

# La Problématique de la Mesure en Mécanique Quantique

Jacques Levrat et Marc Vuffray

Département de Physique

Travail de Master en Sciences Humaines et Sociales

dirigé par Michael Esfeld

Professeur d'Épistémologie et Philosophie des Sciences

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

le 21 mai 2007



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1	Une expérience décisive, les fentes de Young . . . . .	2
1.2	Explication dans le cadre du paradigme actuel . . . . .	4
1.2.1	Interprétation de Copenhague: dualité onde-corpuscule . . . . .	4
1.2.2	Selon la mécanique quantique standard: Schrödinger et Heisenberg . . . . .	4
1.3	Le grain de sable dans la machine quantique: la mesure . . . . .	5
1.4	Selon le formalisme des intégrales de chemin de Feynman . . . . .	6
1.5	Une rupture avec la mécanique quantique . . . . .	9
<b>2</b>	<b>La théorie de la décohérence</b>	<b>9</b>
2.1	Position du problème . . . . .	9
2.2	Formalisme . . . . .	10
2.3	Limites de la théorie de la décohérence . . . . .	11
<b>3</b>	<b>L'explication par la mécanique bohmiennne</b>	<b>11</b>
3.1	Idées et concepts . . . . .	11
3.2	Un pas vers une solution philosophiquement acceptable . . . . .	11
3.3	Violation de la localité . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Le modèle GRW</b>	<b>13</b>
4.1	Projet des auteurs : développement de la théorie GRW . . . . .	13
4.1.1	Hypothèses et méthode . . . . .	13
4.2	Théorie GRW et le problème de la mesure . . . . .	15
4.3	La théorie GRW vue à travers l'expérience de pensée du <i>Chat de Schrödinger</i> . . . . .	17
4.4	Limitations du modèle et objections . . . . .	18
4.4.1	Une théorie non falsifiable . . . . .	18
4.4.2	La discontinuité des processus physiques . . . . .	19
4.4.3	Une description ad hoc ? . . . . .	19
4.4.4	Symétrie de la fonction d'onde violée ? . . . . .	20
4.4.5	Choix arbitraire d'une base opératorielle . . . . .	20
4.4.6	Problèmes en théorie des champs . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>21</b>

# 1 Introduction

## 1.1 Une expérience décisive, les fentes de Young

La mécanique quantique est la branche de la physique qui étudie le comportement des objets microscopiques, tels les atomes ou les électrons. Leur mouvement ou leur façon de réagir ne ressemble en rien à celui d'une balle, d'une onde ou encore d'une goutte d'encre dans un verre d'eau.

Nous allons illustrer cette nature exotique par l'expérience des fentes de Young. La force de celle-ci réside dans sa capacité à exposer succinctement le caractère inhabituel de cette physique.

Le montage de cette expérience assez simple est exposé sur la figure (1.1).

Elle est composée d'une source de l'objet à étudier; un canon pour une balle de fusil, un haut parleur pour une onde ou encore un tube cathodique pour l'électron. En face de la source, se trouve un détecteur: mur, microphone ou écran de télévision. Entre le détecteur et la source sera placé un obstacle avec deux fentes percées à égale distance du canon.

Etudions à présent le cas des balles de fusil. A chaque fois que l'on déclenche le canon, on peut s'apercevoir que le mur reçoit à chaque fois un impact d'une taille comparable à celle de la balle. Après un très grand nombre de coup de fusil, on se propose de cartographier les impacts: c'est-à-dire de comptabiliser le nombre de balles reçues pour chaque endroit du mur. En faisant ceci on obtient une répartition des impacts en forme de cloche, comme celle de la figure (1.1). La raison est que notre canon est un peu dispersif et que les balles ont pu ricocher sur les bords de l'interstice. Un exemple de trajectoire est montré sur la figure (1.1). Lorsque les deux fentes sont dégagées, on peut voir que l'intensité des tirs correspond à la superposition des intensités où les fentes gauches et droites sont obstruées.

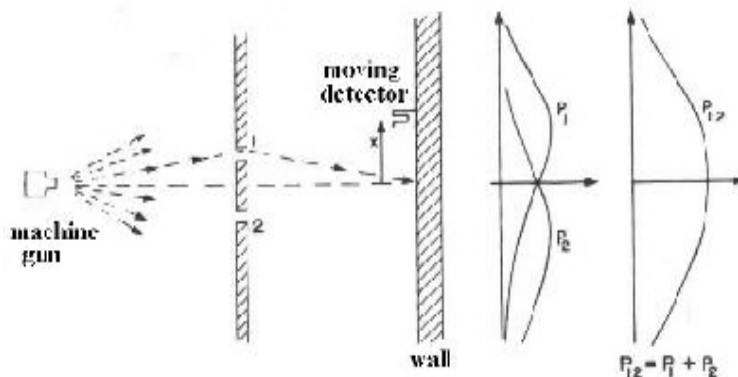


Figure (1.1). Expérience à deux fentes avec des balles de fusil. *Ref [1]*

Etudions à présent le cas des ondes. Nous répétons la même procédure que précédemment à la seule différence que l'on mesure à présent, sur notre écran, le volume sonore ou l'amplitude de la vague à chaque endroit. Pour les cas où une fente est obstruée, on obtient les mêmes figures que dans le cas des balles de fusil, mais lorsque l'on regarde le résultat avec deux fentes, on obtient le résultat montré sur la figure (1.1). Pourquoi n'avons nous pas comme avant la superposition directe des cas à une fente? Car avec les ondes, il y a un phénomène d'interférence. Chaque fente agit comme une nouvelle source d'onde. Si à un endroit donné les deux sources créent des creux de vagues, ces deux-là vont s'amplifier pour créer un creux deux fois plus grand. A l'inverse lorsqu'à un endroit une source crée une bosse et l'autre un creux, les deux vont s'annuler et cet endroit ne sera le sujet

d'aucune perturbation. C'est ce que l'on appelle respectivement des interférences constructives et destructives.

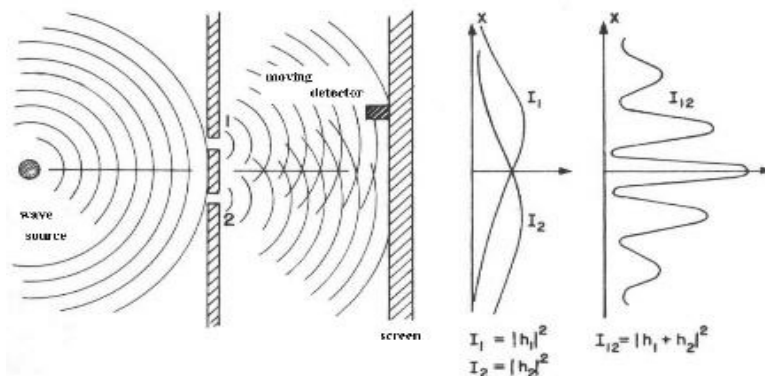


Figure (1.1). Expérience à deux fentes avec les ondes. Ref [1]

Voyons enfin le cas des électrons. Nous observons sur l'écran un impact. Ceci signifie que l'électron occupe un volume d'espace restreint, tout comme les balles de fusil. On peut donc supposer que l'électron est bien une particule. Suivant le même protocole, lorsqu'une fente est obstruée on trouve au fil du temps une accumulation des impacts et un comportement identique aux balles de fusils. Mais lorsque les deux fentes sont libérées, on trouve que la fréquence des impacts est distribuée comme pour des ondes, figure (1.1).

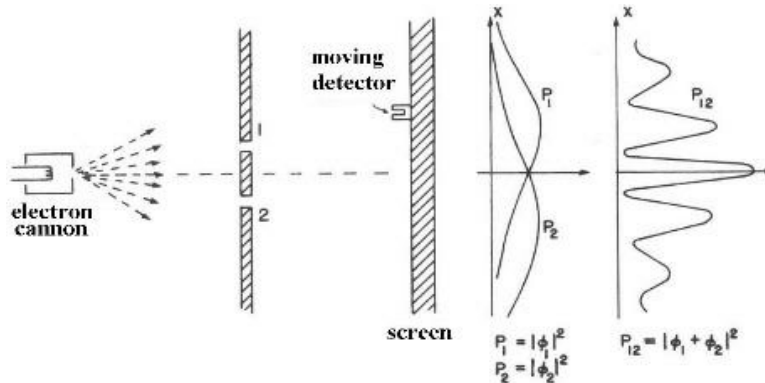


Figure (1.1). Expérience à deux fentes avec un canon à électron. Ref [1]

On pourrait conclure que l'électron est une onde mais cela serait contraire à la mesure faite sur l'écran: un impact de particule. De plus l'interférence n'a lieu que lorsque les deux fentes sont libres. Autrement dit tout se passe comme si l'électron passe par les deux trous en même temps afin d'interférer avec lui-même. Nous pouvons alors tester quel chemin le corpuscule prend. On rajoute dans l'expérience précédente un dispositif qui émet un faisceau de lumière dans la direction du trou par lequel l'électron est détecté. Maintenant à chaque fois que l'électron est émis, on peut voir un flash de lumière dirigé dans une seule direction. On en conclut qu'il ne passe que par un seul de deux trous à la fois. Néanmoins à présent la fréquence des impacts sur l'écran a changé d'aspect, figure (1.1). Dès le moment où l'on a pu mettre en évidence le chemin parcouru par l'électron, celui-ci n'interfère plus et se comporte comme une balle de fusil!

