

SEPTEMBER 1977

LRP 130/77

ETUDE DES PROPRIETES DES ONDES ACOUSTIQUES
LINEAIRES ET DES SOLITONS ACOUSTIQUES
DANS UN PLASMA D'ARGON ET D'HELIUM

TRAN minh Quang

ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE
Centre de Recherches en Physique des Plasmas

INTRODUCTION

Les études tant théoriques {1} qu'expérimentales {2} des ondes acoustiques ioniques dans un plasma considèrent la situation simple d'un plasma à une seule composante ionique. C'est ainsi que Wong et collaborateurs {2} ont vérifié expérimentalement la relation de dispersion {1} de ces ondes dans un plasma de Césium. Avec l'avènement de la machine D.P. (Double Plasma) {3}, s'ouvre l'ère des études des phénomènes acoustiques non linéaires comme les "chocs" {4}, les solitons {5}, le piégeage des ions dans une onde de grande amplitude {6}.

Ces phénomènes qui font appel à la dynamique des ions sont fort sensibles à la contamination du plasma par une seconde espèce ionique. L'effet Landau est augmenté lorsqu'une faible quantité d'ions légers est ajoutée au plasma {7,8}. Leur influence sur les solitons est encore plus marquée : Ikezi {9} a observé que les ions légers provenant du dégazage des parois de sa machine suffisaient pour empêcher la formation des solitons. Dans une autre expérience Wong et Means {10} ont eux volontairement ajouté des ions d'He dans un plasma d'Ar pour induire une turbulence devant le front d'une onde de choc.

Aucune mesure systématique des propriétés d'un plasma à deux composantes n'a toutefois été réalisée. Cette lacune expérimentale ne peut être mise au compte d'un manque de support théorique. En effet, dès 1971 Fried et collaborateurs {11} ont calculé la relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He. Puis White et collaborateurs {12} ont montré que les ions d'He pouvaient être réfléchis par la barrière de potentiel de la perturbation et qu'en conséquence les structures stationnaires dans un plasma à deux composantes étaient des chocs non collisionnels.

Dans un plasma magnétisé, Kaw et Lee {13}, Ott et collaborateurs {14}, Harms et collaborateurs {15} ont étudié l'instabilité paramétrique de désintégration d'une onde hybride inférieure {13,14} ou d'une onde magnéto-sonique {15}.

Notre travail est une contribution à la connaissance des phénomènes acoustiques dans un plasma non magnétisé à deux composantes. Nous nous sommes attachés en effet à étudier tant théoriquement qu'expérimentalement les propriétés des ondes acoustiques linéaires et des solitons dans un plasma d'Ar-He.

Les chapitres I, II et III seront consacrés à la dérivation de modèles théoriques des propriétés d'un plasma à deux composantes ioniques.

Au cours du chapitre I, nous rappellerons les principaux résultats de l'analyse de la relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He {11}. Nous verrons que dans un tel plasma, il existe deux modes acoustiques que nous appellerons mode d'Ar et mode d'He car ils correspondent à ceux qui existent dans le plasma à une composante correspondant. Leur vitesse de phase et leur taux d'amortissement ont été calculés pour des concentrations d'ions He variant de 0% à 100%.

Dans le chapitre II, différents modèles seront proposés pour décrire les propriétés de solitons dans un plasma d'Ar-He. Nous ferons appel à deux approches différentes. La première part des équations fluides et nous permettra de déduire l'équation de Korteweg-de Vries et le modèle de Sakanaka {16}. La deuxième approche utilise une description cinétique des deux espèces d'ions et une équation d'état pour les électrons qui tient compte de leur piégeage dans le puits de potentiel du soliton. Nous avons calculé la variation de la vitesse des solitons en fonction de leur amplitude et de la concentration α des ions d'He à l'aide de ces diverses théories.

La partie théorique de notre travail est alors complétée par une étude des amplitudes des ondes acoustiques linéaires excitées dans une machine D.P. Nous verrons que, théoriquement, les deux modes d'Ar et d'He pourraient se propager simultanément dans le plasma pour $10\% \leq \alpha \leq 30\%$, car leur amplitude et leur taux d'amortissement sont comparables dans ce domaine de concentration.

