Essais de caractérisation - réponse en traction

Emmanuel Denarié

Dr. ès sc. techn., Ing. civ. dipl. EPFL/SIA, MER MCS-IIC-ENAC, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, CH-1015 Lausanne

Résumé

Le comportement en traction des BFUP (résistance élevée et déformabilité notable) est un de leurs principaux attraits. Pour valoriser au mieux ces propriétés, il importe de disposer d'essais et de méthode d'analyse inverse permettant de déterminer la réponse en traction des BFUP soit directement au moyen d'essais de traction uniaxiale, soit indirectement au moyen d'essais de flexion sur bandes minces.

Dans un premier temps on présente les deux types d'essais proposés pour caractériser la réponse en traction des BFUP : traction uniaxiale sur éprouvettes cintrées non entaillées et flexion 4 points sur bandes non entaillées et les paramètres qui en sont extraits. Dans un deuxième temps on illustre l'analyse des résultats d'essais au moyen d'exemples d'application basés sur le cas de chantiers récents.

Mots-clés: BFUP, écrouissage, traction, flexion, fibrage, effets d'orientation, analyse inverse

1. Introduction

On trouvera dans [1] un aperçu des bases sur les BFUP et des aspects plus spécifiques liés à leur réponse en traction uniaxiale et aux paramètres de composition et de mise en œuvre qui la gouvernent. Leur réponse en traction uniaxiale issue d'essais est représentée schématiquement à la Figure 1a) dans le cadre de BFUP écrouissants en traction et à la Figure 1b) dans le cas de BFUP adoucissants, avec G_{FU} l'énergie spécifique de rupture définie par les aires grisées. On distingue 3 domaines: (1) la partie élastique jusqu'à f_{Ute} (entre 7 et 11 MPa selon les BFUP), avec un module d'élasticité E_{Ut} , (2) la partie écrouissante entre la fin de la partie élastique et la fin du domaine écrouissant marquée par la résistance maximale f_{Utu} (entre 7 et 15 MPa environ) et la fin de l'écrouissante si elle est présente, et se prolonge jusqu'à une élongation $W_{Ut,max}$ dominée par l'ouverture d'une fissure localisée, pour laquelle le BFUP ne transmet plus d'efforts de traction (en règle générale, $W_{Ut,max}=lt/2$ où l_f est la longueur des fibres les plus longues utilisées dans le BFUP).



Fig. 1 Réponse en traction expérimentale idéalisée d'un BFUP: a) écrouissant, b) adoucissant; c) base de mesure des essais de traction, avec w_{Ut} l'élongation de l'éprouvette mesurée entre les points O et P.

Dans le cas des BFUP écrouissants, la dissipation d'énergie se fait de 2 manières différentes, (A) de manière répartie (domaine écrouissant) et (B) de manière localisée dans le domaine adoucissant. La séparation des contributions de ces 2 formes de dissipation d'énergie qui se chevauchent au voisinage du pic de contrainte au cours d'un essai de traction, impose de tenir compte de la pente de décharge au pic d'écrouissage, comme indiqué à la figure 1a). L'aire à considérer pour la détermination de G_{FU} (indiquée par la lettre (B)) est constituée à gauche par la pente de décharge au pic (pente donnée par une élongation résiduelle de l'ordre de 45 % de la valeur de départ), et à droite par le comportement adoucissant du matériau. La relation entre déformations et élongations s'écrit (valable uniquement jusqu'à l'élongation au pic de contraintes w_{Utu}), avec l_{mes} la base de mesure des capteurs de déplacement entre les points O et P sur la figure 1c) et w_{Ut} , l'élongation de l'éprouvette entre ces points:

$$\mathcal{E}_{Ut} = W_{Ut} / l_{mes} \tag{1}$$

Dans le cas des BFUP adoucissants, Figure 1b), l'énergie spécifique de rupture G_{FU} est égale à l'aire sous la courbe contrainte-élongation. La valeur représentative de la résistance à la traction post-pic f_{utu} est déterminée sur la base de la contrainte moyenne jusqu'à 0.4 mm d'élongation.

L'objectif de la caractérisation des propriétés en traction des BFUP est la détermination des valeurs de résistance et de déformabilité: f_{Ute} , f_{Utu} , ε_{Utu} et E_{Ut} qui sont la base de la définition de sortes de BFUP selon [2]. Ceci peut se faire soit de manière directe au moyen d'un essai de traction uniaxiale non entaillé, soit de manière indirecte au moyen d'un essai de flexion non entaillé, associé à une méthode d'analyse inverse des résultats de flexion. En complément, l'énergie spécifique de rupture G_{FU} et le comportement adoucissant du BFUP peuvent être déterminés au moyen d'un essai de traction uniaxiale.