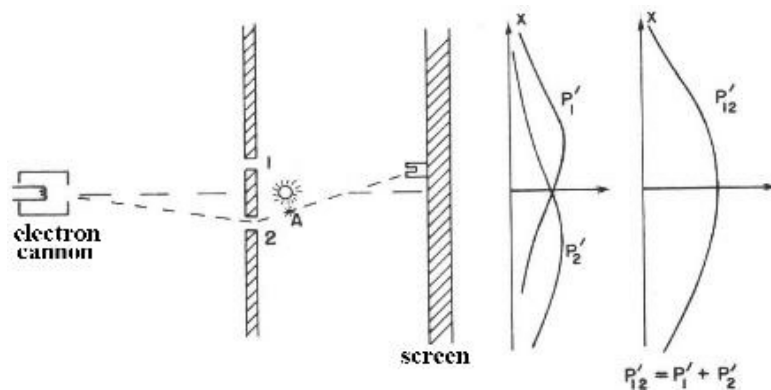


Figure (1.1). Double slits experiment with electron beam. Ref [1]

Et c'est là qu'intervient la problématique de la mesure que nous allons traiter: tant qu'un objet quantique n'est pas observé il semble se comporter comme une onde, mais lorsque l'on fait une mesure sur cet objet, il semble adopter un comportement de particule.

## 1.2 Explication dans le cadre du paradigme actuel

### 1.2.1 Interprétation de Copenhague: dualité onde-corpuscule

### 1.2.2 Selon la mécanique quantique standard: Schrödinger et Heisenberg

Le formalisme de la mécanique quantique traditionnelle est formulé sur les quatre postulats suivants:

Postulat 1: Vecteurs d'état

L'état d'un système physique est complètement défini à tout instant  $t$  par la connaissance de son vecteur d'état, noté  $|\psi(t)\rangle$ .

De plus on exige que le vecteur  $|\psi(t)\rangle$  appartienne à un espace de Hilbert  $H$  dont les caractéristiques dépendent du problème physique considéré. Très souvent on utilise la représentation coordonnée pour le vecteur d'état, c'est-à-dire que  $|\psi(t)\rangle$  est une fonction dans l'espace  $L^2(\mathbb{R}, \mathbb{C}) \times \mathbb{R}_+$ . A ce moment là  $\psi(x, t)$  est appelé la fonction d'onde du système.

Postulat 2: Equation de Schrödinger

L'évolution au cours du temps du vecteur d'état  $|\psi(t)\rangle$  est gouvernée par l'équation de Schrödinger dépendant du temps:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H}(t) |\psi(t)\rangle$$

où  $\hat{H}$  est l'opérateur hamiltonien associé au système.

C'est la loi d'évolution qui joue le rôle de l'équation de Newton en physique quantique. C'est la loi centrale de toute la mécanique quantique.

Postulat 3: Règles de quantification

Pour obtenir, dans la représentation, l'expression de l'opérateur  $\hat{A}(\hat{x}, \hat{p})$  associé à l'observable physique  $A(x, p)$ , il suffit de remplacer l'opérateur  $\hat{x}$  par  $x$ , et l'opérateur  $\hat{p}$  par  $-i\hbar \vec{\nabla}$  dans l'expression de  $\hat{A}$  convenablement symétrisée.

Ceci permet de trouver mathématiquement l'expression des opérateurs. Par exemple pour l'Hamiltonien, on a en mécanique classique l'expression

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + V(q)$$

Donc en représentation de configuration nous avons que l'opérateur Hamiltonien est de la forme

$$\hat{H} = -\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 + V(x)$$

L'équation de Schrödinger est alors

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x, t) = -\frac{\hbar}{2m}\nabla^2\psi(x, t) + V(x)\psi(x, t).$$

Postulat 4: Mesures

On assigne à toute grandeur physique  $A$  un opérateur hermitique  $\hat{A}$ , appelé observable, qui agit sur le vecteur d'état  $|\psi\rangle$  du système. Le résultat d'une mesure concernant  $A$  ne peut conduire qu'à une valeur propre de l'opérateur  $\hat{A}$ . Immédiatement après la mesure, le vecteur d'état du système est modifié: il est réduit à sa projection sur le sous-espace propre associé à la valeur propre mesurée.

C'est le postulat de la mesure qui va nous intéresser tout au long de ce travail.

### 1.3 Le grain de sable dans la machine quantique: la mesure

En physique classique on décrit un système en attribuant des valeurs bien déterminées à chacune de ses observables. Nous avons vu qu'en mécanique cela n'est pas le cas. Par exemple dans le cas de l'expérience de Young, nous avons vu que l'électron ne peut être décrit comme passant par une fente bien déterminée. Dans le paradigme actuel, au moment où il traverse les deux fentes, il est décrit par un vecteur d'état de la forme suivante:  $|\text{electron}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|x_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|x_2\rangle$ , où  $x_1$  et  $x_2$  représentent les positions des fentes 1 et 2 respectivement.

Pour calculer l'évolution de ce système il faudrait calculer sa fonction d'onde totale  $\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_1(x, t) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2(x, t)$  où  $\psi_1(x, 0) = \langle x|x_1\rangle$  et  $\psi_2(x, 0) = \langle x|x_2\rangle$ .

La probabilité de trouver l'électron sur l'écran est donnée par le carré de la fonction d'onde soit

$$P = |\Psi|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2 \right|^2 = \frac{1}{2}|\psi_1|^2 + \frac{1}{2}|\psi_2|^2 + \frac{1}{2}\langle\psi_1|\psi_2\rangle + \frac{1}{2}\langle\psi_2|\psi_1\rangle$$

Les deux derniers termes représentent les interférences du système.

Si maintenant on décide d'opérer une mesure de la position pendant qu'il passe les deux fentes, on trouvera comme probabilité

$$P(x) = \left( \langle x | \frac{1}{\sqrt{2}} |x_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |x_2\rangle \right)^2 = \frac{1}{2}\delta(x_1, x) + \frac{1}{2}\delta(x_2, x)$$

On retrouve le résultat expérimental selon lequel l'électron a une probabilité de  $\frac{1}{2}$  de passer par l'une ou l'autre fente. De plus le postulat de la mesure nous indique que l'électron se trouve dans l'état  $|x_1\rangle$  ou  $|x_2\rangle$  juste après l'observation. Si on laisse évoluer le système, on aura que la fonction d'onde totale du système ne se réduit plus qu'à  $\psi_1(x, t)$  ou  $\psi_2(x, t)$ . La probabilité de trouver un électron sur l'écran sachant qu'il a été mesuré en  $|x_1\rangle$  sera  $P = |\psi_1|^2$ . Comme on avait une chance sur deux de le réduire dans un état  $|x_i\rangle$ , la probabilité totale de le trouver est alors

$$P(x) = \frac{1}{2} |\psi_1|^2 + \frac{1}{2} |\psi_2|^2$$

Conformément à l'expérience, il n'y a dès lors plus d'interférence visible sur l'écran.

Le formalisme quantique permet de calculer et de trouver le comportement de ce que l'on observe de manière remarquable, mais elle pose un très sérieux problème. Elle ne définit pas ce qu'est un appareil de mesure ou même ce qu'est l'observation. Pourtant si cette théorie était universelle, elle devrait expliquer aussi bien la dynamique de l'électron que celle de l'appareil. De plus l'équation de Schrödinger est purement déterministe, alors pourquoi la mesure d'une quantité physique rend la nature probabiliste? Sachant cela, que peut-on dire de la valeur ontologique d'un état superposé ou intriqué ?

## 1.4 Selon le formalisme des intégrales de chemin de Feynman

L'approche qu'a adoptée Richard Feynman pour décrire la dynamique quantique est particulièrement intéressante dans le cadre de ce travail et cela à plus d'un titre. Tout d'abord, cette théorie, connue sous le nom d'*intégrales de chemin*, ressuscite d'une certaine manière la notion de trajectoire qui est une propriété purement macroscopique comme on a pu le voir jusqu'ici. Cette description nous permet donc de nous situer dans un paradigme plus familier puisqu'il intègre une notion classique et qui plus est, une grandeur accessible à la mesure. Cependant, comme nous allons le voir, il y a tout de même un prix à payer et le problème de la mesure ne trouvera pas une solution définitive dans ce cadre. La démarche nous offrira néanmoins des pistes intéressantes, voire essentielle dans la mesure où elle prend pleinement son origine dans l'expérience à deux fentes que nous avons pris comme fil rouge.