Notre travail expérimental est consacré aux mesures des propriétés des ondes acoustiques linéaires et des solitons dans un plasma non magnétisé d'Ar-He. Le dispositif et les méthodes expérimentales seront décrits au chapitre IV. Les mesures de la relation de dispersion des ondes acoustiques linéaires seront alors présentées dans le chapitre V. Nos résultats expérimentaux confirment les prédictions de la théorie : les deux modes acoustiques ainsi que leur propagation simultanée ont été mis en évidence. Leur vitesse de phase et leur taux d'amortissement sont en accord avec les valeurs théoriques.

Le travail se terminera par une étude des solitons dans un plasma d'Ar-He. Nous avons observé qu'une onde de compression de densité ne sépare en des solitons que pour $\alpha = 0\%$ et $\alpha > 66\%$. La valeur de leur vitesse a été alors comparée à celles déduites des différents modèles théoriques du chapitre II. Seule l'approche cinétique nous donne un bon accord théorie-expérience.

I RELATION DE DISPERSION DES ONDES LINEAIRES

Dans ce chapitre, nous rappelons la relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma contenant deux espèces d'ions, des ions d'Argon (Ar) et des ions d'Hélium (He). La relation de dispersion sera dérivée dans le cadre d'une théorie cinétique [11]. Des résultats numériques seront discutés et ils permettront également de déterminer les domaines de validité des solutions obtenues à partir d'une théorie fluide.

1. Théorie cinétique des ondes acoustiques linéaires dans un plasma d'Ar - He

1A) Relation de dispersion des ondes acoustiques linéaires dans un plasma d'Ar - He

Considérons un plasma stable, sans collisions, homogène, sans champ magnétique et contenant des ions d'Ar et d'He. A l'équilibre, la densité électronique est égale à n_0 , celle des ions d'He $n_0\alpha$, et celle des ions d'Ar $n_0(1-\alpha)$.

Pour des perturbations électrostatiques de faible amplitude, l'évolution spatio-temporelle des perturbations linéaires f_e et f_j des fonctions de distribution électronique et ioniques ($j=Ar, He$) est donnée par l'équation de Vlasov :

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + v \frac{\partial f_j}{\partial x} - \frac{e}{M_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f_{j0}}{\partial v} = 0 \quad (I.1)$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v \frac{\partial f_e}{\partial x} + \frac{e}{m_e} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f_{e0}}{\partial v} = 0 \quad (I.2)$$

Dans les équations (I.1) et (I.2), φ est le potentiel électrique de la perturbation, f_{j0} et f_{e0} les fonctions de distribution ioniques et électronique à l'équilibre, M_j et m_e les masses ioniques et électronique. Le système d'équations (I.1) et (I.2) est complété par l'équation de Poisson :

$$-\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{n_0 e}{\epsilon_0} \left[\alpha \int_{-\infty}^{\infty} f_{He} dv + (1-\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} f_{Ar} dv - \int_{-\infty}^{\infty} f_e dv \right] \quad (I.3)$$

En utilisant la technique de la transformée de Fourier dans l'espace et de Laplace dans le temps pour résoudre le système d'équations (I.1), (I.2) et (I.3), on obtient l'expression du potentiel $\varphi(\omega, k)$:

$$\varphi(\omega, k) = \frac{\frac{n_0 e}{\epsilon_0} \left[\alpha \int_{-\infty}^{\infty} dv \frac{f_{He}(t=0)}{-i(\omega - kv)} + (1-\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dv \frac{f_{Ar}(t=0)}{-i(\omega - kv)} - \int_{-\infty}^{\infty} dv \frac{f_e(t=0)}{-i(\omega - kv)} \right]}{\epsilon(\omega, k)} \quad (I.4)$$

où $\epsilon(\omega, k)$ est la fonction diélectrique pour des ondes électrostatiques de fréquence ω et de vecteur d'onde k :

$$\epsilon(\omega, k) = 1 - \frac{1}{k^2} \left[\omega_{pe}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_{e0} / \partial v}{v - (\omega/k)} dv + \frac{\alpha n_0 e^2}{\epsilon_0 M_{He}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_{He0} / \partial v}{v - (\omega/k)} dv + \frac{(1-\alpha) n_0 e^2}{\epsilon_0 M_{Ar}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_{Ar0} / \partial v}{v - (\omega/k)} dv \right] \quad (I.5)$$

