad que requiere un planteamiento pedagógico para la familiarización con la nueva Instrucción EAE con el realismo que requiere un manual orientado a profesionales del proyecto y construcción de estructuras.

## ABSTRACT

Until it makes few dates, the text of obliged fulfillment related to the steel structures in construction, it was the Construction's Basic Norm NBE EA-95 "Steel Structures in Constructions". This norm constituted a compendium, recast and ordered of the old construction basic norms (NBE-MV's) that dated from the sixties and seventies of last century. The fact that it has passed more than thirty years from its confection and it had not appeared, from the conceptual point of view, a review and / or update of the contents justifies the development of a new regulation frame for the steel structures area. It is in this context in which arises a new initiative that has as final aim be a normative document that reaches the range of instruction, which will be named Structural Steel Instruction EAE, and that it will apply both to building and to the project and construction of civil works.

The future Steel Instruction EAE stands out for its innovative character, adapting the official normative framework and the Instruction content to the industry and the construction in steel sector current situation. The new Instruction EAE tries to be a unique, compact and integrating document in the sense that in it is being considered those aspects most relevant that can be object of an instruction and that are related to the project, the execution, the control and the maintenance of the steel construction works. It wants to be a useful document of obliged reference for everyone that has relation with buildings construction and civil engineering works in structural steel, to image and similarity of what happens with the Instruction EHE.

The substantial changes that this document presents with regard to the content of the EA-95 should not produce any sensation of worry or abandonment from the normative point of view, everything opposite. One is in conditions, therefore, to adopt these changes, from a natural transition from the EA-95 to this future Instruction EAE, obviously not without certain effort on the part of all the agents involved in the steel construction sector. The incorporation of these changes to the project of our steel structures demands an important effort and makes suitable the elaboration of technical documents that help to understand better, to interpret and to apply the specifications contained in the future Instruction, as well as to clarify and to complete some aspects that cannot be dealt with a very exhaustive way in a normative document.

With the intention of facilitating the comprehension, interpretation and application of the specifications included in the future Structural Steel Instruction EAE borns the work who appears in this document.

For it a monograph has been elaborated as a guide, that analyzes the application of the future Structural Steel Instruction EAE to the project of civil work and construction structures, by means of the theoretical development of the concepts raised by this one and of real examples that allow to the reader to deepen in the new aspects of the future Instruction and, therefore, to throw light on the practical application of some specifications. In the guide the blocks are project bases, structural analysis and verification of last states limit of balance, resistance of the structure or the sections and of instability or buckling. This monograph tries to be a reference that helps to project the steel structures in the professional practice following the principles and rules established in future "Structural Steel Instruction EAE". For it, it is tried conjugate, as much in the statement as in the resolution of the problems as well as in the theoretical development of the raised concepts, the simplicity that requires a pedagogical exposition for the familiarisation with the new Instruction EAE with the realism that requires a manual orientated to project and structures construction professionals.

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>6</b>
<b>2. BASES DE PROYECTO</b>	<b>9</b>
<b>2.1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>9</b>
<b>2.2. PRINCIPIOS GENERALES Y MÉTODO DE LOS ESTADOS LÍMITE</b>	<b>9</b>
2.2.1. Vida útil	9
2.2.2. Clases de ejecución	10
2.2.3. Seguridad estructural	11
2.2.3.1. Situaciones de riesgo	
2.2.3.2. Relación entre coeficientes de seguridad, estados límite, acciones y tipo de obra	
2.2.3.3. Resumen a efectos prácticos (Instrucción EAE)	
2.2.4. Método de los estados límite	16
2.2.4.1. Estados límite últimos	
2.2.4.2. Estados límite de servicio	
2.2.4.3. Dimensionamiento y comprobación para los estados límite	
<b>2.3. ACCIONES</b>	<b>18</b>
2.3.1. Clasificación de acciones	19
2.3.1.1. Clasificación de las acciones por su naturaleza	
2.3.1.2. Clasificación de las acciones por su variación en el tiempo	
2.3.1.3. Clasificación de las acciones por su variación en el espacio	
2.3.2. Valor característico de las acciones	20
2.3.2.1. Valores característicos de las acciones permanentes	
2.3.2.2. Valores característicos de las acciones variables y accidentales	
2.3.3. Valor representativo de una acción	20
2.3.4. Valor de cálculo de una acción	22
2.3.4.1. Coeficientes parciales de seguridad ante estados límite últimos	
2.3.4.2. Coeficientes parciales de seguridad ante estados límite de servicio	
2.3.5. Combinación de acciones	24
2.3.5.1. Combinación de acciones en estados límite últimos	
2.3.5.2. Combinación de acciones en estados límite de servicio	
<b>3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL</b>	<b>26</b>
<b>3.1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>26</b>
<b>3.2. CARACTERÍSTICAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES</b>	<b>26</b>
3.2.1. Clasificación de las secciones transversales	26
3.2.2. Criterios de asignación de Clase en secciones metálicas no rigidizadas	30
3.2.3. Criterios de asignación de Clase en secciones metálicas con rigidizadores longitudinales	34
3.2.4. Clasificación de la sección bajo efectos combinados de flexión y axil	34
3.2.5. Características de la sección reducida en secciones de clase 4	35
3.2.5.1. Introducción	

3.2.5.2. Teoría lineal elástica de abolladura	
3.2.5.2.1. Tensión crítica de abolladura elástica	
3.2.5.2.2. Coeficiente de abolladura	
3.2.5.3. Resistencia última a la abolladura	
3.2.5.3.1. Principios	
3.2.5.3.2. Ancho eficaz	
<b>3.3. EFECTOS DEL ARRASTRE POR CORTANTE</b>	<b>52</b>
3.3.1. Anchura eficaz de alas en estados límite últimos	52
3.3.1.1. Longitudes de referencia	
3.3.1.2. Coeficientes $\Psi_{el}$ elásticos. Cargas uniformemente repartidas en vigas continuas con luces compensadas	
3.3.1.3. Coeficientes $\Psi_{el}$ elásticos. Casos especiales	
<b>3.4. ANÁLISIS GLOBAL</b>	<b>56</b>
3.4.1. Métodos de análisis	56
3.4.2. Consideración de la no linealidad del material	56
3.4.2.1. Análisis global elástico	
3.4.2.2. Análisis global plástico	
3.4.2.3. Método general de análisis no lineal elastoplástico	
3.4.3. Influencia de la geometría deformada de la estructura	59
<b>3.5. CONSIDERACIÓN DE LAS IMPERFECCIONES</b>	<b>59</b>
3.5.1. Imperfecciones laterales globales equivalentes	60
3.5.2. Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones laterales globales	61
3.5.3. Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos	62
3.5.4. Fuerzas transversales equivalentes a las curvaturas iniciales	63
3.5.5. Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos en el análisis de sistemas de arriostramiento Estabilidad lateral de las estructuras	65
3.5.5.1. Fuerzas transversales equivalentes sobre el arriostramiento	
<b>3.6. ESTABILIDAD LATERAL DE LAS ESTRUCTURAS</b>	<b>67</b>
3.6.1. Clasificación de estructuras arriostradas o no arriostradas	67
3.6.2. Clasificación de estructuras intraslacionales y traslacionales	67
3.6.2.1. Criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación	
3.6.2.2. Criterio de intraslacionalidad en puentes	
<b>3.7. MÉTODOS DE ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD GLOBAL DE ESTRUCTURAS</b>	<b>69</b>
3.7.1. Análisis elástico de estructuras traslacionales	70
3.7.2. Método general de análisis no lineal en teoría de segundo orden	71
<b>4. ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS</b>	<b>72</b>
<b>4.1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>72</b>
<b>4.2. ESTADO LÍMITE DE EQUILIBRIO</b>	<b>72</b>
4.2.1. Introducción	72

4.2.2. Propuesta de la EAE	73
<b>4.3. ESTADO LÍMITE DE RESISTENCIA SECCIONAL</b>	<b>74</b>
4.3.1. Introducción	74
4.3.2. Principios generales de cálculo	74
4.3.2.1. Generalidades	
4.3.2.2. Características de las secciones transversales	
4.3.2.2.1. Características de la sección transversal bruta	
4.3.2.2.2. Área neta	
4.3.2.2.3. Características de la sección reducida en secciones de clase 4	
4.3.2.2.4. Efectos del arrastre por cortante	
4.3.3. Resistencia al esfuerzo axil	80
4.3.3.1. Esfuerzo axil a tracción	
4.3.3.2. Esfuerzo axil de compresión	
4.3.3.3. Ejemplo de comprobación de la resistencia de secciones sometidas a esfuerzo axil	
4.3.4. Resistencia al momento flector	82
4.3.4.1. Flexión simple en secciones de clase 1 o 2	
4.3.4.2. Flexión simple en secciones de clase 3	
4.3.4.3. Flexión simple en secciones de clase 4	
4.3.5. Resistencia al esfuerzo cortante	88
4.3.6. Resistencia al esfuerzo torsor	91
4.3.6.1. Método simplificado de timoshenko	
4.3.7. Interacción de esfuerzos	96
4.3.7.1. Interacción esfuerzo cortante y torsor	
4.3.7.2. Interacción momento flector y cortante	
4.3.7.3. Interacción momento flector y momento torsor	
4.3.7.3.1. Comparación fórmula de la instrucción y fórmula propuesta	
4.3.7.3.2. Caso particular de secciones en doble T doblemente simétrica de Clase 1 ó 2 flectadas alrededor del eje fuerte	
4.3.7.4. Interacción momento flector, cortante y torsor	
4.3.7.4.1. Caso particular de secciones en doble T doblemente simétrica de Clase 1 ó 2 flectadas alrededor del eje fuerte	
4.3.7.5. Interacción momento flector y axil	
4.3.7.5.1. Secciones transversales de Clase 1 y 2	
4.3.7.5.2. Secciones transversales de Clase 3	
4.3.7.5.3. Secciones transversales de Clase 4	
4.3.7.5.4. Ejemplo de interacción flexión-axil	
4.3.7.6. Interacción momento flector, cortante y axil	
<b>4.4. ESTADO LÍMITE DE INESTABILIDAD</b>	<b>122</b>
4.4.1. Introducción	122
4.4.2. Teoría lineal de pandeo elástico	122
4.4.2.1. Principios	
4.4.3. Resistencia última al pandeo	125
4.4.3.1. Resistencia última al pandeo	
4.4.4. Pandeo de elementos de sección constante sometidos a compresión	128
4.4.4.1. Principios de dimensionamiento	
4.4.4.2. Esbeltez para pandeo por flexión	
4.4.4.3. Esbeltez para pandeo por torsión y pandeo por torsión y flexión	

4.4.5. Elementos sometidos a flexión	133
4.4.5.1. Pandeo lateral de elementos de sección constante	
4.4.5.2. Pandeo lateral de una biga sometida a flexión pura	
4.4.5.3. Momento crítico de pandeo lateral elástico	
4.4.5.3.1. Influencia de las condiciones de apoyo	
4.4.5.3.2. Influencia del tipo de carga	
4.4.5.3.3. Influencia del punto de aplicación de la carga	
4.4.5.4. Resistencia última al pandeo lateral para elementos de sección constante	
4.4.5.5. Resistencia última al pandeo lateral para perfiles laminados	
4.4.6. Elementos sometidos a compresión y flexión	143
4.4.7. Soportes de sección variable	154
4.4.8. Soportes con distribución no uniforme de esfuerzo axil	155
4.4.9. Soportes sometidos a cargas concentradas a lo largo de su altura	156
<b>5. CONSIDERACIONES FINALES</b>	<b>158</b>
<b>ANEJO 1 - EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LAS DISPOSICIONES ESTABLECIDAS EN LAS BASES DE PROYECTO</b>	<b>i</b>
1.1. Ejemplo de combinación de acciones en una viga continua de 3 vanos.	i
1.2. Ejemplo de combinación de acciones en un pórtico de una nave industrial	xi
<b>ANEJO 2- EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LAS DISPOSICIONES ESTABLECIDAS EN EL CAPÍTULO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL</b>	<b>xl</b>
<b>ANEJO 3 - EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LAS DISPOSICIONES ESTABLECIDAS PARA ELU</b>	<b>xlii</b>
3.1. Estado límite de equilibrio: Ejemplo de comprobación	xlii
3.2. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de una tubería de agua	xliv
3.3. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de comprobación de la resistencia de secciones sometidas a esfuerzo axil.	xlvii
3.4. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de flexión en una sección monosimétrica de clase 1 ó 2	l
3.5. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de flexión en una sección monosimétrica de clase 3	lii
3.6. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de flexión en una sección monosimétrica de clase 4	liv
3.7. Estado límite último de resistencia seccional : Ejemplo de interacción flexión-axil	lvii
3.8. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplos de interacción flexión, axil y cortante.	lix
3.9. Estado límite de inestabilidad: Comprobación a pandeo de un soporte sometido a esfuerzo axil	lxii
3.10. Estado límite de inestabilidad: Comprobación de un soporte sometido a esfuerzo axil y momento en su extremo.	lxviii
<b>ANEJO 4 - EJEMPLOS GENERALES</b>	<b>lxxix</b>
4.1. Nave industrial intraslacional	lxxix
4.2. Nave industrial traslacional	cxviii



## 1. INTRODUCCIÓN

Cuando aparece un nuevo documento normativo, cabría preguntarse en primer lugar cuáles son las razones que han llevado a ello. En el caso de las estructuras de acero, la respuesta es obvia. Hasta la fecha, el texto de obligado cumplimiento relacionado con las estructuras de acero en la edificación, es la Norma Básica de la Edificación NBE EA-95 “Estructuras de acero en edificación”. Esta norma constituye un compendio, refundido y ordenado, de las antiguas normas básicas de la edificación (NBE-MV’s). Es sabido que la mayoría de las normas básicas que forman parte de este conjunto, datan de los años sesenta y setenta del siglo pasado. En particular, las bien conocidas normas MV 103 –cálculo- y MV 104 –ejecución- se elaboraron en los años 1972 y 1966, respectivamente. El hecho de que hayan transcurrido más de treinta años desde su confección y que no se haya planteado, desde un punto de vista conceptual, una revisión y/o actualización de los contenidos justifica ya de por sí el desarrollo y confección de un nuevo marco reglamentario para el ámbito de las estructuras de acero.

Por otra parte, es importante destacar que la mayoría de los agentes implicados en el sector del acero estructural y de la construcción siempre han anhelado vivir una situación, desde el punto de vista normativo, similar a la existente en el sector del hormigón. Es en este contexto en el que surge una nueva iniciativa que tiene como objetivo final llegar a un documento normativo que alcance el rango de instrucción, que se denominará Instrucción EAE de Acero Estructural, y que aplicará tanto a edificación como al proyecto y construcción de obras públicas.

Partiendo del análisis de la realidad en la que, en la práctica general, el proyecto, ejecución y control de estructuras de acero, tanto en edificación como en obras públicas, se estaba desarrollando sobre reglamentaciones, normas y recomendaciones de diferente origen y alcance, y con diferentes objetivos, es inmediata la deducción de que nos encontrábamos en un contexto técnico y normativo que no era el más adecuado para un planteamiento moderno y actual del proyecto y ejecución de estructuras de acero, ni era acorde con las capacidades tecnológicas que actualmente cabe exigir al acero estructural. Ello, sumado a las nuevas tendencias en cuanto a normativa y a los trabajos efectuados en Europa, en el seno del programa Eurocódigo, propició la elaboración de un nuevo marco técnico, que justificaba la elaboración de documentos normativos relativos a los procedimientos y criterios para el proyecto, cálculo y mantenimiento de obras de construcción, en las que esté presente el acero estructural. La Comisión Permanente de Estructuras de Acero creyó entonces oportuno lanzar el proceso de realización de una nueva Instrucción Española para el Acero Estructural que pronto verá la luz.

La futura Instrucción EAE de Acero Estructural destaca por su carácter innovador, adecuando el marco normativo oficial y el contenido de la Instrucción a la situación actual del sector de la industria y la construcción en acero. Obviamente, en treinta años de potencial progreso del sector, han aparecido nuevos conceptos, nuevos planteamientos, que en la actualidad podrían ser considerados como estado del conocimiento ya consolidado y que, por tanto, deben y tienen cabida en esta nueva Instrucción.

La Instrucción EAE de Acero Estructural tiene una fuerte vocación europea, puesto que otro de los criterios básicos que la han inspirado son los trabajos realizados en el contexto europeo, con motivo del desarrollo del Programa Eurocódigo, y más concretamente del Eurocódigo 3 “Estructuras de Acero” y Eurocódigo 0 “Bases de proyecto”.

En conclusión, la nueva Instrucción EAE pretende ser un documento único, compacto e integrador en el sentido de que en él se están considerando aquellos aspectos más relevantes que pueden ser objeto de una instrucción y que están relacionados con el proyecto, la ejecución el control y el mantenimiento de las obras de construcción de acero. Quiere ser un documento útil de obligada referencia para todo aquél que tenga relación con la construcción de edificios y obras de ingeniería civil en acero estructural, a imagen y semejanza de lo que ocurre con la Instrucción EHE.

La futura Instrucción EAE recoge avances significativos, tanto desde un punto de vista conceptual como desde un punto de vista formal. Y ello es así tanto para aspectos relacionados con las bases de proyecto y el cálculo de las estructuras de acero como para aspectos relacionados con la ejecución, control y mantenimiento de las mismas. Los cambios sustanciales que presenta este documento con respecto al contenido de la EA-95 no deberían producir ninguna sensación de preocupación o desamparo desde el punto de vista normativo, sino todo lo contrario. Esta Instrucción permitirá, como ya se ha comentado anteriormente, adecuar el marco normativo de nuestro país a la realidad del sector del acero y superar ciertas limitaciones o desajustes existentes. Se está en condiciones, por lo tanto, de adoptar estos cambios, a partir de una transición natural desde la EA-95 a esta futura Instrucción EAE, obviamente no sin cierto esfuerzo por parte de todos los agentes implicados en el sector de la construcción en acero.

La incorporación de estos cambios al proyecto de nuestras estructuras de acero exige un importante esfuerzo y hace conveniente la elaboración de documentos técnicos que ayuden a comprender mejor, interpretar y aplicar las especificaciones contenidas en la futura Instrucción, así como a aclarar y completar algunos aspectos que no pueden ser tratados de una manera muy exhaustiva en un documento normativo.

Con el ánimo de facilitar la comprensión, interpretación y aplicación de las especificaciones incluidas en la futura Instrucción EAE de Acero Estructural nace la tesina que se presenta en este documento.

## OBJETIVOS Y PLAN DE TRABAJO

El objetivo de esta tesina es elaborar una monografía, a modo de guía, que analice la aplicación de la futura Instrucción EAE de Acero Estructural al proyecto de estructuras de edificación y de obra civil, mediante el desarrollo de ejemplos reales que permita al lector profundizar en los aspectos novedosos de la futura Instrucción y, por tanto, arrojar luz sobre la aplicación práctica de algunas especificaciones. Se incluyen, desde un punto de vista crítico, comentarios, dudas, reflexiones o diferencias de opinión que surgen en el desarrollo de estos ejemplos con el objetivo de facilitar la aplicación de las especificaciones contenidas en la futura Instrucción.

Esta monografía pretende ser una referencia que ayude a proyectar las estructuras de acero en la práctica profesional siguiendo los principios y reglas establecidos en la futura “Instrucción de Acero Estructural EAE”. Para ello, se pretende conjugar, tanto en el enunciado como en la resolución de los problemas, la simplicidad que requiere un planteamiento pedagógico para la familiarización con la nueva Instrucción EAE con el realismo que requiere un manual orientado a profesionales del proyecto y construcción de estructuras.

En la guía se tratan tres grandes bloques, que se corresponden con tres de los títulos de que consta la Instrucción, los cuales son susceptibles de ser analizados y estudiados mediante el desarrollo de ejercicios, problemas y casos prácticos de aplicación. A saber:

- Bases de proyecto.
- Análisis estructural.
- Comprobación de estados límite últimos.

En el primer bloque se abordan las disposiciones de proyecto de estructuras para que, con una seguridad aceptable, éstas sean capaces de soportar todas las acciones que las puedan solicitar durante la construcción y el período de vida útil previsto en el proyecto, mantener su funcionalidad y resistir la agresividad del ambiente.

En el segundo bloque se tratan aspectos relativos a la determinación del efecto de las acciones sobre la totalidad o parte de la estructura, con objeto de efectuar las comprobaciones posteriores frente a los estados límite últimos y de servicio. Dicho análisis se realiza, para las diferentes situaciones de proyecto mediante modelos estructurales adecuados que consideren la influencia de todas las variables que son relevantes. Dichos modelos considerarán los diferentes métodos de cálculo que pueden llevarse a cabo para la determinación de los esfuerzos, considerando, si es preciso, por una parte la no linealidad del material, y por otro, la no linealidad geométrica.

En el tercer y último bloque se abordan casos prácticos de comprobación de la estructura, o de parte de la misma, frente a los estados límite últimos:

- De equilibrio: debido a la pérdida del equilibrio de la estructura, o parte de la misma.
- De resistencia de la estructura o de las secciones: a causa del fallo por agotamiento de la resistencia de la estructura o de las secciones de los elementos estructurales que constituyen la misma.
- De inestabilidad o pandeo: producido por la pérdida de la estabilidad de la estructura o parte de ella.

## 2. BASES DE PROYECTO

### 2.1. INTRODUCCIÓN

En el proyecto de toda estructura, y en particular en las de acero, tienen que converger diferentes criterios de carácter resistente, funcional, estético,...dentro de un marco general económico y sostenible.

Muchos de estos criterios de proyecto resultan ser muy particulares, asociándose a cada obra y proyecto concretos; pero otros son susceptibles de adoptar formatos más o menos generales y ser reglamentados en la Instrucción EAE. En este capítulo se hará referencia a estos últimos criterios.

Es necesario e importante conocer los principios que están detrás de estos criterios, así como comprender el significado de los métodos utilizados para el dimensionamiento de una estructura. Para llegar a este objetivo, este capítulo se divide en los siguientes puntos, que forman dos de los tres capítulos en los que se divide el Título 1º, “Bases de Proyecto”, de la nueva Instrucción EAE:

- 2.2. **Principios generales y Método de los Estados Límite.** En él se plantean las bases de proyecto, atendiendo tanto a su funcionalidad como a su seguridad estructural.
- 2.3. **Acciones.** Se presentan las principales cargas y acciones a considerar en el proyecto de una estructura, así como las distintas combinaciones de acciones posibles para cada una de las situaciones de proyecto a estudiar.

### 2.2. PRINCIPIOS GENERALES Y MÉTODO DE LOS ESTADOS LÍMITE

Una estructura debe ser proyectada, construida y mantenida para que, con una seguridad aceptable, sea capaz de soportar todas las acciones que la puedan solicitar durante la construcción y el período de vida útil previsto en el proyecto, mantener su funcionalidad y resistir la agresividad del ambiente. Para conseguir esto es necesario definir las exigencias requeridas para las cuestiones siguientes:

- Vida útil de la obra: es decir, cuantos años tiene que estar en servicio una estructura.
- Clase de ejecución de cada uno de los elementos de la estructura.
- Seguridad estructural, asociada a una probabilidad de fallo de una estructura.

#### 2.2.1. Vida útil

Se entiende por vida útil de una estructura el período de tiempo, a partir de la finalización de su ejecución, durante el que debe mantener los requisitos de seguridad, funcionalidad y un aspecto estético aceptable.

La vida útil nominal depende del tipo de estructura y debe ser fijada por la Propiedad previamente al inicio del proyecto y en ningún caso su valor debe ser inferior a los valores indicados en la siguiente tabla.

Tabla 2.2.1 Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura

Tipo de estructura	Vida útil nominal
Estructuras de carácter temporal	Entre 3 y 10 años
Elementos estructurales reemplazables que no forman parte de la estructura principal (por ejemplo, barandillas, apoyos de tuberías)	Entre 10 y 25 años
Edificios (o instalaciones) agrícolas o industriales y obras marítimas	Entre 15 y 50 años
Edificios de viviendas u oficinas, puentes u obras de paso de longitud total inferior a 10 metros y estructuras de ingeniería civil (excepto obras marítimas) de repercusión económica baja o media	50 años
Edificios públicos, de salud y de educación	75 años
Edificios de carácter monumental o de importancia especial	100 años
Puentes de longitud total igual o superior a 10 metros y otras estructuras de ingeniería civil de repercusión económica alta	100 años

### 2.2.2. Clases de ejecución

Es necesario una clasificación y agrupación por clases de ejecución de todos los elementos de la estructura para garantizar el nivel de seguridad de proyecto de la estructura.

En la Instrucción se define la clase de ejecución de un elemento estructural a partir de los criterios de nivel de riesgo de una obra y de la categoría de las condiciones de ejecución y uso de acuerdo con la siguiente tabla:

Tabla 2.2.2 – Clases de ejecución

		Nivel de riesgo		
		CC3	CC2	CC1
Categoría de ejecución y uso	PS3	4	3	3
	PS2	3	2	2
	PS1	3	2	1

El nivel de riesgo de una obra se establece según las consecuencias que podría tener su fallo estructural durante su construcción o servicio. En la Instrucción EAE se definen tres niveles de riesgo:

- Nivel CC 3. Elementos cuyo fallo compromete la seguridad de personas, como es el caso de un edificio público, o puede generar grandes pérdidas económicas.
- Nivel CC 2. Elementos cuyo fallo compromete la seguridad de personas, pero no del público en general, o puede generar apreciables pérdidas económicas.
- Nivel CC 1. Elementos no incluidos en los niveles anteriores.

Las condiciones de ejecución y uso tratan de caracterizar los riesgos inherentes al tipo de construcción y al tipo de acciones que pueden incidir sobre la estructura.

La definición de la condición de ejecución y uso se puede establecer de acuerdo con los siguientes criterios:

- Categoría PS 3: Elementos en los que es necesario el cálculo a fatiga.
- Categoría PS 2: Elementos no incluidos en la categoría PS 3, pero en los que se da alguna de las siguientes circunstancias:
  - o Temperatura de servicio igual o inferior a  $-20^{\circ}\text{C}$ .
  - o Soldadura de elementos principales en obra.
  - o Elementos soldados con espesores superiores a 25mm de acero S355, o equivalentes en calidades inferiores a efectos de rotura frágil.
  - o Elementos elaborados con aceros de límite elástico  $420\text{N/mm}^2$  o superior.
  - o Elementos sometidos a tratamiento térmico durante su fabricación.
  - o Piezas de perfil tubular con recortes en boca de lobo.
  - o Carrileras y soportes de puentes grúas.
- Categoría PS 1: Elementos no incluidos en categorías anteriores.

### 2.2.3. Seguridad estructural

El cálculo de una estructura, a grandes rasgos, consiste en la obtención de los efectos (esfuerzos, flechas, tensiones, deformaciones, etc.) en la misma, derivados de las acciones actuantes sobre ella, y en la comprobación de que esos efectos  $S$  no son mayores, en cada caso, que las capacidades resistentes de la estructura  $R$ . El dimensionamiento de los diferentes elementos que componen la estructura debe hacerse de tal manera que se cumpla que  $S \leq R$  (en general, de una manera lo más estricta posible por motivos económicos).

Ahora bien, de forma implícita lo anterior supone que  $S$  y  $R$  son siempre perfectamente conocidos, teniendo un valor totalmente definido. Esto significa que, calculando con la condición  $S < R$ , es seguro que la estructura resistirá: no se corre ningún riesgo. En la práctica tal condición debe de establecerse para cada uno de los estados límite a comprobar.

Pero ya se ve que tal seguridad, aunque se cumpla en todos los casos la anterior condición, no es cierta. Siempre existirá una probabilidad de fallo de la estructura (que incluso puede llevar a su colapso, si afecta a un estado límite último decisivo) porque no podemos llegar a fijar nunca con exactitud ni  $S$  ni  $R$ .

Así, si se quiere una gran seguridad para la estructura (probabilidad de colapso casi nula), será a costa de un gran encarecimiento de la misma (dimensionado con valores de  $S$  y  $R$  muy desfavorables). En cambio, si lo que se quiere es una gran economía, uno no se puede arriesgar a que la estructura tenga poca seguridad (probabilidad de colapso no despreciable). Se tiene que adoptar, pues, una solución de compromiso, intermedia entre estas dos opciones extremas del problema.

### 2.2.3.1. Situaciones de riesgo

Las causas por las que no es posible tener nunca una completa seguridad en una estructura son:

- 1- Imposibilidad de conocer con exactitud las acciones sobre la estructura: en la realidad éstas son objeto de una distribución aleatoria. De las acciones actuantes en una estructura, unas son relativamente bien conocidas (peso propio, cargas permanentes) y otras, en cambio, son muy difíciles de evaluar como son las acciones variables.
- 2- Errores en las hipótesis de los modelos y los métodos de análisis estructural (que llevan a errores por el cálculo, pero que son de base o de planteamiento).
- 3- Errores de cálculo de tipo numérico.
- 4- Imposibilidad de conocer con exactitud la resistencia de la estructura, puesto que en la realidad también tiene una distribución aleatoria. Las propiedades de los materiales varían de un a otro elemento, o también de un punto a otro de un mismo elemento. Además, la composición química y las características mecánicas de un acero tienen una cierta dispersión. Además, las dimensiones reales de los elementos no se corresponden con las dimensiones teóricas porque existen unas tolerancias en el laminado. Finalmente, se tienen que considerar igualmente las imprecisiones inherentes de los procesos de fabricación y montaje.
- 5- Defectos de ejecución que:
  - a. Influyen en las resistencias de los materiales (soldaduras mal ejecutadas, agujeros no admisibles, etc.)
  - b. Influyen en la variación de las características geométricas o funcionales previstas para la estructura (colocación girada de los pilares, secciones menores o mayores de las bigas, etc.)

El planteamiento probabilista considera que la sollicitación (S) y la respuesta (R) tienen valores inciertos, incertidumbre que se supone conocida al tratarlos como variables aleatorias, asignándoles unas funciones de densidad o de probabilidad  $f_s(x)$  i  $f_R(x)$ .

Los coeficientes se definen de una forma objetiva: limitar la probabilidad de fallo  $P_f$ , esto es,  $P(S > R)$ , a un valor muy pequeño fijado de antemano.

Sobre la base del planteamiento probabilista, se parte de una hipótesis simplificadora: no considerar, en los cálculos estadísticos, más incertidumbres que las relativas a la aleatoriedad de las acciones o sollicitaciones (S) y las resistencias de los materiales o respuesta (R) que son variables aleatorias para las que hay que definir unos valores representativos (o de referencia), son los llamados valores característicos  $S_k$  y  $R_k$ , que se definen como los ligados a la probabilidad que haya valores superiores de sollicitaciones (S) o valores inferiores de respuesta (R) al 5% respectivamente.

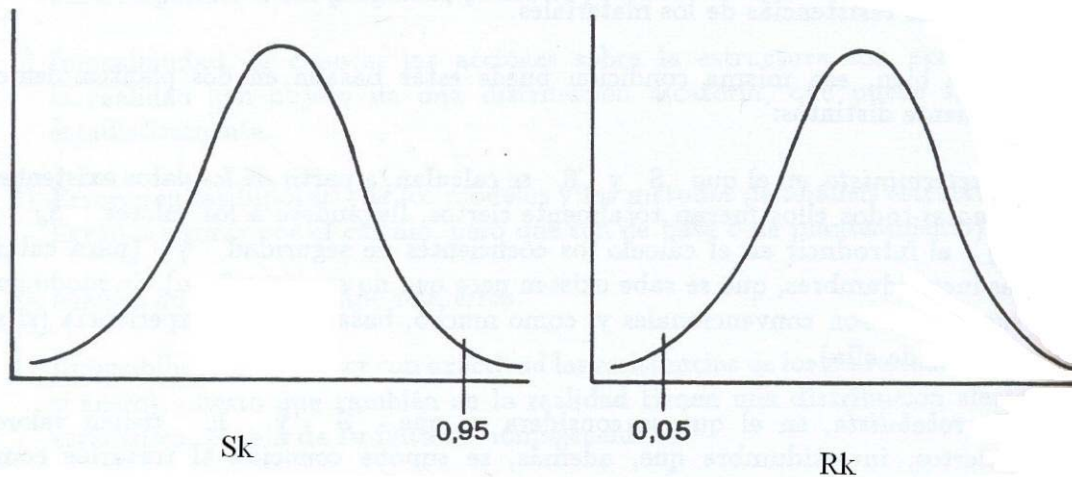


Figura 2.2.3.1.a Funciones de densidad o probabilidad de S y R

Además, cabe considerar que, cuando se proyecta, no se conoce nada con certeza: sólo se prevén cosas (las resistencias características de los materiales, la forma de ejecución, etc.) y, en función de tales previsiones y del tipo de obra, se adoptan ciertos coeficientes de seguridad ( $\gamma$ ).

Si suponemos las funciones  $f_s(x)$  y  $f_R(x)$  conocidas y las situamos en unas mismas ordenadas, tendremos la situación que se refleja en la Figura. 2.2.3.1.b

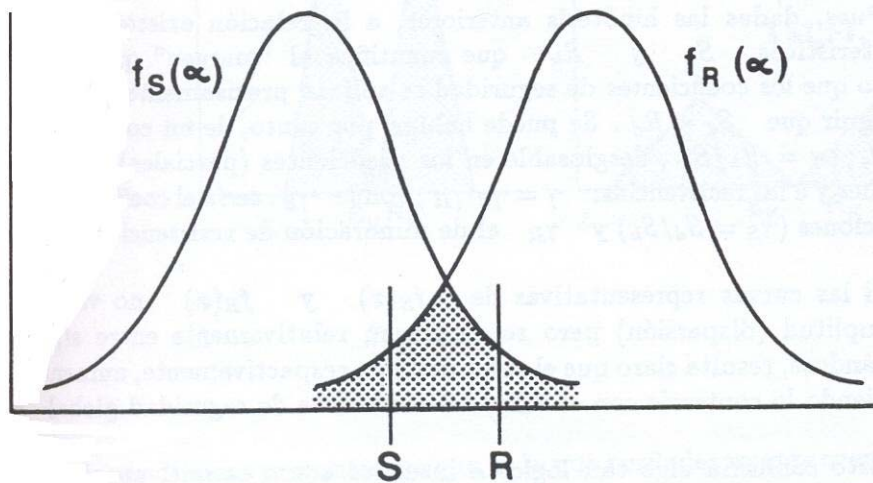


Figura 2.2.3.1.b Representación de la probabilidad de fallo

En tal situación es posible calcular la probabilidad de fallo  $P_f$  :

$$P_f = P(S > R) = \int_0^{\infty} f_s(x) \left( \int_0^x f_R(x) dx \right) \cdot dx$$



Esta integral varía cualitativamente en el mismo sentido que el área de la zona comprendida entre las zonas extremas de las curvas de  $f_s(x)$  y  $f_R(x)$  en torno a su punto de corte.

Según el método semiprobabilístico de la normativa, sólo se toman como variables aleatorias las acciones y las resistencias y, al mismo tiempo, el análisis estructural es lineal. Entonces la relación existente entre los valores característicos  $R_k$  y  $S_k$  representa el coeficiente de seguridad  $\gamma$  correspondiente a la probabilidad de fallo  $P_f$  existente. Los coeficientes de seguridad se aplican a  $R_k$  y  $S_k$  para conseguir que  $S_d \leq R_d$ . Por tanto, se puede hablar de un coeficiente de seguridad global  $\gamma = R_k / S_k$ , desglosable en los coeficientes parciales que se aplican a las acciones y a las resistencias:  $\gamma = \gamma_S \cdot \gamma_R$ , en donde  $\gamma_S$  sería el coeficiente de mayoración de acciones ( $\gamma_S = S_d / S_k$ ) y  $\gamma_R$  el de minoración de resistencias ( $\gamma_R = R_k / R_d$ ).

Si las curvas representativas de  $f_s(x)$  y  $f_R(x)$  no varían su forma ni su amplitud (dispersión) pero se desplazan relativamente entre sí, acercándose o separándose, el valor de  $P_f$  aumenta o disminuye, sucediendo lo contrario con el coeficiente de seguridad global  $\gamma$ . Esto quiere decir que a mayores coeficientes de seguridad la probabilidad de fallo disminuye y viceversa.

Si fijamos las curvas en los puntos que corresponden a los valores característicos  $R_k$  y  $S_k$  y, sin modificar su forma, variamos su dispersión (amplitud), resulta que la probabilidad de fallo  $P_f$  aumenta o disminuye en el mismo sentido que la dispersión, pero el coeficiente de seguridad global  $\gamma$  permanece constante.

Uniendo ambas propiedades, resulta claro que, para mantener una misma probabilidad  $P_f$ , si aumentan las dispersiones de las funciones  $f_s(x)$  y  $f_R(x)$  habrá que aumentar el coeficiente de seguridad global  $\gamma$  y viceversa.

### **2.2.3.2. Relación entre coeficientes de seguridad, estados límite, acciones y tipo de obra**

A continuación se detallan cómo varían los coeficientes de seguridad respecto a una serie de factores:

- Según el tipo de estado límite, último o de servicio, los daños en caso de fallo son muy diferentes y, por tanto, también lo es el valor de la probabilidad de fallo  $P_f$  admitida (del orden de  $10^{-4}$  a  $10^{-7}$  para los ELU ( $7,2 \cdot 10^{-5}$  para distribución normal) y de  $10^{-2}$  a  $10^{-4}$  para los ELS ( $6,7 \cdot 10^{-2}$  para distribución normal)), por lo que los coeficientes de seguridad son superiores para los estados límite últimos.
- Según el tipo de acción en virtud de sus dispersiones propias; así  $\gamma_S$  es menor para la acción tipo carga permanente que para la acción tipo carga variable.

- Según el tipo de obra, y los daños que se puedan producir en caso de fallo, sobre todo cuando suponga el colapso de la estructura. A igualdad de todo lo demás, es claro que a mayores daños  $P_f$  disminuye y, por tanto, los coeficientes de seguridad deben aumentar y viceversa.

### 2.2.3.3. Resumen a efectos prácticos. Instrucción EAE

- Se parte de los valores característicos de las acciones (cuantiles 0,95, si son desfavorables) y de las resistencia  $f_{yk}$  del acero (cuantiles 0,05).
- Se aplican los coeficientes de mayoración de acciones  $\gamma_f$  (que dependen de la temporalidad de éstas y del efecto favorable o desfavorable sobre el estado límite estudiado) y de minoración para el acero. Los coeficientes de seguridad que detalla la Instrucción EAE se presentan a continuación.

Tabla 2.2.3.3.a

Coeficientes parciales de seguridad para las acciones, aplicables para la evaluación de los estados límite últimos.

TIPO DE ACCIÓN	Situaciones persistentes o transitorias		Situaciones accidentales	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,50$	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,50$	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$
Accidental	-	-	$\gamma_A = 1,00$	$\gamma_A = 1,00$

Tabla 2.2.3.3.b

Coeficientes parciales de seguridad para las acciones, aplicables para la evaluación de los estados límite de servicio.

TIPO DE ACCIÓN	Situaciones persistentes o transitorias	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$

Tabla 2.2.3.3.c  
Coeficientes parciales de seguridad para la minoración de la resistencia característica  
del acero para estados límite último.

TIPO DE VERIFICACIÓN	FACTOR DE MINORACIÓN
Resistencia de las secciones	$\gamma_{M0} = 1,0$
Resistencia de elementos frente a la inestabilidad	Para edificios $\gamma_{M1} = 1,0$
	Para puentes $\gamma_{M1} = 1,1$
Resistencia a rotura de las secciones en tracción	$\gamma_{M2} = 1,25$

#### 2.2.4. Método de los estados límite

El proceso general del cálculo en la Instrucción EAE corresponde al llamado método de los estados límite. Los estados límite se define como aquellas situaciones para las que, de ser superadas, puede considerarse que la estructura no cumple alguna de las funciones (de seguridad, durabilidad, funcionalidad y/o estética) para las que ha sido proyectada.

Generalmente, los estados límite se clasifican en:

- Estados límite últimos, que corresponden a una puesta fuera de servicio de la estructura por colapso o rotura de la misma o parte de ella.
- Estados límite de servicio, relativos a una puesta fuera de utilización de la estructura por razones funcionales, de durabilidad o estéticas.

Debe comprobarse que una estructura no supere ninguno de los estados límite anteriormente definidos en cualquiera de las situaciones de proyecto siguientes:

- Situaciones persistentes, que corresponden a las condiciones de uso normal de la estructura.
- Situaciones transitorias, como son las que se producen durante la construcción o reparación de la estructura.
- Situaciones accidentales, que corresponden a condiciones excepcionales aplicables a la estructura.

El procedimiento de comprobación, para un cierto estado límite, consiste en deducir, por una parte, el efecto de las acciones aplicadas a la estructura o a parte de ella y, por otra, la respuesta de la estructura para la situación límite en estudio. El estado límite quedará garantizado si se verifica, con una fiabilidad aceptable, que la respuesta estructural (R) no es inferior al efecto de las acciones aplicadas (S).

#### **2.2.4.1. Estados límite últimos**

Como estados límite últimos deben considerarse los siguientes:

- De equilibrio: debido a la pérdida del equilibrio de una estructura o parte de ella, considerada como sólido rígido.
- De resistencia de la estructura o de las secciones: a causa del fallo por agotamiento de la resistencia de la estructura o de las secciones de los elementos estructurales que constituyen la misma.
- De inestabilidad o pandeo: producido por la pérdida de la estabilidad de la estructura o parte de ella.
- De resistencia de las uniones: a causa del fallo por agotamiento de las uniones.
- De fatiga: debido al fallo por deterioro bajo la actuación de cargas repetidas.

#### **2.2.4.2. Estados límite de servicio**

Los estados límite de servicio incluidos en esta Instrucción son:

- De deformaciones: producido por deformaciones que pueden afectar a las acciones aplicadas o a la apariencia o al uso de la estructura o causar daños en elementos no estructurales.
- De vibraciones: debido a vibraciones que pueden ser desagradables o causar inquietud a los usuarios, o provocar daños en la estructura o equipos.
- De deslizamiento de uniones con tornillos de alta resistencia pretensados: cuando existe deslizamiento entre los elementos unidos.
- De deformaciones transversales en paneles esbeltos: cuando las deformaciones transversales que se pueden producir en condiciones de servicio provocan una apariencia inaceptable de la obra, inquietud respecto a la seguridad de la misma, cambio brusco en la configuración de equilibrio y riesgo de fisuración por fatiga.
- De plastificaciones locales: cuando no se puede garantizar un comportamiento cuasi-lineal de la estructura frente a las cargas de servicio.

#### **2.2.4.3. Dimensionamiento y comprobación para los estados límite**

Al proyectar una estructura, se ha de dimensionar (es decir, definir tanto sus dimensiones concretas como, por extensión, los restantes parámetros o variables que la configuran) de forma que no se sobrepasen en ella los distintos estados límite, para las acciones que van a actuar sobre la misma.

Por otra parte, una vez definida la estructura pero antes de concluir su proyecto, hay que comprobar que en ella no se rebasan, para sus acciones, los estados límite. Si ello no sucede la estructura ha de ser redimensionada, total o parcialmente.

El proceso de comprobación a seguir, según la Instrucción EAE, es para cada estado límite el siguiente:

- Cálculo del efecto  $S_d$ , correspondiente al estado límite en estudio, producido por las acciones de la estructura, a partir de unos ciertos valores característicos de dichas acciones que se ponderan.
- Cálculo de la capacidad resistente de la estructura.  $R_d$ , ligada a dicho estado límite.
- Comprobación de que  $R_d \geq S_d$ .

Por otra parte, a estos efectos de comprobación hay que considerar una por una las distintas fases de la estructura, entendiendo por fase toda aquella situación estructuralmente distinta a otra (sea por cambio del esquema estructural, por modificación de las acciones, etc.).

La utilización de los citados valores de cálculo,  $S_d$  y  $R_d$ , son obtenidos a través de aplicar los coeficientes de mayoración y minoración de las acciones y las resistencias de los materiales a  $S_k$  y  $R_k$  respectivamente.

### **2.3. ACCIONES**

En este capítulo de la Instrucción EAE se incluye una clasificación de acciones por su naturaleza, su variación en el tiempo y por su variación en el espacio y una definición de los valores característicos, representativos y de cálculo de las acciones. También se presentan los principios generales del método de combinación de acciones para el estudio de los estados límite últimos y de servicio.

Se define acción a cualquier causa capaz de producir o modificar estados tensionales o deformacionales en una estructura.

El conocimiento de las acciones es básico ya que es el dato de partida para determinar los efectos (esfuerzos y deformaciones) que producen en una estructura, conocidas tanto las características geométricas de ésta, como las características de los materiales. Así pues, tomando las acciones como dato y utilizando cualquier nivel de análisis se obtienen las solicitaciones de cálculo  $S_d$  que se comparan, tal como se ha visto, con la respuesta de la estructura  $R_d$  siguiendo la filosofía de los estados límite.

Normalmente, en una estructura no se presenta una sola acción sino un conjunto de ellas con una frecuencia de actuación para cada una de ellas. Así puede que, para la obtención de las solicitaciones de cálculo más desfavorables en las distintas secciones de una estructura, sea necesario establecer distintas combinaciones de las acciones que puedan aparecer teniendo en cuenta las diferentes frecuencias de aparición de cada una de las acciones.

Dado el gran número de acciones que pueden presentarse en una estructura es necesario racionalizar la consideración de las mismas en el proyecto con objeto de disminuir la probabilidad de errores. Esta racionalización se plantea en la Instrucción EAE a través de una clasificación de las acciones que permita analizar las mismas ordenadamente.

### **2.3.1. Clasificación de acciones**

Las acciones se pueden clasificar atendiendo a diversos criterios que dan lugar a distintas clasificaciones.

#### **2.3.1.1. Clasificación de las acciones por su naturaleza**

Las acciones se pueden clasificar según su naturaleza en los siguientes grupos:

- Acciones directas: Son aquellas que se aplican directamente sobre la estructura. En este grupo se incluyen el peso propio de la estructura, las restantes cargas permanentes, las sobrecargas de uso, etc.
- Acciones indirectas. Son aquellas deformaciones o aceleraciones impuestas capaces de dar lugar a esfuerzos. En este grupo se incluyen los efectos debidos a la temperatura, asentos de la cimentación, desplazamientos impuestos, acciones sísmicas, etc.

#### **2.3.1.2. Clasificación de las acciones por su variación en el tiempo**

Las acciones se pueden clasificar por su variación en el tiempo en los siguientes grupos:

- Acciones permanentes (G). Son aquéllas que actúan en todo momento y son constantes en magnitud y posición. Dentro de este grupo se engloban el peso propio de la estructura, de solados y pavimentos, de accesorios e instalaciones fijas, etc.
- Acciones permanentes de valor no constante ( $G^*$ ). Son aquéllas que actúan en todo momento pero cuya magnitud no es constante y varía de forma monótona, como por ejemplo, movimientos diferidos de la cimentación.
- Acciones variables (Q). Son aquéllas cuyo valor varía frecuentemente a lo largo del tiempo, de forma no monótona. Dentro de este grupo se incluyen sobrecargas de uso, acciones climáticas, acciones debidas al proceso constructivo, etc.
- Acciones accidentales (A). Son aquellas cuya probabilidad de actuación a lo largo de la vida útil de la estructura es pequeña pero tienen una magnitud importante. En este grupo se incluyen las acciones debidas a impactos, explosiones, etc. Los efectos sísmicos pueden considerarse de este tipo.

#### **2.3.1.3. Clasificación de las acciones por su variación en el espacio**

Las acciones se pueden clasificar según su variación en el espacio en los siguientes grupos:

- Acciones fijas. Son aquéllas que se aplican siempre en la misma posición. Dentro de este grupo se incluyen básicamente las acciones debidas al peso propio de los elementos estructurales y funcionales.
- Acciones libres. Son aquéllas cuya posición puede ser variable en la estructura. Dentro de este grupo se incluyen, por ejemplo, las sobrecargas de uso.

### **2.3.2. Valor característico de las acciones**

Cualquier acción puede tomar, para una misma tipología estructural, infinidad de valores dentro de un intervalo. Ahora bien para el cálculo de la estructura se precisa tomar un único valor representativo de todos ellos que se llama valor característico.

La elección de este valor debe realizarse a partir de unos registros estadísticos correspondientes a los máximos periodos de retorno. A dichos registros se les asocia una ley de distribución para la interpretación de los datos estadísticos, normalmente, una distribución normal. Así, se define como valor característico de una acción, según sean sus efectos sobre la estructura, a:

- Aquel cuya probabilidad de ser sobrepasado es igual a 0,05 durante la vida de servicio prevista para la estructura, si la acción tiene efectos desfavorables en relación al estado límite que se estudie.
- Aquel cuya probabilidad de no ser alcanzado es igual a 0,05 durante la vida de servicio prevista para la estructura, si la acción tiene efectos favorables sobre el estado límite que se estudie.

#### **2.3.2.1. Valores característicos de las acciones permanentes**

Para las acciones permanentes en las cuales se prevean dispersiones importantes, o en aquéllas que puedan tener una cierta variación durante el período de servicio de la estructura, tales como balasto, pavimento, solados, se tomarán los valores característicos superior e inferior. En caso contrario es suficiente adoptar un único valor.

En general, para el peso propio de la estructura se adoptará como valor característico un único valor deducido de las dimensiones nominales y de los pesos específicos nominales. Para los productos de acero se tomará el siguiente valor del peso específico:  $78,5 \text{ kN/m}^3$

Los restantes valores característicos de las cargas permanentes se obtendrán en edificación de acuerdo con la norma NBE-AE-88, en puentes de carreteras según IAP 1998, en puentes de ferrocarril a partir de la futura IAPF. Y en cualquier caso siempre puede consultarse el Eurocódigo 1, referido a acciones actuantes sobre estructuras.

#### **2.3.2.2. Valores característicos de las acciones variables y accidentales**

Los valores característicos de las acciones variables y accidentales establecidos en las normativas citadas en el apartado anterior serán considerados, a falta de indicación precisa, como valores característicos de la correspondiente acción.

### **2.3.3. Valor representativo de una acción**

El valor representativo de una acción es su valor característico  $F_k$  afectado por un coeficiente  $\Psi_i$  de simultaneidad,  $\Psi_i F_k$ . Éste es utilizado para la comprobación de los estados límite y puede tener uno o varios valores representativos, según sea su tipo.

Este concepto permite tener en cuenta, para cada combinación de acciones, que la probabilidad de que las sobrecargas actúen todas con su valor característico es muy

pequeña. En un edificio, por ejemplo, la probabilidad de que la sobrecarga de uso actúe con su valor característico conjuntamente con el viento, también con su valor característico, es muy pequeña. El valor representativo de una acción, que es menor o igual que el valor característico, es la forma de considerar esta circunstancia en el proyecto.

Cabe tener en cuenta que, en general, para las acciones permanentes y accidentales, el valor representativo es el valor característico.

Para las acciones variables, dependiendo del tipo de estructura y de las cargas consideradas, pueden existir los siguientes valores representativos:

- a) Valor de combinación  $\Psi_0 Q_k$ . Es el valor de la acción cuando actúa aisladamente o con alguna otra acción variable.
- b) Valor frecuente  $\Psi_1 Q_k$ . Es el valor de la acción que es sobrepasado en sólo períodos de corta duración respecto de la vida útil de la estructura.
- c) Valor cuasipermanente  $\Psi_2 Q_k$ . Es el valor de la acción que es sobrepasado durante una gran parte de la vida útil de la estructura.

Para la comprobación frente a ciertos estados límite, como por ejemplo fatiga y vibraciones, puede ser necesario el empleo de otros valores representativos. Salvo que las Instrucciones o Normas de acciones vigentes indiquen lo contrario se adoptarán para los coeficientes  $\Psi_i$  de simultaneidad los valores recogidos en las tablas siguientes:

Tabla 2.3.3.a  
Coeficientes de simultaneidad para las sobrecargas de uso en edificios

USO DEL ELEMENTO	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
Zonas residenciales y domésticas	0,7	0,5	0,3
Zonas de oficinas	0,7	0,5	0,3
Zonas de reunión	0,7	0,7	0,6
Zonas comerciales	0,7	0,7	0,6
Zonas de almacenamiento	1,0	0,9	0,8
Zonas de tráfico, peso del vehículo $\leq 30$ kN	0,7	0,7	0,6
Zonas de tráfico, $30$ kN $<$ peso del vehículo $\leq 160$ kN	0,7	0,5	0,3
Cubiertas no accesibles	0,0	0,0	0,0



Tabla 2.3.3.b  
Coeficientes de simultaneidad para la acción de la nieve

	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
Edificios emplazados a una altitud $H > 1000$ metros sobre el nivel del mar	0,7	0,5	0,2
Edificios emplazados a una altitud $H \leq 1000$ metros sobre el nivel del mar	0,5	0,2	0,0

Tabla 2.3.3.c  
Coeficientes de simultaneidad para la acción del viento

$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
0,6	0,2	0,0

Tabla 2.3.3.d  
Coeficientes de simultaneidad para la acción térmica

$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
0,6	0,5	0,0

#### 2.3.4. Valor de cálculo de una acción

El valor de cálculo de una acción es el valor representativo multiplicado por el coeficiente de mayoración de acciones correspondiente  $F_d = \gamma_d \psi_i F_k$  donde:

- $F_d$  Valor de cálculo de la acción F.
- $\gamma_d$  Coeficiente parcial de seguridad de la acción considerada.

##### 2.3.4.1. Coeficientes parciales de seguridad ante estados límite últimos.

Como coeficientes parciales de seguridad de las acciones para las comprobaciones de los estados límite últimos se adoptan los valores de la tabla 2.3.4.1, siempre que las Instrucciones correspondientes de acciones no establezcan otros criterios.

Tabla 2.3.4.1  
Coeficientes parciales de seguridad para las acciones, aplicables para la evaluación de los estados límite últimos.

TIPO DE ACCIÓN	Situaciones persistentes o transitorias		Situaciones accidentales	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,50$	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,50$	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$
Accidental	-	-	$\gamma_A = 1,00$	$\gamma_A = 1,00$

En general, para las acciones permanentes, la obtención de su efecto favorable o desfavorable se determina ponderando todas las acciones del mismo origen con el mismo coeficiente. Es decir, se aplicará el mismo coeficiente parcial de seguridad a todas las acciones permanentes de igual origen, en cada hipótesis de carga, según se considere que su acción es favorable o desfavorable ante el estado límite último estudiado.

Cuando los resultados de una comprobación sean muy sensibles a las variaciones de la magnitud de la acción permanente, de una parte a otra de la estructura, las partes favorable y desfavorable de dicha acción se considerarán como acciones individuales. Es decir, se aplicarán coeficientes parciales de seguridad distintos a una acción de igual origen según si actúa sobre una parte de la estructura que hace que su efecto sobre el estado límite último estudiado sea favorable o desfavorable. En particular, esto se aplica en la comprobación del estado límite de equilibrio en el que para la parte favorable se adoptará un coeficiente  $\gamma_G = 0,9$  y para la parte desfavorable se adoptará un coeficiente  $\gamma_G = 1,1$ , para situaciones de servicio, ó  $\gamma_G = 0,95$  para la parte favorable y  $\gamma_G = 1,05$  para la parte desfavorable, para situaciones de construcción.

#### 2.3.4.2. Coeficientes parciales de seguridad ante estados límite de servicio.

Como coeficientes parciales de seguridad de las acciones para las comprobaciones de los estados límite de servicio se adoptan los valores de la tabla 2.3.4.2, siempre que las Instrucciones correspondientes de acciones no establezcan otros criterios.

Tabla 2.3.4.2.

Coefficientes parciales de seguridad para las acciones, aplicables para la evaluación de los estados límite de servicio.

TIPO DE ACCIÓN	Situaciones persistentes o transitorias	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$

### 2.3.5. Combinación de acciones

Una combinación de acciones consiste en un conjunto de acciones compatibles que se considerarán actuando simultáneamente para una comprobación determinada.

Cada combinación, en general, estará formada por las acciones permanentes, una acción variable determinante y una o varias acciones variables concomitantes. Cabe considerar que cualquiera de las acciones variables puede ser determinante.

En este capítulo se definen las combinaciones necesarias tanto para estados límite últimos como en servicio.

#### 2.3.5.1. Combinación de acciones en estados límite últimos

Para las distintas situaciones de proyecto, las combinaciones de acciones se definirán de acuerdo con los siguientes criterios:

- Situaciones permanentes o transitorias:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

- Situaciones accidentales:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_A A_k + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

- Situaciones sísmicas:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_A A_{E,k} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Donde:

- $G_{k,j}$  Valor característico de las acciones permanentes.
- $G_{k,j}^*$  Valor característico de las acciones permanentes de valor no constante.
- $Q_{k,1}$  Valor característico de la acción variable determinante.
- $\psi_{0,i}Q_{k,i}$  Valor representativo de combinación de las acciones variables concomitantes.
- $\psi_{1,i}Q_{k,i}$  Valor representativo frecuente de la acción variable determinante.
- $\psi_{2,i}Q_{k,i}$  Valores representativos cuasipermanentes de las acciones variables con la acción determinante o con la acción accidental.
- $A_k$  Valor característico de la acción accidental.
- $A_{E,k}$  Valor característico de la acción sísmica.

En las situaciones permanentes o transitorias, cuando la acción determinante  $Q_{k,1}$  no sea obvia, se valorarán distintas posibilidades considerando diferentes acciones variables como determinantes.

### 2.3.5.2. Combinación de acciones en estados límite de servicio.

Para estos estados límite se consideran sólo las situaciones de proyecto persistentes y transitorias. En estos casos, las combinaciones de acciones se definirán de acuerdo con los siguientes criterios.

- Combinación poco probable:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

- Combinación frecuente:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

- Combinación cuasipermanente:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

### **3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL**

#### **3.1. INTRODUCCIÓN**

El análisis estructural consiste en la determinación del efecto de las acciones sobre la totalidad o parte de la estructura, con el objeto de efectuar las comprobaciones de los estados límite últimos y de servicio. A partir de un formato de seguridad determinado y de unos requisitos de durabilidad, el análisis estructural se nutre de una serie de datos sobre acciones e hipótesis de combinación, coeficientes de seguridad, geometría, materiales, vinculaciones y fases constructivas, para obtener, por una parte, la sollicitación y, por otra, la respuesta.

La obtención de la sollicitación es lo comúnmente conocido como cálculo de la estructura (obtención de esfuerzos, reacciones, desplazamientos, tensiones, deformaciones), mientras que la determinación de la respuesta suele realizarse a nivel seccional o local (determinación de los esfuerzos que una sección o zona puede resistir, como momento flector último, etc.). La sollicitación y la respuesta se comparan a través de la inecuación  $S_d \leq R_d$ , la cual se utiliza para comprobación o para dimensionamiento de determinadas variables dejadas como incógnitas.

En este capítulo se incluye los métodos establecidos en la Instrucción EAE para caracterizar las secciones transversales y considerar los efectos de arrastre por cortante. A continuación se desarrollan los artículos de análisis propiamente dichos considerados por la Instrucción EAE.

#### **3.2. CARACTERÍSTICAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES**

##### **3.2.1. Clasificación de las secciones transversales**

Las secciones transversales se clasifican en cuatro Clases según su respuesta resistente a los fenómenos de inestabilidad local (abolladura) en sus zonas de chapa comprimidas. La abolladura de chapas puede afectar a:

- Su resistencia, identificando la capacidad de las mismas para alcanzar o no sus momentos resistentes elásticos o plásticos.
- Su capacidad de rotación, identificando la aptitud de las mismas para desarrollar o no las curvaturas últimas exigibles para un análisis global de esfuerzos de la estructura por métodos elásticos o plásticos.

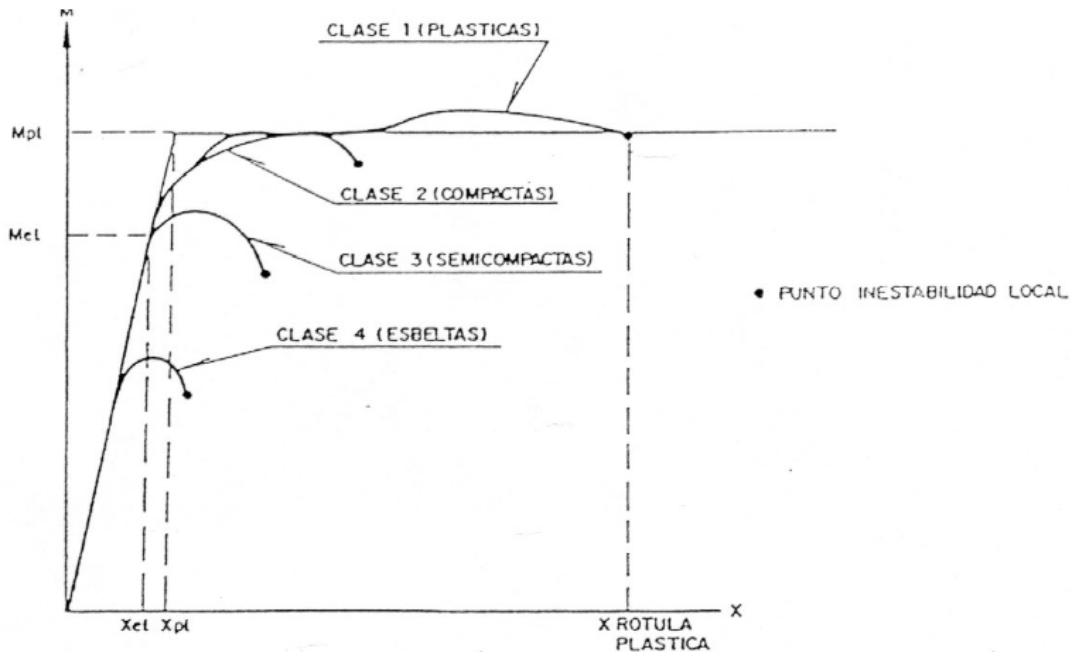


Figura 3.2.1 Leyes  $M - \chi$  de secciones metálicas de Clases 1 a 4

La asignación de Clase a una sección transversal metálica se aplica únicamente en relación con su respuesta frente a fenómenos de inestabilidad de chapas bajo la acción de tensiones normales. La asignación de Clase a las secciones transversales metálicas estructura los diferentes tipos de análisis y controles resistentes a realizar, ya que permite:

- Fijar el tipo de control, en estados límite últimos, para verificar la resistencia de secciones y elementos.
- Orientar la selección del tipo de análisis global de esfuerzos aplicable a la estructura.

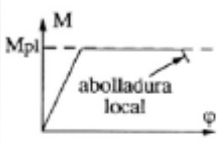
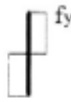
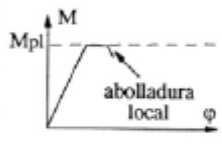
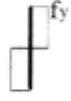
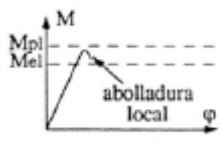
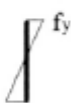
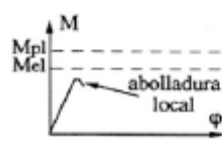
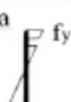
En función de la sensibilidad de su respuesta resistente a los fenómenos de inestabilidad de chapas se definen cuatro Clases de secciones transversales metálicas

- Secciones de Clase 1 (plásticas) son aquéllas que alcanzan, sin verse afectadas por fenómenos de abolladura en sus zonas comprimidas, su capacidad resistente plástica, y permiten desarrollar, sin reducción de la misma, la capacidad de rotación exigible a una rótula en un análisis global plástico.

- Secciones de Clase 2 (compactas) son aquéllas que pueden alcanzar su momento resistente plástico, pero en las que los fenómenos de abolladura limitan su capacidad de rotación por debajo de las exigencias de aplicabilidad del análisis global plástico.

- Secciones de Clase 3 (semicompactas) son aquéllas en las que la tensión en la fibra metálica más comprimida, estimada a partir de una distribución elástica de tensiones, puede alcanzar el límite elástico del acero, pero en las que los fenómenos de abolladura impiden garantizar el desarrollo de la deformación necesaria para alcanzar el momento resistente plástico de la sección.

- Secciones de Clase 4 (esbeltas) son aquéllas en las que los fenómenos de inestabilidad de chapas comprimidas limitan incluso el desarrollo de su capacidad resistente elástica, no llegando a alcanzarse el límite elástico del acero en la fibra metálica más comprimida.

Clase	Modelo de comportamiento	Resistencia de cálculo	Capacidad de rotación de la rótula plástica	Análisis global de la estructura
1		PLÁSTICA sobre toda la sección 	importante	elástico o plástico
2		PLÁSTICA sobre toda la sección 	limitada	elástico
3		ELÁSTICA sobre toda la sección 	ninguna	elástico
4		ELÁSTICA sobre la sección reducida 	ninguna	elástico

La asignación de Clase de una sección transversal metálica depende de:

- El límite elástico del acero de la sección.
- La geometría de la sección y, en particular, la esbeltez (relación dimensión / espesor) de sus chapas parcial o totalmente comprimidas.
- Las posibles vinculaciones laterales de las zonas comprimidas.
- El signo de la flexión, en el caso de secciones no simétricas respecto de su fibra neutra.
- La relación flector/axil en secciones sometidas a flexión compuesta, lo que determina la posición de la fibra neutra y, por tanto, la geometría y extensión de las zonas de chapa comprimidas.
- La relación entre los momentos flectores de ejes perpendiculares en secciones solicitadas a flexión esviada, lo que determina la orientación de la fibra neutra y, por tanto, la geometría y extensión de las zonas de chapa comprimidas.

Cabe recordar que las diferentes chapas comprimidas de una sección metálica, como por ejemplo las alas o las almas, pueden, en función de la esbeltez y extensión de sus zonas comprimidas, tener asignadas Clases diferentes.

En general, la Clase de una sección transversal se asigna como la Clase más elevada, es decir la menos favorable, de las relativas a cada uno de sus eventuales elementos metálicos comprimidos.

En las secciones esbeltas de Clase 4, la reducción de su capacidad resistente en Estados Límites Últimos, a consecuencia de los fenómenos de abolladura, puede estimarse mediante el recurso a secciones ideales reducidas.



### 3.2.2. Criterios de asignación de Clase en secciones metálicas no rigidizadas

En secciones metálicas sin rigidizadores longitudinales, la clasificación de los diferentes paneles de chapa, parcial o totalmente comprimidos, puede realizarse a partir de las relaciones límites de esbeltez incluidas en las tablas 3.2.2.a a 3.2.2.c.

		Eje de flexión				
		Eje de flexión		Eje de flexión		
Clase	Panel flectado	Panel comprimido	Panel flexocomprimido			
Ley de tensiones en los paneles (compresión +)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	cuando $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ cuando $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	cuando $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ cuando $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Ley de tensiones en los paneles (compresión +)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	cuando $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ cuando $\psi \leq -1$ : $c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Tabla 3.2.2.a. Esbelteces máximas para paneles comprimidos interiores (alas y almas)

\*)  $\Psi \leq -1$  se aplica cuando la deformación en la fibra comprimida es menor que la deformación en la fibra traccionada, tanto si la tensión de compresión es menor que  $f_y$  como si la zona traccionada está plastificada. En este caso,  $\Psi$  es la relación algebraica entre la deformación plástica en la fibra traccionada ( $> f_y / E$ ) y la deformación elástica en la fibra comprimida ( $< f_y / E$ ).

		Perfiles laminados		Perfiles soldados		
Clase	Panel comprimido	Panel flexocomprimido				
		Extremo comprimido		Extremo traccionado		
Ley de tensiones en los paneles (compresión +)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	
Ley de tensiones en los paneles (compresión +)						
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$				
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Tabla 3.2.2.b. Esbelteces máximas para paneles comprimidos en alas voladas

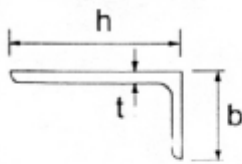
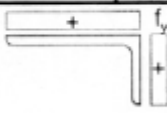
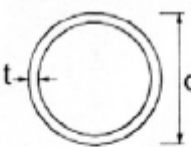
<p>Ver también "alas voladas" (tabla 20.3.b)</p> <p style="text-align: center;"><b>Angulares</b></p>  <p style="text-align: right;">No se aplica a angulares en contacto continuo con otros elementos</p>						
Clase	Sección comprimida					
Ley de tensiones en los paneles (compresión +)						
3	$h/t \leq 15\epsilon : \frac{b+h}{2t} \leq 11,5\epsilon$					
<p style="text-align: center;"><b>Secciones tubulares</b></p> 						
Sección flectada y/o comprimida						
1	$d/t \leq 50\epsilon^2$					
2	$d/t \leq 70\epsilon^2$					
3	$d/t \leq 90\epsilon^2$					
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71
	$\epsilon^2$	1,00	0,85	0,66	0,56	0,51

Tabla 3.2.2.c. Esbelteces máximas para paneles comprimidos especiales

En general, se puede considerar que todo panel de chapa comprimido que no satisfaga los límites establecidos en dichas tablas para la Clase 3, debe asignarse a la Clase 4.

Adicionalmente, la Instrucción considera las siguientes situaciones:

- a) Los paneles comprimidos de secciones metálicas cuya abolladura puede considerarse eficazmente coaccionada mediante conectadores, u otros elementos de fijación, a una losa de hormigón, u otro sistema rígido, se asignarán a la Clase 1.

En estos casos, la separación máxima entre ejes de conectadores en la dirección de la compresión no superará:

-  $22 \cdot t_f \cdot \sqrt{235/f_y}$ , si la losa está en contacto continuo con el panel.

-  $15 \cdot t_f \cdot \sqrt{235/f_y}$ , si no lo está.

Además, la distancia máxima del borde del panel a la línea de conectadores más próxima será menor de:

-  $9 \cdot t_f \cdot \sqrt{235/f_y}$ , siendo  $t_f$  el espesor del panel de chapa comprimida.

- b) Salvo en el caso de puentes o elementos de especial relevancia, las secciones transversales cuyas alas sean de Clase 1 ó 2 y las almas de Clase 3 pueden, aproximadamente, considerarse como de Clase 2 reemplazando la zona comprimida de alma por dos subpaneles de dimensión:

$$- 20 \cdot \varepsilon \cdot t_w = 20 \cdot t_w \sqrt{23 / f_y}, \text{ siendo } t_w \text{ el espesor del alma.}$$

Ambos paneles se disponen adyacentes al ala comprimida y al eje centro plástico de la nueva sección eficaz (ver figura 3.3.2.a)

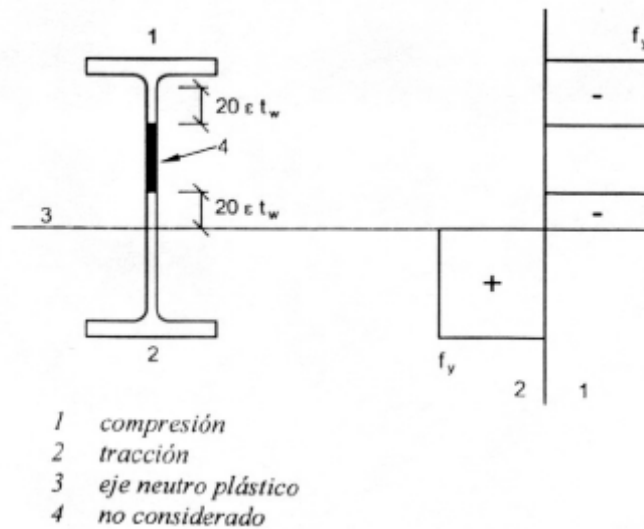


Figura. 3.2.2.a. Alma de Clase 2 equivalente a alma de Clase 3, cuando las alas son de Clase 1 ó 2.

- c) En secciones transversales metálicas de Clase 3 ó 4 no simétricas respecto del eje neutro de flexión, en las que la plastificación se produce primero en la zona traccionada de la sección, puede permitirse, tanto a efectos de la asignación de Clase del alma (ver tabla 3.2.2) como del momento resistente último de la sección, la entrada en zona plástica de las fibras traccionadas de la sección (ver figura 3.2.2.b).

La deformación máxima de tracción se limitará a  $4 \cdot \varepsilon_y$ , siendo  $\varepsilon_y$  el límite elástico del acero.

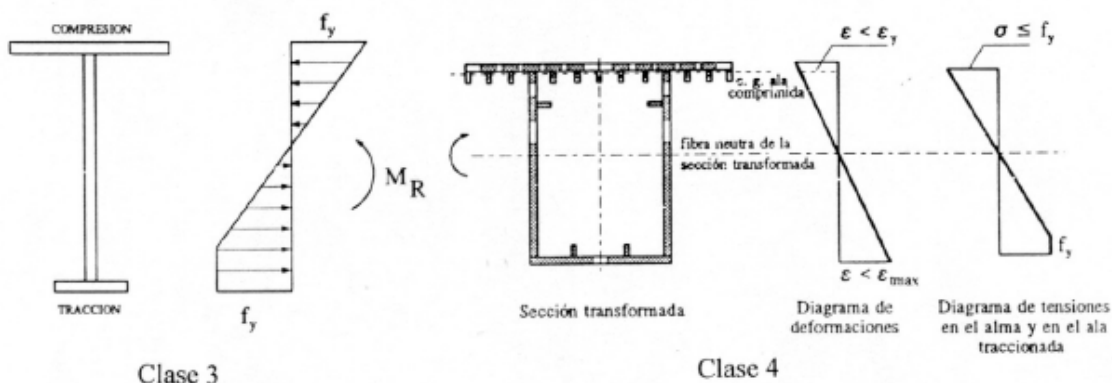


Fig.3.2.2.b. Respuesta elastoplástica a tracción en almas de Clase 3 ó 4.

### 3.2.3. Criterios de asignación de Clase en secciones metálicas con rigidizadores longitudinales

Los paneles de chapa comprimidos en los que se dispongan rigidizadores longitudinales serán considerados como de Clase 4.

Alternativamente, la sección podrá clasificarse de acuerdo con los criterios de asignación de Clase en secciones metálicas no rigidizadas sin considerar la presencia de dichos rigidizadores longitudinales.

### 3.2.4. Clasificación de la sección bajo efectos combinados de flexión y axil

Cuando la sección transversal se ve sometida al efecto combinado de flexión y axil a compresión, la sección se debería de clasificar atendiendo a la distribución real de tensiones debidas a la flexocompresión. Por simplicidad, se puede realizar una comprobación inicial bajo la sollicitación más desfavorable ante abolladura que pueda experimentar una chapa, que es cuando ésta está sometida a compresión pura. Si el resultado de la clasificación de la sección ante compresión pura es que la sección es Clase 1 o Clase 2, no se gana nada calculando la sección ante el estado real de tensiones (seguro que la sección es Clase 1 o 2 a flexocompresión). En cambio, si la sección se clasifica en Clase 3 o Clase 4, es preciso realizar una clasificación más precisa de la sección bajo los esfuerzos reales de flexocompresión.

Para comprobar si la sección es Clase 1 o Clase 2, se debe asumir una distribución plástica de tensiones, mientras que para comprobar si es Clase 3 se debe asumir una distribución elástica. Para poder aplicar los límites de clasificación de la sección para una sección sometida a flexocompresión se requiere el cálculo de  $\alpha$  (para los límites de la sección en Clase 1 o Clase 2) y  $\psi$  (para los límites de la sección en Clase 3), dónde  $\alpha$  es la relación entre el ancho comprimido respecto el ancho total de la chapa estudiada y  $\psi$  es la relación entre deformaciones existentes en los extremos de la chapa.

Para la obtención de la profundidad de chapa comprimida ( $\alpha \cdot c$ ) dada una sollicitación ( $N_{Ed}, M_{Ed}$ ) se fija el esfuerzo axil  $N_{Ed}$  y se supone una distribución plástica de tensiones, ya que se supone que, además la sección está sollicitada por un flector  $M_{N,Rd}$  (momento plástico resistente reducido por la actuación del axil  $N_{Ed}$  concomitantemente), que debe de ser mayor a  $M_{Ed}$ , porque sino la sección no resiste seccionalmente. Aplicando el equilibrio seccional de tensiones longitudinales se obtiene la profundidad de chapa comprimida ( $\alpha \cdot c$ ). Y con el valor de  $\alpha$  se clasifica la sección según los límites de la sección en Clase 1 o Clase 2.

Para el caso común de perfiles en I o en H sometidos a compresión y a flexión según el eje fuerte, donde la fibra neutra esté dentro del alma,  $\alpha$  puede ser calculado usando la ecuación:

$$\alpha = \frac{1}{c} \left( \frac{h}{2} + \frac{1}{2} \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) \leq 1$$

donde c es el ancho de la chapa.

Para la obtención de la relación  $\psi$  entre deformaciones existentes en los extremos de la chapa se superpone la distribución de deformaciones debidas al momento flector  $M_{Ed}$  y la distribución de deformaciones uniformes debidas al esfuerzo axial de compresión  $N_{Ed}$ .

### 3.2.5. Características de la sección reducida en secciones de Clase 4

#### 3.2.5.1. Introducción

La abolladura es el fenómeno de inestabilidad de chapas delgadas solicitadas en su plano. Sea, la chapa rectangular de la figura 3.2.5.1(a), perfectamente plana, articulada en sus cuatro bordes y comprimida en la dirección del eje x. Si, para una tensión  $\sigma_x$  pequeña, se impone a la chapa una deformación  $w$  fuera del plano, ésta va a volver de nuevo a su posición inicial después de la supresión de la causa que genera la deformación. Para una cierta tensión  $\sigma_x = \sigma_{cr}$  más elevada, la chapa va a permanecer en su posición deformada y se abolla (figura 3.2.5.1 (b)); está pues en equilibrio metaestable y se dice que la chapa abolla. La tensión  $\sigma_{cr}$  para la cual la abolladura se produce se llama tensión crítica de abolladura elástica.

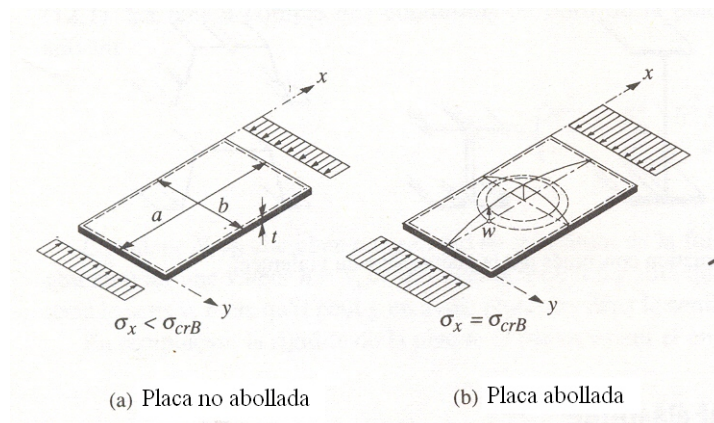


Figura 3.2.5.1 Abolladura de una chapa

Sin embargo, contrariamente al pandeo y al pandeo lateral de una barra, la abolladura elástica no produce la ruina de la chapa. En efecto, si se sigue cargando la chapa ya abollada, va a poder resistir aún más, al contrario de una barra aislada, para la cual el pandeo significa la ruina. Esta diferencia de comportamiento se explica por el hecho que se produce un efecto de membrana en la chapa.

En el ejemplo de la figura 3.2.5.1 (b), solamente la parte central de la chapa, dispuesta en la dirección de la tensión, se abolla cuando se alcanza la tensión crítica. A continuación, si se supera esta tensión, la deformación de las fibras comprimidas es dificultada por las fibras perpendiculares, las cuales están traccionadas. En un modelo plano, pasa como si estas fibras impidieran que las fibras comprimidas se deformasen libremente. Está claro que el efecto de membrana solo puede desarrollarse si las fibras traccionadas tienen la posibilidad de “anclarse” en sus extremos. Ello implica que la chapa debe apoyarse en al menos un borde paralelo a las tensiones.

El objetivo de este capítulo es examinar el fenómeno de inestabilidad de abolladura de chapas comprimidas, poniendo de relieve los principales parámetros que regulan este fenómeno. Para alcanzar este objetivo, el apartado se estructura de la siguiente forma:

- Presentación de la teoría lineal elástica de abolladura (inestabilidad por bifurcación).
- Estudio de la resistencia última de abolladura de una chapa real.

### 3.2.5.2. Teoría lineal elástica de abolladura

#### 3.2.5.2.1. Tensión crítica de abolladura elástica

Sea la chapa rectangular, apoyada sobre sus cuatro bordes, de la figura 3.2.5.1. Se considera la abolladura como un fenómeno de inestabilidad por bifurcación del equilibrio, por lo que se puede calcular el valor de la tensión crítica de abolladura elástica  $\sigma_{cr}$  basándose en las siguientes hipótesis:

- La chapa es inicialmente perfectamente plana
- Las deformaciones fuera del plano en la abolladura son pequeñas
- La chapa es solicitada por cargas que actúan en su plan medio
- El material es infinitamente elástico lineal

Al considerar el estado de equilibrio de la chapa deformada, se puede escribir la ecuación diferencial siguiente, según:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 2 \cdot \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{N_x}{D} \frac{d^2 w}{dx^2}$$

w: Deformación de la chapa, perpendicular a su plano

$N_x$ : Esfuerzo normal por unidad de longitud ( $N_x = \sigma_x \cdot t$ )

D: Rigidez de la chapa para una anchura b unitaria ( $D = \frac{t^3 E}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$ )

t: Espesor de la chapa

$\nu$ : coeficiente de Poisson

Suponiendo que la chapa se deforma según una superficie de forma sinusoidal representada por la ecuación

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

m: numero de semiondas (“coqueras”) en el eje x

n: numero de semiondas (“coqueras”) en el eje y

entonces para calcular la carga crítica de abolladura elástica  $N_{cr}$  se sustituye el valor de w en la ecuación diferencial anterior. Y teniendo en cuenta las condiciones de contorno de la chapa, se obtiene por integración el resultado siguiente:

$$N_x = \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \frac{\pi^2 a^2 D}{m^2}$$

El valor de  $N_{cr}$  buscado corresponde al mínimo valor de la función  $N_x$ . Éste se obtiene para un valor  $n=1$ , lo que quiere decir que no habrá más que una única semi-onda en la dirección transversal (según el eje  $y$ ), mientras que puede tener varias en la dirección longitudinal de aplicación de la carga (según el eje  $x$ ).

Si se sustituye la rigidez de la chapa  $D$  por su valor y poniendo  $\alpha = a/b$ , se obtiene que

$$N_{cr} = \left( \frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E \cdot t}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

de donde se obtiene la tensión crítica elástica de abolladura:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{t} = \left( \frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

Definiendo el coeficiente de abolladura  $k$  como:

$$k = \left( \frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2$$

y la tensión crítica de Euler  $\sigma_E$ , que sólo depende de la geometría (relación  $t/b$ ) de la chapa, como:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

se obtiene entonces que la tensión crítica elástica de abolladura se puede escribir como:

$$\sigma_{cr} = k \cdot \sigma_E$$

### 3.2.5.2.2. Coeficiente de abolladura

Como se ve de la relación anterior, la tensión crítica elástica de abolladura  $\sigma_{cr}$  es directamente proporcional al coeficiente de abolladura  $k$ .

#### Influencia del número de ondas de abolladura

Para el ejemplo de la figura 3.2.5.1, se produce abolladura en una única semi-onda (una onda,  $m=1$ ). Entonces, el coeficiente de abolladura se puede expresar cómo:

$$k = \left( \frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{1} \right)^2$$



La figura 3.2.5.2.2.a (a) muestra que esta expresión representa una curva que tiene un valor mínimo  $k_{\min} = 4$  para  $\alpha = 1$ , obtenido de imponer que  $dk/d\alpha = 0$ . Si la abolladura se produce con dos semi-ondas ( $m=2$ ), se tiene que:

$$k = \left( \frac{2}{\alpha} + \frac{\alpha}{2} \right)^2$$

Y se obtiene la curva de la figura 3.2.5.2.2.a (b) que da, imponiendo que  $dk/d\alpha = 0$ ,  $k_{\min} = 4$  para  $\alpha = 2$ . La curva que corresponde a la abolladura en  $m$  semiondas se deduce de la curva fundamental ( $m=1$ ), multiplicando todas las abscisas  $\alpha$  por  $m$ , sin cambiar las ordenadas. El conjunto de estas curvas está representado en la figura 3.2.5.2.2.a (c).