Toute sa vie, Feynman a été obsédé par un concept physique classique très profond, le **principe de moindre action** qui propose une manière très puissante et élégante de déterminer la trajectoire d'une particule :

*Une particule possédant une certaine énergie cinétique  $T$  et potentielle  $V$  choisira, parmi toutes les trajectoires possibles joignant deux points de l'espace  $x(t_i) = x_i$  et  $x(t_f) = x_f$ , celle qui minimise une fonctionnelle appelée 'action' définie de la manière suivante :*

$$S = \int_{t_{initial}}^{t_{final}} L(x(t), \dot{x}(t)) dt$$

Où  $L(x(t), \dot{x}(t)) = T - V$  est une fonctionnelle dépendant de la position et de la vitesse de la particule, appelé le **Lagrangien**. Une fois ceci posée, le principe de moindre-action, s'écrit en toute simplicité :

$\delta S([\gamma]) = 0$ $x(t_{initial}) = x_i$ $x(t_{final}) = x_f$
--

Où  $\gamma : x(t)$  désigne un chemin reliant  $x_i$  à  $x_f$ . Cette théorie est l'aboutissement de la mécanique classique et énonce une manière très élégante de trouver la trajectoire d'une particule soumise à n'importe quel champ de force. La beauté de cette théorie a décidé Feynman à en trouver une généralisation pour le monde quantique. Le problème est que la dynamique de Schrödinger tout comme celle d'Heisenberg sont basées sur le formalisme Hamiltonien qui permet de décrire entièrement la dynamique d'un problème dans un espace appelé **l'espace de phase** et où les variables indépendantes sont la position  $x$  et l'impulsion  $p$  de la particule. Le Lagrangien dépend également de la position mais pas de l'impulsion. L'action  $S$  que nous venons de définir n'apparaît donc jamais dans le formalisme hamiltonien et le principe de moindre action semble être une impasse. Néanmoins, Feynman a développé un calcul et un cadre conceptuel très élégants permettant de d'introduire le principe de moindre action en mécanique quantique via **l'intégrale de chemin**. Sans nous noyer dans les calculs, nous présentons ici, un développement heuristique permettant d'y voir plus clair.

Avant la théorie de Feynman, l'interprétation de l'expérience à deux fentes était basée sur l'interprétation de Copenhague qui stipule qu'un objet quantique peut se comporter comme une onde ou comme une particule. Dans ce cadre, il est manifeste que l'électron de notre expérience à une nature ondulatoire dans la mesure où le voit se produire une série de franges d'interférences sur l'écran, derrière les fentes. Néanmoins, il demeure que l'électron est une particule massive et en aucun cas une onde. Ceci est d'autant plus flagrant que l'on observe une succession d'impacts sur l'écran et non pas une distribution d'intensité instantanée comme dans le cas d'une onde. Il y a quelque chose de mal défini dans tout cela, mais quoi ? Précisément, l'action ! L'action d'un électron est extrêmement faible, de l'ordre de  $\hbar$ . Pour un objet macroscopique, l'action est environ  $10^{34}$  supérieure à celle d'un objet quantique et le principe de moindre action permet de distinguer parmi toutes les trajectoires possibles, une seule qui satisfasse exactement  $\delta S(x(t), \dot{x}(t)) = 0$ . Mais que se passe-t-il quand  $S \rightarrow 0$  ? C'est là que le problème devient intéressant. Il se trouve que la particule ne sera pas indifférente aux petites fluctuations par rapport à celle qui minimise l'action classique. En d'autres termes, il existe une 'tube' de trajectoires autour de la trajectoire classique (celle qui obéit  $\delta S = 0$ ) qui ont une contribution non nulle dans la trajectoire finale. Ces contributions non nulles agissent de manière additive comme le feraient des ondes. Dans le cas de l'expérience à deux fentes, il y a deux trajectoires possibles pour l'électron : passer par la fente 1 ou par la fente 2. A chacune de ces trajectoires correspond une action bien définie, très proche l'une de l'autre et le mouvement choisi par l'électron ne sera pas bien défini. Le résultat final, peut se voir comme la somme sur tous les chemins possibles en attribuant à chacun d'eux un poids bien défini (en effet, il paraît possible que l'électron fasse un détour par le Brésil avec de passer l'une des fentes, même si virtuellement cette possibilité existe avec un poids plus que négligeable). Pour traduire mathématiquement ce concept, Feynman a introduit la notion de propagateur qui n'est rien d'autre que la somme sur toutes les amplitudes associées aux chemins possibles (notés  $\gamma$ ) allant de  $x_i$  au temps  $t_i$  à  $x_f$  au temps  $t_f$  :

$$K(x_f, t_f; x_i, t_i) = \sum_{\gamma} \Phi[\gamma]$$

Tout le problème était de trouver une forme mathématique pour l'amplitude qui tienne compte du fait que seules les actions proches de  $\hbar$  produisent des comportements purement quantiques. L'idée très simple suggérée est d'utiliser une fonction qui dépende exponentiellement du rapport  $\frac{S}{\hbar}$ . Pour des raisons que nous ne discuterons pas ici, l'amplitude d'un chemin s'écrit<sup>1</sup> de manière complexe :

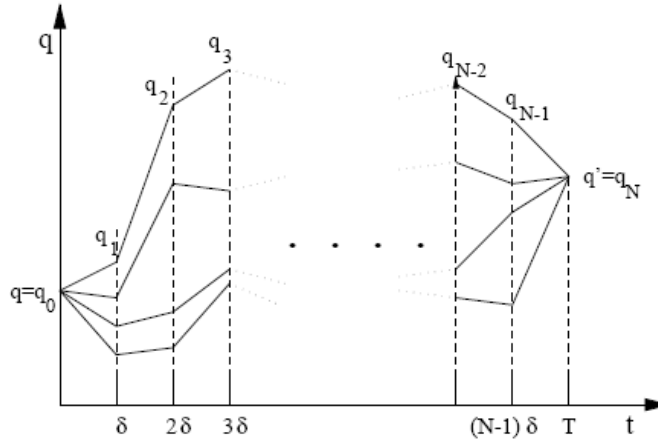
---

<sup>1</sup>Il est possible de dériver mathématiquement ce résultat en exprimant le propagateur dans le formalisme hamil-



$$\Phi([\gamma]) = e^{i\frac{S[\gamma]}{\hbar}}$$

On peut se représenter ce concept en une dimension comme dans la figure ci-dessous, où chaque bifurcation de trajectoire correspond à un écran supplémentaire dans l'expérience à deux fentes :



*Intégrale de chemin en 1D*

L'intégrale de chemin s'écrit comme la somme sur tous les chemins possibles entre  $x(t_i)$  et  $x(t_f)$  :

$$K(x_f, t_f; x_i, t_i) = \sum_{\gamma} \Phi[\gamma] \rightarrow \int D[\gamma] e^{i\frac{S[\gamma]}{\hbar}}$$

Où  $D[\gamma]$  est la mesure utilisée. Ce problème est hautement non-trivial car on effectue une intégrale sur un ensemble de chemins. Nous ne nous y intéresserons pas dans ce travail.

Cette approche de l'intégrale de chemin nous éclaire dans le problème de la mesure car il expose une manière de comprendre les mécanismes qui conduisent l'électron à choisir une fente plus que l'autre. Nous savons que faire cette mesure avant les fentes conduit à une distribution classique des électrons sur l'écran alors que si nous laissons le système tranquille, nous trouvons la figure d'interférences déjà mentionnée. Le formalisme que nous venons d'exposer permet de comprendre comment l'action extrêmement faible des électrons associée à chaque chemin produit la figure d'interférence. En effet, en généralisant le principe de moindre action, Feynman suggère que la dynamique à l'échelle microscopique, obéit à une loi de la nature. Dès cet instant, contester le résultat de l'expérience à deux fentes revient, de manière équivalente, à contester ce principe de moindre action dont la légitimité repose essentiellement sur son infinie simplicité et sa puissance de prédiction. Toutefois, il demeure un problème que ce principe, aussi efficace soit-il, demeure impuissant à éclaircir : *Comment s'opère la réduction des chemins qui conduit à la destruction de la figure d'interférence lorsque un observateur se place avant les fentes ?* Si l'on formule cette question dans le cadre des intégrales de chemin, nous nous apercevons que la mesure a pour effet d'annuler toutes les contributions des chemins non classiques, i.e. tous les chemins ne satisfaisant pas exactement  $\delta S[\gamma] = 0$ . Cette nouvelle formulation de la réduction de la fonction d'onde nous

---

tonien. Le calcul peut se faire rapidement de manière assez intuitive, mais représente en soi un véritable défi mathématique

offre certes un nouveau cadre conceptuel dans lequel penser la question qui nous rapproche du paradigme classique, mais ne semble pas offrir à priori une réponse évidente au problème de la mesure.