On prendra garde au fait que la performance en traction des BFUP est intimement liée à l'action de leur ossature fibrée. En cas d'orientation défavorables des fibres par rapport aux efforts de traction, de variations locales de la quantité de fibres, ou de perte de la continuité du fibrage (joints de coulage ou fronts de flux lors du coulage) cette performance peut être très fortement diminuée. Au contraire, en cas d'orientation favorable des fibres par rapport à la direction des efforts, par exemple dans des éprouvettes de laboratoire moulées, testées de manière unidirectionnelle, les performances du matériau obtenues sont le plus souvent une borne supérieure. *Il n'existe pas de loi de comportement en traction absolue et unique pour des matériaux renforcés de fibres discontinues, tels que les BFUP*. La réponse du matériau dépend de sa composition et du mode de fabrication/coulage des éprouvettes. Cet aspect désormais bien connu est couvert entre autres lors du dimensionnement par le coefficient de passage K selon [3] ou par les coefficients η_{hu} et η_k selon [2].

Dans ce qui suit on présentera d'abord les essais de traction et flexion ainsi que le mode de préparation des éprouvettes, avec des exemples pratiques d'application aux BFUP. On illustrera ensuite, sur la base d'un exemple d'application, l'analyse inverse de résultats de flexion sur bandes minces.

2. Essais de caractérisation

2.1. Vue d'ensemble

Deux types d'essais (traction uniaxiale sur éprouvettes cintrées, non entaillées, et flexion sur bandes minces non entaillées) sont prescrits selon [2], avec deux différents modes de préparation des éprouvettes:

- (1) coulage individuel dans un moule,
- (2) découpe par sciage dans une plaque carrée de 700 x 700 mm de côté.

Une épaisseur unique de 30 ± 1 mm (obtenue par rectification d'éléments de 35 ± 2 mm d'épaisseur) a été retenue pour toutes les configurations, quelle que soit la longueur des fibres utilisées. L'effet d'épaisseurs différentes est pris en compte lors du calcul des valeurs de dimensionnement. Le tableau 1 ci-dessous présente les différents types d'essais (définis selon [4]) et leur application. Pour les essais de convenance, 2 séries d'essais avec chacune 6 éprouvettes sciées dans une plaque carrée de 700 mm de côté sont réalisées, correspondant aux directions de découpe parallèles (série 1) et perpendiculaires (série 2) au sens de coulage du BFUP.

Type d'essai	Eprouvette	Préparation	Nombre
Initial	Traction uniaxiale	Moules individuels	6
Initial	Flexion sur plaque	Moules individuels	6
De convenance	Flexion sur plaque	Sciage de plaque carrée	2 x 6
De qualité	Flexion sur plaque	Moules individuels	6

Tableau 1 Types d'essais et application

- Les essais initiaux sont : soit ceux réalisés par les fournisseurs de BFUP pour caractériser leurs matériaux (fiche produit), soit ceux réalisés en amont du déroulement d'un chantier pour retenir des BFUP répondant au cahier des charges fixé.

- Les essais de qualité sont réalisés en cours de chantier au titre d'assurance qualité. Les valeurs obtenues doivent correspondre à celles des essais initiaux.

Les essais initiaux et de qualité sont réalisés sur des éprouvettes moulées individuellement, avec une orientation préférentielles volontaire des fibres. Les résultats obtenus constituent une borne supérieure du comportement mécanique du BFUP et sont la base de la définition des sortes de BFUP selon [2].

Les valeurs de dimensionnement sont obtenues à partir des résultats des essais initiaux (ou des valeurs minimales de définition des sortes de BFUP), affectés des coefficients de réduction liés à l'orientation des fibres η_{hu} et η_k et du coefficient de sécurité global γ_U .

- Enfin, les essais de convenance permettent de valider la performance mécanique du BFUP choisi dans le contexte particulier de l'application (conditions de coulage). Ces essais permettent de vérifier que les valeurs obtenues pour la résistance et la déformabilité du BFUP dans une configuration la plus proche possible de celle qui est rencontrée dans l'ouvrage sont supérieures ou égales à celles admises au niveau de dimensionnement.