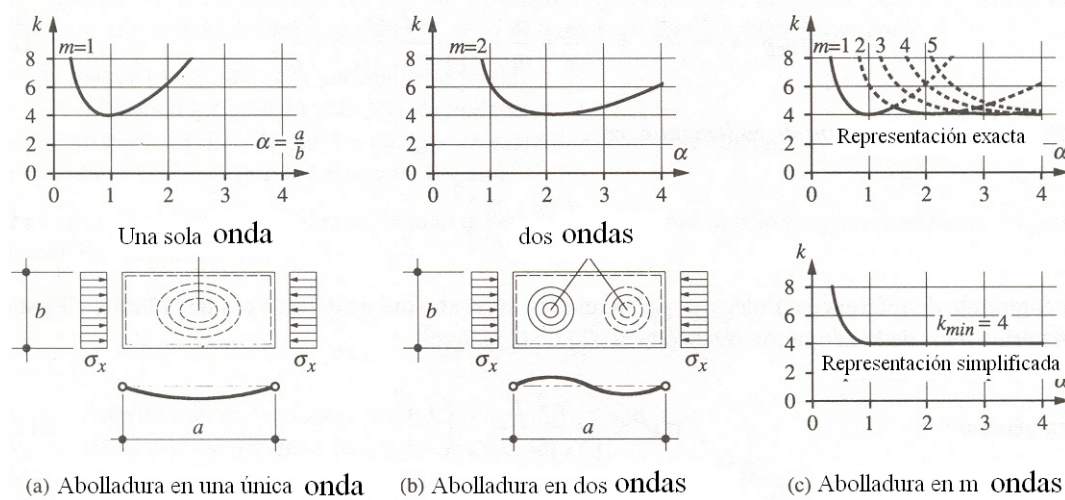


Figura 3.2.5.2.2.a Valor del coeficiente de abolladura  $k$

Se puede por lo tanto, determinar la tensión crítica de abolladura elástica para una chapa cuya relación  $\alpha = a/b$  se conoce. En efecto, la abolladura va a producirse para el valor más pequeño posible de la tensión crítica elástica de abolladura  $\sigma_{cr}$  y por lo tanto del coeficiente de abolladura  $k$ . Se constata que para  $\alpha \geq 1$ , el valor de  $k$  no varía sensiblemente. Se puede pues adoptar la representación simplificada y conservadora de la figura 3.2.5.2.2.a (c), donde se envuelven las curvas obtenidas, para  $\alpha \geq 1$ , por una recta horizontal de ordenada  $k_{\min} = 4$ .

El caso de la chapa articulada sobre sus cuatro bordes y simplemente comprimida puede considerarse como el caso fundamental de abolladura. Es posible establecer las curvas  $k = f(\alpha)$  para otros casos de solicitaciones (tensiones normales que varían a lo largo del borde, tensiones actuando en dos direcciones, tensiones tangenciales, etc.) y para otras condiciones de borde (borde libre, empotrado), integrando la ecuación diferencial relativa a cada caso. Las tablas de Klöppel 3.2.5.2.2 contienen un gran número de casos que se encuentran en la práctica.

### Influencia de las condiciones de borde

El caso de la chapa rectangular articulada sobre sus cuatro bordes constituye un caso particular de elementos que pueden ser sensibles al fenómeno de la abolladura. La figura 3.2.5.2.2.b muestra otras condiciones de borde posibles, así como su representación simbólica. El tipo de condición de borde que debe introducirse en el cálculo depende del comportamiento real del borde de la chapa, que es determinado por su conexión con los elementos adyacentes. Prácticamente, las chapas no son ni perfectamente articuladas ni perfectamente empotradas. A menudo se admite, por simplificación, que estos elementos planos están articulados sobre sus bordes, lo que es una hipótesis conservadora. Para una sección laminada por ejemplo, existe realmente un cierto grado de empotramiento del alma en las alas, que se pueden representar como apoyos elásticos que tienen una determinada rigidez flexional.

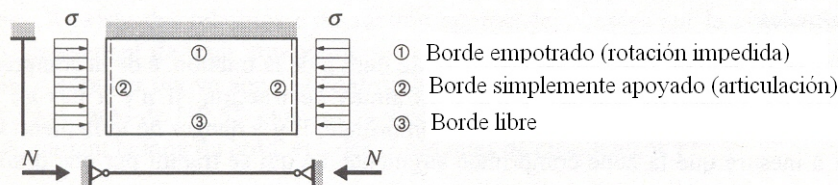


Figura 3.2.5.2.2.b Representación simbólica de la condiciones de borde

Los coeficientes de abolladura de chapas comprimidas en una dirección, cuyos bordes paralelos a la dirección de la tensión se apoyan simplemente o se empotran, se comparan en la figura 3.2.5.2.2.c. Ésta pone de relieve que a mayor grado de empotramiento de una chapa sobre sus bordes, más resiste a abolladura (tiene un coeficiente de abolladura más elevado). Es posible hacer la analogía con una barra comprimida empotrada en sus dos extremos, cuya carga crítica de pandeo es más elevada que la de la misma barra pero articulada.

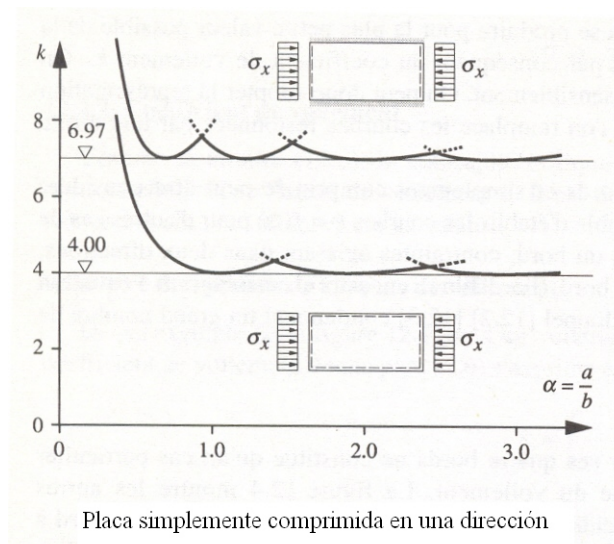


Figura 3.2.5.2.2.c Influencia de las condiciones de borde

### Influencia del tipo de sollicitación

El caso de tensión más general es el caso de la chapa sujeta a fuerzas exteriores que generan tensiones normales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ , así como tensiones tangenciales  $\tau$ . Aquí sólo se abordará el caso de chapas solicitadas en una única dirección, sometidas al efecto de las tensiones normales.

Las tensiones normales en una chapa pueden deberse a la tracción, a la compresión o a la flexión. Para las chapas sujetas a tensiones de tracción, no hay problema de inestabilidad. Pero en cuanto se comprima una parte de la chapa, hay peligro de abolladura. Este peligro aumenta a medida que la zona comprimida aumenta, lo que se traduce en una disminución del coeficiente de abolladura.

La figura 3.2.5.2.2.d (a) muestra la variación del coeficiente de abolladura  $k$  de una chapa articulada en sus cuatro bordes para los casos siguientes:

- compresión pura (curva 1), donde  $k_{\min} = 4$ .
- flexión pura (curva 2), para la cual  $k_{\min} = 23,9$

La curva 3 de la figura 3.2.5.2.2.d (b) muestra cuál es la variación del coeficiente de abolladura  $k$  en función de la relación de tensiones  $\psi$  existente en los extremos de la chapa en el caso de flexión compuesta. Como era de esperar, la curva pasa por los valores de  $k = 4,00$  y  $23,9$  correspondientes al caso de compresión pura y de flexión pura respectivamente.

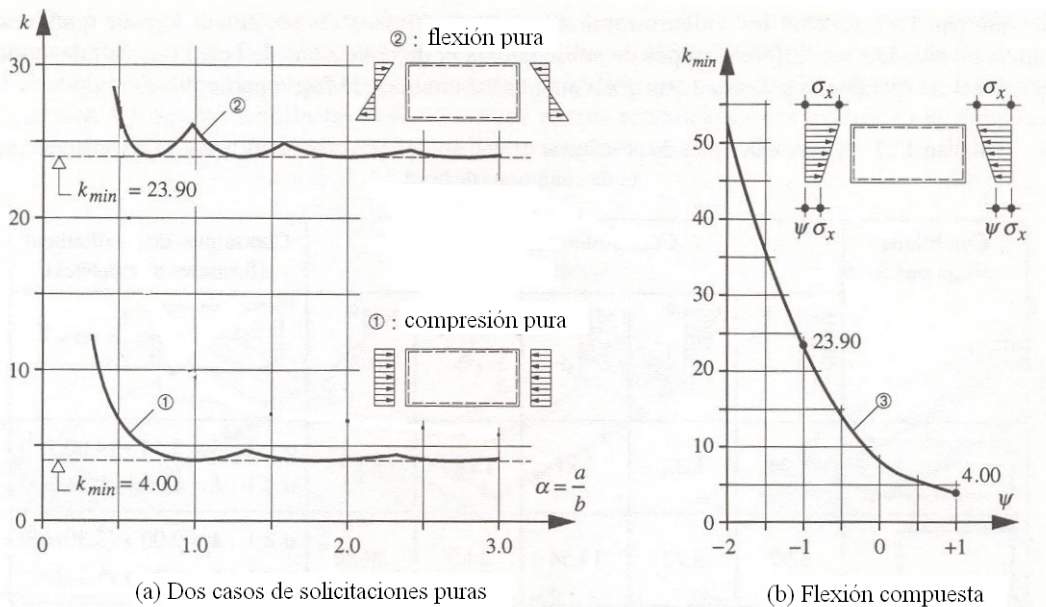


Figura 3.2.5.2.2.d Valores del coeficiente de abolladura  $k$  en función del tipo de sollicitación

La tabla 3.2.5.2.2 resume los valores mínimos del coeficiente de abolladura  $k$  para aquellos casos más habituales, considerando diferentes tipos de sollicitación y de

condiciones de borde. Las casillas vacías de esta tabla corresponden a situaciones no estudiadas de forma particular.

Tabla 3.2.5.2.2 Valores mínimos del coeficiente de abolladura  $k$  para diferentes tipos de solicitaciones y condiciones de borde.

Condiciones de borde	Tensiones normales				
	4.00	5.32	7.81	13.40	23.9
	6.97	9.27	13.54	24.5	39.52
	5.41		11.73		39.52
	5.41		9.54		23.94
	1.28		5.91		
	1.28		1.608		2.134
	0.426		1.702		
	0.426		0.567		0.851

### 3.2.5.3. Resistencia última a la abolladura

#### 3.2.5.3.1. Principios

La teoría lineal elástica de abolladura considera un fenómeno de inestabilidad por bifurcación, basándose en las hipótesis restrictivas formuladas en el apartado 3.2.5.2. La realidad es bastante diferente, como se muestra analizando en primer lugar estas hipótesis básicas:

- Chapa inicialmente perfectamente plana. Las chapas presentan deformaciones iniciales debidas a la fabricación y no son rigurosamente planas. Medidas efectuadas en distintos laboratorios y sobre obras existentes pusieron de manifiesto que se podían tener deformaciones iniciales aproximadamente de  $0,2$  a  $1,0 t$ , donde  $t$  es el espesor de la chapa. Cabe notar que estas deformaciones iniciales deben, no obstante, permanecer inferiores a las tolerancias de laminado.



Por tanto, la abolladura no puede considerarse como un fenómeno de inestabilidad por bifurcación (figura 3.2.5.3.1.a, curva a), sino que es necesario tener en cuenta las imperfecciones iniciales  $w_0$ . El comportamiento real de la chapa (curva b) pone de manifiesto que las deformaciones de una chapa fuera de su plano crecen a medida que la carga aumenta. Si la chapa no se apoyase a lo largo de sus bordes de longitud  $a$ , su comportamiento sería similar al de una barra comprimida cuya resistencia última correspondería al pandeo por divergencia. Debido al efecto de membrana, la resistencia última de una chapa es sin embargo mayor que la carga crítica de abolladura elástica  $N_{cr}$ . La ganancia de resistencia así obtenida se llama reserva post-crítica.

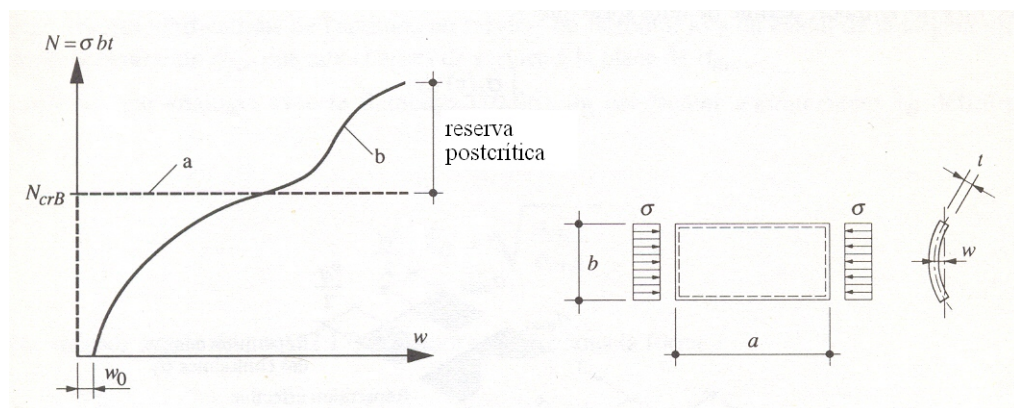


Figura 3.2.5.3.1.a Análisis del comportamiento de una placa comprimida

- Deformaciones fuera del plano pequeñas. Esta hipótesis relativa a las deformaciones es válida para la teoría lineal de abolladura elástica, que no va más allá del valor de la carga crítica  $N_{cr}$ . Como la resistencia última de una chapa es realmente superior a este valor (figura 3.2.5.3.1.a curva b), esta teoría así como la hipótesis correspondiente no son ya válidas cuando la carga crítica es pasada.
- Chapa solicitada por cargas que actúan en su plan medio. En la práctica, no es posible asegurar el centrado perfecto de las cargas, que también depende de la deformación inicial de la chapa.
- Material indefinidamente elástico lineal. Esta condición sólo se respeta hasta el límite de elástico  $f_y$ . No obstante, incluso para tensiones inferiores al límite de elasticidad, la presencia de tensiones residuales debidas al laminado o a las soldaduras hace que la plastificación de algunas de las fibras pueda producirse antes de que las tensiones aplicadas hayan alcanzado  $f_y$ .

El análisis del comportamiento de una chapa dentro del dominio post-crítico es muy complejo (teoría no lineal) y necesita de un volumen de cálculo muy importante y complejo. Esta es la razón por la que se recurre a métodos de cálculo simplificados para el dimensionamiento. Se puede esquematizar el comportamiento de una chapa delgada comprimida de la siguiente manera, considerando dos fases claramente diferenciadas:

- El dominio elástico, por debajo de la carga crítica, en el cual la distribución de las tensiones puede admitirse uniforme.
- El dominio post-crítico, por encima de la carga crítica, en el cual se observa una deformación progresiva de la chapa fuera de su plano en donde las tensiones no tienen una distribución uniforme. Las fibras situadas cerca de los bordes longitudinales se ven más solicitadas que las fibras internas. La razón de esta diferencia se debe al hecho que una vez que la chapa abolla, existe una redistribución de tensiones de la zona abollada a la zona sin abollar; ello es debido a la pérdida de rigidez de la zona abollada. Cabe notar que las fibras centrales sufren grandes deformaciones, mientras que las fibras de borde permanecen casi rectas.

Para el dimensionamiento, se puede sustituir el diagrama de tensiones no uniforme por un diagrama uniforme donde todas las tensiones son iguales a la tensión máxima que actúa sobre la chapa (figura 3.2.5.3.1.b). Esta distribución uniforme de las tensiones sólo debe considerarse sobre una anchura reducida  $b_{ef}$ , llamada anchura eficaz, definida del modo siguiente:

$$b_{ef} = \frac{\int \sigma_x(y) dy}{\sigma_{max}}$$

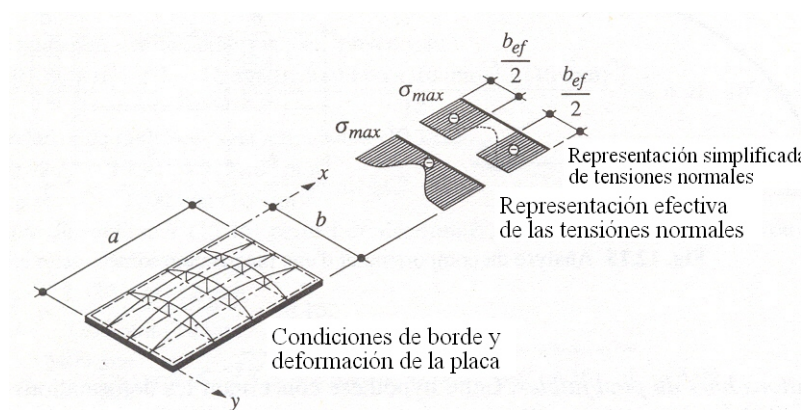


Figura 3.2.5.3.1.b Anchura eficaz  $b_{ef}$  de una chapa comprimida

### 3.2.5.3.2. Ancho eficaz

El cálculo del ancho eficaz  $b_{ef}$  fue abordado por primera vez por von Karman. Su teoría se basa en la hipótesis que la tensión crítica de abolladura elástica  $\sigma_{cr}$  de una chapa ficticia de anchura  $b_{ef}$  es a lo sumo igual a  $\sigma_{max}$ :

$$\sigma_{cr,ef} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b_{ef}} \right)^2 = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \left( \frac{b}{b_{ef}} \right)^2 = \sigma_{cr} \left( \frac{b}{b_{ef}} \right)^2 = \sigma_{max}$$

De ahí se puede extraer que la anchura eficaz es:

$$b_{ef} = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{max}}}$$

en donde  $\sigma_{cr}$  es la tensión crítica de abolladura elástica de una chapa considerando el ancho total  $b$ , y  $\sigma_{max}$  es la tensión interna máxima que puede resistir una chapa

Se adopta la hipótesis de trabajo de que la tensión interna máxima  $\sigma_{max}$  sea igual al límite elástico  $f_y$ . Puede, sin embargo, ser inferior al límite elástico en aquellas situaciones en donde la capacidad última venga gobernada por otros fenómenos de inestabilidad, tales como:

- pandeo
- pandeo lateral
- elementos no solicitados al máximo de su resistencia última

De la misma forma, en las comprobaciones de aptitud ante los estados límite de servicio, se introduce en el cálculo de la anchura eficaz el valor de la tensión debida a carga de servicio en lugar de  $\sigma_{max}$ .

A pesar de esta consideración, la Instrucción EAE considera que para los controles resistentes en estados límite últimos de elementos susceptibles de problemas de inestabilidad, los anchos reducidos de los paneles comprimidos de secciones de Clase 4 se deben estimar, de forma conservadora, con un valor de  $\sigma_{max} = f_y$ .

A partir de ahora, de forma conservadora, se toma  $\sigma_{max} = f_y$ .

Sustituyendo el valor de la tensión crítica de abolladura elástica en la expresión del ancho eficaz, von Karman estableció la relación general para el ancho eficaz:

$$b_{ef} = b \sqrt{k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \frac{1}{f_y}}$$

que, para el caso particular de una chapa de acero comprimida y articulada en sus bordes (para la cual  $k = k_{min} = 4,0$ ), se transforma en:

$$b_{ef} = 1,9 \cdot t \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

La teoría de von Karman da resultados que quedan del lado de la inseguridad, ya que las imperfecciones geométricas y estructurales no son despreciables.

Winter propone entonces una fórmula semi-empírica para el cálculo del ancho eficaz de una chapa simplemente comprimida con los bordes articulados, que tiene en cuenta las imperfecciones geométricas y estructurales:

$$b_{ef} = 1,9 \cdot t \sqrt{\frac{E}{f_y}} \left( 1 - \frac{0,415}{b/t} \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right)$$

Esta relación es una mejora de la fórmula de von Karman, y se puede escribir de la forma siguiente:

$$b_{ef} = \frac{b}{\bar{\lambda}_p} \left( 1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p} \right) = b \cdot \left( \frac{\bar{\lambda}_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \right) \leq b$$

siendo  $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$  la esbeltez relativa de la chapa.

La figura 3.2.5.3.2.a compara, para las teorías mencionadas anteriormente, la influencia de la esbeltez relativa de la chapa  $\bar{\lambda}_p$  sobre la relación entre la anchura eficaz  $b_{ef}$  y la anchura total  $b$ . Cabe señalar que la curva proveniente de la teoría lineal elástica se ha obtenido a partir de la relación  $b_{ef} = \frac{\int \sigma_x(y) dy}{\sigma_{max}}$ , en la cual se sustituye la tensión  $\sigma_x(y)$  por la tensión crítica de abolladura  $\sigma_{cr}$  y se toma  $\sigma_{max} = f_y$ . Se obtiene entonces, por integraciones, la expresión siguiente:

$$b_{ef} = \frac{b}{\bar{\lambda}_p^2}$$

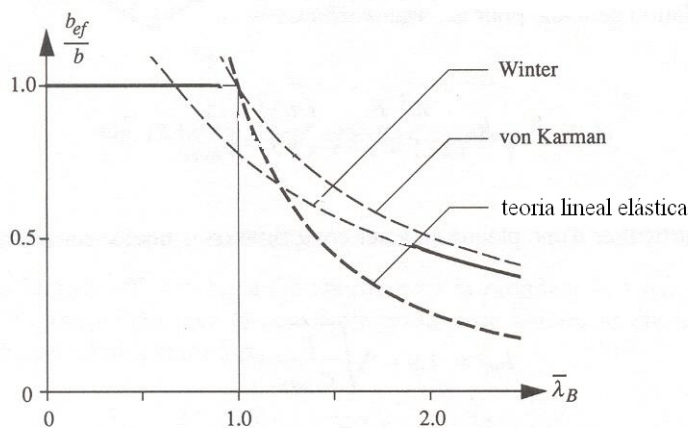


Figura 3.2.5.3.2.a Ancho eficaz  $b_{ef}$  en función de la esbeltez relativa adimensional  $\bar{\lambda}_p$

Se observa que, para chapas cuya esbeltez relativa adimensional  $\bar{\lambda}_p$  es superior a aproximadamente 1,25, la resistencia última es claramente superior a la carga crítica de abolladura elástica, contrariamente al pandeo, donde el efecto de membrana y la reserva post-crítica no existen. Para chapas con una esbeltez relativa media, las imperfecciones (deformaciones iniciales, tensiones residuales) tienen como efecto reducir la resistencia



última. Las chapas de poca esbeltez relativa ( $\bar{\lambda}_p \leq 0,9$ ) no se ven influenciadas por la abolladura; su ancho eficaz  $b_{ef}$  es pues igual al ancho total  $b$ .

En chapas delgadas (Clase 4), los efectos de abolladura por tensiones normales deben tenerse en cuenta. Ello se hace a través del ancho eficaz definido anteriormente. La reducción del ancho de la chapa se lleva a cabo, en la Instrucción EAE, de acuerdo con los criterios establecidos en la tabla 3.2.5.a, para los paneles internos de alma, y en la tabla 3.2.5.b, para los paneles de alas con un borde libre que también se adjuntan a continuación.

PANELES INTERIORES							
DEFORMACIONES UNITARIAS			ANCHURA REDUCIDA $b_r$				
$\varepsilon_1 > 0$ (compresión)							
<p><math>a = \alpha b</math></p>			<p><math>b_r = \rho b</math>  <math>b_{r1} = 0,5 b_r</math>  <math>b_{r2} = 0,5 b_r</math>  <math>\psi = 1</math></p>				
<p><math>a = \alpha b</math></p>			<p><math>b_r = \rho b</math>  <math>b_{r1} = \frac{2 b_r}{5 - \psi}</math>  <math>b_{r2} = b_r - b_{r1}</math>  <math>0 &lt; \psi &lt; 1</math></p>				
<p><math>a = \alpha b</math></p>			<p><math>b_r = \rho b_c</math>  <math>b_{r1} = 0,4 b_r</math>  <math>b_{r2} = 0,6 b_r</math>  <math>\psi &lt; 0</math></p>				
$\psi = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -5$	
$k_\sigma$	$\alpha \geq 1$	4,0	$\frac{8,2}{1,05 \cdot \psi}$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98(1 - \psi)^2$
	$\alpha < 1$	$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 \frac{2,05}{1,05 \cdot \psi}$					

$k_\sigma$  = coeficiente de abolladura

Tabla 3.2.5.3.2a Anchura reducida para paneles interiores

PANELES CON UN BORDE LIBRE						
DEFORMACIONES UNITARIAS			ANCHURA REDUCIDA $b_r$			
$\varepsilon_1 > 0$ (compresión)						
			<p style="text-align: right;"><math>b_r = \rho b</math> <math>1 &gt; \psi \geq 0</math></p>			
			<p style="text-align: right;"><math>b_r = \rho b_c</math> <math>\psi &lt; 0</math></p>			
$\psi = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$	$\psi > 1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
$k_\sigma$	$0,57 - \frac{0,21}{\psi} + \frac{0,07}{\psi^2}$	0,43	$\frac{0,578}{\psi + 0,34}$	1,70	$1,7 - 5\beta + 17,1\psi^2$	23,8
$\varepsilon_1 \leq 0$ (tracción)						
			<p style="text-align: right;"><math>b_r = \rho b_c</math></p>			
$\psi = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ para $-3 \leq \psi \leq 0$ - $k_\sigma = 0,57 + 0,21\psi + 0,07\psi^2$						

$k_\sigma$  = coeficiente de abolladura

Tabla 3.2.5.3.2b Anchura reducida para paneles con un borde libre

En la Instrucción EAE se propone, para chapas apoyadas en sus bordes, una mejora de esta formulación para la definición del ancho eficaz. Ésta tiene en cuenta que la distribución de tensiones no tiene por que ser uniforme a lo ancho de la chapa. Así,

$$b_{ef} = b \cdot \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = b \cdot \rho \leq b$$

Nótese que para una compresión pura ( $\psi = 1,0$ )  $b_{ef} = b \cdot \frac{\bar{\lambda}_p - 0,22}{\bar{\lambda}_p^2}$ .

De la misma forma, se da una fórmula para el cálculo de ancho eficaz para chapas con un borde libre.

$$b_{ef} = b \cdot \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} = b \cdot \rho \leq b$$

en donde:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cr}}} = \frac{\bar{b}}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot t \cdot \sqrt{k_\sigma}}, \text{ siendo:}$$

$\Psi$  la relación entre las deformaciones en los extremos del panel, según se indica en las tablas 3.2.5.3.2.a y 3.2.5.3.2.b.

$\sigma_{cr}$  la tensión crítica ideal de abolladura del panel:

$$\sigma_{cr} = E \varepsilon_{cr} = k_\sigma \cdot \sigma_E \text{ con}$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E \cdot t^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot b^2} = 190000 \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2, \text{ en MPa}$$

$t$  el espesor de chapa del panel

$\varepsilon_{cr}$  la deformación crítica ideal de abolladura del panel:  $\varepsilon_{cr} = 0,9 \cdot k_\sigma \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$

$k_\sigma$  el coeficiente de abolladura del panel, que se obtiene de las tablas 3.2.5.3.2.a y 3.2.5.3.2.b

$\bar{b}$  el ancho del panel, que puede tomarse como:

$b_w$  para almas

$b$  para paneles interiores de alas o almas

$b - 3t$  para paneles de perfiles rectangulares huecos

$c$  para paneles exteriores de alas voladas

$h$  para angulares

En secciones esbeltas con almas o alas rigidizadas (fig. 3.2.5.3.2.b), los paneles rigidizados pueden tratarse como un conjunto de subpaneles de ancho  $b$ , delimitados por los rigidizadores longitudinales, obteniéndose el ancho reducido en cada subpanel de acuerdo con los criterios antes establecidos, en función de la relación entre las deformaciones en los bordes del mismo.

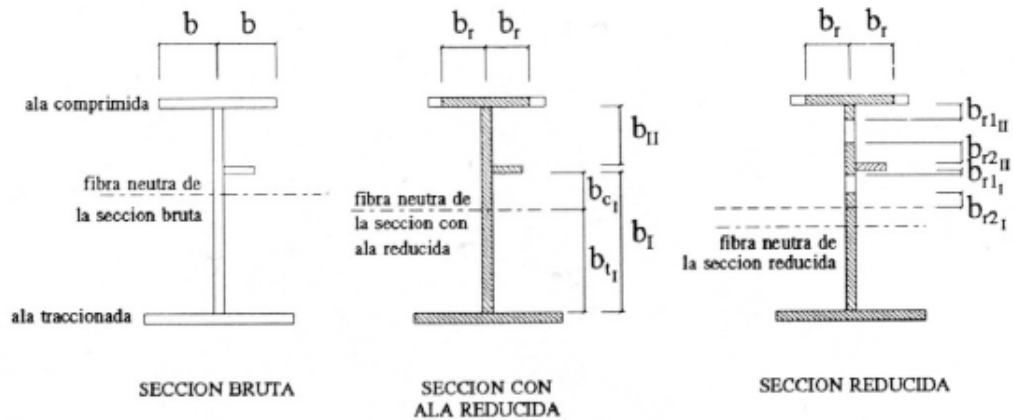


Figura 3.2.5.3.2.b. Sección reducida en secciones esbeltas rigidizadas

Generalmente, la obtención de los anchos reducidos de las alas comprimidas puede realizarse a partir de la geometría de la sección transversal bruta. En cambio, para la obtención de los anchos reducidos de las almas debe partirse del plano de deformaciones  $\Psi$  obtenido usando el área reducida de los paneles de ala comprimidos. En general no resulta necesario proceder iterativamente, pudiendo utilizarse, a efectos del cálculo de  $\Psi$ , las dimensiones brutas del alma (ver fig. 3.2.5.3.2.c).

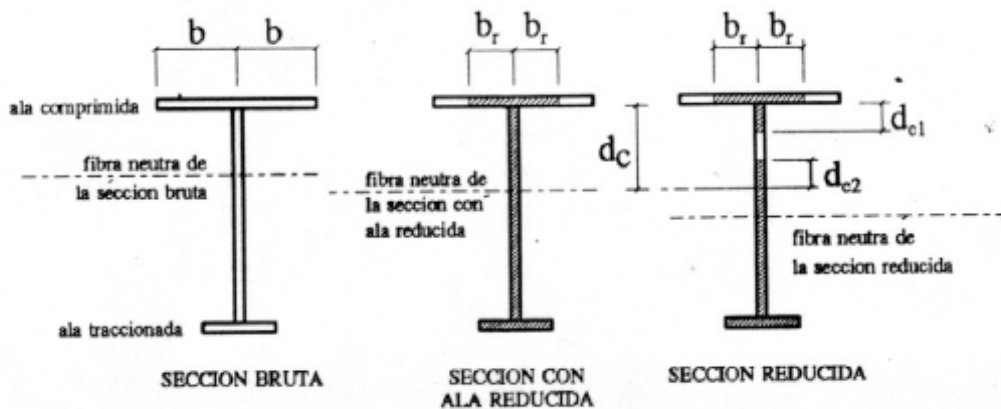


Figura 3.2.5.3.2.c. Sección reducida en secciones esbeltas rigidizadas

Generalmente, el eje neutro de la sección reducida experimentará un desplazamiento de valor  $e$  respecto al eje neutro de la sección bruta (ver fig. 3.2.5.3.2.d y e). Dicho desplazamiento deberá tenerse en cuenta para la obtención de las constantes estáticas ( $I_{red}, W_{red}$ ) de la sección reducida.

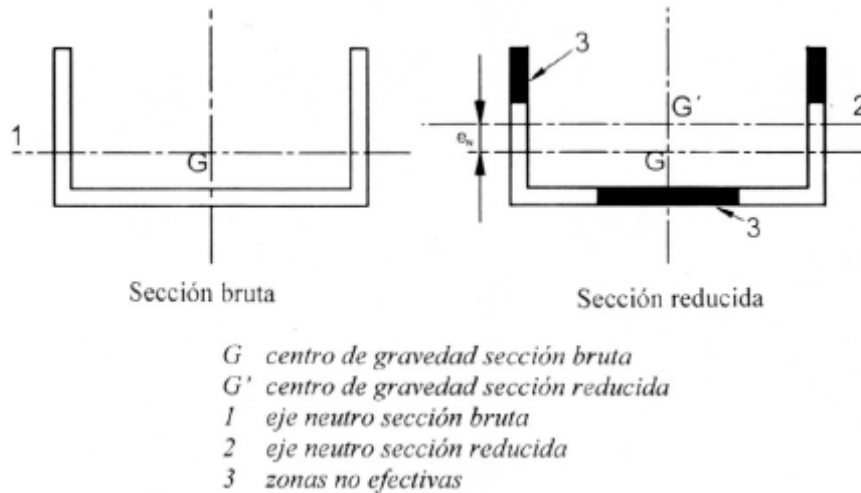


Figura 3.2.5.3.2.d Sección reducida bajo solicitación axial

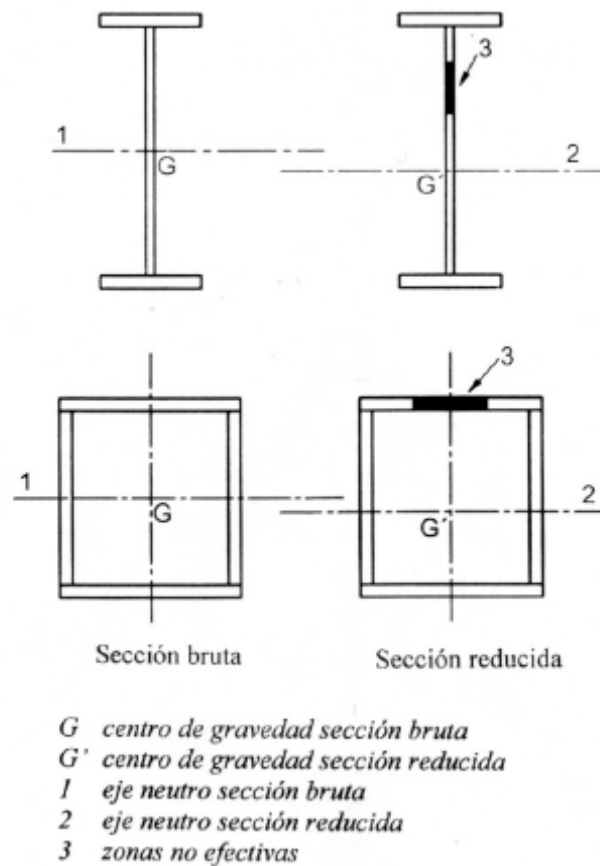


Figura 3.2.5.3.2.e Sección reducida bajo solicitación de flexión

Cuando las secciones transversales de Clase 4 se hallan solicitadas por una fuerza axial referida al centro de gravedad de la sección bruta, debe considerarse el efecto del eventual desplazamiento del eje neutro de la sección reducida respecto de la sección bruta para obtener el incremento de flexión al referir los esfuerzos al eje neutro de la sección reducida. De forma suficientemente aproximada, y para evitar procesos iterativos, puede estimarse dicho momento adicional a partir del desplazamiento  $e_N$  del eje neutro en la sección reducida, supuesta sometida únicamente a una compresión centrada (fig. 3.2.5.3.2.d):

$$\Delta M = N \cdot e_N$$

### 3.3. EFECTOS DEL ARRASTRE POR CORTANTE

La transferencia de tensiones rasantes en el encuentro de las almas con las alas, comprimidas o traccionadas, de elementos lineales con secciones abiertas o cerradas da lugar a una distribución no lineal de las tensiones normales en dichos paneles de ala.

A efectos prácticos, para las comprobaciones a nivel de sección, así como para la obtención de las rigideces a flexión de las secciones que se incorporan en los modelos globales de análisis estructural, puede asumirse que las tensiones normales se distribuyen uniformemente en una cierta anchura reducida de ala, denominada anchura eficaz.

La anchura eficaz depende del tipo de elemento (isostático o continuo), del tipo de acción (localizada o repartida), de la longitud del elemento entre puntos de momento nulo, de la presencia de rigidizadores en las alas, del vuelo en alas exteriores y, finalmente, de la distancia entre almas, si se trata de secciones cerradas uni o multicelulares o de elementos lineales que forman parte de emparrillados de vigas múltiples.

La anchura eficaz varía a lo largo de la directriz del elemento. Igualmente, puede variar en función del estado de plastificación del material, o de la posible abolladura de los paneles de ala, pudiendo ser diferente en servicio y agotamiento.

Se podrá desprestigiar la influencia del arrastre por cortante en las alas cuando se cumpla la siguiente condición:

- a) para alas en voladizo:  $b_0 \leq L / 20$
- b) para alas interiores:  $b_0 \leq L / 10$

donde

- L es la luz de elementos isostáticos o la distancia entre puntos adyacentes de momento flector nulo de elementos continuos
- $b_0$  anchura de la zona volada, ( $b_1$ ), para las semialas exteriores, o mitad de la anchura entre almas ( $b$ ), para las semialas interiores.

En caso de superarse estos límites, deberán considerarse los efectos del arrastre por cortante.

#### 3.3.1. Anchura eficaz de alas en estados límite últimos

Los efectos del arrastre por cortante en el control resistente de secciones transversales pueden ser considerados mediante coeficientes reductores elásticos de la anchura eficaz de las alas  $\Psi_{el}$ , definidos en la Instrucción.

### 3.3.1.1. Longitudes de referencia

Para la estimación de  $\Psi_{el}$  puede adoptarse como longitud de referencia,  $L$ , la distancia entre puntos de momento nulo. Como simplificación, en vigas continuas pueden adoptarse las longitudes de referencia aproximadas indicadas en la fig. 3.3.3.1., válidas siempre que la relación de luces entre vanos contiguos no supere 1,5 y que la longitud de eventuales voladizos sea inferior a la mitad de la luz de los vanos adyacentes.

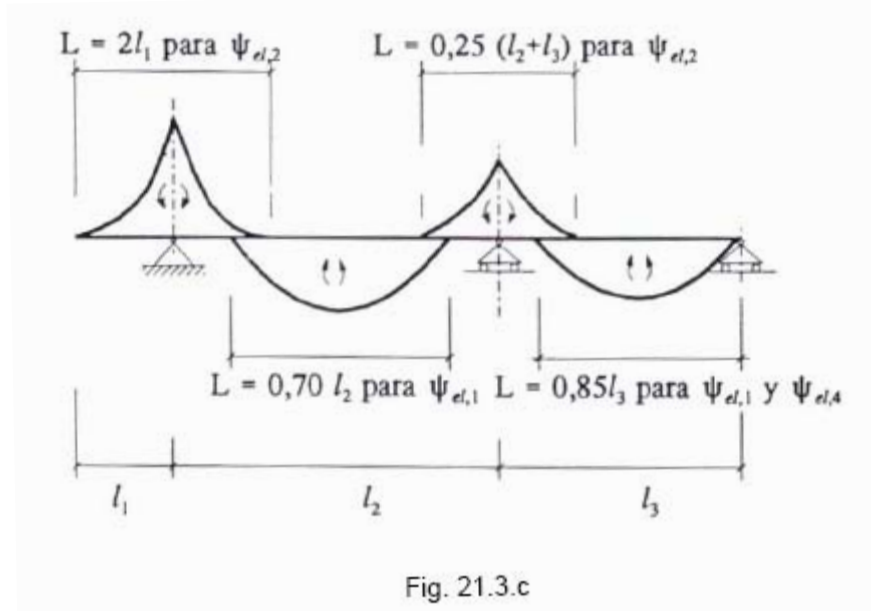


Figura 3.3.3.1 Longitudes de referencia aproximadas en vigas continuas

### 3.3.1.2. Coeficientes $\Psi_{el}$ elásticos. Cargas uniformemente repartidas en vigas continuas con luces compensadas

Los coeficientes reductores elásticos de la anchura eficaz de alas,  $\Psi_{el}$ , adoptan los siguientes valores, en función del parámetro  $\beta = \frac{b_0}{L}$ :

- Para todos los casos:

$$\Psi_{el,i} = 1 \quad \text{para } \beta \leq \frac{1}{50}$$

- En centro de vanos isostáticos o continuos (flexión positiva):

$$\Psi_{el,1} = 1 \quad \text{para } \beta \leq \frac{1}{20}$$

$$\Psi_{el,1} = \frac{1}{1 + 6,4 \cdot \beta^2} \quad \text{para } \frac{1}{20} < \beta < 0,70$$

$$\Psi_{el,1} = \frac{1}{5,9 \cdot \beta} \quad \text{para } \beta \geq 0,70$$

- En zonas de apoyos de vigas continuas o voladizos (flexión negativa):

$$\Psi_{el,2} = \frac{1}{1 + 6,0 \cdot \left( \beta - \frac{1}{2500\beta} \right) + 1,6 \cdot \beta^2} \quad \text{para } \frac{1}{50} < \beta < 0,70$$



$$\Psi_{el,2} = \frac{1}{8,6 \cdot \beta} \quad \text{para } \beta \geq 0,70$$

- En vanos extremos de vigas continuas (flexión positiva):  
 $\Psi_{el,4} = (0,55 + 0,025\beta) \cdot \Psi_{el,1} \leq \Psi_{el,1}$
- En zonas de voladizo (flexión negativa):  
 $\Psi_{el,5} = 1$

### 3.3.1.3. Coeficientes $\Psi_{el}$ elásticos. Casos especiales

La existencia de cargas puntuales o localizadas de entidad puede reducir significativamente la anchura eficaz respecto a la que se obtendría en presencia únicamente de cargas uniformemente repartidas.

En zonas de centro vano sometidas a cargas localizadas (leyes de momentos flectores lineales), el coeficiente reductor adopta la expresión:

$$\Psi_{el,3} \cong (1,115 - 5,74\beta) \cdot \alpha \quad \text{para } \frac{1}{50} < \beta < \frac{1}{20}$$

$$\Psi_{el,3} = \frac{\alpha}{1 + 4,0\beta + 3,2\beta^2} \quad \text{para } \beta > \frac{1}{20}$$

donde

$\alpha = 1,0$  si la carga puntual se aplica en  $L/2$ .

$\alpha = 0,33 \cdot (2 \cdot \Psi_{el,3}(\beta_x^*) + \Psi_{el,3}(\beta_{L-x}^*))$  si la carga puntual se aplica en  $x < L/2$ ,

siendo:

$\Psi_{el,3}(\beta_x^*)$  el valor de  $\Psi_{el,3}$  obtenido para un  $\beta_x^* = 0,5 \cdot b_0 / x$

$\Psi_{el,3}(\beta_{L-x}^*)$  el valor de  $\Psi_{el,3}$  obtenido para un  $\beta_{L-x}^* = 0,5 \cdot b_0 / (L - x)$

En voladizos sometidos a cargas puntuales en sus extremos puede asimismo adoptarse:

$$\Psi_{el,5} = \Psi_{el,2}$$

El método aproximado expuesto en este apartado puede aplicarse con suficiente precisión cuando las flexiones en los elementos provengan principalmente del efecto de cargas uniformemente repartidas y se trate de elementos isostáticos o continuos con las limitaciones geométricas de desigualdad de luces entre vanos contiguos antes citadas.

Cuando el efecto de las cargas puntuales sea suficientemente significativo en relación al de las cargas y sobrecargas repartidas, o cuando no se cumplan las condiciones de aplicación de las longitudes de referencia aproximadas,  $L$ , puede utilizarse un coeficiente reductor global único para la sección, obtenido mediante la expresión:

$$\Psi_{el} = \frac{\sum M_i}{\sum \frac{M_i}{\Psi_{el,i}}} \quad \text{donde,}$$

$M_i$  es el momento flector en la sección para la carga  $i$  considerada aisladamente, con su signo algebraico correspondiente.

$\sum M_i$  es el momento flector total que solicita la sección.

$\Psi_{el,i}$  es el coeficiente reductor de la anchura eficaz correspondiente a la carga  $i$  considerada aisladamente y obtenido con las expresiones aproximadas antes definidas. Como longitud de referencia,  $L_i$ , se tomará la distancia entre puntos de momento flector nulo para dicha carga  $i$

Cuando en estados límite últimos las deformaciones unitarias en las alas puedan superar el límite elástico del acero, los coeficientes reductores de la anchura eficaz del ala en rango elastoplástico,  $\Psi_{ult}$ , adoptan valores más favorables que dichos  $\Psi_{el}$ .

Así, para alas traccionadas y para alas comprimidas de secciones transversales de Clase 1 y 2 puede suponerse:

$$\Psi_{ult} = \Psi_{el}^{\beta} \geq \Psi_{el} \quad \text{para alas no rigidizadas.}$$

$$\Psi'_{ult} = \Psi_{el}^{\beta'} \geq \Psi'_{el} \quad \text{para alas traccionadas con rigidizadores longitudinales.}$$

Para alas comprimidas de clase 3, donde prácticamente no se producen inestabilidades locales ni deformaciones fuera del ámbito elástico en estados límite últimos, debe adoptarse:

$$\Psi_{ult} = \Psi_{el}$$

En secciones transversales esbeltas de clase 4, resulta necesario considerar conjuntamente los efectos del arrastre por cortante y de la inestabilidad local de paneles comprimidos, en estados límite últimos. Para ello, debe utilizarse un área eficaz reducida de las alas comprimidas,  $A_{ef}$ , estimada a partir de la expresión:

$$A_{ef} = A_{c,ef} \Psi_{ult} \quad \text{donde}$$

$A_{c,ef}$  es el área reducida del ala comprimida frente a abolladura

$\Psi_{ult}$  es el coeficiente reductor de anchura eficaz del ala comprimida para considerar el arrastre por cortante en estado límite último, estimado en el rango elástico a partir de las expresiones de  $\Psi_{el}$ , pero sustituyendo el parámetro  $\beta$  por  $\beta'$ .

$$\beta' = \alpha\beta = \alpha b_0/L \quad \text{siendo}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{A_{c,ef}}{b_0 t}} \quad \text{donde } t \text{ es el espesor del ala.}$$

### **3.4. ANÁLISIS GLOBAL**

#### **3.4.1. Métodos de análisis**

Los métodos de cálculo que se aceptan para abordar el análisis global de una estructura se clasifican en:

- Análisis lineales, basados en las hipótesis de comportamiento elástico-lineal de los materiales y en la consideración del equilibrio en la estructura sin deformar (análisis en primer orden).  
Este análisis permite la superposición de los efectos originados por las diversas acciones así como la aceptación de la reversibilidad de las deformaciones.
- Análisis no lineales, basados en las hipótesis de comportamiento tenso-deformacional no lineal de los materiales y en la no linealidad geométrica, es decir, la consideración de las condiciones de equilibrio en la estructura deformada (análisis en segundo orden).  
Este análisis implica la no validez del principio de superposición y que la respuesta estructural dependa de la historia de cargas, por lo que se requiere un proceso iterativo, de sucesivos análisis lineales, hasta converger a una solución que satisfaga las condiciones de equilibrio, de compatibilidad y de los materiales.

Las verificaciones tanto en estado límite de fatiga como en estados límite de servicio se realizarán a partir de los resultados de un análisis global lineal de la estructura ya que la no linealidad en estructuras metálicas se manifiesta, generalmente, en fases avanzadas de carga, como consecuencia de alcanzarse en ciertas fibras el límite elástico del acero y/o el inicio del desarrollo de los efectos geométricos de segundo orden, que no se alcanzan generalmente bajo acciones de servicio.

#### **3.4.2. Consideración de la no linealidad del material**

En función de la forma en que se consideren, o no, los efectos de la no linealidad del material, los métodos de análisis global de la estructura se clasifican en:

- análisis global elástico
- análisis global plástico
- análisis global elastoplástico

##### **3.4.2.1. Análisis global elástico**

El análisis global elástico se basa en la hipótesis de un comportamiento indefinidamente elástico y lineal de la ley tensión-deformación del acero con lo que se admite el principio de superposición.

Este análisis resulta siempre de aplicación, con independencia de la Clase de las secciones transversales metálicas de los diferentes elementos de la estructura, sin más restricciones que el posterior control resistente de dichas secciones, acorde con la Clase de las mismas.

No obstante, en dinteles continuos, y en casos especiales en los que las secciones transversales puedan tener factores de forma algo elevados, la necesidad de desarrollar el momento resistente plástico en las secciones críticas, generalmente de centro vano, puede estar asociada a una cierta exigencia de deformabilidad de otras secciones, generalmente de apoyos, cuya capacidad rotacional pueda ser mucho más reducida.

Así pues, en estos casos, con secciones en centro vano de Clase 1 ó 2 y secciones de apoyo de Clases 3 ó 4, conviene limitar la capacidad resistente a flexión de las secciones a flexión positiva a valores que no superen en más del 15% el valor de su momento resistente elástico, salvo que se realice un control de la rotación más preciso.

### **3.4.2.2. Análisis global plástico**

Los métodos basados en el análisis global plástico de estructuras metálicas sólo pueden ser aplicados para la comprobación en estados límite últimos de estructuras convencionales de edificación, o en aquellas estructuras sometidas a cargas predominantemente estáticas y en ausencia de sobrecargas repetitivas de entidad.

Estos métodos se desarrollan según la teoría de rótulas plásticas y permiten la redistribución de los esfuerzos internos en la estructura.

Este análisis sólo se permite cuando los diferentes elementos de la estructura tienen una ductilidad suficiente para asegurar el desarrollo de las redistribuciones de esfuerzos exigidas por los mecanismos de colapso plástico supuestos. Las exigencias de rotación necesarias para el cálculo plástico de una estructura pueden suponerse garantizadas si, para todos los elementos donde se desarrollan, o son susceptibles de aparecer, rótulas plásticas bajo las diferentes hipótesis de cálculo a considerar, se satisfacen las condiciones expuestas a continuación

- En el caso de elementos de sección constante se debe cumplir que:
  - o La sección transversal de las secciones en donde se producen las rótulas plásticas sea de Clase 1.
  - o En apoyos o en secciones sometidas a cargas transversales puntuales en donde se prevea la formación de rótulas plásticas, si la carga puntual es mayor que el 10% de la resistencia plástica a cortante de la sección transversal, se debe disponer rigidizadores transversales de alma a una distancia de la rótula no superior a una mitad del canto de la sección transversal.
  
- Además, en elementos de sección variable se debe cumplir que:
  - o El espesor del alma no debe reducirse sobre una distancia de, al menos, dos veces el canto del alma en la sección de rótula, a ambos lados de dicha sección.
  - o El ala comprimida en las proximidades de la sección de rótula debe mantenerse en Clase 1 en una longitud mínima, a ambos lados de la rótula, no menor que dos veces el canto del alma en la sección de rótula siempre que el momento flector en la sección sea superior al 80% del momento resistente plástico de la rótula.

- En el resto del elemento, el ala comprimida debe ser de Clase 1 ó 2 y el alma de Clase 1,2 ó 3.

### 3.4.2.3. Método general de análisis no lineal elastoplástico

El método elastoplástico se basa en obtener los diagramas momentos-curvatura de las distintas secciones transversales bajo carga creciente hasta la resistencia última, considerando la influencia de la respuesta no lineal del acero y la eventual actuación de un esfuerzo axial concomitante.

Para la obtención de los diagramas momento-curvatura se consideran las siguientes hipótesis:

1. La sección transversal deformada se mantiene plana.
2. Para la aplicación del análisis no lineal elastoplástico en la comprobación de los estados límite últimos, el diagrama de cálculo del acero  $\sigma - \varepsilon$  se minorará mediante el coeficiente parcial de seguridad  $\gamma_M$ .
3. En secciones esbeltas, de Clase 4, la sección reducida es función del plano de deformaciones de la sección, del valor de su deformación máxima de compresión, de la esbeltez de las chapas comprimidas, de la flexibilidad frente al rasante, de la magnitud y signo de los esfuerzos solicitantes y del límite elástico del acero.
4. El diagrama de tensiones en la sección se determina a partir de un cierto plano de deformaciones en la misma, y estableciendo las ecuaciones de equilibrio, se obtiene posteriormente el axial y momento solicitantes, por integración de las leyes de tensiones.
5. Mediante iteraciones sucesivas se obtiene la posición de la fibra neutra que, para dicho plano de deformaciones, equilibra el axial solicitante mayorado.
6. Repitiendo el proceso para curvaturas monótonas crecientes del plano de deformaciones se obtienen los diferentes puntos del diagrama momento-curvatura de la sección.
7. El momento resistente de la sección concomitante con el esfuerzo axial mayorado considerado, es el correspondiente a la curvatura última cuyo plano de deformaciones provoca la deformación límite de tracción  $\varepsilon_{tu}$  en la fibra más traccionada o la deformación límite de compresión  $\varepsilon_{cu}$  en la fibra más comprimida.

1. Para elementos comprimidos de acero:

- $\varepsilon_{cu} = 5 \cdot \varepsilon_y$  para secciones de Clase 1.
- $\varepsilon_{cu} = 2 \cdot \varepsilon_y$  para secciones de Clase 2.
- $\varepsilon_{cu} = 1 \cdot \varepsilon_y$  para secciones de Clases 3 y 4.

2. Para elementos traccionados de acero:

- $\varepsilon_{tu} = 2\%$  para secciones de Clase 1 y 2.
- $\varepsilon_{tu} = 5 \cdot \varepsilon_y$  para secciones de Clase 3 y 4.

Cabe recordar que en secciones transversales esbeltas, Clase 4, se debe trabajar con los anchos eficaces de las secciones reducidas.

Además, para la obtención de los anchos reducidos de almas esbeltas, si éstas tienen rigidizadores longitudinales, se considera que cada rigidizador divide la chapa del alma en paneles independientes, por lo que la reducción se hace para cada subpanel.

### **3.4.3. Influencia de la geometría deformada de la estructura**

El análisis global de la estructura puede, en general, realizarse mediante:

1. Un análisis en primer orden, utilizando la geometría inicial de la estructura.
2. Un análisis no lineal en segundo orden, teniendo en cuenta la influencia de la geometría deformada de la estructura.

Los efectos de segundo orden, debidos a la deformación de la geometría de la estructura, deben tenerse en cuenta si aumentan significativamente los efectos de las acciones (esfuerzos y deformaciones) en la respuesta estructural.

Para su evaluación se han de considerar las imperfecciones geométricas y mecánicas, establecidas en 3.5.

En 3.6 se describen los métodos para evaluar si los efectos de segundo orden afectan significativamente a la respuesta global de la estructura.

En 3.7 se tratan los métodos que permiten estimar dichos efectos en los casos en los que su consideración resulta obligada.

## **3.5. CONSIDERACIÓN DE LAS IMPERFECCIONES**

En análisis en segundo orden de las estructuras reales, cuya respuesta es sensible a las deformaciones de su geometría, se debe considerar adecuadamente los efectos de las tensiones residuales sobre la respuesta no lineal de los materiales, así como las imperfecciones geométricas, tales como defectos de verticalidad, de alineación, de planeidad, de ajuste y excentricidad en las uniones y demás tolerancias de ejecución y montaje.

En general, sus efectos se incorporan en los análisis estructurales adoptando unas imperfecciones geométricas equivalentes. Éstas serán incluidas en el análisis estructural para el control de los estados límite últimos, pero no, en cambio, para el control de los estados límite de servicio.

Por ello, la geometría del modelo de cálculo resulta de incorporar a la geometría teórica, ideal, de la estructura, las imperfecciones geométricas equivalentes, establecidas de forma que produzcan los efectos más desfavorables.

Los efectos de las imperfecciones en la estabilidad global de estructuras traslacionales se introducen como suma de un defecto global de verticalidad de la estructura y de unas curvaturas iniciales en todos los elementos comprimidos de la misma, con forma

parabólica de segundo orden. Estas imperfecciones geométricas pueden sustituirse por un sistema autoequilibrado de fuerzas transversales equivalentes, si se desea.

### 3.5.1. Imperfecciones laterales globales equivalentes

Se considerará un defecto inicial de verticalidad estimado como:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 \quad \text{siendo:}$$

$\phi_0$  valor de base de la imperfección lateral:  $\phi_0 = 1/200$

$k_h$  coeficiente reductor para la altura 'h' (en metros) de la estructura.

$$k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{con } \frac{2}{3} \leq k_h \leq 1,0$$

$k_m$  coeficiente reductor para el número de alineaciones, 'm', de elementos comprimidos (pilas en puentes o pilares en edificios) en el plano de pandeo considerado.

En 'm' sólo se contabilizan los elementos solicitados por una compresión cuyo valor de cálculo,  $N_{Ed}$ , sea igual o superior al 50% de la media por elemento, en el plano de pandeo e hipótesis de carga considerados.

$$k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

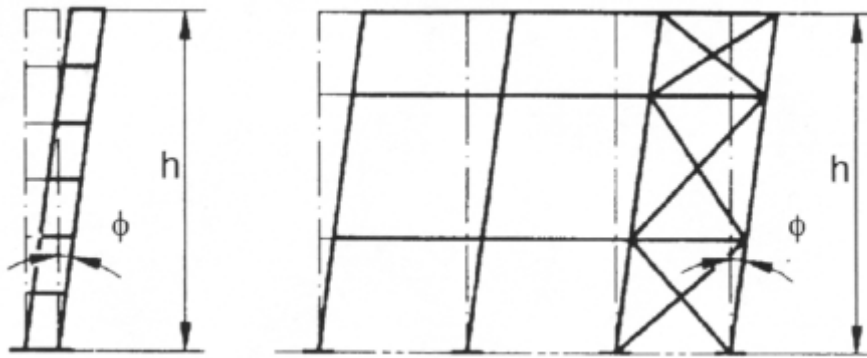


Figura 3.5.1 Imperfecciones laterales globales

Los coeficientes reductores  $k_h$  y  $k_m$  tienen en cuenta la reducción probabilística de que todos los elementos comprimidos, tanto de una planta, como de las diferentes plantas de una estructura, presenten imperfecciones geométricas de valor máximo y, simultáneamente, en la misma dirección y sentido.

En estructuras de edificios que consten de diferentes bloques de distinta altura, podrán aplicarse imperfecciones geométricas equivalentes diferentes para cada uno de los bloques, afectando en cada caso el valor de base,  $\phi_0$ , de los coeficientes reductores  $k_h$  y  $k_m$  obtenidos para las alturas 'h' y el número de alineaciones verticales 'm' de cada bloque.

### 3.5.2. Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones laterales globales

Los efectos de las imperfecciones laterales globales, defectos iniciales de verticalidad, pueden asimilarse a unos sistemas de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente, y estimadas para cada elemento como  $H_{td} = \phi \cdot N_{Ed}$

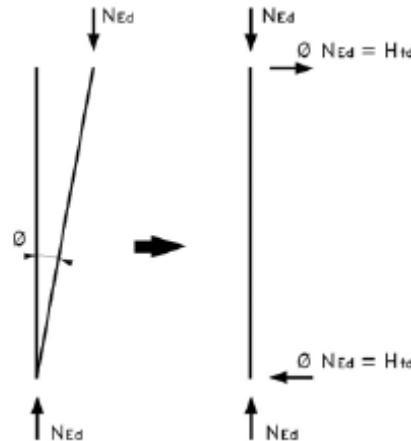


Figura 3.5.2.a Fuerzas horizontales equivalentes a los defectos iniciales de verticalidad

En estructuras aporricadas de edificación las fuerzas transversales equivalentes por defectos de verticalidad se aplican en cada nivel de forjado de piso y de cubierta, resultando proporcionales al valor de las cargas verticales aplicadas sobre la estructura en dicho nivel.

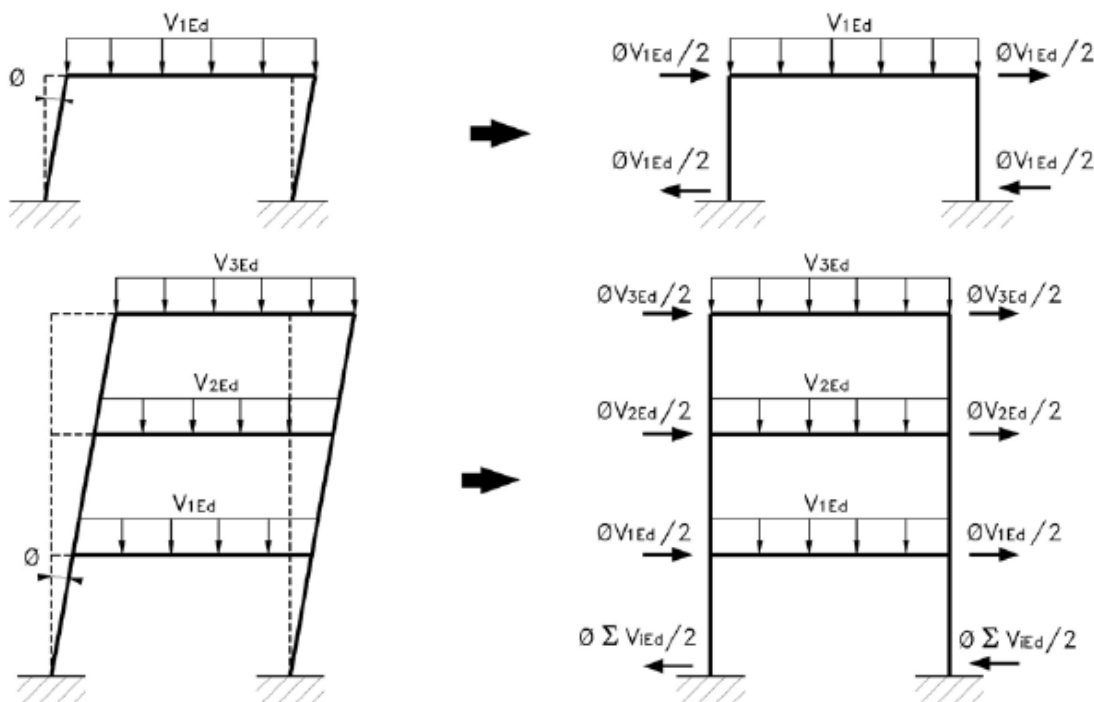


Figura 3.5.2.b Fuerzas horizontales equivalentes a los defectos iniciales de verticalidad



Cabe notar que se permite despreciar la imperfección lateral global, para una cierta hipótesis de carga y modo de pandeo, en estructuras aporticadas de edificación, cuando,  
 $H_{Ed} \geq 0,15 \cdot V_{Ed}$  siendo:

$H_{Ed}$  valor de cálculo de la resultante horizontal, en la base del edificio, suma de las acciones horizontales solicitantes, incluyendo las fuerzas horizontales equivalentes de las imperfecciones geométricas globales, correspondientes a la hipótesis de carga y modo de pandeo analizados.

$V_{Ed}$  valor de cálculo de la resultante de las acciones verticales totales, en la base del edificio, para dicha hipótesis de carga.

### 3.5.3. Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos

Además del efecto inicial de verticalidad global de la estructura se debe de considerar la influencia, en la inestabilidad global de las estructuras trasnacionales, de las imperfecciones locales propias de aquellos elementos comprimidos en los que se cumplan las dos condiciones siguientes:

- Al menos uno de los dos nudos extremos del elemento no pueda considerarse como articulado.
- Su esbeltez adimensional, en el plano de pandeo considerado, calculada como barra biarticulada en sus extremos, sea tal que:

$$\bar{\lambda} > 0,5 \cdot \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} \quad \text{siendo:}$$

A el área de la sección transversal del elemento

$N_{Ed}$  el valor de cálculo de la compresión en el elemento, para la hipótesis de carga analizada.

En dichos casos puede adoptarse una curvatura inicial equivalente en los elementos comprimidos afectados, con forma parabólica de segunda grado y una flecha máxima  $e_0$ , que puede obtenerse de la siguiente tabla:

Tabla 3.5.3 Flecha máxima  $e_0$

Tipo de curva de pandeo (Artículo 42º)	Método de análisis global de la estructura	
	Análisis global elástico	Análisis global plástico
	$e_0$	$e_0$
$a_0$	L/350	L/300
a	L/300	L/250
b	L/250	L/200
c	L/200	L/150
d	L/150	L/100

donde L es la longitud del elemento.

#### 3.5.4. Fuerzas transversales equivalentes a las curvaturas iniciales

Los efectos de las curvaturas iniciales en los elementos comprimidos pueden asimilarse a unos sistemas de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente, y estimadas para cada elemento como

$$q_{td} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2}$$

$$H_{td} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L}$$

siendo L y  $N_{Ed}$  la longitud y el valor de cálculo del esfuerzo de compresión, respectivamente, en el elemento.

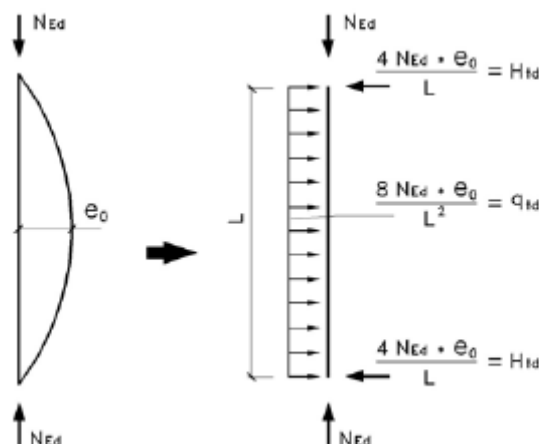
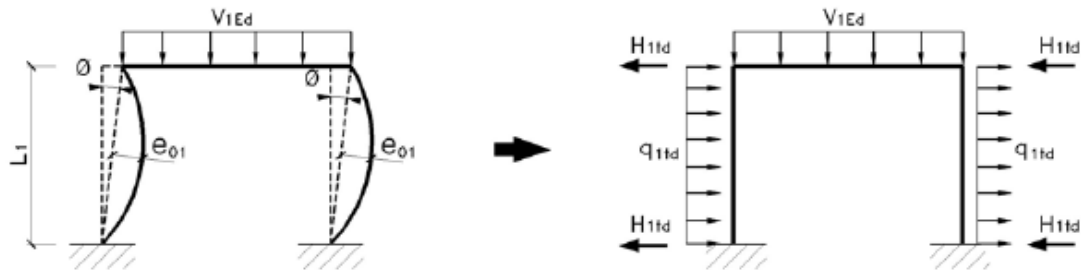


Figura 3.5.4.a Fuerzas equivalentes por curvaturas iniciales en los elementos

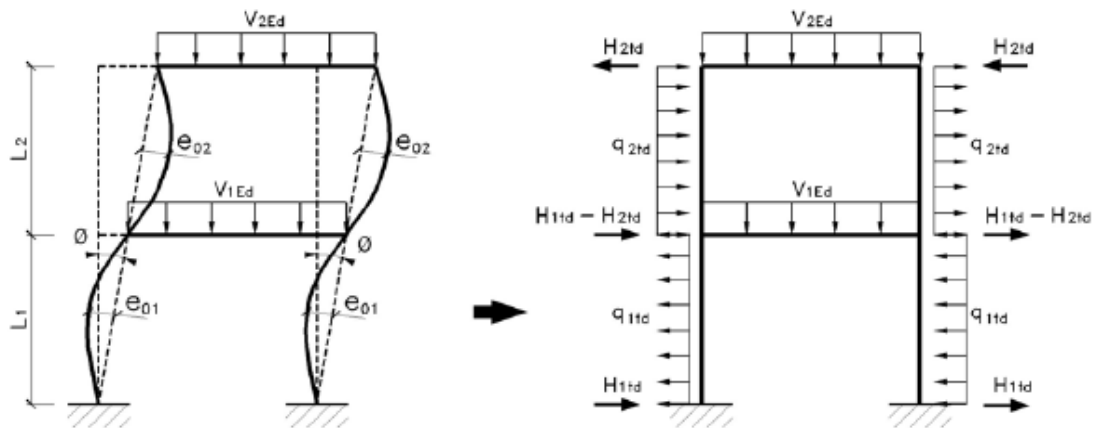
En estructuras aporricadas de edificación, cuando sea preciso considerar las fuerzas equivalentes adicionales debidas a las curvaturas iniciales de los elementos comprimidos afectados, éstas se aplicarán de acuerdo con la deformada principal de pandeo correspondiente a la hipótesis de carga analizada tal como se esquematiza a continuación.



pórtico de una planta

$$q_{1td} = \frac{8(V_{1Ed}/2) e_{01}}{L_1^2}$$

$$H_{1td} = \frac{q_{1td} \cdot L_1}{2}$$



pórtico de varias plantas

$$q_{itd} = \frac{8(V_{iEd}/2) e_{0i}}{L_i^2}$$

$$H_{itd} = \frac{q_{itd} \cdot L_i}{2}$$

Figura 3.5.4.b Fuerzas equivalentes por curvaturas iniciales en los elementos

### 3.5.5. Curvaturas iniciales equivalentes en los elementos comprimidos en el análisis de sistemas de arriostramiento

Los efectos de las curvaturas iniciales deben, si cabe, incorporarse en el análisis de los sistemas de arriostramiento utilizados para asegurar la estabilidad lateral de elementos flectados o comprimidos.

Se adopta una curvatura inicial equivalente de los elementos a estabilizar tal que:

$$e_0 = k_m \cdot L / 500 \quad \text{siendo}$$

L la luz del sistema de arriostramiento

$k_m$  el coeficiente reductor del número de elementos a considerar, que puede estimarse según:

$$k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad \text{donde 'm' es el número de elementos estabilizados por el sistema de arriostramiento considerado.}$$

#### 3.5.5.1. Fuerzas transversales equivalentes sobre el arriostramiento

Si se desea, los efectos de las imperfecciones, derivadas de las curvaturas iniciales de los elementos a estabilizar, pueden sustituirse por un sistema de fuerzas equivalentes de estabilización de valor (ver figura 3.5.5.1.a y 3.5.5.1.b):

$$q = \sum N_{ed} \cdot 8 \cdot \frac{e_0 + \delta_q}{L^2}, \quad \text{siendo}$$

$\delta_q$  es la flecha del sistema de arriostramiento en el plano de estabilización, estimada a partir de un cálculo elástico en primer orden bajo la acción de las fuerzas 'q' y de las eventuales acciones exteriores solicitantes del sistema de arriostramiento.

Resulta preciso, por tanto, realizar un proceso iterativo.

En caso de utilizarse un análisis de segundo orden,  $\delta_q$  puede tomarse igual a cero, pero en dicho análisis se incluirán todas las fuerzas que solicitan al sistema de estabilización.

$N_{ed}$  valor máximo del esfuerzo normal solicitante de cada elemento a estabilizar, supuesto uniforme sobre la longitud L del sistema de arriostramiento. Para esfuerzos no uniformes, esta hipótesis queda del lado de la seguridad.

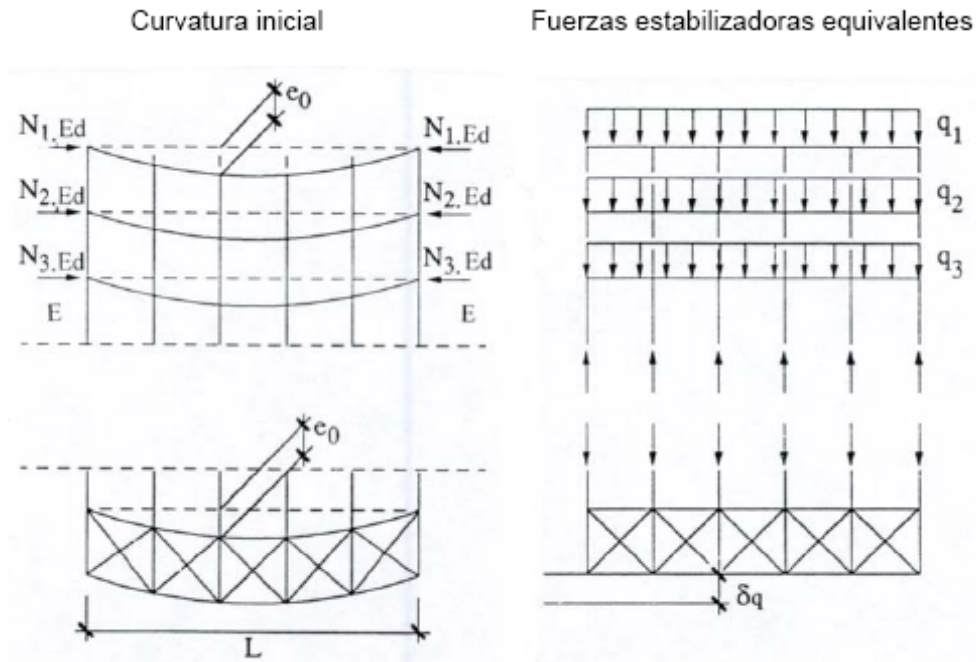


Figura 3.5.5.1.a Imperfecciones sobre el sistema de arriostramiento

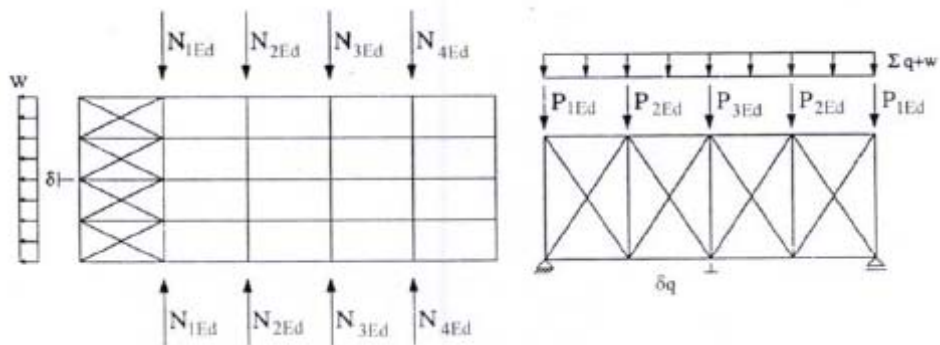


Figura 3.5.5.1.b Fuerzas equivalentes incluyendo acciones exteriores

En el análisis de la estabilidad lateral de los cordones comprimidos de elementos flectados, la fuerza axial a considerar en las expresiones anteriores será:

$$N_{ed} = M_{ed} / h \quad \text{siendo}$$

$h$  el canto de la viga

$M_{ed}$  el momento de cálculo actuando sobre la viga

En elementos de sección constante,  $M_{ed}$  será el momento en la sección más solicitada.

En elementos de sección variable se adoptará el  $N_{ed}$  correspondiente a la sección en la que el cociente  $M_{ed} / h$  sea máximo.

De forma conservadora, el  $N_{ed}$  así obtenido se supondrá constante en toda la longitud  $L$  del elemento.

En presencia de esfuerzos axiales concomitantes con las flexiones en el elemento, será preciso añadir a  $N_{ed}$  el valor del esfuerzo axial que recoge el cordón comprimido cuya estabilidad se estudia.

### **3.6. ESTABILIDAD LATERAL DE LAS ESTRUCTURAS**

La magnitud de la influencia de los efectos de segundo orden en la respuesta estructural depende básicamente de su rigidez lateral.

El control de la estabilidad lateral de una estructura suele, en general, garantizarse por medio de:

- La propia rigidez de los sistemas apertados de nudos rígidos.
- Sistemas de arriostramiento lateral triangulados.
- Sistemas de arriostramiento lateral mediante pantallas o núcleos rígidos.
- Por combinación de algunos de los esquemas estructurales precedentes.

Éste debe garantizarse tanto para la estructura en servicio como para sus diferentes fases constructivas.

#### **3.6.1. Clasificación de estructuras arriostradas o no arriostradas**

Una estructura puede clasificarse como arriostrada cuando su rigidez lateral está garantizada a través de un sistema de arriostramiento que permita desprestigiar la influencia de los efectos de segundo orden en su respuesta estructural, cuyo análisis global puede realizarse según la teoría de primer orden.

La rigidez del sistema de arriostramiento, para poder considerar una estructura como intraslacional, debe verificarse mediante los criterios establecidos en 3.6.2., aplicados a la estructura a clasificar, analizada vinculada a dicho sistema de arriostramiento.

El sistema de arriostramiento deberá dimensionarse para hacer frente a:

- Los efectos de las imperfecciones establecidas en 3.5., tanto para el propio sistema de arriostramiento como para todas las estructuras a las que arriostra.
- Todas las fuerzas horizontales que pudieran solicitar a las estructuras a las que arriostra.
- Todas las fuerzas horizontales y verticales que actúan directamente sobre el propio sistema de arriostramiento.

El conjunto de todas estas acciones puede considerarse que solicita únicamente al sistema de arriostramiento proyectado, no afectando significativamente a la respuesta de las estructuras a las que arriostra.

#### **3.6.2. Clasificación de estructuras intraslacionales y traslacionales**

Una estructura puede clasificarse como intraslacional cuando su rigidez lateral es suficiente para que la influencia de los efectos de segundo orden pueda ser considerada despreciable en su respuesta estructural, cuyo análisis global puede realizarse según teoría de primer orden.

Una estructura puede considerarse como intraslacional frente a un cierto modo de inestabilidad lateral si se cumple el siguiente criterio:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{v,cr}}{F_{v,Ed}} \geq 10 \quad \text{cuando se realiza un análisis global elástico}$$
$$\alpha_{cr} = \frac{F_{v,cr}}{F_{v,Ed}} \geq 15 \quad \text{cuando se realiza un análisis global plástico o elastoplástico.}$$

siendo:

- $F_{v,cr}$  la carga vertical total crítica elástica, de pandeo global, para dicho modo de inestabilidad lateral.
- $F_{v,Ed}$  la carga vertical total de cálculo actuando sobre la estructura
- $\alpha_{cr}$  el factor de amplificación por el que debe multiplicarse la configuración de cargas de cálculo para provocar la inestabilidad elástica según el modo de pandeo global considerado.

Cabe notar que el criterio de intraslacionalidad para el análisis global plástico o elastoplástico es más restrictivo por considerar la posible influencia desfavorable, sobre la rigidez lateral de la estructura, de los efectos de no linealidad del material.

### 3.6.2.1. Criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación

El criterio anterior de intraslacionalidad, en estructuras convencionales, puede adoptar un formato más sencillo y concreto.

En pórticos planos con dinteles planos, o débil pendiente, así como en estructuras aporticadas planas de edificación, con nudos rígidos, el factor de amplificación se obtiene como:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad \text{siendo:}$$

- $F_{H,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza horizontal total, estimada en el nivel superior de cada planta, resultante de las cargas horizontales solicitantes por encima de dicho nivel, incluyendo los efectos de las imperfecciones laterales globales.
- $F_{V,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza vertical total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales solicitantes por encima de dicho nivel.
- $h_p$  la altura de la planta considerada
- $\delta_{H,Ed}$  el desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las cargas horizontales y verticales de cálculo y de las acciones equivalentes de las imperfecciones laterales globales.

La aplicación de dicho criterio simplificado supone que:

- La estructura aporticada presenta vigas conectando todos los pilares en cada planta.
- En pórticos con dinteles inclinados, la pendiente de la cubierta puede suponerse débil, no superior a 1:2 (26°).
- Los niveles de compresión axial en dinteles, de piso o cubierta, no sean significativos, es decir:

$$\bar{\lambda} \leq 0,3 \cdot \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} \quad \text{siendo:}$$

$N_{Ed}$  el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión

$\bar{\lambda}$  la esbeltez reducida, en el plano cuya estabilidad se considera, para la longitud del elemento y considerándolo biarticulado en sus extremos.

- El control de la intraslacionalidad debe realizarse para todas las hipótesis de carga susceptibles de generar inestabilidad lateral.

### 3.6.2.2. Criterio de intraslacionalidad en puentes

En puentes y elementos de puentes, el criterio de intraslacionalidad puede suponerse satisfecho si, en cada sección del puente o elemento considerado, dicho criterio se cumple para:

$$\alpha_{cr} = \frac{M_l}{\Delta M_l} \quad \text{siendo:}$$

$M_l$  el momento flector para la hipótesis de carga considerada, obtenido a partir de un análisis de primer orden que incluya, además, los efectos de las imperfecciones laterales globales.

$\Delta M_l$  es el incremento de los momentos flectores debidos a los desplazamientos de la estructura, estimados a partir de las deformaciones obtenidas en el análisis de primer orden.

## 3.7. MÉTODOS DE ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD GLOBAL DE ESTRUCTURAS

En estructuras cuya rigidez lateral es suficiente para poderlas considerar como arriostradas o intraslacionales se puede hacer un análisis global en primer orden debiendo de, en el caso de estructuras intraslacionales, considerar el efecto de las imperfecciones laterales globales.

En estructuras traslacionales debe de verificarse su estabilidad lateral global, a través de métodos que consideren los efectos de segundo orden así como las imperfecciones geométricas equivalentes, tanto de defecto global de verticalidad de la estructura como de curvaturas iniciales en todos los elementos comprimidos de la misma.



En función del tipo de estructura y método de análisis global a realizar, la consideración de los efectos de segundo orden y de las imperfecciones puede abordarse por alguno de los métodos siguientes:

- Mediante un análisis global que incluya la totalidad de dichos efectos, es decir, las imperfecciones laterales globales equivalentes de la estructura traslacional y las imperfecciones iniciales equivalentes de los elementos comprimidos aislados.  
Si se utiliza este método, la verificación de la estabilidad de los elementos aislados comprimidos queda adecuadamente garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura, no siendo preciso ningún control adicional al control resistente de las diferentes secciones bajo los esfuerzos resultantes del cálculo.
- Mediante un análisis global traslacional de la estructura que considere únicamente los efectos de las imperfecciones laterales globales, seguido de un control de los efectos de la inestabilidad en los elementos aislados, según los métodos establecidos en el Artículo 35 de la Instrucción EAE.  
Si se utiliza este método, la estabilidad de los elementos aislados comprimidos debe controlarse posteriormente, incluyendo los efectos de segundo orden y las imperfecciones locales en dichos elementos, no considerados previamente en el análisis global de segundo orden de la estructura.  
Para ello puede utilizarse, cuando resulten aplicables, los métodos establecidos en el Artículo 35.3 de la Instrucción EAE, suponiendo que el elemento aislado, con su longitud real, se halla sometido a las solicitaciones de flexión y compresión en sus extremos, obtenidas en el análisis global traslacional realizado.
- Para casos básicos, puede resultar suficiente la verificación de los controles de inestabilidad en los elementos comprimidos aislados según el Artículo 35 de la EAE, a partir de longitudes de pandeo acordes con el modo de inestabilidad global de la estructura, y de las solicitaciones obtenidas según la teoría de primer orden, sin considerar las imperfecciones geométricas equivalentes.

Los primeros dos métodos exigen la consideración de los efectos de segundo orden, bajo las cargas exteriores y los efectos equivalentes de las imperfecciones, mediante un análisis estructural adecuado:

- Método general elastoplástico en teoría de segundo orden.
- Métodos elásticos en teoría de segundo orden.
- En estructuras donde el primer modo de inestabilidad traslacional sea predominante, es posible efectuar un análisis elástico en primer orden, seguido de una amplificación de los resultados de dicho análisis (esfuerzos flectores, desplazamientos laterales,...) mediante coeficientes adecuados.

### **3.7.1. Análisis elástico de estructuras traslacionales**

Los análisis elásticos en segundo orden, bajo la acción de cargas exteriores y las imperfecciones geométricas equivalentes, son aplicables a cualquier tipo de estructura traslacional.

Alternativamente, puede utilizarse un análisis elástico en primer orden, bajo las acciones exteriores (verticales y horizontales) y las imperfecciones geométricas equivalentes, y amplificar los momentos flectores, esfuerzos cortantes y demás efectos debidos estrictamente a la deformación lateral (a los modos antimétricos de carga), por el coeficiente:

$$\left( \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \right), \quad \text{siendo}$$

$\alpha_{cr}$  el factor de amplificación por el que debe de multiplicarse la configuración de cargas de cálculo para alcanzar la inestabilidad elástica, según el modo de pandeo global considerado, tal y como se ha definido anteriormente.

Este método simplificado sólo resulta aplicable a:

- Pórticos de edificación de una sola planta, a condición de que  $\alpha_{cr} \geq 3,0$
- Pórticos regulares de edificación de varias plantas, a condición de que  $\alpha_{cr} \geq 3,0$  y todas las plantas presenten condiciones similares de:
  - Distribución de cargas verticales
  - Distribución de cargas horizontales
  - Rigideces laterales de pórtico en relación a las acciones horizontales
- Puentes, o elementos de puentes, cuya respuesta traslacional esté básicamente condicionada por el primer modo de inestabilidad (sistemas asimilables a un grado de libertad).