## 1.5 Une rupture avec la mécanique quantique

Le lecteur pourrait penser que présenter les différentes approches de la mécanique quantique est inutile car au fond, nous n'avons pas avancé dans notre recherche sur le problème de la mesure. Ce n'est pas tout à fait vrai. Les approches présentées nous permettent de poser une conclusion intermédiaire très intéressante qui motivera la suite de ce travail : *La mécanique quantique, quelle que soit sa formulation, ne contient rien permettant de déduire un mécanisme quelconque qui expliquerait la réduction du paquet d'onde*. Dans le cadre de Schrödinger, nous avons bien compris le rôle de la fonction d'onde et ses limites de prédictions. Dans le cadre de Heisenberg, nous avons découvert une alternative élégante mais complètement équivalente. Ces deux approches souffrent d'un problème épistémologique évident : la compréhension des postulats. L'approche de Feynman est à ce sens, un énorme soulagement car il permet de *penser la mécanique quantique* et d'une certaine manière, de la comprendre. C'est donc bien cette dernière étape qui nous permet de conclure à l'impuissance du cadre actuel et à la nécessité d'ajouter un ingrédient, un nouveau concept non contenu dans les postulats de la mécanique quantique, qui n'en modifierait pas les prédictions tout en y incluant un mécanisme épistémologiquement satisfaisant qui nous permette d'expliquer le problème de la mesure. Cet ingrédient, pour être recevable, devra impérativement décrire une propriété intrinsèque des particules étudiées pour pouvoir être compatible avec la reproductibilité des expériences (et en particulier avec l'expérience de Young que nous avons choisi comme fil rouge). Ce nouveau postulat ne devra pas non plus avoir un caractère ad-hoc afin d'avoir une portée universelle. Enfin, il est souhaitable que la théorie ainsi formulée soit la plus simple possible, car même si cette exigence semble être gratuite, l'histoire a montré jusqu'ici que pour être vrai, une théorie doit avant tout être simple et élégante.

## 2 La théorie de la décohérence

### 2.1 Position du problème

Prenons un système quantique, un électron par exemple. Nous savons que pour un tel objet, sa dynamique obéit à l'équation de Schrödinger. Si maintenant on souhaite décrire une interaction de l'électron avec un système beaucoup plus grand comme un fil électrique, il faudrait considérer l'évolution du système "électron-fil" qui contient un nombre immense d'objets quantiques. L'approche exacte pour un tel système n'est plus possible analytiquement ni même numériquement. En fait, notre ignorance du système est telle qu'il devient impossible d'écrire la fonction d'onde de ce système et ceci même si l'on était capable d'en calculer l'opérateur d'évolution.

Comment s'y prendre pour faire des prédictions sur un tel système ? Ayant abandonné définitivement toute tentative d'une description exacte, il ne reste plus qu'à se tourner vers une description statistique. Dans le cadre de la mécanique classique, on remplace l'état du système défini par les variables conjuguées position ( $\mathbf{q}$ ) et impulsion ( $\mathbf{p}$ ) par une densité de probabilité ( $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ ) sur ces

dernières. Notre absence de connaissance nous permet de ne décrire le système qu'en termes de probabilités. Dans le cas quantique, le problème est un peu plus subtil car les systèmes microscopiques ont en plus une nature probabiliste intrinsèque qui ne dépend pas de notre ignorance. Il faudra donc tenir compte de ces deux sources stochastiques si l'on veut traiter statistiquement un tel système.

## 2.2 Formalisme

Ne pouvant plus écrire l'état du système comme un vecteur dans l'espace de Hilbert (i.e. un ket), on introduit un opérateur, appelé la **matrice densité**, qui s'exprime comme une somme pondérée sur les projecteurs de tous les états que peut prendre le système, i.e :

$$\rho = \sum_{\psi} p_{\psi} |\psi\rangle \langle\psi|$$

Où  $p_{\psi}$  est la probabilité "classique" (dû à notre ignorance du système) d'être dans l'état  $|\psi\rangle$ . Il s'ensuit que  $\sum_{\psi} p_{\psi} = 1$ . Nous décrivons donc le système en termes de matrice densité qui correspond à un état de mélange contrairement à un état pur qui correspond simplement à la fonction d'onde. On peut montrer que l'équation de Schrödinger est remplacé par :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho]$$

L'objectif de la décohérence est de traiter un appareil de mesure par dans le formalisme de la matrice densité. Pour revenir à notre exemple précédent, on couple un électron décrit par sa fonction d'onde (état pur) avec un système macroscopique décrit par la matrice densité (état de mélange). Le système total devient donc un état intriqué entre la fonction d'onde de l'électron et la matrice densité de notre appareil de mesure. Suivant le formalisme de Lindblad et Kraus [3, page 178-182], on peut montrer que l'évolution d'un tel système est semblable à un processus markovien dont l'évolution est décrite par l'équation maîtresse de Lindblad.

Si un électron initialement dans un état pur quelconque de superposition (ex :  $a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$ ) se couple avec un instrument de mesure dans un état de mélange ( $\rho = \sum_{\psi} p_{\psi} |\psi\rangle \langle\psi|$ ), on obtient un état intriqué du système qui, après un certain temps de relaxation  $\tau$  qui ne dépend que du désordre du système (température), s'écrit comme une somme pondérée sur les états possibles du système. Ces états sont  $|\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\rangle$ ,  $|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$  et  $|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$ . Les coefficients associés aux états de superposition ( $|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$  et  $|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$ ) tendent vers 0 alors que ceux associés aux états propres ( $|\uparrow\rangle$  et  $|\downarrow\rangle$ ) tendent respectivement vers  $a$  et  $b$ . Ce concept se généralise pour un système à  $N$  états. La théorie de la décohérence nous montre que dans le cas d'un système macroscopique couplé à un objet microscopique, un état de superposition de ce dernier ne peut subsister qu'avec une très faible probabilité. Ceci signifie que le système est dans un état bien défini au sens classique avec une grande probabilité. Cette réduction vient du fait qu'on l'on couple le petit système à un très grand nombre de degrés de liberté et ce couplage contraint une réduction du système quantique observé.

## 2.3 Limites de la théorie de la décohérence

La décohérence ne modifie en rien la mécanique quantique et garde en son sein les mêmes défauts. Elle permet d'expliquer selon le même formalisme pourquoi on ne peut pas mesurer des effets d'intrications dans des objets macroscopiques ou pourquoi de tels objets sont dans des états bien définis. Seulement, on est obligé, à un moment ou à un autre, d'utiliser les calculs de probabilités et le postulat de la mesure, inhérents à la mécanique quantique.

En d'autres mots, la décohérence n'est rien d'autre qu'une mesure faite par l'environnement via un mécanisme compliqué caché dans le formalisme de la matrice densité du système total. Et c'est en cela que cette théorie ne répond en rien au problème de la mesure.

## 3 L'explication par la mécanique bohmienne

### 3.1 Idées et concepts

La mécanique non-relativiste de Bohm décrit la nature du monde quantique par des particules ponctuelles suivant des trajectoires déterminées par une loi de mouvement. L'évolution de la position de ces particules est déterminée par une fonction d'onde qui elle-même évolue en accord avec l'équation de Schrödinger. Dans la mécanique de Bohm, la description totale du système est le couple  $(\Psi, Q)$ , où  $\Psi = \Psi(q)$  et  $Q = (Q_1(t), \dots, Q_N(t))$  sont respectivement les fonctions d'ondes et la configuration actuelle du système, avec  $Q_k$  dénotant la position de la  $k^{\text{ème}}$  particule dans l'espace.

Dans la mécanique de Bohm, la dynamique des particules est déterminée par une équation différentielle du premier ordre

$$\frac{dQ_k}{dt} = v^\Psi(Q_t)$$

où  $v^\Psi = (v_1^\Psi, \dots, v_N^\Psi)$  est le champ de vitesse dans l'espace de configuration. Ce champ est généré par la fonction d'onde  $\Psi$  qui elle-même évolue selon l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi$$

où  $H$  est le hamiltonien. i.e. pour des particules non-relativistes et sans spin

$$H = - \sum_{k=1}^N \frac{\hbar^2}{2m_k} \nabla_k^2 + V.$$

Le champ de vitesse est déterminé par

$$v_k^\Psi = \frac{\hbar}{m_k} \text{Im} \left[ \frac{\nabla_k \Psi}{\Psi} \right].$$

### 3.2 Un pas vers une solution philosophiquement acceptable

La mécanique de Bohm donne les mêmes prédictions que la mécanique quantique non-relativiste. Ainsi l'évolution d'une configuration aléatoire  $Q$  aura une probabilité d'apparaître égale à  $|\Psi|^2$ .

Seulement c'est la non-connaissance de l'ensemble des processus du système qui donne un caractère aléatoire aux résultats. Dans les systèmes bohmiens, les particules ont toujours à tout instant une position bien définie. Mais l'évolution de celles-ci est déterminée par l'évolution de l'onde pilote  $\Psi$ . Dans l'expérience à deux fentes, chaque électron passe par une seule fente suivant une trajectoire bien définie, mais c'est l'onde pilote qui va induire un pattern d'interférence sur l'écran. Si l'on connaît la position de l'impact de l'électron sur l'écran, on est capable de reconstruire la trajectoire de celui-ci.

### 3.3 Violation de la localité

Dans l'interprétation de Bohm, il peut se passer qu'un événement situé à grande distance puisse instantanément en influencer un autre par le truchement de l'onde pilote. C'est pourquoi l'on dit que la théorie est non-locale.

Depuis les expériences de Bell sur le paradoxe EPR, on sait que la mécanique quantique elle-même est non-locale et peut admettre des corrélations à grande distance instantanée.