2.2. Essai de traction uniaxiale

2.2.1. Eprouvette et équipements

L'essai de traction est réalisé au moyen d'une machine asservie sur la base des capteurs de déplacement ou du déplacement de la traverse. La figure 2 présente la géométrie de l'éprouvette et la disposition des capteurs. La géométrie de la zone de transition (segments B-C, E-F, I-J, L-M) a été calculée d'après [5] pour minimiser les effets de concentration de contraintes dus au changement de section.

Deux capteurs de déplacement sont placés, centrés sur le milieu de l'éprouvette, dans sa partie cintrée, de part et d'autre de l'éprouvette et solidaires de celle-ci aux points C et E d'une part et L et J d'autre part. Deux autres capteurs de déplacement sont placés sur les faces planes de l'éprouvette, et solidaires de celles-ci aux points O et P d'une part et Q et R d'autre part (afin d'assurer la mesure des déplacements même en cas de rupture au voisinage immédiat ou au début de la zone de changement de section).

Les efforts de traction sont introduits selon l'axe longitudinal de l'éprouvette "x" au moyen de plaques d'aluminium (PAC) de 1.5 mm d'épaisseur collées sur les faces ABMN et FGHI qui sont serrées dans les mors de la machine (le cas échéant, selon le type de mors utilisés, l'essai peut également être réalisé sans les plaques d'aluminium collées, par serrage direct sur le BFUP). Les conditions d'appui de l'éprouvette doivent être du type « encastré », sans possibilité de rotation aux extrémités.



PAC: Plaques aluminium collées, épaisseur 1.5 mm

Fig. 2 Essai de traction uniaxiale.

2.2.2. Essai

La fréquence d'acquisition des données est de 5 Hz. Les essais sont réalisés en 2 temps. On teste d'abord 3 éprouvettes de manière monotone avec une vitesse de 0.05 mm par minute de déplacement moyen des capteurs pour les parties élastiques et écrouissantes (ou 0.2 mm par minute de déplacement de traverse). Pour la partie adoucissante la vitesse de déplacement des capteurs peut être augmentée à 0.5 mm/minute (ou 0.4 mm par minute de déplacement de traverse). L'essai est terminé lorsque le déplacement moyen des capteurs est égal à la demi-longueur des fibres les plus longues utilisées + 20 %. *Ces 3 premiers essais permettent de déterminer la plage de variation de la résistance à la traction du BFUP f*_{Utu}.

Pour les 3 éprouvettes restantes, on commence par réaliser 3 cycles de charge-décharge jusqu'au tiers de la contrainte maximale moyenne déterminée pour les 3 premières éprouvettes testées. On recharge ensuite l'éprouvette de manière monotone jusqu'à la rupture complète comme pour les 3 premières éprouvettes. Les vitesses de sollicitation sont les mêmes que précédemment. *Pour ces 3 éprouvettes, les cycles de charge-décharge réalisés permettent de déterminer de manière précise le module d'élasticité et la résistance limite élastique du BFUP f_{Ute}.*

L'ensemble des 6 éprouvettes permet de déterminer la plage de variation et la valeur moyenne de la résistance à la traction du BFUP et de la déformation correspondante ε_{Utu} .

2.2.3. Interprétation des résultats

La déformation dans les domaines élastique et écrouissant est définie par le rapport du déplacement moyen mesuré à la longueur de la base de mesure des capteurs de déplacement $l_{mes,1}$ (capteurs placés entre les points C et E, et L et J), et $l_{mes,2}$ (capteurs placés entre les points O et P, et Q et R).

Pour les 3 éprouvettes ayant subi les 3 cycles de charge-décharge, pour chaque couple de valeurs force F_i et déplacement moyen w_{Ui} mesurées, avant la force maximale, on détermine le module d'élasticité sécant apparent E_i au cours de la dernière recharge (avec l_{mes} : base de mesure des capteurs, b_m : largeur de la partie centrale et h_m : épaisseur de l'éprouvette) selon:

$$E_i = \frac{F_i}{\mathbf{b}_m \cdot \mathbf{h}_m} \cdot \frac{l_{mes}}{w_{Uti}}$$
(2)

On détermine également pour chaque valeur de déplacement moyen w_{Uti} (i ≥ 10) la moyenne mobile E_{mi} des 10 valeurs précédentes du module sécant apparent E_i . Finalement, on représente graphiquement le module E_i et sa moyenne mobile en fonction du déplacement moyen mesuré w_{Uti} . La fin du domaine linéaire correspond à la force F_A à partir de laquelle on observe une perte irréversible de 1% de la moyenne mobile E_{mi} du module sécant apparent. La valeur de la limite d'élasticité du BFUP vaut:

$$f_{Ute} = \frac{F_A}{b_m \cdot h_m} \tag{3}$$

Le module d'élasticité apparent du BFUP est égal à la valeur de la moyenne mobile du module sécant apparent E_{mi} pour la force F_A .