En los demás casos, debe recurrirse a un método general de análisis elástico en segundo orden.

### 3.7.2. Método general de análisis no lineal en teoría de segundo orden

El método general de análisis no lineal en teoría de segundo orden es aquél que considera simultáneamente los efectos de la no linealidad del comportamiento de los materiales y del equilibrio de la estructura en su configuración deformada.

Además, deben tenerse en cuenta las imperfecciones geométricas equivalentes a las imperfecciones geométricas equivalentes, tanto de defecto global de verticalidad de la estructura como de curvaturas iniciales en todos los elementos comprimidos de la misma.

Con este método se justificará que la estructura, para las diferentes combinaciones de acciones, con sus correspondientes coeficientes parciales de seguridad, y modos de inestabilidad asociados, no presenta condiciones de inestabilidad global ni local, a nivel de sus elementos constitutivos, ni resulta sobrepasada la capacidad resistente de las diferentes secciones de dichos elementos.

Cabe resaltar que este método resulta siempre de aplicación a cualquier estructura.

## **4. ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS**

### **4.1. INTRODUCCIÓN**

El proceso general del cálculo en la Instrucción EAE corresponde al llamado método de los estados límite. Los estados límite se definen como aquellas situaciones para las que, de ser superadas, puede considerarse que la estructura no cumple alguna de las funciones (de seguridad, durabilidad, funcionalidad y/o estética) para las que ha sido proyectada. Concretamente, en este capítulo se analizan los estados límite últimos, que se corresponden con una puesta fuera de servicio de la estructura por colapso o rotura de la misma o parte de ella. Éstos deben comprobarse en cualquiera de las situaciones de proyecto siguientes:

- Situaciones persistentes, que corresponden a las condiciones de uso normal de la estructura.
- Situaciones transitorias, como son las que se producen durante la construcción o reparación de la estructura.
- Situaciones accidentales, que corresponden a condiciones excepcionales aplicables a la estructura.

El procedimiento de comprobación, para un cierto estado límite, consiste en deducir, por una parte, el efecto de las acciones aplicadas a la estructura o a parte de ella y, por otra, la respuesta de la estructura para la situación límite en estudio. El estado límite quedará garantizado si se verifica, con una fiabilidad aceptable, que la respuesta estructural (R) no es inferior al efecto de las acciones aplicadas (S).

En este bloque se abordan los principios establecidos en la Instrucción EAE para la comprobación y dimensionamiento de una estructura frente a los estados límite últimos siguientes:

- De equilibrio (4.2): debido a la pérdida del equilibrio de una estructura.
- De resistencia de la estructura o de las secciones (4.3): a causa del fallo por agotamiento de la resistencia de la estructura o de las secciones de los elementos estructurales que constituyen la misma.
- De inestabilidad o pandeo (4.4): producido por la pérdida de la estabilidad de la estructura o parte de ella.

### **4.2. ESTADO LÍMITE DE EQUILIBRIO**

#### **4.2.1. Introducción**

El objeto del estado límite de equilibrio es la comprobación del equilibrio global de las estructuras y el establecimiento de unos criterios claros de diseño para situaciones en las cuales pueden darse situaciones de equilibrio mínimos.

El estado límite de equilibrio se caracteriza porque, a diferencia de lo habitual en otros estados límite últimos, el efecto de las cargas permanentes de un mismo origen no se multiplica por el mismo factor en su conjunto. En este caso, se distingue la parte de carga permanente que tiende a estabilizar la estructura de la parte que tiende a

desestabilizarla. A cada una de estas partes se le aplican coeficientes de ponderación distintos.

Este estado límite es de gran importancia, ya que su incumplimiento da lugar a un fallo repentino de la estructura en su conjunto.

A continuación se describe la propuesta de la EAE y se presenta un ejemplo de aplicación práctica.

#### 4.2.2. Propuesta de la EAE

La primera verificación a realizar en el proyecto de una estructura será comprobar que, bajo las hipótesis de carga más desfavorable, no se sobrepasan los estados límite de equilibrio de la estructura (vuelco, deslizamiento, etc.) aplicando los métodos de la mecánica racional y teniendo en cuenta las vinculaciones reales de las sustentaciones.

$$E_{d,estab.} \geq E_{d,desestab.}$$

donde

$E_{d,estab.}$  es el valor de cálculo de los efectos de las acciones estabilizadoras

$E_{d,desestab.}$  es el valor de cálculo de los efectos de las acciones desestabilizadoras

Esta ecuación establece que los esfuerzos estabilizadores de cálculo deben ser superiores a los esfuerzos desestabilizadores de cálculo.

El estado límite de equilibrio, como ya se ha dicho, se caracteriza porque, a diferencia de lo habitual en otros estados límite últimos, el efecto de las cargas permanentes de un mismo origen no se multiplican por el mismo factor en su conjunto. Así, todas las acciones permanentes de igual origen cuyo efecto sea favorable (estabilizante) deberán ponderarse con  $\gamma_G = 0,9$  y para la parte con  $\gamma_G = 1,1$ , para situaciones de servicio, ó con  $\gamma_G = 0,95$  para la parte favorable y  $\gamma_G = 1,05$  para la parte desfavorable, para situaciones de construcción. Las acciones variables cuyo efecto sea desfavorable deberán ponderarse con  $\gamma_Q = 1,50$  y para la parte favorable se adoptará el coeficiente  $\gamma_Q = 0,00$ .

### 4.3. ESTADOS LÍMITE DE RESISTENCIA DE LAS SECCIONES

#### 4.3.1. Introducción

Tal y como se ha dicho anteriormente, las comprobaciones que deben efectuarse para garantizar la aptitud al servicio y la seguridad estructural deben verificar la siguiente relación:  $S_d \leq R_d$ . Esta relación es una formulación muy general de la condición que debe cumplirse para comprobar la seguridad estructural de una estructura. En los casos particulares donde la sollicitación S representa un esfuerzo normal N, un momento flector M, un esfuerzo cortante V o un momento torsor T, la resistencia última R se expresa como  $N_R, M_R, V_R, o T_R$  respectivamente. El objetivo de este capítulo es precisamente dar los elementos necesarios para el establecimiento de las distintas formas de expresión de la resistencia última de una sección. En caso de superposición de distintos tipos de esfuerzos, la seguridad estructural será comprobada mediante fórmulas de interacción.

El contenido de este capítulo se estructura de la misma forma que la Instrucción EAE. Primero se dan unos principios generales de cálculo (4.3.2), para a continuación definir la resistencia de una sección transversal de acero sometida únicamente a esfuerzo axil (4.3.3), a un momento flector (4.3.4), a un esfuerzo cortante (4.3.5) o a un esfuerzo torsor (4.3.6). Seguidamente se plantea la resistencia de una sección sometida a interacción de esfuerzos (4.3.7), en donde se estudia la interacción cortante y torsor (4.3.7.1), la interacción flexión y cortante (4.3.7.2), la interacción esfuerzo torsor y flector (4.3.7.3), la interacción esfuerzo flector, cortante y torsor (4.3.7.4), la interacción flexión y esfuerzo axil (4.3.7.5) y la interacción flexión, cortante y esfuerzo axil (4.3.7.6).

#### 4.3.2. Principios generales de cálculo

##### 4.3.2.1. Generalidades

Es importante precisar que los principios básicos que sirven de base de los temas abordados en este capítulo son:

- La hipótesis de Navier-Bernoulli, que asume que toda sección plana antes de deformarse se mantiene plana después de deformarse.
- La equivalencia entre esfuerzos interiores y las tensiones está asegurada en toda sección.
- El diagrama característico tensión-deformación del acero que se adopta como base de los cálculos es un diagrama tensión-deformación bilineal, con segunda rama horizontal, si bien, en el caso de análisis no lineal puede utilizarse como alternativa el diagrama tensión-deformación bilineal, con segunda rama inclinada. Se define como resistencia de cálculo del acero al cociente

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}, \text{ donde } f_y \text{ es el límite elástico del acero y } \gamma_{M0} \text{ es el coeficiente de}$$

minoración que puede tomarse igual a 1,0.

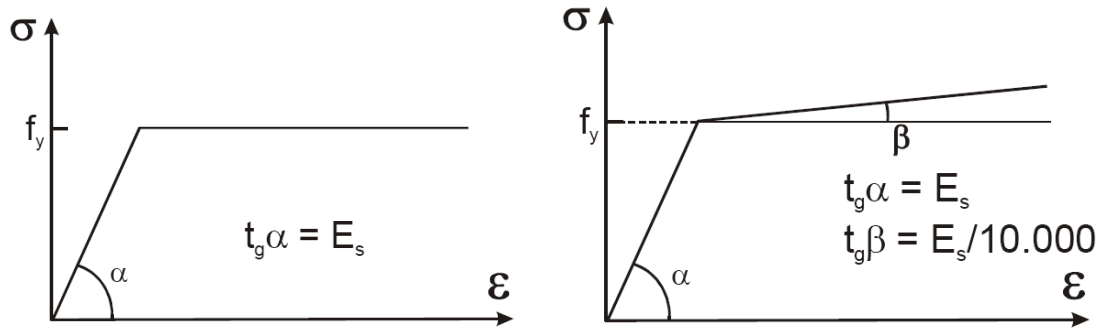


Fig. 4.3.2.1.a Diagrama tensión deformación del acero

La resistencia seccional depende de la clasificación de la sección transversal. A pesar de este hecho, la comprobación de acuerdo con criterios elásticos se puede realizar para todo tipo de sección, inclusive para secciones de clase 4, siempre y cuando, para éstas, se consideren las propiedades de la sección transversal reducida.

Para el dimensionamiento y comprobación frente al agotamiento de la resistencia seccional de acuerdo con criterios elásticos, considerando un diagrama tensión deformación infinitamente elástico, se admite que si en un punto sometido a una tensión según un solo eje, se cumple que  $\sigma > f_y$ , se produce el agotamiento por plastificación del material en dicho punto.

Cabe notar que en las piezas reales, el estado tensional no es, en general, uniaxial; es frecuente que se trate de un estado tensional biaxial (tensiones normales en dos direcciones perpendiculares o tensión normal y tensión tangencial) e incluso triaxial. Por este motivo, se necesita un criterio para saber hasta que valor pueden aumentar las sollicitaciones, supuestas estáticas en dichos estados bi o triaxiales sin que se produzca la rotura o el agotamiento de la sección.

Los trabajos que históricamente se han desarrollado en esta línea han perseguido obtener un ente tensional denominado tensión de comparación  $\sigma_{co}$ , función del estado tensional tal que cumpla que cuando sea menor que el límite elástico o que la tensión de rotura del material, éste no entre en fluencia o no se rompa bruscamente, según el caso:

$$\sigma_{co} \leq f_y$$

En la Instrucción EAE se adopta el criterio de Huber-Hencky-Von Mises, aceptado internacionalmente, como criterio de rotura basado en la elasticidad lineal del material. El criterio de Von Mises se postula que la plastificación en un punto comienza cuando en él se ha almacenado una cantidad de energía de distorsión por unidad de volumen igual a la que se origina en el ensayo de tracción simple en el momento en el que se inicia la plastificación. Así, la Ley de Hooke es válida hasta la fluencia, el trabajo total acumulado por unidad de volumen vale:

$$\frac{dT}{dV} = \frac{1}{2}(\sigma_I \varepsilon_I + \sigma_{II} \varepsilon_{II} + \sigma_{III} \varepsilon_{III})$$

donde

$\sigma_i$  son las tensiones principales en el punto y  $\varepsilon_i$  son las deformaciones de éste.

Si además se sustituye las deformaciones por sus valores en función de la tensión:

$$\begin{aligned}\varepsilon_I &= \frac{1}{E}(\sigma_I - \nu(\sigma_{II} + \sigma_{III})) \\ \varepsilon_{II} &= \frac{1}{E}(\sigma_{II} - \nu(\sigma_I + \sigma_{III})) \\ \varepsilon_{III} &= \frac{1}{E}(\sigma_{III} - \nu(\sigma_I + \sigma_{II}))\end{aligned}$$

se tiene:

$$\frac{dT}{dV} = \frac{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2}{2E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_I\sigma_{II} + \sigma_I\sigma_{III} + \sigma_{II}\sigma_{III})$$

Si se tiene compresión hidrostática  $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III} = -\sigma$  el trabajo por unidad de volumen vale:

$$\left(\frac{dT}{dV}\right)_v = \frac{3\sigma}{2E} - \frac{2\nu}{E}(3\sigma^2) = \frac{3\sigma^2(1-2\nu)}{2E}$$

En el caso general en que  $\sigma_I \neq \sigma_{II} \neq \sigma_{III}$  y utilizando el invariante  $(\sigma = \frac{\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III}}{3})$  para representar el estado tensional, la energía hidrostática acumulada por unidad de volumen vale:

$$\left(\frac{dT}{dV}\right)_v = \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2 - \sigma_I\sigma_{II} - \sigma_I\sigma_{III} - \sigma_{II}\sigma_{III})$$

Restando ambas expresiones, se obtiene la energía de distorsión acumulada en el punto

$$\frac{dT}{dV} - \left(\frac{dT}{dV}\right)_v = \frac{1}{6G}(\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2 - \sigma_I\sigma_{II} - \sigma_I\sigma_{III} - \sigma_{II}\sigma_{III})$$

En el ensayo de tracción:  $\sigma_I = f_y$  ;  $\sigma_{II} = \sigma_{III} = 0$  luego:

$$\frac{dT}{dV} - \left(\frac{dT}{dV}\right)_v = \frac{f_y}{6G}$$

y como  $\sigma_{CO} \leq f_y$

igualando queda que:

$$\sigma_{CO} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]}$$

Refiriendo a ejes no principales y para un estado biaxial de tensiones, la tensión de comparación es:

$$\sigma_{CO} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_z + 3\tau_{xz}^2}$$

Para el caso de flexión simple (comportamiento de viga)  $\sigma_{CO} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ , y por el caso de cortante puro  $\sigma_{CO} = \sqrt{3\tau^2}$ .

Se puede observar que si las tres tensiones principales son del mismo signo y de valores muy similares, el valor de  $\sigma_{CO}$  se mantiene muy pequeño y por tanto, según este criterio, no se alcanza la plastificación aún para valores muy altos de las tensiones principales. Si estas son de compresión, se ve que concuerda con el hecho experimental de que el acero puede resistir grandes presiones hidrostáticas sin plastificar. Si las tensiones principales son de tracción, se observa que tampoco se produce la plastificación, pero si alcanzan valores lo suficientemente altos, puede producirse la rotura de la pieza, no por deslizamiento en los planos de máxima densidad atómica sino por separación brusca (decohesión) en planos de mínima densidad atómica. Por ello se

limita el valor de la mayor tensión principal a:  $\sigma_i \leq 2 \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ .

Teniendo en cuenta esto, la Instrucción EAE propone, para un estado de tensión plana, el siguiente criterio para la comprobación frente al agotamiento de la resistencia de las secciones de acuerdo con criterios elásticos para el punto crítico de la sección transversal,

$$\left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right) \cdot \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right) + 3 \cdot \left( \frac{\tau_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 \leq 1$$

donde

- $\sigma_{x,Ed}$  es el valor de cálculo de la tensión normal en la dirección longitudinal en el punto considerado
- $\sigma_{z,Ed}$  es el valor de cálculo de la tensión normal en la dirección transversal en el punto considerado
- $\tau_{Ed}$  es el valor de cálculo de la tensión tangencial en el punto considerado

#### 4.3.2.2. Características de las secciones transversales

##### 4.3.2.2.1. Características de la sección transversal bruta

Para determinar las características de la sección bruta se utilizarán las dimensiones nominales de ésta. En el cálculo de dichas características no será necesario deducir los agujeros para tornillos, pero sí se deducirán los agujeros y oberturas importantes. No se incluirán en el cálculo de las características de la sección bruta los elementos de empalme de piezas.

##### 4.3.2.2.2. Área neta

El área neta de una sección transversal se obtendrá a partir del área bruta descontando las áreas correspondientes a todos los agujeros y otras oberturas. La deducción por un



agujero será el área bruta de éste en el plano de su eje (la correspondiente al producto del diámetro del agujero por el espesor del elemento). En el caso de agujeros avellanados, deberá tenerse en cuenta la porción avellanada del agujero.

Siempre que los agujeros de los tornillos no estén dispuestos al tresbolillo, el área total a deducir será la suma máxima de áreas de los agujeros incluidos en cualquier sección transversal, perpendicular al eje de la pieza.

En el caso de que los agujeros de los tornillos estén dispuestos al tresbolillo, el área total a deducir será la mayor de:

- la deducción hecha para aquellos agujeros no dispuestos al tresbolillo como se indica en el párrafo anterior.
- La suma de las áreas de todos los agujeros situados en una diagonal o en una línea zig-zag a lo largo del elemento o de una parte del mismo, menos el producto de  $s^2/4p$  para cada espacio entre agujeros (ver figura 4.3.2.2.1.a):

$$t \cdot \left( n \cdot d_0 - \sum \frac{s^2}{4 \cdot p} \right)$$

En esta expresión  $s$  es la distancia entre centros de dos agujeros consecutivos medida paralelamente al eje de la pieza,  $p$  es la distancia entre centros de los mismos agujeros medida perpendicularmente al eje de la pieza,  $t$  es el espesor de la pieza,  $d_0$  es el diámetro del agujero y  $n$  es el número de agujeros extendidos en cualquier diagonal o línea de zig-zag a través de la pieza o parte de ella (ver figura 4.3.2.2.1.a de la Instrucción)

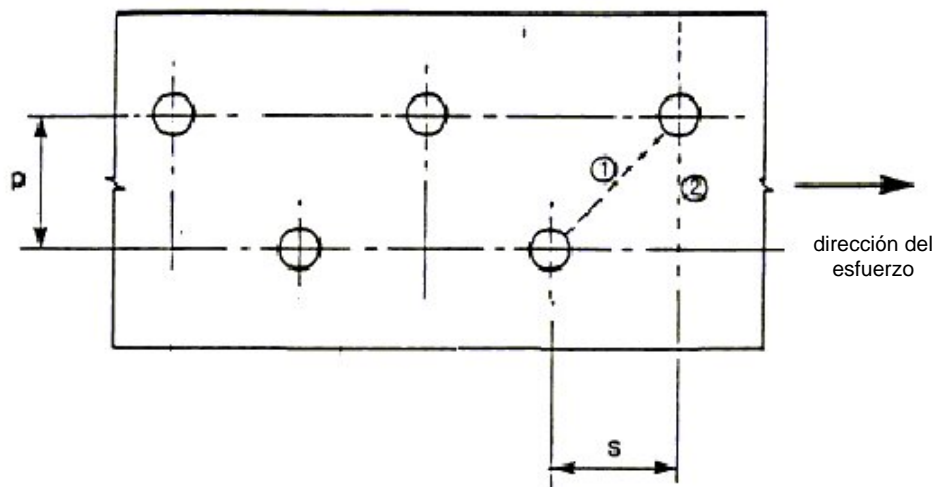


Figura 4.3.2.2.a. Agujeros dispuestos al tresbolillo

En angulares u otras piezas con agujeros en más de un plano, la distancia  $p$  deberá medirse a lo largo de la línea media de la pieza (ver figura 4.3.2.2.1.b)

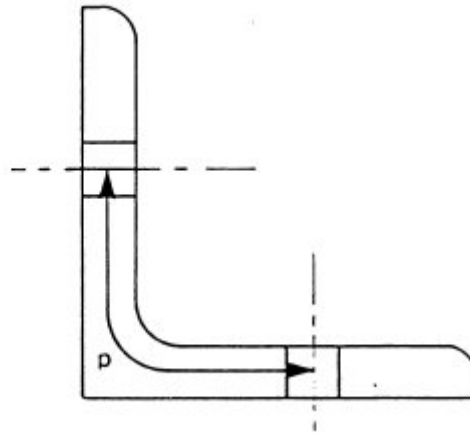


Figura 4.3.2.2.1.b. Perfiles angulares con agujeros en ambos planos

#### 4.3.2.2.3. Características de la sección reducida en secciones de clase 4

El cálculo de la sección reducida en secciones de clase 4 se basa en los anchos reducidos de los elementos comprimidos. Los anchos reducidos de elementos planos comprimidos se obtendrán de acuerdo con lo explicado anteriormente.

#### 4.3.2.2.4. Efectos del arrastre por cortante

La transferencia de tensiones rasantes en el encuentro de las almas con las alas, comprimidas o traccionadas, de elementos lineales con secciones abiertas o cerradas da lugar a una distribución no lineal de las tensiones normales en dichos paneles de ala.

A efectos prácticos, para las comprobaciones a nivel de sección, así como para la obtención de las rigideces a flexión de las secciones que se incorporan en los modelos globales de análisis estructural, puede asumirse que las tensiones normales se distribuyen uniformemente en una cierta anchura reducida de ala, denominada anchura eficaz.

La anchura eficaz depende del tipo de elemento (isostático o continuo), del tipo de acción (localizada o repartida), de la longitud del elemento entre puntos de momento nulo, de la presencia de rigidizadores en las alas, del vuelo en alas exteriores y, finalmente, de la distancia entre almas, si se trata de secciones cerradas uni o multicelulares o de elementos lineales que forman parte de emparrillados de vigas múltiples.

La anchura eficaz varía a lo largo de la directriz del elemento. Igualmente, puede variar en función del estado de plastificación del material, o de la posible abolladura de los paneles de ala, pudiendo ser diferente en servicio y agotamiento.

Se podrá despreciar la influencia del arrastre por cortante en las alas cuando se cumpla la siguiente condición:

- a) para alas en voladizo:  $b_0 \leq L / 20$
  - b) para alas interiores:  $b_0 \leq L / 10$
- donde

$L$  es la luz de elementos isostáticos o la distancia entre puntos adyacentes de momento flector nulo de elementos continuos

$b_0$  anchura de la zona volada, ( $b_1$ ), para las semialas exteriores, o mitad de la anchura entre almas ( $b$ ), para las semialas interiores.

En caso de superarse estos límites, deberán considerarse los efectos del arrastre por cortante mediante los coeficientes reductores elásticos de la anchura eficaz de las alas  $\Psi_{el}$ , definidos en la Instrucción EAE en el capítulo de análisis estructural.

#### 4.3.3. Resistencia al esfuerzo axial

Una sección sometida a un esfuerzo axial  $N$  centrado, produce sobre ésta una tensión uniforme  $\sigma$ . El principio de equivalencia entre esfuerzos y tensiones permite escribir la relación siguiente:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = \sigma \int_A dA = \sigma \cdot A$$

donde

$A$  es el área de la sección transversal.

Recordando el diagrama tensión-deformación del acero, bilineal con segunda rama horizontal que se utiliza en la Instrucción, se tiene que mientras la deformación  $\varepsilon$  sea inferior a la deformación del límite elástico  $\varepsilon_y$ , la tensión  $\sigma$  es igual al producto del módulo de elasticidad  $E$  por la deformación  $\varepsilon$ . En cambio, cuando la deformación sobrepasa la deformación del límite elástico  $\varepsilon_y$ , la tensión  $\sigma$  es igual al límite elástico  $f_y$ .

Así, la resistencia última  $N_R$  a un esfuerzo normal viene dada por la relación siguiente:

$$N_{pl} = f_y \cdot A$$

dónde

$N_{pl}$  es el esfuerzo normal plástico

$f_y$  es el límite elástico del acero.

El subíndice  $pl$  se explica porque ante una sollicitación normal centrada, la resistencia seccional elástica y plástica se alcanza a la vez, porque todas las fibras de la sección plastifican al mismo tiempo. Así, se puede hablar directamente de esfuerzo normal plástico  $N_{pl}$  para caracterizar la resistencia de una sección ante un esfuerzo normal.

El diagrama tensión-deformación del acero es el mismo en tracción que en compresión. Por ello, en compresión sigue siendo válido todo lo comentado para una sección sometida a tracción centrada. Pero cabe recordar que, en el caso de existir un axil de compresión, puede producirse una limitación de esta resistencia debido a la abolladura local de la sección o al posible pandeo de las barras comprimidas.

Partiendo de estos conceptos básicos de resistencia de una sección sometida a un esfuerzo axial centrado, la Instrucción EAE especifica cómo comprobar secciones solicitadas por esfuerzos normales de tracción o compresión.

#### 4.3.3.1. Esfuerzo axial a tracción

El valor de cálculo del esfuerzo axial de tracción  $N_{Ed}$  deberá cumplir para cualquier sección transversal:

$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$$

donde

$N_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo axial  
 $N_{t,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección a tracción

La resistencia de cálculo de la sección para un esfuerzo axial de tracción  $N_{t,Rd}$  se obtendrá mediante las siguientes expresiones:

- En el caso de secciones sin agujeros:

$$N_{pl,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

- En el caso de secciones con agujeros, deberá tomarse como valor de la resistencia a tracción  $N_{t,Rd}$  el menor de los siguientes valores:

- la resistencia plástica de cálculo de la sección bruta  $N_{pl,Rd}$

$$N_{pl,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

- la resistencia última de cálculo de la sección transversal neta

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9A_{net}f_u}{\gamma_{M2}}$$

#### 4.3.3.2. Esfuerzo axial de compresión

El valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión  $N_{Ed}$  deberá cumplir para cualquier sección transversal:

$$N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$$

donde

$N_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo axial  
 $N_{c,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección a compresión

La resistencia de cálculo de la sección para un esfuerzo axial de compresión  $N_{c,Rd}$  se obtendrá mediante las siguientes expresiones:

$$N_{c,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{para secciones de clase 1, 2 ó 3}$$
$$N_{c,Rd} = \frac{A_{ef} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{para secciones de clase 4}$$

No se descontarán los agujeros de los tornillos en la comprobación de la resistencia seccional de elementos comprimidos, siempre que éstos estén ocupados por tornillos, exceptuando los casos de agujeros sobredimensionados o alargados.

#### 4.3.4. Resistencia al momento flector

La flexión simple se caracteriza por ser una flexión según uno de los ejes principales de inercia de la sección. Para respetar las condiciones de equivalencia entre los esfuerzos internos y las tensiones, se deben satisfacer las siguientes relaciones:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = 0$$
$$M_y = \int_A \sigma \cdot z \cdot dA \quad \text{ó} \quad M_z = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA \quad \text{donde}$$

$M_y$  : es el momento flector según el eje de inercia y.

$M_z$  : es el momento flector según el eje de inercia z.

El valor de cálculo del momento flector  $M_{Ed}$  deberá cumplir para cualquier sección transversal:

$$M_{Ed} \leq M_{c,Rd}$$

donde

$M_{Ed}$  es el valor de cálculo del momento flector

$M_{c,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección a flexión

La resistencia de cálculo a flexión  $M_{c,Rd}$  de la sección transversal alrededor de un eje principal se obtendrá según la Clase de sección transversal.

##### 4.3.4.1. Flexión simple en secciones de clase 1 o 2

Las secciones de Clase 1 (plásticas) son aquéllas que alcanzan, sin verse afectadas por fenómenos de abolladura en sus zonas comprimidas, su capacidad resistente plástica, y permiten desarrollar, sin reducción de la misma, la capacidad de rotación exigible a una rótula en un análisis global plástico.

Las secciones de Clase 2 (compactas) son aquéllas que pueden alcanzar su momento resistente plástico, pero en las que los fenómenos de abolladura limitan su capacidad de rotación por debajo de las exigencias de aplicabilidad del análisis global plástico.

El comportamiento de una sección de Clase 1 ó 2 flectada está descrito por la relación entre el momento flector  $M$  (aplicado a un elemento de longitud  $dx$ ) y la curvatura  $\chi$  del elemento, como se muestra en la figura. En esta figura también se muestra la evolución de las deformaciones  $\varepsilon$  y las tensiones  $\sigma$  cuando una sección en doble te está sometida a un momento flector que crece desde un valor nulo hasta  $M_{pl}$  (momento plástico).

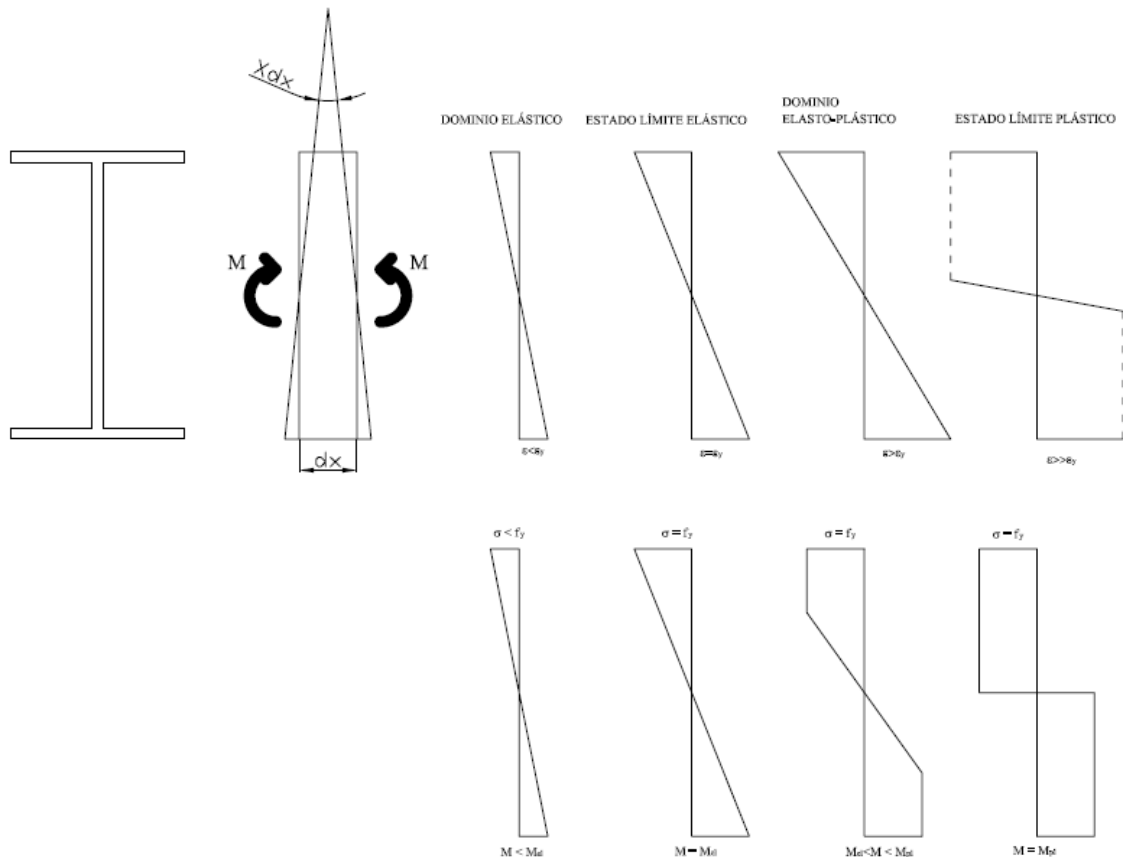


Figura 4.3.4.1 Evolución de las deformaciones y las tensiones en una sección flectada de clase 1 o 2.

Para ello se ha considerado el diagrama tensión-deformación bilineal con segunda rama horizontal y que se satisface la hipótesis de Navier-Bernoulli.

Dentro del dominio elástico, la distribución de las tensiones es proporcional a las deformaciones. Una vez se llega a la plastificación de la fibra extrema, el momento flector que solicita la sección se define como el momento elástico de la sección ( $M_{el}$ ):

$$M_{el} = f_y \cdot W_{el}$$

$W_{el}$ : es el módulo resistente según el eje principal en el que actúa la flexión ( $W_y$  ó  $W_z$ ).

Dentro del dominio elasto-plástico, el aumento del momento flector que solicita la sección se traduce en una plastificación progresiva de las fibras extremas más solicitadas ( $\varepsilon > \varepsilon_y$ ). Las tensiones en estas fibras no son proporcionales a las deformaciones. Si se admite una relación tensión-deformación elasto-plástica perfecta, la tensión máxima es igual al límite elástico  $f_y$  cuando  $\varepsilon \geq \varepsilon_y$ .

El valor máximo de la resistencia a flexión se obtiene cuando la sección está totalmente plastificada. Esto se produce cuando todas las fibras están plastificadas y la deformación tiende a infinito. En la práctica, esto no es posible y existe una zona, alrededor de la fibra neutra, en la que el comportamiento continuará siendo elástico, pero se puede considerar que su influencia es despreciable ante el momento máximo que puede resistir la sección. Así, el momento plástico  $M_{pl}$ , vale:

$$M_{pl} = f_y \cdot Z$$

Z: módulo plástico de la sección según el eje principal en el que actúa la flexión ( $Z_y = \int_A z \cdot dA$  ó  $Z_z = \int_A y \cdot dA$ ).

Cabe recordar en este punto que:

- la obtención del momento actuante a partir de la integración de las tensiones puede ser relativamente complicada según la forma de la sección.
- En una sección simétrica respecto al eje de flexión en donde las diferentes partes están formadas por el mismo tipo de acero, el módulo plástico Z es igual a dos veces el momento estático S:

$$M_{pl} = f_y \cdot 2 \cdot S$$

- El caso particular de secciones no simétricas respecto al eje de flexión se trata a continuación.

Cabe notar que el momento plástico  $M_{pl}$  es un concepto ideal. En efecto, no se puede alcanzar ya que las deformaciones tienden a infinito, cosa que no es posible en la práctica; siempre existe una pequeña zona elástica. Por otro lado, las tensiones de las fibras que están plastificadas, en realidad, sobrepasan el límite elástico. La influencia de estos dos factores puede considerarse despreciable para el dimensionamiento.

### Flexión en secciones no simétricas

El caso de secciones con un eje de simetría sometidas a flexión perpendicularmente a dicho eje sólo difiere del caso de secciones doblemente simétricas en el hecho de que la posición de la fibra neutra no es conocida a priori (en secciones doblemente simétricas sometidas a flexión simple, la fibra neutra siempre pasa por el centro de gravedad de la sección). En este caso, la posición de la fibra neutra se obtiene del hecho que el esfuerzo axial actuante en la sección debe ser nulo. ( $N = \int_A \sigma \cdot dA = 0$ )

Dentro del dominio elástico, la posición de la fibra neutra se corresponde con el centro de gravedad de la sección. El límite del dominio elástico se alcanza cuando la

deformación  $\varepsilon$  en una de las fibras extremas alcanza la deformación  $\varepsilon_y$ . La tensión correspondiente a esta fibra es igual al límite elástico  $f_y$ , en tracción o en compresión. Las tensiones  $\sigma$  en las otras fibras se corresponden proporcionalmente a la deformación existente en ellas.

Se entra en el dominio elasto-plástico cuando la deformación  $\varepsilon$  de una de las fibras extremas sobrepasa  $\varepsilon_y$ . La posición de la fibra neutra no es la misma que en el dominio elástico, ya que se debe verificar la condición de equilibrio dada por la ecuación  $N = \int_A \sigma \cdot dA = 0$ . Se puede demostrar, que una vez la sección está totalmente plastificada, la fibra neutra plástica divide la sección en dos partes de igual área  $A/2$ .

El momento  $M$  (elástico o plástico) se puede obtener como la suma de los productos de las resultantes de las tensiones  $F_i$  de los distintos elementos de la sección por los brazos de palanca  $z_i$  respecto la fibra neutra. Para el estado límite plástico, estas resultantes  $F_i = f_y \cdot A_i$  son relativamente simples de determinar, y el momento plástico  $M_{pl}$  vale entonces:

$$M_{pl} = \sum_{i=1}^n F_i z_i = \sum_{i=1}^n f_y A_i z_i = f_y \sum_{i=1}^n A_i z_i \quad \text{donde}$$

- $F_i$ : resultante de las tensiones existentes en i-ésimo elemento de los n de la sección
- $A_i$ : área del i-ésimo elemento de la sección
- $z_i$ : posición del centro de gravedad (respecto a la fibra neutra) del i-ésimo elemento de la sección.

Así, la resistencia de cálculo a flexión  $M_{c,Rd}$  de la sección transversal alrededor de un eje principal es  $M_{c,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$  para secciones de clase 1 ó 2, donde  $W_{pl} = \sum_{i=1}^n A_i z_i$  es el módulo resistente plástico.

#### 4.3.4.2. Flexión simple en secciones de clase 3

Las secciones de Clase 3 (semicompactas) son aquéllas en las que la tensión en la fibra metálica más comprimida, estimada a partir de una distribución elástica de tensiones, puede alcanzar el límite elástico del acero, pero en las que los fenómenos de abolladura impiden garantizar el desarrollo de la deformación necesaria para alcanzar el momento resistente plástico de la sección.

El comportamiento de una sección de Clase 3 flectada está descrito por la relación entre el momento flector  $M$  (aplicado a un elemento de longitud  $dx$ ) y la curvatura  $\chi$  del elemento, como se muestra en la figura. En esta figura también se muestra la evolución de las deformaciones  $\varepsilon$  y las tensiones  $\sigma$  cuando una sección en doble se ve sometida a un momento flector que varía entre 0 y el  $M_u$  (momento último).



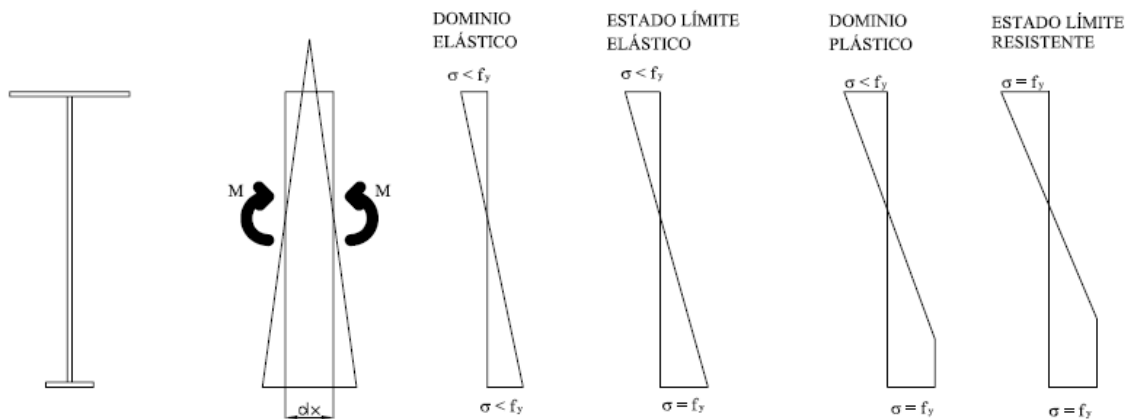


Figura 4.3.4.2 Evolución de las deformaciones y las tensiones en una sección flectada de clase 3.

Para ello se ha considerado el diagrama tensión-deformación bilineal con segunda rama horizontal y que se satisface la hipótesis de Navier-Bernoulli.

Dentro del dominio elástico, al igual que en las secciones de clase 1 ó 2, la distribución de las tensiones es proporcional a las deformaciones. Una vez se llega a la plastificación de la fibra extrema, el momento flector que solicita la sección se define como el momento elástico de la sección ( $M_{el}$ ):

$$M_{el} = f_y \cdot W_{el}$$

$W_{el}$ : es el módulo resistente según el eje principal en el que actúa la flexión ( $W_y$  ó  $W_z$ ).

El valor máximo de la resistencia a flexión, para secciones de Clase 3, se obtiene, considerando la sección bruta, cuando la fibra más comprimida alcanza el límite elástico  $f_y$ , por lo que si la sección es no simétrica respecto del eje neutro de flexión y la plastificación se produce primero en la zona traccionada, se permite la entrada en zona plástica de estas fibras de la sección transversal. En la Instrucción, para este tipo de secciones existe una limitación de esta resistencia a flexión. Se limita la deformación máxima de tracción a  $4\varepsilon_y$ , siendo  $\varepsilon_y$  la deformación correspondiente al límite elástico del acero. Por ello, la resistencia a flexión será la mínima entre la resistencia a flexión cuando la fibra más comprimida alcanza el límite elástico  $f_y$ , y la resistencia a flexión cuando la fibra más traccionada alcance una deformación igual a  $4\varepsilon_y$ .

#### 4.3.4.3. Flexión simple en secciones de clase 4

Las secciones de Clase 4 (esbeltas) son aquéllas en las que los fenómenos de inestabilidad de chapas comprimidas limitan incluso el desarrollo de su capacidad resistente elástica, no llegando a alcanzarse el límite elástico del acero en la fibra más comprimida.

El comportamiento de una sección de Clase 4 flectada está descrito por la relación entre el momento flector  $M$  (aplicado a un elemento de longitud  $dx$ ) y la curvatura  $\chi$  del

elemento, como se muestra en la figura. En esta figura también se muestra la evolución de las deformaciones  $\varepsilon$  y las tensiones  $\sigma$  cuando una sección en doble T se ve sometida a un momento flector que varía entre 0 y el  $M_u$  (momento último).

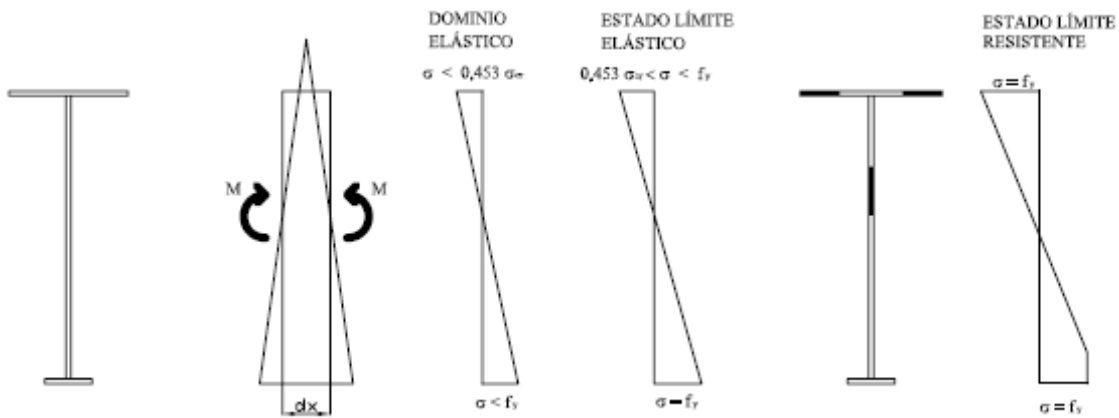


Figura 4.3.4.3 Evolución de las deformaciones y las tensiones en una sección flectada de clase 4.

Para ello se ha considerado el diagrama tensión-deformación bilineal con segunda rama horizontal y que se satisface la hipótesis de Navier-Bernoulli.

En una sección de Clase 4 se debe tener en cuenta la pérdida de linealidad cuando el parámetro que controla la esbeltez de la chapa comprimida vale  $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} = 0,673$ , es

decir, cuando la tensión en la fibra más comprimida vale  $\sigma = 0,453 \cdot \sigma_{cr}$ . A partir de este valor hasta que la tensión en esta fibra es igual al límite elástico, las características de la sección se modifican, ya que el ancho resistente de la zona comprimida de la chapa de Clase 4 se reduce.

Dentro del dominio elástico, al igual que en las secciones de clase 1, 2 ó 3, la distribución de las tensiones es proporcional a las deformaciones. Una vez se llega a la plastificación de la fibra extrema, el momento flector que solicita la sección se define como el momento elástico de la sección ( $M_{el}$ ):

$$M_{el} = f_y \cdot W_{ef,el}$$

$W_{ef,el}$ : es el módulo resistente para la fibra más solicitada según el eje principal en el que actúa la flexión ( $W_y$  ó  $W_z$ ), pero esta vez considerando la sección reducida.

Si se llega antes a la plastificación de la fibra más traccionada, el valor máximo de la resistencia a flexión, para secciones de Clase 4, se obtiene considerando la sección reducida cuando la fibra más comprimida alcanza el límite elástico  $f_y$ , por lo que se permite la entrada en zona plástica de las fibras más traccionadas de la sección transversal. En la Instrucción, para este tipo de secciones existe una limitación de la resistencia a flexión. Al igual que ocurría por secciones de Clase 3, la deformación máxima de la fibra más traccionada se limita a  $4\varepsilon_y$ , siendo  $\varepsilon_y$  la deformación correspondiente al límite elástico del acero.

#### 4.3.5. Resistencia al esfuerzo cortante

La tensión tangencial  $\tau$  debido a un esfuerzo cortante  $V_{Ed}$  que actúa sobre una sección abierta de paredes delgadas viene dada por la fórmula general siguiente:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} \cdot S}{I \cdot t}$$

donde:

- $V_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo cortante
- $S$  es el momento estático del área de la sección transversal por encima del punto considerado.
- $I$  es el momento de inercia de la sección transversal
- $t$  es el espesor en el punto donde se calcula la tensión tangencial

Por eso, para el dimensionamiento y comprobación de una sección transversal frente a esfuerzo cortante se puede aplicar el criterio elástico que se obtiene de aplicar el criterio de Von Mises:

$$\tau_{Ed} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \Rightarrow \frac{\tau_{ED}}{f_y / (\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0})} \leq 1$$

El estado límite, atendiendo a criterios elásticos, corresponde a la situación en la que la tensión tangencial máxima  $\tau_{\max}$  (correspondiente al punto en donde la relación

$S/(I \cdot t)$  es máxima) es igual al límite elástico de cizalladura  $\tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$  debidamente

minorado por  $\gamma_{M0}$ .

Para perfiles en doble T en donde la línea de aplicación del esfuerzo cortante coincide con el eje de simetría del alma, la distribución elástica de tensiones tangenciales en el alma sigue una ley parabólica de 2º grado cuyo máximo se sitúa en la fibra neutra de la sección. Se puede hacer la hipótesis, si  $A_f / A_w \geq 0,6$ , que las alas no contribuyen en la resistencia al esfuerzo cortante, o sea que todo el esfuerzo cortante es resistido por el alma del perfil, por lo que se permite un reparto uniforme de las tensiones tangenciales  $\tau$  a lo largo de la altura  $h_w$  del alma.

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w}$$

donde

- $A_f$  es el área de una ala
- $A_w$  es el área del alma:  $A_w = h_w \cdot t_w$
- $h_w$  es la altura del alma

$t_w$  es el espesor del alma

Así, la resistencia de cálculo de la sección a cortante ( $V_{c,Rd}$ ) se obtiene igualando la tensión tangencial al límite elástico de cizalladura debidamente minorado  $\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$ :

$$V_{c,Rd} = \frac{A_w (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}}$$

La Instrucción EAE permite, para ciertas secciones, un dimensionamiento plástico de la resistencia de cálculo de la sección a cortante ( $V_{pl,Rd}$ ) en donde se supone una distribución uniforme de las tensiones tangenciales a lo largo del área a cortante  $A_v$ . Así,  $V_{pl,Rd}$  tiene la siguiente expresión:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}}$$

donde el área a cortante es diferente, en función del tipo de sección transversal.

- secciones de perfiles laminados en doble T

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f \leq \eta \cdot h_w \cdot t_w$$

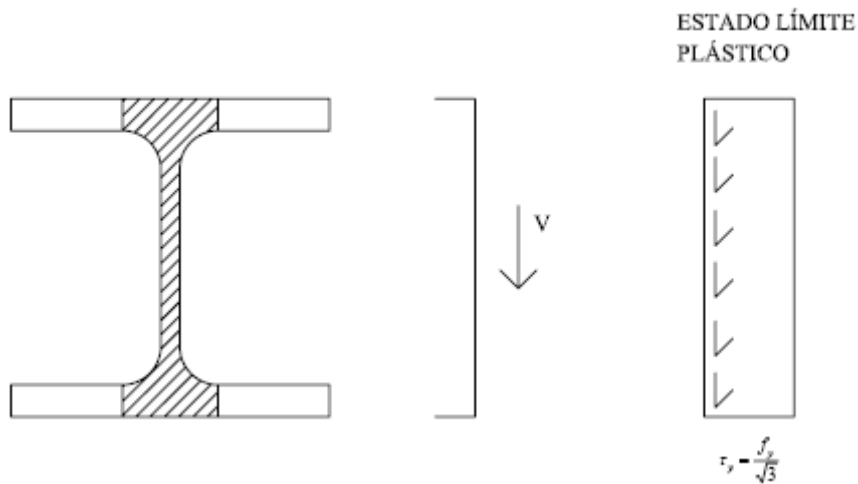


Figura 4.3.5.a Área a cortante de un perfil laminado en doble T con carga paralela al alma.

- secciones de perfiles laminados en U

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + r) \cdot t_f$$

- secciones de perfiles laminados en T

$$A_v = 0,9 \cdot (A - b \cdot t_f)$$

- secciones de vigas armadas soldadas en doble T, U y en cajón

$$A_v = \eta \cdot \sum (h_w \cdot t_w)$$

donde

- $\eta$  es un coeficiente que permite considerar la resistencia adicional que ofrece en régimen plástico el endurecimiento por deformación del material. Se recomienda adoptar el valor de  $\eta=1,2$

Así, para perfiles laminados en doble T, en secciones de perfiles laminados en U o en T y armados en doble T, en U o en cajón con carga paralela al alma se puede adoptar la hipótesis de que las alas no contribuyen en la resistencia al esfuerzo cortante, o sea que todo el esfuerzo cortante es resistido por el alma del perfil, por lo que se permite un reparto uniforme de las tensiones tangenciales  $\tau$  a lo largo de la altura del alma.

Igualmente, para vigas armadas soldadas en doble T, U y cajón con cargas paralelas a las alas se puede hacer la hipótesis de que el alma no contribuye en la resistencia al esfuerzo cortante, o sea que todo el esfuerzo cortante es resistido por las alas del perfil, por lo que se permite un reparto uniforme de las tensiones tangenciales  $\tau$  a lo largo de la anchura de las alas. Para estos casos el área a cortante vale:

$$A_v = A - \sum (h_w \cdot t_w)$$

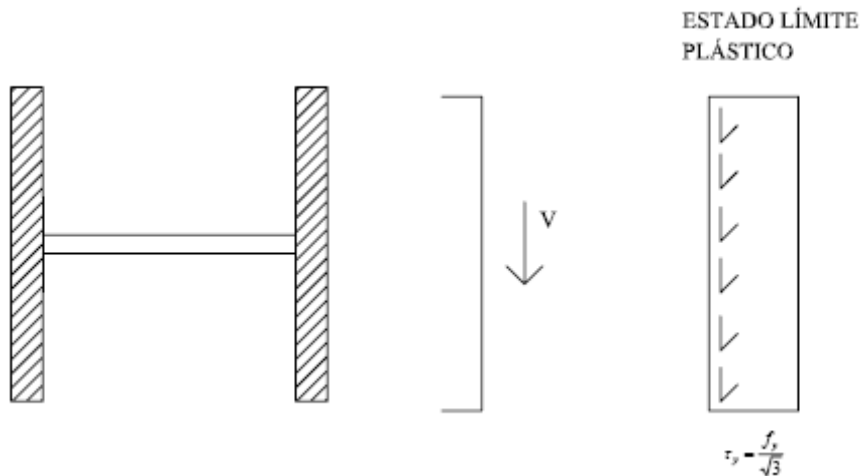


Figura 4.3.5.b Área a cortante de un perfil en doble T con carga paralela a las alas.

En el caso de secciones de perfiles huecos rectangulares de espesor constante también se hace un reparto uniforme, en las dos partes de la sección paralela a la dirección de actuación de la carga, de las tensiones tangenciales  $\tau$  a lo largo del canto  $h$  si la carga actúa paralela a éste, o a lo largo del ancho  $b$  si la carga actúa paralela a ésta. Así, el área a cortante vale:

$$A_v = A \cdot h / (b + h) \quad \text{para carga paralela al canto } h$$

$$A_v = A \cdot b / (b + h) \quad \text{para carga paralela al ancho } b$$

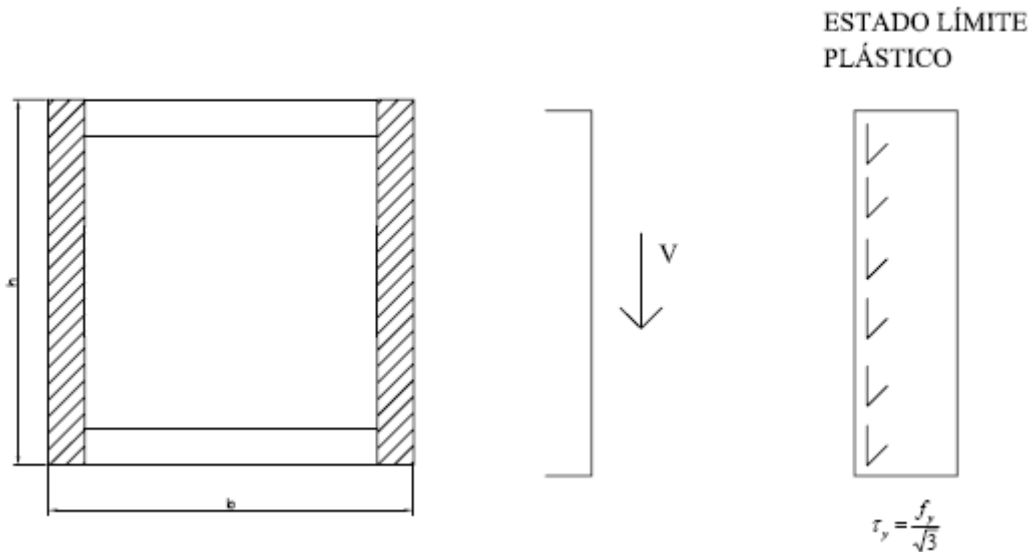


Figura 4.3.5.c Área a cortante de una sección de perfiles huecos rectangulares.

Para secciones de perfiles huecos circulares y tubos de espesor constante también se supone una distribución uniforme a lo largo de toda la sección de las tensiones tangenciales. El área a cortante propuesta por la Instrucción es:

$$A_v = 2A / \pi$$

A continuación, se expone el significado de la nomenclatura utilizada en las expresiones que definen el área a cortante de las secciones transversales:

- A es el área de la sección transversal
- b es el ancho total de la sección
- h es el canto total de la sección
- $h_w$  es la altura del alma
- r es el radio de acuerdo
- $t_f$  es el espesor del ala
- $t_w$  es el espesor del alma
- $\eta$  es un coeficiente que permite considerar la resistencia adicional que ofrece en régimen plástico el endurecimiento por deformación del material. Se recomienda adoptar el valor de  $\eta=1,2$

#### 4.3.6. Resistencia al esfuerzo torsor

Para el dimensionamiento y comprobación de elementos sometidos a torsión para los cuales las deformaciones de distorsión puedan ser despreciadas, el valor de cálculo del momento torsor  $T_{Ed}$  deberá cumplir para cualquier sección transversal:

$$T_{Ed} \leq T_{c,Rd}$$

donde

$T_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo momento torsor

$T_{c,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección a torsión.

El esfuerzo torsor  $T_{Ed}$  se puede dividir, en cualquier sección transversal, en dos componentes:

$$T_{Ed} = T_{t,Ed} + T_{w,Ed}$$

donde

$T_{t,Ed}$  es la componente de esfuerzo torsor correspondiente a la torsión uniforme de Saint-Venant

$T_{w,Ed}$  es la componente de esfuerzo torsor correspondiente a la torsión de alabeo.

Los valores de la torsión uniforme de Saint-Venant ( $T_{t,Ed}$ ) y de la torsión de alabeo ( $T_{w,Ed}$ ) se pueden determinar a partir del esfuerzo torsor ( $T_{Ed}$ ) mediante un análisis elástico, teniendo en cuenta las características de la sección transversal, las condiciones de vinculación en los apoyos y la distribución de las acciones a lo largo del elemento.

Los estados tensionales inducidos por la torsión que se deben considerar son:

- las tensiones tangenciales  $\tau_{t,Ed}$  debidas al esfuerzo torsor de torsión uniforme ( $T_{t,Ed}$ ).
- las tensiones normales longitudinales  $\sigma_{w,Ed}$  debidas al bimomento  $B_{Ed}$  de torsión de alabeo y las tensiones tangenciales  $\tau_{w,Ed}$  debidas al esfuerzo torsor de torsión de alabeo ( $T_{w,Ed}$ ).

Para la comprobación frente al agotamiento de la resistencia de la sección, de acuerdo con criterios elásticos, deberá cumplirse para cualquier punto que:

$$\left( \frac{\sigma}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 + 3 \cdot \left( \frac{\tau}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 \leq 1$$

Los efectos de la torsión de alabeo podrán ser despreciados para el caso de elementos con sección transversal hueca cerrada. Y en el caso de elementos con sección transversal abierta, tales como secciones en I y en H, podrán ser despreciados los efectos de la torsión uniforme.

#### 4.3.6.1 Método simplificado de Timoshenko

La Instrucción EAE permite que el cálculo de la tensión normales,  $\sigma_{w,Ed}$ , y las tensiones tangenciales,  $\tau_{w,Ed}$ , ocasionadas por el alabeo para secciones en doble T simétrica pueda realizarse con el método simplificado de Timoshenko.

Para este tipo de secciones la coordenada sectorial normalizada es  $\omega = y \cdot z$ , siendo y, z los ejes principales de inercia de la sección. Por ello, la distribución de tensiones normales longitudinales en el alma debidas al alabeo  $\sigma_{w,Ed} = \frac{B_{Ed} \cdot \omega}{I_A}$  es nula ( $y=0$ ) y en

las alas presentan una distribución lineal. Puede imaginarse que dicha distribución de tensiones puede estar ocasionada por dos momentos flectores contenidos en los planos de las alas, de igual magnitud en ambas alas, y con signo opuesto (versor contrario). Estos momentos flectores están inducidos por acciones contenidas en los respectivos planos de las alas; en concreto por pares de fuerzas iguales y actuando en sentidos contrarios para reproducir así la distribución de tensiones longitudinales que induciría el alabeo en un elemento con sección en doble T.

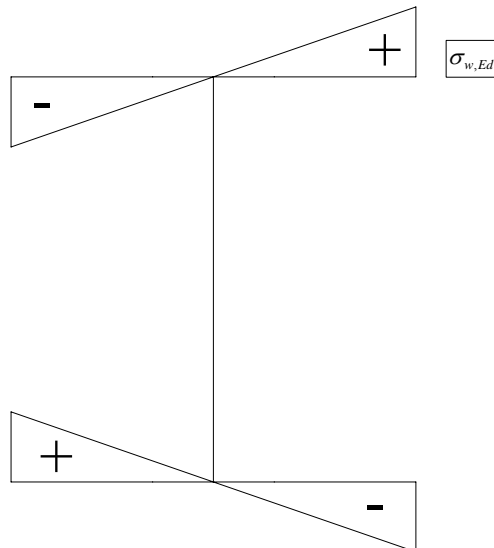


Figura 4.3.6.1.a. Representación de las tensiones  $\sigma_{w,Ed}$  abatidas.



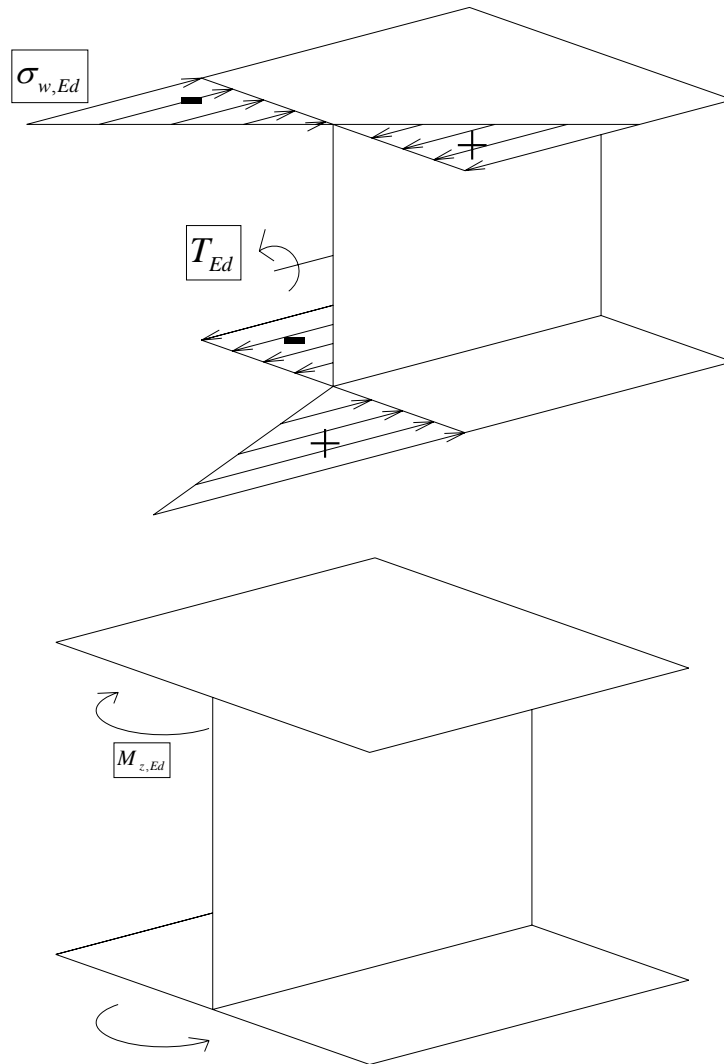


Figura 4.3.6.1.b Tensiones  $\sigma_{w,Ed}$  y momentos flectores inducidos por éstas.

Si se está en presencia de un elemento con sección transversal en doble T, sometido a la acción de momentos torsores, y la torsión que se genera es torsión de alabeo, en vez de recurrir a la solución del problema resolviendo la ecuación diferencial de la torsión de alabeo, se puede proceder de manera aproximada, de la siguiente manera:

- 1- Los momentos torsores puntuales  $T_{w,Ed}$  o repartidos  $t_{w,Ed}$  se sustituyen por pares de esfuerzos puntuales o cargas repartidas de valor:

$$F = T_{w,Ed} / d \quad \text{ó} \quad f = t_{w,Ed} / d$$

siendo  $d$  la distancia entre los centros de gravedad de alas de la sección transversal.

- 2- Estas fuerzas ocasionan en cada ala las correspondientes leyes de esfuerzos de cortantes y momentos flectores (se trata de un problema de flexión simple).
- 3- A partir de dichas leyes es posible determinar las distribuciones de tensiones longitudinales y tangenciales en las alas (sección rectangular sometida a flexión

simple). Dichas distribuciones son las distribuciones de tensiones inducidas por el alabeo en elementos estructurales con secciones en doble T.

La figura siguiente permite entender todos los pasos necesarios para abordar el problema de la torsión de alabeo en elementos estructurales con sección transversal en doble T doblemente simétrica mediante el método aproximado de Timoshenko.

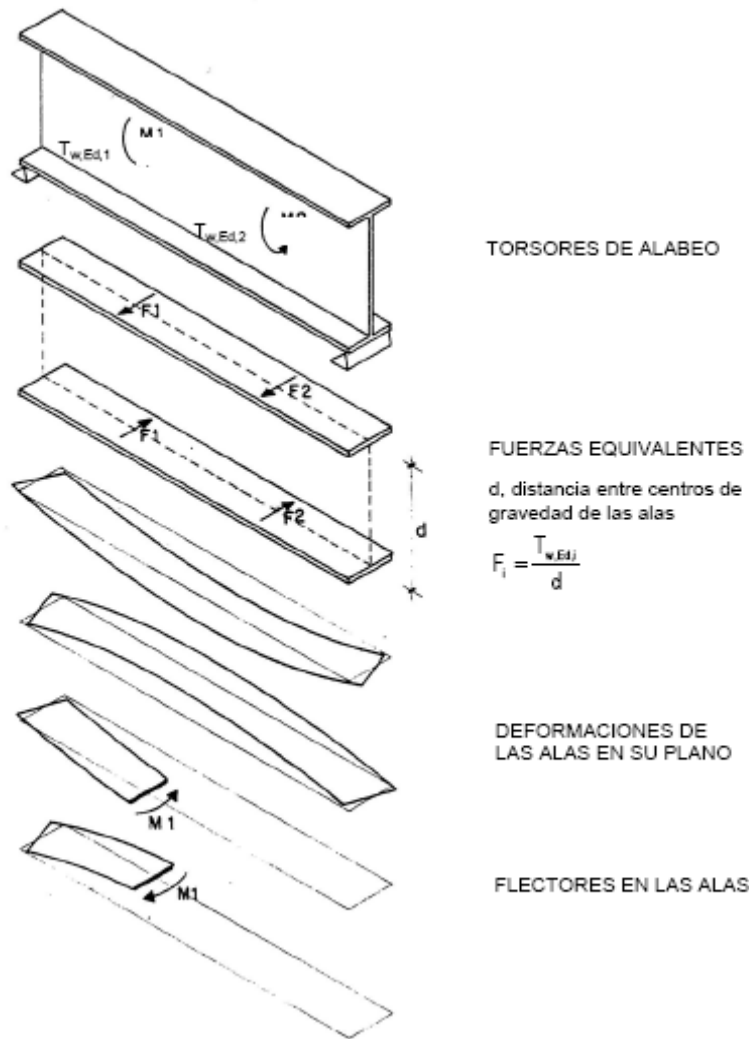


Figura 4.3.6.1.c Método aproximado de Timoshenko para la torsión de alabeo.  
(Quintero y Cudós)

El método de Timoshenko también puede ser utilizado para realizar la descomposición de los efectos de la torsión mixta  $T_{Ed}$  en torsión uniforme  $T_{t,Ed} = \alpha \cdot T_{Ed}$  y torsión de alabeo  $T_{w,Ed} = (1 - \alpha) \cdot T_{Ed}$ . Para ello, en la sección transversal del elemento sometida a

máximo giro relativo a torsión, se igualan el giro a torsión uniforme  $\theta_t = \frac{1}{G \cdot I_T} \int_A^B T_{t,Ed} \cdot dx$

y el giro a torsión de alabeo  $\theta_w = \frac{2 \cdot f_{\max}}{d}$  en donde  $f_{\max}$  es la flecha máxima de una ala sometida a las fuerzas  $F = T_{w,Ed} / d$  y/o  $f = t_{w,Ed} / d$ . De dicha igualdad se obtiene el valor de  $\alpha$  que permite descomponer la torsión mixta en torsión uniforme, que

ocasiona exclusivamente tensiones tangenciales, y en torsión de alabeo, que ocasiona tensiones tangenciales y normales.

### 4.3.7. Interacción de esfuerzos

#### 4.3.7.1 Interacción esfuerzo cortante y torsor

Bajo la acción combinada de esfuerzo cortante y esfuerzo torsor, en dimensionamiento plástico, se debe aplicar el siguiente criterio:

$$V_{Ed} \leq V_{pl,T,Rd}$$

donde

$V_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo cortante  
 $V_{pl,T,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección frente a esfuerzo cortante y momento torsor.

Dicha resistencia seccional  $V_{pl,T,Rd}$  viene dada por las siguientes expresiones en función del tipo de sección transversal:

Para secciones en doble T:

$$V_{pl,T,Rd} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}}} \cdot V_{pl,Rd}$$

A continuación, se explica el origen de esta expresión. Sea una sección doble T sometida a un esfuerzo momento torsor que produce sobre el alma unas tensiones  $\tau_{t,Ed}$  debidas a torsión uniforme.

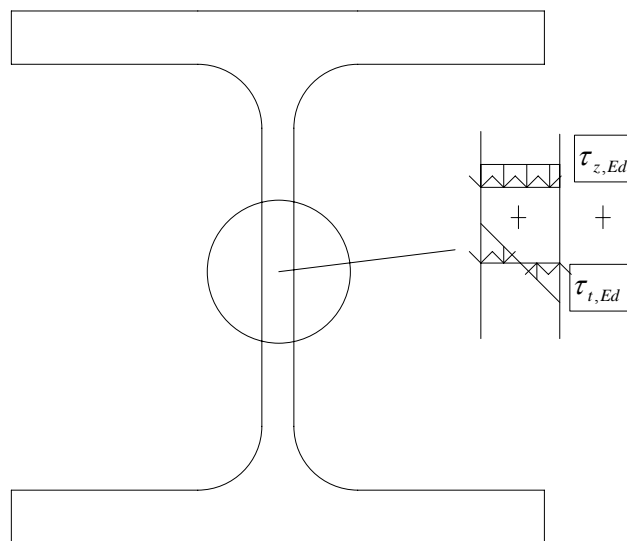


Figura 4.3.7.1.a Representación de las tensiones tangenciales en el alma debidas al esfuerzo cortante y el esfuerzo torsor.

Si se supone una sección rectangular de espesor diferencial  $d$  y ancho  $t_w$ , el espesor del alma de la sección en doble T, se puede admitir que esta sección se ve sometida a un momento flector  $M = \int_{A_f} \tau_{t,Ed} \cdot y \cdot dA$  producido por las tensiones tangenciales de torsión

uniforme, y a un esfuerzo axial  $N = \int_{A_f} \tau_{z,Ed} \cdot dA$  donde  $\tau_{z,Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_v}$  son las tensiones tangenciales producidas por el esfuerzo cortante sobre el alma.

La comprobación puede reducirse a la comprobación de una sección sometida a flexión y a axial, teniendo en cuenta que se está trabajando con tensiones tangenciales, por lo que la sección resistirá una tensión tangencial máxima igual a  $\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$ .

En estado límite plástico de una sección sometida a flexión, puede entenderse que parte de la sección resiste solamente al esfuerzo normal (las tensiones tangenciales debidas al cortante) y la otra parte de la sección resiste únicamente el momento flector (las tensiones tangenciales debidas a la torsión uniforme). Compatibilizando tensiones y esfuerzos se tiene que:

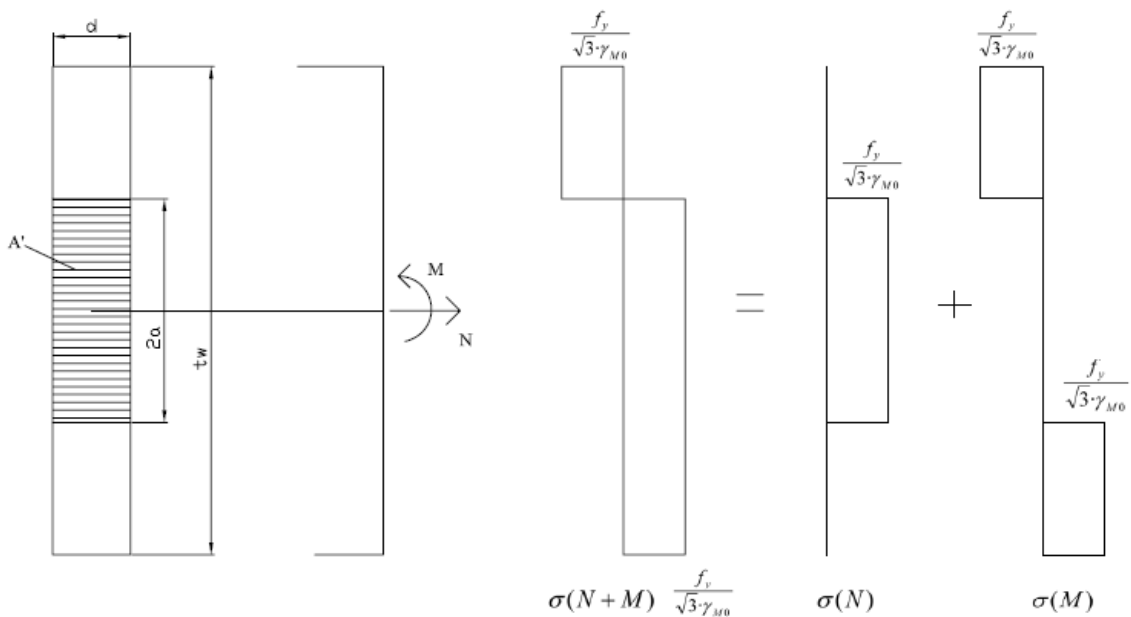


Figura 4.3.7.1.b Representación plástica de las tensiones tangenciales en el alma debidas al esfuerzo cortante y el esfuerzo torsor.

El valor del momento inducido puede determinarse mediante la siguiente expresión:

$$M = \int_{A_f} \tau_{t,Ed} \cdot y \cdot dA = W \cdot \tau_{t,Ed} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot \left( d \cdot \left( \frac{t_w}{2} - a \right) \right) \left( \frac{t_w}{2} + a \right) = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \left( \frac{t_w^2}{4} - a^2 \right)$$

$$\text{por lo tanto } a = \sqrt{\left( \frac{t_w^2}{4} - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d} \right)}$$

Así, el valor del esfuerzo axial inducido plástico reducido por torsión,  $N_{pl,T,Rd}$ , es:

$$\begin{aligned} N_{pl,T,Rd} &= N_{pl,Rd} - 2 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \left( \frac{t_w}{2} - a \right) = \\ &= N_{pl,Rd} - 2 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \left( \frac{t_w}{2} - \sqrt{\left( \frac{t_w^2}{4} - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d} \right)} \right) = \\ &= N_{pl,Rd} - 2 \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}} \right) = \\ &= N_{pl,Rd} - N_{pl,Rd} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}} \right) = N_{pl,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}} \end{aligned}$$

Se tiene pues que  $N_{pl,Rd} = A_d \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$  y que

$$N_{pl,T,Rd} = 2a \cdot d \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = A_d \cdot \frac{2a \cdot d}{A_d} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = A_d \cdot f_{y,T}$$

Donde  $A_d$  es el área de la sección diferencial ( $A_d = t_w \cdot d$ )

$f_{y,T}$  es el límite elástico reducido por efecto de la torsión

Puede escribirse entonces que:

$$f_{y,T} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}$$

Así, se reducen las tensiones que se pueden alcanzar en todo punto de la sección

transversal del alma, por el coeficiente  $\rho = \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}$ .

Entonces el esfuerzo cortante último reducido que puede resistir la sección

( $V_{c,T,Rd} = \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot \rho \cdot A_v$ ), cuando actúan conjuntamente cortante y torsión es:

$$V_{c,T,Rd} = V_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}$$

Por otra parte, si se supone una distribución elástica lineal de las tensiones tangenciales de torsión uniforme sobre el espesor del alma, se tiene que  $W = W_{el} = \frac{1}{6} d \cdot t_w^2$ , por lo que:

$$M = W_{el} \cdot \tau_{t,Ed} = \tau_{t,Ed} \cdot \frac{1}{6} d \cdot t_w^2.$$

Así,

$$\begin{aligned} V_{c,T,Rd} &= V_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}} = V_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed} \cdot \frac{1}{6} d \cdot t_w^2}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}} = \\ &= V_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,5 \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}}} \end{aligned}$$

En cambio, si se adopta una distribución plástica de las tensiones tangenciales de torsión uniforme sobre el espesor del alma, se tiene que  $W = W_{pl} = \frac{1}{4} d \cdot t_w^2$ , por lo que:

$$M = W_{pl} \cdot \tau_{t,Ed} = \tau_{t,Ed} \cdot \frac{1}{4} d \cdot t_w^2.$$

Así,

$$\begin{aligned}
 V_{c,T,Rd} &= V_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}\right)} = V_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_{t,Ed} \cdot \frac{1}{4} \cdot d \cdot t_w^2}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}\right)} = \\
 &= V_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}}\right)}
 \end{aligned}$$

Adoptando una distribución elastoplástica de las tensiones tangenciales de torsión uniforme sobre el espesor del alma se tendría un módulo tal que  $W = \frac{1}{\alpha} \cdot d \cdot h^2$

$\frac{1}{\alpha} \in [\frac{1}{4}, \frac{1}{6}]$ ) por lo que:

$$M = W_{ep} \cdot \tau_{t,Ed} = \tau_{t,Ed} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot d \cdot t_w^2$$

Así,

$$\begin{aligned}
 V_{c,T,Rd} &= V_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}\right)} = V_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_{t,Ed} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot d \cdot t_w^2}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{t_w^2}{4}}}\right)} = \\
 &= V_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{\frac{\alpha}{4} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}}\right)}
 \end{aligned}$$

Al considerar una distribución de tensiones intermedia entre la elástica y la plástica, se adoptará un coeficiente  $\alpha/4$  comprendido entre 1 y 1,5. Se toma el valor medio de 1,25, con lo cual se tiene que para secciones en doble T

$$V_{pl,T,Rd} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}}} \cdot V_{pl,Rd}$$

Para secciones en U

$$V_{pl,T,Rd} = \left[ \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}}} - \frac{\tau_{w,Ed}}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} \right] \cdot V_{pl,Rd}$$

Se obtiene de forma similar a la anterior, teniendo además en cuenta que hay unas tensiones tangenciales uniformes en todo el espesor del alma de la sección ( $\tau_{w,Ed}$ ), debidas a la torsión de alabeo.

Para secciones huecas, se tiene que:

$$V_{pl,T,Rd} = \left[ 1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{(f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}} \right] \cdot V_{pl,Rd}$$

Se obtiene fácilmente si se tiene en cuenta que no se considera la torsión de alabeo en secciones huecas y teniendo en cuenta que la tensión tangencial debida a la torsión uniforme es constante a través del espesor de las almas de la sección en cajón.

#### 4.3.7.2 Interacción momento flector y cortante

En aquellos casos en que la sección se vea sometida al efecto combinado de sollicitaciones de flexión y cortante y el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed}$  supere el 50% de la resistencia plástica de la sección  $V_{pl,Rd}$  deberá reducirse la resistencia de cálculo de la sección a flexión. Para ello, el modelo de resistencia supone que una parte de la sección se lleva la totalidad del esfuerzo cortante. A dicha zona se le asigna un límite elástico reducido de valor  $(1 - \rho) \cdot f_y$ , donde

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

siendo  $V_{pl,Rd}$  la resistencia plástica, obtenida según el apartado 4.3.5.

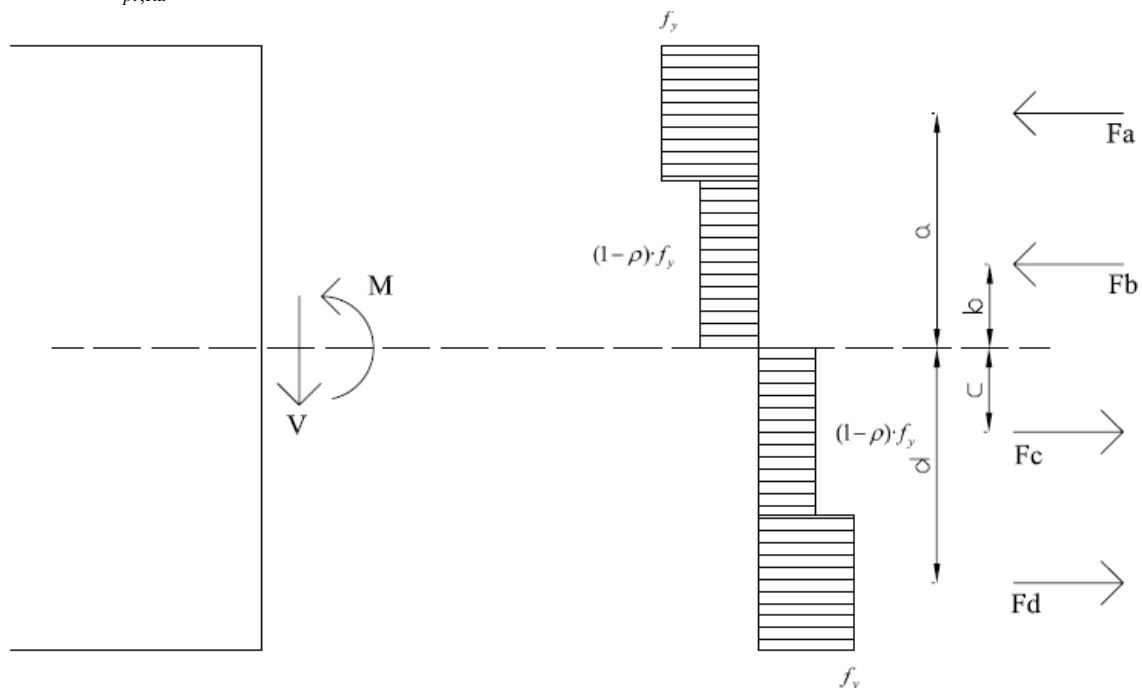


Figura 4.3.7.2.a Representación plástica de las tensiones normales, convenientemente reducidas en la parte de la sección que resiste el esfuerzo cortante.



Planteando el equilibrio seccional, se tiene que

$$M_{y,V,Rd} = \frac{F_a \cdot a + F_b \cdot b + F_c \cdot c + F_d \cdot d}{\gamma_{M0}} =$$

$$= \frac{f_y \cdot A_a \cdot a + (1 - \rho) \cdot f_y \cdot A_b \cdot b + (1 - \rho) \cdot f_y \cdot A_c \cdot c + f_y \cdot A_d \cdot d}{\gamma_{M0}}$$

En el caso de que el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed}$  no supere el 50% de la resistencia plástica de la sección  $V_{pl,Rd}$  no deberá reducirse el valor del momento resistente, a excepción de los casos en que esta reducción sea necesaria para la consideración del fenómeno de abolladura por cortante (ver el artículo 35.5 de la Instrucción EAE).

De la misma forma, si la sección esta sometida a cortante y torsión, cuando  $V_{Ed}$  exceda el 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$ , se asigna al área de cortante un límite elástico reducido de valor  $(1 - \rho) \cdot f_y$  para el cálculo de la resistencia de cálculo de la sección a flexión, donde

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} - 1 \right)^2$$

con  $V_{pl,T,Rd}$  obtenido de acuerdo con 4.3.7.1.

En secciones en doble T con alas iguales y sometidas a flexión alrededor del eje principal de inercia de la sección, la resistencia plástica de cálculo a flexión considerando la interacción con el esfuerzo cortante y el esfuerzo torsor puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$M_{y,V,Rd} = \frac{\left[ W_{pl,y} - \frac{\rho \cdot A_w^2}{4 \cdot t_w} \right] \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

Esta expresión se obtiene adoptando la hipótesis de que todas las tensiones tangenciales producidas por el esfuerzo cortante y torsor son absorbidas por el alma. Por consiguiente, si  $V_{Ed} > 0,5 \cdot V_{pl,T,Rd}$ , se asigna al alma un límite elástico reducido de valor  $(1 - \rho) \cdot f_y$ .

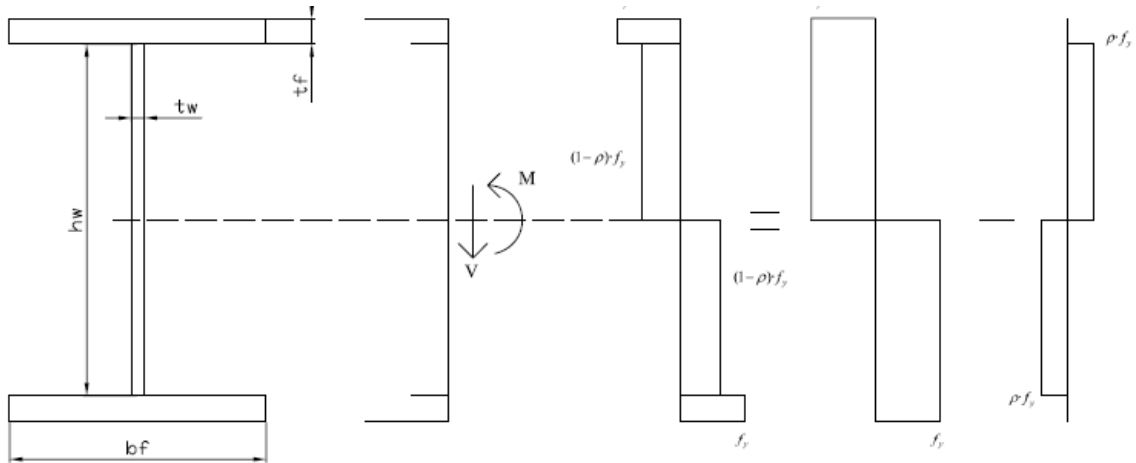


Figura 4.3.7.2.b Representación plástica de las tensiones normales debidamente reducidas por el efecto del cortante en una sección doble T

Así,

$$M_{y,V,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y - \rho \cdot f_y \cdot \left(\frac{A_w \cdot h_w}{2} \cdot \frac{h_w}{4}\right) \cdot 2}{\gamma_{M0}} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y - \rho \cdot f_y \cdot \left(\frac{A_w^2}{4 \cdot t_w}\right)}{\gamma_{M0}} = \frac{\left[W_{pl,y} - \rho \cdot \left(\frac{A_w^2}{4 \cdot t_w}\right)\right] \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

donde  $A_w = h_w \cdot t_w$

#### 4.3.7.3 Interacción momento flector y momento torsor

Bajo la acción combinada de momento torsor y momento flector, para determinar la resistencia de cálculo de una sección transversal, la Instrucción EAE propone que sólo se tengan en cuenta los efectos de la torsión producidos por el bimomento  $B_{Ed}$ , que resultan de un análisis elástico. Entonces, en la Instrucción EAE, para determinar la resistencia de cálculo se propone una reducción de la resistencia de cálculo a flexión de la sección en:

$$M_{c,T,Rd} = \left[ 1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right] \cdot M_{c,Rd}$$

donde la tensión normal máxima  $\sigma_{w,Ed}$  de alabeo puede obtenerse mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_{w,Ed} = \frac{B_{Ed} \cdot \omega}{I_A}$$

donde  $\omega$  es la coordenada sectorial normalizada e  $I_A$  es el módulo de alabeo de la sección transversal.