La résolution de l'équation $\epsilon(\omega, k) \stackrel{=0}{=} 0$ nous donne alors la relation de dispersion des modes normaux du plasma. Nous nous limiterons dans la suite de la discussion aux modes acoustiques ($\omega \ll \omega_{pe}$). En effet, les ondes de Langmuir ont une fréquence caractéristique ω_{pe} beaucoup plus élevée que les fréquences de plasma ioniques $(\alpha n_0 e^2 / \epsilon_0 M_{He})^{1/2}$ et $[(1-\alpha) n_0 e^2 / \epsilon_0 M_{Ar}]^{1/2}$. Leurs propriétés ne peuvent donc être influencées par la seconde espèce d'ions dans le plasma.

Nous supposons qu'à l'équilibre les fonctions de distribution f_{He0} , f_{Ar0} et f_{e0} sont des maxwelliennes. Pour simplifier la notation $k_B T$ est remplacée par T :

$$f_{He_0} = \left(\frac{M_{He}}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{M_{He} v^2}{2 T_i} \right) \quad (I.6a)$$

$$f_{Ar_0} = \left(\frac{M_{Ar}}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{M_{Ar} v^2}{2 T_i} \right) \quad (I.6b)$$

$$f_{e_0} = \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{m_e v^2}{2 T_e} \right) \quad (I.6c)$$

En substituant les expressions (I.6.a), (I.6.b) et (I.6.c) dans la définition de $\epsilon(\omega, k)$ (I.5), on obtient :

$$\epsilon(\omega, k) = 1 - \frac{1}{2k^2 \lambda_{Di}^2} \left\{ \frac{1}{\theta} Z' \left(\frac{\omega}{k} / \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}} \right) + (1-\alpha) Z' \left(\frac{\omega}{k} / \sqrt{\frac{2T_i}{M_{Ar}}} \right) + \alpha Z' \left(\frac{\omega}{k} / \sqrt{\frac{2T_i}{M_{He}}} \right) \right\} \quad (I.7)$$

Dans l'équation (I.7) Z est la fonction de Fried et Conte, $\mu = 10$ est le rapport entre les masses des ions d'Ar et d'He et θ le rapport des températures électronique et ionique T_e/T_i . Les différentes fonctions Z' représentent les contributions respectives des électrons, des ions d'Ar et des ions d'He. Les solutions $y = (\omega/k) / \sqrt{T_i/M_{Ar}}$ de l'équation $\epsilon(k, \omega) = 0$ ont été obtenues numériquement pour différentes valeurs de θ et de k .

Sur la figure (I.1), y est représenté comme fonction de α dans la limite $k \rightarrow 0$. Pour des valeurs élevés de θ ($\theta = 25$) lorsque α varie il existe un seul mode acoustique principal représenté en trait gras sur la figure (I.1.a). En partant d'un plasma d'Ar pur ($\alpha = 0\%$), la racine y de l'équation de dispersion (I.7) change continument pour atteindre finalement la valeur correspondante dans un plasma d'He pur ($\alpha = 100\%$). A côté de ce mode principal, il existe d'autres modes acoustiques d'ordre supérieur. Nous avons représenté le second mode supérieur en fonction de α en trait fin sur la figure (I.1.a). Lorsque θ diminue, la racine y pour α inférieur à 4% se déplace

vers ce second mode. Pour $\theta < 21$ les deux modes se touchent pour $\alpha \approx 3\%$, donnant naissance à la branche d'Ar (Figure 11.b). La portion restante du lieu des racines y en fonction de α est séparée de la branche d'Ar. On a ainsi deux branches acoustiques différentes, la branche d'Ar et la branche d'He, chacune d'elle provenant du mode existant dans le plasma pur correspondant. Pour de plus faible θ (Figure 11.c) la séparation entre les deux modes augmente.