On détermine enfin la valeur de la résistance à la traction au moyen de la relation :

$$f_{Utu} = \frac{F_B}{b_m \cdot h_m} \tag{4}$$

- Si le BFUP présente un comportement écrouissant, F_B est la force maximale atteinte au cours de l'essai.

- Si le BFUP ne présente pas de comportement écrouissant, F_B est la force moyenne jusqu'à une ouverture de fissure de 0.4 mm, dans le domaine adoucissant. La force moyenne est calculée selon l'équation (5), avec $A_{0,4}$ l'aire sous la courbe force-déplacement moyen jusqu'à 0.4 mm de déplacement (base de mesure $l_{mes,2}$):

$$F_{B} = \frac{A_{0.4}}{0.4 \ mm} \tag{5}$$

Ce choix est motivé par la volonté de garantir un comportement écrouissant en flexion, et par le fait que la réponse en flexion jusqu'à la force maximale atteinte est influencée majoritairement par l'allure du comportement adoucissant initial du BFUP en traction et non par une valeur ponctuelle.

- Dans le cas où le BFUP présente un comportement écrouissant, la déformation d'écrouissage ε_{Utu} est celle pour la force maximale atteinte F_B .

2.3. Essai de flexion sur bandes

2.3.1. Eprouvette et équipements

Les éprouvettes sont des bandes de 500 x 100 x 30 mm. L'essai de flexion 4 points, figure 3, est réalisé au moyen d'une machine asservie en déplacement du piston. L'éprouvette est disposée de façon à soumettre la face de damage, rectifiée, en traction. Deux capteurs inductifs de déplacement sont placés à mi portée de part et d'autre de l'éprouvette et solidaires de celle-ci par un châssis de mesure (c) fixé au droit des appuis, à mi-hauteur de l'éprouvette. Le déplacement est mesuré par rapport à un témoin solidaire de l'éprouvette (b). La portée entre les axes des appuis est de 420 mm. Les efforts de flexion sont distribués uniformément au moyen de plaques déformables (a) placées sous les points d'application des déplacements (bois aggloméré ou plomb par exemple). Les appuis inférieurs de l'éprouvette sont munis d'un côté d'une capacité de rotation dans le plan transversal et de même pour les points d'application des déplacements imposés.



Fig. 3 Essai de flexion 4 points sur bande.

2.3.2. Essai

La fréquence d'acquisition des données est de 5 Hz. Les essais sont réalisés en 2 temps. On teste d'abord 3 éprouvettes de manière monotone avec une vitesse de déplacement du piston de 0,5 mm/minute jusqu'à ce que la force maximale soit atteinte, puis de 5 mm/minute jusqu'à ce qu'une flèche moyenne de 25 mm à mi-portée soit atteinte. *Ces 3 premiers essais permettent de déterminer la plage de variation de la résistance à la traction du BFUP f_{Utu} sur la base des forces maximales F_B selon figure 4.*

Pour les 3 éprouvettes restantes, on commence par réaliser 3 cycles de charge-décharge jusqu'au quart de la force maximale moyenne déterminée pour les 3 premières éprouvettes testées. On recharge ensuite l'éprouvette de manière monotone jusqu'à la rupture complète comme pour les 3 premières éprouvettes. Les vitesses de sollicitation sont les mêmes que précédemment. *Pour ces 3 éprouvettes, les cycles de charge-décharge réalisés permettent de déterminer de manière précise le module d'élasticité et la résistance limite élastique du BFUP fute, puis de réaliser le cas échéant l'analyse inverse pour extraire des résultats d'essai l'étendue du domaine écrouissant \varepsilon_{Utu}.*

L'ensemble des 6 éprouvettes permet de déterminer la plage de variation et la valeur moyenne de la résistance à la traction du BFUP sur la base de la force maximale atteinte F_B .