Avec la mécanique bohmiennne on voit que l'on peut sauvegarder le réalisme et ainsi éviter les paradoxes engendrés par la mesure, mais le prix à payer dans cette interprétation, est la venue de variables cachées non-locales.

Les points faibles de ceci est que la théorie des champs quantiques, qui est la version moderne et relativiste de la mécanique quantique, ne fait intervenir que des interactions locales.

De plus la mécanique de Bohm est strictement équivalente à la mécanique quantique en termes de prédiction et elle peut prétendre n'être qu'une reformulation de celle-ci.

## 4 Le modèle GRW

Nous venons de discuter deux tentatives de réponse à l'impasse apparente de la théorie de la mesure et les problèmes d'interprétation qu'elles soulèvent. La théorie que nous allons développer en détail ici est la théorie GRW des noms de leurs auteurs Ghirardi, Rimini et Weber qui consiste en une approche stochastique où la fonction d'onde est réduite aléatoirement à tout moment, avec une très faible probabilité. L'idée est que lorsque le nombre de particules en présence devient très grand, cette probabilité devient tout à fait appréciable et permet de décrire le processus de réduction de la fonction d'onde.

### 4.1 Projet des auteurs : développement de la théorie GRW

Ghirardi, Rimini et Weber ont proposé un modèle permettant d'unifier les descriptions macroscopiques et microscopiques, problème particulièrement important dans le cadre de la théorie de la mesure où les deux mondes communiquent étroitement. En modifiant subtilement la dynamique hamiltonienne pour les particules quantiques, il devient possible de dériver la physique macroscopique avec une seule et même description. Pour réussir ce tour de force, il est indispensable de procéder judicieusement à quelques approximations. Une difficulté majeure est de faire apparaître la notion de trajectoire pour les objets macroscopiques à partir d'une description très fondamentale où ce concept n'est pas du tout défini.

Une solution possible au problème de la mesure était jusque là de dire qu'il y a des objets intrinsèquement quantiques et d'autres intrinsèquement macroscopiques. Le problème d'une telle approche est que la frontière entre ces deux mondes est très mal définie. De plus, ce serait un renoncement définitif à une théorie unifiée entre mondes macro- et microscopiques. Le but de la théorie GRW est de préserver autant que possible la dynamique quantique de manière à retrouver la dynamique macroscopique en y apportant le moins possible d'hypothèses supplémentaires. En fait, l'idée de base que vont suivre Ghirardi, Rimini et Weber est d'éradiquer complètement l'observateur des mécanismes de mesure et trouver un moyen d'expliquer les processus de réduction, insolubles dans le cadre standard, comme une conséquence directe des lois de la nature. Ceci ne peut être rendu possible, comme nous le verrons, qu'en ajoutant un terme stochastique dans les équations fondamentales. En ce sens, la théorie GRW, n'est pas une nouvelle interprétation de la mécanique quantique mais bien une théorie en soi.

#### 4.1.1 Hypothèses et méthode

Un point essentiel pour réussir une unification des descriptions microscopiques et macroscopiques est de se débarrasser, pour un objet macroscopique donné, de la superposition linéaire d'états quantiques situés loin l'un de l'autre. Sans cette hypothèse, il devient impossible d'assigner des trajectoires bien définies. Nous allons développer en détail ce point dans ce qui suit, mais auparavant il est nécessaire d'introduire quelques outils.

Un autre point essentiel qui doit apparaître dans les équations dynamiques est d'inclure un mécanisme qui permette de passer d'un état pur (i.e. un état bien défini qui peut s'écrire comme une combinaison de kets dans l'espace de Hilbert) à un état de mélange statistique (i.e. un état dont le centre de localisation est mal défini et qui ne peut pas s'écrire simplement comme un ket, mais comme une matrice densité<sup>2</sup>). La méthode proposée par les auteurs pour faire cela est

---

<sup>2</sup>la matrice densité est un formalisme puissant permettant d'exprimer le caractère statistique d'un état de mélange.

d'introduire un terme stochastique dans le processus de localisation (c'est-à-dire une mesure de la position pour une particule quantique). L'action de l'opérateur de localisation spatial (linéaire et auto-adjoint), noté  $j(\vec{x} - \vec{r}_i)$ <sup>3</sup> sur la fonction d'onde a pour but de transformer l'état quantique du système en un état plus localisé (moins étendu spatialement) mais comme ce processus est aléatoire, il demeure une incertitude sur la localisation d'où l'emploi de la matrice densité et l'apparition d'un état de mélange. Ainsi, tous les arguments de la fonction d'onde, à l'exception d'un (le  $i^{\text{ème}}$ ), sont supprimés en un temps d'autant plus court que le nombre de particules du système est grand. C'est d'ailleurs précisément la réponse de la théorie GRW au problème de la mesure. La théorie GRW a choisi comme base significative la position pour le processus de localisation de la fonction d'onde. Il est légitime de se demander pourquoi la position plutôt que l'impulsion, l'énergie ou même le moment cinétique, mais ce qui compte pour l'instant est de garder en tête que les sauts quantiques opèrent sur la base de l'opérateur position  $\{\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \dots\}$ . Nous comprenons à ce stade que la dynamique GRW ne décrit plus bien l'évolution de la fonction d'onde mais l'évolution de la matrice densité qui stigmatise le fait que nous observons désormais des états de mélange :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \rho]$$

Cette équation modélise l'évolution temporelle de l'opérateur densité selon la dynamique de Schrödinger. Néanmoins, elle ne tient pas compte des processus aléatoires propre à la théorie GRW. Considérant pour la coordonnée  $k$  un processus de saut poissonien dont la probabilité d'occurrence est vaut  $\lambda_k dt$ , on peut montrer que la dynamique GRW du système est donnée par l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \rho] - \sum_{k=1}^n \lambda_k (\rho - T_k[\rho])$$

Où  $T_k[\rho]$  est un opérateur qui décrit le processus de localisation de la  $k^{\text{ème}}$  particule et s'exprime comme :

$$T_k[\rho] = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-\frac{\alpha}{2}(\hat{q}_k - x)^2} \rho e^{-\frac{\alpha}{2}(\hat{q}_k - x)^2}$$

Où  $\hat{q}_k$  est l'opérateur position de la  $i^{\text{ème}}$  particule du système. Il est essentiel de remarquer que cet opérateur agit sur un espace de dimension caractéristique  $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ , ce qui correspond à la précision à laquelle s'effectue la localisation de la particule en question.

Les conséquences physiques découlant de ce que nous venons de poser sont très profondes. En effet, l'équation d'évolution GRW rend possible les superpositions linéaires de différents états macroscopiques (et donc des positions macroscopiques différentes). Comment cela peut-il être compatible avec l'évolution déterministe de la mécanique newtonienne ? Comment une somme d'états macroscopiques peut-elle avoir un sens ? Sans entrer dans les détails du calcul proposé par Ghirardi, Rimini et Weber, il est possible de montrer qu'en décomposant l'opérateur position en opérateurs position agissant sur le centre de masse et agissant sur les degrés de libertés internes, on obtient un découplage de ces coordonnées dans la fonction d'onde du système. Dans un deuxième temps on démontre que :

- le mouvement interne du solide n'est pas affecté par le processus de localisation

---

<sup>3</sup>Nous discuterons la forme de cet opérateur dans le point suivant

- le mouvement du centre de masse est affecté par ce processus, mais à une fréquence caractéristique égale à

$$\sum_{k=1}^N \lambda_k \approx N\lambda$$

où  $N$  est le nombre de particules du solide. Comme ce nombre est immense, le terme  $N\lambda$  est très grand lui aussi et correspond au taux de décorrélation du système. Comme ce taux est très important, le système demeure dans un état classique en tout temps.

Ceci nous permet de justifier le fait qu'on puisse réconcilier le caractère déterministe de la trajectoire classique à partir d'une description microscopique basée sur une dynamique quantique. Le prix à payer est l'introduction d'une dynamique stochastique. Il reste à discuter la pertinence de cette hypothèse qui jusque là, semble être un bon candidat.

Un autre problème dont il faut souligner l'importance est la notion de système isolé en mécanique quantique et plus particulièrement dans un processus de mesure impliquant une particule et un instrument de mesure. La question est : 'Faut-il se préoccuper du reste du monde?'. Les auteurs évitent ce problème car il ne concerne pas directement leur but qui est d'obtenir une description de la dynamique macroscopique dérivant d'une dynamique microscopique. La question de l'interaction avec le monde se posera aussitôt que nous analyserons le processus-même de la mesure. Néanmoins, il est intéressant de souligner le fait que la théorie quantique est inconciliable avec un système non-isolé. En effet, dès que l'on considère des influences avec des particules extérieures, la nature bosonique ou fermionique des particules considérées se doivent de symétriser ou d'antisymétriser leur fonction d'onde. Ainsi, pour un système ouvert, le nombre de particules pouvant varier de manière quelconque, la fonction d'onde du système devrait s'ajuster constamment à ces flux en se symétrisant proprement.