Examinons maintenant les propriétés de ces modes acoustiques. Dans le cas $\theta = 25$, la vitesse de phase qui est égale à la partie réelle de y , augmente d'une manière continue lorsque α change de 0% à 100%. Le taux d'amortissement $\omega_i/\omega_r = \text{Im}(y)/\text{Re}(y)$ est fortement affecté par la présence des ions légers. A partir de $\alpha = 0\%$, il augmente pour atteindre un maximum de -0.196 pour $\alpha = 4\%$ et baisse lentement vers la valeur $-5.6 \cdot 10^{-5}$ correspondante à $\alpha = 100\%$. L'interprétation physique de ce résultat est aisée. Pour de faible valeur de α ($\alpha < 4\%$), la vitesse de phase ω_r/k diffère peu de celle obtenue pour un plasma d'Ar pur. Elle est donc beaucoup plus grande que la vitesse thermique $(2T_i/M_{Ar})^{1/2}$ de ions d'Ar : l'amortissement Landau due à ces ions est faible. Par contre, ω_r/k est proche de la vitesse thermique $(2T_i/M_{He})^{1/2}$ des ions He. Le nombre d'ions d'He résonnant est élevé, entraînant ainsi une augmentation de l'amortissement Landau. Lorsque α augmente au delà de 4%, la vitesse de phase augmente également. Le nombre d'ions He résonnants diminue, et par conséquent, l'amortissement Landau.

Considérons maintenant le comportement des deux modes d'Ar et d'He pour de plus faibles valeurs de θ ($\theta = 20$ et 9). Pour de faibles valeurs de α

($\alpha < 10\%$) l'amortissement ω_i/k du mode d'Ar augmente alors que la vitesse de phase ω_r/k ne varie que faiblement. L'accroissement de l'amortissement est essentiellement dû à la résonance des ions He. Au delà de 10%, (ω_r/k) diminue de manière appréciable et devient proche de la vitesse thermique des ions d'Ar. Le nombre d'ions Ar et He résonnants est donc augmenté, ce qui explique l'accroissement de l'amortissement de Landau. Considérons maintenant la branche d'He. La vitesse de phase ω_r/k