2.3.3. Interprétation des résultats

La figure 4a) représente schématiquement le résultat d'un essai de flexion. La figure 4b) représente la distribution de contraintes en section qui peut être admise au pic de force et qui permet de déterminer la résistance à la traction du BFUP f_{Utu} . Cette distribution de contraintes a été validée sur la base de très nombreuses analyses inverses réalisées à l'aide d'un programme de calcul non linéaire par éléments finis [6] pour de nombreux BFUP, dans le cas d'une bande mince fléchie identique à celle utilisée pour les essais de flexion prescrits selon [2].



Fig. 4 a) essai de flexion, limite d'élasticité (point A) et b) modèle de contraintes en section au pic de force (point B).

Pour les 3 éprouvettes ayant subi les 3 cycles de charge-décharge, pour chaque couple de valeurs force F_i et flèche moyenne δ_i mesurées, avant la force maximale, on détermine le module d'élasticité sécant apparent E_i au cours de la dernière recharge (avec l_m : portée entre appuis, b_m : largeur et h_m : épaisseur de l'éprouvette) selon:

$$E_i = 0.0177 \cdot \frac{F_i}{\delta_i} \cdot \frac{12 \cdot l_m^{-3}}{\mathbf{b}_m \cdot \mathbf{h}_m^{-3}}$$
(6)

On détermine également pour chaque valeur de flèche moyenne δ_i ($i \ge 10$) la moyenne mobile $E_{i,mob}$ des 10 valeurs précédentes du module sécant apparent E_i . Finalement, on représente graphiquement le module E_i et sa moyenne mobile en fonction de la flèche moyenne mesurée δ_i .

La fin du domaine linéaire correspond à la force F_A à partir de laquelle on observe une perte irréversible de 1% de la moyenne mobile du module sécant apparent E_{mi} . La valeur de la limite d'élasticité du BFUP vaut:

$$f_{Ute} = \frac{F_A \cdot l_m}{b_m \cdot h_m^2} \tag{7}$$

Le module d'élasticité apparent du BFUP est égal à la valeur de la moyenne mobile du module sécant apparent E_{mi} pour la force F_A .

Le critère de variation du module sécant (1 %) utilisé dans la méthode de détection de la limite d'élasticité du BFUP f_{Ute} a été validé sur la base de mesures de bruit intrinsèque de mesure, pour deux laboratoires distincts, avec la même éprouvette témoin en aluminium soumise à l'essai de flexion 4 points recommandé, en mode de contrôle de vitesse de traverse. Le bruit sur la mesure de flèche, avant la moyenne mobile des modules d'élasticité, varie entre 0.85 % (labo 1) et 1.84 % (labo 2), valeurs moyennes de bruit à la recharge, sur 10 cycles. Après la moyenne mobile il est inférieur à 1 % pour les deux laboratoires.

Le point B caractérise la force maximale observée pendant l'essai. On peut admettre à ce point une distribution de contraintes en section identique à celle représentée à la figure 4b).

Selon cette hypothèse (zone comprimée en régime élastique), connaissant la force maximale mesurée F_B , on peut calculer la résistance à la traction du BFUP f_{Utu} et la contrainte de compression σ_{Uc} , selon :

$$f_{Utu} = 0.383 \cdot \frac{F_B \cdot l_m}{b_m \cdot h_m^2}$$
(8) $\sigma_{Uc} = 9.111 f_{Utu}$ (9)

Et ainsi vérifier que l'hypothèse de zone comprimée en régime élastique est bien encore valide.

2.4. Préparation des éprouvettes

2.4.1. Essais de traction uniaxiale

La forme des éprouvettes de traction uniaxiale cintrées est donnée à la figure 2. Leur longueur est de 560 mm et leur largeur maximale de 100 mm. Pour chaque série d'essais, 6 éprouvettes de traction sont coulées de manière identique, dans des moules correspondant à la géométrie indiquée, avec une épaisseur de 35 mm \pm 2 mm. On utilise une goulotte pour guider le coulage du BFUP en un flux continu d'un bout à l'autre des moules. De façon à limiter l'entrave imposée par la forme cintrée du moule, le profil du rétrécissement doit être réalisé avec un matériau déformable. Toutes les éprouvettes sont rectifiées à 30 mm \pm 1 mm d'épaisseur.

2.4.2. Essais de flexion sur bande

Les éprouvettes sont des bandes de 500 x 100 x 30 mm.