Esta expresión es correcta si se está ante una sección Clase 3 o 4, pero es muy conservadora si la sección es Clase 1 o 2 ya que reduce el límite elástico del acero de la

sección en  $\left[ 1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right]$ , para el cálculo de la resistencia a flexión de la sección

transversal. Así pues, se está suponiendo que en todo punto de la sección transversal existe una tensión normal igual a la tensión normal máxima  $\sigma_{w,Ed}$  de alabeo, lo cual no es cierto; pero, además se supone que dicha tensión es de tracción allá donde el flector induce tracción y es de compresión allá donde el flector induce compresión, que tampoco es cierto.

Debido a ello, en el ámbito de esta tesina, se propone una formulación alternativa, menos conservadora y más realista, para la determinación de la resistencia plástica de cálculo a flexión de una sección transversal en doble T sometida a flexión alrededor de su eje principal de inercia y torsión. Se tiene en cuenta los efectos de la torsión producidos por el bimomento  $B_{Ed}$ , lo que se traduce en una reducción del momento resistente a flexión:

$$M_{c,T,Rd} = \left[ \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{1,25 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}} \right] \cdot M_{c,Rd} \quad \text{para secciones Clase 1 ó 2}$$

En dicha expresión el cálculo de la tensión normal máxima  $\sigma_{w,Ed}$  de alabeo se lleva a cabo haciendo uso de la siguiente ecuación, proveniente de la teoría de torsión de alabeo:

$$\sigma_{w,Ed} = \frac{B_{Ed} \omega}{I_A}$$

en donde  $\omega$  es la coordenada sectorial normalizada e  $I_A$  es el módulo de alabeo de la sección transversal.

Se expone, a continuación, el origen de esta expresión. Sea una sección doble T sometida a un esfuerzo momento torsor  $T_{Ed}$  que produce sobre las alas unas tensiones normales  $\sigma_{w,Ed}$  y se quiere determinar el momento flector que resiste dicha sección.

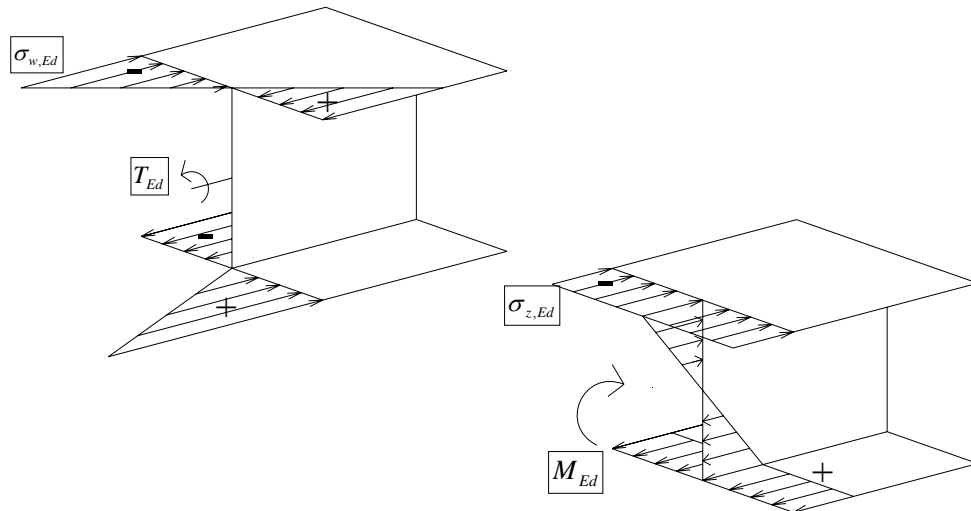


Figura 4.3.7.3.a Representación de las tensiones normales de alabeo producidas por el momento torsor y de las tensiones normales producidas por el momento flector

Las alas de la sección en doble T son secciones rectangulares que se pueden suponer solicitadas por un momento flector  $M_{z,Ed} = \int_{A_f} \sigma_{w,Ed} \cdot y \cdot dA$  producido por las tensiones de alabeo del esfuerzo momento torsor  $T_{Ed}$ , y por un esfuerzo axial  $N_{Ed} = \int_{A_f} \sigma_{z,Ed} \cdot dA$

donde  $\sigma_{z,Ed} = \frac{M_{Ed}}{W}$  son las tensiones producidas por la flexión.

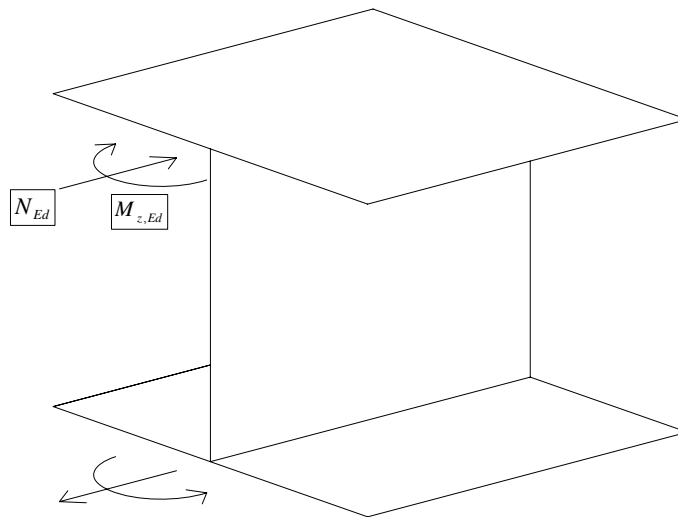


Figura 4.3.7.3.b Representación de los momentos flectores y axiales sobre las alas inducidos por las tensiones normales de alabeo producidas por el momento torsor y las tensiones normales producidas por el momento flector, respectivamente.

La comprobación tensional puede reducirse a un problema de cálculo de la resistencia de una sección sometida a flexión y a axil. En estado límite plástico de una sección sometida a flexión compuesta puede suponerse que parte de la sección resiste solamente el esfuerzo normal (las tensiones debidas a flexión) y que la otra parte de la sección

resiste únicamente el momento flector (las tensiones de alabeo debidas al momento torsor). Planteando el equilibrio a nivel sección se tiene que:

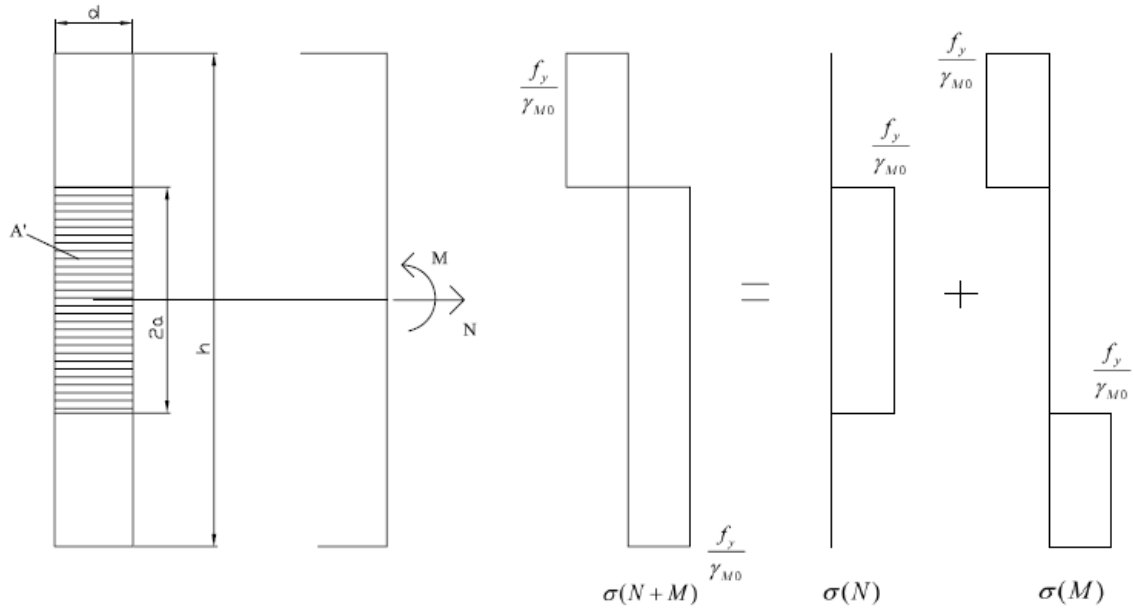


Figura 4.3.7.3.c Representación plástica de las tensiones normales en las alas debidas al esfuerzo axial y al flector inducidos.

Se conoce

$$M_{z,Ed} = \int_{A_f} \sigma_{w,Ed} \cdot y \cdot dA = W \cdot \sigma_{w,Ed} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot \left( d \cdot \left( \frac{h}{2} - a \right) \right) \left( \frac{h}{2} + a \right) = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \left( \frac{h^2}{4} - a^2 \right)$$

Por consiguiente

$$a = \sqrt{\left( \frac{h^2}{4} - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d} \right)}$$

Así

$$N_{pl,T,Rd} = N_{pl,Rd} - 2 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \left( \frac{h}{2} - a \right) = N_{pl,Rd} - 2 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \left( \frac{h}{2} - \sqrt{\frac{h^2}{4} - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d}} \right) =$$

$$= N_{pl,Rd} - 2 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4}}} \right) = N_{pl,Rd} - N_{pl,Rd} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4}}} \right) =$$

$$= N_{pl,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4}}\right)}$$

Se tiene que  $N_{pl,Rd} = A_f \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$  y que  $N_{pl,T,Rd} = 2a \cdot t_f \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = A_f \cdot \frac{2a \cdot t_f}{A_f} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = A_f \cdot f_{y,T}$

donde  $A_f$  es el área del ala

$f_{y,T}$  es el límite elástico reducido por efecto de la torsión que se puede alcanzar en las alas cuando en la sección transversal actúa un momento flector.

Se puede escribir entonces que:

$$f_{y,T} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4}}\right)}$$

Una opción conservadora se basa en reducir las tensiones que se pueden alcanzar en todo punto de la sección transversal, afectándolas por el coeficiente

$\rho = \sqrt{\left(1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4}}\right)}$ , porque en el alma de una sección en doble T las tensiones

normales debidas al alabeo son nulas, por lo que el alma no ve reducido su límite elástico.

Así pues, el momento último reducido que puede resistir la sección

( $M_{c,T,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot \rho \cdot W$ ), cuando actúan conjuntamente un momento flector y un momento

torsor es:

$$M_{c,T,Rd} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4}}\right)}$$

Además, si se supone una distribución elástica de las tensiones de alabeo en el ala, se tiene que  $W = W_{el} = \frac{1}{6} d \cdot h^2$ , por lo que  $M_{z,Ed} = W \cdot \sigma_{w,Ed} = \sigma_{w,Ed} \cdot \frac{1}{6} d \cdot h^2$ .

Así,

$$M_{c,T,Rd} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y \cdot d \cdot h^2}{\gamma_{M0}}}} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed} \cdot \frac{1}{6} \cdot d \cdot h^2}{\frac{f_y \cdot d \cdot h^2}{\gamma_{M0}}}} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{1,5 \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}}$$

En cambio, si se supone una distribución plástica de las tensiones de alabeo en el ala, se tiene que  $W = W_{pl} = \frac{1}{4} d \cdot h^2$ , por lo que  $M_{z,Ed} = W \cdot \sigma_{w,Ed} = \sigma_{w,Ed} \cdot \frac{1}{4} d \cdot h^2$ .

Así,

$$M_{c,T,Rd} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y \cdot d \cdot h^2}{\gamma_{M0}}}} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed} \cdot \frac{1}{4} d \cdot h^2}{\frac{f_y \cdot d \cdot h^2}{\gamma_{M0}}}} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}}}}$$

Así, para una distribución elastoplástica de las tensiones de alabeo en el ala,  $W = \frac{1}{\alpha} d \cdot h^2$  ( $\frac{1}{\alpha} \in [\frac{1}{4}, \frac{1}{6}]$ ), por lo que  $M_{z,Ed} = W \cdot \sigma_{w,Ed} = \sigma_{w,Ed} \cdot \frac{1}{\alpha} d \cdot h^2$

Así,

$$M_{c,T,Rd} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{z,Ed}}{\frac{f_y \cdot d \cdot h^2}{\gamma_{M0}}}} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed} \cdot \frac{1}{\alpha} d \cdot h^2}{\frac{f_y \cdot d \cdot h^2}{\gamma_{M0}}}} = M_{c,Rd} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{\frac{\alpha}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}}$$

Al adoptar una distribución intermedia entre la elástica y la plástica, cuando estamos en secciones Clase 1 ó 2, el coeficiente  $\frac{\alpha}{4}$  debería estar comprendido entre 1 y 1,5. Tomándose entonces un valor igual al valor medio de 1,25.

### 4.3.7.3.1. Comparación entre la fórmula de la Instrucción EAE y la fórmula propuesta

A continuación se hace una comparación gráfica de la fórmula propuesta por la Instrucción EAE y la fórmula propuesta en esta tesina, para aceros S235 y S355.

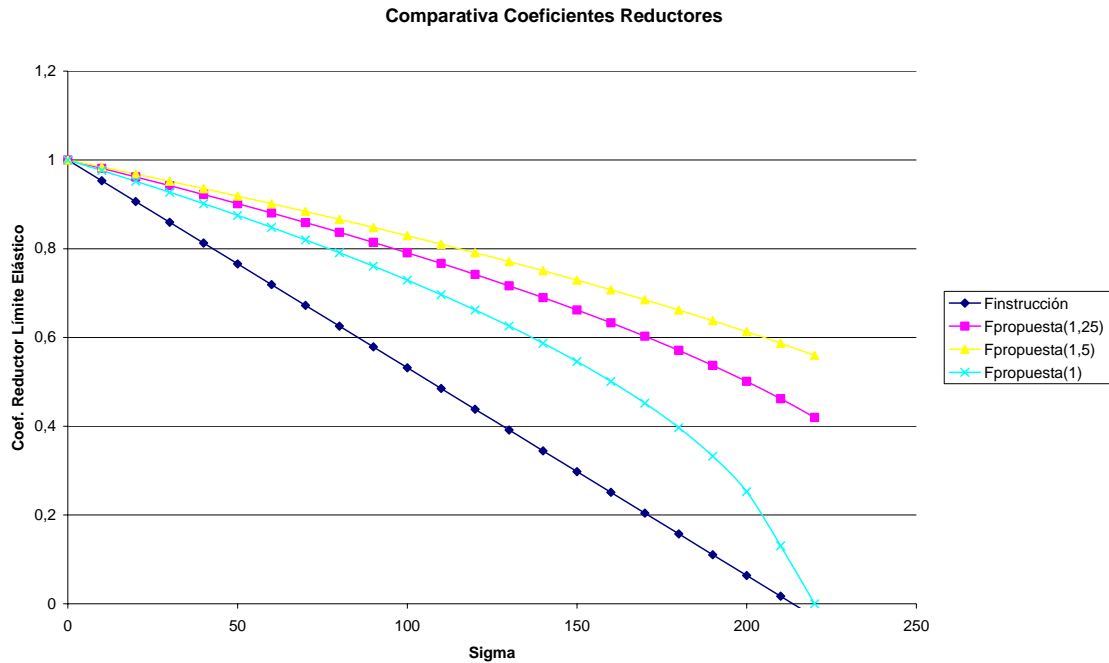


Figura 4.3.7.3.1.a Comparación gráfica de la reducción del límite elástico propuesta por la Instrucción EAE y la propuesta en esta tesina para distintos valores de  $\alpha / 4$ , para acero S235



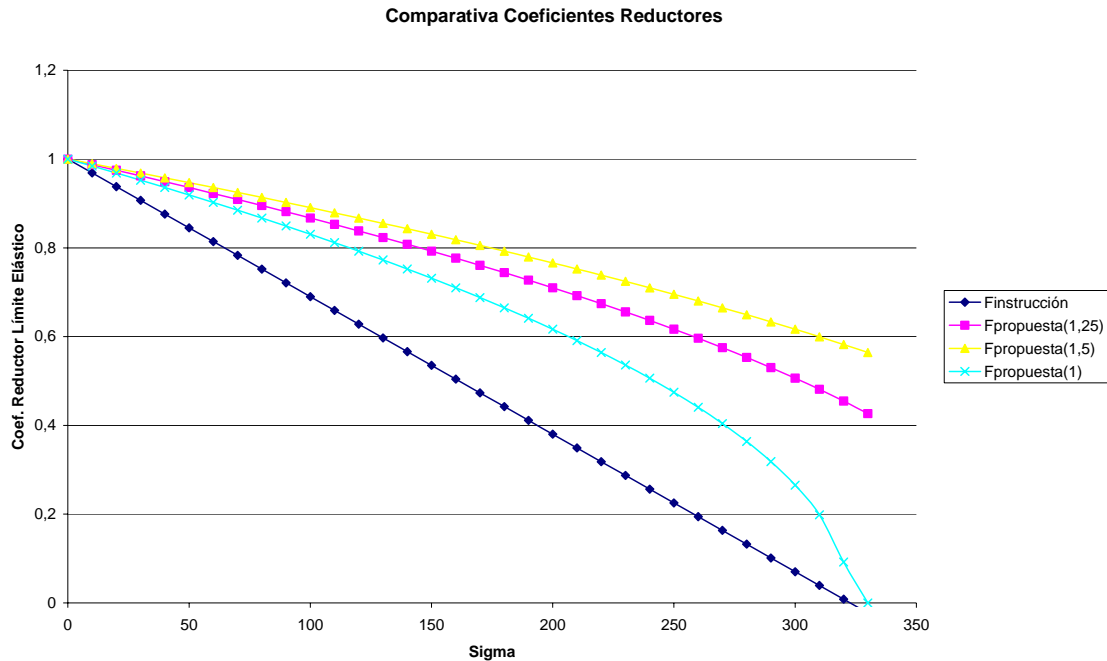


Figura 4.3.7.3.1.b Comparación gráfica de la reducción del límite elástico propuesta por la Instrucción EAE y la propuesta en esta tesina para distintos valores de  $\alpha/4$ , para acero S355

Como se puede observar, la formulación propuesta por la Instrucción EAE es muy conservadora para los casos de perfiles en doble T flectados alrededor de su eje principal de inercia.

Así, la resistencia de cálculo a flexión de una sección doble T, bajo la acción combinada de momento torsor y flector alrededor de su eje principal de inercia puede llegar a ser un 40% superior en secciones Clase 1 ó 2 si se utiliza la fórmula propuesta en esta tesina en lugar de la fórmula propuesta en la Instrucción EAE.

#### 4.3.7.3.2. Caso particular de secciones en doble T doblemente simétrica de Clase 1 ó 2 flectadas alrededor del eje fuerte.

Para una sección en doble T con alas iguales y sometida a flexión alrededor del eje principal de inercia de la sección, se puede ser más preciso si se tiene en cuenta que en el alma no hay tensiones normales debidas al esfuerzo torsor de alabeo. Así, la reducción del límite elástico debido a la existencia de estas tensiones sólo debe plantearse en las alas, y por lo tanto el límite elástico reducido en éstas es:

$$f_{y,T} = \sqrt{\left(1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{1,25 \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}\right)} \cdot f_y$$

De esta forma la resistencia plástica de cálculo a flexión, en secciones Clase 1 y 2, considerando la interacción del momento flector y el momento torsor es:

$$M_{c,T,Rd} = \left[ W_{pl} - \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{1,25 \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}} \right) \cdot A_f \cdot (h - t_f) \right] \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

en donde

$h$  es el canto total de la sección

$A_f$  es el área de una ala.

$$A_f = b \cdot t_f$$

donde  $b$  es el ancho total del ala y  $t_f$  es el espesor del ala.

En este caso, la distribución de tensiones en la sección transversal es:

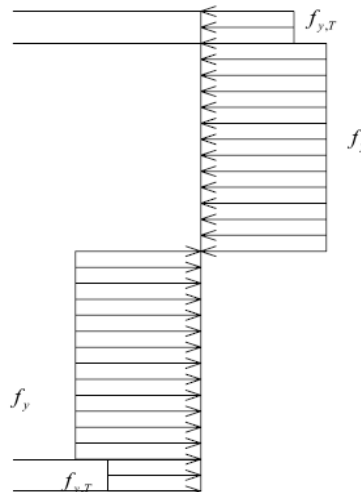


Figura 4.3.7.3.2. Distribución de tensiones normales debidas a la interacción momento flector y momento torsor en una sección en doble T con alas iguales y sometida a flexión alrededor del eje principal de inercia de la sección

#### 4.3.7.4 Interacción momento flector, cortante y torsor

La Instrucción EAE propone que cuando  $V_{Ed}$  exceda el 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$ , se asigne al área de cortante un límite elástico reducido de valor  $(1 - \rho) \cdot f_y$  para el cálculo de la resistencia de la sección a flexión, donde

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} - 1 \right)^2$$

con  $V_{pl,T,Rd}$  obtenido de acuerdo con 4.3.7.1.

Como se puede ver, si sólo se hace esta reducción en el límite elástico solamente se tiene en cuenta la reducción de resistencia debida a las tensiones tangenciales producidas por el momento torsor y no se tiene en cuenta la reducción resistente debida a las tensiones normales de alabeo  $\sigma_{w,Ed}$ . Este hecho se ve claramente en el punto

donde el cortante  $V_{Ed}$  es igual al 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$ . Porque si uno se aproxima a este punto por cortantes inferiores al 50% de este valor, no se debe de hacer ninguna reducción en el límite elástico de la sección para calcular la resistencia de la sección a flexión, según lo planteado en la Instrucción EAE. Por lo que  $M_{V,Rd} = M_{c,Rd}$ , donde  $M_{V,Rd}$  es el momento flector resistente reducido por interacción flector, cortante y torsor y  $M_{c,Rd}$  es el momento flector resistente de una sección cuando solo actúa momento flector, respectivamente. En cambio, si uno se aproxima a este punto por cortantes superiores al 50% de este valor, se debe de hacer una reducción del momento flector resistido por interacción entre esfuerzo flector y torsor, donde  $M_{c,T,Rd}$  es el momento flector resistente reducido por interacción entre momento flector y torsor. Por lo que  $M_{V,Rd} = M_{c,T,Rd}$ . Entonces existe una discontinuidad, ya que  $M_{c,Rd} \neq M_{c,T,Rd}$ .

Para solventar este problema se plantea, en el ámbito de esta tesina, que la obtención de la resistencia plástica de cálculo a flexión considerando la interacción con el momento torsor y el esfuerzo cortante se pueda obtener de la siguiente forma:

En el caso de estar en presencia de una sección sometida a cortante, torsión y flexión, cuando  $V_{Ed}$  esté por debajo del 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$  se asignará a toda la sección un límite elástico reducido debido a la interacción de flexión y torsión de valor  $\frac{M_{c,T,Rd}}{M_{c,Rd}} \cdot f_y$ , es decir, no se tendrá en cuenta el efecto de las tensiones tangenciales debidas al esfuerzo cortante y al momento torsor. Por lo que, la resistencia plástica de cálculo a flexión es:  $M_{V,Rd} = M_{c,T,Rd}$

Además, cuando  $V_{Ed}$  exceda el 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$  se tendrá en cuenta en el área de cortante una reducción adicional del límite elástico debida a las tensiones tangenciales producidas por el esfuerzo cortante y el momento torsor. Así, se asignara al área de cortante un límite elástico reducido de valor  $(1-\rho) \cdot \frac{M_{c,T,Rd}}{M_{c,Rd}} \cdot f_y$ , y al resto de la sección un límite elástico de valor  $\frac{M_{c,T,Rd}}{M_{c,Rd}} \cdot f_y$ .

Donde:

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} - 1 \right)^2$$

con  $V_{pl,T,Rd}$  y  $M_{c,T,Rd}$  obtenidos de acuerdo con 4.3.7.1 y 4.3.7.3 respectivamente.

Así, si se representa en un gráfico momento flector frente esfuerzo cortante, la interacción de éstos con el momento torsor queda:

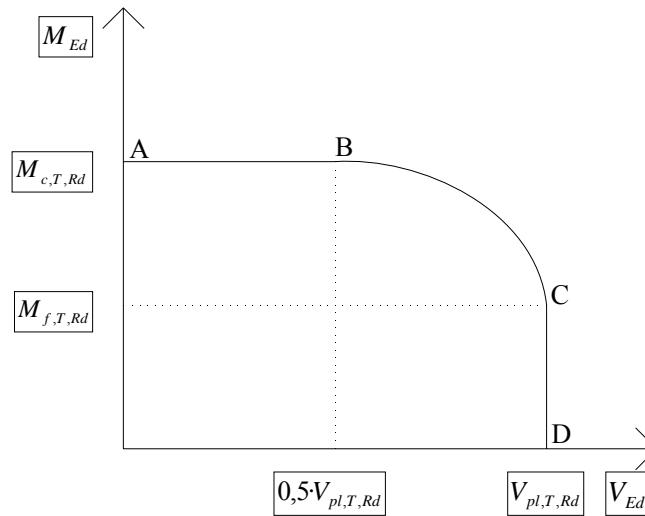


Figura 4.3.7.4.a. Diagrama de interacción reducido por momento torsor de momento flector VS esfuerzo cortante.

La distribución de tensiones en la sección transversal, es pues:

En la rama AB:

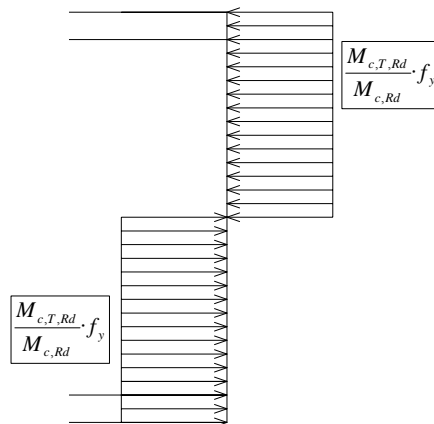


Figura 4.3.7.4.b. Distribución de tensiones existentes en la rama AB de la Figura 4.3.7.4.a.

En la rama BC:

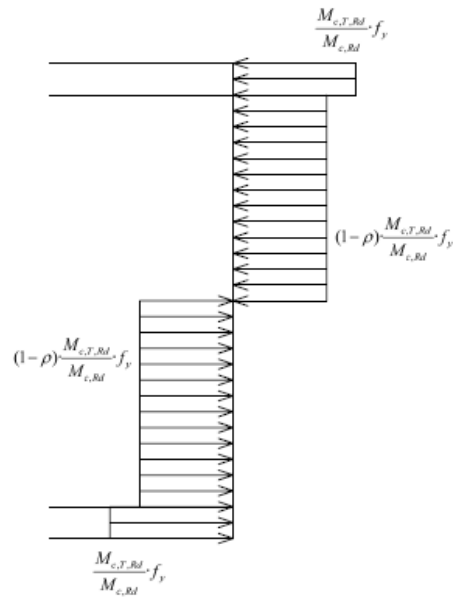


Figura 4.3.7.4.c. Distribución de tensiones existentes en la rama BC de la Figura 4.3.7.4.a.

En la rama CD:

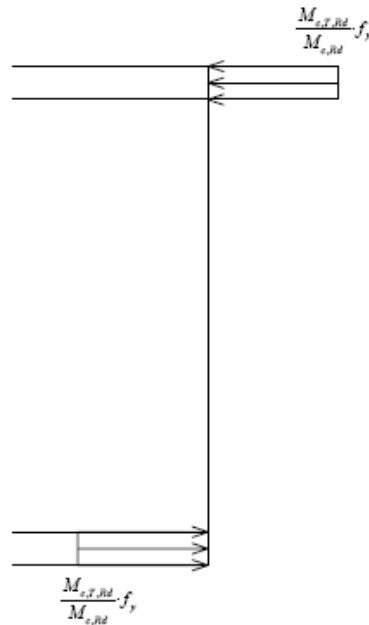


Figura 4.3.7.4.d. Distribución de tensiones existentes en la rama CD de la Figura 4.3.7.4.a.

#### 4.3.7.4.1. Caso particular de secciones en doble T doblemente simétrica de Clase 1 ó 2 flectadas alrededor del eje fuerte.

Para obtener la resistencia plástica de cálculo a flexión de una sección doble T doblemente simétrica flectada alrededor de su eje fuerte considerando la interacción con el momento torsor y el esfuerzo cortante se puede obtener de la siguiente forma:

En el caso de estar en presencia de una sección sometida a cortante, torsión y flexión, cuando  $V_{Ed}$  esté por debajo del 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$  no se tendrá en cuenta el efecto de las tensiones tangenciales debidas al esfuerzo cortante y al momento torsor. Por lo que, la resistencia plástica de cálculo a flexión es:  $M_{V,Rd} = M_{c,T,Rd}$

Además, cuando  $V_{Ed}$  exceda el 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,T,Rd}$  se tendrá en cuenta en el área de cortante (el alma) una reducción del límite elástico debida a las tensiones tangenciales producidas por el esfuerzo cortante y el momento torsor. Así, se asignara al alma un límite elástico reducido de valor  $(1 - \rho) \cdot f_y$ ,

y a las alas un límite elástico de valor  $\sqrt{\left(1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{1,25 \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}\right)} \cdot f_y$ . Donde:

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} - 1 \right)^2$$

con  $V_{pl,T,Rd}$  obtenidos de acuerdo con 4.3.7.1.

Así, si se representa en un gráfico momento flector frente esfuerzo cortante, la interacción de éstos con el momento torsor queda:

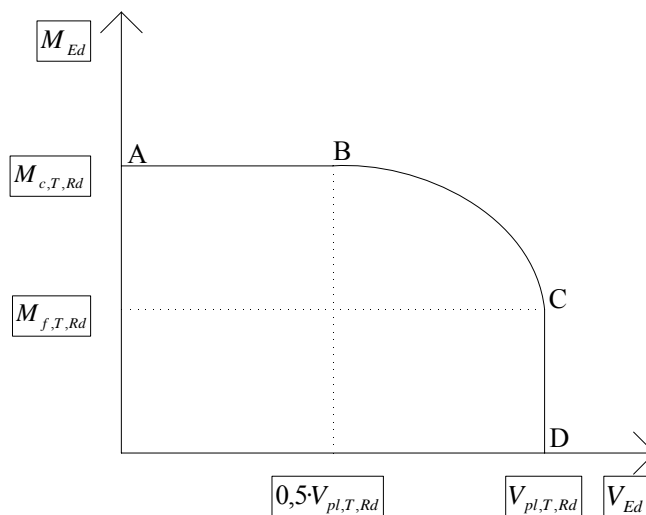


Figura 4.3.7.4.1.a. Diagrama de interacción reducido por momento torsor de momento flector VS esfuerzo cortante, para una sección doble T.

Así, en una sección en doble T con alas iguales y sometidas a flexión alrededor del eje principal de inercia de la sección, la resistencia plástica de cálculo a flexión

considerando la interacción con el esfuerzo cortante y el momento torsor puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$M_{y,V,Rd} = \left[ W_{pl,y} - \frac{\rho \cdot A_w^2}{4 \cdot t_w} - \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{1,25 \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}} \right) \cdot A_f \cdot (h - t_f) \right] \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Donde  $A_w = h_w \cdot t_w$

Así, la distribución de tensiones en la sección transversal es:

En la rama AB:

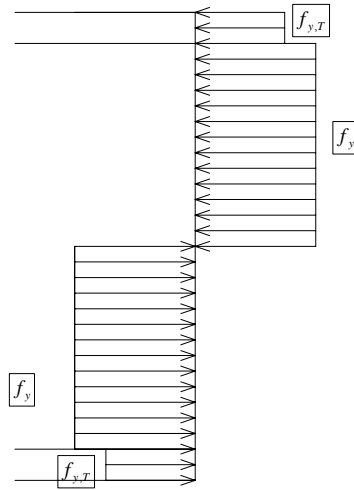


Figura 4.3.7.4.1.b. Distribución de tensiones existentes en una sección doble T en la rama AB de la Figura 4.3.7.4.1.a.

En la rama BC:

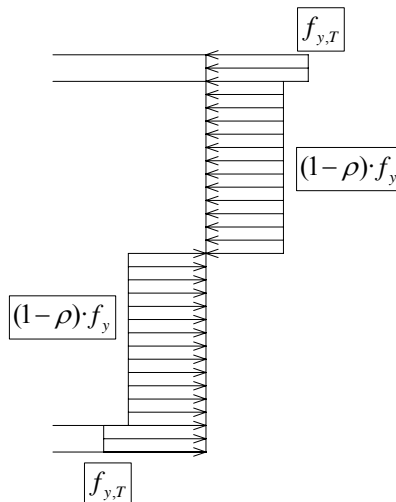


Figura 4.3.7.4.1.c. Distribución de tensiones existentes en una sección doble T en la rama BC de la Figura 4.3.7.4.1.a.

En la rama CD:

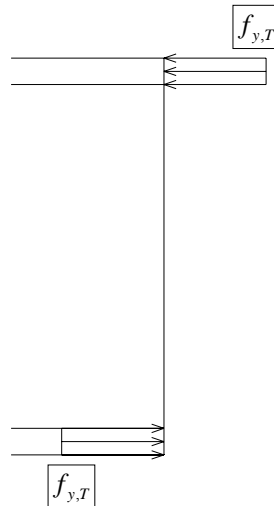


Figura 4.3.7.4.1.d. Distribución de tensiones existentes en una sección doble T en la rama CD de la Figura 4.3.7.4.1.a.

#### 4.3.7.5 Interacción momento flector y axil

En los casos en que la sección se vea sometida al efecto combinado de solicitaciones de flexión y esfuerzo axil, el dimensionamiento y comprobación frente a este efecto combinado se llevará a cabo de acuerdo con los criterios establecidos en la Instrucción en función de la Clase y tipo de sección transversal.

Además, en aquellos elementos sometidos a flexión y esfuerzo axil de compresión deberán satisfacerse los criterios correspondientes al dimensionamiento y comprobación frente a fenómenos de inestabilidad (Veáse el artículo 35º de la Instrucción EAE).

Para el dimensionamiento y comprobación en estado límite elástico de una pieza sometida a flexión esviada compuesta y en ausencia de esfuerzo cortante, la tensión normal en la fibra más solicitada tiene que ser igual o inferior al límite elástico de

cálculo del acero, es decir,  $\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ , por lo que se tiene que:

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_y} + \frac{M_{z,Ed}}{W_z} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Para el estado límite plástico, la resistencia de una sección sometida simultáneamente a flexión y a esfuerzo axil, se puede suponer que parte de la sección resiste únicamente al esfuerzo axil, mientras que el resto de la sección absorbe el momento flector. La plastificación total de la sección dará entonces lugar a una resistencia plástica de cálculo a flexión inferior (reducida) ( $M_{N,Rd}$ ).

##### 4.3.7.5.1. Secciones transversales de Clase 1 y 2

Las secciones transversales de Clase 1 y 2 se comprueban ante estado límite plástico. Por lo que ante la presencia de un esfuerzo axil se tiene que llevar a cabo una reducción



de la resistencia plástica de cálculo a flexión para considerar su efecto. Se tiene que verificar el criterio:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

Donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida, debido a la existencia del esfuerzo axial  $N_{ed}$ .

Para una sección rectangular sin agujeros para tornillos, la resistencia plástica de cálculo a flexión  $M_{N,Rd}$  reducida viene dada por:

$$M_{N,Rd} = M_{C,Rd} \left[ 1 - \left( N_{Ed} / N_{pl,Rd} \right)^2 \right]$$

Donde  $M_{C,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección a flexión (4.3.4).

Esta expresión se obtiene de considerar el estado de tensiones correspondiente al estado de plastificación total de la sección. Éste se supone que está dividido en dos partes: una parte que se lleva todo el esfuerzo axial, mientras que la otra resiste todo el momento flector. Por lo que si se compatibilizan tensiones y esfuerzos se tiene que:

$$N = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot A' = f_y \cdot (2 \cdot d \cdot a) \Rightarrow a = \frac{N}{2 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d} = \frac{N}{2 \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d} \cdot \frac{h}{h} = \frac{h}{2} \cdot \frac{N}{N_{c,Rd}}$$

$$M_{N,Rd} = M_{C,Rd} - \left( \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot a \right) \cdot a = M_{C,Rd} - \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot a^2 = M_{C,Rd} - \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot d \cdot \frac{h^2}{4} \left( \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 =$$

$$= M_{C,Rd} - M_{C,Rd} \cdot \left( \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 = M_{C,Rd} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \right)^2 \right]$$

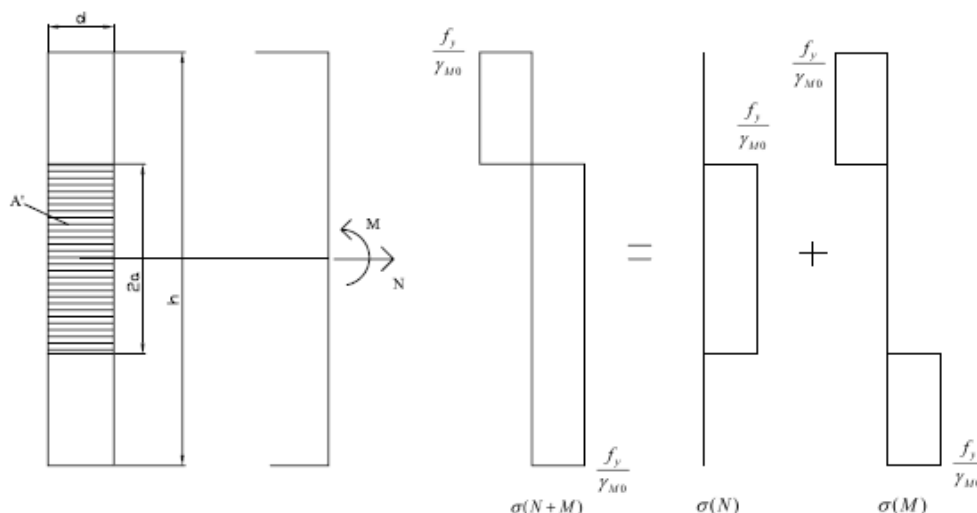


Figura 4.3.7.5.1 Representación plástica de las tensiones normales en las alas debidas al esfuerzo axial y al flector actuantes en una sección rectangular.

Un cálculo parecido se puede hacer para todo tipo de sección, pero por culpa de la geometría éste resulta más complejo. Por eso, en la Instrucción se dan, para las secciones más usuales, expresiones aproximadas para tener en cuenta la interacción axil-flector.

Para secciones en doble T doblemente simétricas se tiene que llevar a cabo la reducción para la consideración del efecto del esfuerzo axil sobre el momento plástico resistente alrededor del eje fuerte y-y, cuando se cumpla:

$$N_{Ed} > \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

Y podrá aplicarse las siguientes expresiones aproximadas para la obtención de la resistencia plástica reducida (que tienen en cuenta la interacción flexión-axil):

$$M_{N,y,Rd} = M_{c,y,Rd} (1-n)/(1-0,5a) \quad \text{siendo} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{c,y,Rd}$$

$$\text{Donde } n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \text{ y } a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{siendo} \quad a \leq 0,5$$

Si el momento plástico actúa alrededor del eje débil z-z de una sección en doble T doblemente simétrica, se tiene que reducir el momento plástico resistente alrededor de éste eje para tener en consideración el efecto del esfuerzo axil, cuando se cumpla:

$$N_{Ed} > \frac{h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

Y podrá aplicarse las siguientes expresiones aproximadas para la obtención de la resistencia plástica reducida (que tienen en cuenta la interacción flexión-axil):

$$\text{Para } n \leq a \quad M_{N,z,Rd} = M_{c,z,Rd}$$

$$\text{Para } n > a \quad M_{N,z,Rd} = M_{c,z,Rd} \left[ 1 - \left( \frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right]$$

Para secciones transversales de perfiles huecos rectangulares con espesor constante y secciones cajón soldadas con alas iguales y almas iguales, se puede aplicar las siguientes expresiones aproximadas para la obtención de la resistencia plástica a flexión reducida para flexión alrededor de uno de los dos ejes de simetría:

$$M_{N,y,Rd} = M_{c,y,Rd} (1-n)/(1-0,5a_w) \quad \text{siendo} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{c,y,Rd}$$

$$M_{N,z,Rd} = M_{c,z,Rd} (1-n)/(1-0,5a_f) \quad \text{siendo} \quad M_{N,z,Rd} \leq M_{c,z,Rd}$$

donde

$$a_w = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t}{A} \quad \text{siendo } a_w \leq 0,5 \quad \text{para secciones huecas}$$

$$a_w = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \quad \text{siendo } a_w \leq 0,5 \quad \text{para secciones cajón soldadas}$$

$$a_f = \frac{A - 2 \cdot h \cdot t}{A} \quad \text{siendo } a_f \leq 0,5 \quad \text{para secciones huecas}$$

$$a_f = \frac{A - 2 \cdot h \cdot t_w}{A} \quad \text{siendo } a_f \leq 0,5 \quad \text{para secciones cajón soldadas}$$

Para el caso de flexión esviada y esfuerzo axil, la fórmula de interacción plástica que da la Instrucción EAE para el dimensionamiento y comprobación es:

$$\left[ \frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[ \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes que, de manera conservadora, pueden tomarse igual a la unidad, o bien obtenerse de la forma siguiente:

- secciones en doble T:  
 $\alpha = 2; \beta = 5n$  con  $\beta \geq 1$
- secciones huecas circulares:  
 $\alpha = 2; \beta = 2$  y con  $M_{N,y,Rd} = M_{N,z,Rd} = M_{pl,Rd} (1 - n^{1,7})$
- secciones huecas rectangulares:  
 $\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13 \cdot n^2}$  con  $\alpha = \beta \leq 6$

Donde  $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$ .

#### 4.3.7.5.2. Secciones transversales de Clase 3

Las secciones transversales de Clase 3 se dimensionan y comprueban ante estado límite elástico. Por lo que si esta pieza esta sometida a flexión esviada compuesta y sin esfuerzo cortante, la tensión normal en la fibra más solicitada tiene que ser igual o inferior al límite elástico del acero:

Para el dimensionamiento y comprobación en estado límite elástico de una pieza sometida a flexión esviada compuesta y en ausencia de esfuerzo cortante, la tensión normal en la fibra más solicitada, teniendo en cuenta los agujeros para los tornillos donde éstos sean relevantes, tiene que ser igual o inferior al límite elástico del acero

debidamente reducido, es decir,  $\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ . Por lo que:

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow \frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z} \cdot f_y / \gamma_{M0}} \leq 1.$$

Donde

- A es el área de la sección transversal  
 $W_{el}$  es el módulo resistente elástico a flexión alrededor del eje en cuestión

#### 4.3.7.5.3. Secciones transversales de Clase 4

El dimensionamiento y comprobación de secciones transversales de Clase 4 bajo la acción combinada de flector y esfuerzo axil, y en ausencia de esfuerzo cortante, se la tensión normal máxima calculada utilizando los anchos reducidos de los elementos comprimidos y teniendo en cuenta los agujeros para los tornillos donde éstos sean

relevantes, debe satisfacer el criterio elástico,  $\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ . Por lo que:

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}}{W_{ef,y}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}}{W_{ef,z}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}}{W_{ef,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}}{W_{ef,z} \cdot f_y / \gamma_{M0}} \leq 1$$

Donde

- A es el área de la sección transversal  
 $W_{ef}$  es el módulo resistente de la sección reducida cuando la sección transversal se ve sometida a flexión alrededor del eje en cuestión.  
 $e_N$  es el desplazamiento del centro de gravedad de la sección reducida con respecto a la sección bruta, cuando dicha sección transversal se ve sometida solamente a compresión uniforme.

Comentario: El signo de los esfuerzos  $N_{Ed}$ ,  $M_{i,Ed}$ , y  $\Delta M_{i,Ed} = N_{Ed} \cdot e_{Ni}$  será función del criterio adoptado para la obtención del diagrama de tensiones correspondiente.

#### 4.3.7.6 Interacción momento flector, cortante y axil

En aquellos casos en que la sección se vea sometida al efecto combinado de sollicitaciones de flexión, cortante y esfuerzo axil, el dimensionamiento y comprobación frente a este efecto se llevará a cabo reduciendo la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Además cuando el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed}$  exceda el 50% de la resistencia plástica de la sección a cortante  $V_{pl,Rd}$  se asignará al área a cortante un límite elástico reducido de valor  $(1 - \rho) \cdot f_y$  para la determinación de la resistencia de cálculo de la sección frente a la acción combinada de momento flector y esfuerzo axil.

## 4.4. ESTADO LÍMITE DE INESTABILIDAD

### 4.4.1. Introducción

La resistencia última de elementos comprimidos viene muy habitualmente definida no por un criterio de resistencia de la sección, sino por un criterio de estabilidad de forma. Para ilustrar en que consiste un problema de estabilidad de forma, sea una pieza ideal biarticulada y en equilibrio sometida en sus extremos a una carga axial de compresión  $N$ .

Cuando la barra está sometida a una carga axial de compresión  $N_1$ , menor que la carga crítica de pandeo elástico  $N_{cr}$ , y se le impone un pequeño desplazamiento lateral, la barra regresa a su posición inicial cuando se suprime la causa del desplazamiento lateral, por lo que se está en equilibrio estable. Cuando la carga axial de compresión es igual a la carga crítica de pandeo elástico  $N_{cr}$ , y se le impone un pequeño desplazamiento lateral, la barra mantiene la posición deformada a pesar de suprimir la causa del desplazamiento lateral, y se establece un nuevo estado de equilibrio denominado equilibrio metaestable o indiferente. Para una carga  $N_3$  superior a  $N_{cr}$ , si se le impone un pequeño desplazamiento lateral, la deformación se acentúa y pasa a ser inaceptable; se dice entonces que el sistema es inestable.

El estudio de la estabilidad de un sistema consiste en determinar el valor de la carga crítica para el cual el sistema está en equilibrio metaestable o indiferente. La carga crítica depende de la forma de la barra en el estado metaestable, que es caracterizado por la longitud de pandeo  $L_{cr}$ .

Se pueden clasificar los problemas de estabilidad en distintas categorías según se estudie una estructura o los diferentes elementos que la componen:

Estabilidad de una barra: análisis de un elemento lineal de eje recto, curvilíneo, u otro, sometido a unas acciones que producen esfuerzo normal  $N$ , momento flector  $M$ , esfuerzo cortante  $V$  y momento torsor  $T$ .

Estabilidad del ensamblaje de elementos lineales y planos: estudio de pórticos bi o tridimensionales

Estabilidad de una placa: análisis de placas solicitadas por cargas en su plano.

### 4.4.2. Teoría lineal de pandeo elástico

#### 4.4.2.1. Principios

Las principales hipótesis de esta teoría son:

- Pieza prismática biarticulada
- Pieza ideal sin imperfecciones geométricas (sin deformación inicial)
- Pieza exenta de tensiones residuales
- Pieza solicitada a compresión pura, por una carga perfectamente centrada
- Material indefinidamente elástico y de módulo de elasticidad conocido  $E$
- Deformación por torsión impedida.

Si se considera la barra comprimida de la Figura 4.4.2.1.a., la carga crítica  $N_{cr}$  es igual a la carga para la cual la barra está en equilibrio metaestable. Para la obtención de este valor, se impone una deformación a la barra cargada y se considera el equilibrio entre los momentos exteriores y los interiores en la configuración deformada. Esto permite escribir las ecuaciones diferenciales siguientes, según el tipo de pandeo:

Según el eje y (pandeo en el plano xz):

$$EI_y \cdot \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N \cdot w(x) = 0$$

Según el eje z (pandeo en el plano xy):

$$EI_z \cdot \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + N \cdot v(x) = 0$$

Así, el pandeo según el eje y depende de la inercia  $I_y$ , ya que corresponde a una deformación  $w$  según la dirección del eje z, perpendicular al eje y. De la misma forma, el pandeo según el eje z depende de la inercia  $I_z$ , ya que corresponde a una deformación  $v$  según el eje y, perpendicular al eje z.

Si admitimos una deformación sinusoidal y una rigidez  $EI$  constante, se obtiene por integración, e introduciendo las condiciones de contorno para una barra biarticulada ( $w = w'' = 0$  para  $x = 0$  y  $L$ ), el valor de la carga crítica de pandeo elástica  $N_{cr}$ , o carga crítica de Euler  $N_E$ , que viene dada por:

$$N_{cr} = N_E = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2}$$

- E      Módulo elástico
- I      Inercia de la sección de la barra correspondiente al eje perpendicular al plano de deformación.
- l      Longitud de la barra

La representación gráfica del fenómeno se caracteriza porque cuando la carga  $N$  es menor que la carga crítica de Euler, la pieza permanece recta. Y cuando  $N = N_E$  la pieza permanece recta (si no hay absolutamente nada que la aparte de dicha posición) o se curva (si algo la aparta de la posición recta). Existe una bifurcación del equilibrio.

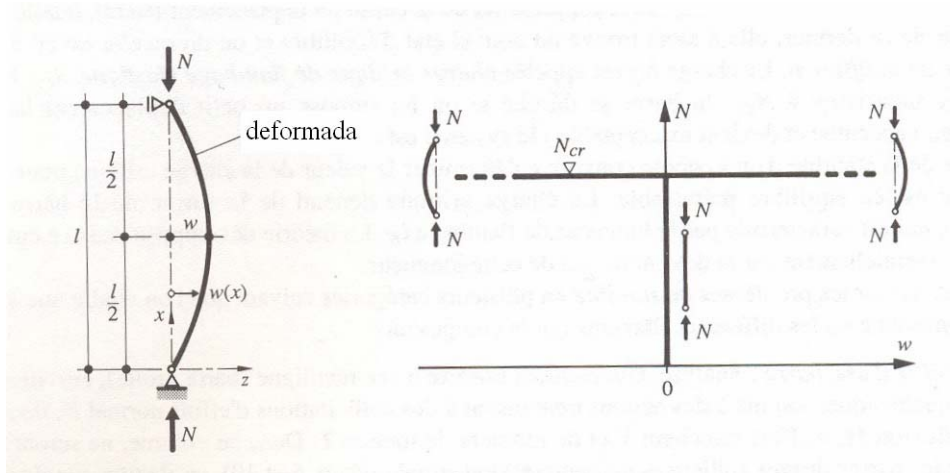


Figura 4.4.2.1.a Pandeo de una barra biarticulada (bifurcación del equilibrio)

El caso de una barra biarticulada corresponde a un caso simple de pandeo. Es posible deducir la carga crítica de barras que presenten otras condiciones de apoyo introduciendo el concepto de longitud de pandeo  $L_{cr}$ . Ésta es igual a la longitud de la barra biarticulada ficticia que resista la misma carga crítica de pandeo que la barra estudiada; es la distancia entre dos puntos de inflexión de la deformada.

En el Anejo nº 3 de la Instrucción EAE se presentan expresiones que permiten determinar la longitud de pandeo  $L_{cr}$  para soportes de estructuras o pórticos de edificios, tanto en sistemas intraslacionales (modo de nudos fijos) como traslacionales (modo de nudos desplazables).

De esta forma la expresión generalizada que da el valor de la carga crítica de pandeo elástico es:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_{cr}^2}$$

que también se puede escribir como:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EA}{\lambda_{cr}^2}$$

A: Área de la sección

$\lambda_{cr}$  Es la esbeltez mecánica de la pieza en el plano de pandeo considerado

$$\lambda_{cr} = \frac{L_{cr}}{i} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E \cdot A}{N_{cr}}}$$

i Es el radio de giro de la sección correspondiente al eje perpendicular al plano de deformación ( $i = \sqrt{I/A}$ )

Se define como tensión crítica de pandeo elástica al valor:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \left( \frac{\pi}{\lambda_{cr}} \right)^2 \cdot E$$

Si se representa gráficamente la curva de  $\sigma_{cr}$  en función de  $\lambda_{cr}$ , se obtiene la hipérbola de Euler, que es la curva de pandeo para barras perfectamente rectas formadas por materiales infinitamente lineal elásticos. Pero en el caso del acero, si se admite un diagrama tensión-deformación elastoplástico perfecto, la tensión máxima que se puede alcanzar es la del límite elástico  $f_y$ , por lo que la curva de pandeo es limitada horizontalmente por éste.

Si se hace el análisis empleando barras industriales, se obtienen unas curvas de pandeo de la figura 4.4.2.1.b. Para grandes esbelteces, estas curvas tienden a la hipérbola de Euler; pero a medida que la esbeltez disminuye se van separando de ésta y se aproximan al límite elástico. Se observa pues, que la tensión de pandeo es sensiblemente inferior a la tensión crítica de pandeo elástica  $\sigma_{cr}$  obtenida por la teoría elástica. Esto es debido principalmente al efecto desfavorable de las tensiones residuales y las imperfecciones geométricas inherentes a todo perfil.

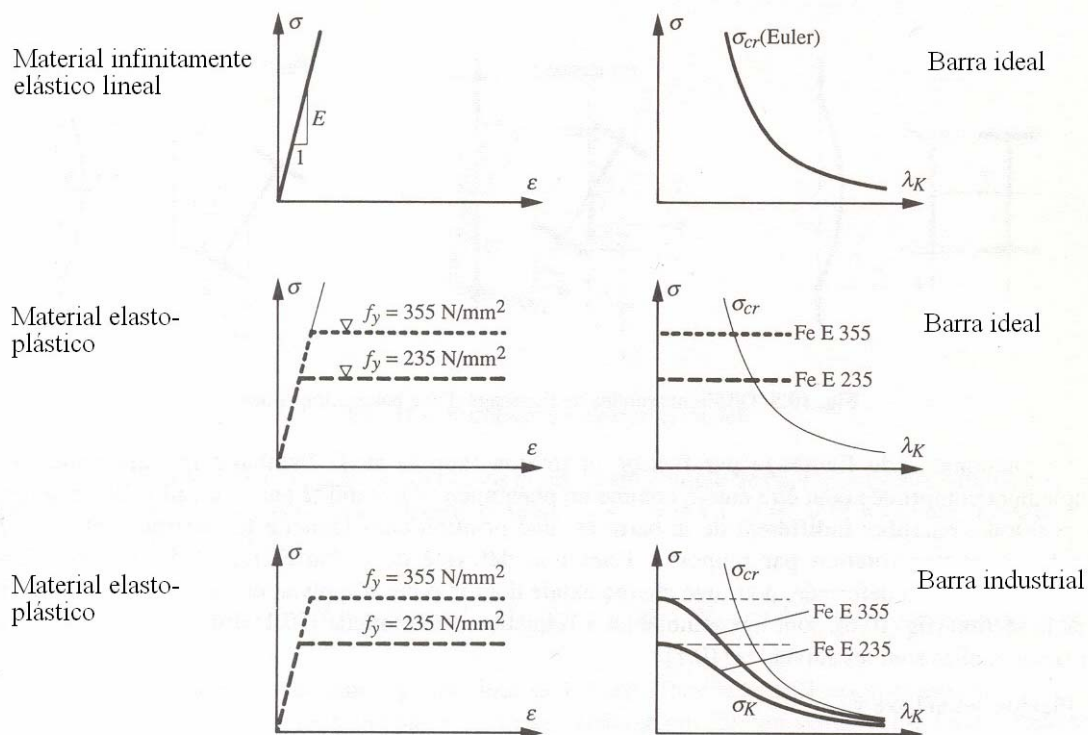


Figura 4.4.2.1.b Curvas de pandeo según las hipótesis realizadas

#### 4.4.3. Resistencia última al pandeo

En la realidad no se verifican todas las hipótesis de piezas ideales. Sólo se cumple la hipótesis de que el material posee un módulo de elasticidad E. El acero tiene un límite elástico  $f_y$  definido, es decir, el material no es indefinidamente elástico. En verdad, una pieza real no es perfectamente recta ni la carga actúa centrada en su directriz. Además,



la sección de una pieza real presenta tensiones residuales debidas al proceso de fabricación de las piezas. El conjunto de estas imperfecciones producen sobre la barra unos esfuerzos adicionales (esfuerzos de segundo orden) y conducen a que para cada valor de la carga  $N$  le corresponda una deformación  $w$  no nula

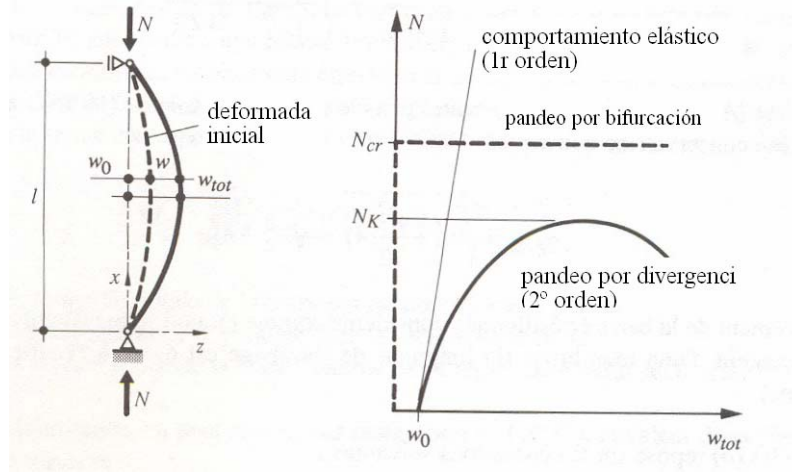


Figura 4.4.3 Pandeo por divergencia del equilibrio

Así, se parte de una deformada inicial  $w_0$ . Si se va cargando la pieza la deformación total  $w_{tot}$  es rápidamente excesiva, y se alcanza la resistencia última al pandeo  $N_{b,Rd}$  de la barra porque los esfuerzos interiores exceden la resistencia de la sección. Cabe notar que la resistencia última de pandeo  $N_{b,Rd}$  es siempre inferior a la carga crítica de pandeo  $N_{cr}$ . Se habla entonces de pandeo por divergencia del equilibrio, en oposición al pandeo por bifurcación.

Se puede calcular el valor de la resistencia última de pandeo  $N_{b,Rd}$  a partir de las curvas europeas de pandeo que tienen en cuenta las diferentes imperfecciones que tienen las barras reales.

#### 4.4.3.1. Curvas europeas de pandeo

Una hecho importante que cabe tener en cuenta cuando se trabaja con las curvas europeas de pandeo es que no se puede verificar todas las piezas comprimidas mediante una única curva de pandeo. Es necesario considerar cada caso separadamente, teniendo en cuenta las características relativas a la forma de la sección, a su forma de elaboración y a su geometría. Las imperfecciones influyen en la resistencia última de las piezas comprimidas y se pueden clasificar, según el orden de importancia, de la forma siguiente:

**La deformación inicial.** Las medidas efectuadas sobre barras comprimidas muestran que es conservador adoptar una deformada inicial de forma sinusoidal y una relación entre deformación inicial  $w_0$  y la longitud  $L$  de la barra de  $1/1000$ . Ésta es la deformada inicial que se adopta para el cálculo de las curvas europeas de pandeo.

**Las tensiones residuales.** Éstas tienen un efecto más o menos desfavorable según si el pandeo de la barra crea una flexión según el eje débil o el eje fuerte, es decir según si las tensiones debidas a la flexión se superponen a las tensiones residuales de compresión o de tracción.

**La variación del límite elástico  $f_y$ .** Se tiene en cuenta que el límite elástico varía con el espesor, en concreto disminuye al aumentar éste.

Otras imperfecciones que influyen en el cálculo de la resistencia al pandeo de las barras son:

- La dispersión del valor del módulo elástico E, que se puede en general despreciar porque su influencia es muy pequeña.
- La excentricidad de las cargas axiales. Ésta ya está considerada en la deformada inicial admitida para establecer las curvas de pandeo.
- La variación del límite elástico entre las distintas fibras de la sección no se considera porque su variación sólo afecta al ala del perfil y es pequeña.

Las curvas de pandeo adoptadas para el dimensionamiento proceden del trabajo del grupo de la Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM) encargado del estudio del pandeo en barras simplemente comprimidas. Este trabajo estaba constaba de una parte experimental (más de mil ensayos), llevados a cabo sobre perfiles estructurales y en secciones de alma llena, y de una simulación por ordenador del comportamiento de estas barras.

Los resultados de este estudio de la CECM son cinco curvas de pandeo fundamentales para estudiar el comportamiento de barras comprimidas utilizadas normalmente en la práctica.

Para evitar la dependencia del tipo de acero que tienen las curvas de pandeo en la Instrucción EAE se utilizan curvas de pandeo adimensionales. Se define pues el coeficiente de reducción  $\chi$ , que determina la relación entre la tensión de pandeo  $\sigma_{b,Rd}$  y el límite elástico  $f_y$ :

$$\chi = \frac{\sigma_{b,Rd}}{f_y}$$

La esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$ , definida como la relación ente la esbeltez real  $\lambda$  y la de Euler  $\lambda_E$ :

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} = \frac{\pi \cdot \sqrt{\frac{EA}{N_{cr}}}}{\pi \cdot \sqrt{\frac{EA}{f_y \cdot A}}} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

A través de la definición del coeficiente de reducción  $\chi$  y la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$ , es posible establecer las curvas europeas de pandeo independientes de las características

del acero utilizado. La utilización de una o otra curva depende esencialmente del reparto de tensiones residuales en la sección y viene especificado en la Instrucción en la Tabla 35.1.2.b.

Las curvas europeas de pandeo son estrictamente obtenidas para barras comprimidas que cumplen ciertas condiciones, a saber:

- barras articuladas de sección constante sometidas a esfuerzo axial constante
- secciones constituidas con perfiles I o H, tubos o secciones de alma llena que tienen paredes suficientemente gruesas para que no se produzca abolladura.
- barras en las que el pandeo por torsión está impedido.

Esto implica que las curvas obtenidas no son estrictamente aplicables si estas condiciones no se cumplen. El concepto de longitud de pandeo permite comprobar la estabilidad de una estructura o de parte de ella a través de la comprobación de elementos aislados. Ello aplica, por ejemplo, a las siguientes situaciones de proyecto :

- soportes de pórticos de edificios
- barras comprimidas y flectadas
- barras donde el pandeo por torsión no está impedido
- barras formadas por secciones de paredes delgadas sujetas a alabeo
- los montantes de celosías
- barras solicitadas por un esfuerzo axial variable
- barras de sección variable

Por todos estos casos es entonces posible determinar su esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  y calcular a continuación su resistencia última al pandeo, utilizando la curva de pandeo apropiada.

#### **4.4.4. Pandeo de elementos de sección constante sometidos a compresión**

##### **4.4.4.1. Principios de dimensionamiento.**

Para elementos sometidos a compresión, el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión  $N_{Ed}$  debe verificar:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

donde

$N_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión

$N_{b,Rd}$  es la resistencia de cálculo de pandeo del elemento comprimido

Para elementos con sección transversal constante sometidos a un esfuerzo axial de compresión de valor constante el cálculo de la resistencia de cálculo a pandeo de un elemento comprimido  $N_{b,Rd}$  se hace de la siguiente forma:

1. Cálculo de la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 1,2 y 3}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{ef} \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 4}$$

donde

$N_{cr}$  es el valor del esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado, obtenido con las características de la sección transversal bruta.

Para la determinación de  $A$  y  $A_{ef}$  no es necesario contabilizar los agujeros para tornillos en los extremos del elemento.

2. En función de  $\bar{\lambda}$  y para la curva adimensional correcta (elección según la tabla 4.4.4.1.b) se obtiene  $\chi$ . Éste se puede obtener de forma visual a través de la representación gráfica de las curvas de pandeo o de forma analítica a través de la fórmula siguiente que propone la Instrucción EAE, que es la que propusieron Maquoi y Rondal:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{con } \chi \leq 1$$

donde

$$\Phi = 0.5 \left[ 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}^2 - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

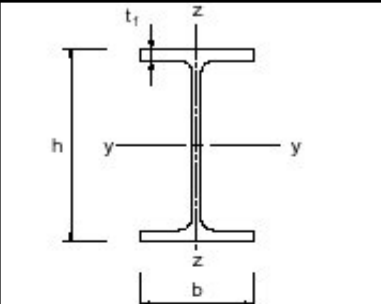
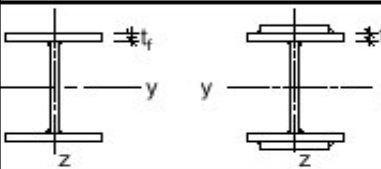
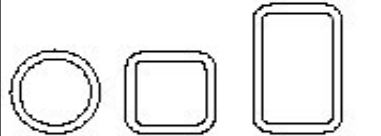
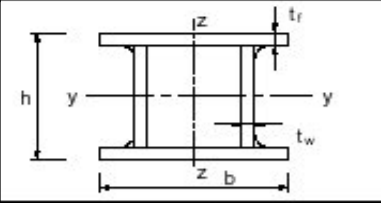
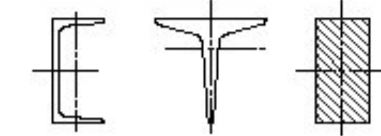
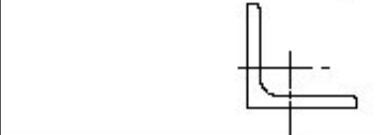
$\alpha$  es el coeficiente de imperfección que depende de la curva de pandeo utilizada y su valor se encuentra en la tabla 4.4.4.1.a.

Tabla 4.4.4.1.a  
Valores del coeficiente de imperfección

Curva de pandeo	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

La elección de la curva de pandeo para cada sección transversal se obtendrá de la tabla 4.4.4.1.b:

Tabla 4.4.4.1.b.  
Elección de las curvas de pandeo

Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo		
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460	
Secciones de perfiles laminados 	$h/b > 1,2$	y-y z-z	$t_f \leq 40$ mm	a b	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	b c	a a
	$h/b \leq 1,2$	y-y z-z	$t_f \leq 100$ mm	b c	a a
			$t_f > 100$ mm	d d	c c
Secciones de vigas en I armadas soldadas 	$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	b c	b c	
	$t_f > 40$ mm	y-y z-z	c d	c d	
Secciones de perfiles huecos 	Acabados en caliente	cualquiera	a	a <sub>0</sub>	
	Conformados en frío	cualquiera	c	c	
Secciones de vigas en cajón armadas soldadas 	En general (excepto caso recuadro inferior)	cualquiera	b	b	
	Soldadura gruesa $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	cualquiera	c	c	
Secciones de perfiles en U, en T y macizas 		cualquiera	c	c	
Secciones de perfiles angulares 		cualquiera	b	b	

3. Cálculo de la resistencia de cálculo a pandeo del elemento comprimido

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{para secciones transversales de clase 1,2 y 3}$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A_{ef} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{para secciones transversales de clase 4}$$

Cabe recordar que para elementos con sección transversal no simétrica de clase 4, deberá considerarse un momento adicional  $\Delta M_{Ed}$  debido al desplazamiento del eje baricéntrico del área reducida  $A_{ef}$  con respecto al eje baricéntrico de la sección

transversal bruta. Por ello, se requerirá un análisis de la interacción esfuerzo axil-momento flector en el dimensionamiento y comprobación de elementos comprimidos y flectados frente a pandeo.

Además, para esbelteces  $\lambda \leq 0,2$  o para relaciones  $\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$  se puede omitir el dimensionamiento y comprobación frente a pandeo, teniéndose que llevar a cabo únicamente la comprobación resistente de la sección transversal.

#### 4.4.4.2. Esbeltez para pandeo por flexión

El valor del esfuerzo axil crítico elástico  $N_{cr}$  para el pandeo por flexión es

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_{cr}^2}$$

que también se puede escribir como:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EA}{\lambda_{cr}^2}$$

A: Área de la sección

$\lambda_{cr}$  Es la esbeltez mecánica de la pieza en el plano de pandeo considerado

$$\lambda_{cr} = \frac{L_{cr}}{i} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E \cdot A}{N_{cr}}}$$

i Es el radio de giro de la sección correspondiente al eje perpendicular al plano de deformación ( $i = \sqrt{I/A}$ )

Así la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  para el dimensionamiento y comprobación frente a pandeo por flexión de elementos comprimidos viene dado por:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_E} \quad \text{en secciones de clase 1,2 y 3}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{ef} \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \sqrt{\frac{A_{ef}}{A}} \cdot \frac{1}{\lambda_E} \quad \text{en secciones de clase 4}$$

donde  $\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$  es la esbeltez de Euler

#### 4.4.4.3. Esbeltez para pandeo por torsión y pandeo por torsión y flexión

Los elementos comprimidos con secciones transversales abiertas con débil rigidez torsional se deben comprobar frente a pandeo por torsión y pandeo por torsión y flexión. En estas piezas se puede obtener una carga teórica de bifurcación del equilibrio inferior

a la clásica de Euler  $N_E = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L_{cr}^2}$ . Esta carga determina la existencia de una deformada

de la barra por torsión hasta el colapso debido a axil. Afortunadamente este fenómeno sólo se manifiesta en piezas abiertas con módulos de torsión y alabeo muy pequeños en relación con la inercia a flexión.

La esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}$  para el dimensionamiento y comprobación frente a pandeo por torsión o pandeo por torsión y flexión de elementos comprimidos viene dado por:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 1,2 y 3}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{ef} \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad \text{en secciones de clase 4}$$

donde  $N_{cr} = N_{cr,TF}$  siendo  $N_{cr} < N_{cr,T}$

Los valores  $N_{cr,TF}$  y  $N_{cr,T}$  son los esfuerzos axiles críticos elásticos de pandeo por torsión y flexión y pandeo por torsión respectivamente y vienen dados por las siguientes expresiones:

$$N_{cr,TF} = \frac{1}{2\beta} \left[ (N_{cr} + N_{cr,T}) - \sqrt{(N_{cr} + N_{cr,T})^2 - 4\beta \cdot N_{cr} \cdot N_{cr,T}} \right]$$

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G \cdot I_T + \frac{\pi^2 EI_w}{L_{et}^2} \right)$$

donde

$N_{cr}$  es el esfuerzo axil crítico elástico de pandeo por flexión alrededor del eje

$$\beta = \left[ 1 - (y_0/i_0)^2 \right]$$

$$i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2$$

siendo

$i_y$  el radio de giro de la sección bruta alrededor del eje y-y

$i_z$  el radio de giro de la sección bruta alrededor del eje z-z

$y_0$  la distancia del centro de esfuerzos cortantes al centro de gravedad de la sección bruta a lo largo del eje y

E es el módulo de elasticidad

$G$	es el módulo de elasticidad transversal
$I_T$	es el módulo de torsión de la sección bruta
$I_w$	es el módulo de alabeo de la sección bruta
$L_{et}$	es la longitud eficaz del elemento a torsión.

Para la comprobación y el dimensionamiento de un elemento comprimido frente a pandeo por torsión y pandeo por torsión y flexión, la curva de pandeo apropiada puede obtenerse de la tabla 4.4.4.1.b, considerando la curva relativa al eje z-z.

#### **4.4.5. Elementos sometidos a flexión**

##### **4.4.5.1. Pandeo lateral de elementos de sección constante**

El pandeo lateral es un fenómeno de inestabilidad que se presenta en piezas flectadas con insuficiente arriostramiento lateral y cargadas según el plano perpendicular al eje de máxima inercia. Cuando el momento flector máximo de la pieza alcanza un determinado valor, denominado momento crítico de pandeo lateral, la pieza que hasta entonces había flectado sólo en el plano del momento, comienza a torcer y a flectar en el plano normal al del momento.

##### **4.4.5.2. Pandeo lateral de una viga sometida a flexión pura**

Se considera el caso fundamental para el estudio del pandeo lateral, es decir la viga simple solicitada en flexión pura. A partir del estado deformado de la barra, se puede calcular el valor de la carga crítica para la cual el sistema está en equilibrio metaestable. Este caso fundamental de la viga simple fue solucionado por Timoshenko considerando las hipótesis siguientes:

- barra perfectamente recta de sección doblemente simétrica constante a lo largo de toda la longitud.
- Barra ideal sin imperfecciones (deformación inicial, tensiones residuales,...)
- Sección de la barra indeformable
- Apoyo de tipo horquilla
- Material indefinidamente elástico lineal
- Inercia  $I_z$  mucho menor que la inercia  $I_y$
- Pequeñas deformaciones ( $\sin \varphi \approx \varphi, \cos \varphi \approx 1$ )

Es necesario precisar aquí que un apoyo de horquilla corresponde a un apoyo simple a flexión en donde la rotación  $\varphi$  de la sección en torno al eje x longitudinal, así como el desplazamiento lateral  $v$  están impedidos.



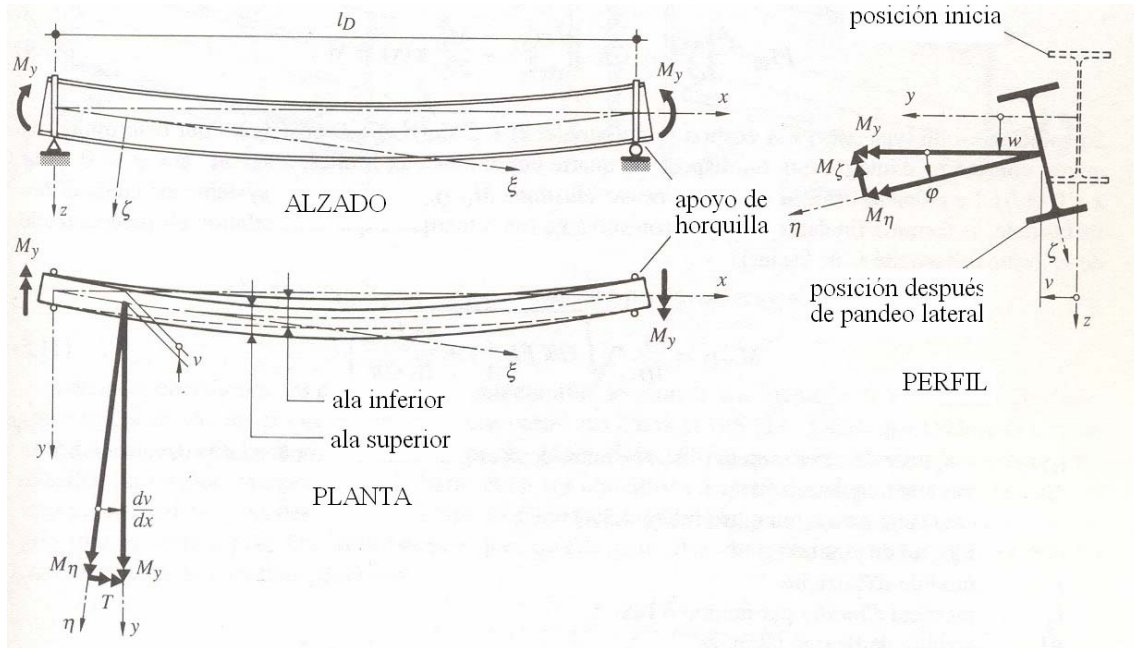


Figura 4.4.5.2 Pandeo de una viga de sección en doble T bisimétrica, ante flexión pura

Por lo tanto se puede establecer las ecuaciones diferenciales relativas a esta viga escribiendo las condiciones de equilibrio con relación al sistema de coordenadas  $(\xi, \eta, \zeta)$  que se tiene en el estado deformado, lo que representa un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas ( $v$ ,  $w$  y  $\varphi$ ):

Flexión según el eje  $\eta$ , y teniendo en cuenta que  $M_\eta = M_y \cdot \cos \varphi \approx M_y$ .

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + M_y = 0 \quad (1)$$

Flexión según el eje  $\zeta$ , y teniendo en cuenta que  $M_\zeta = M_y \cdot \sin \varphi \approx \varphi \cdot M_y$

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + \varphi(x) \cdot M_y = 0 \quad (2)$$

Torsión alrededor del eje  $\xi$ , y teniendo en cuenta que  $T = M_y \sin \frac{dv}{dx} \approx M_y \frac{dv}{dx}$

$$EI_w \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} - GK \frac{d\varphi(x)}{dx} + M_y \frac{dv(x)}{dx} = 0 \quad (3)$$

La ecuación (1) es independiente de las dos siguientes: es la ecuación de una barra solicitada en flexión pura. Al derivar una vez (3) y al reemplazar  $d^2 v / dx^2$  por su valor extraído de (2), se obtiene la ecuación diferencial siguiente:

$$EI_w \frac{d^4 \varphi(x)}{dx^4} - GK \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} - \frac{M_y^2}{EI_z} \cdot \varphi(x) = 0$$

Cuya solución es del tipo:

$$\varphi(x) = A \cosh(\alpha x) + B \sinh(\alpha x) + C \sin(\beta x) + D \cos(\beta x).$$

Para determinar las cuatro constantes de integración, se disponen de cuatro condiciones de contorno,  $\varphi = \varphi'' = 0$  en  $x = 0$  y en  $L_c$ . El momento crítico de pandeo lateral  $M_{cr}$ , por el cual el sistema está en equilibrio metaestable, se formula finalmente de la siguiente forma (donde se observa que esta relación es independiente del límite de elasticidad  $f_y$  del acero:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L_c^2} \left( \frac{I_w}{I_z} + \frac{L_c^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 EI_z} \right)^{1/2}$$

- $L_c$  longitud del elemento entre puntos que tienen impedido el movimiento lateral
- $G$  módulo de elasticidad transversal
- $I_t$  módulo de torsión de la sección bruta
- $E$  módulo de elasticidad
- $I_z$  inercia del eje z
- $I_w$  módulo de alabeo de la sección bruta

Esta expresión anterior es válida si se cumplen las hipótesis supuestas. Si no es así, la expresión se modifica para contemplar el tipo de carga que actúa sobre la pieza y las condiciones de apoyo de la misma.

#### 4.4.5.3. Momento crítico de pandeo lateral elástico

El caso particular de una viga simple sometida a flexión pura no se encuentra prácticamente nunca en una estructura. Además, los apoyos de una viga son frecuentemente empotramientos elásticos a flexión y a torsión, las cargas exteriores no se reducen simplemente a un momento flector y la sección de la barra puede ser no bisimétrica.

Varios investigadores estudiaron el pandeo lateral con el fin de encontrar un método de cálculo más general, aplicable a numerosos casos prácticos. Se propone sobre una base empírica la fórmula generalizada siguiente, que tiene en cuenta de manera más detallada el tipo de carga que actúa sobre la barra y sus condiciones de apoyo. Las hipótesis de cálculo son idénticas a las enunciadas en la teoría de Timoshenko, a diferencia de que la sección puede ser monosimétrica, que pueden existir cargas entre apoyos y que las condiciones de vinculación son más generales:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left[ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 + \frac{(kL_c)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 + (C_2 z_g - C_3 z_j) \right]$$

$C_1, C_2, C_3$  factores que dependen del tipo de carga y de las condiciones de apoyo  
 $k, k_w$  coeficientes que dependen del tipo de apoyo  
 $z_g$  distancia entre la coordenada del punto de aplicación de la carga ( $z_a$ ) y la coordenada del centro de esfuerzos cortantes ( $z_s$ ). (negativa si esta última está situada entre el centro de esfuerzos cortantes y la ala traccionada).

Con la característica sectorial de la sección  $z_j$  ( $z_j=0$  para una sección doblemente simétrica) definida por:

$$z_j = z_s - \frac{1}{2I_y} \int z(y^2 + z^2) dA$$

para una sección monosimétrica como la de la figura, las principales características de ésta se definen así:

$$z_j = z_c - \frac{1}{2I_y} \left[ b_2 \left( \frac{8 \cdot c_2^3 \cdot t_2}{12} + 2 \cdot c_2 \cdot t_2 \cdot b_2^2 + \frac{b_2^3 \cdot d}{4} \right) - b_1 \left( \frac{8 \cdot c_1^3 \cdot t_1}{12} + 2 \cdot c_1 \cdot t_1 \cdot b_1^2 + \frac{b_1^3 \cdot d}{4} \right) \right]$$

$$z_c = - \frac{b_1 \cdot c_1^3 \cdot t_1 - b_2 \cdot c_2^3 \cdot t_2}{c_1^3 \cdot t_1 + c_2^3 \cdot t_2}$$

$$I_w = \frac{2 \cdot (b_1 + b_2)^2 \cdot c_1^3 \cdot t_1 \cdot c_2^3 \cdot t_2}{3 \cdot (c_1^3 \cdot t_1 + c_2^3 \cdot t_2)}$$

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot [2 \cdot c_1 \cdot t_1^3 + 2 \cdot c_2 \cdot t_2^3 + (b_1 + b_2) \cdot d^3]$$

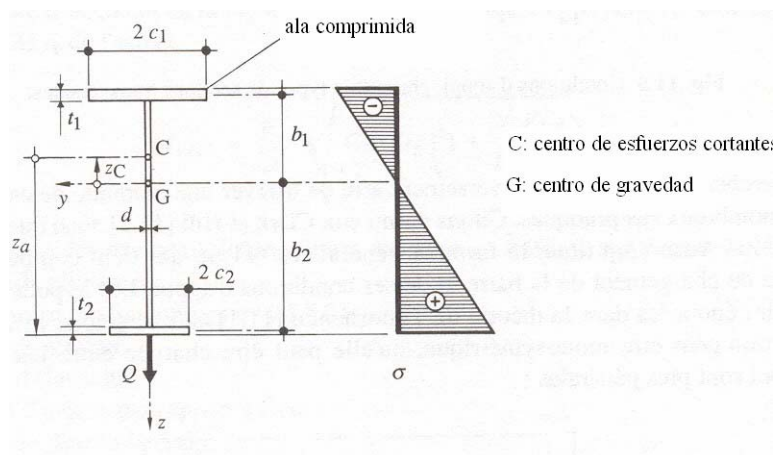


Figura 4.4.5.3 Propiedades de una sección simplemente simétrica

#### 4.4.5.3.1. Influencia de las condiciones de apoyo

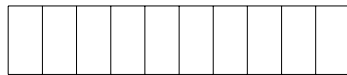
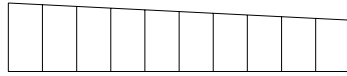
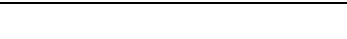
El valor del momento crítico de pandeo lateral dado por la fórmula anterior depende de las condiciones de apoyo de la viga en flexión lateral (desplazamiento lateral  $v$  del centro de esfuerzos cortantes) y en rotación. Las condiciones de apoyo en flexión lateral influyen directamente sobre el coeficiente de ajuste  $k$ , mientras que las condiciones de apoyo en rotación de la viga alrededor de su eje influyen sobre el coeficiente de ajuste  $k_w$ . Teóricamente, para cada condición de apoyo, sería necesario integrar el sistema de ecuaciones diferenciales teniendo en cuenta estas condiciones. No obstante se puede admitir los valores siguientes de los coeficientes de ajuste:

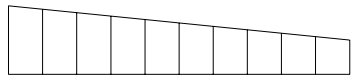
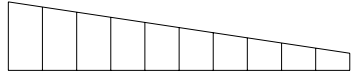
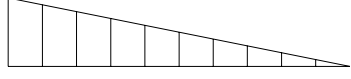
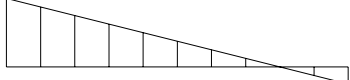
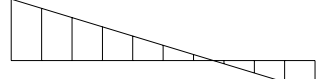
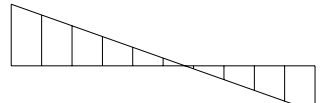
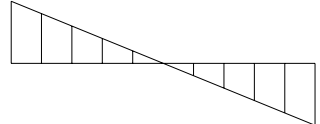
- $k = 1,0$  para todos los casos donde los apoyos de la biga no impidan la flexión lateral.
- $k = 0,7$  para aquéllos casos donde un apoyo de la biga impide la flexión lateral y el otro no.
- $k = 0,5$  para todos los casos donde los apoyos de la biga impidan la flexión lateral.
- $k_w = 1,0$  para todos los casos, salvo en el caso que se adopten unas medidas especiales para un empotramiento o coacción al alabeo.