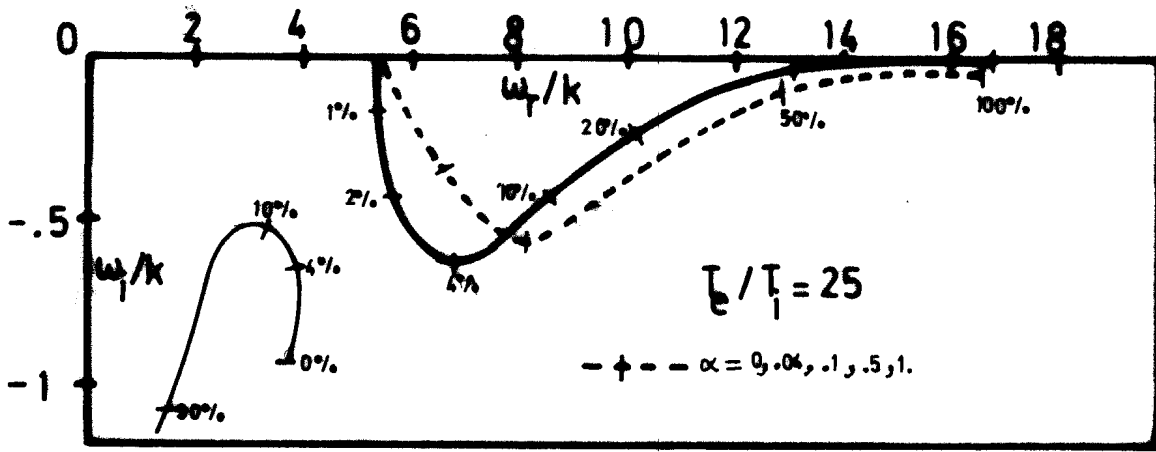


Fig. I.1.a

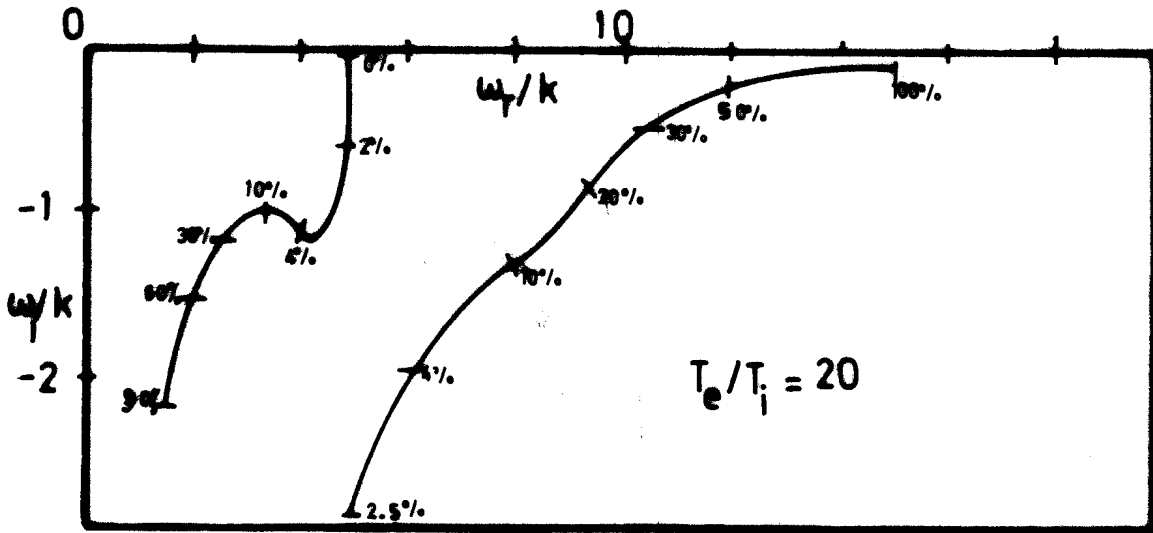


Fig. I.1.b

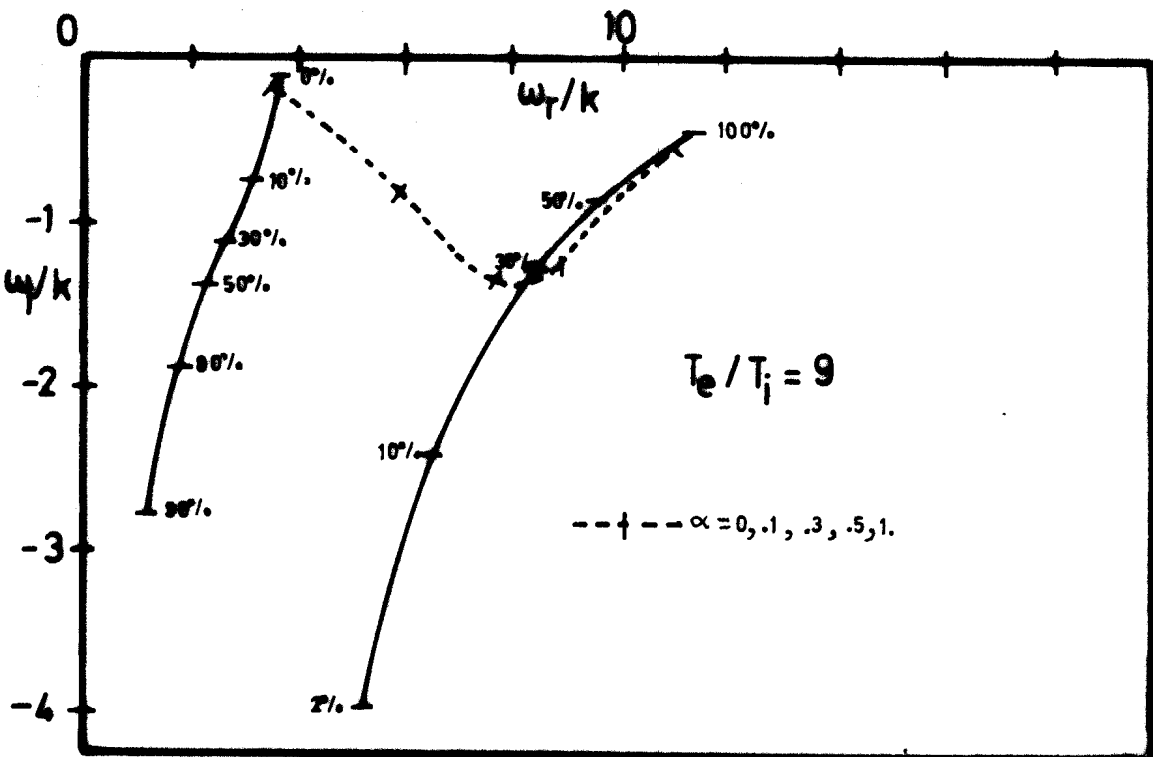


Fig. I.1.c

Relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He dans la limite $k \rightarrow 0$ pour différentes valeurs de la concentration α d'ions d'He. Les courbes en trait plein (\longrightarrow) sont les solutions numériques de l'équation (I.7). Les courbes en traits tillés (\dashrightarrow) sont obtenues à partir des expressions approchées (I.9) et (I.10). (ω/k) est normalisée à $(T_i/M_{Ar})^{1/2}$.

de ce mode diminue au fur et à mesure que l'on ajoute des ions d'Ar. Il en résulte une augmentation du nombre d'ions He résonnants et par conséquent une augmentation de l'amortissement de Landau.

Les figures (L2) à (L6) montrent la relation de dispersion $\omega_r = \omega_r(k)$ et $\omega_i/\omega_r = \omega_i/\omega_r(k)$ pour différents α et θ ($\theta = 25$ et $\theta = 9$). Pour $\theta = 25$ et $\alpha = 0\%$ et 100% l'amortissement augmente lorsque k augmente, car la vitesse de phase diminue. Toutefois pour $\alpha = 2\%$, l'amortissement n'est pas minimum pour $k = 0$ mais plutôt pour une valeur assez élevée de k ($k\lambda_{De} = 1.25$). En effet, dans la limite $k \rightarrow 0$, nous avons vu que (ω_r/k) était très