## 4.2 Théorie GRW et le problème de la mesure

La dynamique imposée par l'équation de Schrödinger nous enseigne que la fonction d'onde est un objet qui évolue de manière continue décrivant complètement le système physique étudié. Malgré ses innombrables succès, cette théorie demeure incapable de décrire le mécanisme physique de la mesure. L'idée de la théorie GRW est de préserver ce cadre théorique (maintient de l'évolution dynamique selon l'équation de Schrödinger) en y ajoutant un nouvel ingrédient : les sauts quantiques. Ces sauts, aussi bizarre qu'ils puissent paraître, ne seraient pas quelque chose de spécifique, mais bien une propriété générale supplémentaire de la fonction d'onde. Mais qu'est-ce donc ? Regardons cela de plus près.

Le système est entièrement décrit par la fonction d'onde  $\Psi(t, \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ . Ce qu'affirme la théorie GRW, c'est que cet objet mathématique fait, de temps à autres, un saut ! Un saut est une version réduite de la fonction d'onde, c'est-à-dire que l'une des coordonnées  $\vec{r}_i$  est choisie aléatoirement grâce un certain facteur  $\mathbf{j}$ , réduisant toutes les autres à une valeur nulle. Cette réduction entraîne une localisation de la fonction d'onde. Pour bien comprendre cette notion, nous analyserons dans le point suivant le cas de figure très théorique de la célèbre expérience de pensée du chat de Schrödinger. Les auteurs ont suggéré pour cette fonction  $j(\vec{x})$  une distribution gaussienne :

$$j(\vec{x}) = C e^{-\frac{\vec{x}^2}{2a^2}}$$



normalisée à l'unité :  $\int d^3\vec{x}|j(\vec{x})|^2 = 1$ . Le paramètre  $a$  tel qu'il apparaît est une nouvelle constante de la nature puisqu'elle spécifie comment la réduction s'opère (sur quelle échelle de distance). Les auteurs proposent une valeur :  $a \approx 10^{-5} cm$ .

Après un saut quantique, la fonction d'onde s'écrit simplement :

$$\Psi_{réduit} = \frac{j(\vec{x}-\vec{r}_i)\Psi(t,\vec{r}_1,\vec{r}_2,\dots,\vec{r}_N)}{\int d^3\vec{x}|j(\vec{x})\Psi|^2}$$

Où l'on a pris soin de renormaliser la fonction d'onde. Il faut encore préciser quelle est la probabilité par unité de temps avec laquelle s'opèrent les sauts quantiques. Là encore les auteurs se sont vus obligés de postuler une nouvelle constante de la nature  $\tau$  qui exprime le temps caractéristique qui s'écoule avant un saut quantique. La probabilité, extrêmement faible pour une particule isolée, va également dépendre du nombre d'arguments de la fonction d'onde  $N$  qui est très grand pour un objet macroscopique :

$$\text{Probabilité (par unité de temps) d'un saut quantique} = \frac{N}{\tau}$$

La valeur proposée pour  $\tau$  est extrêmement grande :  $\tau \approx 10^{15}[sec.] \approx 10^8[années]$ . Cette valeur très grande n'est cependant pas un problème si l'on considère un système macroscopique, comme dans le cas de la mesure, où la fonction d'onde a un très grand nombre d'arguments. Si l'on prend comme ordre de grandeur le nombre d'Avogadro ( $N_A \approx 10^{23}$ ), le temps nécessaire pour avoir un saut de la fonction d'onde au sens de la théorie GRW est de l'ordre de  $10^{-8}s.$ , ce qui rend possible une interprétation macroscopique de la réduction de la fonction d'onde. Ce qui est intéressant, c'est que cette théorie demeure compatible avec une description microscopique de la nature vu la très grande valeur de  $\tau$ . Il demeure néanmoins possible, bien qu'improbable, qu'une réduction de la fonction d'onde se produise sans qu'aucune observation se produise ! En effet, selon GRW, il se peut qu'une particule dans le vide subisse une réduction.

L'occurrence du processus de localisation proposé par GRW suit une loi de type poissonnien (car elle décrit les événements rares). Les processus poissonniens sont caractérisés par l'occurrence d'un type d'évènement particulier dans un certain intervalle de temps  $\tau$ . Mathématiquement, on peut écrire que la probabilité qu'un système donné ait subi  $n$  sauts quantiques est donnée par la relation :

$$p(N = n) = \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^n}{n!}$$

Durant un intervalle de temps infinitésimal, la probabilité de "voir" un saut est de  $\lambda dt$  où  $\lambda$  est la fréquence d'occurrence de la distribution gouvernant les sauts. En général, pour chaque constituant, cette fréquence est différente et on la note  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Néanmoins, la théorie GRW suppose que tous ces nombres sont égaux :  $\lambda_i = \lambda_{microscopique} \approx 10^{-16}[s^{-1}]$ .

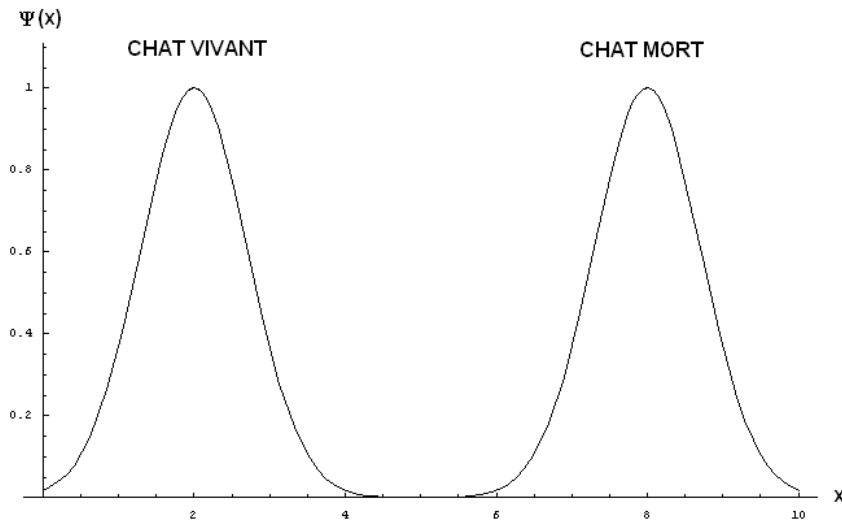
Avant d'analyser un exemple nous permettant de comprendre le mécanisme de réduction, il est essentiel de noter que la théorie GRW propose une explication "satisfaisante" pour la théorie de la mesure en ce sens qu'il décrit un mécanisme de la réduction de la fonction d'onde. Bien entendu, ce mécanisme ne résout pas le mystère dans la mesure où il introduit une propriété intrinsèquement stochastique et fondamentale pour toute particule quantique. Ces "sauts aléatoires" offrent une explication de la mesure dans la limite expérimentale car le processus de la mesure mettant en jeu un grand nombre de particules intriquées, la réduction de l'une d'entre elle entraîne la réduction de tout le système "particule - instrument de mesure". Bien entendu, cette vision appelle de nombreuses critiques que nous allons analyser.

### 4.3 La théorie GRW vue à travers l'expérience de pensée du *Chat de Schrödinger*

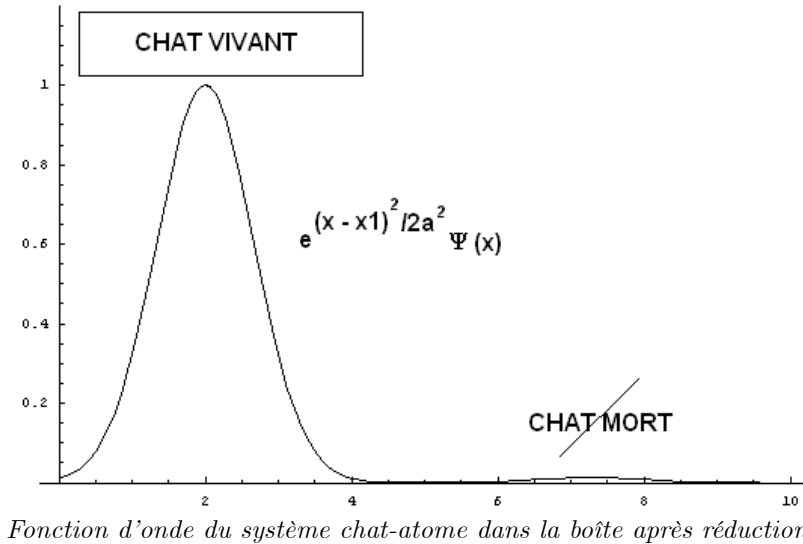
Comme nous venons de le voir, l'idée de base de la dynamique stochastique GRW est que le système évolue toujours en accord avec l'équation de Schrödinger mais que de temps à autres, cette fonction d'onde est multipliée par un terme de saut  $j(\vec{x})$ , sélectionnant de manière aléatoire un état parmi d'autre selon une constante de temps caractéristique qui serait une constante pour toutes les particules. Ces sauts ont d'autant plus de chances de se produire qu'il y a de particule dans le système étudié. Dans le cas que nous allons voir, les atomes d'un chat entier seront couplés avec une particule quantique. L'effet du saut quantique est de réduire l'état quantique en un état plus localisé.