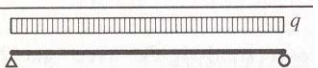
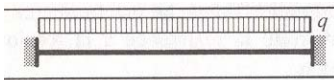
#### 4.4.5.3.2. Influencia del tipo de carga

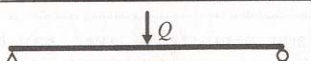
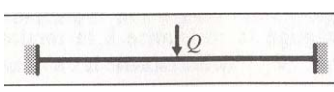
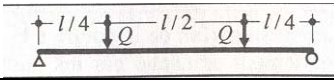
El momento crítico de pandeo lateral elástico  $M_{cr}$  es función del tipo de carga que actúa sobre la viga y su sistema estático (condiciones de apoyo); esto se tiene en cuenta en los factores  $C_1, C_2, C_3$  de la formula de cálculo de  $M_{cr}$ . El caso más desfavorable es el de la viga simple solicitada por un momento de flexión constante. En el caso de un momento linealmente variable o de cargas aplicadas entre los apoyos, la compresión máxima no se alcanza sobre toda la longitud de la viga sino que se da en una única sección, lo que se traduce en factores  $C_1, C_2, C_3$  más elevados, con el fin de tener en cuenta este efecto favorable.

Tabla 4.4.5.3.2 Valores de los factores  $C_1, C_2, C_3$  para  $k_w = 1,0$

Valores de los coeficientes C1, C2 y C3 correspondientes a valores del coeficiente k: sollicitación de momentos en los extremos				
Diagrama de momentos flectores	Valor de k	Valores de coeficientes		
		C1	C2	C3
 $\psi = +1$	1,0	1,000		1,000
	0,7	1,000	---	1,113
	0,5	1,000	---	1,144
 $\psi = +3/4$	1,0	1,141		0,998
	0,7	1,270	---	1,565
	0,5	1,305	---	2,283
 $\psi = +1/2$	1,0	1,323		0,992

	0,7 0,5	1,473 1,514	---	1,556 2,271
$\psi = +1/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,798	---	0,977 1,531 2,235
$\psi = 0$ 	1,0 0,7 0,5	1,879 2,092 2,150	---	0,939 1,473 2,150
$\psi = -1/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	---	0,855 1,340 1,957
$\psi = -1/2$ 	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	---	0,676 1,059 1,546
$\psi = -3/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093	---	0,366 0,575 0,837
$\psi = -1$ 	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149	---	0,000 0,000 0,000

<b>Valores de los coeficientes C1, C2 y C3 correspondientes a valores del coeficiente k: casos de solicitaciones transversales</b>				
<b>Condiciones de carga y apoyo</b>	<b>Valor de k</b>	<b>Valores de coeficientes</b>		
		<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>
	1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
	1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
	1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050

				
	1,0 0,5	1,565 0,938	1,257 0,715	2,540 4,800
	1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890

La tabla anterior da los valores de estos tres factores para los casos de cargas más habituales y para las condiciones de apoyo siguientes:  $k = 1,0; 0,7$  y  $0,5$  y  $k_w = 1,0$ .

Para sistemas estáticos donde las condiciones de apoyo sean tales que  $0,5 < k < 0,7$  o  $0,7 < k < 1,0$  se pueden obtener los factores  $C_1, C_2, C_3$  por interpolación.

#### 4.4.5.3.3. Influencia del punto de aplicación de la carga

La posición del punto de aplicación de las cargas exteriores, con relación al centro de esfuerzos cortantes de la sección de la viga, puede también influir sobre el valor del momento crítico de pandeo lateral elástico, en función de si las cargas crean un momento secundario que estabiliza o que desestabiliza. En la formulación para obtener el momento crítico de pandeo lateral se tiene en cuenta la posición de las cargas en la distancia  $z_g = z_a - z_s$  entre el punto de aplicación de la carga ( $z_a$ ) y el centro de esfuerzos cortantes ( $z_s$ ).

Según la posición de aplicación de las cargas exteriores, se puede considerar los tres casos siguientes:

- Cuando la carga genera un momento secundario estabilizador: entonces la hipótesis de cálculo con la carga aplicada en el centro de esfuerzos cortantes es conservadora.
- Cuando la carga se aplica en el centro de esfuerzos cortantes: entonces la hipótesis de cálculo con la carga aplicada en el centro de esfuerzos cortantes es exacta.
- Cuando la carga genera un momento secundario desestabilizador: entonces es necesario tener en cuenta el punto de aplicación de la carga para el cálculo del momento crítico de pandeo lateral.

#### 4.4.5.4. Resistencia última al pandeo lateral para elementos de sección constante

Para elementos no arriostrados lateralmente sometidos a flexión alrededor del eje fuerte, el valor de cálculo del momento flector  $M_{Ed}$  deberá verificar:

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd}$$

donde

$M_{Ed}$  es el valor de cálculo del momento flector

$M_{b,Rd}$  es la resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral.

El momento crítico de pandeo lateral elástico se determina con la ayuda de la teoría de la estabilidad elástica, tal como se ha expuesto en los párrafos anteriores. Para establecer el momento resistente de cálculo a flexión frente a pandeo lateral  $M_{b,Rd}$  de una viga real, es necesario, al igual que en el pandeo, tener en cuenta las imperfecciones geométricas y estructurales, así como el límite elástico del acero. El momento resistente frente a pandeo lateral  $M_{b,Rd}$ , que no puede ser superior al momento plástico, se obtiene a través de la relación siguiente:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

donde

$W_y$  es el módulo resistente de la sección

$W_y = W_{pl,y}$  para secciones de clase 1 y 2

$W_y = W_{el,y}$  para secciones de clase 3

$W_y = W_{ef,y}$  para secciones de clase 4

$\chi_{LT}$  es el coeficiente de reducción para pandeo lateral

Así, para elementos con sección transversal constante sometidos a flexión alrededor del eje fuerte, el valor de la resistencia de cálculo de  $M_{b,Rd}$  se determina de la siguiente forma:

1. Cálculo de la esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}}$$

donde

$N_{cr}$  es el valor del momento flector crítico elástico de pandeo lateral, obtenido con las características de la sección transversal bruta y teniendo en cuenta los estados de carga, la distribución real de momentos flectores y los arriostramientos laterales.

2. En función de  $\bar{\lambda}_{LT}$  y para la curva adimensional correcta (elección según la tabla 4.4.5.4.b) se obtiene  $\chi_{LT}$ . Éste se puede obtener de forma visual a través de la representación gráfica de las curvas de pandeo o a través de la expresión analítica que propone la Instrucción EAE:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ con } \chi_{LT} \leq 1$$

donde

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT}^2 - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$\alpha_{LT}$  es el coeficiente de imperfección que depende de la curva de pandeo utilizada y su valor se puede encontrar en la tabla 4.4.5.4.a de la Instrucción EAE.

Tabla 4.4.5.4.a  
Valores del coeficiente de imperfección para pandeo lateral

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coeficiente de imperfección $\alpha_{LT}$	0,21	0,34	0,49	0,76

La elección de la curva de pandeo para cada sección transversal se obtendrá de la tabla 4.4.5.4.b

Tabla 4.4.5.4.b  
Elección de la curva de pandeo lateral

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones de perfiles laminados en doble T	$h / b \leq 2$	a
	$h / b > 2$	b
Secciones soldadas en doble T	$h / b \leq 2$	c
	$h / b > 2$	d
Otras secciones	-	d

3. Determinación de la resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

Recordar que para esbelteces  $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,2$  o para relaciones  $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0,04$  se puede omitir el dimensionamiento y comprobación frente a pandeo lateral, teniéndose que llevar a cabo únicamente la comprobación resistente de la sección transversal.

#### 4.4.5.5. Resistencia última al pandeo lateral para perfiles laminados

Para perfiles laminados o secciones soldadas equivalentes sometidos a flexión, el valor del coeficiente reductor  $\chi_{LT}$  para la correspondiente esbeltez adimensional  $\bar{\lambda}_{LT}$  se determinará conforme a:



$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{siendo } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad \text{y} \quad \chi_{LT} \leq 1,0 / \bar{\lambda}_{LT}$$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT}^2 - \lambda_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

Para este tipo de secciones, para la determinación de  $\chi_{LT}$  se adoptarán como valores más favorables de  $\lambda_{LT,0}$  y de  $\beta$  los valores de 0,4 (valor máximo) y 0,75 (valor mínimo) respectivamente. La elección de la curva de pandeo para cada sección transversal se obtendrá entonces de la tabla 4.4.5.5.a.

Tabla 4.4.5.5.a

Elección de la curva de pandeo lateral para estas secciones considerando la expresión anterior para la determinación del coeficiente  $\chi_{LT}$

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones de perfiles laminados en doble T	$h / b \leq 2$	b
	$h / b > 2$	c
Secciones soldadas en doble T	$h / b \leq 2$	c
	$h / b > 2$	d

En estos casos, para esbelteces  $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4$  o para relaciones  $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0,16$  podrá omitirse

la comprobación frente a pandeo lateral, teniéndose que llevar a cabo únicamente la comprobación resistente de la sección transversal.

Además, para considerar la distribución de momentos flectores existente entre los puntos de arriostramiento lateral del elemento, el coeficiente  $\chi_{LT}$  puede modificarse conforme a la siguiente expresión:


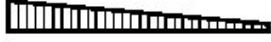






$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{siendo } \chi_{LT,mod} \leq 1,0$$

El valor mínimo de  $f$  se determina mediante la siguiente expresión:

$$f = 1,0 - 0,5(1 - k_c) \left[ 1,0 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \text{siendo } f \leq 1,0$$

siendo  $k_c$  un factor de corrección que depende de la distribución de momentos flectores y que se obtiene de la tabla 4.4.5.5.b.

Tabla 4.4.5.5.b  
Factor de corrección  $k_c$

Distribución de momentos	$k_c$
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

#### 4.4.6. Elementos sometidos a compresión y flexión

En todo elemento comprimido y flectado, además de que en cualquier sección transversal del elemento se deben verificar los criterios de resistencia seccional, se tiene que verificar la seguridad estructural del elemento frente a inestabilidad. Esta verificación se puede hacer de distintas maneras:

Para cualquier tipo de elemento la comprobación frente a inestabilidad puede llevarse a cabo siempre resolviendo la estructura en análisis en segundo orden, la seguridad estructural de la barra se asegura entonces si cualquier sección, teniendo en cuenta los efectos de segundo orden, resiste seccionalmente.

Para el dimensionamiento y comprobación de elementos sometidos a compresión y a flexión alrededor de uno de los ejes principales de la sección, con pandeo alrededor del otro eje principal y con pandeo lateral impedidos, se puede utilizar un método de interacción, que tiene la siguiente expresión:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{c_M M_{Ed,max}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

donde

$N_{b,Rd}$	es la resistencia de cálculo a pandeo del elemento comprimido
$M_{c,Rd}$	es la resistencia de cálculo de la sección según el eje considerado de flexión
$N_{cr}$	es el esfuerzo axial crítico elástico para el pandeo por flexión
$N_{Ed}$	es el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión
$M_{Ed,max}$	es el valor de cálculo del momento flector máximo a lo largo del elemento

El origen de de donde procede esta fórmula se encuentra en el estudio de una pieza sometida a compresión y a flexión alrededor de uno de los ejes principales de la sección, con pandeo alrededor del otro eje principal y con pandeo lateral impedidos. Los efectos de segundo orden que se presentan en este caso son:

- La deformación inicial de la barra crea un aumento del momento  $M$  de primer orden, debido a la excentricidad del esfuerzo normal  $N$  con relación a la posición real del eje de la pieza. La pieza se ve sometida por tanto a un momento de flexión de segundo orden.
- La resistencia última al pandeo  $N_{b,Rd}$  se ve influida por la magnitud del momento flector: cuanto más grande es el momento flector, más disminuye la resistencia última al pandeo  $N_{b,Rd}$ .

Como ya se ha expuesto anteriormente, sería suficiente comprobar la resistencia seccional de una barra comprimida y flectada, si se tuvieran en cuenta los esfuerzos derivados de un análisis en segundo orden. Para evitar tener que establecer dichos esfuerzos, se desarrollaron algunas fórmulas de interacción para algunos tipos de secciones. Su utilización requiere la comprobación de los dos fenómenos que pueden implicar la ruina de la pieza, es decir:

- La estabilidad de la pieza, con las fórmulas de interacción que tienen en cuenta los efectos de segundo orden.
- La resistencia de las secciones, con los esfuerzos de primer orden

La comprobación de una barra sometida únicamente a un esfuerzo normal de compresión es:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0$$

Y la comprobación de una barra sometida únicamente a un momento flector según uno de los ejes principales se puede hacer con la relación siguiente (si el pandeo está impedido):

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

Como la barra tratada se somete realmente a un momento flector de segundo orden, es necesario sustituir el momento de primer orden por el momento del segundo orden. Sobre la hipótesis de una deformación inicial de forma sinusoidal, idéntica a la admitida para la barra simplemente comprimida, el momento de segundo orden se determina mediante el momento de primer orden amplificado por  $\frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}$ .

Así, la verificación de una barra comprimida y flectada según uno de sus ejes principales se puede hacer con la siguiente fórmula de interacción:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

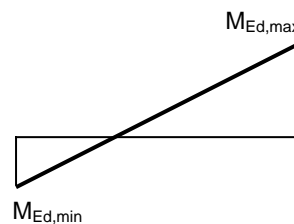
Esta relación es válida si el momento flector es constante en toda la longitud de la barra.

Si éste no es el caso y el momento flector varía linealmente en la longitud de la barra se puede sustituir  $M_{Ed}$  por  $c_M \cdot M_{Ed,max}$ . Así, se obtiene la fórmula de interacción planteada inicialmente:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{c_M \cdot M_{Ed,max}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

El coeficiente  $c_M$  tiene en cuenta el hecho que los aumentos del esfuerzo axial y el momento flector no están vinculados, y que los momentos máximos debidos al momento flector y al momento de segundo orden, debido a la excentricidad del esfuerzo normal con relación a la deformación de la barra, no se sitúan necesariamente en el mismo lugar. El valor del coeficiente  $c_M$  viene dado por la relación siguiente:

$$c_M = 0,6 + 0,4 \cdot \left( \frac{M_{Ed,min}}{M_{Ed,max}} \right) \geq 0,4$$



donde

- $M_{Ed,min}$  valor de cálculo (con signo) del momento mínimo (en valor absoluto)
- $M_{Ed,max}$  valor de cálculo (con signo) del momento máximo (en valor absoluto)

Para elementos sometidos a cargas transversales, perpendiculares a su directriz, o para recuadros traslacionales, el valor de  $c_M$  se toma igual a 1,0.

Cuando el momento flector varía de cualquier forma al largo de la longitud de la barra se puede sustituir  $M_{Ed}$  por  $M_{Ed,eq}$ .

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{M_{Ed,eq}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

De la misma forma, para elementos de sección constante, sometidos a compresión y a flexión (con variación lineal) según los dos ejes principales, el dimensionamiento y comprobación de estos elementos frente a inestabilidad, considerando la posibilidad de pandeo lateral, puede llevarse a cabo mediante la siguiente expresión (se supone que el eje  $y$  es el eje fuerte de la sección):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{c_{My}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{M_{y,Ed,max}}{M_{b,Rd}} + \frac{c_{Mz}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{M_{z,Ed,max}}{M_{cz,Rd}} \leq 1,0$$

donde

- $N_{b,Rd}$  es el mínimo de la resistencia de cálculo de pandeo del elemento comprimido según los dos ejes principales  $N_{by,Rd}$  y  $N_{bz,Rd}$
- $M_{b,Rd}$  es la resistencia de cálculo a flexión frente a pandeo lateral
- $M_{cz,Rd}$  es la resistencia de cálculo de la sección a flexión alrededor del eje z-z
- $c_{My}$  ,  $c_{Mz}$  son los coeficientes que tienen en cuenta la distribución de momentos flectores según los dos ejes principales de flexión

Para llevar a cabo la verificación de elementos comprimidos y flectados con sección transversal constante de clase 4, se deben considerar los momentos adicionales  $\Delta M_{y,Ed}$  ,  $\Delta M_{z,Ed}$  debidos al desplazamiento del eje baricéntrico del área reducida  $A_{ef}$  con respecto al eje baricéntrico de la sección transversal bruta cuando sobre la pieza actúa únicamente el esfuerzo axial. Luego, se debe verificar:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{c_{My}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{M_{y,Ed,max} + \Delta M_{y,Ed}}{M_{b,Rd}} + \frac{c_{Mz}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{M_{z,Ed,max} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq 1,0$$

La comprobación frente a inestabilidad de elementos de sección constante, doblemente simétrica, no susceptibles a deformaciones por distorsión, sometidos a compresión y a flexión según uno o dos ejes principales de la sección, se lleva a cabo mediante las fórmulas de interacción siguientes. Dichas fórmulas son las que propone la Instrucción EAE y se basan en la consideración de elementos de un solo vano simplemente apoyados con condiciones de apoyo de horquilla en sus extremos y con o sin arriostramientos intermedios laterales, sometidos a esfuerzos de compresión, momentos en extremos y/o cargas transversales:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed,max} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed,max} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed,max} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed,max} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

donde

- $N_{Ed}, M_{y,Ed,max}$   
 $M_{z,Ed,max}$   
 $\Delta M_{y,Ed}, \Delta M_{z,Ed}$   
 $\chi_y, \chi_z$   
 $\chi_{LT}$   
 $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$
- son los valores de cálculo del esfuerzo axial de compresión y de los momentos flectores máximos a lo largo del elemento alrededor de los ejes y-y y z-z respectivamente.  
son los momentos adicionales que se tienen que considerar en secciones de clase 4, debidos al desplazamiento del eje baricéntrico del área reducida  $A_{ef}$  con respecto al eje baricéntrico de la sección transversal bruta, cuando sobre la sección solo actúa un esfuerzo axial (ver tabla 4.4.6.a)  
son los coeficientes de reducción para pandeo por flexión (ver 4.4.4)  
es el coeficiente de reducción para pandeo lateral (ver 4.4.5). Para elementos no susceptibles a deformaciones por torsión  $\chi_{LT}=1,0$   
son los coeficientes de interacción, que se obtendrán de la tabla 4.4.6.b

Tabla 4.4.6.a

Valores de  $N_{Rk} = A_i \cdot f_y$ ,  $M_{i,Rk} = W_i \cdot f_y$  y  $\Delta M_{i,Ed}$  en las expresiones de comprobación frente a pandeo

Clase	1	2	3	4
A	A	A	A	$A_{ef}$
$W_y$	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{ef,y}$
$W_z$	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{ef,z}$
$\Delta M_{y,Ed}$	0	0	0	$e_{N,y} \cdot N_{Ed}$
$\Delta M_{z,Ed}$	0	0	0	$e_{N,z} \cdot N_{Ed}$

$e_N$  es el desplazamiento del centro de gravedad de la sección reducida con respecto al de la sección bruta, cuando dicha sección transversal se ve sometida solamente a compresión uniforme.

Tabla 4.4.6.b.  
Coeficientes de interacción  $k_{ij}$

Factor de interacción	Supuesto de diseño	
	Secciones clase 3 o 4	Secciones clase 1 o 2
$k_{yy}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
$k_{yz}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
$k_{zy}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
$k_{zz}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

Términos auxiliares	
$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ <p>con <math>b_{LT} = 0,5 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}</math></p>
$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_z^5} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ <p>con <math>c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}</math></p>
$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5$	$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_y^5} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ <p>con <math>d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}</math></p>
$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5$	$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 - e_{LT} \right) n_{pl} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ <p>con <math>e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}</math></p>
$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$	
$C_{my} \text{ ver tabla A.2}$	
$a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$	
$\bar{\lambda}_{\max} = \max(\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z)$	
$\bar{\lambda}_0 = \text{Esbeltéz adimensional de pandeo lateral cuando actúa un momento uniforme, es}$	

decir, cuando  $\psi_y = 1,0$  en la tabla A.2

$\bar{\lambda}_{LT}$  = Esbeltez adimensional de pandeo lateral

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}$$

$$C_{my} = C_{my,0}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = 1,0$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para secciones de clase 1, 2 y 3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A_{ef}}{W_{ef,y}} \text{ para secciones de clase 4}$$

$N_{cr,y}$  esfuerzo axil crítico elástico por pandeo por flexión alrededor del eje y


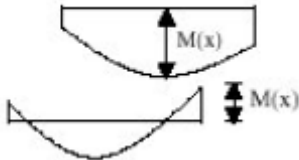
$N_{cr,z}$  esfuerzo axil crítico elástico por pandeo por flexión alrededor del eje z

$N_{cr,T}$  esfuerzo axil crítico elástico por pandeo por torsión



$I_T$  inercia a torsión

$I_y$  inercia a flexión alrededor del eje y

Tabla 4.4.6.c continuación: Tabla A.2: Factores  $C_{mi,0}$  para la obtención del momento equivalente uniforme

Diagrama de momento	$C_{mi,0}$
	$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + \left( \frac{\pi^2 \cdot EI_i \cdot  \delta_x }{L^2  M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p><math>M_{i,Ed}(x)</math> es el máximo momento <math>M_{y,Ed}</math> o <math>M_{z,Ed}</math>  <math> \delta_x </math> es el máximo desplazamiento a lo largo de la pieza</p>



	$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

FORMULACIÓN ALTERNATIVA PARA LA OBTENCIÓN DE LOS COEFICIENTES  $k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz}$  SEGÚN EL EN 1993-1-1, ANEJO B (MÉTODO AUSTRIACO-ALEMÁN).

Tabla 4.4.6.d Factores de interacción  $k_{ij}$  para elementos no susceptibles a deformaciones torsionales

Factor interacción	Tipo de sección	Supuesto de diseño	
		Secciones clase 3 ó 4	Secciones clase 1 ó 2
$k_{yy}$	I RHS	$C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
$k_{yz}$	I RHS	$k_{zz}$	$0,6 \cdot k_{zz}$
$k_{zy}$	I RHS	$0,8 \cdot k_{yy}$	$0,6 \cdot k_{yy}$
$k_{zz}$	I RHS	$C_{mz} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$


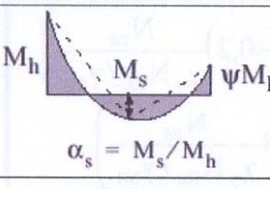
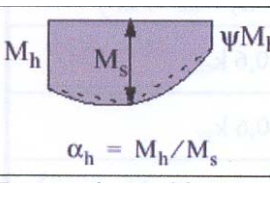
Nota: Para secciones en I o en H y para perfiles rectangulares huecos sometidos a axil y flexión uniaxial  $M_{y,Ed}$  el coeficiente  $k_{zy} = 0$

Tabla 4.4.6.e Factores de interacción  $k_{ij}$  para elementos susceptibles a deformaciones torsionales

Factor interacción	Tipo de sección	Supuesto de diseño	
		Secciones clase 3 ó 4	Secciones clase 1 ó 2
$k_{yy}$	I RHS	$C_{my} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
$k_{yz}$	I	$k_{zz}$	$0,6 \cdot k_{zz}$

	RHS		
$k_{zy}$	I RHS	$\left[ 1 - \frac{0,05 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[ 1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[ 1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[ 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p>Para <math>\bar{\lambda}_z &lt; 0,4</math>:</p> $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq$ $1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
$k_{zz}$	I RHS	$C_{mz} \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

Tabla 4.4.6.f Factores de momento uniforme equivalente  $C_m$

Diagrama de momento	Rango		$C_{my}$ y $C_{mz}$ y $C_{myLT}$	
			Carga uniforme	Carga concentrada
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4 \cdot \psi \geq 0,4$	
	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$	$-0,8 \alpha_s \geq 0,4$
$-1 \leq \psi < 0$		$0,1(1 - \psi) - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$	$0,2 \cdot (-\psi) - 0,8 \cdot \alpha_s \geq 0,4$	
	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h$	$0,90 + 0,1 \cdot \alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h$	$0,90 + 0,1 \cdot \alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h \cdot (1 + 2\psi)$	$0,90 + 0,10 \cdot \alpha_h \cdot (1 + 2\psi)$

Nota: Para, elementos con pandeo lateral el momento uniforme equivalente ha de tomarse  $C_{my} = 0,9$  ó  $C_{mz} = 0,9$

A continuación se hace una comparativa de las diferentes formulaciones presentadas, además de la formulación existente en la derogada EA-95, para un soporte formado por una viga IPE-300 (Sección Clase 1 ó 2, según solicitud) de 5m. de altura de acero S235 sometida a compresión y a flexión uniforme según el eje fuerte y que tiene impedido tanto el pandeo lateral como el pandeo según el eje débil.

Las características del soporte son:

$$A = 53,8 \text{ mm}^2$$

$$I_y = 8357 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 604 \text{ cm}^4$$

$$I_T = 19,9 \text{ cm}^4$$

$$I_w = 126332 \text{ cm}^4$$

$$W_{y,el} = 557,1 \text{ cm}^3$$

$$W_{z,el} = 80,5 \text{ cm}^3$$

$$W_{y,pl} = 628,4 \text{ cm}^3$$

$$W_{z,pl} = 125,2 \text{ cm}^3$$

$$i_y = 12,46 \text{ cm}$$

$$i_z = 3,35 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = 40,13$$

De estas propiedades, y suponiendo el soporte biarticulado se obtiene, haciendo los correspondientes cálculos, que:

- Para el método expuesto en la EA-95:  
Para un acero S235  $w = 1,07$
- Para los métodos recogidos en la EAE-95 y EN 1993-1-1  
 $N_{Rd} = 1264300 \text{ N}$   
 $N_{cr,y} = 6922730,1 \text{ N}$   
 $\chi_y = 0,915$   
 $N_{b,Rd} = 1156925,4 \text{ N}$

A partir de estos datos se obtienen los diagramas de interacción axil-flector, que producen el fallo de la estructura por pandeo según las siguientes formulaciones:

- EA-95:

$$\frac{N_{Ed} \cdot w}{A} + \frac{M}{W_{y,el}} \leq 1$$

- Formula simplificada EAE:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0$$

- Por los métodos franco-belga y austriaco-alemán:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed,max}}{M_{y,Rk}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed,max}}{M_{y,Rk}} \leq 1$$

Interacción Axil-Flector

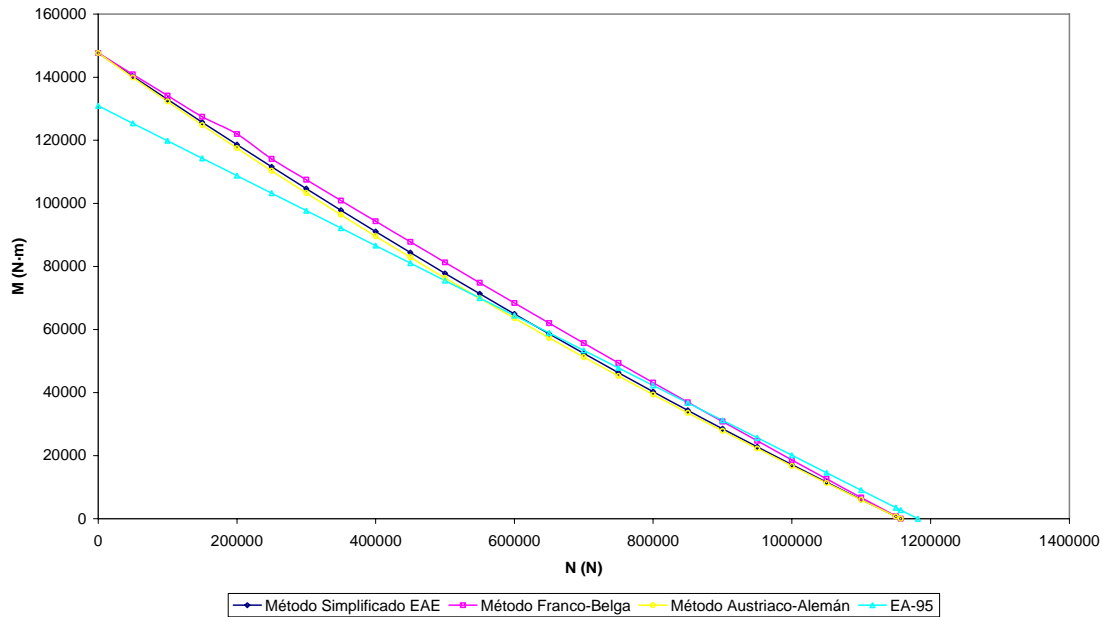


Figura 4.4.6 Diagrama axil-flector que produce el fallo del soporte por pandeo.

Se puede observar que para este caso simple los gráficos de interacción axil-flector obtenidos tanto para el método franco-belga (Instrucción EAE), para el método austriaco-alemán (EN 1993-1-1, Anejo B) y para el método simplificado de la EAE son muy similares, si bien el método austriaco-alemán es el más conservador.

Si se comparan éstos, con el gráfico obtenido para la formulación propuesta por la EA-95, se observa:

- Para esfuerzo normal pequeño la sección resiste mucho menos esfuerzo flector. Esto es debido a que no se tiene en cuenta la resistencia plástica de la sección.
- Para esfuerzos normales grandes, la sección resiste un poco más de momento flector. Esto es debido a que la fórmula de la EAE no amplifica los momentos actuantes sobre la pieza que recogerían los efectos de segundo orden. Es por esto, que para axiles grandes esta formulación queda del lado de la inseguridad.

#### 4.4.7. Soportes de sección variable

El cálculo de estos soportes se realiza de la misma forma, pero para tener en cuenta la variación de la sección, la esbeltez de la pieza se calcula a partir de un valor del radio de giro equivalente, obtenido en función de la variación de la inercia, y con la sección con un área ligeramente variable, y determinado como sigue:

Se considera dos casos de variación de inercia:

- variación lineal.
- variación parabólica.

Se considera una variación de la inercia desde su valor máximo  $I_{\max}$  hasta un valor mínimo  $I_{\min}$ .

Se considera un área media  $A_{med}$  de valor:

$$A_{med} = \int_0^L (A_x / L) dx$$

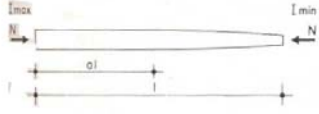
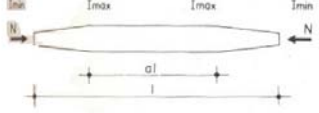
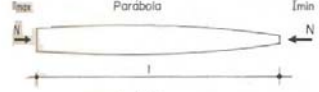
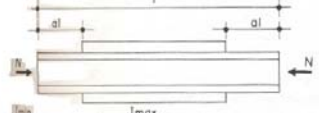
Así, el valor del radio de giro equivalente es:

$$i_{eq} = (c \cdot I_{\max} / A_{med})^{1/2}$$

donde el valor de c se obtiene de la tabla 4.4.7 en función de la relación  $v$  entre las inercias máxima y mínima y la relación entre la longitud de sección variable y de sección constante.

$$v = [I_{\min} / I_{\max}]^{1/2}$$

Tabla 4.4.7 Coeficientes c para determinación del radio de giro equivalente

Variación de la sección	v a	Coeficiente c siendo $v = \sqrt{I_{\min}:I_{\max}}$									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	0.0	0.121	0.220	0.316	0.412	0.509	0.606	0.703	0.801	0.900	1.000
	0.1	0.140	0.247	0.348	0.447	0.542	0.636	0.729	0.820	0.911	1.000
	0.2	0.166	0.284	0.391	0.490	0.585	0.675	0.761	0.844	0.923	1.000
	0.3	0.203	0.333	0.446	0.547	0.639	0.722	0.800	0.871	0.938	1.000
	0.4	0.257	0.403	0.521	0.620	0.705	0.779	0.844	0.902	0.953	1.000
	0.5	0.340	0.502	0.620	0.711	0.784	0.843	0.892	0.933	0.969	1.000
	0.6	0.477	0.641	0.745	0.815	0.867	0.906	0.936	0.961	0.982	1.000
	0.7	0.697	0.814	0.875	0.913	0.938	0.957	0.971	0.983	0.992	1.000
	0.8	0.922	0.951	0.966	0.976	0.983	0.988	0.992	0.995	0.998	1.000
	≥ 0.9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.0	0.259	0.389	0.493	0.583	0.665	0.740	0.810	0.877	0.940	1.000
	0.1	0.308	0.448	0.555	0.643	0.719	0.786	0.846	0.902	0.953	1.000
	0.2	0.371	0.520	0.625	0.707	0.775	0.832	0.881	0.925	0.965	1.000
	0.3	0.453	0.605	0.703	0.775	0.830	0.867	0.914	0.947	0.975	1.000
	0.4	0.558	0.702	0.784	0.841	0.883	0.915	0.942	0.965	0.984	1.000
	0.5	0.686	0.801	0.861	0.900	0.927	0.948	0.965	0.979	0.990	1.000
	0.6	0.819	0.890	0.925	0.946	0.962	0.973	0.982	0.989	0.995	1.000
	0.7	0.925	0.954	0.968	0.978	0.984	0.989	0.992	0.996	0.998	1.000
	0.8	0.982	0.998	0.992	0.994	0.996	0.997	0.998	0.999	0.999	1.000
	≥ 0.9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	-	0.273	0.402	0.506	0.595	0.676	0.749	0.817	0.882	0.942	1.000
	-	0.536	0.652	0.728	0.786	0.834	0.875	0.911	0.943	0.973	1.000
	0.1	0.221	0.626	0.846	0.924	0.958	0.976	0.986	0.993	0.997	1.000
	0.2	0.060	0.220	0.421	0.605	0.743	0.837	0.902	0.946	0.977	1.000
	0.3	0.027	0.105	0.221	0.359	0.502	0.635	0.753	0.852	0.933	1.000
	0.4	0.016	0.061	0.134	0.231	0.345	0.472	0.606	0.741	0.873	1.000
	0.5	0.010	0.040	0.090	0.160	0.250	0.360	0.490	0.640	0.810	1.000

#### 4.4.8. Soportes con distribución no uniforme de esfuerzo axial

En el caso de piezas de sección constante solicitadas por compresiones de valor variable a lo largo de la directriz de la pieza, para el cálculo a pandeo se considera una esbeltez afectada por un coeficiente  $\beta$ , que se puede obtener de la tabla 4.4.8 en función de los valores extremos del esfuerzo axial y de la forma de variación del axil a lo largo de la directriz.

Tabla 4.4.8 Coeficientes  $\beta$  para soportes sometidos a esfuerzo axial variable

Coeficiente  $\beta = \sqrt{\frac{1 + CN'/N}{K}}$  según el caso

C	0.880	0.510	1.650	0.930	2.180
K	1.880	3.090	5.420	7.720	0.800
$\frac{N'}{N}$					
0.0	0.729	0.569	0.429	0.359	1.122
0.1	0.761	0.582	0.462	0.376	1.238
0.2	0.792	0.596	0.495	0.392	1.346
0.3	0.818	0.610	0.524	0.407	1.440
0.4	0.846	0.623	0.553	0.421	1.532
0.5	0.875	0.636	0.579	0.434	1.620
0.6	0.901	0.648	0.605	0.449	1.704
0.7	0.927	0.663	0.629	0.462	1.784
0.8	0.950	0.675	0.654	0.474	1.856
0.9	0.975	0.687	0.676	0.488	1.928
1.0	1.000	0.700	0.700	0.500	2.000
C	2.180	0.930	1.090	0.350	1.090
K	3.180	7.720	2.090	5.400	0.520
$\frac{N'}{N}$					
0.0	0.561	0.359	0.692	0.430	1.384
0.1	0.619	0.376	0.728	0.436	1.456
0.2	0.673	0.392	0.764	0.445	1.528
0.3	0.720	0.407	0.797	0.451	1.594
0.4	0.766	0.421	0.830	0.459	1.660
0.5	0.810	0.434	0.858	0.465	1.716
0.6	0.852	0.449	0.888	0.473	1.776
0.7	0.892	0.462	0.917	0.479	1.834
0.8	0.928	0.474	0.946	0.486	1.892
0.9	0.964	0.488	0.973	0.492	1.946
1.0	1.000	0.500	1.000	0.500	2.000

#### 4.4.9. Soportes sometidos a cargas concentradas a lo largo de su altura

En el caso de piezas de sección constante con cargas puntuales aplicadas a lo largo de su directriz, el cálculo a pandeo se realiza aplicando un coeficiente  $\beta$  a la longitud de pandeo, que tiene en cuenta la aplicación de una o varias cargas a lo largo de ésta.

El valor de  $\beta$  se obtiene en función del tipo de sustentación de la pieza y de la posición relativa de la carga a lo largo de la directriz  $l_1 / L$ .

En el caso de aplicación de varias cargas a lo largo de la directriz el coeficiente  $\beta$  que se debe aplicar adopta la expresión:

$$\beta = \left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \beta_i^2 \right]^{1/2}$$

siendo  $\alpha_i = P_i / \sum_{i=1}^n P_i$

En la tabla 4.4.9 se dan los valores de  $\beta$  y  $\beta^2$  para obtener la longitud de pandeo.

Tabla 4.4.9. Valores del coeficiente  $\beta$  y de  $\beta^2$  para soportes sometidos a cargas concentradas

h/l	Pieza biarticulada		Pieza libre y empotrada		Pieza empotrada y apoyada		Pieza biempotrada	
	$\beta$	$\beta^2$	$\beta$	$\beta^2$	$\beta$	$\beta^2$	$\beta$	$\beta^2$
0.0	1.000	1.000	2.000	4.000	0.699	0.4896	0.500	0.2500
0.1	0.898	0.806	1.800	3.240	0.605	0.3662	0.494	0.2446
0.2	0.805	0.649	1.600	2.560	0.533	0.2850	0.471	0.2219
0.3	0.741	0.549	1.400	1.960	0.481	0.2319	0.430	0.1851
0.4	0.711	0.506	1.200	1.440	0.458	0.2101	0.387	0.1502
0.5	0.707	0.500	1.000	1.000	0.456	0.2085	0.364	0.1326
0.6	0.703	0.494	0.800	0.640	0.440	0.1942	0.362	0.1311
0.7	0.671	0.451	0.600	0.360	0.392	0.1543	0.340	0.1159
0.8	0.592	0.351	0.400	0.160	0.306	0.0938	0.279	0.0781
0.9	0.440	0.194	0.200	0.040	0.173	0.0310	0.168	0.0285
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.0000	0.000	0.0000

En todas aquellas situaciones de proyecto no contempladas en estos apartados anteriores se debe recurrir al método general de análisis en segundo orden.



## 5. Consideraciones finales

A lo largo de todo el documento se ha intentado desarrollar desde un punto de vista teórico los conceptos más relevantes que subyacen en el articulado de la Instrucción EAE en los capítulos de Bases de Proyecto, Análisis Estructural y Estados Límite Últimos, pretendiendo que el lector y usuario pueda comprender mejor, interpretar y aplicar las especificaciones contenidas en esta Instrucción.

Teniendo presente que los conceptos teóricos son fundamentales para el desarrollo, con criterio técnico, del trabajo diario de todo ingeniero estructural, pero que éstos no tienen ningún sentido si no se aplican correctamente, se han desarrollado un conjunto de ejemplos reales y claros que permitan al usuario entender la forma de aplicación de los conceptos más novedosos e importantes planteados en la parte teórica de este documento como son la combinación de acciones, la clasificación de las secciones transversales (clases 1, 2, 3 y 4), lo cual permite integrar la abolladura en el control resistente seccional, y las comprobaciones del estado límite último de equilibrio, del estado límite último de resistencia de las secciones a esfuerzo axial, a flexión, a cortante, a torsión y a las interacciones entre esfuerzos y finalmente la comprobación del estado límite último de inestabilidad. Por último, se han desarrollado dos ejemplos reales de dimensionamiento de dos naves industriales en los que se pretende dar una visión global de todo lo desarrollado. En ellos se combinan todos los conceptos tratados hasta ahora de forma independiente: combinación de acciones, análisis estructural, en primer y/o segundo orden, clasificación de la sección, resistencia de las secciones y resistencia de la estructura o de partes de la misma a la inestabilidad.

Asimismo, se ha desarrollado un conjunto de hojas de cálculo que permiten la agilización de la aplicación de las tediosas fórmulas de inestabilidad que plantean tanto la Instrucción EAE como la EN 1993-1-1, para la comprobación de elementos estructurales sometidos a compresión y flexión, susceptibles de deformarse por torsión. En este sentido, cabe señalar que con la introducción de todos los datos de las características mecánicas de los perfiles estructurales existentes en el mercado, se podría llegar a automatizar la búsqueda del perfil óptimo en cada situación. Aunque ello puede llevar a una excesiva automatización del proceso de dimensionamiento y a una pérdida del sentido ingenieril de dichas comprobaciones, la aplicación de dichas hojas de cálculo o de similares tratamientos, puede facilitar enormemente la implementación de dichas expresiones de dimensionamiento y comprobación de forma sistemática en el quehacer ingenieril. Tales expresiones son ciertamente farragosas, pero no son así de manera gratuita; son así porque persiguen cubrir mediante la aplicación de una única formulación muy compacta diferentes formas de respuesta de la estructura, en lo que se refiere a la clase de sección y al modo de fallo por inestabilidad que se presente.

Cabe destacar que durante el desarrollo de la tesina se han planteado, como es normal, dudas sobre el contenido, la idoneidad y la claridad de las especificaciones establecidas en la Instrucción EAE. En este sentido, debe indicarse que, en líneas generales, el documento es claro, entendible y de fácil utilización e implementación en la práctica habitual de la concepción y proyecto de estructuras de acero, aunque existen algunos temas que podrían ser ampliados y/o mejorados. En este sentido, en esta tesina se ha incidido especialmente en aspectos relacionados con:

- La clasificación de las secciones transversales de elementos estructurales sometidos al efecto combinado de esfuerzo axial y momento flector, cuyo tratamiento en la Instrucción EAE no está suficientemente detallado.
- La inestabilidad frente a pandeo lateral para elementos no sometidos a flexión uniforme y con condiciones de apoyo distintas a las de apoyo de tipo horquilla, en donde la Instrucción remite al usuario a la existencia de documentos y libros de texto en donde pueden encontrarse formulaciones específicas para cada caso particular.
- La interacción de momento flector y momento torsor y la interacción esfuerzo cortante y momento torsor y momento flector. Para la interacción flector-torsión de alabeo -tensiones normales-, la Instrucción EAE plantea una formulación excesivamente conservadora. En esta tesina se ofrece una formulación alternativa, mucho más realista, para la interacción flexión-torsión en vigas en doble T (perfiles IP, perfiles HE), cuando la flexión se produce alrededor del eje fuerte del elemento. De igual manera a como se hace para la interacción axial-flector, pueden desarrollarse formulaciones específicas para los distintos tipos de sección transversal y de solicitación más habituales en la construcción metálica. Partiendo de un estudio teórico tensional y corroborándolo mediante ensayos en el laboratorio, podría darse un enfoque muy práctico al tema, y a la vez riguroso. En lo que se refiere a la interacción cortante-torsión (y cortante-torsión-flexión), se ha podido determinar el origen de las formulaciones recogidas en la Norma Europea EN 1993-1-1; el autor de esta tesina no había podido encontrar la justificación de dichas fórmulas de interacción. Un análisis detallado del estado de tensiones normales y tangenciales que se inducen en las piezas metálicas cuando éstas se ven sometidas a esfuerzo cortante y a torsión uniforme y de alabeo ha permitido llegar a determinar el por qué de las especificaciones que se recogen también en la Instrucción EAE.
- La evaluación de la capacidad última de elementos estructurales sometidos a esfuerzo axial de compresión y a flexión, utilizando el método franco-belga del Anejo A de EN 1993-1-1, que es el que se recoge también en la Instrucción EAE, el método austriaco-alemán del Anejo B de EN 1993-1-1, y el método simplificado que propone la Instrucción EAE. Para los casos analizados, el dimensionamiento según el método austriaco-alemán es algo más conservador que el método franco-belga, que es el método que propugna la Instrucción EAE. El método simplificado arroja resultados muy próximos a los obtenidos con ambos métodos, siendo también algo más conservadores.

El autor de esta tesina quiere concluir estas consideraciones finales señalando que el trabajo desarrollado le ha servido para profundizar en temas de los que ya tenía conocimiento, de alguna manera, puesto que eran temas que se habían impartido en la docencia de la disciplina de las estructuras metálicas en 4º y 5º curso de carrera, y también para introducirse en otros temas nuevos que le han permitido obtener una visión mucho más global de las estructuras y, en particular, de las estructuras metálicas.

Guía de aplicación de la Instrucción EAE de Acero  
Estructural al proyecto de estructuras de edificación y  
obra pública

Tomo 2(2 tomos)

Jordi Bordallo Vilardaga

Enrique Mirambell Arrizabalaga

Enginyeria de la construcció

Estructures

Maig 2007

## ANEJO 1 – EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LAS DISPOSICIONES ESTABLECIDAS EN LAS BASES DE PROYECTO

### 1.1. Ejemplo de combinación de acciones en una viga continua de 3 vanos.

La estructura de un forjado de una galería comercial se resuelve mediante un forjado de viguetas metálicas continuas de 3 vanos, separadas 1,25m y apoyadas sobre jácenas separadas 6m tal como muestra el croquis adjunto.

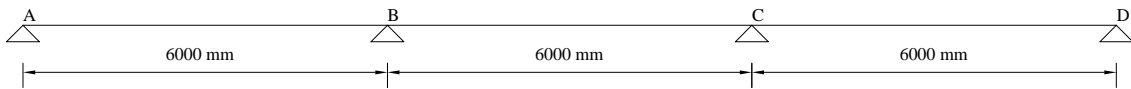


Figura 1.1.a Representación de la vigueta estudiada

Se quiere dimensionar las viguetas ante ELU y ELS.

Primero de todo se tiene que estimar las cargas. Ellas, se han establecido de acuerdo con la normativa de acciones en la edificación NBE-AE-88.

Cargas Permanentes:

- Peso propio de un forjado de viguetas metálicas y mortero ligero de densidad 18,00 KN./ m<sup>3</sup> de 15 cm. de espesor, según la Tabla 2.5 de peso de elementos constructivos de la norma NBE-AE-88, es de 3,00 KN/ m<sup>2</sup>.

Sobrecargas:

Las sobrecargas a considerar es la sobrecarga de uso, que obviamente puede actuar en cualquier posición.

- La sobrecarga de uso para galerías comerciales, según la tabla 3.1 de sobrecargas de uso de la norma NBE-AE-88, es de 4,00 KN/m<sup>2</sup>. El valor de ésta carga nos permite no haber de tener en cuenta un valor de sobrecarga por tabiquería.

A continuación se representan gráficamente y se da la expresión analítica de las leyes de momentos en los pilares y dinteles cuando cada una de las cargas actúa independientemente sobre el forjado.

- a) Cargas Permanentes: ( $G=3,00 \cdot 1,25=3,75$  KN/m)
  - a. Esfuerzos flectores cuando la carga actúa en el primer vano.

$$M_{AB} = (9,84375x - 1,875x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-8,4375 + 1,875x) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (2,8125 - 0,46875x) \text{KN}\cdot\text{m}$$

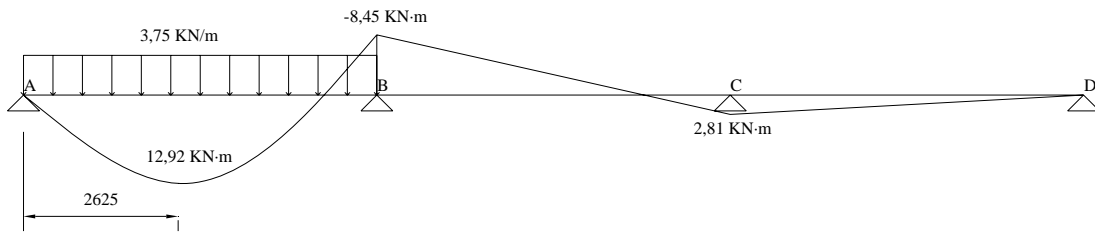


Figura 1.1.b. Representación de los esfuerzos flectores cuando la carga permanente actúa en el primer vano

b. Esfuerzos flectores cuando la carga actúa en el segundo vano

$$M_{AB} = (-1,1250x)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (-6,75 + 11,25x - 1,875x^2)KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-6,75 + 1,1250x)KN \cdot m$$

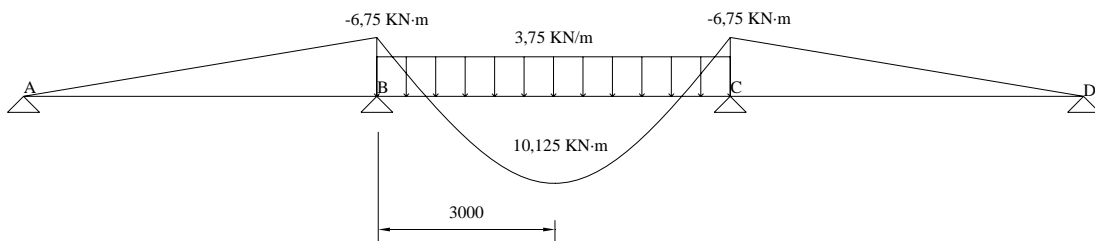


Figura 1.1.c. Representación de los esfuerzos flectores cuando la carga permanente actúa en el segundo vano

c. Esfuerzos flectores cuando la carga actúa en el tercer vano.

$$M_{AB} = (0,46875x)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (2,8125 - 1,875x)KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-8,4375 + 12,65625x - 1,875x^2)KN \cdot m$$

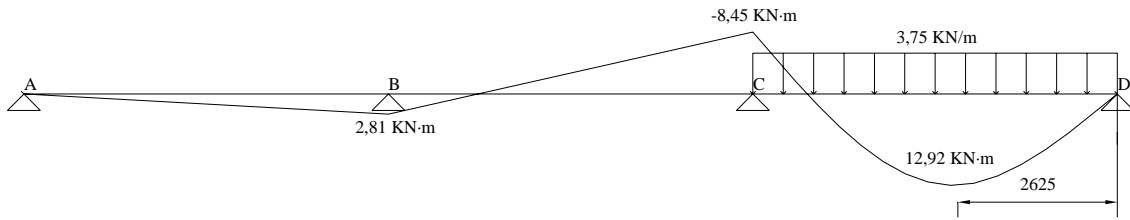


Figura 1.1.d. Representación de los esfuerzos flectores cuando la carga permanente actúa en el tercer vano

- b) Sobrecarga de uso: ( $G=4,00 \cdot 1,25=5,00$  KN/m)  
a. Esfuerzos flectores cuando la carga actúa en el primer vano.

$$M_{AB} = (13,125x - 2,50x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-11,25 + 2,50x) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (3,75 - 0,625x) \text{KN}\cdot\text{m}$$

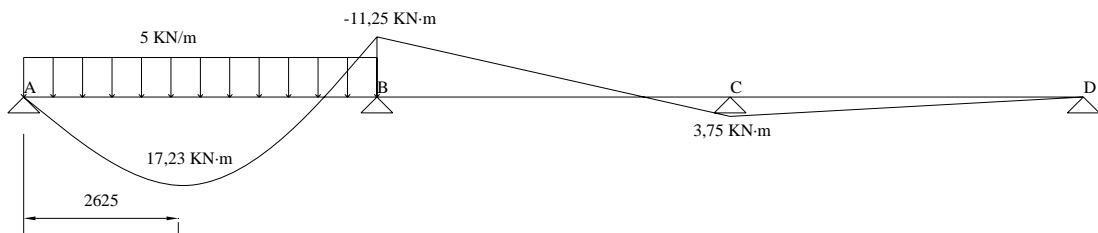


Figura 1.1.e. Representación de los esfuerzos flectores cuando la sobre carga de uso actúa en el primer vano

- b. Esfuerzos flectores cuando la carga actúa en el segundo vano

$$M_{AB} = (-1,50x) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-9,00 + 15,00x - 2,50x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (-9,00 + 1,50x) \text{KN}\cdot\text{m}$$

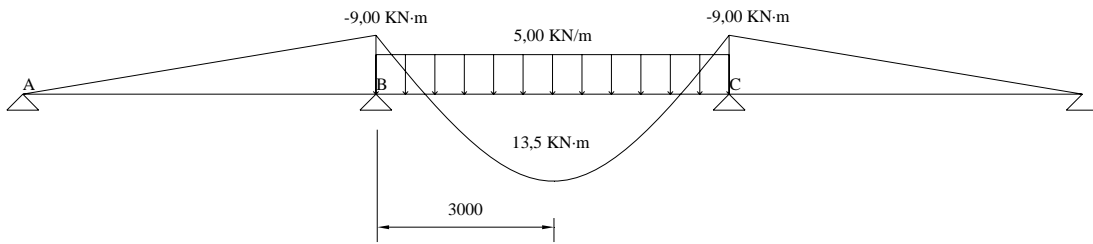


Figura 1.1.f. Representación de los esfuerzos flectores cuando la sobre carga de uso actúa en el segundo vano

c. Esfuerzos flectores cuando la carga actúa en el tercer vano.

$$M_{AB} = (0,625x) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (3,75 - 2,50x) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (-11,25 + 16,875x - 2,50x^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

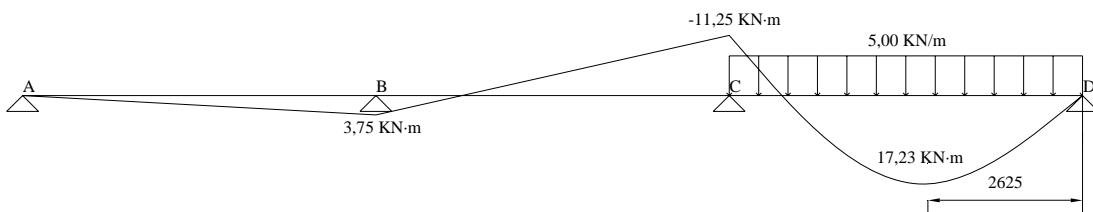


Figura 1.1.g. Representación de los esfuerzos flectores cuando la sobre carga de uso actúa en el tercer vano

## COMBINACIÓN DE ACCIONES EN ELU

Situaciones Permanentes o transitorias:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Carga	$\psi_0$	$\gamma$ Favorable	$\gamma$ Desfavorable
Permanente	-	1,00	1,35
Sobrecarga de uso	0,7	0,00	1,50

Como sólo tenemos una carga variable y una permanente se puede reescribir la ecuación anterior cómo:

$$\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}$$

- a) Máximo momento negativo en el apoyo B. (O cargando simétricamente, máximo momento negativo en el apoyo C)

Éste se obtiene cargando al máximo los vanos AB y BC y al mínimo el vano CD.

La sobrecarga de uso aplicada sobre los vanos AB y BC tienen un efecto desfavorable sobre el momento negativo del apoyo B, por esto su coeficiente de seguridad es 1,50. En cambio, la sobrecarga aplicada sobre el vano CD tiene un efecto favorable sobre lo que estamos estudiando, es por esto que su coeficiente de seguridad es 0,00, es decir, no actúa sobrecarga en éste vano.

El peso propio actúa sobre toda la estructura. Supondremos dos casos: primero que el peso propio es desfavorable (mayorándolo por 1,35 en toda la estructura) y segundo suponiendo que éste es favorable (mayorado por 1,00 en toda la estructura)

Peso propio desfavorable:

$$M_f = 1,35 \cdot M_{PP} + 1,50 \cdot M_{AB(SU)} + 1,50 \cdot M_{BC(SU)}$$

$$M_{AB} = (29,840625x - 6,28125x^2) KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (-47,08125 + 41,4375x - 6,28125x^2) KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-24,58125 + 19,284375x - 2,53125x^2) KN \cdot m$$

$$M_{fB} = (-47,08125) KN \cdot m$$

$$M_{fC} = (-24,58125) KN \cdot m$$

$$M_{\max(AB)}(x = 2,38) = (35,44) KN \cdot m$$

$$M_{\max(BC)}(x = 3,30) = (21,26) KN \cdot m$$

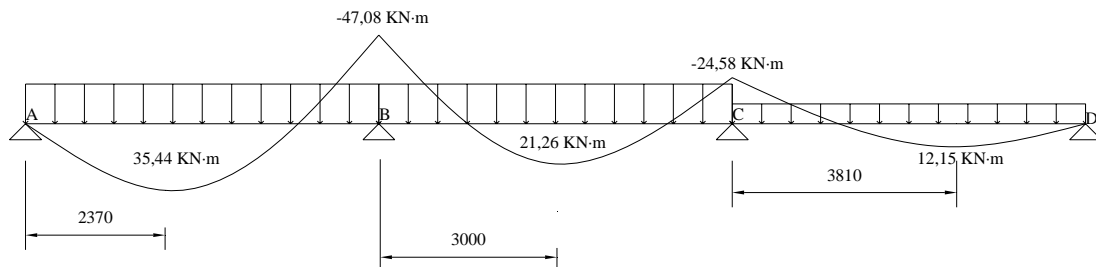


Figura 1.1.h. Representación de los esfuerzos flectores para la hipótesis de carga supuesta en a) y considerando el peso propio como desfavorable



Peso propio favorable:

$$M_f = 1,00 \cdot M_{PP} + 1,50 \cdot M_{AB(SU)} + 1,50 \cdot M_{BC(SU)}$$

$$M_{AB} = (26,625x - 5,625x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-42,75 + 37,5x - 5,625x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (-20,25 + 14,625x - 1,875x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fB} = (-42,75) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fC} = (-20,25) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max(AB)}(x = 2,37) = (31,51) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max(BC)}(x = 3,33) = (19,75) \text{KN}\cdot\text{m}$$

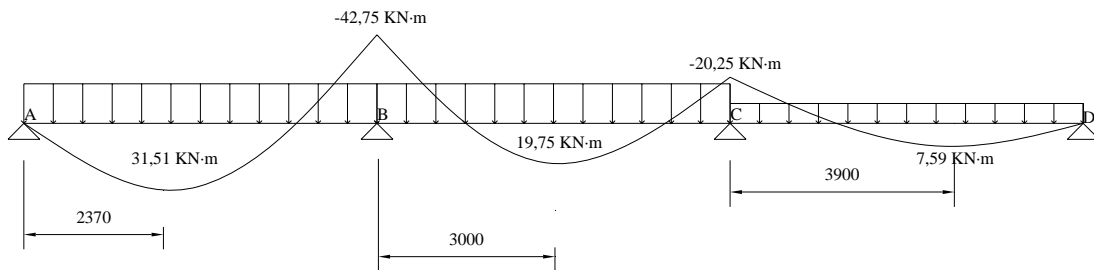


Figura 1.1.i. Representación de los esfuerzos flectores para la hipótesis de carga supuesta en a) y considerando el peso propio como favorable

b) Máximo momento positivo en centro luz del vano BC.

Éste se obtiene cargando al máximo el vano BC y cargando al mínimo los vanos AB y CD.

La sobrecarga de uso aplicada sobre el vano BC tienen un efecto desfavorable sobre el momento positivo en centro luz del vano BC, por esto su coeficiente de seguridad es 1,50. En cambio, la sobrecarga aplicada sobre los vanos AB y CD tiene un efecto favorable sobre lo que estamos estudiando, es por esto que su coeficiente de seguridad es 0,00, es decir, no actúa sobrecarga en éstos vanos.

El peso propio actúa sobre toda la estructura. Supondremos dos casos: primero que el peso propio es desfavorable (mayorándolo por 1,35 en toda la estructura) y segundo suponiendo que éste es favorable (mayorado por 1,00 en toda la estructura)

Peso propio desfavorable:

$$M_f = 1,35 \cdot M_{PP} + 1,50 \cdot M_{BC(SU)}$$

$$M_{AB} = (10,153125x - 2,53125x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-30,20625 + 37,6875x - 6,28125x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (-30,20625 + 20,221875x - 2,53125x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fB} = (-30,20625) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fC} = (-30,20625) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max(BC)}(x = 3,00) = (26,325)KN \cdot m$$

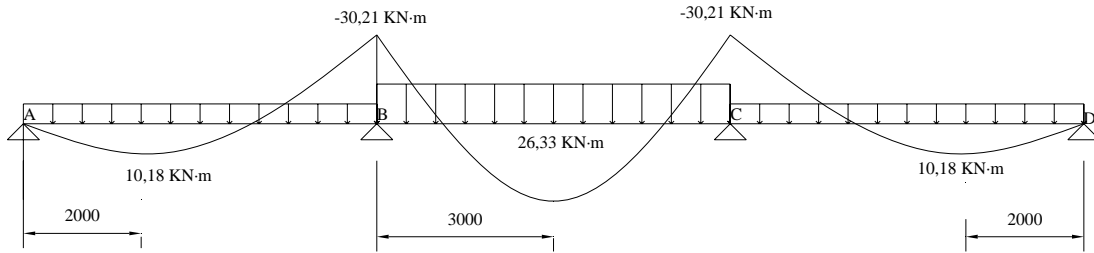


Figura 1.1.j. Representación de los esfuerzos flectores para la hipótesis de carga supuesta en b) y considerando el peso propio como desfavorable

Peso propio favorable:

$$M_f = 1,00 \cdot M_{PP} + 1,50 \cdot M_{BC(SU)}$$

$$M_{AB} = (6,9375x - 1,875x^2)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (-25,875 + 33,75x - 5,625x^2)KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-25,875 + 15,5625x - 1,875x^2)KN \cdot m$$

$$M_{fB} = (-25,875)KN \cdot m$$

$$M_{fC} = (-25,875)KN \cdot m$$

$$M_{\max(BC)}(x = 3,00) = (24,75)KN \cdot m$$

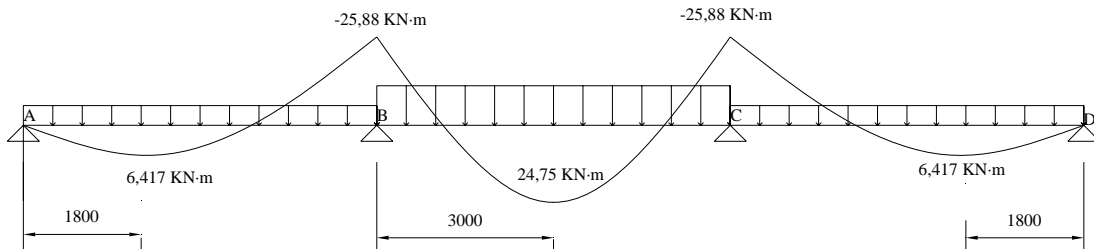


Figura 1.1.k. Representación de los esfuerzos flectores para la hipótesis de carga supuesta en b) y considerando el peso propio como favorable

c) Máximo momento positivo en centro luz del vano AB o CD.

Éste se obtiene cargando al máximo los vanos AB y CD y cargando al mínimo el vano BC.

La sobrecarga de uso aplicada sobre los vanos AB y CD tienen un efecto desfavorable sobre el momento positivo en centro luz de éstos vanos, por esto su coeficiente de seguridad es 1,50. En cambio, la sobrecarga aplicada sobre el vano BC tiene un efecto favorable sobre lo que estamos estudiando, es por esto que su coeficiente de seguridad es 0,00, es decir, no actúa sobrecarga en éstos vanos.

El peso propio actúa sobre toda la estructura. Supondremos dos casos: primero que el peso propio es desfavorable (mayorándolo por 1,35 en toda la estructura) y segundo suponiendo que éste es favorable (mayorado por 1,00 en toda la estructura)

Como era de esperar, el máximo flector que se puede dar en la viga, es negativo y se obtiene en los apoyos B y C cuando consideramos el peso propio como desfavorable.

Peso propio desfavorable:

$$M_f = 1,35 \cdot M_{PP} + 1,50 \cdot M_{AB(SU)} + 1,50 \cdot M_{CD(SU)}$$

$$M_{AB} = (33,028125x - 6,28125x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-27,95625 + 15,1875x - 2,53125x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (-27,9625 + 42,346875x - 6,28125x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fB} = (-27,95625) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fC} = (-27,95625) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max(AC)}(x = 2,63) = (43,42) \text{KN}\cdot\text{m}$$

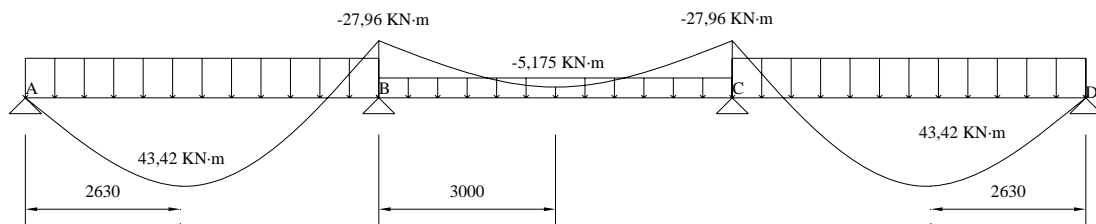


Figura 1.1.1. Representación de los esfuerzos flectores para la hipótesis de carga supuesta en c) y considerando el peso propio como desfavorable

Peso propio favorable:

$$M_f = 1,00 \cdot M_{PP} + 1,50 \cdot M_{AB(SU)} + 1,50 \cdot M_{CD(SU)}$$

$$M_{AB} = (29,8125x - 5,625x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (-23,625 + 11,25x - 1,875x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CD} = (-23,625 + 37,6875x - 5,625x^2) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fB} = (-23,625) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{fC} = (-23,625) \text{KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max(AC)}(x = 2,65) = (39,50) \text{KN}\cdot\text{m}$$

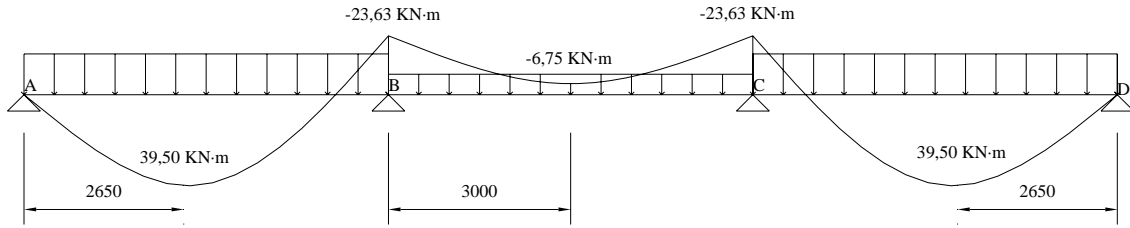


Figura 1.1.m. Representación de los esfuerzos flectores para la hipótesis de carga supuesta en c) y considerando el peso propio como favorable

### COMBINACIÓN DE ACCIONES EN ELS

Carga	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\gamma$ Favorable	$\gamma$ Desfavorable
Permanente	-	-	-	1,00	1,00
Sobrecarga de uso	0,7	0,7	0,6	0,00	1,00

Flecha máxima vertical descendente.

La máxima flecha que se puede producir en el forjado se producirá en aproximadamente el centro luz de los vanos extremos cuando cargamos al máximo éstos y al mínimo el vano central.

La sobrecarga de uso aplicada sobre el vano BC tienen un efecto favorable sobre la flecha que se produce en los vanos contiguos, por esto su coeficiente de seguridad es 0,00, es decir, no actúa sobrecarga en éstos vanos. En cambio, la sobrecarga aplicada sobre los vanos AB y CD tiene un efecto desfavorable sobre lo que estamos estudiando, es por esto que su coeficiente de seguridad es 1,00.

El peso propio actúa sobre toda la estructura pero en los vanos AB y CD ejercen un efecto desfavorable ante la flecha que se producirá en ellos, en cambio, en el vano BC su efecto sobre ésta es desfavorable.

Situación poco probable

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Como sólo tenemos una carga variable y una permanente se puede reescribir la ecuación anterior cómo:

$$\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1}$$

$$M_f = 1,00 \cdot M_{AB(PP)} + 1,00 \cdot M_{BC(PP)} + 1,00 \cdot M_{CD(PP)} + 1,00 \cdot M_{AB(SU)} + 1,00 \cdot M_{CD(SU)}$$

$$M_{AB} = (22,9375x - 4,375x^2) KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (-19,875 + 11,25x - 1,875x^2) KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-19,875 + 29,5625x - 4,375x^2)KN \cdot m$$

Situación frecuente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

que podemos describir como:

$$\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1}$$

$$M_f = 1,00 \cdot M_{AB(PP)} + 1,00 \cdot M_{BC(PP)} + 1,00 \cdot M_{CD(PP)} + 1,00 \cdot 0,7 M_{AB(SU)} + 1,00 \cdot 0,7 \cdot M_{CD(SU)}$$

$$M_{AB} = (18,8125x - 3,625x^2)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (-17,625 + 11,25x - 1,875x^2)KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-17,625 + 24,6875x - 3,625x^2)KN \cdot m$$

Situación cuasipermanente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

que podemos describir como:

$$\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} \psi_{2,1} Q_{k,1}$$

$$M_f = 1,00 \cdot M_{AB(PP)} + 1,00 \cdot M_{BC(PP)} + 1,00 \cdot M_{CD(PP)} + 1,00 \cdot 0,6 M_{AB(SU)} + 1,00 \cdot 0,6 \cdot M_{CD(SU)}$$

$$M_{AB} = (17,4375x - 3,375x^2)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = (-16,875 + 11,25x - 1,875x^2)KN \cdot m$$

$$M_{CD} = (-16,875 + 23,0625x - 3,375x^2)KN \cdot m$$

## 1.2. Ejemplo de combinación de acciones en un pórtico de una nave industrial.

La estructura de una nave industrial situada en las afueras de Madrid se resuelve mediante pórticos de 50m de luz separados a 6m. La altura hasta la cumbrera de la nave es de 10m. La pendiente de los faldones es del 10%. Se cubre la nave con paneles sándwich:

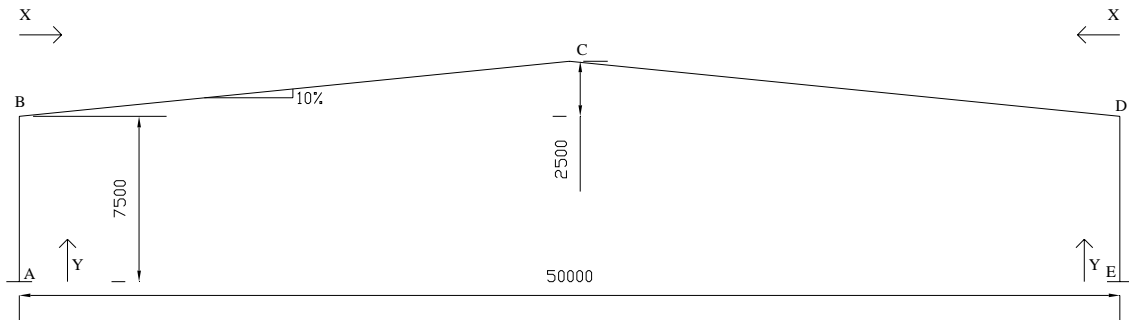


Figura 1.2.a Representación del pórtico estudiado

Comenzaremos por estimar las cargas de acuerdo con la normativa de acciones en la edificación NBE-AE-88.

Cargas Permanentes:

- Peso propio de la correa, que no conoceremos con precisión hasta terminar el cálculo de la correa y del peso propio de la cobertura tipo panel sándwich. Éstos se pueden tomarse igual a  $0.25 \text{ KN/m}^2$ .
- Peso propio de las vigas, que tampoco conoceremos con precisión hasta terminar el cálculo del pórtico lo podemos estimar en  $0.30 \text{ KN/m}$ .

Sobrecargas:

Las sobrecargas a considerar son la nieve, el viento y la sobrecarga de uso.

- La sobrecarga de uso para una cubierta solo accesible para conservación, según la norma NBE-AE-88, es de  $1.00 \text{ KN/m}^2$ .
- La sobrecarga de nieve para Madrid, con una altitud de 660 m, sobre superficie horizontal. Al ser la cubierta inclinada con un ángulo  $\alpha = \arctg 0.1 = 5.71^\circ$ , la sobrecarga sobre la superficie inclinada será  $0.80 \cos \alpha = 0.796 \text{ KN/m}^2$ .
- La sobrecarga de viento, según la norma NBE-AE-88, para altura no superior a 10m, situación topográfica expuesta, se tiene una presión dinámica  $w = 1.00 \text{ KN/m}^2$ .

○ **DINTELES**

Para los dinteles como  $\alpha = 5.71^\circ$ , en la tabla 5.2 se encuentran los coeficientes eólicos  $C1 = -0.3$ ,  $C2 = -0.4$ .

Por otra parte, según el artículo 5.4, en una construcción del tipo de la que nos ocupa, cerrada pero con algunos huecos, inferiores al tercio del área de la cara, es preciso considerar una presión o una succión interior con coeficientes eólicos  $C = +0.4$  (presión interior) ó  $C = -0.2$  (succión interior). Combinando ambos coeficientes tendremos:

○ Faldón a barlovento, máximo esfuerzo hacia fuera:

$$\blacksquare C_b = -0.3 - (+0.4) = -0.7; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (-0.7) = -0.70 \text{KN} / \text{m}^2$$

○ Faldón a barlovento, máximo esfuerzo hacia adentro:

$$\blacksquare C_b = -0.3 - (-0.2) = -0.1; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (-0.1) = -0.010 \text{KN} / \text{m}^2$$

○ Faldón a sotavento, máximo esfuerzo hacia afuera:

$$\blacksquare C_s = -0.4 - (0.4) = -0.8; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (-0.8) = -0.80 \text{KN} / \text{m}^2$$

○ Faldón a sotavento, máximo esfuerzo hacia adentro:

$$\blacksquare C_s = -0.4 - (-0.2) = -0.2; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (-0.2) = -0.20 \text{KN} / \text{m}^2$$

○ **PILARES**

Para los pilares, en la tabla 5.2 se encuentran los coeficientes eólicos  $C1 = 0.8$ ,  $C2 = -0.4$ .

Por otra parte, según el artículo 5.4, en una construcción del tipo de la que nos ocupa, cerrada pero con algunos huecos, inferiores al tercio del área de la cara, es preciso considerar una presión o una succión interior con coeficientes eólicos  $C = +0.4$  (presión interior) ó  $C = -0.2$  (succión interior). Combinando ambos coeficientes tendremos:

○ Faldón a barlovento, máximo esfuerzo hacia fuera:

$$\blacksquare C_b = 0.8 - (+0.4) = 0.4; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (0.4) = 0.40 \text{KN} / \text{m}^2$$

○ Faldón a barlovento, máximo esfuerzo hacia adentro:

$$\blacksquare C_b = 0.8 - (-0.2) = 1; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (1) = 1.00 \text{KN} / \text{m}^2$$

○ Faldón a sotavento, máximo esfuerzo hacia afuera:

$$\blacksquare C_s = -0.4 - (0.4) = -0.8; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (-0.8) = -0.80 \text{KN} / \text{m}^2$$

- Faldón a sotavento, máximo esfuerzo hacia adentro:

- $C_s = -0.4 - (-0.2) = -0.2; \Rightarrow m = 1.00 \cdot (-0.2) = -0.20 \text{ KN} / \text{m}^2$

A continuación se representan gráficamente y se da la expresión analítica de las leyes de esfuerzos (momentos y axiles) en los pilares y dinteles cuando cada una de las cargas actúa independientemente sobre el pórtico.

c) Cargas Permanentes (CP): (1.80 KN/m)

a. Esfuerzos flectores

$$M_{AB} = -M_{ED} = (255.87 - 71.85y) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = (-283.01 + 38.04x - 0.896x^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

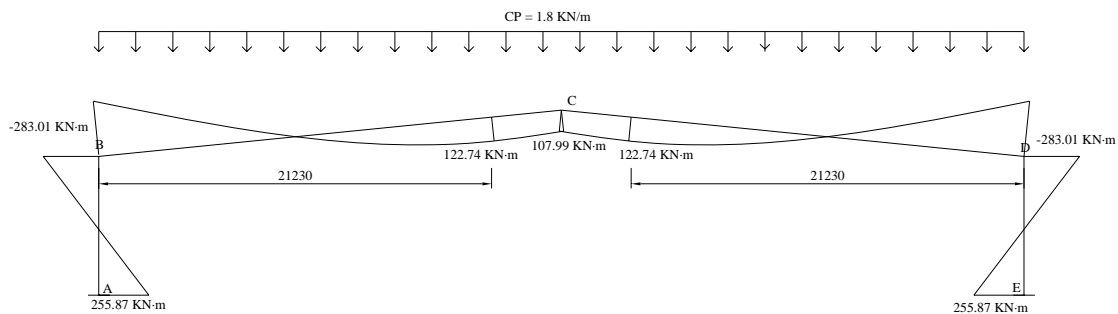


Figura 1.2.b. Representación de los esfuerzos flectores debidos a las cargas permanentes

b. Esfuerzos axiles

$$N_{AB} = -N_{ED} = -45.00 \text{ KN}$$

$$N_{BC} = -N_{DC} = (-76.00 + 0.18x) \text{ KN}$$

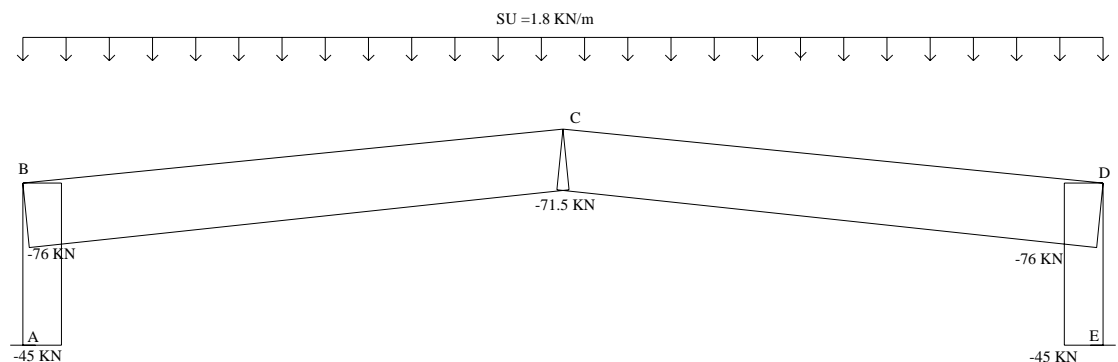


Figura 1.2.c. Representación de los esfuerzos axiles debidos a las cargas permanentes



- d) Sobrecarga de uso (SU) :(6 kN/m)  
a. Esfuerzos flectores

$$M_{AB} = -M_{ED} = (852.90 - 239.51y)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = (-943.35 + 126.75x - 2.985x^2)KN \cdot m$$

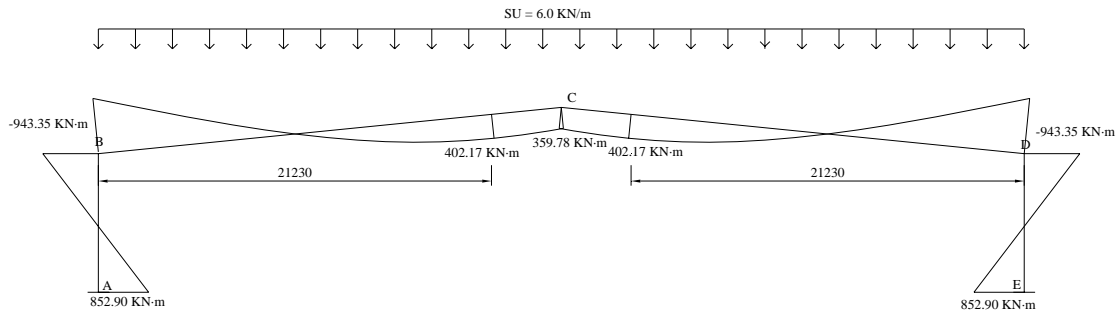


Figura 1.2.d. Representación de los esfuerzos flectores debidos a las sobrecarga de uso

- b. Esfuerzos axiales

$$N_{AB} = -N_{ED} = -150.70KN$$

$$N_{BC} = -N_{DC} = (-253.32 + 0.60x)KN$$

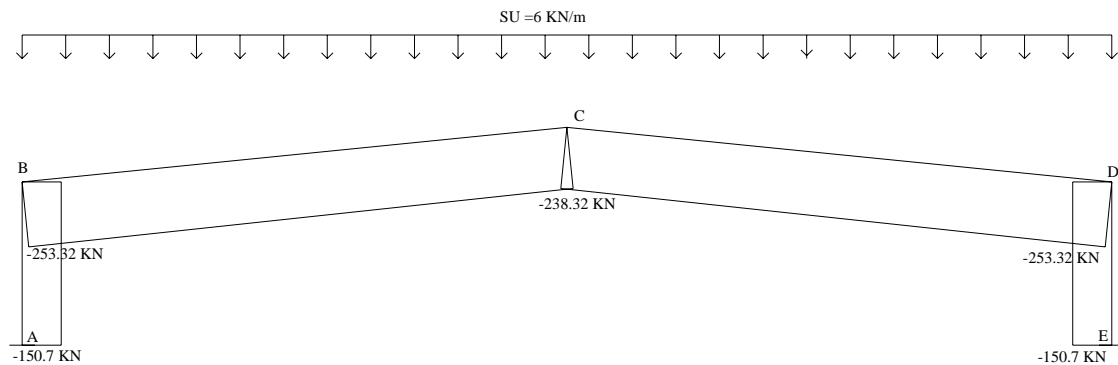


Figura 1.2.e. Representación de los esfuerzos axiales debidos a las sobrecarga de uso

- e) Sobrecarga de nieve (NIEVE): (0.80 KN/m)  
a. Esfuerzos flectores

$$M_{AB} = -M_{ED} = (113.15 - 31.77y)KN \cdot m$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = (-125.20 + 16.822x - 0.40x^2)KN \cdot m$$

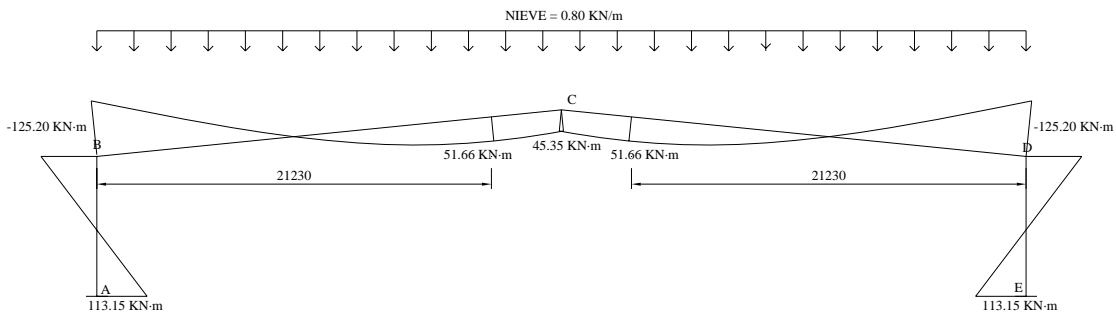


Figura 1.2.f. Representación de los esfuerzos flectores debidos a las sobrecarga de nieve

b. Esfuerzos axiales

$$N_{AB} = -N_{ED} = -20.00 \text{ KN}$$

$$N_{BC} = -N_{DC} = (-33.61 + 0.0796x) \text{ KN}$$

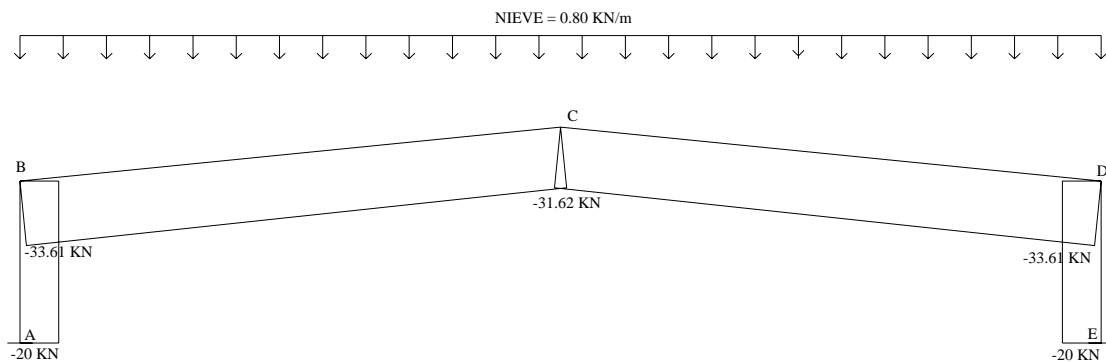


Figura 1.2.g. Representación de los esfuerzos axiales debidos a las sobrecarga de nieve

f) Sobrecarga de viento:

Presión (VP):

a. Esfuerzos flectores

$$M_{AB} = (-252.67 + 76.26y - 3.00y^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (150.54 - 15.854x + 0.303x^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{DC} = (-141.015 + 23.046x - 0.606x^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{ED} = (48.50 - 20.762y - 0.60y^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

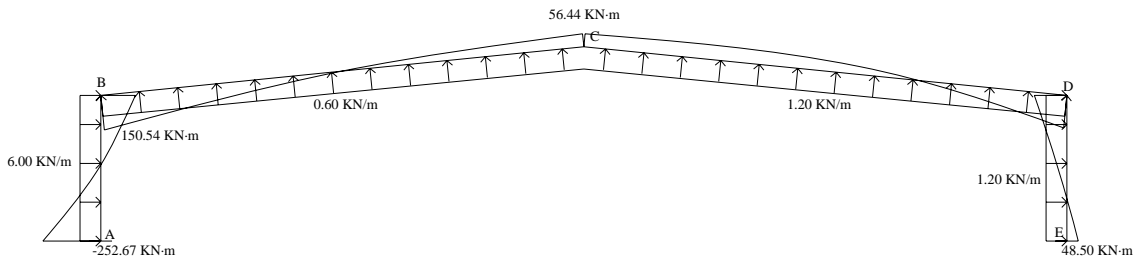


Figura 1.2.h. Representación de los esfuerzos flectores debidos a las sobrecarga viento de presión

b. Esfuerzos axiales

$$N_{AB} = 18.98 \text{ KN}$$

$$N_{BC} = (33.00) \text{ KN}$$

$$N_{DC} = (32.21) \text{ KN}$$

$$N_{AB} = (26.02) \text{ KN}$$

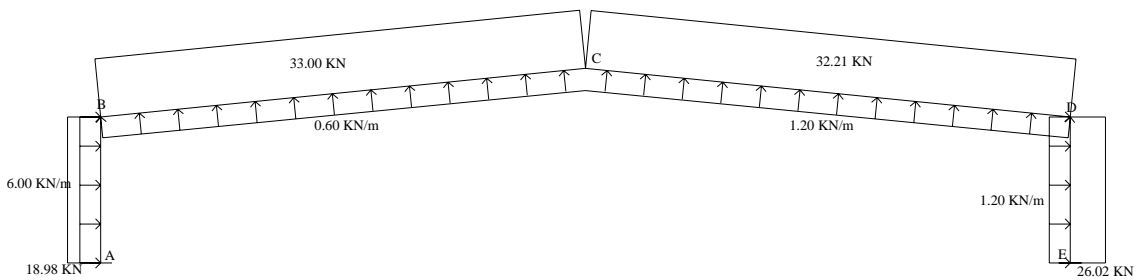


Figura 1.2.i. Representación de los esfuerzos axiales debidos a las sobrecarga viento de presión

Succión (VS):

c. Esfuerzos flectores

$$M_{AB} = (-721.83 + 198.904y - 1.20y^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BC} = (702.44 - 90.89x + 2.121x^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{DC} = (-692.90 + 98.084x - 2.424x^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{ED} = (517.672 - 143.393y - 2.40y^2) \text{ KN}\cdot\text{m}$$

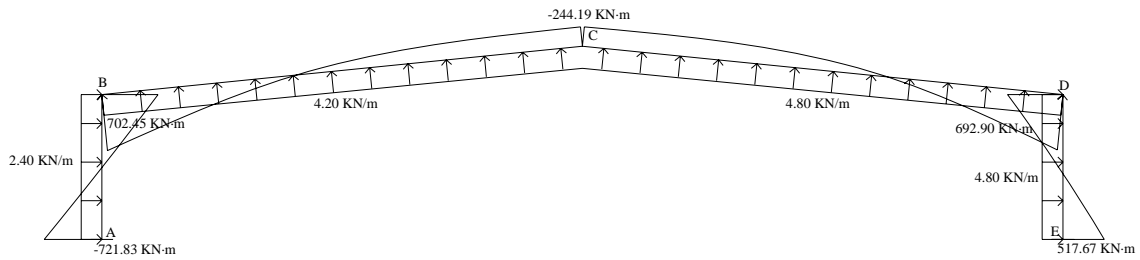


Figura 1.2.j. Representación de los esfuerzos flectores debidos a las sobrecarga viento de succión.

d. Esfuerzos axiles

$$N_{AB} = 108.98 \text{ KN}$$

$$N_{BC} = (190.87) \text{ KN}$$

$$N_{DC} = (190.074) \text{ KN}$$

$$N_{AB} = (116.022) \text{ KN}$$

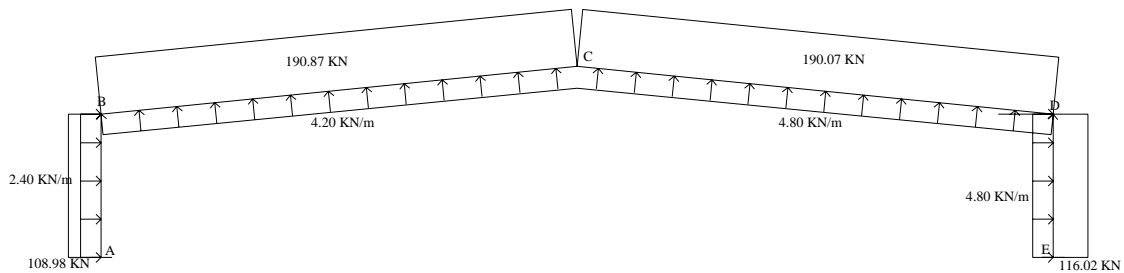


Figura 1.2.k. Representación de los esfuerzos axiles debidos a las sobrecarga viento de succión.