proche de $(2T_i/M_{He})^{1/2}$, de sorte que le nombre d'ions He résonnants était élevé. Au fur et à mesure que k augmente, (ω_r/k) diminue et on obtient alors $(\omega_r/k) < (2T_i/M_{He})^{1/2}$, ce qui entraîne une diminution de l'effet Landau due aux ions légers. Pour des valeurs de $k\lambda_{De} > 1.25$, (ω_i/ω_r) augmente de nouveau, car on augmente le nombre d'ions Ar résonnants: $\omega_r/k \rightarrow (2T_i/M_{Ar})^{1/2}$. Finalement pour des valeurs plus élevées de α , on observe la dépendance classique de $\omega_r(k)$ et $(\omega_i/\omega_r)(k)$: $\omega_r(k)/k$ diminue avec k entraînant une augmentation du nombre d'ions Ar et He résonnants, donc de ω_i/ω_r .

Une variation analogue de (ω_i/ω_r) est observée pour la branche d'Ar pour $\alpha = 10$ et 20% et $\theta = 9$ (Figure L5). La même interprétation peut être également invoquée pour l'expliquer. Par contre la dépendance de (ω_i/ω_r) de la branche He est tout-à-fait classique (Figure L6): contrairement au cas du mode Ar, la vitesse de phase du mode He est supérieure à $(2T_i/M_{He})^{1/2}$ de sorte qu'une diminution de celle-ci entraîne une augmentation du nombre d'ions résonnants. Pour d'autres valeurs de α , la dépendance de $\omega_r = \omega_r(k)$ et de $\omega_i/\omega_r = \omega_i/\omega_r(k)$ est tout-à-fait classique.