Rappelons l'expérience de pensée imaginée par Schrödinger :

Un chat est enfermé dans une boîte noire avec une fiole de poison (monde macroscopique) dont la destruction dépend d'une chaîne d'évènements amplifiés prenant source à l'échelle microscopique (monde quantique). Evidemment la destruction de la fiole entraîne la mort du chat. Le mécanisme microscopique est la désintégration ou la non-désintégration d'une particule radioactive. La mécanique quantique nous apprend que cette particule peut se trouver dans deux états propres différents au temps  $t$  : un état stable (non-désintégration) ou un état désintégré. Le premier correspond à un chat vivant, le second entraîne la mort du chat. Supposons que ces deux probabilités soient égales à  $1/2$ . La mécanique quantique nous enseigne alors que tant qu'aucune mesure n'est faite sur le système, le chat n'est ni mort ni vivant mais dans une combinaison linéaire de ces deux états. Une fois la mesure faite, la théorie GRW nous dit que le nombre suffisant d'atomes partagés entre le système mesuré et l'instrument de mesure nous assure que la fonction d'onde du système a été réduite, indiquant un état bien défini du système :



*Fonction d'onde du système chat-atome dans la boîte avant réduction*



La théorie GRW permet donc de résoudre le problème de la mesure en ce sens qu'il invoque une loi de la nature pour expliquer la réduction de la fonction d'onde au moment de la mesure. Néanmoins, pendant une fraction de seconde correspondant au temps nécessaire avant que se produise un saut quantique dans le système, le chat demeure dans un état très général de superposition linéaire entre l'état vivant et l'état mort. Si l'expérimentateur peut s'estimer satisfait, le philosophe n'est guère plus avancé dans la compréhension de la nature du système avant que ne s'opère la réduction. Peut-on donner un sens à un état qui est une superposition d'états macroscopiques distincts ? Est-ce une subtilité mathématique ou cet objet a-t-il un sens physique ? Il semble théoriquement impossible de répondre à cette question de manière expérimentale à cause de la nature intrinsèquement parasite du processus de mesure.

## 4.4 Limitations du modèle et objections

### 4.4.1 Une théorie non falsifiable

Le problème n'est pas résolu, mais déplacé vers des échelles de temps et de grandeurs auxquels l'observation n'est plus sensible (introduction de nouvelles constantes de la nature  $a$  et  $\tau$ ). En ce sens, on peut voir le modèle GRW comme une théorie non falsifiable au sens de Popper, étant donné qu'elle n'est vraie que dans une certaine mesure expérimentale intrinsèquement non vérifiable.

Le problème du chat de Schrödinger n'est donc pas complètement résolu dans la mesure où il n'est ni mort ni vivant pendant une fraction de seconde, au moment de la mesure. On pourrait se satisfaire du fait que la théorie GRW décrive les observations expérimentales, mais il subsiste une interrogation quant à la nature de cet objet macroscopique mystérieux subsistant pendant ce court délai. La nature est peut-être faite ainsi, c'est-à-dire qu'elle offre à nos sens la possibilité de définir de manière univoque des propriétés macroscopiques. Néanmoins, cette hypothèse, bien qu'empiriquement satisfaisante, soulève des questions profondes qui échappent à nos concepts.

#### 4.4.2 La discontinuité des processus physiques

Le problème de la mesure introduisait un caractère discontinu dans la physique qui est encore plus marqué dans la théorie GRW. En cela, elle ne répond pas à la problématique de la mesure car l'on n'a jamais observé à une échelle arbitrairement fine de processus discontinus. On pourrait objecter que le mouvement brownien, décrit par des processus stochastiques, est intrinsèquement discontinu mais ce formalisme n'est introduit ici qu'à cause d'une ignorance microscopique du système et il existe une échelle où ce mouvement est continu.

#### 4.4.3 Une description ad hoc ?

##### Le principe du rasoir d'Ockham :

Ce principe stipule qu'il ne faut pas multiplier inutilement les axiomes d'une théorie pour expliquer les phénomènes. C'est la ligne directrice de toute théorie unificatrice.

Un point troublant dans le développement GRW est la nécessité d'introduire de nouvelles constantes de la nature dans le but manifestement inavoué d'expliquer le mécanisme de la réduction. Il est vrai que cet ajout ne modifie pas la dynamique de Schrödinger ni l'interprétation de la fonction d'onde, pourvu que le nombre de particules du système ne soit pas trop élevé et qu'on ne l'observe pas trop "longtemps". Si une de ces deux conditions n'est pas remplie, les sauts quantiques pourraient induire des écarts avec la dynamique standard. Ces conditions étant toujours vérifiées quantiques, l'hypothèse GRW semble-t-être un bon candidat pour l'unification des descriptions macroscopiques et microscopiques. Néanmoins, selon le principe du rasoir d'Ockham qui stipule qu'il ne faut pas multiplier inutilement les axiomes pour expliquer les phénomènes. Ce principe, qui peut sembler n'être qu'un critère de beauté n'a été mis à défaut de manière évidente.

Dans l'hypothèse où cette théorie devait être la bonne, il devient intéressant de se demander ce qu'il lui manque pour ne pas être simplement une nouvelle théorie ad-hoc parmi tant d'autres. Tout d'abord, elle se doit d'être universelle en expliquant de manière complète et suffisante tous les phénomènes physiques observables. En ce sens, la théorie GRW souffre d'une grave maladie, la *non-calculabilité* des constantes de la nature qu'elle introduit, ce qui est très insatisfaisant pour une théorie universelle. Citons quelques exemples de théories ayant souffert du même mal :

- l'état des lieux en thermodynamique avant la venue de la mécanique statistique
- l'éther et la contraction des longueurs en mécanique classique
- le rayonnement discret du corps noir en thermodynamique
- la théorie des épicycles en astronomie antique et médiévale

La théorie GRW étant encore assez "jeune", elle n'a sans doute pas pu être suffisamment testée.

De plus, pour ne pas être ad-hoc, une théorie devrait en principe permettre la découverte de nouveaux phénomènes en étendant le domaine de validité de celle qu'elle remplace. Il semble, pour GRW, que le seul et unique phénomène mieux compris soit celui de la mesure. Et même à ce titre, elle souffre encore de nombreux défauts.

Enfin, pour pouvoir remplacer le paradigme précédent, elle se doit d'être falsifiable. Or, nous avons montré précédemment que cette théorie est intrinsèquement inaccessible à l'exploration du domaine de validité qu'elle prétend étendre. Croire GRW, à ce stade de son élaboration en tout cas, est un acte de foi car les axiomes qu'elles proposent ne sont ni vérifiables, ni intuitifs.

Pour donner du poids à la théorie GRW, il faudrait encore mettre en lumière l'hypothèse des sauts quantiques dans la description encore générale de la relativité.

#### 4.4.4 Symétrie de la fonction d'onde violée ?

Un système formé de particules identiques est décrit par une fonction d'onde soit complètement symétrisée dans le cas des bosons soit complètement antisymétrisée dans le cas des fermions. Dans le cadre de la dynamique stochastique GRW, il est manifeste que cette propriété n'est plus vérifiée à cause du mécanisme aléatoire de localisation.

Les auteurs ne proposent pas de solution évidente mais ils semblent convaincus que ceci n'est pas une impasse. En effet, le problème de la symétrisation n'est pas propre à GRW, mais se trouve déjà dans le cadre de la mécanique standard. Par exemple, dans le cas d'un système de particules identiques, lorsque l'on rajoute une particule au système ou même lorsque le système en crée une (ou en annihile une), ce qui est très fréquent, la fonction d'onde du système doit être symétrisée. Donc, on peut imaginer qu'une solution acceptable dans le formalisme standard sera également applicable dans le cadre de la théorie GRW qui, comme on l'a dit, préserve la dynamique de Schrödinger. Une telle solution serait d'appliquer après l'opérateur de saut l'opérateur de symétrisation ou mieux encore de redéfinir l'opérateur de saut de la sorte.

#### 4.4.5 Choix arbitraire d'une base opératorielle

Toute la théorie GRW repose sur l'idée qu'à un instant donné, la fonction d'onde d'une particule se réduit. La question qu'il convient de se poser est : "Dans quelle base s'opère cette réduction ?". Le choix proposé est la base de l'opérateur position  $\hat{x}$  dont le vecteur est une fonction delta de Dirac. Ceci signifie qu'au moment du saut quantique, la fonction d'onde du système total se réduit à un produit de fonctions delta. En d'autres termes, à un moment donné, chaque particule qui compose le système a une position parfaitement définie. Or, comme l'opérateur  $\hat{x}$  ne commute ni avec  $\hat{p}$  ni avec  $\hat{L}$ , la théorie quantique standard qui est censée être préservée par GRW, affirme qu'une particule du système a une quantité de mouvement et une impulsion totalement indéfinie (i.e. probabilité homogène de réalisation). Par exemple, si l'on réduit la fonction d'onde d'un électron en représentation position, son impulsion étant totalement indéfinie, un instant  $dt$  infinitésimal plus tard, elle sera totalement délocalisée (en tout cas dans le cas libre). Même en relativité, le problème demeure, car un instant  $dt$  après la mesure, la particule se trouverait n'importe où dans un rayon  $cdt$  autour du point où a été réalisée la mesure.