Antes de empezar a hacer las distintas combinaciones de acciones cabe considerar el siguiente aspecto:

- No se considera alternancia de cargas de nieve ni de viento. Porque éstas, si actúan, lo harán sobre toda la cubierta, si se trata de la nieve, o sobre toda la estructura si hablamos del viento.

## COMBINACIÓN DE ACCIONES EN ELU

Situaciones Permanentes o transitorias:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Carga	$\psi_0$	$\gamma$ Favorable	$\gamma$ Desfavorable
Permanente	-	1.00	1.35
Sobrecarga de uso	0.7	0.00	1.50
Nieve	0.5	0.00	1.50
Viento	0.6	0.00	1.50

### a) Dintel a barlovento

Momentos negativos:

En la parte inferior del dintel contribuyen desfavorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento cómo en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

En la parte superior del dintel contribuyen favorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, aunque es más negativa la actuación del viento de succión, por esto es éste el que se considera que actúa.

Momentos positivos:

En la parte inferior del dintel contribuyen favorablemente al momento positivo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, y según la zona es más desfavorable la actuación de viento a succión que la de viento a presión.

En la parte superior del dintel contribuyen desfavorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento cómo en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

Axiles a compresión y a tracción:

La carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles generan axiles de compresión sobre éstos, por esto su actuación es desfavorable si estamos estudiando el esfuerzo axil negativo y favorable si analizamos el positivo. En cambio, tanto la actuación del viento a succión como el de presión genera axiles

positivos sobre los dinteles, con lo cuál, su actuación es favorable ante el análisis de axiles a compresión y desfavorable cuando estudiamos el esfuerzo axil a tracción.

$$Q_1 = SU$$

### Momentos negativos:

Por  $0 \leq x \leq 9.62$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1890.98 + 254.09x - 5.987x^2$$

Por  $10.56 \leq x \leq 25$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 349.1911 - 43.77x + 1.0134x^2$$

$$M_{BC}(x=0) = (-1890.98)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.62) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=10.56) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=25) = (-111.684)KN \cdot m$$

### Momentos positivos:

Por  $0 \leq x \leq 9.58$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 349.1911 - 43.77x + 1.0134x^2$$

Por  $9.58 \leq x \leq 9.62$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = -147.524 + 23.77x - 0.6228x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 12.46$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} =$$

$$= -1755.503 + 239.8203x - 5.714x^2$$

Por  $12.46 \leq x \leq 25$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1890.98 + 254.09x - 5.987x^2$$

$$M_{BC}(x=0) = (349.191)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.58) = (22.881)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.62) = (23.46)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=12.46) = (345.535)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=25) = (719.395)KN \cdot m$$

### Axiles de compresión:

$$N_{BC} = 1.35(N_{pp} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -532.995 + 1.2624x$$

$$N_{BC}(x=0) = (-532.995)KN$$

$$N_{BC}(x=25) = (-501.435)KN$$

### Axiles de tracción:

$$N_{BC} = 1.00(N_{pp} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 985.783 + 0.18x$$

$$N_{BC}(x=0) = (95.783)KN$$

$$N_{BC}(x=25) = (100.283)KN$$

$$Q_1 = NIEVE$$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq x \leq 9.62$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} =$$

$$= -1560.3743 + 209.6678x - 4.9433x^2$$

Por  $10.56 \leq x \leq 25$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 349.1911 - 43.77x + 1.0134x^2$$

$$M_{BC}(x=0) = (-1560.3743)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.62) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=10.56) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=25) = (-111.684)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq x \leq 9.58$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 349.1911 - 43.77x + 1.0134x^2$$

Por  $9.58 \leq x \leq 9.62$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = -147.524 + 23.77x - 0.6228x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 12.46$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} =$$

$$= -1424.8928 + 195.3993x - 4.6706x^2$$

Por  $12.46 \leq x \leq 25$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = -1560.3743 + 209.6678x - 4.9433x^2$$

$$M_{BC}(x=0) = (349.191)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.58) = (22.881)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.62) = (23.46)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=12.46) = (284.6338)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=25) = (591.758)KN \cdot m$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{BC} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot N_{NIEVE} = -419.001 + 0.9924x$$

$$N_{BC}(x=0) = (-419.001)KN$$

$$N_{BC}(x=25) = (-394.191)KN$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{BC} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 985.783 + 0.18x$$

$$N_{BC}(x=0) = (95.783)KN$$

$$N_{BC}(x=25) = (100.283)KN$$

$$Q_1 = \text{VIENTO}$$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq x \leq 9.62$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} =$$

$$= -1466.4743 + 197.0513x - 4.6433x^2$$

Por  $10.31 \leq x \leq 25$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = 770.655 - 98.30x + 2.286x^2$$

$$M_{BC}(x=0) = (-1466.4743)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.62) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=10.31) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=25) = (-258.095)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq x \leq 9.58$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = 770.655 - 98.30x + 2.286x^2$$

Por  $9.58 \leq x \leq 9.62$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VP} = -57.2025 + 14.2543x - 0.441x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 12.46$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot M_{VP} =$$

$$= -1240.67175 + 173.2706x - 4.1888x^2$$

Por  $12.46 \leq x \leq 25$

$$M_{BC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1466.4743 + 197.0513x - 4.6433x^2$$

$$M_{BC}(x=0) = (770.655)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.58) = (38.74)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=9.62) = (39.10)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=12.46) = (267.9077)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=25) = (557.7883)KN \cdot m$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{BC} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -398.835 + 0.9446x$$

$$N_{BC}(x=0) = (-398.835)KN$$

$$N_{BC}(x=25) = (-375.22)KN$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{BC} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{VS} = 210.305 + 0.18x$$

$$N_{BC}(x=0) = (210.305)KN$$

$$N_{BC}(x=25) = (214.805)KN$$

Tabla 1.2.a – Esfuerzos máximos en dintel a barlovento



Esfuerzo	Q determinante		
	SU	NIEVE	VIENTO
$M^+(0)$	349.191 KN·m	349.191 KN·m	<b>770.655 KN·m</b>
$M^+(25)$	<b>719.395 KN·m</b>	591.76 KN·m	557.7883 KN·m
$M^-(0)$	<b>-1890.98 KN·m</b>	-1560.37 KN·m	-1466.474 KN·m
$M^-(25)$	-111.684 KN·m	-111.684 KN·m	<b>-258.095 KN·m</b>
$N^+(0)$	95.783 KN	95.783 KN	<b>210.305 KN</b>
$N^+(25)$	100.283 KN	100.283 KN	<b>214.805 KN</b>
$N^-(0)$	<b>-532.995 KN</b>	-419.001 KN	-398.835 KN
$N^-(25)$	<b>-501.435 KN</b>	-394.191 KN	-375.22 KN

Así, los momentos negativo y positivo máximos, en la parte inferior y superior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y sus valor son de -1890.98 KN·m y 719.6121 KN·m.

Por otro lado, los momentos negativos y positivos máximos, en la parte superior y inferior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de viento y sus valores son de -258.095 KN·m y 770.655 KN·m.

El axil a compresión máximo es producido cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y el axil a tracción máximo se produce cuando ésta es el viento.

#### b) Dintel a sotavento

Momentos negativos:

En la parte inferior del dintel contribuyen favorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, y según la zona es más desfavorable la actuación de viento a succión que la de viento a presión.

En la parte superior del dintel contribuyen desfavorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento cómo en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

Momentos positivos:

En la parte inferior del dintel contribuyen desfavorablemente al momento positivo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento cómo en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

En la parte superior del dintel contribuyen favorablemente al momento positivo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, aunque es más

negativa la actuación del viento de succión, por esto es éste el que se considera que actúa.

Axiles a compresión y a tracción:

La carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles generan axiles de compresión sobre éstos, por esto su actuación es desfavorable si estamos estudiando el esfuerzo axil negativo y favorable si analizamos el positivo. En cambio, tanto la actuación del viento a succión como el de presión genera axiles positivos sobre los dinteles, con lo cuál, su actuación es favorable ante el análisis de axiles a compresión y desfavorable cuando estudiamos el esfuerzo axil a tracción.

$$Q_1 = SU$$

### Momentos negativos:

Por  $0 \leq x \leq 8.73$

$$M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -340.605 + 50.2406x - 1.2861x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 25$

$$M_{DC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1890.98 - 254.09x + 5.987x^2$$

$$M_{DC}(x = 0) = (-340.605)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 8.73) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 9.62) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 25) = (-719.395)KN \cdot m$$

### Momentos positivos:

Por  $0 \leq x \leq 7.66$

$$M_{DC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1890.98 - 254.09x + 5.967x^2$$

Por  $7.66 \leq x \leq 9.58$

$$M_{DC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} =$$

$$1764.0683 - 233.3472x + 5.4412x^2$$

Por  $9.58 \leq x \leq 9.62$

$$M_{DC} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} =$$

$$1267.3718 - 165.8132x + 3.805x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 25$

$$M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -340.605 + 50.2406x - 1.2861x^2$$

$$M_{DC}(x = 0) = (1890.98)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 7.66) = (294.77)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 9.58) = (27.98)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 9.62) = (23.70)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x = 25) = (111.5975)KN \cdot m$$

### Axiles de compresión:

$$N_{DC} = 1.35(N_{pp} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -532.995 + 1.2624x$$

$$N_{DC}(x=0) = (-532.995)KN$$

$$N_{DC}(x=25) = (-501.435)KN$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{DC} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 95.0666 + 0.18x$$

$$N_{DC}(x=0) = (95.0666)KN$$

$$N_{DC}(x=25) = (99.5666)KN$$

$$Q_1 = NIEVE$$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq x \leq 8.73$

$$M_{DC} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -340.605 + 50.2406x - 1.2861x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 25$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ &= 1560.3743 - 209.6678x + 4.9433x^2 \end{aligned}$$

$$M_{DC}(x=0) = (-340.605)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=8.73) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=9.62) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=25) = (-591.7582)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq x \leq 7.66$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ &= 1560.3743 - 209.6678x + 4.9433x^2 \end{aligned}$$

Por  $7.66 \leq x \leq 9.58$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = \\ &= 1433.4608 - 188.9262x + 4.3979x^2 \end{aligned}$$

Por  $9.58 \leq x \leq 9.62$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = \\ &= 936.7643 - 121.3922x + 2.76168x^2 \end{aligned}$$

Por  $9.62 \leq x \leq 25$

$$M_{DC} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -340.605 + 50.2406x - 1.2861x^2$$

$$M_{DC}(x=0) = (1560.3743)KN \cdot m$$

$$M_{BC}(x=7.66) = (244.37)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=9.58) = (27.17)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=9.62) = (23.70)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=25) = (111.5975)KN \cdot m$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{DC} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot N_{NIEVE} = -419.001 + 0.9924x$$

$$N_{DC}(x=0) = (-419.001)KN$$

$$N_{DC}(x=25) = (-394.191)KN$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{DC} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 95.0666 + 0.18x$$

$$N_{DC}(x=0) = (95.0666)KN$$

$$N_{DC}(x=25) = (99.5666)KN$$

$Q_1 = VIENTO$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq x \leq 8.94$

$$M_{DC} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = -756.345 + 109.091x - 2.7405x^2$$

Por  $9.62 \leq x \leq 25$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ &= 1466.4743 - 197.0513x + 4.6433x^2 \end{aligned}$$

$$M_{DC}(x=0) = (-756.345)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=8.94) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=9.62) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=25) = (-557.7457)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq x \leq 7.66$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ &= 1466.4743 - 197.0513x + 4.6433x^2 \end{aligned}$$

Por  $7.66 \leq x \leq 9.58$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot M_{VP} = \\ &= 1254.9518 - 162.4820x + 3.7343x^2 \end{aligned}$$

Por  $9.58 \leq x \leq 9.62$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot M_{VS} = \\ &= 427.1243 - 49.9253x + 1.0073x^2 \end{aligned}$$

Por  $9.62 \leq x \leq 25$

$$M_{DC} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = -756.345 + 109.091x - 2.7405x^2$$

$$M_{DC}(x=0) = (1466.4743)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=7.66) = (229.5089)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=9.58) = (41.0935)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=9.62) = (39.50)KN \cdot m$$

$$M_{DC}(x=25) = (258.1175)KN \cdot m$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{DC} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -393.7935 + 0.9327x$$

$$N_{DC}(x=0) = (-393.7935)KN$$

$$N_{DC}(x=25) = (-370.476)KN$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{DC} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{VS} = 209.111 + 0.18x$$

$$N_{DC}(x=0) = (209.111)KN$$

$$N_{DC}(x=25) = (213.611)KN$$

Tabla 1.2.b – Esfuerzos máximos en dintel a sotavento

Esfuerzo	Q determinante		
	SU	NIEVE	VIENTO
$M^+(0)$	<b>1890.98 KN·m</b>	1560.374 KN·m	1466.4743 KN·m
$M^+(25)$	111.5975 KN·m	111.5975 KN·m	<b>258.1175 KN·m</b>
$M^-(0)$	-340.605 KN·m	-340.605 KN·m	<b>-756.345 KN·m</b>
$M^-(25)$	<b>-719.395 KN·m</b>	-591.758 KN·m	-557.7457 KN·m
$N^+(0)$	95.0666 KN	95.0666 KN	<b>209.111 KN</b>
$N^+(25)$	99.5666 KN	99.5666 KN	<b>213.611 KN</b>
$N^-(0)$	<b>-532.995 KN</b>	-419.001 KN	-393.7935 KN
$N^-(25)$	<b>-501.435 KN</b>	-394.191 KN	-370.476 KN

Así, los momentos positivo y negativo máximos, en la parte inferior y superior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y sus valor son de 1890.98175 KN·m y -719.395 KN·m.

Por otro lado, los momentos positivos y negativos máximos, en la parte superior y inferior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de viento y sus valores son de 258.1175 KN·m y -756.345 KN·m.

El axil a compresión máximo es producido cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y el axil a tracción máximo se produce cuando ésta es el viento.

**c) Pilar a barlovento**

Momentos negativos:

En la parte inferior del pilar contribuyen favorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, y según la zona es más desfavorable la actuación de viento a succión que la de viento a presión.

En la parte superior del pilar contribuyen desfavorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento cómo en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

**Momentos positivos:**

En la parte inferior del pilar contribuyen desfavorablemente al momento positivo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento como en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

En la parte superior del pilar contribuyen favorablemente al momento positivo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, aunque es más negativa la actuación del viento de succión, por esto es éste el que se considera que actúa.

**Axiles a compresión y a tracción:**

La carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles generan axiles de compresión sobre los pilares, por esto su actuación es desfavorable si estamos estudiando el esfuerzo axil negativo y favorable si analizamos el positivo. En cambio, tanto la actuación del viento a succión como el de presión genera axiles positivos sobre los pilares, con lo cuál, su actuación es favorable ante el análisis de axiles a compresión y desfavorable cuando estudiamos el esfuerzo axil a tracción.

$$Q_1 = SU$$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.56$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -393.777 + 107.1636y - 1.08y^2$$

Por  $3.56 \leq y \leq 3.63$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 1059.99 - 301.0764y - 1.08y^2$$

Por  $3.63 \leq y \leq 3.91$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = 1482.234 - 411.456y - 2.70y^2$$

Por  $3.91 \leq y \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1709.637 - 480.09y$$

$$\begin{aligned} M_{AB}(x=0) &= (-393.777)KN \cdot m & M_{AB}(x=3.56) &= (-26.06)KN \cdot m \\ M_{AB}(x=3.63) &= (-47.15)KN \cdot m & M_{AB}(x=3.91) &= (-167.5149)KN \cdot m \\ M_{AB}(x=7.5) &= (-1891.038)KN \cdot m \end{aligned}$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.56$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1709.637 - 480.09y$$

Por  $3.82 \leq x \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = -393.777 + 107.1636y - 1.08y^2$$

$$M_{AB}(x=0) = (1709.637)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.56) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.82) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=7.5) = (349.20)KN \cdot m$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{AB} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -301.80$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{AB} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 53.082$$

$$Q_1 = NIEVE$$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.56$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -393.777 + 107.1636y - 1.08y^2$$

Por  $3.56 \leq y \leq 3.63$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} =$$

$$761.0475 - 217.1244y - 1.08y^2$$

Por  $3.63 \leq y \leq 3.91$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} =$$

$$1183.2915 - 327.504y - 2.70y^2$$

Por  $3.91 \leq y \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = 1410.6945 - 396.138y$$

$$M_{AB}(x=0) = (-393.777)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.56) = (-26.06)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.63) = (-42.25)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.91) = (-138.2051)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=7.5) = (-1560.3405)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.56$

$$M_{AB} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = 1410.6945 - 396.138y$$

Por  $3.82 \leq x \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = -393.777 + 107.1636y - 1.08y^2$$

$$M_{AB}(x=0) = (1410.6945)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.56) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.82) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=7.5) = (349.20)KN \cdot m$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{AB} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 N_{SU} + 1.5 \cdot N_{NIEVE} = -248.985$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{AB} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 53.082$$

$Q_1 = VIENTO$

**Momentos negativos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.56$

$$M_{AB} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = -826.875 + 226.506y - 1.80y^2$$

Por  $3.56 \leq y \leq 3.63$

$$M_{AB} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot M_{VS} =$$

$$243.087 - 73.9545y - 1.80y^2$$

Por  $3.63 \leq y \leq 3.91$

$$M_{AB} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot M_{VP} =$$

$$946.827 - 257.9205y - 4.50y^2$$

Por  $3.91 \leq y \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1325.832 - 372.3105y$$

$$M_{AB}(x=0) = (-826.875)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.56) = (-43.4333)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.63) = (-49.0863)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.91) = (-129.9021)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=7.5) = (-1466.4968)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.56$

$$M_{AB} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1325.832 - 372.3105y$$

Por  $3.76 \leq x \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = -826.875 + 226.506y - 1.80y^2$$

$$M_{AB}(x=0) = (1325.832)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.56) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=3.76) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{AB}(x=7.5) = (770.67)KN \cdot m$$



**Axiles de compresión:**

$$N_{AB} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -220.485$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{AB} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{VS} = 118.47$$

Tabla 1.2.c – Esfuerzos máximos en pilar a barlovento

Esfuerzo	Q determinante		
	SU	NIEVE	VIENTO
$M^+(0)$	<b>1709.637 KN·m</b>	1410.6945 KN·m	1325.832 KN·m
$M^+(7.5)$	349.20 KN·m	349.20 KN·m	<b>770.670 KN·m</b>
$M^-(0)$	-393.777 KN·m	-393.777 KN·m	<b>-826.875 KN·m</b>
$M^-(7.5)$	<b>-1891.038 KN·m</b>	-1560.341 KN·m	-1466.497 KN·m
$N^+(0)$	53.082 KN	53.082 KN	<b>118.47 KN</b>
$N^+(7.5)$	53.082 KN	53.082 KN	<b>118.47 KN</b>
$N^-(0)$	<b>-301.80 KN</b>	-248.985 KN	-220.49 KN
$N^-(7.5)$	<b>-301.80 KN</b>	-248.985 KN	-220.49 KN

Así, los momentos positivo y negativo máximos, en la parte inferior y superior del pilar respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y sus valores son de 709.637 KN·m y -1891.038 KN·m.

Por otro lado, los momentos positivos y negativos máximos, en la parte superior y inferior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de viento y sus valores son de 770.670 KN·m y -826.875 KN·m.

El axil a compresión máximo es producido cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y el axil a tracción máximo se produce cuando ésta es el viento.

**d) Pilar a sotavento**

Momentos negativos:

En la parte inferior del pilar contribuyen desfavorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento cómo en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

En la parte superior del pilar contribuyen favorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, aunque es más negativa la actuación del viento de succión, por esto es éste el que se considera que actúa.

### Momentos positivos:

En la parte inferior del pilar contribuyen favorablemente al momento positivo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles. Por esto no consideramos ni la actuación de la sobrecarga de uso ni la de la nieve. Pero, tanto el viento de succión como el de presión contribuyen desfavorablemente, y según la zona es más desfavorable la actuación de viento a succión que la de viento a presión.

En la parte superior del pilar contribuyen desfavorablemente al momento negativo la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante tanto en el dintel a barlovento como en el dintel a sotavento. Contrariamente, tanto el viento de succión como el de presión contribuirían favorablemente si actuaran, por esto no consideramos su actuación.

### Axiles a compresión y a tracción:

La carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve actuante en los dos dinteles generan axiles de compresión sobre los pilares, por esto su actuación es desfavorable si estamos estudiando el esfuerzo axil negativo y favorable si analizamos el positivo. En cambio, tanto la actuación del viento a succión como el de presión genera axiles positivos sobre los pilares, con lo cuál, su actuación es favorable ante el análisis de axiles a compresión y desfavorable cuando estudiamos el esfuerzo axil a tracción.

$$Q_1 = SU$$

### Momentos negativos:

Por  $0 \leq y \leq 2.20$

$$M_{ED} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1709.637 + 480.09y$$

Por  $2.20 \leq y \leq 3.56$

$$M_{ED} = 1.35(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5(M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = -1665.987 + 461.4042y - 0.54y^2$$

Por  $3.56 \leq y \leq 3.63$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = -212.22 + 53.1642y - 0.54y^2$$

Por  $3.63 \leq y \leq 7.5$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 210.0348 - 57.2035y - 2.16y^2$$

$$M_{ED}(x=0) = (-1709.637)KN \cdot m \qquad M_{ED}(x=2.20) = (-653.44)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=3.56) = (-29.7152)KN \cdot m \qquad M_{ED}(x=3.63) = (-26.08)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=7.5) = (-340.4916)KN \cdot m$$

### Momentos positivos:

Por  $0 \leq y \leq 3.35$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 210.0348 - 57.2035y - 2.16y^2$$

Por  $3.56 \leq x \leq 7.5$

$$M_{ED} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1709.637 + 480.09y$$

$$\begin{aligned} M_{ED}(x=0) &= (210.0348)KN \cdot m & M_{ED}(x=3.35) &= (0)KN \cdot m \\ M_{ED}(x=3.56) &= (0)KN \cdot m & M_{ED}(x=7.5) &= (1891.038)KN \cdot m \end{aligned}$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{ED} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -301.80$$

**Axiles de tracción:**

$$N_{ED} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 59.42$$

$$Q_1 = NIEVE$$

Por  $0 \leq y \leq 2.20$

$$M_{ED} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = -1410.6945 + 396.138y$$

Por  $2.20 \leq y \leq 3.56$

$$\begin{aligned} M_{ED} &= 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = \\ &= -1367.0445 + 377.4522y - 0.54y^2 \end{aligned}$$

Por  $3.56 \leq y \leq 3.63$

$$M_{ED} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VP} = -212.22 + 53.1642y - 0.54y^2$$

Por  $3.63 \leq y \leq 7.5$

$$M_{AB} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 210.0348 - 57.2035y - 2.16y^2$$

$$\begin{aligned} M_{ED}(x=0) &= (-1410.6945)KN \cdot m & M_{ED}(x=2.20) &= (-539.1909)KN \cdot m \\ M_{ED}(x=3.56) &= (-29.7152)KN \cdot m & M_{ED}(x=3.63) &= (-26.08)KN \cdot m \\ M_{ED}(x=7.5) &= (-340.4916)KN \cdot m \end{aligned}$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.35$

$$M_{ED} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot M_{VS} = 210.0348 - 57.2035y - 2.16y^2$$

Por  $3.56 \leq x \leq 7.5$

$$M_{ED} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot M_{NIEVE} = -1410.6945 + 396.138y$$

$$\begin{aligned} M_{ED}(x=0) &= (210.0348)KN \cdot m & M_{ED}(x=3.35) &= (0)KN \cdot m \\ M_{ED}(x=3.56) &= (0)KN \cdot m & M_{ED}(x=7.5) &= (1560.3405)KN \cdot m \end{aligned}$$

**Axiles de compresión:**

$$N_{ED} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot N_{NIEVE} = -248.985$$

Axiles de tracción:

$$N_{ED} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot N_{VS} = 59.42$$

$$Q_1 = \text{VIENTO}$$

**Momentos negativos**

Por  $0 \leq y \leq 2.20$

$$M_{ED} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1325.832 + 372.3105y$$

Por  $2.20 \leq y \leq 3.56$

$$M_{ED} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot (M_{SU}) + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.5 \cdot M_{VP} = \\ -1253.082 + 341.1675y - 0.90y^2$$

Por  $3.56 \leq y \leq 3.63$

$$M_{ED} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VP} = -183.12 + 40.707y - 0.90y^2$$

Por  $3.63 \leq y \leq 7.5$

$$M_{ED} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = 520.638 - 143.2392y - 3.60y^2$$

$$M_{ED}(x=0) = (-1325.832)KN \cdot m \qquad M_{ED}(x=2.20) = (-506.7589)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=3.56) = (-49.5253)KN \cdot m \qquad M_{ED}(x=3.63) = (-46.75)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=7.5) = (-756.156)KN \cdot m$$

**Momentos positivos:**

Por  $0 \leq y \leq 3.35$

$$M_{ED} = 1.00(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot M_{VS} = 520.638 - 143.2392y - 3.60y^2$$

Por  $3.56 \leq x \leq 7.5$

$$M_{ED} = 1.35(M_{PP} + M_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = -1325.832 + 372.3105y$$

$$M_{ED}(x=0) = (520.638)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=3.35) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=3.56) = (0)KN \cdot m$$

$$M_{ED}(x=7.5) = (1466.4968)KN \cdot m$$

Axiles de compresión:

$$N_{ED} = 1.35(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot 0.7 \cdot N_{SU} + 1.5 \cdot 0.5 \cdot N_{NIEVE} = -220.485$$

Axiles de tracción:

$$N_{ED} = 1.00(N_{PP} + N_{CP}) + 1.5 \cdot N_{VS} = 129.0333$$

Tabla 1.2.d – Esfuerzos máximos en pilar a sotavento

Esfuerzo	Q determinante		
	SU	NIEVE	VIENTO
$M^+(0)$	210.0348 KN·m	210.0348 KN·m	<b>520.638 KN·m</b>
$M^+(7.5)$	<b>1891.038 KN·m</b>	1560.3405 KN·m	1466.4968 KN·m
$M^-(0)$	<b>-1709.637 KN·m</b>	-1410.6945 KN·m	-1325.832 KN·m
$M^-(7.5)$	-340.4916 KN·m	-340.4916 KN·m	<b>-756.156 KN·m</b>
$N^+(0)$	59.42 KN	59.42 KN	<b>129.0333 KN</b>
$N^+(7.5)$	59.42 KN	59.42 KN	<b>129.0333 KN</b>
$N^-(0)$	<b>-301.80 KN</b>	-248.985 KN	-220.49 KN
$N^-(7.5)$	<b>-301.80 KN</b>	-248.985 KN	-220.49 KN

Así, los momentos negativo y positivo máximos, en la parte inferior y superior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y sus valor son de -1709.637 KN·m. y 1891.038 KN·m

Por otro lado, los momentos negativos y positivos máximos, en la parte superior y inferior del dintel respectivamente, se producen cuando la carga determinante es la sobrecarga de viento y sus valores son de -756.156 KN·m y 520.638 KN·m.

El axil a compresión máximo es producido cuando la carga determinante es la sobrecarga de uso y el axil a tracción máximo se produce cuando ésta es el viento.

### COMBINACIÓN DE ACCIONES EN ELS

Carga	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\gamma$ Favorable	$\gamma$ Desfavorable
Permanente	-	-	-	1.00	1.00
Sobrecarga de uso	0.7	0.7	0.6	0.00	1.00
Nieve	0.5	0.2	0	0.00	1.00
Viento	0.6	0.2	0	0.00	1.00

### Flecha máxima vertical descendente en el dintel y horizontal en el pilar. (Tal como se indica en el croquis)

La actuación de la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve sobre los dinteles dan lugar a flechas descendentes verticales en el dintel y horizontales en el pilar. Así pues, su efecto es desfavorable. En cambio, tanto el viento a presión como el viento a succión actuante sobre la estructura produce sobre ésta movimientos contrarios a los analizados, así su efecto es favorable. Excepto en el pilar a sotavento donde se producen movimientos iguales a los estudiados, y por tanto su efecto es desfavorable, si actúa el viento a presión.

### Situación poco probable

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$Q_1 = SU$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 1165.345 - 327.245y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ = -1288.955 + 173.196x - 4.086x^2$$

$$Q_1 = NIEVE$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot M_{NIEVE} = 966.05 - 271.277y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot M_{NIEVE} = \\ = -2195.42 + 143.582x - 3.3851x^2$$

$$Q_1 = VIENTO$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 909.475 - 255.392y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ = -1005.95 + 135.171x - 3.1851x^2$$

### Situación frecuente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$Q_1 = SU$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 0.7 \cdot M_{SU} = 852.90 - 239.51y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} = \\ = -943.35 + 126.75x - 2.9851x^2$$

$$Q_1 = NIEVE$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{NIEVE} = 790.24 - 221.91y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{NIEVE} = \\ = -874.05 + 117.4494x - 2.7666x^2$$

$$Q_1 = \text{VIENTO}$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = 767.61 - 215.556y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} = \\ = -849.01 + 114.085x - 2.6866x^2$$

### Situación quasipermanente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 0.6 \cdot M_{SU} = 767.61 - 215.556y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} = \\ = -849.01 + 114.085x - 2.6866x^2$$

### Flecha horizontal en el pilar a sotavento. (Viento de Presión hacia el interior es más desfavorable)

#### Situación poco probable

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$Q_1 = SU$$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\ = 1013.743 - 281.480y - 1.80y^2$$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\ = -1198.629 + 163.6837x - 3.8988x^2$$

$$M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\ = 1204.341 - 45.2683x + 3.717x^2$$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\ = -1136.245 + 314.7878y - 0.36y^2$$

$$Q_1 = NIEVE$$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\ = 814.448 - 225.521y - 1.80y^2$$

$$\begin{aligned}
 M_{BC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= -2105.099 + 134.0697x - 3.2033x^2 \\
 M_{DC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= 2110.811 - 129.7543x + 3.02147x^2 \\
 M_{ED} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= -936.95 + 283.7342y - 0.36y^2
 \end{aligned}$$

$$Q_1 = VIENTO$$

$$\begin{aligned}
 M_{AB} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= 656.805 - 179.132y - 3.00y^2 \\
 M_{BC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= -855.415 + 119.3172x - 2.88207x^2 \\
 M_{DC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= 864.935 - 112.1248x + 2.57907x^2 \\
 M_{ED} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.5 \cdot M_{NIEVE} + 1.00 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= -860.975 + 234.63y - 0.60y^2
 \end{aligned}$$

### Situación frecuente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$Q_1 = SU$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 0.7 \cdot M_{SU} = 852.90 - 239.51y$$

$$\begin{aligned}
 M_{BC} = -M_{DC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.7 \cdot M_{SU} = \\
 &= -943.35 + 126.75x - 2.9851x^2
 \end{aligned}$$

$$Q_1 = NIEVE$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{NIEVE} = 790.24 - 221.91y$$

$$\begin{aligned}
 M_{BC} = -M_{DC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{NIEVE} = \\
 &= -874.05 + 117.4494x - 2.7666x^2
 \end{aligned}$$

$$Q_1 = VIENTO$$

$$\begin{aligned}
 M_{AB} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= 717.076 - 200.304y - 0.60y^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 M_{BC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= -818.903 + 110.9142y - 2.6260y^2 \\
 M_{DC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= 820.807 - 109.4758x + 2.5654x^2 \\
 M_{ED} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = \\
 &= -757.91 + 211.4036y + 0.12y^2
 \end{aligned}$$

### Situación quasipermanente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 0.6 \cdot M_{SU} = 767.61 - 215.556y$$

$$\begin{aligned}
 M_{BC} = -M_{DC} &= 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{SU} = \\
 &= -849.01 + 114.085x - 2.6866x^2
 \end{aligned}$$

### Flecha máxima vertical (hacia arriba) i flecha máxima horizontal en dintel i en pilar (Viento de succión).

La actuación de la carga permanente, la sobrecarga de uso y la nieve sobre los dinteles dan lugar a flechas descendentes verticales en el dintel y horizontales en el pilar. Así pues, su efecto es contrario al estudiado, luego favorable. En cambio, tanto el viento a presión como el viento a succión actuante sobre la estructura produce sobre ésta movimientos ascendentes en el dintel y horizontal, en el sentido en que se muestra en el croquis, en el dintel y el pilar, así su efecto es desfavorable. Pero ante los movimientos estudiados es más desfavorable la actuación del viento a succión. Cabe recordar que la actuación de viento a presión en el pilar a sotavento produce movimientos horizontales en sentido contrario a los estudiados y por tanto su efecto es favorable.

### Situación poco probable

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$\boxed{Q_1 = SU} \text{ o } \boxed{Q_1 = NIEVE}$$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = -177.228 + 47.4924y - 0.72y^2$$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = 138.459 - 16.499x + 0.3771x^2$$

$$M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = -132.735 + 20.8154x - 0.5589x^2$$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = 54.7332 - 14.1857y - 1.44y^2$$

$$Q_1 = \text{VIENTO}$$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot M_{VIENTO} = -465.96 + 127.054y - 1.20y^2$$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = 419.435 - 52.855x + 1.2255x^2$$

$$M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = -409.895 + 60.049x - 1.5285x^2$$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.6 \cdot M_{VIENTO} = 261.802 - 71.5428y - 2.40y^2$$

### Situación frecuente

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \gamma_{Q,1} \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$Q_1 = \text{SU} \text{ o } Q_1 = \text{NIEVE}$$

$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) = 255.87 - 71.85y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) = -283.005 + 38.035x - 0.8955x^2$$

$$Q_1 = \text{VIENTO}$$

$$M_{AB} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = 111.504 - 67.8719y - 0.24y^2$$

$$M_{BC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = -142.517 + 19.857x - 0.4713x^2$$

$$M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = 144.425 - 18.4182x + 0.4107x^2$$

$$M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) + 1.00 \cdot 0.2 \cdot M_{VIENTO} = -152.3356 + 43.1714y - 0.48y^2$$

### Situación quasipermanents

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \sum_{j \geq 1} \gamma_{G^*,j} G_{k,j}^* + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

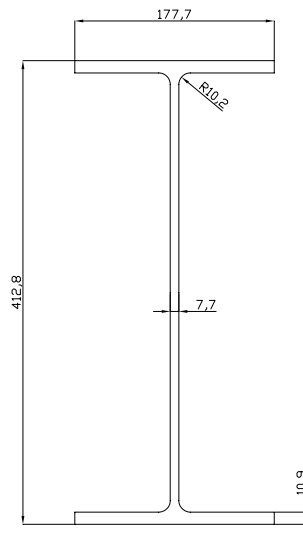
$$M_{AB} = -M_{ED} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) = 255.87 - 71.85y$$

$$M_{BC} = -M_{DC} = 1.00(M_{pp} + M_{CP}) = -283.005 + 38.035x - 0.8955x^2$$

## ANEJO 2 - EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LAS DISPOSICIONES ESTABLECIDAS EN EL CAPÍTULO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

### 2.1. Clasificación seccional: Ejemplo de clasificación de una sección solicitada a flexocompresión

Sea la sección de la figura de acero S275, la cual está solicitada por un esfuerzo axial  $N_{Ed} = 300 \text{ kN}$  y por un momento flector  $M_{Ed} = 140 \text{ kNm}$  actuando según el eje fuerte de la sección.



$$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = \sqrt{235 / 275} = 0,92$$

**Ala comprimida:**

$$c = (b - t_w - 2r) / 2 = 74,8 \text{ mm}$$

$$c / t_f = 74,8 / 10,9 = 6,86$$

El límite para la clasificación de una chapa como Clase 1 es  $9\varepsilon = 8,32$

Por lo que  $6,86 < 8,32$  y el ala se puede clasificar como **Clase 1**.

**Alma flexocomprimida:**

Se clasifica el alma a compresión. Si ésta es de Clase 1 o 2, entonces a flexocompresión también será de Clase 1 o 2.

$$c = (h - 2t_f - 2r) = 360,4 \text{ mm}$$

$$c / t_w = 360,4 / 7,7 = 46,81$$

El límite para clasificar una chapa comprimida como Clase 3 es de  $42\varepsilon = 38,8$ .

Por lo que  $46,81 > 38,8$  y el alma bajo compresión pura es de Clase 4.

Como que en realidad se tiene el alma flexocomprimida se debe clasificar ésta a flexocompresión.

Si se supone que la sección es Clase 1 o 2, la relación entre el ancho comprimido respecto el ancho total de la chapa es:

$$\alpha = \frac{1}{c} \left( \frac{h}{2} + \frac{1}{2} \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{360,4} \left( \frac{402,6}{2} + \frac{1}{2} \frac{300000}{7,73 \cdot 275} - (10,9 + 10,2) \right) = 0,70$$

El límite para que una chapa, cuando  $\alpha > 0,50$ , sea clasificada como Clase 1 viene dado por que  $\frac{c}{t} \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = 44,98$ . Dado que  $c/t = 46,81 > 44,98$  el alma no es Clase 1.

El límite para que una chapa, cuando  $\alpha > 0,50$ , sea clasificada como Clase 2 viene dado por que  $\frac{c}{t} \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1} = 52,33$ . Dado que  $c/t = 46,81 < 52,33$  el alma es **Clase 2**.

Entonces la sección bajo el axil  $N_{Ed} = 300 \text{ kN}$  y el momento  $M_{Ed} = 140 \text{ kNm}$  es de Clase 2.

### ANEJO 3 - EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE LAS DISPOSICIONES ESTABLECIDAS PARA ELU

#### 3.1. Estado límite de equilibrio: Ejemplo de comprobación

Una biga HEB 500 de 13 m de longitud total se encuentra simplemente apoyada en dos puntos como se muestra en la figura.

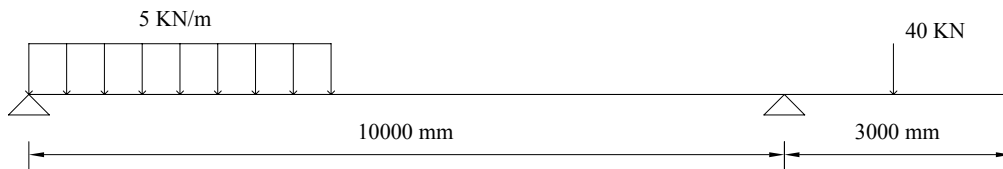


Figura 3.2.a Representación de la viga estudiada.

Puede pasar que según la disposición de las cargas se produzca el vuelco de la viga. Por ejemplo, puede ocurrir que la carga situada en el voladizo produzca un momento volcador superior al momento estabilizador de la carga situada en el vano AB, produciéndose el vuelco de la viga respecto al punto B.

Las acciones que pueden actuar sobre la viga son:

- Peso propio de una viga HEB 500 es de 1.55 kN/m.
- Una carga uniformemente repartida ( $q$ ) de 5 kN/m que puede extenderse en cualquier forma.
- Una carga puntual móvil ( $Q$ ) de 40 kN.

Adoptando la hipótesis de que el esquema estático corresponde a la situación de servicio de la estructura tenemos que

:

- En el vano AB el peso propio y las cargas variables producen un momento estabilizador respecto al punto B, así un efecto favorable ante el desequilibrio ( $\gamma_G = 0.9$  para peso propio,  $\gamma_Q = 0.0$  para la carga puntual móvil,  $\gamma_q = 0.0$  para la carga uniformemente repartida).
- En el vano BC tanto el peso propio como las cargas variables hace un momento volcador respecto al punto B. Así, se extiende la carga uniforme en todo el voladizo BC y colocamos la carga puntual móvil en el extremo del vano donde ésta produce mayor momento volcador. ( $\gamma_G = 1.10$  para peso propio,  $\gamma_Q = 1.5$  para la carga puntual móvil,  $\gamma_q = 1.5$  para la carga uniformemente repartida).

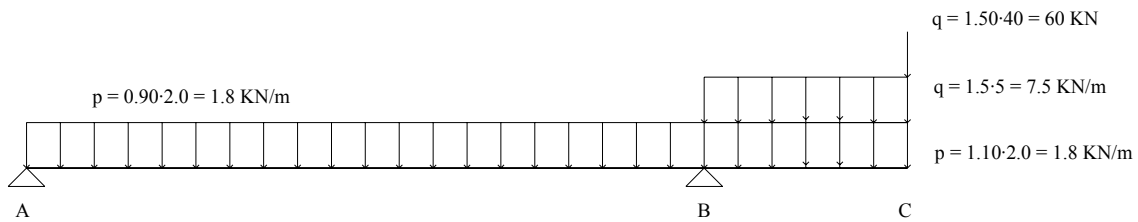


Figura 3.1.b Representación de la hipótesis de carga adoptada.

Cabe notar que se consideran las dos sobrecargas variables como correspondientes al mismo tipo, luego no se tienen que reducir en la combinación por los factores  $\Psi$  porque se considera toda la sobrecarga como determinante.

Si se toman los momentos volcador y estabilizador respecto al punto B se tiene:

- Momento volcador

$$M_V = 2.2 \cdot \frac{3^2}{2} + 7.5 \cdot \frac{3^2}{2} + 60 \cdot 3 = 223.65 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

- Momento estabilizador

$$M_E = 1.8 \cdot \frac{10^2}{2} = 90 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

Así se tiene que:

$$M_E = 90 \text{ KN}\cdot\text{m} < M_V = 223.65 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

Por lo que no se cumple el estado límite de equilibrio.

### 3.2. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de una tubería de agua

Se quiere estudiar la resistencia seccional de una tubería de acero (S355) de conducción de agua a presión (1,6 MPa) apoyada cada 22m.

Frente a la presión interior, la tubería se comporta como un cilindro de longitud indefinida. Para estudiarla, suponemos una rebanada de longitud unidad cortada por un plano vertical.

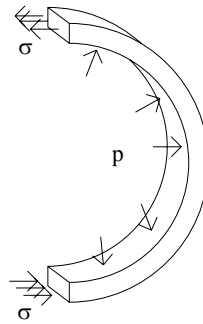


Figura 3.2.a Tensiones en las paredes de una tubería debidas a la presión interior p.

Estableciendo el equilibrio de fuerzas en horizontal se tiene:

$$\gamma_G p \cdot D = 2\sigma \cdot t; \Rightarrow \sigma = \frac{\gamma_G \cdot p \cdot D}{2t} = \frac{1,35 \cdot 1,6 \cdot 1250}{2 \cdot 80} = 168,75 \text{ N/mm}^2$$

Frente al peso del agua y de la tubería, ésta se comporta como una viga continua de gran número de vanos iguales, sometida a una carga uniforme  $q \text{ KN/m}$ .

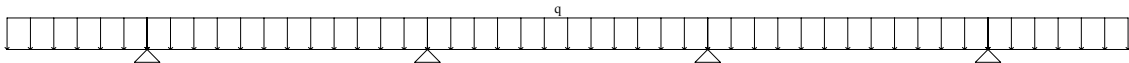


Figura 3.2.b Representación de la tubería infinitamente larga apoyada cada 20 metros.

La sección transversal ocupada por el agua vale  $A_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1,25^2}{4} = 1,227 \text{ m}^2$  y por tanto su peso  $q_1 = \gamma_{H_2O} \cdot A_1 = 10 \cdot 1,227 = 12,27 \text{ KN/m}$ .

La sección transversal de acero de la tubería vale  $A_2 = \pi D t = \pi \cdot 1250 \cdot 8 = 31416 \text{ mm}^2$  y por tanto el peso de la tubería por metro lineal será  $q_2 = \gamma_{acero} \cdot A_2 = 78,50 (\text{KN/m}^3) \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} (\text{m}^2) = 2,47 \text{ KN/m}$ .

Por lo tanto, la carga total es  $q = q_1 + q_2 = 12,27 + 2,47 = 14,74 \text{ KN/m} \approx 15 \text{ KN/m}$  y es permanente en su totalidad.

Los esfuerzos que esta carga produce en las secciones de apoyo vienen dados por:

$$M = -\frac{1}{12} q \cdot l^2 = -\frac{15}{12} \cdot 22^2 = -605 \text{ KN}\cdot\text{m} \text{ y } Q = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{15 \cdot 22}{2} = 165 \text{ KN}.$$

Teniendo en cuenta que la sección más solicitada es la de los apoyos, y el efecto de las cargas permanentes es desfavorable sobre las solicitaciones estudiadas ( $\gamma_G = 1,35$ ) se tiene que  $M_{ed} = -816,75 \text{ KN}\cdot\text{m}$  y  $Q_{ed} = 222,75 \text{ KN}$ .

El momento de inercia de la sección metálica vale (en cualquier dirección):

$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}(1266^4 - 1250^4) = 6,255 \cdot 10^9 \text{ mm}^4 = 6,255 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4.$$

El momento flector M origina unas tensiones normales paralelas al eje de la tubería que vienen dadas por  $\sigma_x = \frac{M \cdot z}{I}$  donde z es la distancia del centro de gravedad de la sección al punto estudiada.

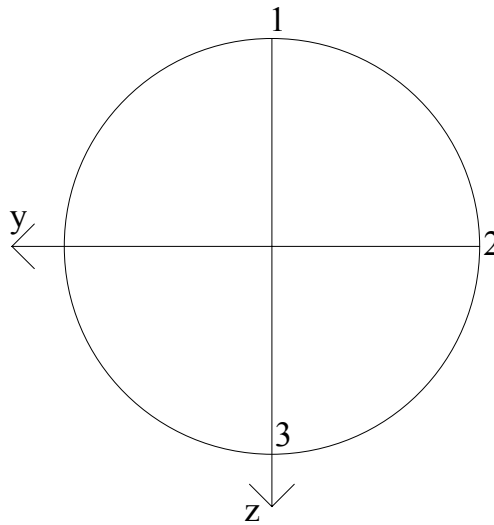


Figura 3.2.c Sección transversal de la tubería.

$$\text{En el punto 1 } \sigma_{x,1} = \frac{-816,75 (\text{KN}\cdot\text{m}) \cdot (-6,25 (\text{mm}))}{6,255 \cdot 10^9 (\text{mm}^4)} = 81,68 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{En el punto 2 } \sigma_{x,2} = \frac{-816,75 (\text{KN}\cdot\text{m}) \cdot (0,00 (\text{mm}))}{6,255 \cdot 10^9 (\text{mm}^4)} = 0,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{En el punto 3 } \sigma_{x,3} = \frac{-816,75 (\text{KN}\cdot\text{m}) \cdot (6,25 (\text{mm}))}{6,255 \cdot 10^9 (\text{mm}^4)} = -81,68 \text{ N/mm}^2 \text{ de compresión.}$$

Por su parte, el esfuerzo cortante origina tensiones tangenciales de valor nulo en los puntos 1 y 3 y de valor  $\tau_2 = \frac{Q}{0,5 \cdot A} = \frac{222,75}{0,5 \cdot 31416} = 14,18 \text{ N/mm}^2$  en el punto 2.

Por tanto, en el punto 1 existen únicamente las tensiones  $\sigma_y = 168,75 \text{ N/mm}^2$ ;  $\sigma_x = 60,5 \text{ N/mm}^2$  perpendiculares entre sí y que por tanto son las tensiones principales, así  $\sigma_I = \sigma_y = 168,75 \text{ N/mm}^2$ ;  $\sigma_{II} = \sigma_x = 60,5 \text{ N/mm}^2$ ;  $\sigma_{III} = 0$ .

Así,



$$\begin{aligned}\sigma_{CO} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(168,75 - 81,68)^2 + 168,75^2 + 81,68^2]} = 146,21 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

En el punto 2 existen únicamente las tensiones  $\sigma_z = \sigma = 168,75 \text{ N/mm}^2$  y  $\tau = 14,18 \text{ N/mm}^2$ . Así, la tensión de comparación  $\sigma_{CO} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{168,75^2 + 3 \cdot 14,18^2} = 17,05 \text{ N/mm}^2$ .

En el punto 3 las tensiones existentes son:  $\sigma_y = \sigma_I = 168,75 \text{ N/mm}^2$ ;  $\sigma_x = \sigma_{III} = -81,68 \text{ N/mm}^2$ . Así, la tensión de comparación expresada en función de los ejes x e y es:

$$\begin{aligned}\sigma_{CO} &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = \\ &= \sqrt{(-81,68)^2 + 168,75^2 - 81,68 \cdot (168,75)} = 221,27 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

La sección no agota ya que para todos los puntos de la sección se verifica que

$$\sigma_{CO} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}.$$

### 3.3. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de comprobación de la resistencia de secciones sometidas a esfuerzo axial.

Una celosía articulada está formada por montantes comprimidos de sección tubular cuadrada (40x40x1mm) y tirantes traccionados de sección angular (180x180x18mm) de acero S355 sometida a una carga puntual  $P=20$  KN debidamente mayorada. Los tirantes y los montantes están unidos mediante tornillos T20 (20mm de diámetro) dispuestos de la forma siguiente:

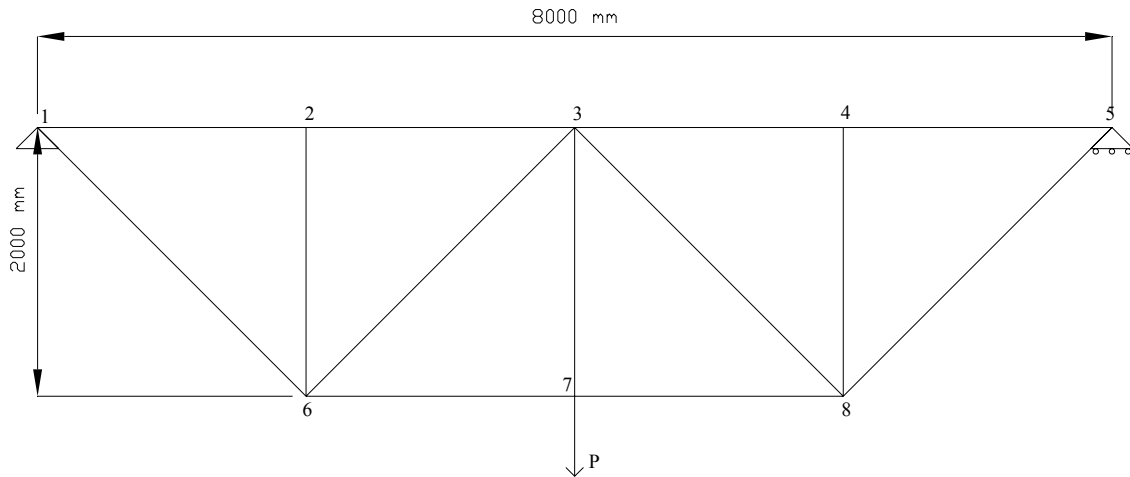


Figura 3.3.a Celosía.

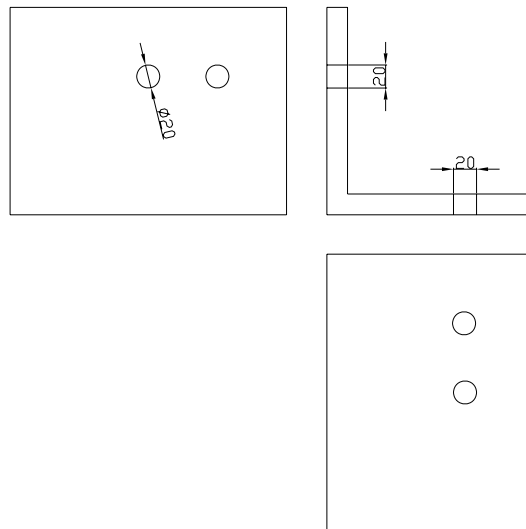


Figura 3.3.b Sección transversal de los tirantes.

Considerando positiva las tracciones y negativa las compresiones, se tiene que los esfuerzos axiales de cálculo actuantes en cada barra son:

$$N_{12,d} = -\frac{P}{2} = -10 \text{ KN}$$

$$N_{23,d} = -\frac{P}{2} = -10 \text{ KN}$$

$$N_{34,d} = -\frac{P}{2} = -10 \text{ KN}$$

$$N_{45,d} = -\frac{P}{2} = -10 \text{ KN}$$

$$N_{16,d} = \frac{P\sqrt{2}}{2} = 14,14 \text{ KN}$$

$$N_{26,d} = 0 \text{ KN}$$

$$N_{36,d} = -\frac{P\sqrt{2}}{2} = -14,14 \text{ KN}$$

$$N_{37,d} = P = 20 \text{ KN}$$

$$N_{38,d} = -\frac{P\sqrt{2}}{2} = -14,14 \text{ KN}$$

$$N_{48,d} = 0 \text{ KN}$$

$$N_{58,d} = -\frac{P\sqrt{2}}{2} = -14,14 \text{ KN}$$

$$N_{67,d} = P = 20 \text{ KN}$$

$$N_{78,d} = P = 20 \text{ KN}$$

**Comprobación de los tirantes ( $N_{Ed} = 20 \text{ KN}$ ):**

$$A \text{ (área bruta)} = 61,91 \text{ cm}^2$$

$$A_{net} \text{ (área neta)} = A - 2 \cdot \phi \cdot t = 61,91 - 2 \cdot 2 \cdot 1,8 = 54,71 \text{ cm}^2$$

Así:

- la resistencia plástica de cálculo de la sección bruta  $N_{pl,Rd}$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{6191 \cdot 355}{1,00} = 21978 \text{ N} = 21,98 \text{ KN}$$

- la resistencia última de cálculo de la sección transversal neta

$$N_{u,Rd} = \frac{0,9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0,9 \cdot 5471 \cdot 510}{1,25} = 20090 \text{ N} = 20,09 \text{ KN}$$

$N_{Ed} < \min(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$  por lo que el tirante resiste seccionalmente.

**Comprobación de los montantes ( $N_{Ed} = -14,14 \text{ KN}$ ):**

El área bruta  $A$  de la sección tubular es  $1,56 \text{ cm}^2$

Como se trata de una sección comprimida, primero de todo se tiene que clasificar la sección.

Mirando la tabla 20.3.a de esbelteces máximas para paneles interiores comprimidos de la EAE y teniendo en cuenta que  $\varepsilon = 0,81$  (para acero S355) y que la relación

$$\frac{c}{t} = \frac{38}{1} = 38 > 42 \cdot \varepsilon = 34,02 \text{ clasificamos la sección como de Clase 4.}$$

Así, el factor de reducción  $\rho$  puede estimarse, para paneles internos comprimidos, según la expresión:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \Psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{donde}$$

$$\Psi = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 1 \text{ (por tratarse de compresión pura)}$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cr}}} = 0,85098 \text{ siendo:}$$

$$\varepsilon_{cr} = 0,9 \cdot k_\sigma \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0,9 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{39}\right)^2 = 2,37 \cdot 10^{-3}$$

$k_\sigma = 4$ . Se ha obtenido de la tabla 20.7.a teniendo en cuenta que  $\Psi = 1$  y  $\alpha > 1$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E} = \frac{355}{2,1 \cdot 10^5} = 1,714 \cdot 10^{-3}$$

Así,  $\rho = 0,8713$  por lo que  $b_{red} = 39 \cdot 0,8713 \approx 34 \text{ mm}$

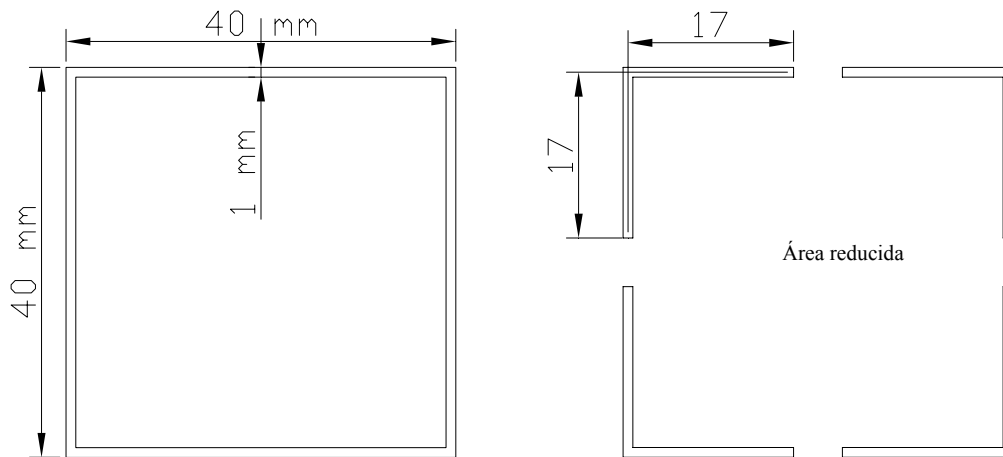


Figura 3.3.c Sección transversal de los montantes. Sección bruta y sección reducida.

Por tratarse de una sección doblemente simétrica comprimida uniformemente, la reducción de los anchos de las chapas también mantiene la simetría. Todas estas características hace que la posición de la fibra neutra no cambie en reducir la sección, por lo que el  $\Delta M$  que propone la instrucción para considerar el efecto del eventual desplazamiento del eje neutro de la sección reducida respecto de la sección bruta es nulo.

El área reducida para la comprobación del Estado Límite Último de resistencia de la sección transversal es  $A_{red} = 1,36 \text{ cm}^2$ .

Así, la resistencia de cálculo de la sección para un esfuerzo axial de compresión  $N_{c,Rd}$  se obtiene de la expresión  $N_{c,Rd} = \frac{A_{ef} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{136 \cdot 355}{1,00} = 48280 \text{ N} = 48,28 \text{ KN}$

Por lo que  $N_{Ed} = 14,14 \text{ KN} < N_{c,Rd} = 48,28 \text{ KN}$  así que el montante resiste seccionalmente.

### 3.4. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de flexión en una sección monosimétrica de clase 1 ó 2

Se pretende calcular el momento elástico  $M_{el}$  y el plástico  $M_{pl}$  de una sección con un solo eje de simetría definida en la figura siguiente de acero S235 cuando actúa un momento positivo según el eje y.

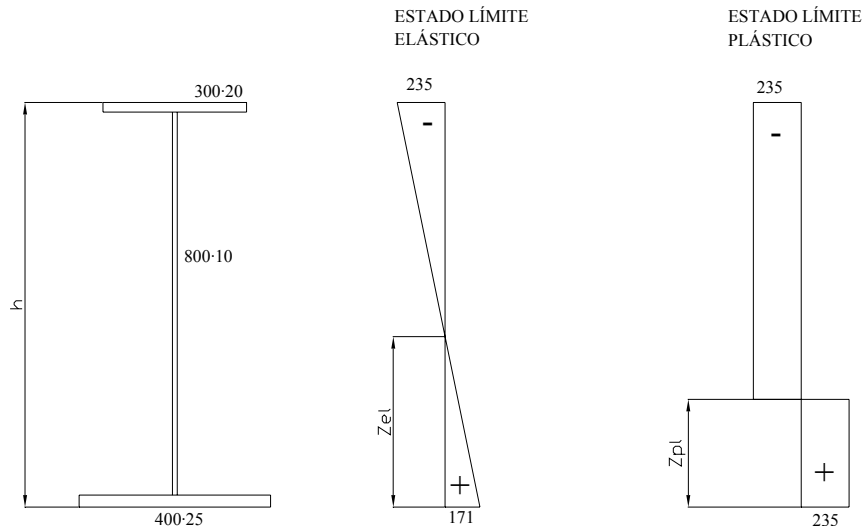


Figura 3.4 Representación de la sección de estudio y sus diagramas de tensiones en estado límite elástico y plástico.

#### Dominio elástico

El área total  $A$  de la sección vale  $24000 \text{ mm}^2$ .

La posición de la fibra neutra coincide con el centro de gravedad. Si se toma como referencia la fibra inferior de la sección se obtiene que:

$$z_{el} = \frac{1}{A} (A_{sup} z_{sup} + A_w z_w + A_{inf} z_{inf}) = \frac{1}{24000} (6000 \cdot 835 + 8000 \cdot 425 + 10000 \cdot 12.5) = 356 \text{ mm}$$

Así, se puede calcular el módulo resistente correspondiente al límite elástico, teniendo en cuenta que la fibra superior es la que llega antes al límite elástico (es la fibra más extrema respecto la fibra neutra):

$$W_{min} = W_{sup} = \frac{I}{h - z_{el}} = \frac{3022 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{845 \text{ mm} - 356 \text{ mm}} = 6180 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Así el momento resistente elástico es:

$$M_{el} = f_y \cdot W_{sup} = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 6180 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 1452 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 1452 \text{ kNm}$$

#### Dominio plástico

Las resultantes de las tensiones actuantes en cada una de las partes (alas, alma comprimida y alma traccionada) de la sección debe ser zero por condición de equilibrio de la sección:

$$\sum F = -F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = 0, \text{ así que } F_1 + F_2 = F_3 + F_4$$

Teniendo en cuenta que las tensiones son las mismas en toda la sección, la fibra neutra ocupa la posición en la que divide el área de la sección transversal (A) en dos trozos iguales A/2. Haciendo la hipótesis que la fibra neutra está en el alma, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{A}{2} = 400 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm} + (z_{pl} - 25 \text{ mm}) \cdot 10 \text{ mm} = 12000 \text{ mm}^2$$

de dónde se tiene que  $z_{pl} = 225 \text{ mm}$ . Y se observa fácilmente que la hipótesis tomada que la posición de la fibra neutra estaba en el alma es cierta.

Así, el momento plástico vale:

$$\begin{aligned} M_{pl} &= \sum_{i=1}^n F_i z_i = \sum_{i=1}^n f_y A_i z_i = f_y \sum_{i=1}^n A_i z_i = \\ &= 235 \text{ N/mm}^2 \cdot ((300 \cdot 20) \text{ mm}^2 \cdot 610 \text{ mm} + (612 \cdot 10) \text{ mm}^2 \cdot 306 \text{ mm} + \\ &+ (188 \cdot 10) \text{ mm}^2 \cdot 94 \text{ mm} + (400 \cdot 25) \text{ mm}^2 \cdot 213 \text{ mm}) = 1842 \text{ kNm} \end{aligned}$$

### 3.5. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de flexión en una sección monosimétrica de clase 3

Se pretende calcular el momento elástico y el momento resistente de una sección con un solo eje de simetría definida en la figura siguiente de acero S235 cuando actúa un momento positivo según el eje y.

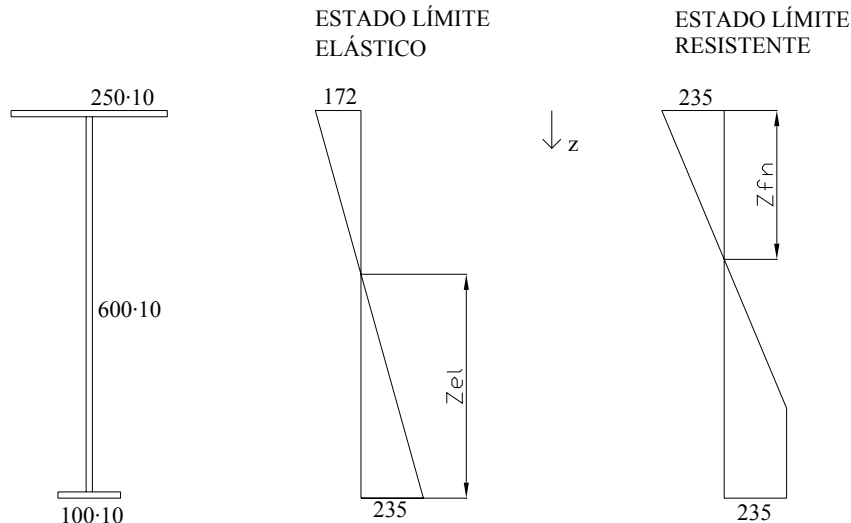


Figura 3.5. Representación de la sección de estudio y sus diagramas de tensiones en estado límite elástico y resistente.

Primero se clasifican las diferentes chapas de la sección:

- A flexión positiva el ala superior se trata de un panel comprimido cuya relación  $\frac{c}{t} = \frac{120}{10} = 12$  que es mayor a  $10\varepsilon = 10$  (donde  $\varepsilon = 1.00$  por utilizar acero 235) y menor a  $14\varepsilon = 14$ . Por lo que se trata de un panel Clase 3.
- A flexión, el alma se trata de un panel interior flectado cuya relación  $\frac{c}{t} = \frac{600}{10} = 60 < 72\varepsilon = 72$  por lo que se trata de un panel de Clase 1.
- A flexión negativa el ala inferior se trata de un panel comprimido cuya relación  $\frac{c}{t} = \frac{45}{10} = 4,5 < 9\varepsilon = 9$  por lo que se trata de un panel de Clase 1.

#### Dominio elástico

El área total A de la sección vale  $9500 \text{ mm}^2$ .

La posición de la fibra neutra coincide con el centro de gravedad. Si tomamos como referencia la fibra inferior de la sección se obtiene que:

$$z_{el} = \frac{1}{A}(A_{\text{sup}}z_{\text{sup}} + A_w z_w + A_{\text{inf}}z_{\text{inf}}) = \frac{1}{9500}(2500 \cdot 615 + 6000 \cdot 310 + 1000 \cdot 5) = 358 \text{ mm}$$

Así, se puede calcular el módulo resistente correspondiente al límite elástico, teniendo en cuenta que la fibra superior es la que llega antes al límite elástico (es la fibra más extrema respecto la fibra neutra):

$$W_{\text{min}} = W_{\text{inf}} = \frac{I}{z_{el}} = \frac{484 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{358 \text{ mm}} = 1351 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Así el momento resistente elástico es:

$$M_{el} = f_y \cdot W_{inf} = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 1351 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 317,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 317,5 \text{ kNm}$$

### Dominio plástico

Se hace la hipótesis que se alcanza el límite elástico en la fibra más comprimida antes que la deformación de la fibra más traccionada llegue a  $4\varepsilon_y$ .

Las resultantes de las tensiones actuantes en cada una de las partes (alas, alma comprimida y alma traccionada) de la sección debe ser cero por condición de equilibrio de la sección y haciendo la hipótesis que la fibra neutra está en el alma, se obtiene la siguiente ecuación:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = 0$$

$$\begin{aligned} (100 \cdot 10) \cdot f_y + (10 \cdot (610 - 2 \cdot z_{fn})) \cdot f_y + 10 \cdot \int_0^{2 \cdot z_{fn}} \left( \frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y \right) dz + 250 \cdot \int_0^{10} \left( \frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y \right) dz = \\ 1000 \cdot f_y + 6100 \cdot f_y - 20 \cdot z_{fn} \cdot f_y + 10 \cdot \left( \frac{f_y}{2z_{fn}} (4z_{fn}^2 - 100) - f_y (2z_{fn} - 10) \right) + \\ + 250 \cdot \left( \frac{f_y}{2z_{fn}} - f_y \cdot 10 \right) = 7100 \cdot f_y - 20z_{fn} \cdot f_y - 500 \frac{f_y}{z_{fn}} + 100f_y + 12500 \frac{f_y}{z_{fn}} - 2500f_y = 0 \\ \Rightarrow z_{fn} = 238 \text{ mm} \end{aligned}$$

Y se observa fácilmente que la hipótesis tomada que la posición de la fibra neutra estaba en el alma es cierta.

Así, el momento resistente de la sección vale:

$$\begin{aligned} M_y = \int_A \sigma \cdot z \cdot dA = 250 \cdot \int_0^{10} \left( \frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y \right) \cdot z \cdot dz + 10 \cdot \int_{10}^{476} \left( \frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y \right) \cdot z \cdot dz + 10 \cdot f_y \int_{476}^{610} z \cdot dz + \\ + 100 \cdot f_y \int_{610}^{620} z \cdot dz = 401,54 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 401,54 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

La deformación existente en la fibra más traccionada cuando la fibra más comprimida alcanza el límite elástico es de  $1,61\varepsilon_y$ . Por lo que la resistencia plástica de la sección viene dada porque la fibra más comprimida de la sección llega al límite elástico y no porque se alcance una deformación de  $4\varepsilon_y$  en la fibra más traccionada, ya que cuando está se llega a esta deformación seguro que habrá plastificado parte de la zona comprimida, por lo que la sección estará agotada.



### 3.6. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplo de flexión en una sección monosimétrica de clase 4

Se pretende calcular el momento elástico y el momento resistente de una sección con un solo eje de simetría definida en la figura siguiente de acero S235 cuando actúa un momento positivo según el eje y.

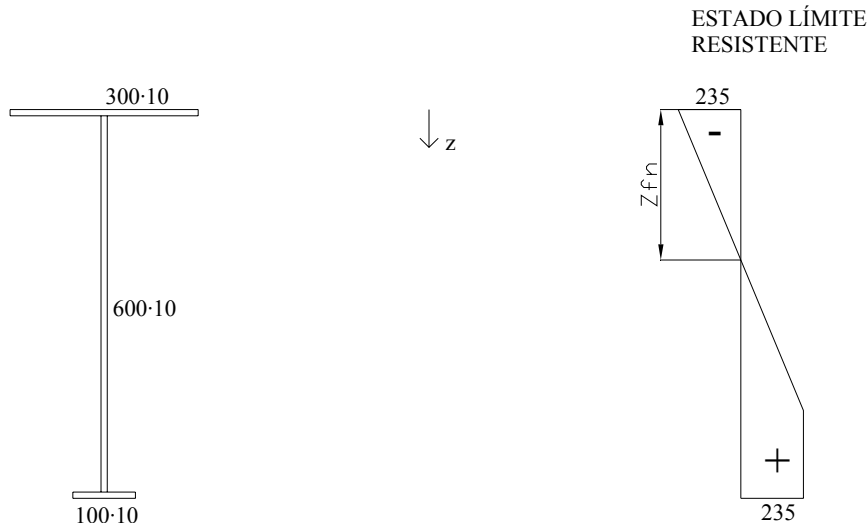


Figura 3.6.a Representación de la sección de estudio y sus diagramas de tensiones en estado límite resistente.

Primero se clasifican las diferentes chapas de la sección:

- A flexión positiva, el ala superior se trata de un panel comprimido cuya relación  $\frac{c}{t} = \frac{145}{10} = 14.5$  que es mayor a  $14\varepsilon = 14$ . Por lo que se trata de un panel Clase 4.
- A flexión, el alma se trata de un panel interior comprimido cuya relación  $\frac{c}{t} = \frac{600}{10} = 60 < 72\varepsilon = 72$  por lo que se trata de un panel de Clase 1.
- A flexión negativa, el ala inferior se trata de un panel comprimido cuya relación  $\frac{c}{t} = \frac{45}{10} = 4,5 < 9\varepsilon = 9$  por lo que se trata de un panel de Clase 1.

Se hace la hipótesis que se alcanza antes el límite elástico en la fibra más traccionada que en la fibra más comprimida.

El área total A de la sección vale  $10000 \text{ mm}^2$ .

En el caso extremo, cuando la fibra más comprimida alcanza el límite elástico  $f_y$ , la reducción de la chapa, viene dada por el factor:

$$\rho = \frac{\lambda_p - 0,188}{\lambda_p^2} = \frac{1,614 - 0,188}{1,614^2} = 0,547$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cr}}} = \sqrt{\frac{1,12 \cdot 10^{-3}}{4,3 \cdot 10^{-4}}} = 1,61$$

$$\varepsilon_{cr} = 0,9 \cdot k_{\sigma} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0,9 \cdot 0,43 \cdot \left(\frac{10}{300}\right)^2 = 4,3 \cdot 10^{-4}$$

$k_{\sigma}$  para paneles con un borde libre uniformemente comprimidos es igual a 0,43.

$$\varepsilon_y = \frac{235}{E} = \frac{235}{2,1 \cdot 10^5} = 1,12 \cdot 10^{-3}$$

Así, el ancho eficaz del ala superior cuando la fibra más extrema de ésta alcanza el límite elástico es  $b_{ef} = \rho \cdot b = 164 \text{ mm}$ .

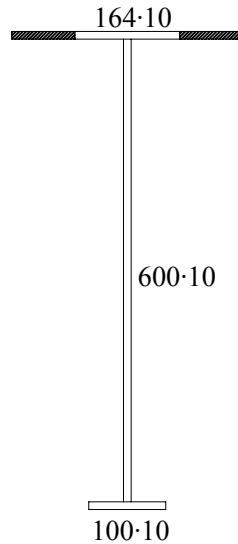


Figura 3.6.b Representación de la sección de estudio reducida

Teniendo en cuenta que las resultantes de las tensiones actuantes en cada una de las partes (alas, alma comprimida y alma traccionada) de la sección debe ser zero por condición de equilibrio de la sección y haciendo la hipótesis que la fibra neutra está en el alma, se obtiene la siguiente ecuación:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = 0$$

$$\begin{aligned} & (100 \cdot 10) \cdot f_y + (10 \cdot (610 - 2 \cdot z_{fn})) \cdot f_y + 10 \cdot \int_{10}^{2 \cdot z_{fn}} \left(\frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y\right) dz + 164 \cdot \int_0^{10} \left(\frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y\right) dz = \\ & 1000 \cdot f_y + 6100 \cdot f_y - 20 \cdot z_{fn} \cdot f_y + 10 \cdot \left(\frac{f_y}{2z_{fn}} (4z_{fn}^2 - 100) - f_y (2z_{fn} - 10)\right) + \\ & + 164 \cdot \left(\frac{f_y}{2z_{fn}} - f_y \cdot 10\right) = 7100 \cdot f_y - 20z_{fn} \cdot f_y - 500 \frac{f_y}{z_{fn}} + 100f_y + 8200 \frac{f_y}{z_{fn}} - 1640f_y = 0 \\ & \Rightarrow z_{fn} = 280 \text{ mm} \end{aligned}$$

Y se observa fácilmente que las hipótesis tomadas:

- que la posición de la fibra neutra estaba en el alma es cierta
- que se alcanza antes el límite elástico en la fibra más traccionada que en la fibra más comprimida también es cierta

Así, el momento resistente de la sección vale:

$$M_y = \int_A \sigma \cdot z \cdot dA = 164 \cdot \int_0^{10} \left( \frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y \right) \cdot z \cdot dz + 10 \cdot \int_{10}^{560} \left( \frac{f_y}{z_{fn}} \cdot z - f_y \right) \cdot z \cdot dz + 10 \cdot f_y \cdot \int_{560}^{610} z \cdot dz +$$

$$+ 100 \cdot f_y \cdot \int_{610}^{620} z \cdot dz = 338,09 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} = 338,09 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

La deformación existente en la fibra más traccionada cuando la fibra más comprimida alcanza el límite elástico es de  $1,61\varepsilon_y$ . Por lo que la resistencia plástica de la sección viene dada porque la fibra más comprimida de la sección llega al límite elástico y no porque se alcance una deformación de  $4\varepsilon_y$  en la fibra más traccionada, ya que cuando está se llega a esta deformación seguro que habrá plastificado parte de la zona comprimida, por lo que la sección estará agotada.

### 3.7. Estado límite último de resistencia seccional : Ejemplo de interacción flexión-axil

Sea una viga biapoyada de longitud  $l=6.5m$ , solicitada por un esfuerzo de tracción  $N_{Ed} = 225 kN$  y una carga vertical uniformemente repartida  $q_{Ed} = 10 kN/m$ .

Y se quiere utilizar un perfil laminado en doble T de la serie HEA en acero Fe E 235.

Valor de las solicitaciones actuantes son:

$$N_{Ed} = 225 kN \text{ y } M_{Ed} = \frac{q_{Ed} \cdot l^2}{8} = \frac{10 kN/m \cdot (6,5 m)^2}{8} = 52,8 kN \cdot m$$

Dimensionamiento de la sección:

Si se prueba con un perfil HEA 180 de acero Fe E 235 ( $m = 35.5 \text{ kg/m}$ ), se tiene que sus características mecánicas son:

$$A = 4530 \text{ mm}^2, \quad t_f = 9,5 \text{ mm}, \quad h_w = 152 \text{ mm}, \quad t_w = 6 \text{ mm}, \quad b = 180 \text{ mm} \text{ y} \\ W_{pl,y} = 323 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Estos datos permiten determinar el esfuerzo axil plástico y el momento plástico de la sección:

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2}{1,00} = 1065 \cdot 10^3 \text{ N} = 1065 \text{ kN} \\ M_{c,y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M0}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2 \cdot 324 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{1,00} = 76,14 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 76,14 \text{ kN} \cdot m$$

Además, como que se cumple

$$N_{Ed} = 225 \text{ kN} > \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\} = \\ = \min \left\{ 266,25 \text{ kN}, \frac{0,5 \cdot 152 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm} \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,00} = 107,16 \text{ kN} \right\} = 107,16 \text{ kN}$$

Por lo que se debe reducir, para la consideración del efecto del esfuerzo axil, el momento plástico resistente alrededor del eje fuerte.

Así, el momento plástico reducido  $M_{N,y,Rd}$  es:

$$M_{N,y,Rd} = M_{c,y,Rd} (1 - n) / (1 - 0,5a) = \\ = 76,14 \text{ kN} \cdot m \cdot (1 - 0,211) / (1 - 0,5 \cdot 0,25) = 68,63 \text{ kN} \cdot m \leq M_{c,y,Rd} = 76,14 \text{ kN} \cdot m$$

Donde

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{225 \text{ kN}}{1065 \text{ kN}} = 0,211$$
$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{4530 \text{ mm}^2 - 2 \cdot 180 \text{ mm} \cdot 9,5 \text{ mm}}{4530 \text{ mm}^2} = 0,25 \leq 0,5$$

Por lo que la resistencia del perfil es suficiente, ya que:

$$M_{Ed} = 52,8 \text{ kN} \cdot \text{m} \leq M_{N,y,Rd} = 68,63 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Se puede verificar que el peso propio de la viga produce un aumento del orden del 5% del valor de la sollicitación, por lo que no tiene influencia a la hora de escoger el perfil.

### 3.8. Estado límite último de resistencia seccional: Ejemplos de interacción flexión, axil y cortante.

#### Ejemplo 1

Sea una sección HEA 280 de acero S355 solicitada por el esfuerzo axil a compresión  $N_{Ed} = 486 \text{ kN}$ , el flector  $M_{Ed} = 143 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y el cortante  $V_{Ed} = 350 \text{ kN}\cdot\text{m}$ .

**Clasificación de la sección:**

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y} = \sqrt{235/355} = 0,81$$

#### Ala

El ala está solicitada a compresión:

$$c = (b - t_w - 2r) / 2 = (280 - 8 - 2 \cdot 24) / 2 = 112$$

$10\varepsilon = 8,1 < c/t_f = 112/13 = 8,62 < 14\varepsilon = 11,34$  por lo que el ala es **Clase 3**.