(1) <u>Essais initiaux et essais de qualité:</u> 6 éprouvettes de flexion sont coulées dans des moules de 100 mm de largeur, correspondant à la géométrie indiquée, de manière identique, avec une épaisseur de 35 mm \pm 2 mm. On utilise une goulotte pour guider le coulage du BFUP en un flux continu d'un bout à l'autre des moules lors du coulage. Toutes les éprouvettes sont rectifiées à 30 mm \pm 1 mm d'épaisseur.

(2) <u>Essais de convenance</u>: deux plaques de 700/700/35 mm sont coulées de manière identique avec une épaisseur de 35 ± 2 mm. Le sens de coulage des plaques est repéré sur le coffrage et les plaques une fois démoulées. Dans l'une des deux plaques, on prélève six éprouvettes, en orientant l'axe longitudinal des éprouvettes parallèlement au sens de coulage. Dans l'autre plaque on prélève six éprouvettes, en orientant l'axe longitudinal des éprouvettes perpendiculairement au sens de coulage. Le sens de coulage est indiqué sur chaque éprouvette (flèche selon axe longitudinal de l'éprouvette pour la découpe dans le sens de coulage ou selon axe transversal pour la découpe perpendiculairement au sens de coulage). Toutes les éprouvettes sont rectifiées à 30 ± 1 mm d'épaisseur avant l'essai.

Le coulage des plaques est réalisé dans les conditions de pose du BFUP sur l'ouvrage (soit sur chant, plan vertical, faces coffrées, soit à l'horizontale), soit sur le chantier, soit au laboratoire. Pour les BFUP autoplaçants ou modérément thixotropes (étalement au cône d'Abram \geq 400 mm), la mise en place pourra être faite manuellement.

On utilise une goulotte pour guider le coulage du BFUP en un flux continu d'un bout à l'autre de la plaque, de manière identique pour chaque plaque. Pour les BFUP fortement thixotropes (étalement au cône d'Abram < 400 mm), on réalise les plaques avec les moyens de mise en place utilisés sur l'ouvrage.

2.4.3. Conditionnement, cure et âge d'essai

Après le coulage, les éprouvettes ou les plaques carrées sont immédiatement protégées de la dessiccation au moyen d'une feuille de plastique et conservées à 20 °C. Elles sont décoffrées après 1 jour et conservées jusqu'à 3 à 5 jours avant l'essai, selon la norme SN EN 12 390-2.

Lors du transport et des manipulations pour les opérations de rectification, elles sont protégées de la dessiccation. 3 à 5 jours avant l'essai les éprouvettes sont séchées pendant 24 heures à l'air ambiant, à 20°C, avant les collages préalables aux essais. Les éprouvettes sont protégées de la dessiccation au moyen d'une feuille de plastique et conservées à 20 °C jusqu'à l'essai.

En l'absence de traitement thermique, les essais sont réalisés à un âge de 28 jours du BFUP de manière à éviter de sous-estimer ses performances potentielles. Avec un traitement thermique, l'âge d'essai est fixé d'entente avec le fournisseur de BFUP et le maitre d'ouvrage, en fonction de l'application.

3. Analyse inverse d'essais de flexion

3.1. Bases théoriques

La méthode d'analyse inverse simplifiée (avec courbure élastique constante) proposée par [3] est appliquée en un point, au pic de force uniquement. Cette méthode est étendue à l'ensemble du domaine pré-pic entre les points A et B selon la figure 5. On peut admettre selon [3] que la courbure dans la zone de moment constant, dans le domaine pré-pic, est constante pour une force donnée et égale à la valeur dans le cas élastique, selon équation (11). Pour un couple de valeurs F_i , δ_i mesurées lors d'un essai de flexion, on a, avec σ_{Uti} la contrainte de traction dans le BFUP à la fibre inférieure tendue dans la zone de moment constant, ε_{Uti} la déformation du BFUP à la fibre inférieure tendue dans la zone de moment constant, χ_i la courbure dans la zone de moment constant, α_i le rapport de la hauteur de la zone plastifiée sur la hauteur totale de la section h_m , b_m la largeur de l'éprouvette et l_m la portée, E module d'élasticité calculé à partir de l'équation (6), pour la force F_A :

$$M_{i} = \frac{F_{i} \cdot l_{m}}{6}$$
(10) $\chi_{i} = \frac{216}{23} \cdot \frac{\delta_{i}}{l_{m}^{2}}$ (11)