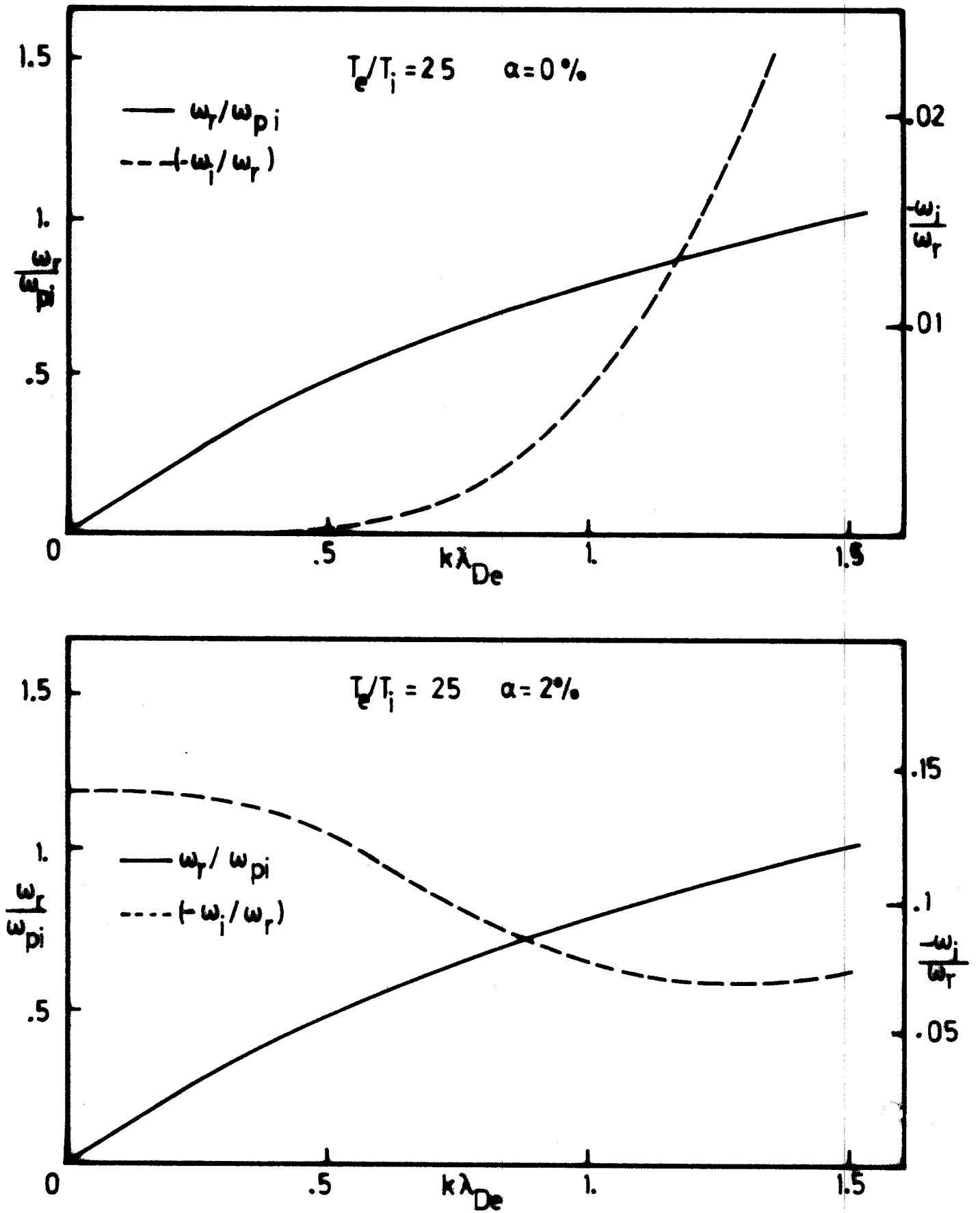


Figure I.2

Relation de dispersion $\omega_r = \omega_r(k)$ et $-\omega_i/\omega_r = -\omega_i/\omega_r(k)$ des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He. ω_r est normalisé à $\omega_{pi} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 M_{Ar})^{1/2}$ et k à $k_{De} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 T_e)^{1/2}$.