#### Alma

El alma está solicitada a flexocompresión:

$$c = (h - 2t_f - 2r) = (270 - 2 \cdot 13 - 2 \cdot 24) = 196$$

$$c/t_w = 196/8 = 24,5$$

Si se clasifica a compresión se tiene que esta es Clase 1 ya que:

$$c/t_w = 196/8 = 24,5 < 33\varepsilon = 26,73$$

Por lo que a flexocompresión también el alma también será **Clase 1**.

Entonces la sección **HEA 280** se clasifica como de **Clase 3**.

**Resistencia de la sección:**

Por lo que la resistencia de la sección viene controlada por:

$$\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{Ed}}{W_{el,y}} = \frac{486 \cdot 10^3}{9730} + \frac{143 \cdot 10^6}{1010 \cdot 10^3} = 191,53 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w} = \frac{V_{Ed}}{h_w \cdot t_w} = \frac{350 \cdot 10^3}{257 \cdot 8} = 170,23 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Entonces, } \sqrt{191,53^2 + 3 \cdot 170,23^2} = 352 < \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 355$$

## Ejemplo 2

Sea una sección HEB 300 de acero S235 solicitada por el esfuerzo axial a compresión  $N_{Ed} = 1000 \text{ kN}$ , el flector  $M_{Ed} = 300 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y el cortante  $V_{Ed} = 450 \text{ kN}$ .

### Clasificación de la sección:

$$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = \sqrt{235 / 235} = 1$$

### Ala

El ala está solicitada a compresión:

$$c = (b - t_w - 2r) / 2 = (300 - 11 - 2 \cdot 27) / 2 = 117,5$$

$$c / t_f = 117,5 / 19 = 6,18 < 9\varepsilon = 9 \text{ por lo que el ala es **Clase 1** .}$$

### Alma

El alma está solicitada a flexocompresión:

$$c = (h - 2t_f - 2r) = (300 - 2 \cdot 19 - 2 \cdot 27) = 208$$

$$c / t_w = 208 / 11 = 18,91$$

Si se clasifica a compresión se tiene que esta es Clase 1 ya que:

$$c / t_w = 208 / 11 = 18,91 < 33\varepsilon = 33$$

Por lo que a flexocompresión también el alma también será **Clase 1**.

Entonces la sección **HEB 300** se clasifica como de **Clase 1**.

### Resistencia de la sección

El área resistente a cortante es:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f = 14910 - 2 \cdot 300 \cdot 19 + (8,5 + 2 \cdot 27) \cdot 19 = 4697,5 \text{ mm}^2$$

Entonces, la resistencia a cortante viene dada por:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{4697,5 \cdot (235 / \sqrt{3})}{1} = 637344 \text{ N}$$

Por lo que se tiene que  $V_{Ed} = 400000 \text{ N} \geq 0,5V_{pl,Rd} = 318672 \text{ N}$ , entonces se debe contemplar la interacción del cortante con el axial y con el flector.

La reducción del límite elástico en el área a cortante es  $f_{y,r} = (1 - \rho)f_y = 195 \text{ N} / \text{mm}^2$  donde:

$$\rho = \left( \frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left( \frac{2 \cdot 450000}{637344} - 1 \right)^2 = 0,170$$

Entonces, el axial resistente reducido por la interacción axial cortante es:

$$N_{v,pl,Rd} = A_v \cdot f_{y,r} + (A - A_v) \cdot f_y = 4697,5 \cdot 195 + (14910 - 4697,5) \cdot 235 = 3316367 \text{ N}$$

Por lo que se cumple que  $N_{Ed} = 1.000.000 \leq N_{v,pl,Rd} = 3316367 N$

Por otro lado, el flector resistente reducido por la interacción flector-cortante es:

$$M_{v,pl,Rd} = \frac{\left[ W_{pl,y} - \frac{\rho \cdot A_w^2}{4 \cdot t_w} \right] f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{\left[ 1868,8 \cdot 10^3 - \frac{0,170 \cdot (281 \cdot 11)^2}{4 \cdot 11} \right] 235}{\gamma_{M0}} =$$

$$= 430 \cdot 10^6 N \cdot mm = 430 kN \cdot m$$

Siendo  $A_w = h_w \cdot t_w$  el área del alma.

Por lo que se cumple que  $M_{Ed} = 300 kN \cdot m \leq M_{v,pl,Rd} = 430 kN \cdot m$

Además, como se verifica que  $N_{Ed} = 1000 kN > \min \left\{ 0,25 \cdot N_{v,pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\} = \min \{ 829,363 \} = 363 kN$  se debe reducir el momento plástico resistente debido al efecto del esfuerzo axial.

Así,  $M_{N,V,y,Rd} = M_{v,y,Rd} \cdot (1 - n) / (1 - 0,5 \cdot a)$

Donde

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{v,pl,Rd}} = \frac{1000 \cdot 10^3}{3316367} = 0,302$$

$$a = \frac{A - 2b \cdot t_f}{A} = \frac{14910 - 2 \cdot 300 \cdot 19}{14910} = 0,235$$

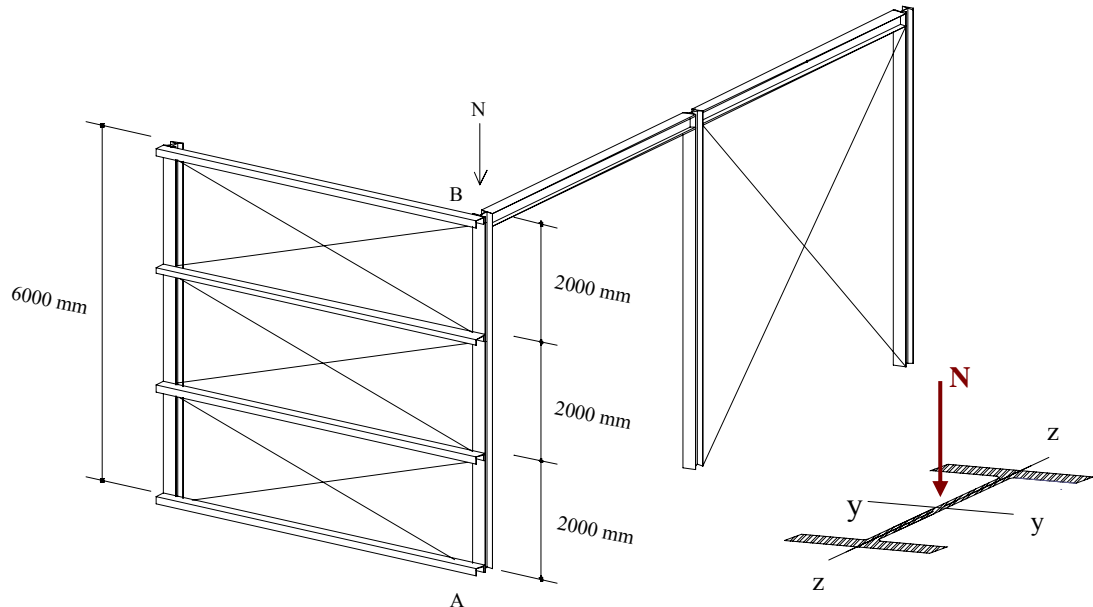
Entonces,  $M_{N,V,y,Rd} = 430 \cdot (1 - 0,302) / (1 - 0,5 \cdot 0,235) = 340 kN$

Y se cumple que  $M_{Ed} = 300 kN \cdot m \leq M_{N,v,pl,Rd} = 340 kN \cdot m$  por lo que la sección resiste seccionalmente.



### 3.9. Estado límite de inestabilidad: Comprobación a pandeo de un soporte sometido a esfuerzo axial

Sea un soporte (HEA 180 en acero S 235) de un pórtico como el de la figura. Las correas de arriostramiento, espaciadas 2 m, son necesarias por razones constructivas; éstas están fijadas a una estructura de arriostramiento.



Se quiere:

1. Verificar dicho soporte admitiendo un valor de cálculo del esfuerzo normal de compresión N igual a  $N_{Ed}=640$  kN.

#### **Solución**

Se quiere hacer la comprobación de un soporte sometido a un esfuerzo normal de compresión.

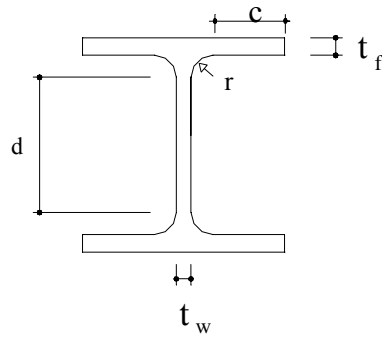
En primer lugar, como especifica EAE [20.3.], se clasifica la sección más solicitada haciendo uso de la tabla 20.3.a y 20.3.b de la Instrucción EAE. Para ello, se utiliza el parámetro  $\varepsilon$  que se obtiene de la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

De la tabla 27.1.d de la EAE, para acero S235 y espesores  $t \leq 40$  mm (perfil HEA 180) resulta  $f_y=235$  N/mm<sup>2</sup> y sustituyendo en la expresión anterior obtenemos  $\varepsilon = 1$ .

Para realizar la clasificación de la sección se hace uso de dos parámetros:

- alma comprimida  $d/t_w$
- ala comprimida  $c/t_f$

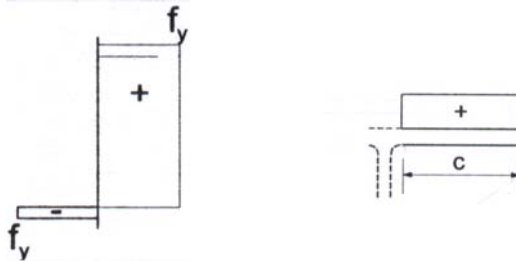


Para un perfil HEA 180 se tienen las siguientes características:

$A = 4530 \text{ mm}^2$  ;  $b = 180 \text{ mm}$  ;  $c = 72 \text{ mm}$  ;  $d = 122 \text{ mm}$  ;  $t_w = 6 \text{ mm}$  ;  $t_f = 9,5 \text{ mm}$  ;  $r = 15 \text{ mm}$

Donde:  $c = b/2 - t_w/2 - r$

El alma y el ala superior están comprimidas:



$$\frac{d}{t_w} = \frac{122}{6} = 20,33 \leq 33 \cdot \varepsilon = 33 \Rightarrow \text{clase } 1$$

$$\frac{c}{t_f} = \frac{72}{9.5} = 7,52 \leq 9 \cdot \varepsilon = 9 \Rightarrow \text{clase } 1$$

Se determina que nos encontramos ante una sección clase 1.

Para piezas comprimidas se debe de hacer las siguientes comprobaciones:

- a) resistencia de las secciones transversales (EAE [34])
- b) resistencia a pandeo (EAE[35])

#### a) Resistencia de las secciones transversales

Según EAE [34] el valor de cálculo del esfuerzo de compresión  $N_{Ed}$  debe cumplir en cada sección:

$$N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$$

donde  $N_{Ed} = 640 \text{ kN}$  y  $N_{c,Rd}$ , para secciones de clase 1,2 y 3, es la resistencia plástica de cálculo de la sección bruta:

$$N_{c.Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

donde A es el área de la sección y  $\gamma_{M0}$  es un coeficiente de seguridad parcial que vale  $\gamma_{M0} = 1,0$ .

Así, sustituyendo todos los datos en las ecuaciones queda:

$$640 \text{ kN} = N_{Ed} \leq N_{c.Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{4530 \text{ mm}^2 \cdot 235 \text{ Mpa}}{1,0} 10^{-3} = 1064,55 \text{ kN}$$

$640 \text{ kN} \leq 1064,55 \text{ kN}$ , de forma que verifica la comprobación de la resistencia de las secciones transversales:  $N_{Ed} \leq N_{c.Rd}$ .

El perfil tiene una área superior ( $A = 4530 \text{ mm}^2$ ), de forma que verifica la comprobación de la resistencia de las secciones transversales.

#### b) Resistencia a pandeo

Según EAE [35.1] para elementos sometidos a compresión, el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión  $N_{Ed}$  deberá verificar:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd}$$

donde

$N_{Ed}$  es el valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión  
 $N_{b,Rd}$  es la resistencia de cálculo a pandeo del elemento comprimido

la resistencia de cálculo de una pieza comprimida para secciones transversales de clase 1,2,3 será:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

donde  $\gamma_{M1}$  es un coeficiente de seguridad parcial que para piezas solicitadas a pandeo, vale 1,0, y  $\chi$  es el coeficiente de reducción del modo de pandeo a considerar, que en este caso será, para piezas de sección uniforme [35.1.2]:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{y} \quad \chi \leq 1$$

donde:

$\phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$   
 $\alpha$  es el coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda} = [A \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \lambda_1}$$

- $\lambda$  es la esbeltez correspondiente al modo de pandeo considerado  
 $L_{cr}$  es la longitud de pandeo en el plano de pandeo considerado  
 $\lambda_1 = \pi [E/f_y]^{1/2} = 93,9 \varepsilon$   
 $\varepsilon = [235/f_y]^{1/2}$  [ $f_y$  en  $N/mm^2$ ]  
 $N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado

Obtención de las esbelteces en los distintos ejes:

$$\lambda_y = \frac{\beta_y \cdot l_y}{i_y} = \frac{1 \cdot 6000}{74.5} = 80,5$$

$$\lambda_z = \frac{\beta_z \cdot l_z}{i_z} = \frac{1 \cdot 2000}{45.2} = 44,25$$

#### Pandeo alrededor del eje y-y.

Para realizar la comprobación según la EAE se tiene que determinar el parámetro de imperfección  $\alpha$  que se obtiene a partir de la tabla 35.1.2.a de la EAE. Para utilizar esta tabla es preciso conocer qué curva de pandeo aplica. Para ello, se utiliza la tabla 35.1.2.b

Se tiene un perfil laminado, con relación  $h/b = 0.95 \leq 1,2$ , con  $t_f = 9,5 \leq 100$  mm, de lo que resulta que:

pandeo sobre el eje y-y  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'b'

pandeo sobre el eje z-z  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'c'

Finalmente se obtiene que para el pandeo alrededor del eje y-y, que es el más desfavorable dada su mayor longitud de pandeo, se tiene un coeficiente de imperfección  $\alpha = 0,34$ .

**Tabla 35.1.2.a: Factores de imperfección para las curvas de pandeo.**

Curva de pandeo	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Factor de imperfección $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Ahora, utilizando las expresiones para la comprobación del pandeo:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1 = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_y = (\lambda_y / \lambda_1) = \frac{80,5}{93,9} \cdot 1 = 0,86$$

$$\phi_y = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5[1 + 0,34(0,86 - 0,2) + 0,86^2] = 0,98$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{0,98 + [0,98^2 - 0,86^2]^{1/2}} = 0,69 \leq 1$$

y sustituyendo en la expresión de la EAE[35.1.1] se tiene:

$$N_{b.Rdy} = \frac{\chi_y \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,69 \cdot 4530 \cdot 235}{1,0} 10^{-3} = 732,7 \text{ kN}$$

$$N_{b.Rdy} = 732,7 \text{ kN} \geq 640 \text{ kN} = N_{Ed}$$

De manera que este pilar con este perfil resiste a pandeo alrededor del eje y-y.

#### Pandeo alrededor del eje z-z.

Antes de finalizar, se tiene que comprobar que tampoco se produce pandeo en el plano perpendicular z-z, porque aunque que en este plano se tenga menor esbeltez, la curva de pandeo que marca tabla 35.1.2.b de la EAE para el caso del eje z-z es la 'c', que es más desfavorable que la 'b'. Para esta nueva curva de pandeo, se obtiene de la tabla 35.1.2.a de la EAE un coeficiente de imperfección  $\alpha=0,49$  por lo que:

$$\lambda_z = \frac{2000}{45,2} = 44,2 \quad \text{de donde} \quad \bar{\lambda}_z = \frac{44,2}{93,9} = 0,47$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,47 - 0,2) + 0,47^2] = 0,68$$

$$\chi_z = \frac{1}{0,68 + \sqrt{0,68^2 - 0,47^2}} = 0,85 \leq 1$$

Con lo que se obtiene:

$$N_{b.Rdz} = \frac{0,85 \cdot 4530 \cdot 235}{1,0} 10^{-3} = 904,8 \text{ kN}$$

$$N_{b.Rdz} = 904,8 \text{ kN} > 640 \text{ kN} = N_{Ed}$$

En este plano de pandeo también se verifica la resistencia. Luego el perfil resistirá la sollicitación.

#### **Observación**

En caso de no tener las correas de arriostramiento, la longitud de pandeo correspondiente al eje de giro z-z, sería  $l_{bz} = 6000 \text{ mm}$ , y en este se tendría:

$$\lambda_z = \frac{6000}{45,2} = 132,7 \quad \text{de donde} \quad \bar{\lambda}_z = \frac{132,7}{93,9} = 1,41$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (1,41 - 0,2) + 1,41^2] = 1,79$$

$$\chi_z = \frac{1}{1,79 + \sqrt{1,79^2 - 1,41^2}} = 0,35 \leq 1$$

Con lo que se obtiene:

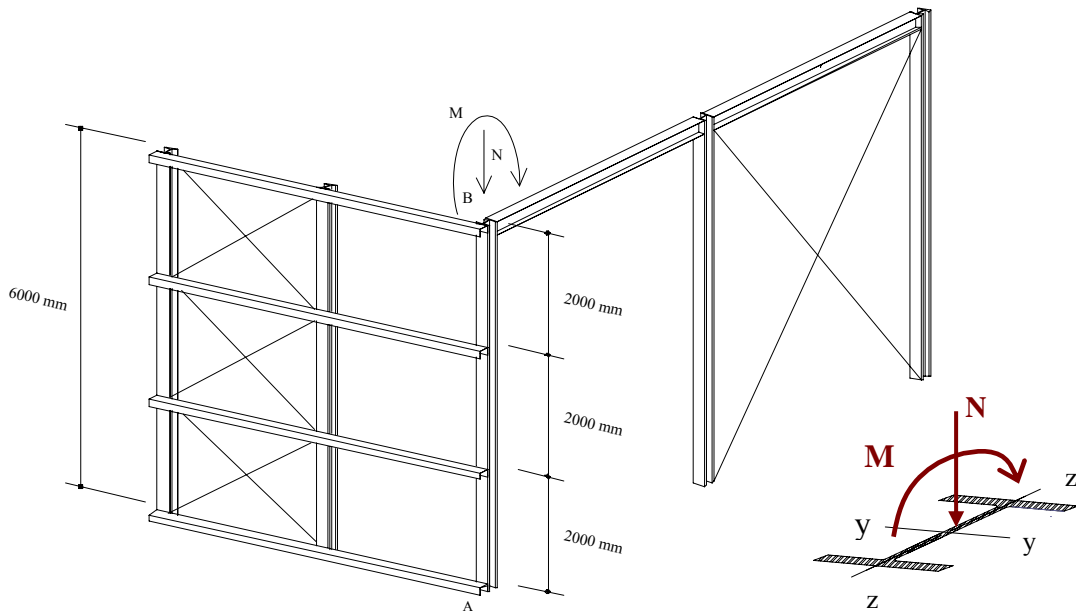
$$N_{b.Rdz} = \frac{0,35 \cdot 4530 \cdot 235}{1,0} 10^{-3} = 366,4kN$$

$$N_{b.Rdz} = 366,4kN < 640kN = N_{Ed}$$

Luego en este supuesto, el perfil no resistiría al pandeo alrededor del eje z-z, y se tendría que disponer un perfil de inercia superior.

### 3.10. Estado límite de inestabilidad: Comprobación de un soporte sometido a esfuerzo axial y momento en su extremo.

Sea el soporte esquina (HEA 280 en acero S 235) del un pórtico de la figura, arriostrado lateralmente y cuya altura es  $L = 6\text{ m}$ . Este soporte está solicitado en cabeza por un momento flector  $M_y$  y por un esfuerzo normal de compresión  $N$ . Las correas de arriostramiento espaciadas 2 m, son necesarios por razones constructivas. La longitud de pandeo según el eje fuerte es  $l_{by} = 0,7 \cdot L = 4,2\text{ m}$ . El soporte se considera empotrado en la dirección del eje  $z$  y articulado en la dirección del eje  $y$ .



Se quiere:

1. Verificar dicho soporte si los valores de cálculo de los esfuerzos de flexión y compresión valen respectivamente:  $N_d = 310\text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 200\text{ kNm}$

#### **Solución.**

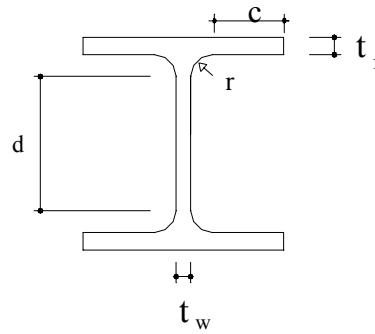
Se quiere comprobar un soporte sometido a un esfuerzo axial  $N$  y a un momento  $M$  según el eje  $y$  de la sección.

En primer lugar, como especifica EAE [20.3.], se clasifica la sección más solicitada haciendo uso de la tabla 20.3.a y 20.3.b de la Instrucción EAE. Para ello, se utiliza el parámetro  $\varepsilon$  que se obtiene de la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

De la tabla 27.1.d de la EAE, para acero S235 y espesores  $t \leq 40\text{ mm}$  (perfil HEA 280) resulta  $f_y = 235\text{ N/mm}^2$  y sustituyendo en la expresión anterior obtenemos  $\varepsilon = 1$ . Para realizar la clasificación de la sección se hace uso de dos parámetros:

- alma comprimida  $d/t_w$
- ala comprimida  $c/t_f$

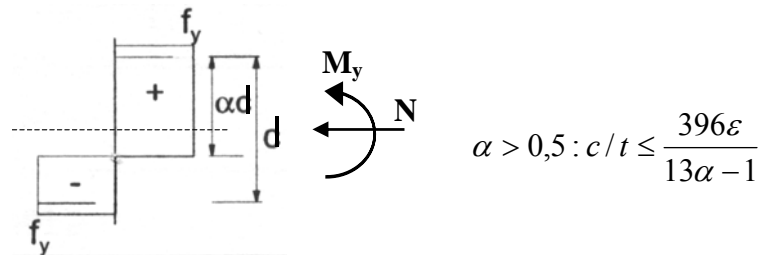


Para un perfil HEA 280 se tienen las siguientes características:

$A = 9730 \text{ mm}^2$ ;  $b = 280 \text{ mm}$ ;  $h = 270 \text{ mm}$ ;  $c = 112 \text{ mm}$ ;  $d = 196 \text{ mm}$ ;  $t_w = 8 \text{ mm}$ ;  $t_f = 13 \text{ mm}$ ;  $r = 24 \text{ mm}$

Donde:  $c = b/2 - t_w/2 - r$

El alma ésta comprimida y flexionada:

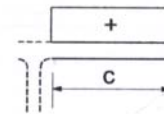


En este caso para  $d = 196$ ,  $N_d = 310 \text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 200 \text{ kNm}$ ,  $\alpha d = 185.0$ , luego  $\alpha = 0.94$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{196}{8} = 24,5 \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396}{13 \cdot 0.61 - 1} = 35,13 \Rightarrow \text{clase 1}$$

El ala está comprimida:

$$\frac{c}{t_f} = \frac{112}{13} = 8,6 \leq 9 \cdot \epsilon = 9 \Rightarrow \text{clase 1}$$



Por lo tanto estamos ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

**a) Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados**

Para secciones de clase 1 se tiene que satisfacer que:



$$M_{Ed} \leq M_{N.Rd}$$

donde  $M_{N.Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axial.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq 0,25 \cdot N_{pl.Rd}$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}}$$

donde:

$$N_{pl.Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

Por lo tanto:

$$N_{Ed} = 135 \text{ kN} \leq 0,25 \cdot N_{pl.Rd} = 0,25 \cdot \frac{9730 \text{ mm}^2 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 571,6 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 135 \text{ kN} \leq \frac{0,5 \cdot 244 \text{ mm} \cdot 8,0 \text{ mm} \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 229,36 \text{ kN}$$

Se cumplen estas condiciones por lo que no habrá que tener en cuenta el axil en la resistencia de la sección a esfuerzos combinados.

Se continúa con el cálculo. Según EAE [34.4]

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 200 \leq 318,68 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación.

### b) Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados

Según EAE [35.3] para elementos comprimidos y flectados, se debe de verificar:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 310 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = 200 \text{ kNm}$$

$$N_{Rk} = f_y A_i$$

$$M_{i,Rk} = f_y W_i$$

$$\chi_y, \chi_z \text{ donde } \chi_i = \frac{1}{\phi_i + \sqrt{\phi_i^2 - \bar{\lambda}_i^2}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

**Determinamos ahora el valor de  $\chi_y$  y  $\chi_z$ . Según EAE[35.1.2]:**

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{y} \quad \chi \leq 1$$

donde:

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$\alpha$  es el coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda} = [A \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = \frac{L_{Cr}}{i \cdot \lambda_1}$$

$\lambda$  es la esbeltez correspondiente al modo de pandeo considerado

$$\lambda_1 = \pi [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \varepsilon$$

$$\varepsilon = [235 / f_y]^{1/2} \quad [f_y \text{ en N/mm}^2]$$

$N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado

Obtención de las esbelteces en los distintos ejes:

$$\lambda_y = \frac{\beta \cdot l_y}{i_y} = \frac{0,7 \cdot 6000}{119} = 35,41$$

$$\lambda_z = \frac{\beta \cdot l_z}{i_z} = \frac{2000}{70} = 28,57$$

Para realizar la comprobación según la EAE se tiene que determinar el parámetro de

imperfección  $\alpha$  que se obtiene a partir de la tabla 35.1.2.a de la EAE. Para utilizar esta tabla es preciso conocer qué curva de pandeo aplica. Para ello, se utiliza la tabla 35.1.2.b

Se tiene un perfil laminado, con relación  $h/b = 0,96 \leq 1,2$  y con  $t_f = 13 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm}$ , de lo que resulta que:

pandeo sobre el eje y-y  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'b'  $\Rightarrow \alpha = 0,34$

pandeo sobre el eje z-z  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'c'  $\Rightarrow \alpha = 0,49$

**Tabla 35.1.2.b: Factores de imperfección para las curvas de pandeo.**

Curva de pandeo	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Factor de imperfección $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Ahora, utilizando las expresiones anteriores tenemos que para el eje y-y:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1 = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_y = (\lambda_y / \lambda_1) = \frac{35,41}{93,9} \cdot 1 = 0,377$$

$$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,377 - 0,2) + 0,377^2] = 0,601$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{0,601 + (0,601^2 - 0,377^2)^{1/2}} = 0,935 \leq 1$$

Para el eje z-z, se tiene:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1 = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_z = (\lambda_z / \lambda_1) = \frac{28,57}{93,9} \cdot 1 = 0,304$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,304 - 0,2) + 0,304^2] = 0,57$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{0,57 + (0,57^2 - 0,304^2)^{1/2}} = 0,946 \leq 1$$

**Cálculo de  $\chi_{LT}$  :**

Para obtener el valor de  $\chi_{LT}$  para perfiles laminados según la EAE[35.2.2] se tiene:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{si} \quad \chi_{LT} \leq 1$$

donde

$$\begin{aligned} \phi_{LT} &= 0,5 \cdot \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \\ \bar{\lambda}_{LT,0} &= 0,4 \\ \beta &= 0,75 \end{aligned}$$

El valor de  $\alpha_{LT}$  se obtiene de la tabla 35.2.2.a de la EAE. La curva de alabeo se obtiene de la tabla 35.2.2.c.

**Tabla 35.2.2.a: Factores de imperfección para las curvas de pandeo lateral.**

Curva de pandeo	a	b	c	d
Factor de imperfección $\alpha_{LT}$	0,21	0,34	0,49	0,76

**Tabla 35.2.2.c: Elección de la curva de pandeo lateral.**

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Perfiles laminados en I	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c

Para perfiles laminados, según esta tabla, el valor del coeficiente de imperfección  $\alpha_{LT} = 0,34$  para  $h/b < 2$ .

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left[ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 + \frac{(kL_c)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \right] \quad \text{para secciones con doble simetría y}$$

sin cargas transversales aplicadas.

donde:

- $L_c$  es la longitud del elemento entre puntos que tienen impedidos el movimiento lateral y es igual a 6m. El ala comprimida no tiene ningún punto intermedio donde se impida el movimiento lateral.
- $I_z$  es el momento de inercia de la sección respecto del eje débil
- $I_w$  es el módulo de alabeo
- $I_t$  es el módulo de torsión
- $E = 210000 \text{ N/mm}^2$
- $G = E / 2 \cdot (1 + \nu)$  con  $\nu = 0.3 \Rightarrow G = 80800 \text{ N/mm}^2$
- $k$  coeficiente que se refiere al giro del extremo en su plano. Para estar del lado de la seguridad se supone que los ningún extremo impide el giro de

la viga en su plano,  $k=1,0$ .

$k_w$  coeficiente relacionado con el alabeo en el extremo. Se toma igual a 1,0.

$C_1$  factor que depende del tipo de carga. La zona más desfavorable ante pandeo lateral es en el extremo superior del pilar, debido a su distribución de flectores y a su magnitud. Para distribución lineal de

flectores con  $\psi = -\frac{100}{200} = -0,5$  se tiene que  $C_1 = 2,704$

Para un perfil HEA 280 de  $L=6$  m se tienen las siguientes características:

$$I_z = 4763 \text{ cm}^4$$

$$I_w = 786419 \text{ cm}^6$$

$$I_t = 63,5 \text{ cm}^4$$

$$W_{el,y} = 1012,9 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,y} = 1112,3 \text{ cm}^3$$

De este modo resulta:

$$M_{cr} = 1392,5 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,433$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,433 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,433^2] = 0,634$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,547 + (0,547^2 - 0,278^2)^{0,5}} = 0,913 < 1$$

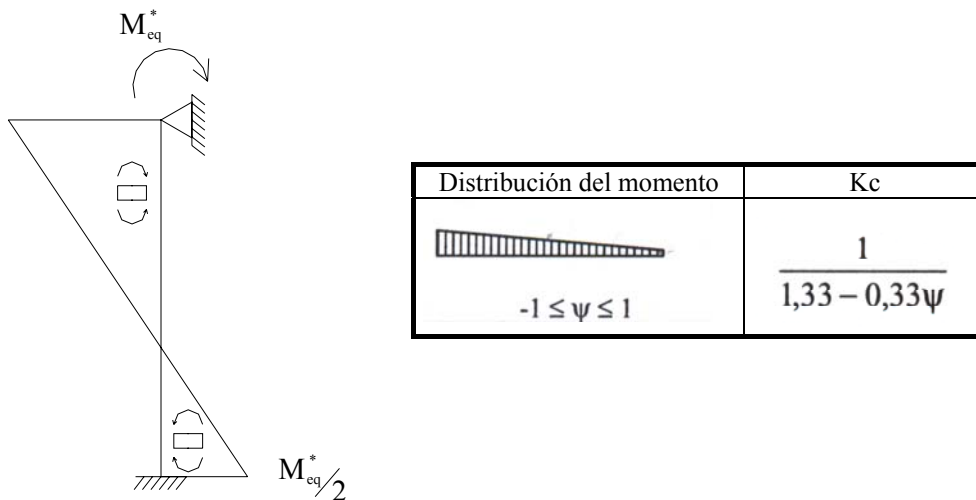
Puesto que no se tiene una distribución continua de momentos se debe de aplicar un factor corrector.

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ donde } f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\lambda_{LT} - 0,8)^2]$$

pero  $\chi_{LT,mod} \leq 1$  y  $f \leq 1$

$k_c$   $k_c$  se obtiene de la tabla 35.2.2.d.

$\psi_y = -0,5$ , porque se tiene el siguiente sistema:



por lo que  $k_c=0,668$ ,  $f=0,844$  y  $\chi_{LT,mod} = \frac{0,913}{0,844} = 1,0$

Se comprueba ahora la resistencia a pandeo lateral. Según la EAE[35.2] ha de cumplirse que:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Según la EAE [35.2.1] la resistencia de cálculo al pandeo lateral de una viga no arriostrada lateralmente será:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{1,0 \cdot 1,112 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 261,3 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{200}{261,3} \leq 1 \text{ Se cumple la verificación a pandeo lateral.}$$

### Cálculo de $k_{yy}$ y $k_{zy}$ :

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

En primer lugar de debe de calcular diversas relaciones y coeficientes:

$$- \mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \text{ donde } N_{cr,y} = \frac{f_y \cdot A \cdot \lambda_1}{\lambda_y}$$

$$- \mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \text{ donde } N_{cr,z} = \frac{f_y \cdot A \cdot \lambda_1}{\lambda_z}$$

- $w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1.5$  y  $w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1.5$ .
- $n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$  donde  $N_{rk} = f_y \cdot A$
- $a_{LT} = 1 - I_T / I_y$

$\mu_y$	0,9987
$\mu_z$	0,9993
$W_y$	1,0981
$W_z$	1,5
$n_{pl}$	0,1356
$a_{LT}$	0,9954
$N_{cr,y}$	16076 KN
$N_{cr,z}$	24697 KN

Entonces hay que calcular los coeficientes  $C_{mi}$  y  $C_{mLT}$  según la tabla 35.3.b de la EAE. Dependen del valor de  $\bar{\lambda}_0$ , esbeltez adimensional para pandeo lateral debido a un momento flector uniforme.

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$$

donde  $\bar{\lambda}_{LT}$  = esbeltez para alabeo por torsión lateral y hay que obtenerla mediante la formulación explicada en el apartado 2 de este ejercicio,

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G \cdot I_t \cdot \frac{\pi^2 EI_w}{L_{et}^2} \right) = 5,1 \cdot 10^7 \text{ N}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para secciones de clase 1, 2 y 3: } \varepsilon_y = 6,197$$


$$\psi_y = -0,5.$$

$\psi_z = 1$ , porque no se tiene momento en el eje z:

$C_{mi,0}$  se calcula según la tabla A2. en este caso:

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$$

**Tabla A.2. Factores  $C_{mi,0}$  según el anejo A.**

Diagrama de momento	$C_{mi,0}$
	$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Eje y:  $C_{my,0} = 0,679$

Eje z:  $C_{mz,0} = 1,00$

Después se calculan los coeficientes  $C_{ij}$ :

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$\text{con } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$\text{con } c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$\text{con } d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 - e_{LT} \right) n_{pl} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$



$$\text{con } e_{LT} = 1,7a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

Gracias a la hoja de cálculo se obtiene:

b <sub>LT</sub>	0
c <sub>LT</sub>	0,8502
d <sub>LT</sub>	0
e <sub>LT</sub>	6,6677
C <sub>yy</sub>	1,018
C <sub>yz</sub>	0,6926
C <sub>zy</sub>	1,01294

Para secciones de clase 1:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} = 0,7734$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} = 0,3993$$

**Entonces comprobamos si se cumple:**

Con estos datos se obtiene que :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,73673 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,4487 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados.

## ANEJO 4 – EJEMPLOS GENERALES

### 4.1. Nave industrial intraslacional

Sea la nave industrial de la figura formada por pórticos de altura 6m y de luz 20m separados longitudinalmente cada 6m. Los soportes son vigas IPE 450 de acero 235 y los dinteles son vigas IPE 400 de acero S355 arriostradas completamente por la cubierta. Se supone que los soportes están empotrados en la base.

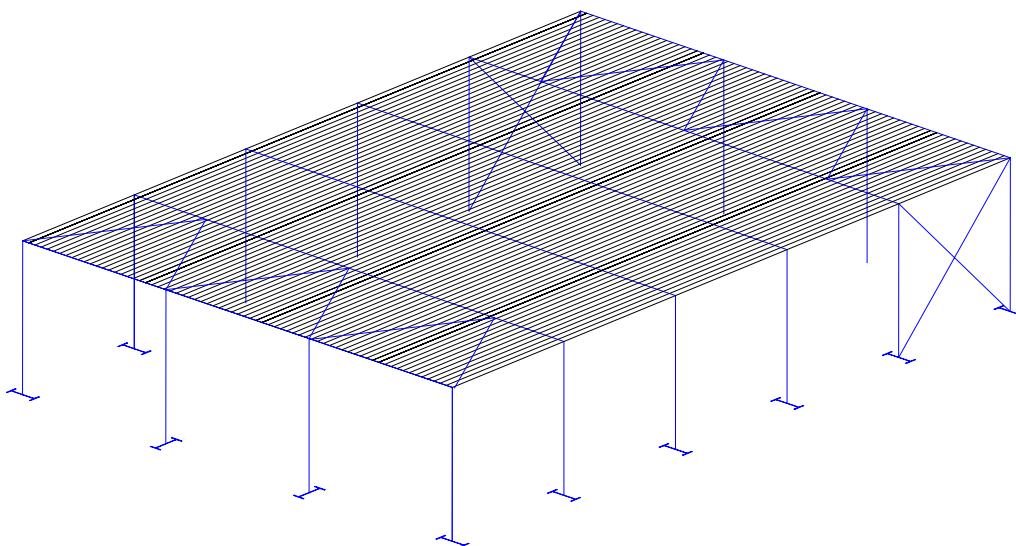


Figura 4.1.a Esquema de la nave industrial

Las cargas que pueden actuar sobre la nave industrial son:

- Cargas permanentes de cubierta (CP):  $g = 0,4 \text{ kN} / \text{m}^2$

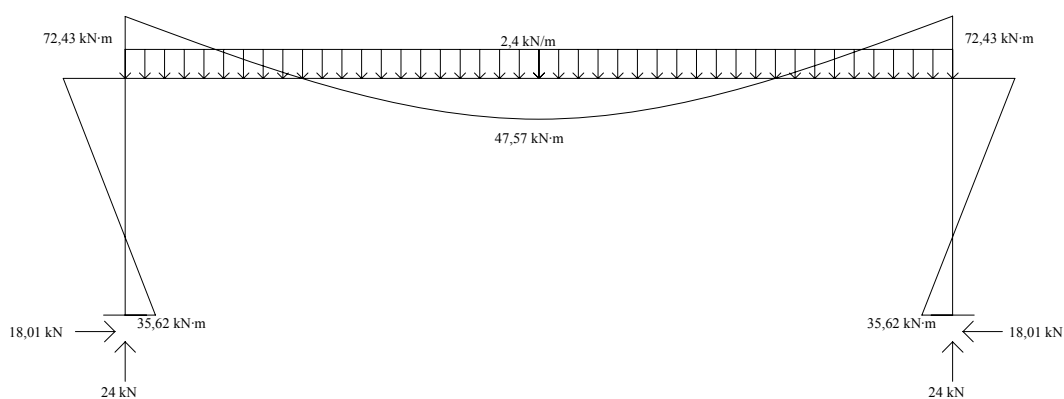


Figura 4.1.b Leyes de esfuerzos debidas a las cargas permanentes

- Sobrecarga de nieve (S):  $s = 0,8 \text{ kN} / \text{m}^2$

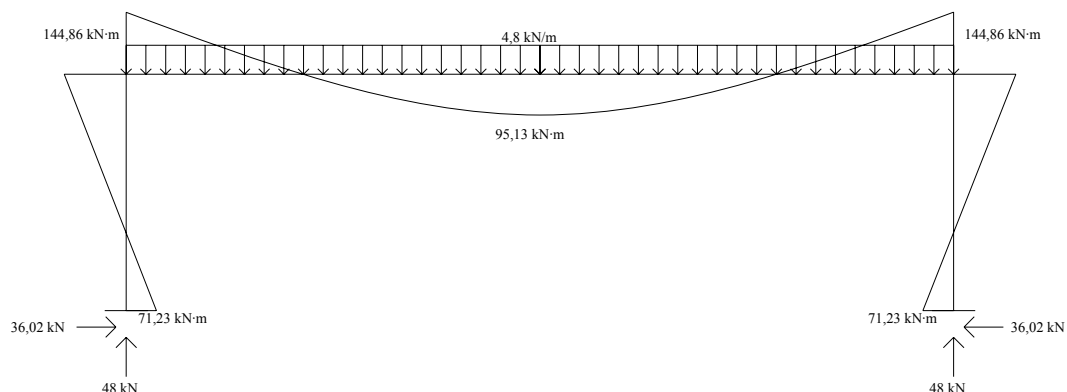


Figura 4.1.c Leyes de esfuerzos debidas a las cargas permanentes

- Sobrecarga de viento (W):

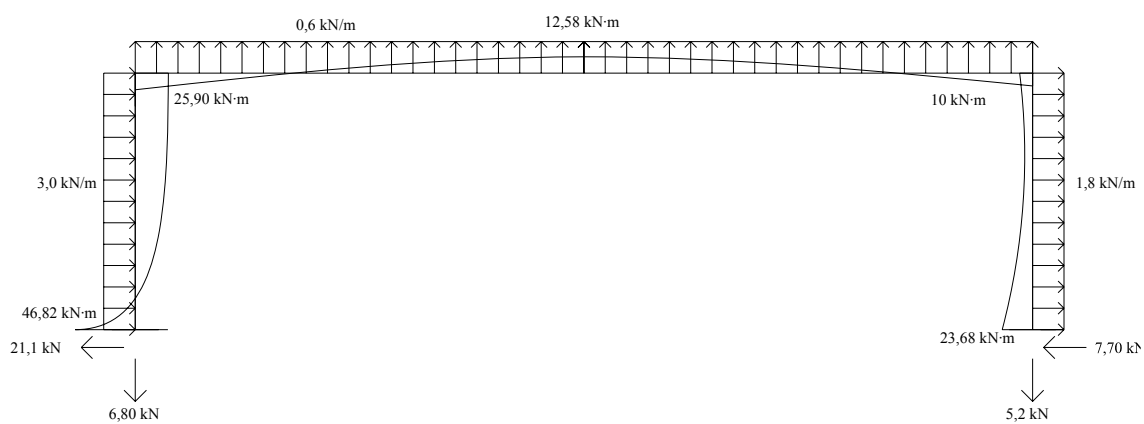


Figura 4.1.d Leyes de esfuerzos debidas a las cargas permanentes

Se quiere verificar los pórticos de la nave industrial.

**Solución.**

## ESTUDIO DEL PÓRTICO EN SENTIDO TRANSVERSAL

### I. Clasificación del pórtico como arriostrado o no arriostrado.

El pórtico transversal no dispone de ningún sistema de arriostramiento transversal, por lo que el pórtico no está arriostrado transversalmente.

En cambio, en sentido longitudinal los soportes están arriostrados en cabeza.

### II. Imperfecciones laterales globales equivalentes

En clasificarse como no arriostrado se debe de incluir en él las imperfecciones laterales globales equivalentes (EAE [22.3.1]). Para ello, se considera un defecto inicial de verticalidad estimado como:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 \quad \text{siendo:}$$

$\phi_0$  valor de base de la imperfección lateral;  $\phi_0 = 1/200$

$k_h$  coeficiente reductor para la altura  $h$  de la estructura;

$$\frac{2}{3} \leq k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816 \leq 1$$

$k_m$  coeficiente reductor para el número de alineaciones,  $m$  ( $m=2$ ), de elementos

$$\text{comprimidos. } k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{Así, } \phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = 0,816 \cdot 0,866 \cdot 1/200 = 3,53 \cdot 10^{-3}$$

El efecto de las imperfecciones laterales globales se asimila a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes (EAE [22.3.3]), proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente, y estimadas como:

$$H_{ed} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) \quad \text{siendo:}$$

$V_{1,Ed}$  Valor de las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente sobre la estructura en la cubierta.

#### a) Hipótesis de carga **1,35·CP + 1,50·S**

El valor de las cargas verticales aplicadas sobre la estructura en cubierta es  
 $V_{1,Ed} = 208,8 \text{ kN}$ .

Así, el valor de la fuerza transversal equivalente debido al efecto de las imperfecciones laterales globales es:  $H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) = 3,53 \cdot 10^{-3} \cdot 208,8 = 0,739 \text{ kN}$ .

Así, el pórtico a calcular para ver si éste es traslacional o intaslacional tiene las siguientes acciones:

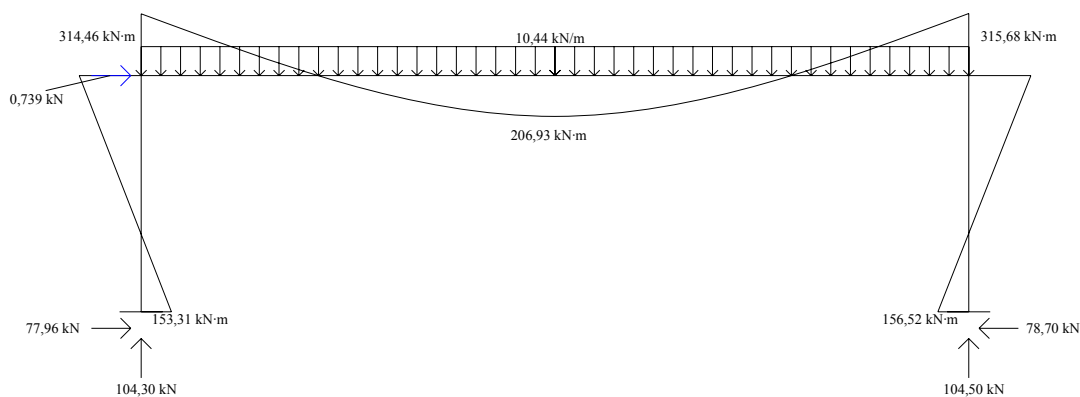


Figura 4.1.e Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot \text{CP} + 1,50 \cdot \text{S}$  considerando las imperfecciones laterales globales.

#### b) Hipótesis de carga $1,35 \cdot \text{CP} + 1,35 \cdot \text{S} + 1,35 \cdot \text{W}$

El valor de las cargas verticales aplicadas sobre la estructura en cubierta es  $V_{1,Ed} = 178,2 \text{ kN}$ .

Así, el valor de la fuerza transversal equivalente debido al efecto de las imperfecciones laterales globales es:  $H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) = 3,53 \cdot 10^{-3} \cdot 178,2 = 0,631 \text{ kN}$ .

Así, el pórtico a calcular para ver si éste es traslacional o intaslacional tiene las siguientes acciones:

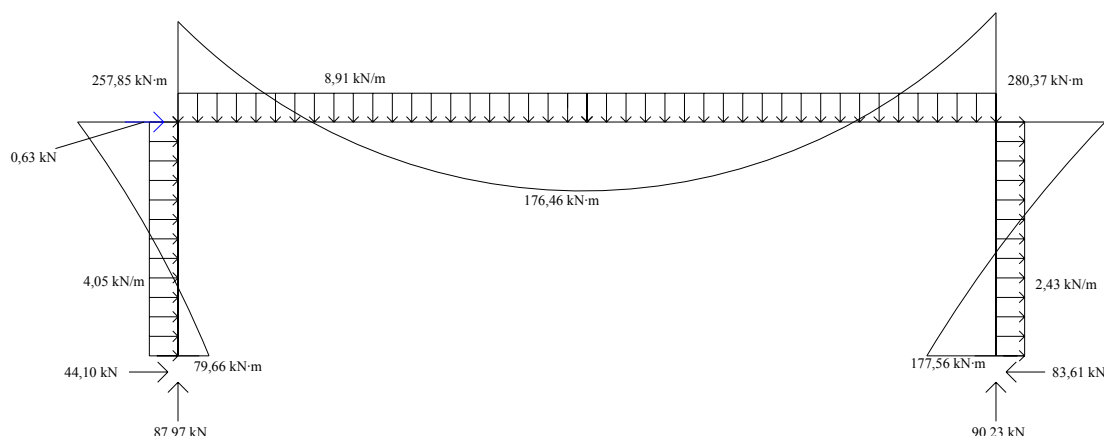


Figura 4.1.f Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$  considerando las imperfecciones laterales globales.

### III. Clasificación del pórtico como traslacional o intraslacional.

Una vez impuesto sobre el pórtico el efecto de las imperfecciones laterales globales se tiene que clasificar el pórtico entre traslacional o intraslacional, para cada hipótesis de carga. Como se especifica en EAE [23.2.1], el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación puede suponerse satisfecho si:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) \geq 10 \quad \text{siendo:}$$

$F_{H,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza horizontal total, estimada a nivel superior de cada planta, resultante de las cargas horizontales solicitantes por encima de dicho nivel e incluyendo los efectos de las imperfecciones laterales globales equivalentes.

$F_{V,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza vertical total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales solicitantes por encima de dicho nivel.

$h_p$  la altura de la planta considerada (6m)

$\delta_{H,Ed}$  desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las cargas horizontales y verticales de cálculo y de las acciones equivalentes de las imperfecciones laterales globales.

### Hipótesis de carga 1,35·CP + 1,50·S

El valor de cálculo de la fuerza horizontal total es  $F_{H,Ed} = 0,739 \text{ kN}$

El valor de cálculo de la fuerza vertical total es  $F_{V,Ed} = 208,8 \text{ kN}$

Para las cargas consideradas, el desplazamiento horizontal relativo máximo es  $\delta_{H,Ed} = 0,0006634 \text{ m}$ .

Por lo que  $\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) = \left( \frac{0,739}{208,8} \right) \left( \frac{6}{0,0006634} \right) = 32,01 \geq 10$ . Entonces, ante

está hipótesis de carga el pórtico es intraslacional. Por lo que se puede llevar a cabo un análisis en primer orden con longitudes de pandeo del modo intraslacional.

### Hipótesis de carga 1,35·CP + 1,35·S+1,35·W

El valor de cálculo de la fuerza horizontal total es  $F_{H,Ed} = 39,511 \text{ kN}$

El valor de cálculo de la fuerza vertical total es  $F_{V,Ed} = 178,2 \text{ kN}$

Para las cargas consideradas, el desplazamiento horizontal relativo máximo es  $\delta_{H,Ed} = 0,005256 \text{ m}$ .

Por lo que  $\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) = \left( \frac{39,511}{178,2} \right) \left( \frac{6}{0,005256} \right) = 245,03 \geq 10$ . Entonces, ante

está hipótesis de carga el pórtico es intraslacional. Por lo que se puede llevar a cabo un análisis en primer orden con longitudes de pandeo del modo intraslacional.

## IV. Estudio de la hipótesis de carga 1,35·CP + 1,50·S

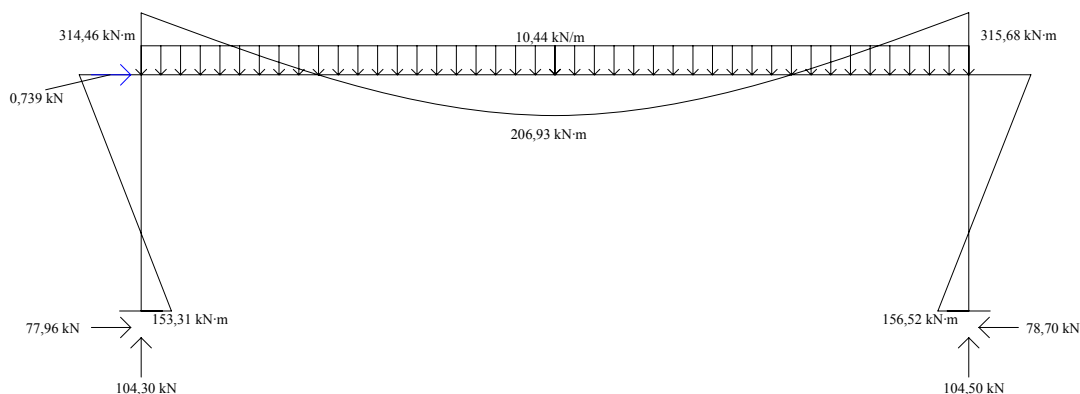


Figura 4.1.g Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga 1,35·CP+1,50·S de cálculo

**a) Soporte más solicitado:**

En primer lugar, como especifica EAE [20.3.], se clasifica la sección más solicitada haciendo uso de la tabla 20.3.a y 20.3.b de la Instrucción EAE. Para ello, se utiliza el parámetro  $\varepsilon$  que se obtiene de la siguiente expresión:

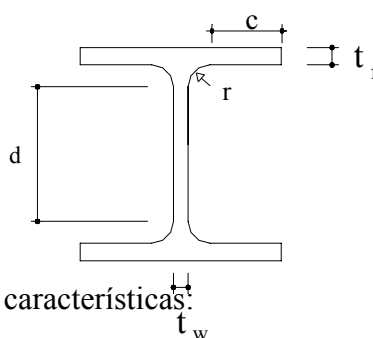
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

De la tabla 27.1.d de la EAE, para acero S235 y espesores  $t \leq 40\text{mm}$  (perfil IPE 450) resulta  $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$  y sustituyendo en la expresión anterior se obtiene  $\varepsilon = 1$ .

Para realizar la clasificación de la sección se hace uso de dos parámetros:

- alma comprimida  $d/t_w$

- ala comprimida  $c/t_f$

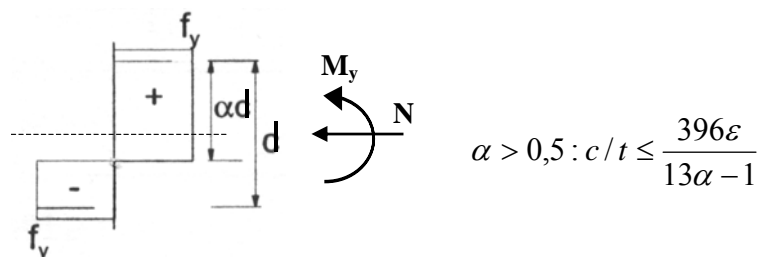


Para un perfil IPE 450 se tienen las siguientes características:

$A = 9880 \text{ mm}^2$  ;  $b = 190 \text{ mm}$ ;  $h = 450 \text{ mm}$ ;  $c = 69,3 \text{ mm}$  ;  $d = 378,8 \text{ mm}$  ;  $t_w = 9,4 \text{ mm}$  ;  $t_f = 14,6 \text{ mm}$ ;  $r = 21 \text{ mm}$

Donde:  $c = b/2 - t_w/2 - r$

El alma está comprimida y flexionada:



$$\alpha > 0,5 : c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$$

En el caso estudiado para  $d = 378,8$ ,  $N_d = 104,5 \text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 315,68 \text{ kNm}$ ,

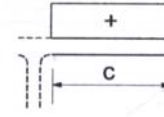
$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{378,8} \left( \frac{450}{2} + \frac{104,5 \cdot 10^3}{9,4 \cdot 235} - (14,6 + 21) \right) = 0,625$$



$$\frac{d}{t_w} = \frac{378,8}{9,4} = 40,30 \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396}{13 \cdot 0,6125 - 1} = 55,58 \quad \Rightarrow \quad \text{clase 1}$$

El ala está comprimida:

$$\frac{c}{t_f} = \frac{69,3}{14,6} = 4,75 \leq 9 \cdot \varepsilon = 9 \quad \Rightarrow \quad \text{clase 1}$$



Por lo tanto se tiene una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

#### ➤ Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 78,7 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 315,68 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 104,5 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 78,7 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 689,6 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

Donde

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{5082,44 \text{ mm}^2 \cdot (235 \text{ N/mm}^2) / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = 689,6 \text{ kN}$$

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f = 9880 - 2 \cdot 190 \cdot 14,6 + (9,4 + 2 \cdot 21) \cdot 14,6 = 5082,44 \text{ mm}^2$$

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl.Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl.Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 9880 \text{ mm}^2 \cdot 235 / 1,0 = 2322 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl.Rd} = 0,25 \cdot \frac{9880 \text{ mm}^2 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 580,5 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 435,4 \text{ mm} \cdot 9,4 \text{ mm} \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 480,9 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 104,5 \text{ kN} \leq \min \{580,5 \text{ kN}, 480,9 \text{ kN}\} = 480,9 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 315,68 \leq \frac{1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 399,95 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

### ➤ Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados

Según EAE[35.3], para elementos comprimidos y flectados, deberá verificarse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 104,5 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = 315,68 \text{ kNm}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y A = 235 \cdot 9880 = 2321,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 2321,8 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y W_{pl} = 235 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 = 399,95 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} = 399,95 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\chi_y, \chi_z \text{ donde } \chi_i = \frac{1}{\phi_i + \sqrt{\phi_i^2 - \bar{\lambda}_i^2}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

**Se determina ahora el valor de  $\chi_y$  y  $\chi_z$ . Según EAE [35.1.2]:**

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{y} \quad \chi \leq 1$$

donde:

- $\phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$
- $\alpha$  es el coeficiente de imperfección
- $\bar{\lambda} = [A \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = \frac{L_{Cr}}{i \cdot \lambda_1}$
- $\lambda$  es la esbeltez correspondiente al modo de pandeo considerado
- $\lambda_1 = \pi [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \varepsilon$
- $\varepsilon = [235 / f_y]^{1/2}$  [ $f_y$  en  $N/mm^2$ ]
- $N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado

Obtención de las esbelteces en los distintos ejes:

- Pandeo alrededor del eje y.

El pandeo en el plano del pórtico, al tratarse éste de un pórtico intraslacional empotrado en la base se tiene, según el Anejo 3 de la EAE que:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{11}} = \frac{(I/L)_c}{(I/L)_c + 0,75(I/L)_{11}} = \frac{(33746 \cdot 10^4 / 6000)}{(33746 \cdot 10^4 / 6000) + (0,75 \cdot 23131 \cdot 10^4 / 21000)} = 0,872$$

donde:

- $K_c$  es la rigidez del soporte estudiado y es igual a  $(I/L)$
- $K_{11}$  es la rigidez del dintel de un pórtico intraslacional, el cual soporta cargas directas. Por lo que  $K_{11} = 0,75 \cdot (I/L)$

$\eta_2 = 0$  por estar empotrado en la base

Así, para un pórtico intraslacional, según la Figura A3.2.a del Anejo 3 de la EAE se tiene que para  $\eta_1 = 0,872$  y  $\eta_2 = 0$  beta es aproximadamente igual a 0,663.

$$\lambda_y = \frac{\beta \cdot l_y}{i_y} = \frac{0,663 \cdot 600}{18,48} = 21,53$$

- Pandeo alrededor del eje z.

El soporte está empotrado en la base y se puede suponer apoyado en el extremo superior porque en el sentido longitudinal la nave está arriostrada tal como se muestra en el croquis. Por lo que  $\beta = 0,7$

$$\lambda_z = \frac{\beta \cdot l_z}{i_z} = \frac{0,7 \cdot 600}{4,12} = 101,94$$

Para realizar la comprobación según la EAE se tiene que determinar el parámetro de imperfección  $\alpha$  que se obtiene a partir de la tabla 35.1.2.a de la EAE. Para utilizar esta tabla es preciso conocer qué curva de pandeo aplica. Para ello, se utiliza la tabla 35.1.2.b

Se tiene un perfil laminado, con relación  $h/b = 2,4 \geq 1,2$  y con  $t_f = 14,6 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm}$ , de lo que resulta que:

pandeo sobre el eje y-y  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'a'  $\Rightarrow \alpha = 0,21$

pandeo sobre el eje z-z  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'b'  $\Rightarrow \alpha = 0,34$

Ahora, utilizando las expresiones anteriores se tiene que para el eje y-y:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1 = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_y = (\lambda_y / \lambda_1) = \frac{21,53}{93,9} = 0,229$$

$$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,229 - 0,2) + 0,229^2] = 0,529$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{0,529 + (0,529^2 - 0,229^2)^{1/2}} = 0,994 \leq 1$$

Para el eje z-z, se tiene:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1 = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_z = (\lambda_z / \lambda_1) = \frac{101,94}{93,9} = 1,086$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (1,086 - 0,2) + 1,086^2] = 1,24$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{1,24 + (1,24^2 - 1,09^2)^{1/2}} = 0,544 \leq 1$$

### Cálculo de $\chi_{LT}$ :

Para obtener el valor de  $\chi_{LT}$  para perfiles laminados según la EAE[35.2.2] se tiene:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{si} \quad \chi_{LT} \leq 1 \text{ y } \chi_{LT} \leq 1,0/\lambda_{LT}^2$$

donde

$$\begin{aligned} \phi_{LT} &= 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \\ \bar{\lambda}_{LT,0} &= 0,4 \\ \beta &= 0,75 \end{aligned}$$

El valor de  $\alpha_{LT}$  se obtiene de la tabla 35.2.2.a de la EAE. La curva de alabeo se obtiene de la tabla 35.2.2.c.

Para perfiles laminados, según estas tablas, la curva de pandeo lateral es la c y el valor del coeficiente de imperfección para esta curva de pandeo lateral  $\alpha_{LT} = 0,49$  para  $h/b > 2$ .

Según EAE [35.2.2],  $\lambda_{LT}$ :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad \text{donde, al ser una sección de clase 1,}$$

$$W_y = W_{pl,y} = 1701,9 \text{ cm}^3$$

donde

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left[ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 + \frac{(kL_c)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \right] \text{ para secciones con doble simetría y}$$

sin cargas transversales aplicadas.

donde:

$L_c$  es la longitud del elemento entre puntos que tienen impedidos el movimiento lateral y es igual a 6m.

- $I_z$  es el momento de inercia de la sección respecto del eje débil
- $I_w$  es el módulo de alabeo
- $I_t$  es el módulo de torsión
- $E = 210000 \text{ N/mm}^2$
- $G = E / 2 \cdot (1 + \nu)$  con  $\nu = 0.3 \Rightarrow G = 80800 \text{ N/mm}^2$
- $k$  coeficiente que se refiere al giro del extremo en su plano. Al tener los dos extremos que impiden el giro de la viga en su plano,  $k=0,5$ .
- $k_w$  coeficiente relacionado con el alabeo en el extremo. Se toma igual a 1,0.
- $C_1$  factor que depende del tipo de carga. Para distribución lineal de flectores con  $\psi = -\frac{156,52}{315,68} \approx -0,5$  se tiene que  $C_1 = 3,093$

Para un perfil IPE 450 de  $L=6$  m se tienen las siguientes características:

$$\begin{aligned} I_z &= 1676 \text{ cm}^4 \\ I_w &= 794246 \text{ cm}^6 \\ I_t &= 6,7 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

De este modo resulta:

$$\begin{aligned} M_{cr} &= 1919,20 \text{ kNm} \\ \bar{\lambda}_{LT} &= 0,457 \\ \phi_{LT} &= 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,488 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,488^2] = 0,667 \\ \chi_{LT} &= \frac{1}{0,667 + (0,667^2 - 0,457^2)^{0,5}} = 0,867 < 1 \end{aligned}$$

Puesto que no se tiene una distribución continua de momentos se debe de aplicar un factor corrector.

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ donde } f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2]$$

$$\text{pero } \chi_{LT,mod} \leq 1 \text{ y } \chi_{LT,mod} \leq 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2$$

donde:

$k_c$  se obtiene de la tabla 35.2.2.d., que para una distribución de momentos flectores lineal con  $\psi = -\frac{156,52}{315,68} \approx -0,5$  se tiene que

$$k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \cdot (-0,5)} = 0,669.$$

Por lo que  $f=0,8385$  y  $\chi_{LT,mod} = \frac{0,867}{0,8403} = 1,03 \Rightarrow \chi_{LT,mod} = 1,0$

Se comprueba ahora la resistencia a pandeo lateral. Según la EAE[35.2] ha de cumplirse que:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Según la EAE [35.2.1] la resistencia de cálculo al pandeo lateral de una viga no arriostrada lateralmente será:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{1,0 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 399,95 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{315,68}{399,95} \leq 1 \text{ Por lo que se cumple la verificación a pandeo lateral.}$$

### Cálculo de $k_{yy}$ y $k_{zy}$ :

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

En primer lugar de debe de calcular diversas relaciones y coeficientes:

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \text{ donde } N_{cr,y} = \frac{f_y \cdot A \cdot \lambda_1}{\lambda_y}$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \text{ donde } N_{cr,z} = \frac{f_y \cdot A \cdot \lambda_1}{\lambda_z}$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5 \text{ y } w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5.$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}} \text{ donde } N_{rk} = f_y \cdot A$$

$$a_{LT} = 1 - I_T / I_y$$

$\mu_y$	0,99998
$\mu_z$	0,9751
$w_y$	1,1348
$w_z$	1,5
$n_{pl}$	0,045
$a_{LT}$	0,998
$N_{cr,y}$	44135 KN
$N_{cr,z}$	1970 KN

Entonces hay que calcular los coeficientes  $C_{mi}$  y  $C_{mLT}$  según la tabla 35.3.b de la EAE. Dependen del valor de  $\bar{\lambda}_0$ , esbeltez adimensional para pandeo lateral debido a un momento flector uniforme.

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr,0}}} = 0,803$$

$$\text{Donde } M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left( \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_c)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 EI_z} \right)^{1/2} = 620,50 \text{ kN}$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} = 0,344$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$$

donde  $\bar{\lambda}_{LT}$  = esbeltez para alabeo por torsión lateral y hay que obtenerla mediante la formulación explicada en el apartado 2 de este ejercicio,

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G \cdot I_t \cdot \frac{\pi^2 EI_w}{L_{et}^2} \right) = 2,78 \cdot 10^6 \text{ N}$$



$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para secciones de clase 1, 2 y 3: } \varepsilon_y = 19,90$$

$$\psi_y = -0,5.$$

$\psi_z = 1$ , porque no se tiene momento en el eje z:

$C_{mi,0}$  se calcula según la tabla 35.3.b A2. y en este caso:

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$$

Eje y:  $C_{my,0} = 0,684$

Eje z:  $C_{mz,0} = 1,0128$

Entonces  $C_{my} = 0,942$ ,  $C_{mz} = 1,0128$  y  $C_{mLT} = 0,928$

Después se calculan los coeficientes  $C_{ij}$ :

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$\text{con } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$\text{con } c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$\text{con } d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 - e_{LT} \right) n_{pl} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$\text{con } e_{LT} = 1,7a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

Gracias a la hoja de cálculo se obtiene:

b <sub>LT</sub>	0
c <sub>LT</sub>	0,8435
d <sub>LT</sub>	0
e <sub>LT</sub>	0,6153
C <sub>yy</sub>	0,9944
C <sub>yz</sub>	0,5731
C <sub>zy</sub>	0,96492

Para secciones de clase 1:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} = 0,8811$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} = 0,4621$$

**Entonces se comprueba si se cumple:**

Con estos datos se obtiene que :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,741 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,447 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados.

## b) Dintel

En primer lugar, como especifica EAE [20.3.], se clasifica la sección más solicitada haciendo uso de la tabla 20.3.a y 20.3.b de la Instrucción EAE. Para ello, se utiliza el parámetro  $\varepsilon$  que se obtiene de la siguiente expresión:

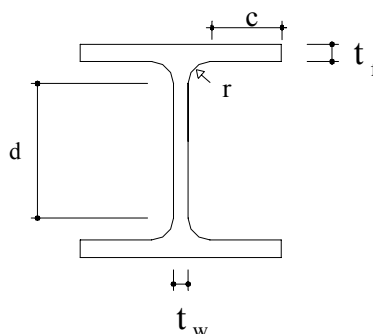
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

De la tabla 27.1.d de la EAE, para acero S355 y espesores  $t \leq 40\text{mm}$  (perfil IPE 400) resulta  $f_y = 355\text{ N/mm}^2$  y sustituyendo en la expresión anterior se obtiene  $\varepsilon = 0,81$ .

Para realizar la clasificación de la sección se hace uso de dos parámetros:

- alma comprimida  $d/t_w$

- ala comprimida  $c/t_f$

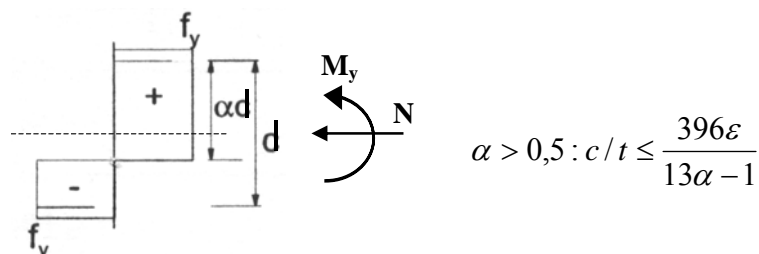


Para un perfil IPE 400 se tienen las siguientes características:

$A = 8450\text{ mm}^2$  ;  $b = 180\text{ mm}$ ;  $h = 400\text{ mm}$ ;  $c = 64,7\text{ mm}$  ;  $d = 331\text{ mm}$  ;  $t_w = 8,6\text{ mm}$  ;  $t_f = 13,5\text{ mm}$ ;  $r = 21\text{ mm}$

Donde:  $c = b/2 - t_w/2 - r$

El alma ésta comprimida y flexionada:



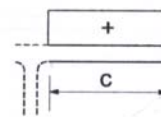
En el caso estudiado para  $d = 331\text{ mm}$ ,  $N_d = 78,7\text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 315,68\text{ kNm}$ ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{331} \left( \frac{400}{2} + \frac{78,7 \cdot 10^3}{8,6 \cdot 355} - (13,5 + 21) \right) = 0,578$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{331}{8,6} = 38,49 \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,578 - 1} = 49,24 \Rightarrow \text{clase 1}$$

El ala está comprimida:

$$\frac{c}{t_f} = \frac{64,7}{13,5} = 4,79 \leq 9 \cdot \varepsilon = 9 \Rightarrow \text{clase 1}$$



Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

➤ **Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados**

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 104,5 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 315,68 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 78,7 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 104,5 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 875,8 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

$$\text{Donde } V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{4273,1 \text{ mm}^2 \cdot (355 \text{ N/mm}^2) / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = 875,8 \text{ kN}$$

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) t_f = 8450 - 2 \cdot 180 \cdot 13,5 + (8,6 + 2 \cdot 21) \cdot 13,5 = 4273,1 \text{ mm}^2$$

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl.Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 2999,75 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl.Rd} = 0,25 \cdot \frac{8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 749,94 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 386,5 \text{ mm} \cdot 8,6 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 589,99 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 78,7 \text{ kN} \leq \min\{749,94 \text{ kN}, 589,99 \text{ kN}\} = 589,99 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 315,68 \leq \frac{1307,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 437,95 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

➤ **Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados**

Al estar el dintel totalmente arriostrado en la dirección longitudinal no puede padear ni lateralmente ni pandeo por flexión en el plano perpendicular al del pórtico. Así, solo se debe verificar que no se produce pandeo en el plano del pórtico. Por lo que se tiene que verificar que:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 78,7 \text{ kN}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y \cdot A = 355 \cdot 8450 = 2999,75 \cdot 10^3 \text{ N} = 2999,75 \text{ kN}$$

**Se determina ahora el valor de  $\chi_y$ .** Según EAE [35.1.2]:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{y} \quad \chi \leq 1$$

donde:

$$\begin{aligned} \phi &= 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \\ \alpha &\text{ es el coeficiente de imperfección} \\ \bar{\lambda} &= [A \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \lambda_1} \\ \lambda &\text{ es la esbeltez correspondiente al modo de pandeo considerado} \\ \lambda_1 &= \pi [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \varepsilon \\ \varepsilon &= [235 / f_y]^{1/2} \quad [f_y \text{ en N/mm}^2] \\ N_{cr} &\text{ es el esfuerzo axil crítico elástico para el modo de pandeo considerado} \end{aligned}$$

### Obtención de las esbelteces en los distintos ejes:

Pandeo alrededor del eje y.

El pandeo en el plano del pórtico, al tratarse éste de un pórtico intraslacional empotrado en la base se tiene, según el Anejo 3 de la EAE que:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{K_c}{K_c + K_{11} + K_{12}} = \frac{(I/L)_c}{(I/L)_c + (0,5 \cdot I/L)_{11} + (0,5 \cdot I/L)_{12}} = \\ &= \frac{(23131 \cdot 10^4 / 21000)}{(23131 \cdot 10^4 / 21000) + (0,5 \cdot 33746 \cdot 10^4 / 6000) \cdot 2} = 0,164 \end{aligned}$$

donde:

$K_c$  es la rigidez del dintel estudiado y es igual a  $(I/L)$   
 $K_{11}$  y  $K_{12}$  son las rigideces de los soportes de un pórtico intraslacional, los cuales solo tienen momentos en sus extremos. Por lo que  $K_{ii} = 0,5 \cdot (I/L)$

$\eta_2 = 0$  por estar empotrado en la base

Así, para un pórtico intraslacional, según la Figura A3.2.a del Anejo 3 de la EAE se tiene que para  $\eta_1 = 0,164$  y  $\eta_2 = 0$  beta es aproximadamente igual a 0,524.

$$\lambda_y = \frac{\beta \cdot l_y}{i_y} = \frac{0,524 \cdot 2000}{16,55} = 63,32$$

Para realizar la comprobación según la EAE se tiene que determinar el parámetro de imperfección  $\alpha$  que se obtiene a partir de la tabla 35.1.2.a de la EAE. Para utilizar esta tabla es preciso conocer qué curva de pandeo aplica. Para ello, se utiliza la tabla 35.1.2.b

Se tiene un perfil laminado, con relación  $h/b = 2,4 \geq 1,2$  y con  $t_f = 13,5 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm}$ , de lo que resulta que:

pandeo sobre el eje y-y  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'a'  $\Rightarrow \alpha = 0,21$

Ahora, utilizando las expresiones anteriores se tiene que para el eje y-y:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,81 = 76,06$$

$$\bar{\lambda}_y = (\lambda_y / \lambda_1) = \frac{63,32}{76,01} = 0,829$$

$$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,829 - 0,2) + 0,829^2] = 0,910$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{0,910 + (0,910^2 - 0,829^2)^{1/2}} = 0,7788 \leq 1$$

**Entonces se comprueba si se cumple:**

Con los datos del ejemplo se obtiene que :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} = \frac{78,7}{0,7788 \cdot 2999,75} = 0,0337 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a pandeo en el plano del pórtico.

## V. Estudio de la hipótesis de carga 1,35·CP + 1,35·S+1,35W

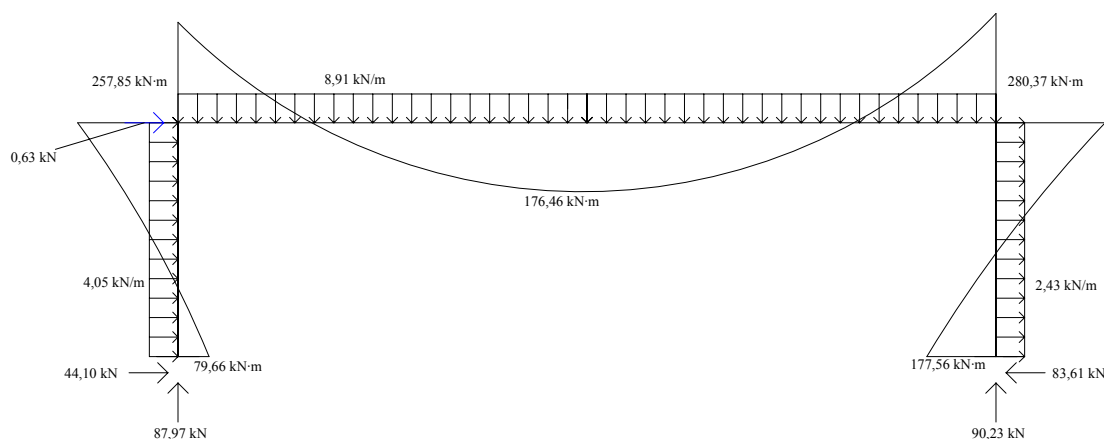
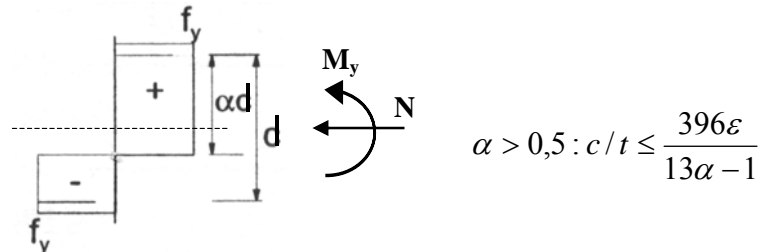


Figura 4.1.h Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$  de cálculo.

**a) Soporte más solicitado:**

Como se ha visto anteriormente el ala de la IPE 450 es Clase 1 a compresión pura. El alma ésta comprimida y flexionada:



En el caso estudiado para  $d = 378,8$ ,  $N_d = 90,23 \text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 280,37 \text{ kNm}$ ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{378,8} \left( \frac{450}{2} + \frac{90,23 \cdot 10^3}{9,4 \cdot 235} - (14,6 + 21) \right) = 0,608$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{378,8}{9,4} = 40,30 \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396}{13 \cdot 0,608 - 1} = 57,36 \quad \Rightarrow \quad \text{clase 1}$$

Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

➤ **Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados**

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 69,03 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 280,37 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axial  $N_{Ed} = 90,23 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axial.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 69,03 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 689,6 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].



Donde

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{5082,44 \text{ mm}^2 \cdot (235 \text{ N/mm}^2) / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = 689,6 \text{ kN}$$

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) t_f = 9880 - 2 \cdot 190 \cdot 14,6 + (9,4 + 2 \cdot 21) \cdot 14,6 = 5082,44 \text{ mm}^2$$

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 9880 \text{ mm}^2 \cdot 235 / 1,0 = 2322 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \frac{9880 \text{ mm}^2 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 580,5 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 435,4 \text{ mm} \cdot 9,4 \text{ mm} \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 480,9 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 90,23 \text{ kN} \leq \min \{580,5 \text{ kN}, 480,9 \text{ kN}\} = 480,9 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axil sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 280,37 \leq \frac{1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 399,95 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

➤ **Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados**

Según EAE[35.3], para elementos comprimidos y flectados, deberá verificarse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 90,23 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = 280,37 \text{ kNm}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y A = 235 \cdot 9880 = 2321,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 2321,8 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y W_{pl} = 235 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 = 399,95 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 399,95 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como se ha visto anteriormente:

$$\chi_y = 0,994 \leq 1$$

$$\chi_z = 0,544 \leq 1$$

$$\chi_{LT} = 0,867 < 1$$

Con  $C_1$  factor que depende del tipo de carga. Si se considera distribución lineal, uno se queda del lado de la seguridad. Así para  $\psi = -\frac{177,56}{280,37} \approx -0,63$  y  $k=0,5$  se tiene que  $C_1 = 3,093$ .

Puesto que no se tiene una distribución continua de momentos se debe de aplicar un factor corrector.  $\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$

$k_c$  se obtiene de la tabla 35.2.2.d., que para una distribución de momentos flectores lineal con  $\psi = -\frac{177,56}{280,37} \approx -0,63$  se tiene que

$$k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \cdot (-0,63)} = 0,650.$$

Por lo que  $f=0,831$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,867}{0,831} = 1,043 \Rightarrow \chi_{LT,mod} = 1,0$$

Se comprueba ahora la resistencia a pandeo lateral. Según la EAE[35.2] ha de cumplirse que:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Según la EAE [35.2.1] la resistencia de cálculo al pandeo lateral de una viga no arriostrada lateralmente será:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{1,0 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 235 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 399,95 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{280,37}{399,95} \leq 1 \text{ Por lo que se cumple la verificación a pandeo lateral.}$$

### Cálculo de $k_{yy}$ y $k_{zy}$ :

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

$\mu_y$	0,99998
$\mu_z$	0,9786
$w_y$	1,1348
$w_z$	1,5
$n_{pl}$	0,0389
$a_{LT}$	0,998
$N_{cr,y}$	44136 KN
$N_{cr,z}$	1970 KN

Entonces hay que calcular los coeficientes  $C_{mi}$  y  $C_{mLT}$  según la tabla 35.3.b de la EAE. Dependen del valor de  $\bar{\lambda}_0$ , esbeltez adimensional para pandeo lateral debido a un momento flector uniforme.

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr,0}}} = 0,803$$

$$\text{Donde } M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left( \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_c)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 EI_z} \right)^{1/2} = 620,50 \text{ kN}$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} = 0,345$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$$

donde  $\bar{\lambda}_{LT}$  = esbeltez para alabeo por torsión lateral y hay que obtenerla mediante la formulación explicada en el apartado 2 de este ejercicio,

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G \cdot I_t \cdot \frac{\pi^2 EI_w}{L_{et}^2} \right) = 2,78 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para secciones de clase 1, 2 y 3: } \varepsilon_y = 20,47$$

$C_{mi,0}$  se calcula según la tabla 35.3.b A2. y en este caso, aproximando a una distribución lineal de momentos flectores:

Eje y:  $C_{my,0} = 0,657$

Eje z:  $C_{mz,0} = 1,011$

Entonces  $C_{my} = 0,938$ ,  $C_{mz} = 1,011$  y  $C_{mLT} = 0,913$

Después se calculan los coeficientes  $C_{ij}$ :

b <sub>LT</sub>	0
c <sub>LT</sub>	0,7526
d <sub>LT</sub>	0
e <sub>LT</sub>	0,5489
C <sub>yy</sub>	0,9953
C <sub>yz</sub>	0,6194
C <sub>zy</sub>	0,9701

Para secciones de clase 1:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} = 0,8625$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} = 0,4519$$

Entonces se comprueba si se cumple:

Con estos datos se obtiene que :

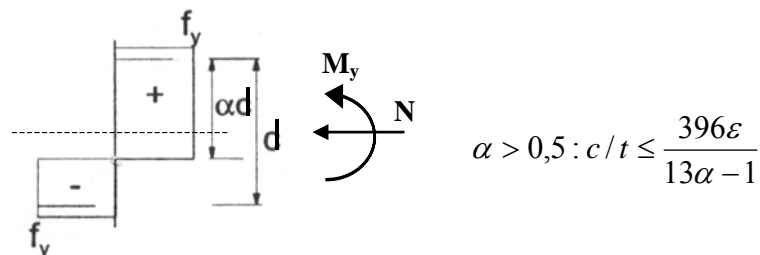
$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,6438 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,3883 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados.

#### a) Dintel

Como se ha visto anteriormente el ala de la IPE 450 es Clase 1 a compresión pura. El alma ésta comprimida y flexionada:



En el caso estudiado para  $d = 331$  mm,  $N_d = 69,032$  kN y  $M_{y,d} = 280,37$  kNm ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{331} \left( \frac{400}{2} + \frac{69,032 \cdot 10^3}{8,6 \cdot 355} - (13,5 + 21) \right) = 0,568$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{331}{8,6} = 38,49 \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,568 - 1} = 50,24 \Rightarrow \text{clase 1}$$

Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

➤ **Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados**

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 90,23 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 280,37 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 69,03 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 90,23 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 875,8 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiles si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 69,03 \text{ kN} \leq \min \{ 749,94 \text{ kN}, 589,99 \text{ kN} \} = 589,99 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axil sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 280,37 \leq \frac{1307,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 437,95 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

➤ **Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados**

Al estar el dintel totalmente arriostrado en la dirección longitudinal no puede padear ni lateralmente ni pandeo por flexión en el plano perpendicular al del pórtico. Así, solo se debe verificar que no se produce pandeo en el plano del pórtico. Por lo que se tiene que verificar que:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 69,03 \text{ kN}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y A = 355 \cdot 8450 = 2999,75 \cdot 10^3 \text{ N} = 2999,75 \text{ kN}$$

**Se determina ahora el valor de  $\chi_y$ .** Según EAE [35.1.2]:

El valor de  $\chi_y$  como ya se ha visto anteriormente es de 0,7788.

**Entonces se comprueba si se cumple:**

Con los datos del ejemplo se obtiene que :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} = \frac{69,03}{0,7788 \cdot 2999,75} = 0,030 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a pandeo en el plano del pórtico.

## ESTUDIO DEL PÓRTICO DE ARRIOSTRADO

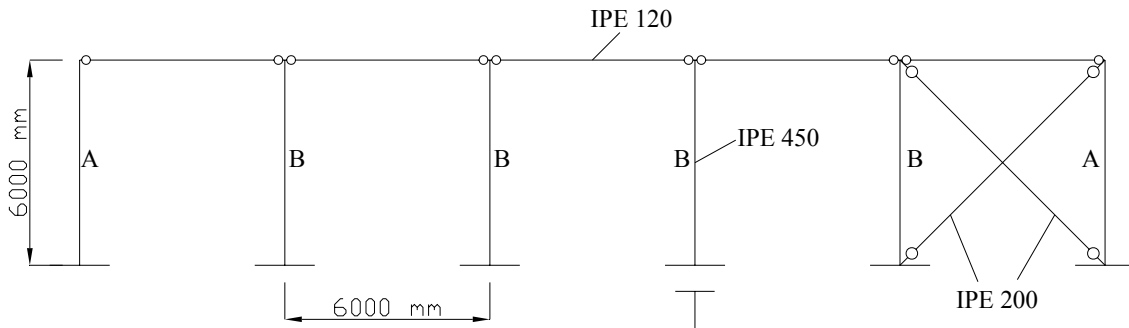


Figura 4.1.i. Esquema de la nave en sentido longitudinal

### VI. Clasificación del pórtico como arriostrado o no arriostrado.

El pórtico de arriostrado es un pórtico no arriostrado por ningún sistema

### VII. Imperfecciones laterales globales equivalentes

En clasificarse como no arriostrado se debe de incluir en él las imperfecciones laterales globales equivalentes (EAE [22.3.1]). Para ello, se considera un defecto inicial de verticalidad estimado como:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 \quad \text{siendo:}$$

$\phi_0$  valor de base de la imperfección lateral;  $\phi_0 = 1/200$

$k_h$  coeficiente reductor para la altura h de la estructura;

$$\frac{2}{3} \leq k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816 \leq 1$$

$k_m$  coeficiente reductor para el número de alineaciones, m (m=2), de elementos

$$\text{comprimidos. } k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{Así, } \phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = 0,816 \cdot 0,866 \cdot 1/200 = 3,53 \cdot 10^{-3}$$

El efecto de las imperfecciones laterales globales se asimila a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes (EAE [22.3.3]), proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente, y estimadas como:



$$H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) \text{ siendo:}$$

$V_{1,Ed}$  Valor de las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente sobre la estructura.