Les équations d'équilibre des efforts normaux et des moments en section, et de compatibilité permettent de dériver l'équation (12) suivante :

$$2\alpha_i^3 - 3\alpha_i^2 + 1 - \lambda_i = 0 \qquad (12) \qquad \text{avec} \qquad \lambda_i = \frac{12 \cdot M_i}{b_m \cdot h_m^3 \cdot \chi_i \cdot E} \qquad (13)$$

La valeur du paramètre λ_i peut être déterminée pour une série de couples F_i , δ_i de valeurs mesurées couvrant le domaine pré-pic, après la limite de linéarité au point A. L'équation (12) peut être résolue directement à l'aide d'un logiciel du commerce. Par facilité, on peut également utiliser des valeurs tabulées de la solution α_i pour différentes valeurs du paramètre λ_i entre 1 et 0, comme c'est le cas dans [2]. On notera que le paramètre λ_i ne peut être supérieur à 1 (et α_i également par définition), sinon le modèle ne s'applique pas au point considéré.

A partir de la valeur α_i , on calcule pour une série de points entre la limite d'élasticité du BFUP (point A) et la force maximale (point B), la contrainte de traction et la déformation à la fibre inférieure tendue selon:





Fig. 5 Analyse inverse d'essais de flexion sur bandes, principes.

La base mécanique de cette méthode de calcul simplifiée a le désavantage de ne pas tenir compte du comportement adoucissant en traction du BFUP (déjà actif peu avant le pic de force). Appliquée telle quelle à la force de pic F_B comme c'est le cas dans [3], elle surestime de ce fait notablement la déformation d'écrouissage en traction du BFUP.

Pour cette raison, on complète l'application progressive de cette méthode entre les points A et B par un critère supplémentaire associé à la résistance à la traction du BFUP f_{utu} . Cette valeur est calculée grâce à la force maximale F_B mesurée et à la distribution de contraintes en section selon la figure 4b) et l'équation (8).

Le calcul est effectué pour une série de points espacés entre les points A et B. Le premier point "j" pour lequel la valeur de la contrainte calculée dépasse la résistance à la traction f_{Utu} calculée à partir de l'équation (4) permet d'estimer la limite d'écrouissage du BFUP $\mathcal{E}_{Utu}=\mathcal{E}_{Uti}$.

On prendra garde au fait que la méthode de calcul utilisée selon les équations (10) à (15) suppose pour chaque point de calcul (F_i , δ_i) une distribution de contraintes de traction en section de type élasto-plastique dans la zone tendue selon la Figure 5b). L'ensemble des points σ_{Uti} , ε_{Uti} obtenus par le calcul ne constitue donc pas une approximation point par point de la loi de comportement en traction du matériau mais plutôt des approximations successives d'une loi de traction de type élasto-plastique, pour des profondeurs croissantes de matériau plastifié dans la section de l'éprouvette (α_i croissant). Il n'est donc pas exclu d'avoir une réponse non monotone ("premier pic") de cette courbe dans le cas d'éprouvettes présentant une résistance plus élevée sur les premiers mm de la section fléchie (valeurs λ_i proches de 1 et α_i proches de 0) par exemple, ce qui peut être le cas à cause de l'orientation préférentielle des fibres au voisinage du fond de coffrage et de la surface libre du BFUP. Pour cette raison, le choix des points de calcul doit être fait de telle sorte que la hauteur de la section plastifié α_i soit au moins égale à 0.5 (loi de traction moyenne estimée sur plus de 50 % de la hauteur de la section totale) pour avoir une estimation suffisamment représentative de l'ensemble de la section fléchie.

3.2. Choix des points de calcul

On choisit la valeur de la force et de la flèche au premier point de calcul parmi les valeurs mesurées de telle sorte que la valeur λ_i correspondante soit égale à 0.5 environ ($\alpha_i > 0.5$ soit 50 % de la section déjà plastifiée). Les 9 couples de valeurs suivants sont choisis régulièrement répartis le long de l'axe des valeurs de la flèche, entre le premier point et la flèche pour la force F_B .

4. Exemple d'application

Dans ce qui suit on illustre les essais de flexion sur bandes et la méthode d'analyse inverse sur la base des résultats d'essais réalisés dans la cadre d'un chantier d'application de BFUP en Suisse.