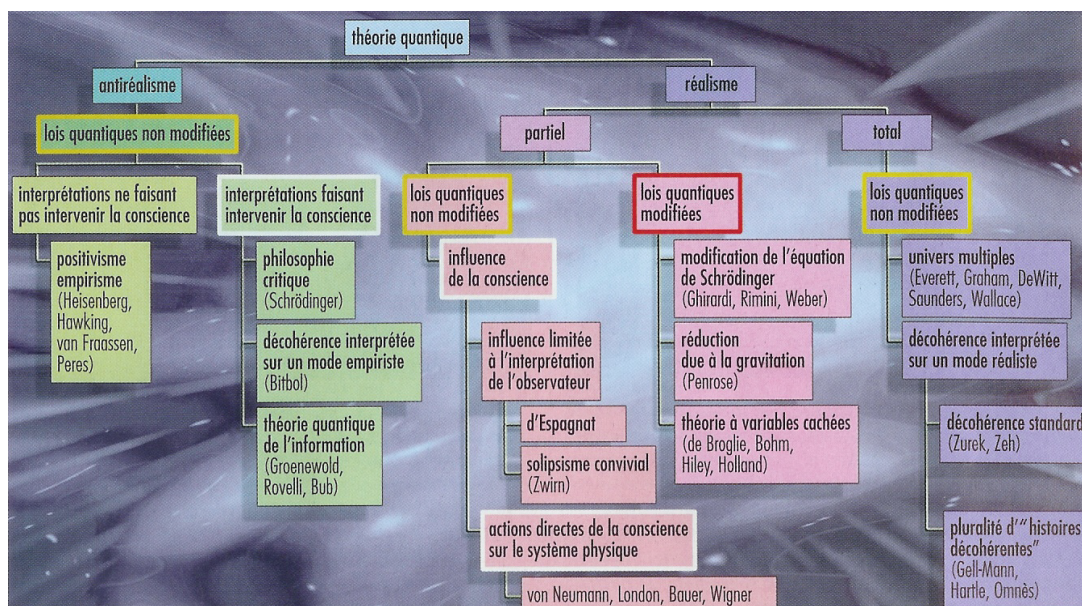
#### 4.4.6 Problèmes en théorie des champs

En théorie des champs, les particules sont les réalisations d'une entité plus générale appelée le champ (champ fermionique pour les fermions). Il existe des états de ce champ qui sont des superpositions de nombres différents de particules. C'est comme si dans notre boîte où vit notre chat de Schrödinger, on pouvait avoir soit un, deux, trois, ... voire vingt "chats mort-vivant" dans toutes les combinaisons possibles de vie et de mort. La théorie GRW affirme dans ce cas qu'on ne peut pas avoir de chat vivant et mort mais elle autorise une boîte contenant en même temps un chat et vingt chats en même temps (à ne pas confondre avec vingt-et-un chats). Typiquement, les états classiques de ce champ sont une superposition infinie de système d'un nombre de particules différents. Il semble évident que la théorie GRW a un problème profond avec la théorie de champs.

## 5 Conclusion

La mesure; voilà un mot léger en apparence quand on l'entend prononcer par les scientifiques. Quoi de plus naturel que de mesurer un système ? Et pourtant ! La question est loin d'être triviale quand les systèmes en question ont des dimensions qui échappent à notre observation directe. Toutes les mesures que l'on peut réaliser sur de tels objets ne nous révèlent que des propriétés classiques. Hors, lorsque l'on réalise un grand nombre de mesures, on se rend compte que le système, avant d'être mesuré, ne pouvait pas avoir de propriétés classiques à cause des phénomènes d'interférences (c.f. expérience des fentes de Young). Dans le cadre du paradigme actuel (formulé de manière équivalente par Heisenberg, Schrödinger et Feynman), cela pose le problème d'une discontinuité dans les processus physiques : la réduction du paquet d'onde. En d'autres termes, la dynamique d'un système quantique est stoppée dès qu'on l'observe. Deux questions se posent immédiatement : "Qu'est-ce qu'un observateur ? Quel est le processus qui le lie à cette réduction ?". Une théorie satisfaisante se doit d'y répondre entièrement et naturellement. Le problème de la mesure met en jeu deux mondes totalement différents : celui des particules, bien défini dans le paradigme actuel et celui des observateurs, totalement absent de cette description. Le problème est double. Philosophiquement, la mesure nous empêche d'appréhender le monde de manière ontologique. Physiquement, la théorie quantique a une échelle de validité trop limitée pour inclure l'observateur dans le processus de la mesure.

Il y a à l'heure actuelle pléthore de théories concurrentes qui tente d'apporter une solution acceptable du problème de la mesure en préservant les fondements de la mécanique quantique (voir tableau ).



Parmi tous ces candidats, nous avons choisi d'écartier les théories qui ont le moins de crédit

auprès de la communauté et celles qui s'attaquent à une extension relativiste<sup>4</sup>. Nous avons choisi de discuter la théorie de la décohérence, celle de de Bohm et celle de Ghirardi, Rimini et Weber (GRW). La théorie de la décohérence décrit le processus de la réduction du paquet d'onde comme une mesure faite par l'environnement que personne n'aurait lu. L'intrication est diluée sur les très nombreux degrés de liberté du système total. Toutefois, cette théorie n'apporte aucun élément nouveau au formalisme si ce n'est une reformulation élégante du problème. La théorie de Bohm quant à elle explore une nouvelle interprétation en favorisant une des variables : la position. Ce faisant, les autres variables telles que l'impulsion ou le moment cinétique nous demeurent inconnues. Cette non-connaissance du système implique une description statistique de la trajectoire qui explique d'une certaine manière le problème de la mesure en le déplaçant sur une entité mathématique qui modélise notre ignorance : l'onde pilote.

La dernière théorie que nous avons inspectée (GRW) propose d'ajouter aux lois quantiques existantes un processus de réduction spontanée qui ne dépend pas d'une quelconque observation et qui permet de redériver les lois macroscopiques. Ses points forts sont qu'elle préserve les prédictions de Schrödinger, elle propose un mécanisme de réduction, elle ajoute un minimum d'hypothèses à la théorie quantique et elle permet, en théorie, d'être partiellement testée. Il serait en effet possible, de déterminer expérimentalement une borne inférieure à la constante de réduction spontanée. Malheureusement cette théorie souffre de défauts majeurs. Elle ne préserve pas la symétrie de la fonction d'onde, elle ne résout pas le problème de superposition d'état macroscopique mais le déplace vers des échelles de temps qui échappent actuellement à l'observation, elle opère un choix arbitraire pour la représentation de la fonction d'onde, elle est difficilement conciliable avec la théorie des champs et la relativité et elle possède un caractère ad hoc.

Il nous est apparu que beaucoup de travaux de philosophes et de physiciens tentent de résoudre le problème de la mesure en mécanique quantique tout en essayant de préserver son formalisme. Mais pourquoi la mécanique quantique doit-elle être la vérité physique ultime? Pourquoi le problème de la mesure ne serait pas le reflet de sa limite?

## References

- [1] The Feynman lectures on physics: quantum mechanics / Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands. - Addison-Wesley, (1965).
- [2] Valia Allori, Nino Zanghi: *What is Bohmian Mechanis*, Dipartimento di Fisica dell'Uneversità di Genova, (2001).
- [3] Exploring the Quantum : Serge Haroche & Jean-Michel Raimond, Oxford University Press 2006
- [4] G.C. Ghirardi, A Rimini, T. Weber (1986) : *Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems*, Phys. Rew. D

---

<sup>4</sup>Le problème relativiste soulève des problèmes beaucoup plus profonds en ce sens qu'il exige une formulation covariante des lois dynamiques. Une telle condition semble, aux dire de certains professeurs (Prof. F. Reuse), être une véritable impasse si l'on souhaite préserver les bases de la mécanique quantique. Une reconceptualisation en profondeur semblerait nécessaire.

- [5] J.S. Bell (1987) : *Are there quantum jumps ?*, CERN-TH, Switwerland
- [6] G.C. Ghirardi - Stanford (2002) : *Collapse theories*, <http://www.science.uva.nl/~seop/entries/qm-collapse/>
- [7] Roman Frig, *GRW Theory*, <http://www.romanfrigg.org/writings/GRW%20Theory.pdf>
- [8] Roman Frig & Carl Hofer, *Probability in GRW Theory*, [http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00003160/01/Probability\\_in\\_GRW\\_Theory.pdf](http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00003160/01/Probability_in_GRW_Theory.pdf)
- [9] M. Esfeld, *Le spinx quantique*, "Le paradoxe du chat de Schrödinger", SCIENCES et AVENIR (Hors-Série), Octobre/Novembre 2006
- [10] N. Gisin et V. Scarani, *Un problème de physique*, "Le paradoxe du chat de Schrödinger", SCIENCES et AVENIR (Hors-Série), Octobre/Novembre 2006
- [11] J.-M. Lévy-Leblond, *Le mistigri de Schrödinger*, "Le paradoxe du chat de Schrödinger", SCIENCES et AVENIR (Hors-Série), Octobre/Novembre 2006