Se estudian ahora la hipótesis de carga que combinan peso propio, más sobrecarga de nieve y sobrecarga de viento actuando longitudinalmente sobre el pórtico extremo no arriostrado. En las otras hipótesis de carga se procedería de igual forma.

**c) Hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$**

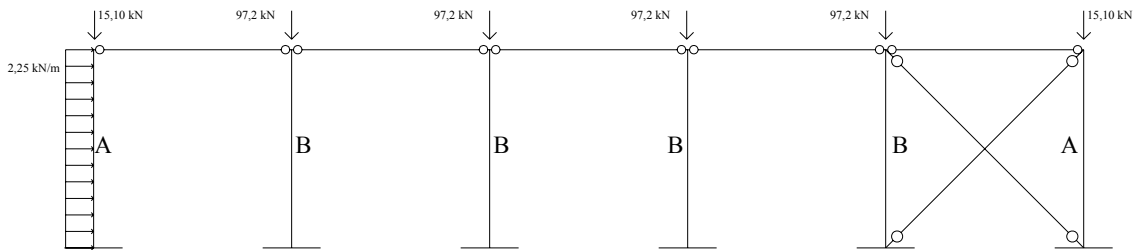


Figura 4.1.j Cargas actuando en la hipótesis de carga considerada

Las cargas verticales actuando sobre los soportes son los esfuerzos axiales que actúan sobre éstos mismos soportes si se estudian estos como parte del pórtico transversal del que forman parte.

Así, en los soportes tipo A:

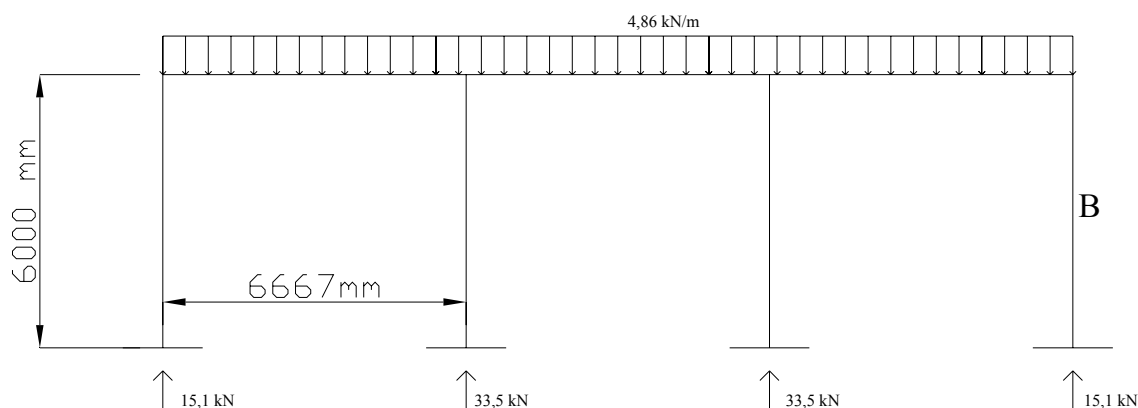


Figura 4.1.k Cargas actuando en el pórtico A

Por lo que la carga vertical actuando sobre los soportes A es de  $15,10 \text{ kN}$ .

En los soportes tipo B:

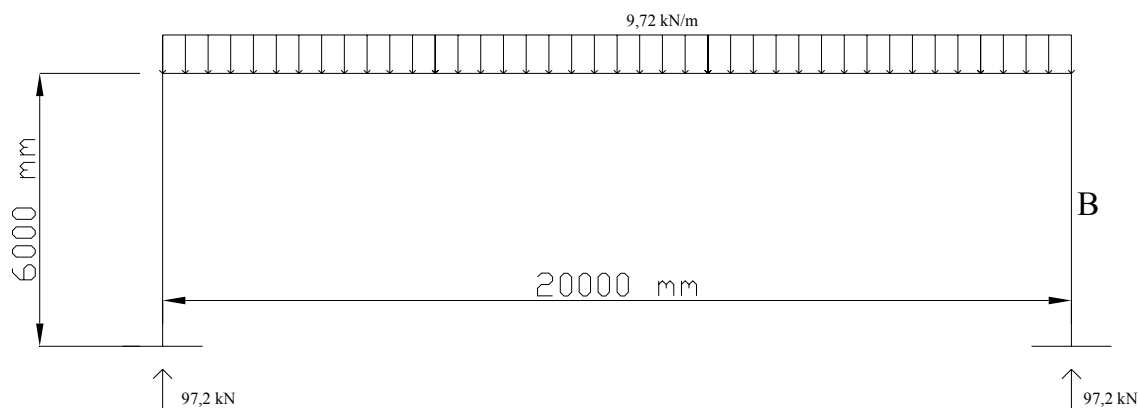


Figura 4.1.l Cargas actuando en el pórtico A

Por lo que la carga vertical actuando sobre los soportes A es de  $97,2 \text{ kN}$ .

La carga vertical actuando sobre el soporte tipo A se obtiene del axil actuando sobre éste soporte

El sistema de arriostramiento se debe de comprobar para hacer frente a:

- a) Los efectos de las imperfecciones establecidas en el Artículo 22° de la EAE, tanto del propio sistema de arriostramiento como para las estructuras a las que arriostra.
- b) Todas las fuerzas horizontales que pudieran solicitar a las estructuras que arriostra.
- c) Todas las fuerzas horizontales y verticales que actúan directamente sobre el propio sistema de arriostramiento.

a.1) Imperfecciones del propio sistema de arriostramiento.

Las cargas verticales que actúan sobre el sistema de arriostrado, tal i como se ha visto, son:

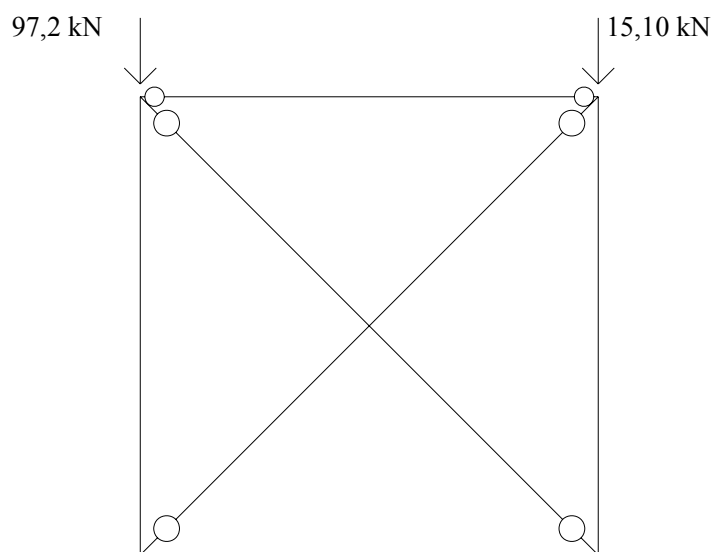


Figura 4.1.m Cargas verticales sobre el sistema de arriostrado

El valor de las cargas verticales aplicadas sobre el sistema de arriostrado es

$$V_{1,Ed} = 112,3 \text{ kN} .$$

Entonces la fuerza transversal equivalente a las imperfecciones laterales globales del sistema de arriostrado es:  $H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) = 3,53 \cdot 10^{-3} \cdot 112,3 = 0,3964 \text{ kN} \approx 0,40 \text{ kN}$

a.2) Imperfecciones de los sistemas arriostrados.

Según el esquema estructural, el pórtico de arriostrado arriostra los soportes de los pórticos transversales. Tal i como se ha dicho, el pórtico de arriostrado debe de ser dimensionado para resistir las imperfecciones de éstos. Al tratarse de soportes intraslacionales, gracias al arriostrado, solo se debe de tener en cuenta las imperfecciones globales que actúan sobre estos.

Así, el defecto inicial de verticalidad puede ser estimado como:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 \quad \text{siendo:}$$

$\phi_0$  valor de base de la imperfección lateral;  $\phi_0 = 1/200$   
 $k_h$  coeficiente reductor para la altura  $h$  de la estructura;  
 $\frac{2}{3} \leq k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816 \leq 1$

$k_m$  coeficiente reductor para el número de alineaciones,  $m$  ( $m=2$ ), de elementos comprimidos.  $k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{1}\right)} = 1$

Así,  $\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = 0,816 \cdot 1 \cdot 1/200 = 4,08 \cdot 10^{-3}$

Por lo que el sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes actuando sobre:

El soporte tipo A es  $H_{td,A} = \phi \cdot (V_{A,Ed}) = 4,08 \cdot 10^{-3} \cdot 15,103 = 0,0616 \text{ kN}$

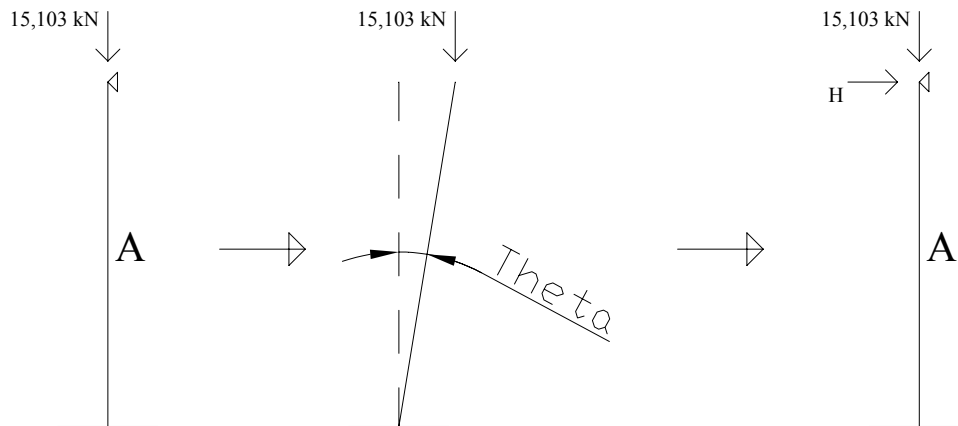


Figura 4.1.n Imperfecciones laterales globales en el soporte del pórtico transversal extremo

Los soportes tipo B es  $H_{td,B} = \phi \cdot (V_{B,Ed}) = 4,08 \cdot 10^{-3} \cdot 97,2 = 0,3966 \text{ kN}$

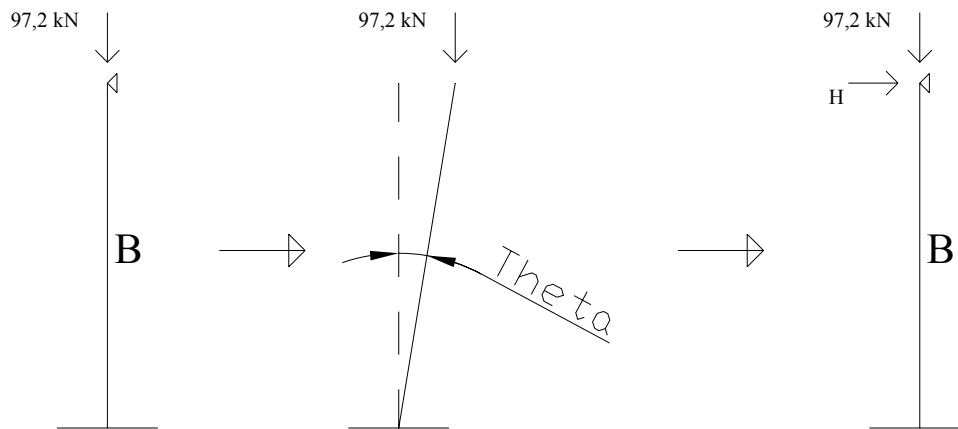


Figura 4.1.o Imperfecciones laterales globales en los soportes de los pórtico transversal intermedios

Entonces, el sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes (EAE [22.3.3]), que tendrá que resistir el sistema de arriostramiento será la suma de cada una de las fuerzas transversales equivalentes que actúan sobre cada soporte que éste arriostra. :

$$H_{id,T} = H_{id,A} + 3 \cdot H_{id,B} = 0,0616 + 3 \cdot 0,3966 \approx 1,25 \text{ kN}$$

- b) Las fuerzas horizontales que solicitan a las estructuras arriostradas que deben ser resistidas por el sistema de arriostramiento son, en la hipótesis de carga considerada, las fuerzas horizontales de viento que actúan en el pórtico extremo, tal i como se muestra en la figura.

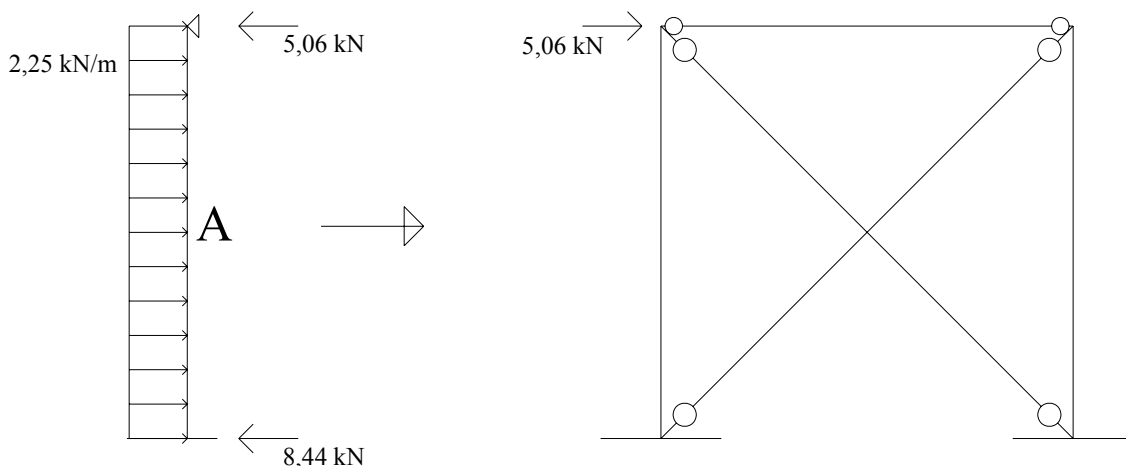


Figura 4.1.p Fuerzas horizontales actuantes en los sistemas arriostrados que debe de resistir el sistema de arriostramiento

Entonces la fuerza horizontal que actúa en el pórtico de arriostrado debida a las fuerzas actuantes en los sistemas que arriostra es:  $H_v = 5,06 \text{ kN}$

- c) Las fuerzas horizontales y verticales que actúan directamente sobre el propio sistema de arriostramiento, en la hipótesis de carga considerada, son las que se muestran en la figura:

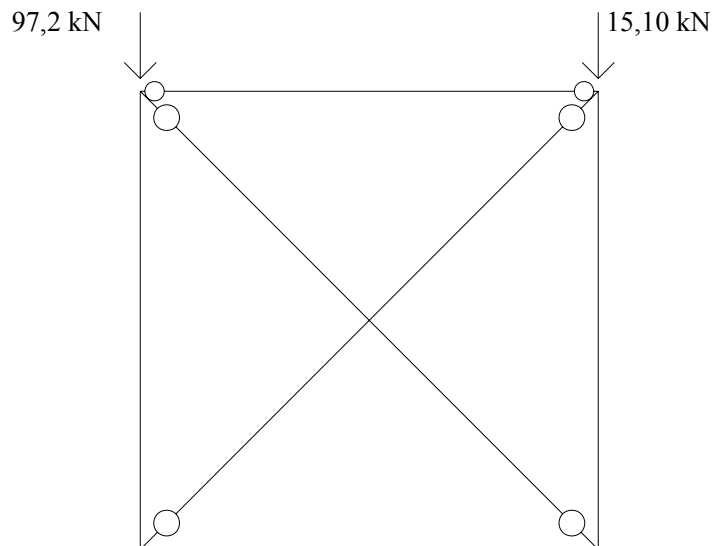


Figura 4.1.q Fuerzas horizontales y verticales actuando directamente sobre el sistema de arriostramiento.

Así, el pórtico de arriostramiento a calcular para ver si éste es traslacional o intaslacional tiene las siguientes acciones:

$$H_T = H_V + H_{id,T} + H_{id} = 5,06 + 1,25 + 0,40 = 6,71 \text{ kN}$$

$$V_A = 15,10 \text{ kN}$$

$$V_B = 97,20 \text{ kN}$$

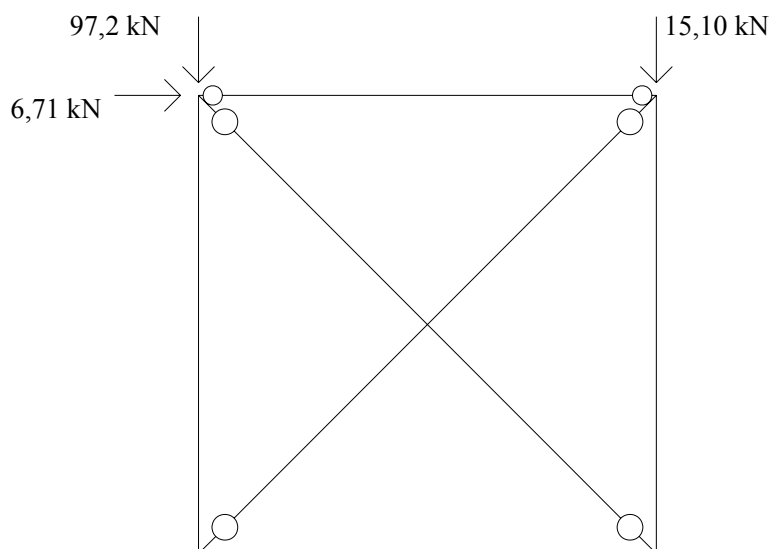


Figura 4.1.r Acciones actuando en el pórtico de arriostramiento para clasificarlo como traslacional o intraslacional

### VIII. Clasificación del pórtico como traslacional o intraslacional.

Una vez impuesto sobre el pórtico de arriostrado todas las acciones que debe de resistir se tiene que clasificar el pórtico entre traslacional o intraslacional, para cada hipótesis de carga. Como se especifica en EAE [23.2.1], el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación puede suponerse satisfecho si:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) \geq 10 \quad \text{siendo:}$$

$F_{H,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza horizontal total, estimada a nivel superior de cada planta, resultante de las cargas horizontales solicitantes por encima de dicho nivel e incluyendo los efectos de las imperfecciones laterales globales equivalentes.

$F_{V,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza vertical total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales solicitantes por encima de dicho nivel.

$h_p$  la altura de la planta considerada (6m)

$\delta_{H,Ed}$  desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las cargas horizontales y verticales de cálculo y de las acciones equivalentes de las imperfecciones laterales globales.

En la hipótesis de carga considerada

El valor de cálculo de la fuerza horizontal total es  $F_{H,Ed} = 6,71 kN$

El valor de cálculo de la fuerza vertical total es  $F_{V,Ed} = 112,3 kN$

Para las cargas consideradas, el desplazamiento horizontal relativo máximo es prácticamente nulo  $\delta_{H,Ed} \approx 0 m$ .

Por lo que  $\alpha_{cr} \geq 10$ . Entonces, ante esta hipótesis de carga el pórtico es intraslacional. Por lo que se puede llevar a cabo un análisis en primer orden con longitudes de pandeo del modo intraslacional del pórtico de arriostrado de la figura ¿?????.

Ahora se deberían de comprobar tanto la resistencia seccional como la inestabilidad de cada uno de los elementos que componen el pórtico de arriostrado de la misma forma que se ha hecho anteriormente. Al no contener aspectos novedosos para el lector, no se realizará tal comprobación.

Cabe recordar que transversalmente los soportes están solicitados por momentos flectores y que éstos deben de tenerse en cuenta a la hora de comprobar los soportes.



## 4.2. Nave industrial traslacional

Sea el pórtico de la figura, el pórtico transversal de una nave industrial la nave industrial de la figura formada por pórticos de altura 6m y de luz **20m** separados longitudinalmente cada 9m. Los soportes son vigas IPE 450 de acero S355 y los dinteles son vigas IPE 400 de acero S355 arriostradas completamente por la cubierta. Se supone que los soportes están empotrados en la base.

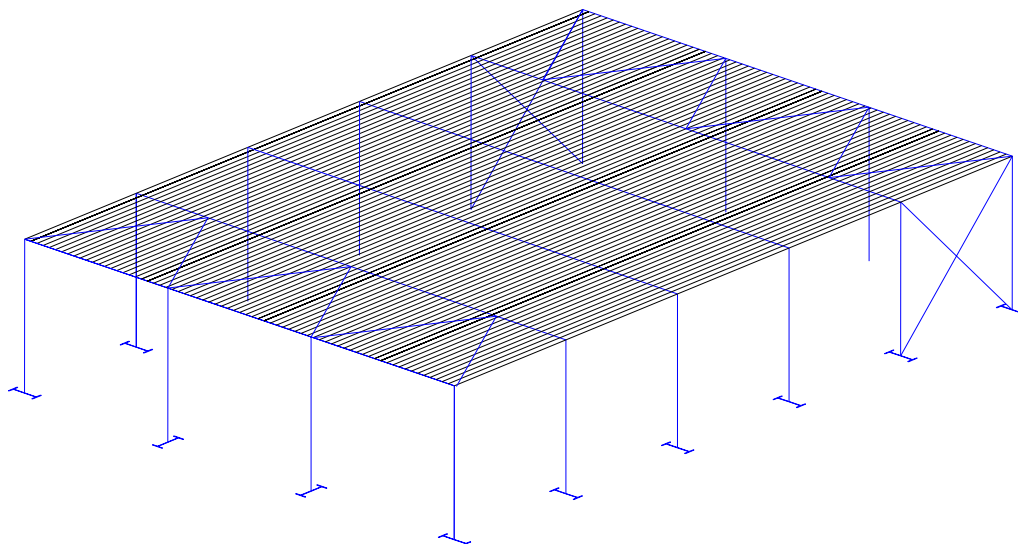


Figura 4.2.a Esquema de la nave industrial

Las cargas que pueden actuar sobre la nave industrial son:

- Cargas permanentes de cubierta (CP):  $g = 0,4 \text{ kN} / \text{m}^2$

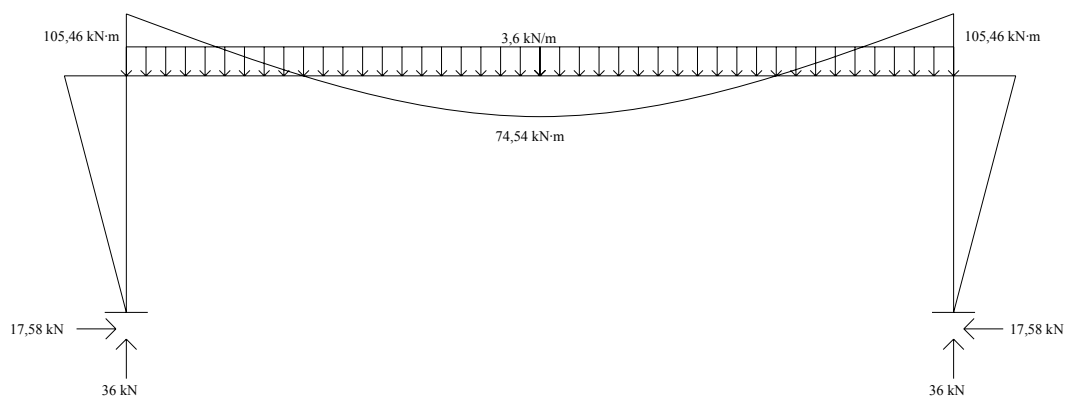


Figura 4.2.b Leyes de esfuerzos debidas a las cargas permanentes

- Sobrecarga de nieve (S):  $s = 0,8 \text{ kN} / \text{m}^2$

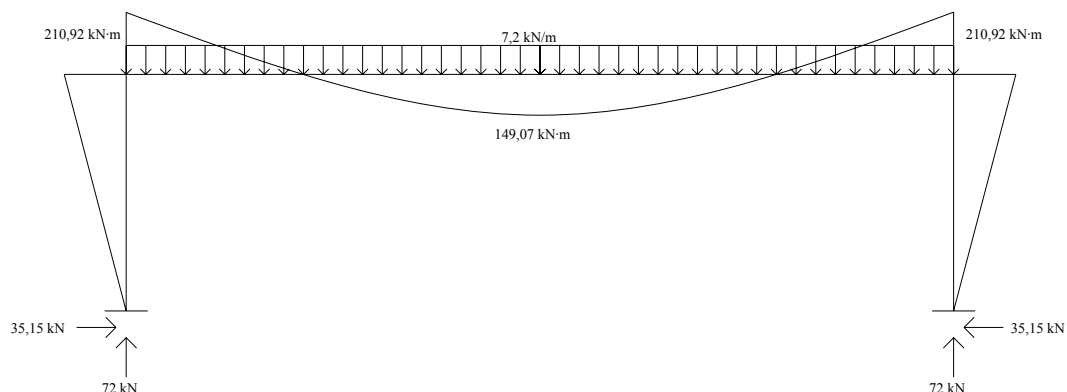


Figura 4.2.c Leyes de esfuerzos debidas a las cargas permanentes

- Sobrecarga de viento (W):

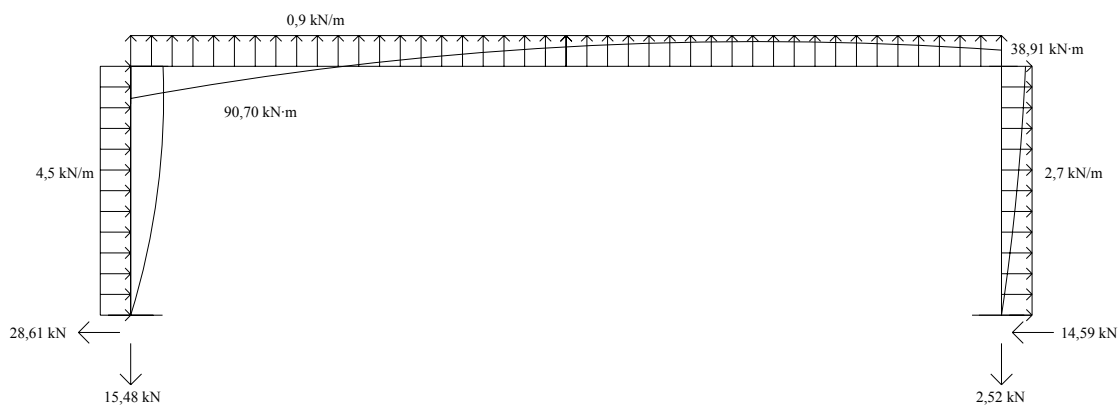


Figura 4.2.d Leyes de esfuerzos debidas a las cargas permanentes

Se quiere verificar el pórtico transversal tipo de la nave industrial.

**Solución.**

**ESTUDIO DEL PÓRTICO EN SENTIDO TRANSVERSAL**

**I. Clasificación del pórtico como arriostrado o no arriostrado.**

El pórtico transversal no dispone de ningún sistema de arriostramiento transversal, por lo que el pórtico no está arriostrado transversalmente.

En cambio, en sentido longitudinal los soportes están arriostrados en cabeza.

**II. Imperfecciones laterales globales equivalentes**

En clasificarse como no arriostrado se debe de incluir en él las imperfecciones laterales globales equivalentes (EAE [22.3.1]). Para ello, se considera un defecto inicial de verticalidad estimado como:

$$\phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 \quad \text{siendo:}$$

$\phi_0$  valor de base de la imperfección lateral;  $\phi_0 = 1/200$

$k_h$  coeficiente reductor para la altura  $h$  de la estructura;

$$\frac{2}{3} \leq k_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816 \leq 1$$

$k_m$  coeficiente reductor para el número de alineaciones,  $m$  ( $m=2$ ), de elementos

$$\text{comprimidos. } k_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0,866$$

$$\text{Así, } \phi = k_h \cdot k_m \cdot \phi_0 = 0,816 \cdot 0,866 \cdot 1/200 = 3,53 \cdot 10^{-3}$$

El efecto de las imperfecciones laterales globales se asimila a un sistema de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes (EAE [22.3.3]), proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente, y estimadas como:

$$H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) \quad \text{siendo:}$$

$V_{1,Ed}$  Valor de las cargas verticales aplicadas en la hipótesis de carga correspondiente sobre la estructura en la cubierta.

**d) Hipótesis de carga 1,35·CP + 1,50·S**

El valor de las cargas verticales aplicadas sobre la estructura en cubierta es  $V_{1,Ed} = 313,2 \text{ kN}$ .

Así, el valor de la fuerza transversal equivalente debido al efecto de las imperfecciones laterales globales es:  $H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) = 3,53 \cdot 10^{-3} \cdot 313,2 = 1,106 \text{ kN}$ .

Así, el pórtico a calcular para ver si éste es traslacional o intaslacional tiene las siguientes acciones:

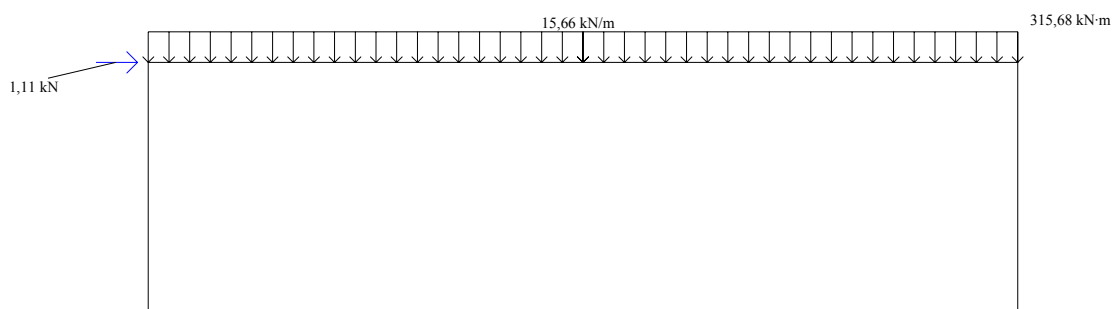


Figura 4.2.e Acciones actuando sobre el pórtico en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,50 \cdot S$  para valorar si éste es traslacional o intraslacional

### e) Hipótesis de carga $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$

El valor de las cargas verticales aplicadas sobre la estructura en cubierta es  $V_{1,Ed} = 267,3 \text{ kN}$ .

Así, el valor de la fuerza transversal equivalente debido al efecto de las imperfecciones laterales globales es:  $H_{td} = \phi \cdot (V_{1,Ed}) = 3,53 \cdot 10^{-3} \cdot 267,3 = 0,944 \text{ kN}$ .

Así, el pórtico a calcular para ver si éste es traslacional o intaslacional tiene las siguientes acciones:

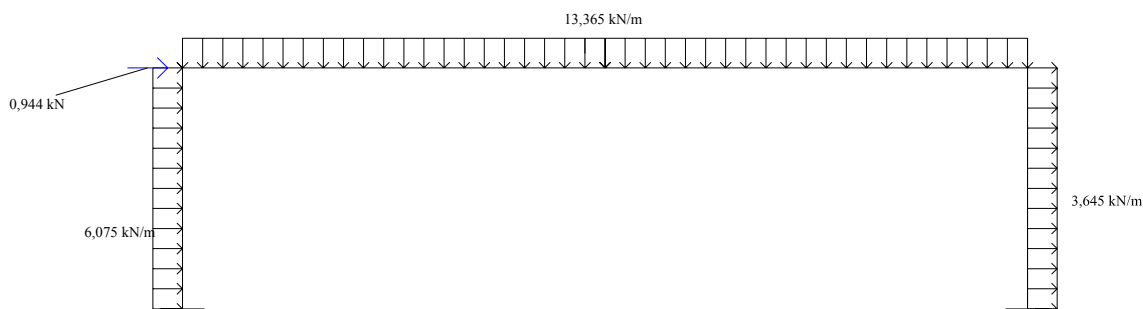


Figura 4.2.f Acciones actuando sobre el pórtico en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$  para valorar si éste es traslacional o intraslacional

### III. Clasificación del pórtico como traslacional o intaslacional.

Una vez impuesto sobre el pórtico el efecto de las imperfecciones laterales globales se tiene que clasificar el pórtico entre traslacional o intraslacional, para cada hipótesis de carga. Como se especifica en EAE [23.2.1], el criterio de intraslacionalidad en estructuras convencionales de edificación puede suponerse satisfecho si:

$$\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) \geq 10 \quad \text{siendo:}$$

$F_{H,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza horizontal total, estimada a nivel superior de cada planta, resultante de las cargas horizontales solicitantes por encima de dicho nivel e incluyendo los efectos de las imperfecciones laterales globales equivalentes.

$F_{V,Ed}$  el valor de cálculo de la fuerza vertical total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de las cargas verticales solicitantes por encima de dicho nivel.

$h_p$  la altura de la planta considerada (6m)

$\delta_{H,Ed}$  desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta considerada, bajo la acción de las cargas horizontales y verticales de cálculo y de las acciones equivalentes de las imperfecciones laterales globales.

### Hipótesis de carga 1,35·CP + 1,50·S

El valor de cálculo de la fuerza horizontal total es  $F_{H,Ed} = 1,11 kN$

El valor de cálculo de la fuerza vertical total es  $F_{V,Ed} = 313,2 kN$

Para las cargas consideradas, el desplazamiento horizontal relativo máximo es  $\delta_{H,Ed} = 0,00237 m$ .

Por lo que  $\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) = \left( \frac{1,11}{313,2} \right) \left( \frac{6}{0,00237} \right) = 8,97 < 10$ . Entonces, ante esta

hipótesis de carga el pórtico es traslacional. Además, como que  $\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} = 2,36$ ,

ya que las esbelteces adimensionales (considerando el soporte como biarticulado) de pandeo alrededor del eje y o z son  $\bar{\lambda}_y = 0,425$  y  $\bar{\lambda}_z = 1,906$  respectivamente, y el extremo superior del soporte es una unión semi-rígida. Por lo que no es necesario considerar las imperfecciones locales propias de los elementos comprimidos.

Además, al tratarse de un pórtico de edificación de una sola planta con  $3 \leq \alpha_{cr} < 10$  se puede realizar un análisis elástico en primer orden de estructuras traslacionales (EAE [24.2]). Este método considera la longitud de pandeo del modo intraslacional y amplifica los efectos debidos estrictamente a la deformación lateral, por el factor:  $(1/(1-1/\alpha_{cr}))$ , es decir los estados de carga antimétricos. Por lo que se multiplica la

fuerza transversal equivalente debida al efecto de las imperfecciones laterales globales,  $H_{td} = 1,106 kN$ , por el factor  $\frac{1}{1-1/\alpha_{cr}} = 1,125$ . Así,  $H_{td,mod} = 1,25 kN$  y el

pórtico a verificar es:

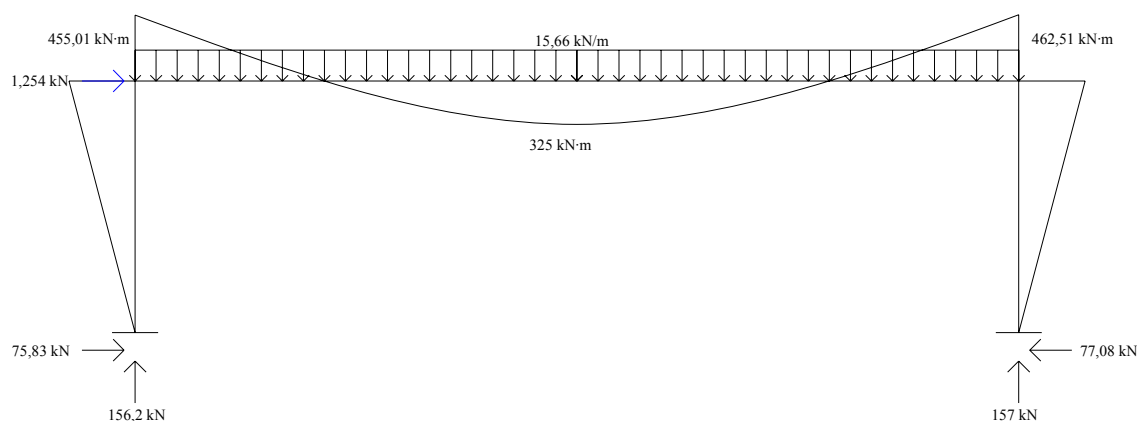


Figura 4.2.g Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot S$  de cálculo

### Hipótesis de carga $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$

El valor de cálculo de la fuerza horizontal total es  $F_{H,Ed} = 59,26 \text{ kN}$

El valor de cálculo de la fuerza vertical total es  $F_{V,Ed} = 267,3 \text{ kN}$

Para las cargas consideradas, el desplazamiento horizontal relativo máximo es  $\delta_{H,Ed} = 0,005659 \text{ m}$ .

Por lo que  $\alpha_{cr} = \left( \frac{F_{H,Ed}}{F_{V,Ed}} \right) \left( \frac{h_p}{\delta_{H,Ed}} \right) = \left( \frac{59,26}{267,3} \right) \left( \frac{6}{0,005659} \right) = 23,51 \geq 10$ . Entonces, ante

está hipótesis de carga el pórtico es intraslacional. Por lo que se puede llevar a cabo un análisis en primer orden con longitudes de pandeo del modo intraslacional.

### IV. Estudio de la hipótesis de carga $1,35 \cdot CP + 1,50 \cdot S$

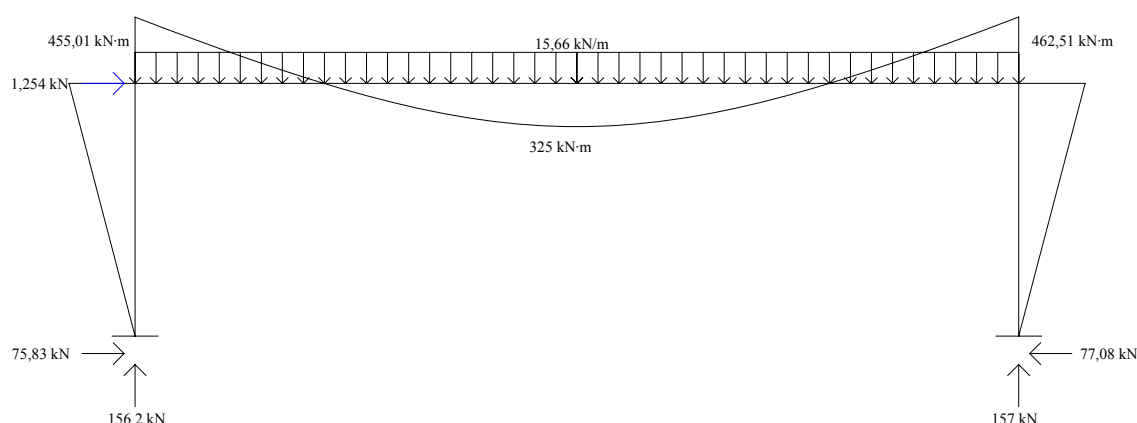


Figura 4.2.h Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot S$  de cálculo

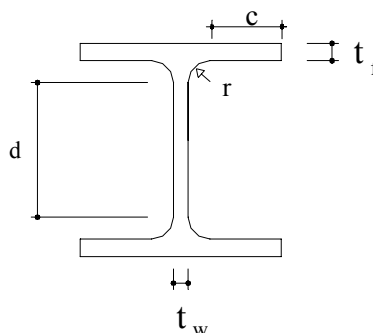
**c) Soporte más solicitado:**

En primer lugar, como especifica EAE [20.3.], se clasifica la sección más solicitada haciendo uso de la tabla 20.3.a y 20.3.b de la Instrucción EAE. Para ello, se utiliza el parámetro  $\varepsilon$  que se obtiene de la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

De la tabla 27.1.d de la EAE, para acero S355 y espesores  $t \leq 40\text{mm}$  (perfil IPE 450) resulta  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  y sustituyendo en la expresión anterior se obtiene  $\varepsilon = 0,81$ . Para realizar la clasificación de la sección se hace uso de dos parámetros:

- alma comprimida  $d/t_w$
- ala comprimida  $c/t_f$

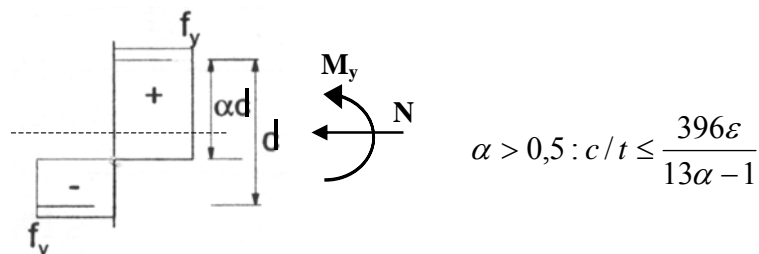


Para un perfil IPE 450 se tienen las siguientes características:

$A = 9880 \text{ mm}^2$  ;  $b = 190 \text{ mm}$  ;  $h = 450 \text{ mm}$  ;  $c = 69,3 \text{ mm}$  ;  $d = 378,8 \text{ mm}$  ;  $t_w = 9,4 \text{ mm}$  ;  $t_f = 14,6 \text{ mm}$  ;  $r = 21 \text{ mm}$

Donde:  $c = b/2 - t_w/2 - r$

El alma ésta comprimida y flexionada:



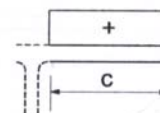
En el caso estudiado para  $d = 378,8$ ,  $N_d = 156,97 \text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 462,51 \text{ kNm}$ ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{378,8} \left( \frac{450}{2} + \frac{156,97 \cdot 10^3}{9,4 \cdot 355} - (14,6 + 21) \right) = 0,624$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{378,8}{9,4} = 40,30 \leq \frac{396 \varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,624 - 1} = 45,10 \quad \Rightarrow \quad \text{clase 1}$$

El ala está comprimida:

$$\frac{c}{t_f} = \frac{69,3}{14,6} = 4,75 \leq 9 \cdot \varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,29 \quad \Rightarrow \quad \text{clase 1}$$



Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

#### ➤ Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 77,09 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 462,51 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 156,97 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 77,09 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 1041,69 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

Donde

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{5082,44 \text{ mm}^2 \cdot (355 \text{ N/mm}^2) / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = 1041,69 \text{ kN}$$

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) t_f = 9880 - 2 \cdot 190 \cdot 14,6 + (9,4 + 2 \cdot 21) \cdot 14,6 = 5082,44 \text{ mm}^2$$

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en



cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 9880 \text{ mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 3507,4 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \frac{9880 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 876,85 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 435,4 \text{ mm} \cdot 9,4 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 726,46 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 104,5 \text{ kN} \leq \min\{876,85 \text{ kN}, 726,46 \text{ kN}\} = 480,9 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 462,51 \leq \frac{1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 604,17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

➤ **Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados**

Según EAE[35.3], para elementos comprimidos y flectados, deberá verificarse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 156,97 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = 462,51 \text{ kNm}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y \cdot A = 355 \cdot 9880 = 3507,4 \cdot 10^3 \text{ N} = 3507,4 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y \cdot W_{pl} = 355 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 = 604,17 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} = 604,17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\chi_y, \chi_z \text{ donde } \chi_i = \frac{1}{\phi_i + \sqrt{\phi_i^2 - \bar{\lambda}_i^2}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

**Se determina ahora el valor de  $\chi_y$  y  $\chi_z$ .** Según EAE [35.1.2]:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{y} \quad \chi \leq 1$$

donde:

- $\phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$   
 $\alpha$  es el coeficiente de imperfección  
 $\bar{\lambda} = [A \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = \frac{L_{Cr}}{i \cdot \lambda_1}$   
 $\lambda$  es la esbeltez correspondiente al modo de pandeo considerado  
 $\lambda_1 = \pi [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \varepsilon$   
 $\varepsilon = [235 / f_y]^{1/2}$  [ $f_y$  en  $N/mm^2$ ]  
 $N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado

Obtención de las esbelteces en los distintos ejes:

- Pandeo alrededor del eje y.

El pandeo en el plano del pórtico, al utilizar el método de análisis en primer orden de estructuras traslacionales, se supone la longitud de pandeo del modo intraslacional. Por lo que, según el Anejo 3 de la EAE se tiene que:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{11}} = \frac{(I/L)_c}{(I/L)_c + 0,75(I/L)_{11}} = \frac{(33746 \cdot 10^4 / 6000)}{(33746 \cdot 10^4 / 6000) + (0,75 \cdot 23131 \cdot 10^4 / 21000)} = 0,872$$

donde:

- $K_c$  es la rigidez del soporte estudiado y es igual a  $(I/L)$   
 $K_{11}$  es la rigidez del dintel del modo intraslacional, el cual soporta cargas directas. Por lo que  $K_{11} = 0,75 \cdot (I/L)$

$\eta_2 = 1$  por estar empotrado en la base

Así, para el modo intraslacional, según la Figura A3.2.a del Anejo 3 de la EAE se tiene que para  $\eta_1 = 0,872$  y  $\eta_2 = 1$  beta es aproximadamente igual a 0,955.

$$\lambda_y = \frac{\beta \cdot l_y}{i_y} = \frac{0,955 \cdot 600}{18,48} = 31,00$$

- Pandeo alrededor del eje z.

El soporte está articulado en la base y se puede suponer apoyado en el extremo superior porque en el sentido longitudinal la nave está arriostrada tal como se muestra en el croquis. Por lo que  $\beta = 1,0$

$$\lambda_z = \frac{\beta \cdot l_z}{i_z} = \frac{1,0 \cdot 600}{4,12} = 145,63$$

Para realizar la comprobación según la EAE se tiene que determinar el parámetro de imperfección  $\alpha$  que se obtiene a partir de la tabla 35.1.2.a de la EAE. Para utilizar esta tabla es preciso conocer qué curva de pandeo aplica. Para ello, se utiliza la tabla 35.1.2.b

Se tiene un perfil laminado, con relación  $h/b = 2,4 \geq 1,2$  y con  $t_f = 14,6 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm}$ , de lo que resulta que:

pandeo sobre el eje y-y  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'a'  $\Rightarrow \alpha = 0,21$

pandeo sobre el eje z-z  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'b'  $\Rightarrow \alpha = 0,34$

Ahora, utilizando las expresiones anteriores se tiene que para el eje y-y:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,81 = 76,06$$

$$\bar{\lambda}_y = (\lambda_y / \lambda_1) = \frac{31,00}{76,06} = 0,406$$

$$\phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,406 - 0,2) + 0,406^2] = 0,604$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{0,604 + (0,604^2 - 0,406^2)^{1/2}} = 0,951 \leq 1$$

Para el eje z-z, se tiene:

$$\lambda_1 = \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,81 = 76,06$$

$$\bar{\lambda}_z = (\lambda_z / \lambda_1) = \frac{145,63}{76,06} = 1,906$$

$$\phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (1,906 - 0,2) + 1,906^2] = 2,607$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{2,607 + (2,607^2 - 1,906^2)^{1/2}} = 0,228 \leq 1$$

### Cálculo de $\chi_{LT}$ :

Para obtener el valor de  $\chi_{LT}$  para perfiles laminados según la EAE[35.2.2] se tiene:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{si} \quad \chi_{LT} \leq 1 \text{ y } \chi_{LT} \leq 1,0/\lambda_{LT}^2$$

donde

$$\begin{aligned} \phi_{LT} &= 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \\ \bar{\lambda}_{LT,0} &= 0,4 \\ \beta &= 0,75 \end{aligned}$$

El valor de  $\alpha_{LT}$  se obtiene de la tabla 35.2.2.a de la EAE. La curva de alabeo se obtiene de la tabla 35.2.2.c.

Para perfiles laminados, según estas tablas, la curva de pandeo lateral es la c y el valor del coeficiente de imperfección para esta curva de pandeo lateral  $\alpha_{LT} = 0,49$  para  $h/b > 2$ .

Según EAE [35.2.2],  $\lambda_{LT}$ :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{W_y f_y / M_{cr}} \quad \text{donde, al ser una sección de clase 1,}$$

$$W_y = W_{pl,y} = 1701,9 \text{ cm}^3$$

donde

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left[ \sqrt{\frac{I_w}{I_z} \left(\frac{k}{k_w}\right)^2 + \frac{(kL_c)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \right] \text{ para secciones con doble simetría y}$$

sin cargas transversales aplicadas.

donde:

$L_c$  es la longitud del elemento entre puntos que tienen impedidos el movimiento lateral y es igual a 6m.

$I_z$  es el momento de inercia de la sección respecto del eje débil

$I_w$  es el módulo de alabeo

$I_t$  es el módulo de torsión

$E = 210000 \text{ N/mm}^2$

$G = E / 2 \cdot (1 + \nu)$  con  $\nu = 0.3 \Rightarrow G = 80800 \text{ N/mm}^2$

$k$  coeficiente que se refiere al giro del extremo en su plano. Al tener los dos extremos que impiden el giro de la viga en su plano,  $k=0,5$ .

$k_w$  coeficiente relacionado con el alabeo en el extremo. Se toma igual a 1,0.

$C_1$  factor que depende del tipo de carga. Para distribución lineal de flectores

$$\text{con } \psi = \frac{0}{462,51} = 0 \text{ se tiene que } C_1 = 2,150$$

Para un perfil IPE 450 de  $L=6 \text{ m}$  se tienen las siguientes características:

$$I_z = 1676 \text{ cm}^4$$

$$I_w = 794246 \text{ cm}^6$$

$$I_t = 6,7 \text{ cm}^4$$

De este modo resulta:

$$M_{cr} = 1334,07 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,673$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,673 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,673^2] = 0,842$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,842 + (0,842^2 - 0,673^2)^{0,5}} = 0,741 < 1$$

Puesto que no se tiene una distribución continua de momentos se debe de aplicar un factor corrector.

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ donde } f = 1 - 0,5(1 - k_c) [1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2]$$

pero  $\chi_{LT,mod} \leq 1$  y  $\chi_{LT,mod} \leq 1/\bar{\lambda}_{LT}^2$

donde:

$k_c$  se obtiene de la tabla 35.2.2.d., que para una distribución de momentos flectores lineal con  $\psi = \frac{0}{462,51} = 0$  se tiene que  $k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \cdot (0)} = 0,752$ .

Por lo que  $f=0,876$  y  $\chi_{LT,mod} = \frac{0,741}{0,876} = 0,846$

Se comprueba ahora la resistencia a pandeo lateral. Según la EAE[35.2] ha de cumplirse que:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Según la EAE [35.2.1] la resistencia de cálculo al pandeo lateral de una viga no arriostrada lateralmente será:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,846 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 511,08 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{462,51}{511,08} \leq 1 \text{ Por lo que se cumple la verificación a pandeo lateral.}$$

### Cálculo de $k_{yy}$ y $k_{zy}$ :

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

En primer lugar de debe de calcular diversas relaciones y coeficientes:

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \text{ donde } N_{cr,y} = \frac{f_y \cdot A \cdot \lambda_1}{\lambda_y}$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \text{ donde } N_{cr,z} = \frac{f_y \cdot A \cdot \lambda_1}{\lambda_z}$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5 \text{ y } w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5.$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}} \text{ donde } N_{rk} = f_y \cdot A$$

$$a_{LT} = 1 - I_T / I_y$$

$\mu_y$	0,99996
$\mu_z$	0,8696
$w_y$	1,1348
$w_z$	1,5
$n_{pl}$	0,045
$a_{LT}$	0,998
$N_{cr,y}$	21294 KN
$N_{cr,z}$	965,3 KN

Entonces hay que calcular los coeficientes  $C_{mi}$  y  $C_{mLT}$  según la tabla 35.3.b de la EAE. Dependen del valor de  $\bar{\lambda}_0$ , esbeltez adimensional para pandeo lateral debido a un momento flector uniforme.

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr,0}}} = 0,987$$

$$\text{Donde } M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left( \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_c)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 EI_z} \right)^{1/2} = 620,50 \text{ kN}$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} = 0,276$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$$

donde  $\bar{\lambda}_{LT}$  = esbeltez para alabeo por torsión lateral y hay que obtenerla mediante la formulación explicada en el apartado 2 de este ejercicio,

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G \cdot I_t \cdot \frac{\pi^2 E I_w}{L_{et}^2} \right) = 2,78 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para secciones de clase 1, 2 y 3: } \varepsilon_y = 19,41$$

$$\psi_y = 0.$$

$\psi_z = 1$ , porque no se tienen momento en el eje z:

$C_{mi,0}$  se calcula según la tabla 35.3.b A2. y en este caso:

$$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$$

Eje y:  $C_{my,0} = 0,789$

Eje z:  $C_{mz,0} = 1,039$

Entonces  $C_{my} = 0,961$ ,  $C_{mz} = 1,039$  y  $C_{mLT} = 1,037$

Después se calculan los coeficientes  $C_{ij}$ :

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$\text{con } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$



$$\text{con } c_{LT} = 10a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{14}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}}$$

$$\text{con } d_{LT} = 2a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{\max}^2 - e_{LT} \right) n_{pl} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$\text{con } e_{LT} = 1,7a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

Gracias a la hoja de cálculo se obtiene:

b <sub>LT</sub>	0
c <sub>LT</sub>	0,5028
d <sub>LT</sub>	0
e <sub>LT</sub>	0,1169
C <sub>yy</sub>	0,9674
C <sub>yz</sub>	0,6315
C <sub>zy</sub>	0,8615

Para secciones de clase 1:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} = 1,0371$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} = 0,5287$$

**Entonces se comprueba si se cumple:**

Con los datos del ejemplo se comprueba que :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,9856 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,675 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados.

**d) Dintel**

En primer lugar, como especifica EAE [20.3.], se clasifica la sección más solicitada haciendo uso de la tabla 20.3.a y 20.3.b de la Instrucción EAE. Para ello, se utiliza el parámetro  $\varepsilon$  que se obtiene de la siguiente expresión:

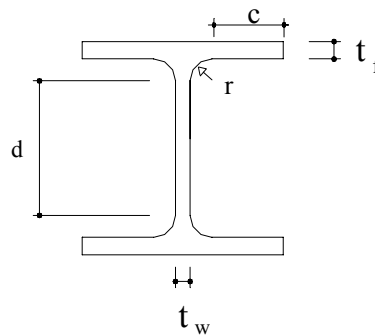
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

De la tabla 27.1.d de la EAE, para acero S355 y espesores  $t \leq 40\text{mm}$  (perfil IPE 400) resulta  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$  y sustituyendo en la expresión anterior se obtiene  $\varepsilon = 0,81$ .

Para realizar la clasificación de la sección se hace uso de dos parámetros:

- alma comprimida  $d/t_w$

- ala comprimida  $c/t_f$

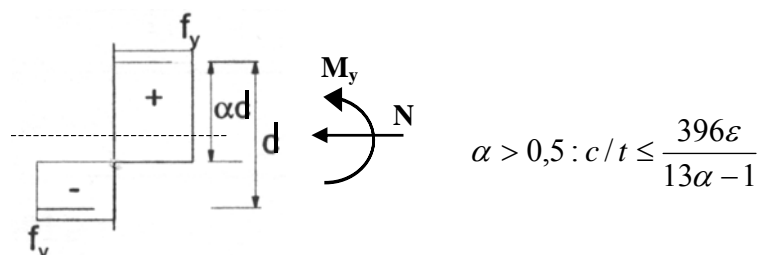


Para un perfil IPE 400 se tienen las siguientes características:

$A = 8450 \text{ mm}^2$  ;  $b = 180 \text{ mm}$  ;  $h = 400 \text{ mm}$  ;  $c = 64,7 \text{ mm}$  ;  $d = 331 \text{ mm}$  ;  $t_w = 8,6 \text{ mm}$  ;  $t_f = 13,5 \text{ mm}$  ;  $r = 21 \text{ mm}$

Donde:  $c = b/2 - t_w/2 - r$

El alma ésta comprimida y flexionada:



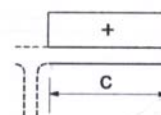
En el caso estudiado para  $d = 331 \text{ mm}$ ,  $N_d = 77,09 \text{ kN}$  y  $M_{y,d} = 462,51 \text{ kNm}$ ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{331} \left( \frac{400}{2} + \frac{77,09 \cdot 10^3}{8,6 \cdot 355} - (13,5 + 21) \right) = 0,576$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{331}{8,6} = 38,49 \leq \frac{396 \epsilon}{13 \alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,576 - 1} = 49,44 \Rightarrow \text{clase 1}$$

El ala está comprimida:

$$\frac{c}{t_f} = \frac{64,7}{13,5} = 4,79 \leq 9 \cdot \epsilon = 9 \Rightarrow \text{clase 1}$$



Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

#### ➤ Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 156,97 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 462,51 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 77,09 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 156,97 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 875,8 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

$$\text{Donde } V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{4273,1 \text{ mm}^2 \cdot (355 \text{ N/mm}^2) / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = 875,8 \text{ kN}$$

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f = 8450 - 2 \cdot 180 \cdot 13,5 + (8,6 + 2 \cdot 21) \cdot 13,5 = 4273,1 \text{ mm}^2$$

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axial.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 2999,75 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \frac{8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 749,94 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 386,5 \text{ mm} \cdot 8,6 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 589,99 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 77,09 \text{ kN} \leq \min\{749,94 \text{ kN}, 589,99 \text{ kN}\} = 589,99 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 462,51 \leq \frac{1307,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 464,10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

### ➤ Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados

Al estar el dintel totalmente arriostrado en la dirección longitudinal no puede pandear ni lateralmente ni pandeo por flexión en el plano perpendicular al del pórtico. Así, solo se debe verificar que no se produce pandeo en el plano del pórtico. Por lo que se tiene que

verificar que:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 77.09 \text{ kN}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y \cdot A = 355 \cdot 8450 = 2999,75,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 2999,75 \text{ kN}$$

**Se determina ahora el valor de  $\chi_y$ .** Según EAE [35.1.2]:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{y} \quad \chi \leq 1$$

donde:

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$\alpha$  es el coeficiente de imperfección

$$\bar{\lambda} = [A \cdot f_y / N_{cr}]^{1/2} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \lambda_1}$$

$\lambda$  es la esbeltez correspondiente al modo de pandeo considerado

$$\lambda_1 = \pi [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \varepsilon$$

$$\varepsilon = [235 / f_y]^{1/2} \quad [f_y \text{ en N/mm}^2]$$

$N_{cr}$  es el esfuerzo axial crítico elástico para el modo de pandeo considerado

### Obtención de las esbelteces en los distintos ejes:

Pandeo alrededor del eje y.

El pandeo en el plano del pórtico, al trabajar el problema, como se ha dicho anteriormente, en modo intraslacional, según el Anejo 3 de la EAE se tiene que:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{K_c}{K_c + K_{11} + K_{12}} = \frac{(I/L)_c}{(I/L)_c + (0,5 \cdot I/L)_{11} + (0,5 \cdot I/L)_{12}} = \\ &= \frac{(23131 \cdot 10^4 / 21000)}{(23131 \cdot 10^4 / 21000) + (0,5 \cdot 33746 \cdot 10^4 / 6000) \cdot 2} = 0,164 \end{aligned}$$

donde:

$K_c$  es la rigidez del dintel estudiado y es igual a  $(I/L)$   
 $K_{11}$  y  $K_{12}$  son las rigideces de los soportes de un pórtico intraslacional, los cuales solo tienen momentos en sus extremos. Por lo que  $K_{ii} = 0,5 \cdot (I/L)$

$\eta_2 = 1$  por estar empotrado en la base

Así, para el modo intraslacional, según la Figura A3.2.a del Anejo 3 de la EAE se tiene que para  $\eta_1 = 0,164$  y  $\eta_2 = 1$  beta es aproximadamente igual a 0,737.

$$\lambda_y = \frac{\beta \cdot l_y}{i_y} = \frac{0,737 \cdot 2000}{16,55} = 89,12$$

Para realizar la comprobación según la EAE se tiene que determinar el parámetro de imperfección  $\alpha$  que se obtiene a partir de la tabla 35.1.2.a de la EAE. Para utilizar esta tabla es preciso conocer qué curva de pandeo aplica. Para ello, se utiliza la tabla 35.1.2.b

Se tiene un perfil laminado, con relación  $h/b = 2,4 \geq 1,2$  y con  $t_f = 13,5 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm}$ , de lo que resulta que:

pandeo sobre el eje y-y  $\Rightarrow$  curva de pandeo 'a'  $\Rightarrow \alpha = 0,21$

Ahora, utilizando las expresiones anteriores se tiene que para el eje y-y:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \pi \cdot [E / f_y]^{1/2} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,81 = 76,06 \\ \bar{\lambda}_y &= (\lambda_y / \lambda_1) = \frac{89,12}{76,01} = 1,167 \\ \phi_y &= 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (1,167 - 0,2) + 1,167^2] = 1,282 \\ \chi_y &= \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{1/2}} = \frac{1}{1,282 + (1,282^2 - 1,167^2)^{1/2}} = 0,5515 \leq 1 \end{aligned}$$

**Entonces se comprueba si se cumple:**

Con los datos del ejemplo se obtiene que :

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} = \frac{77,09}{0,5515 \cdot 2999,75} = 0,047 \leq 1$$

con lo que se verifica la resistencia de la sección a pandeo en el plano del pórtico.

## V. Estudio de la hipótesis de carga $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$

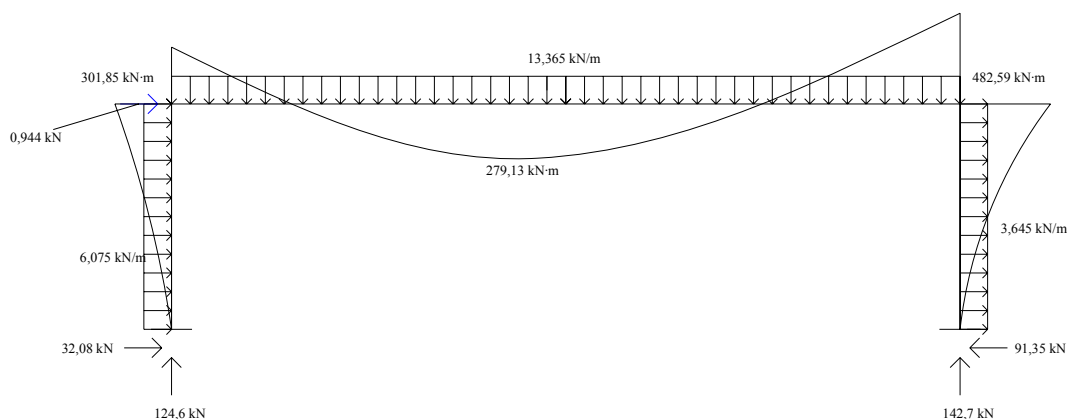
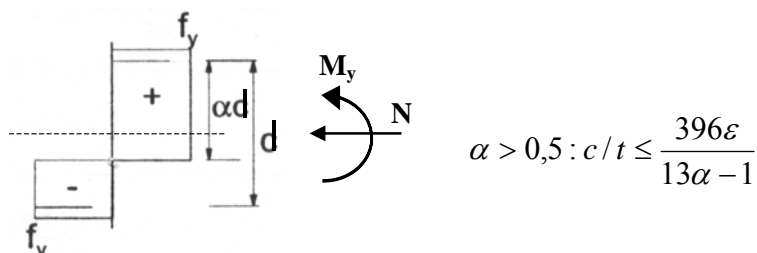


Figura 4.2.i Leyes de esfuerzos en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,35 \cdot S + 1,35 \cdot W$  de cálculo

### a) Soporte más solicitado:

Como se ha visto anteriormente el ala de la IPE 450 es Clase 1 a compresión pura. El alma ésta comprimida y flexionada:



En el caso estudiado para  $d = 378,8$ ,  $N_d = 142,70$  kN y  $M_{y,d} = 482,49$  kNm ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{378,8} \left( \frac{450}{2} + \frac{142,70 \cdot 10^3}{9,4 \cdot 355} - (14,6 + 21) \right) = 0,613$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{378,8}{9,4} = 40,30 \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,613 - 1} = 46,03 \quad \Rightarrow \quad \text{clase 1}$$

Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

➤ **Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados**

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 69,48 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 482,49 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axial  $N_{Ed} = 142,7 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axial.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 69,48 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 1041,69 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

Donde

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = \frac{5082,44 \text{ mm}^2 \cdot (355 \text{ N/mm}^2) / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} = 1041,69 \text{ kN}$$

$$A_v = A - 2b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f = 9880 - 2 \cdot 190 \cdot 14,6 + (9,4 + 2 \cdot 21) \cdot 14,6 = 5082,44 \text{ mm}^2$$

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axial.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 9880 \text{ mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 3507,4 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \frac{9880 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 876,85 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 435,4 \text{ mm} \cdot 9,4 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 726,46 \text{ kN}$$



Por lo que  $N_{Ed} = 142,7 \text{ kN} \leq \min\{876,85 \text{ kN}, 726,46 \text{ kN}\} = 726,46 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 482,49 \leq \frac{1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 604,17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

➤ **Resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados**

Según EAE[35.3], para elementos comprimidos y flectados, deberá verificarse:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1$$

donde:

$$N_{Ed} = 142,7 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = 482,49 \text{ kNm}$$

Al tratarse de una sección Clase 1

$$N_{Rk} = f_y \cdot A = 355 \cdot 9880 = 3507,4 \cdot 10^3 \text{ N} = 3507,4 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y \cdot W_{pl} = 355 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 = 604,17 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm} = 604,17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Como se ha visto anteriormente:

$$\chi_y = 0,951 \leq 1$$

$$\chi_z = 0,228 \leq 1$$

$$\chi_{LT} = 0,741 < 1$$

Con  $C_1$  factor que depende del tipo de carga. Si se considera distribución lineal, uno se queda del lado de la seguridad. Así para  $\psi = 0$  y  $k=0,5$  se tiene que  $C_1 = 2,150$

Puesto que no se tiene una distribución continua de momentos se debe de aplicar un

factor corrector.  $\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$

$k_c$  se obtiene de la tabla 35.2.2.d., que para una distribución de momentos

flectores lineal con  $\psi = 0$  se tiene que  $k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \cdot (0)} = 0,752$ .

Por lo que  $f=0,876$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,741}{0,876} = 0,846$$

Se comprueba ahora la resistencia a pandeo lateral. Según la EAE[35.2] ha de cumplirse que:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Según la EAE [35.2.1] la resistencia de cálculo al pandeo lateral de una viga no arriostrada lateralmente será:

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,846 \cdot 1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 511,13 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{482,49}{511,13} \leq 1 \text{ Por lo que se cumple la verificación a pandeo lateral.}$$

### Cálculo de $k_{yy}$ y $k_{zy}$ :

$k_{yy}$  y  $k_{zy}$  se obtienen a través de la formulación establecida en la 35.3.b de la EAE.

$\mu_y$	0,99997
$\mu_z$	0,8819
$w_y$	1,1348
$w_z$	1,5
$n_{pl}$	0,0407
$a_{LT}$	0,998
$N_{cr,y}$	21294 KN
$N_{cr,z}$	965,3 KN

Entonces hay que calcular los coeficientes  $C_{mi}$  y  $C_{mLT}$  según la tabla 35.3.b de la EAE. Dependen del valor de  $\bar{\lambda}_0$ , esbeltez adimensional para pandeo lateral debido a un momento flector uniforme.

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr,0}}} = 0,987$$

$$\text{Donde } M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_c)^2} \left( \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_c)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 EI_z} \right)^{1/2} = 620,50 \text{ kN}$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_0 > 0,2\sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} = 0,278$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$$

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}}$$

donde  $\bar{\lambda}_{LT}$  = esbeltez para alabeo por torsión lateral y hay que obtenerla mediante la formulación explicada en el apartado 2 de este ejercicio,

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G \cdot I_t \cdot \frac{\pi^2 EI_w}{L_{et}^2} \right) = 2,78 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para secciones de clase 1, 2 y 3: } \varepsilon_y = 22,27$$

$C_{mi,0}$  se calcula según la tabla 35.3.b A2. y en este caso, aproximando a una distribución lineal de momentos flectores:

$$\text{Eje y: } C_{my,0} = 0,7892$$

$$\text{Eje z: } C_{mz,0} = 1,036$$

$$\text{Entonces } C_{my} = 0,963, C_{mz} = 1,036 \text{ y } C_{mLT} = 1,030$$

Después se calculan los coeficientes  $C_{ij}$ :

b <sub>LT</sub>	0
c <sub>LT</sub>	0,5233
d <sub>LT</sub>	0
e <sub>LT</sub>	0,1217
C <sub>yy</sub>	0,9703

$C_{yz}$	0,6329
$C_{zy}$	0,8735

Para secciones de clase 1:

$$k_{yy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}} = 1,028$$

$$k_{zy} = C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} = 0,5260$$

**Entonces se comprueba si se cumple:**

Con los datos del ejemplo se obtiene que :

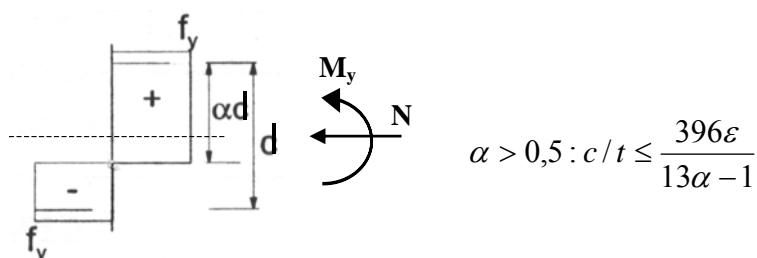
$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 1,014 > 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = 0,6749 \leq 1$$

con lo que no se verifica la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados.

#### d) Dintel

Como se ha visto anteriormente el ala de la IPE 450 es Clase 1 a compresión pura. El alma ésta comprimida y flexionada:



En el caso estudiado para  $d = 331$  mm,  $N_d = 69,48$  kN y  $M_{y,d} = 482,49$  kNm ,

$$\alpha = \frac{1}{d} \left( \frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} - (t_f + r) \right) = \frac{1}{331} \left( \frac{400}{2} + \frac{69,48 \cdot 10^3}{8,6 \cdot 355} - (13,5 + 21) \right) = 0,569$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{331}{8,6} = 38,49 \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,569 - 1} = 50,14 \Rightarrow \text{clase 1}$$

Por lo tanto se está ante una sección de clase 1.

Según EAE para piezas sometidas a flexión compuesta se debe comprobar:

- la resistencia de la sección a los esfuerzos combinados (EAE [34])
- la resistencia de la pieza a los esfuerzos combinados (EAE[35])

➤ **Resistencia de la sección a los esfuerzos combinados**

La sección considerada es Clase 1 y es solicitada por un esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 142,7 \text{ kN}$ , un momento flector  $M_{Ed} = 482,49 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 69,48 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil.

Como el valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{Ed} = 142,7 \text{ kN}$  es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección  $V_{pl,Rd} = 875,8 \text{ kN}$  no es necesario la reducción de la resistencia de cálculo de la sección establecida en EAE [34.7.2.1].

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiles si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 69,03 \text{ kN} \leq \min \{ 749,94 \text{ kN}, 589,99 \text{ kN} \} = 589,99 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axil sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 482,49 > \frac{1307,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 464 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que no se verifica la comprobación y con ello no se resiste seccionalmente.

## ANÁLISIS GLOBAL EN SEGUNDO ORDEN

Para la hipótesis de carga en la cual la estructura es traslacional ( $1,35 \cdot CP + 1,50 \cdot S$ ), y a modo de ejemplo, la consideración de los efectos de segundo orden y de las imperfecciones se aborda a través de un análisis global que incluye la totalidad de dichos efectos, es decir, las imperfecciones laterales globales equivalentes de la estructura traslacional y las imperfecciones iniciales equivalentes de los elementos comprimidos aislados.

Si se utiliza éste método, la verificación de la estabilidad de los elementos aislados comprimidos queda adecuadamente garantizada a través del análisis global en segundo orden de la estructura, no siendo preciso ningún control adicional al control resistente de las diferentes secciones bajo los esfuerzos resultantes del cálculo.

### Método elástico en teoría de segundo orden

Anteriormente se ha visto que el valor de la fuerza transversal equivalente debida al efecto de las imperfecciones laterales globales era de  $H_{td} = 1,106 kN$  y que no era necesario considerar imperfecciones locales propias de los elementos comprimidos.

Así, con la ayuda de un programa informático, se hace un análisis elástico en teoría de segundo orden, es decir, un análisis no lineal por la geometría. De esta forma, las leyes de flectores y axiles són:

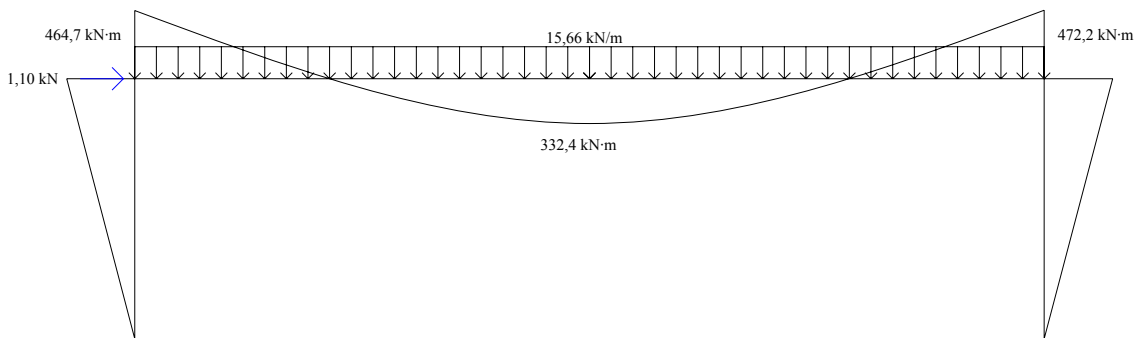


Figura 4.2.j Leyes de flectores en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot S$  de cálculo en teoría elástica de segundo orden

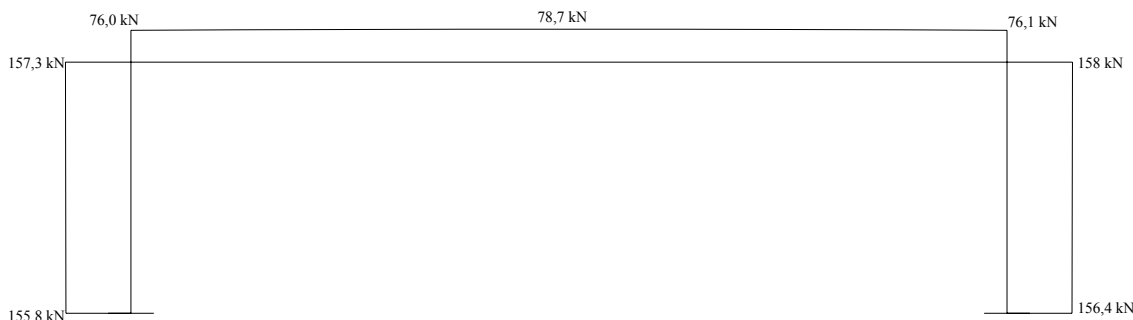


Figura 4.2.k Leyes de axiles en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot S$  de cálculo en teoría elástica de segundo orden

Tal y como se ha dicho, solo hace falta comprobar la resistencia seccional en las secciones más solicitadas:

➤ **Resistencia de la sección más solicitada de los soportes**

La sección considerada es Clase 1, tal y como se ha visto anteriormente, y es solicitada por un momento flector  $M_{Ed} = 472,2 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axial  $N_{Ed} = 158 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axial. (El esfuerzo cortante es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección, por lo que no es necesario su consideración en la interacción de esfuerzos).

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axial.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 9880 \text{ mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 3507,4 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \frac{9880 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 876,85 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 435,4 \text{ mm} \cdot 9,4 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 726,46 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 158 \text{ kN} \leq \min\{876,85 \text{ kN}, 726,46 \text{ kN}\} = 480,9 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 472,2 \leq \frac{1701,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 604,17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

### ➤ Resistencia de la sección más solicitada del dintel

La sección considerada es Clase 1, tal y como se ha visto anteriormente, y es solicitada por un momento flector  $M_{Ed} = 472,2 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axial  $N_{Ed} = 76,1 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axial. (El esfuerzo cortante es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección, por lo que no es necesario su consideración en la interacción de esfuerzos).

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N.Rd}$$

donde  $M_{N.Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axial.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl.Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl.Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 2999,75 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl.Rd} = 0,25 \cdot \frac{8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 749,94 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 386,5 \text{ mm} \cdot 8,6 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 589,99 \text{ kN}$$



Por lo que  $N_{Ed} = 76,1 \text{ kN} \leq \min\{749,94 \text{ kN}, 589,99 \text{ kN}\} = 589,99 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 472,2 \leq \frac{1307,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 464,1 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se no se verifica la comprobación y con ello no se resiste seccionalmente. A diferencia del que sucedía en el análisis global traslacional de la estructura hecho anteriormente.

### Método general elastoplástico en teoría de segundo orden

Tal y como se ha visto anteriormente el valor de la fuerza transversal equivalente debida al efecto de las imperfecciones laterales globales era de  $H_{td} = 1,106 \text{ kN}$  y que no era necesario considerar imperfecciones locales propias de los elementos comprimidos.

Así, con la ayuda de un programa informático, se hace un análisis elastoplástico en teoría de segundo orden, es decir, un análisis no lineal por la geometría y por el material. De esta forma, las leyes de flectores y axiles són:

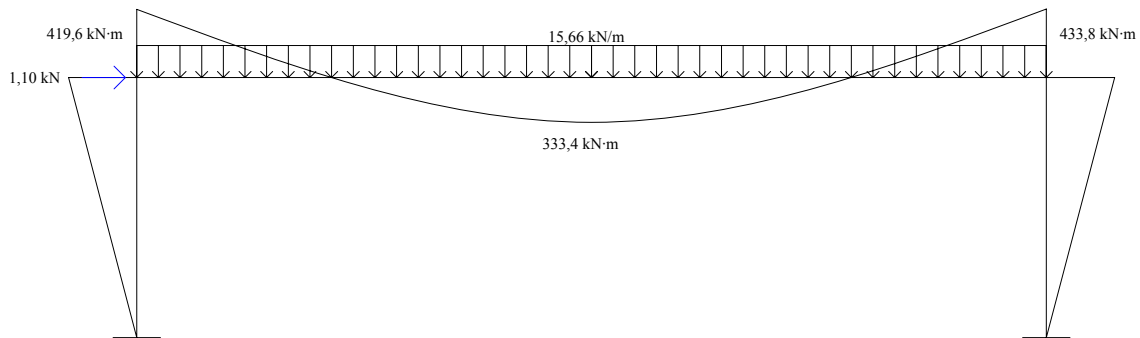


Figura 4.2.1 Leyes de flectores en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot \text{CP} + 1,5 \cdot \text{S}$  de cálculo en teoría elastoplástica de segundo orden

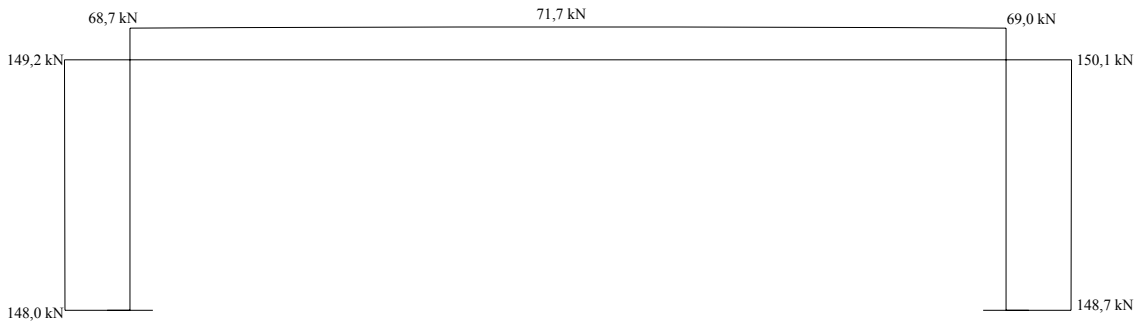


Figura 4.2.m Leyes de axiles en la hipótesis de carga  $1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot S$  de cálculo en teoría elastoplástica de segundo orden

Tal y como se ha dicho, solo hace falta comprobar la resistencia seccional en las secciones más solicitadas:

➤ **Resistencia de la sección más solicitada de los soportes**

La sección considerada es Clase 1, tal y como se ha visto anteriormente, y es solicitada por un momento flector  $M_{Ed} = 433,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axil  $N_{Ed} = 150,1 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axil. (El esfuerzo cortante es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección, por lo que no es necesario su consideración en la interacción de esfuerzos).

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

donde  $M_{N,Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axil.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiles si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl,Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl.Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 9880 \text{mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 3507,4 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl.Rd} = 0,25 \cdot \frac{9880 \text{mm}^2 \cdot 355 \text{N/mm}^2}{1,0} = 876,85 \text{ kN}$$

$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 435,4 \text{mm} \cdot 9,4 \text{mm} \cdot 355 \text{N/mm}^2}{1,0} = 726,46 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 150,1 \text{ kN} \leq \min\{876,85 \text{ kN}, 726,46 \text{ kN}\} = 480,9 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C.Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 433,8 \leq \frac{1701,9 \cdot 10^3 \text{mm}^3 \cdot 355 \text{N/mm}^2}{1,0} = 604,17 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente.

### ➤ Resistencia de la sección más solicitada del dintel

La sección considerada es Clase 1, tal y como se ha visto anteriormente, y es solicitada por un momento flector  $M_{Ed} = 433,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$  y un esfuerzo axial  $N_{Ed} = 69,0 \text{ kN}$ , por lo que se tiene que considerar la posible interacción de esfuerzos para reducir la resistencia de cálculo de la sección a flexión y axial. (El esfuerzo cortante es menor que el 50% de la resistencia plástica de cálculo de la sección, por lo que no es necesario su consideración en la interacción de esfuerzos).

Así, para secciones de clase 1 se debe de satisfacer que:

$$M_{Ed} \leq M_{N.Rd}$$

donde  $M_{N.Rd}$  es la resistencia plástica de cálculo a flexión reducida por el esfuerzo axial.

Para el caso de perfiles laminados en I o H, según EAE[34.7.2.1] se puede no tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales si se cumple que:

$$N_{Ed} \leq \min \left\{ 0,25 \cdot N_{pl.Rd}, \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \right\}$$

donde:

$$N_{pl.Rd} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} = 8450 \text{mm}^2 \cdot 355 / 1,0 = 2999,75 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$0,25 \cdot N_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \frac{8450 \text{ mm}^2 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 749,94 \text{ kN}$$
$$\frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \cdot 386,5 \text{ mm} \cdot 8,6 \text{ mm} \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 589,99 \text{ kN}$$

Por lo que  $N_{Ed} = 69,0 \text{ kN} \leq \min\{749,94 \text{ kN}, 589,99 \text{ kN}\} = 589,99 \text{ kN}$  y no se debe de llevar a cabo la reducción para la consideración del esfuerzo axial sobre el momento plástico resistente alrededor del eje y-y. Así, según EAE [34.4]:

$$M_{Ed} \leq M_{C,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{m0}} \Rightarrow 433,8 \leq \frac{1307,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,0} = 464,1 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

De forma que se verifica la comprobación y con ello se resiste seccionalmente. A diferencia de lo que sucedía en el análisis global elástico en teoría de segundo orden y al igual que sucedía en el análisis global traslacional de la estructura hecho anteriormente.