4.1. Limite de linéarité et module d'élasticité

La figure 6a) présente la variation du module d'élasticité sécant et de sa moyenne mobile pour une éprouvette. Le point correspondant à la limite d'élasticité est celui à partir duquel on observe une variation irréversible de plus de 1% de la moyenne mobile, soit pour une flèche de 0.217 mm, correspondant à un module d'élasticité de 43330 MPa et à une force de 1.522 kN. La limite d'élasticité f_{Ute} correspondante vaut 7.45 MPa. La figure 6b) montre le point (A) de limite d'élasticité sur la courbe force-flèche. On remarque la difficulté de détecter la déviation de la linéarité sur cette courbe uniquement.



Fig. 6 Analyse inverse d'essais de flexion sur bandes, application, a) détermination de la limite d'élasticité f_{Ute}, b) force-flèche et indication de la limite d'élasticité.

4.2. Analyse inverse et détermination de l'écrouissage

La figure 7a) présente la courbe force-flèche de l'essai avec les points utilisés pour l'analyse inverse selon [2]. On a également représenté sur cette figure le résultat du calcul par éléments finis (logiciel MLS) avec les paramètres de calcul obtenus au moyen de l'analyse inverse selon la méthode proposée dans [2], complétés avec un comportement adoucissant avec une énergie de rupture spécifique G_{FU} de 14'000 J/m². On note la très bonne correspondance entre le résultat d'essai et le calcul par éléments finis.

La figure 7b) illustre l'application de la méthode d'analyse inverse selon CT2052. La résistance à la traction du BFUP vaut 9.28 MPa. Cette valeur est dépassée pour la première fois pour une déformation ε_{Uti} de 3.9 ‰ qui est donc la limite d'écrouissage ε_{Utu} du BFUP pour cette éprouvette. La loi de traction (parties élastique et écrouissante) correspondant aux 3 paramètres *f*_{Ute}, *f*_{Utu} et ε_{Utu} et ε_{Utu} et utilisés pour le calcul par éléments finis (MLS) est indiquée pour mémoire.



Fig. 7 Analyse inverse d'essais de flexion sur bandes, application, a) force-flèche et points de calcul et b), résultats et comparaison avec calcul MLS (paramètres de calcul: $f_{Ute} = 7.45$ MPa, $f_{Utu} = 9.28$ MPa, $\varepsilon_{Utu} = 3.9$ %, $G_{FU} = 14'000$ J/m²).

5. Conclusions

- Deux essais sont proposés pour l'identification de la réponse en traction des BFUP.
- Une méthode originale basée sur la variation du module sécant est proposée pour l'identification fine de la limite d'élasticité des BFUP f_{Ute} .
- Une méthode originale, inspirée de [3], permet de réaliser l'analyse inverse de résultats d'essai de flexion dans le domaine pré-pic de manière simple, à l'aide de valeurs tabulées, et d'estimer la déformation maximale d'écrouissage du BFUP ε_{Utu} .
- La comparaison entre les résultats obtenus avec la méthode d'analyse inverse simplifiée proposée et les prédictions d'un logiciel de calcul par éléments finis avec un modèle complet élasto-écrouissant-adoucissant montre une très bonne correspondance.
- Les méthodes proposées ont été appliquées avec succès à des chantiers récents d'application de BFUP en Suisse.

6. Références

- [1] DENARIÉ E., "Formulation et propriétés des BFUP du matériau aux structures", Journée d'étude « Bétons Fibrés Ultra-Performants, concevoir, dimensionner, construire, 27 octobre 2011, édité par E. Brühwiler, L. Moreillon, R. Suter, Ecole d'Ingénieurs et d'Architectes de Fribourg, Suisse, pp. 49-65.
- [2] SIA 2052, "Béton fibré ultra-performant (BFUP) : Matériaux, dimensionnement et exécution", *Cahier technique SIA 2052, en préparation*, 2015, Zürich.
- [3] AFGC, "Bétons Fibrés à Ultra Hautes Performances", *Recommandations, Edition révisée,* Association Française de Génie Civil, 2013, Paris.
- [4] SIA 269/2, "Maintenance des structures porteuses Structures en béton", *Norme Suisse*, 2011, Zürich.
- [5] NEUBER H., "Der zugbeanspruchte Flachstab mit optimalem Querschnittsübergang". *Forschung im Ingenieurwesen*, 1969, 35, No.1, pp. 29–30.
- [6] ROELFSTRA P. E., SALET A. M., KUIKS J. E., "Defining and application of stressanalysis based temperature difference limits to prevent early-age cracking in concrete structures", *Proceedings n°25 of the International RILEM Symposium: Thermal cracking in concrete at early age*, 1994, pp. 273-280, Munich.