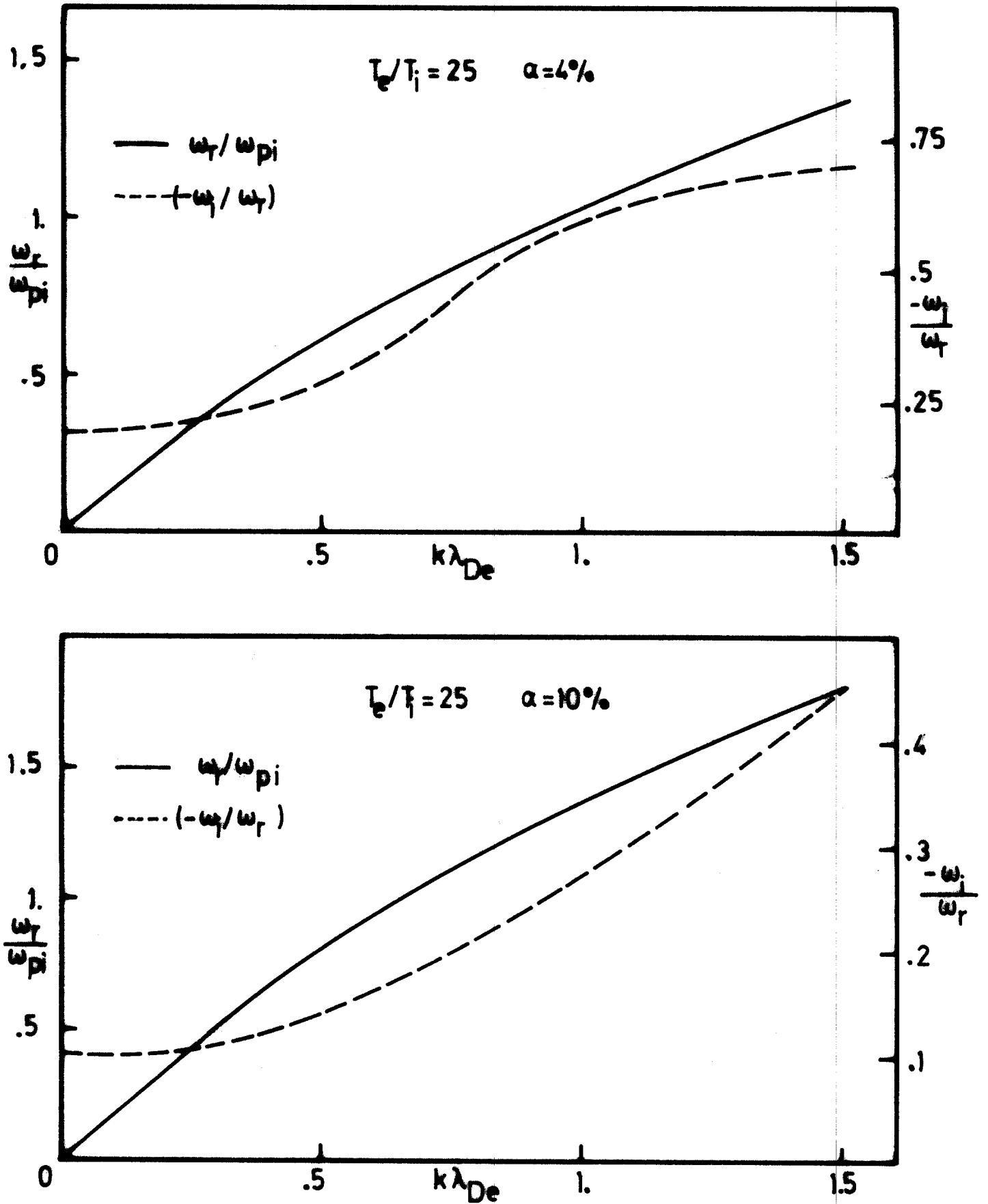


Figure I.3

Relation de dispersion $\omega_r = \omega_r(k)$ et $-\omega_i/\omega_r = -\omega_i/\omega_r(k)$ des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He. ω_r est normalisé à $\omega_{pi} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 M_{Ar})^{1/2}$ et k à $k_{De} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 T_e)^{1/2}$.

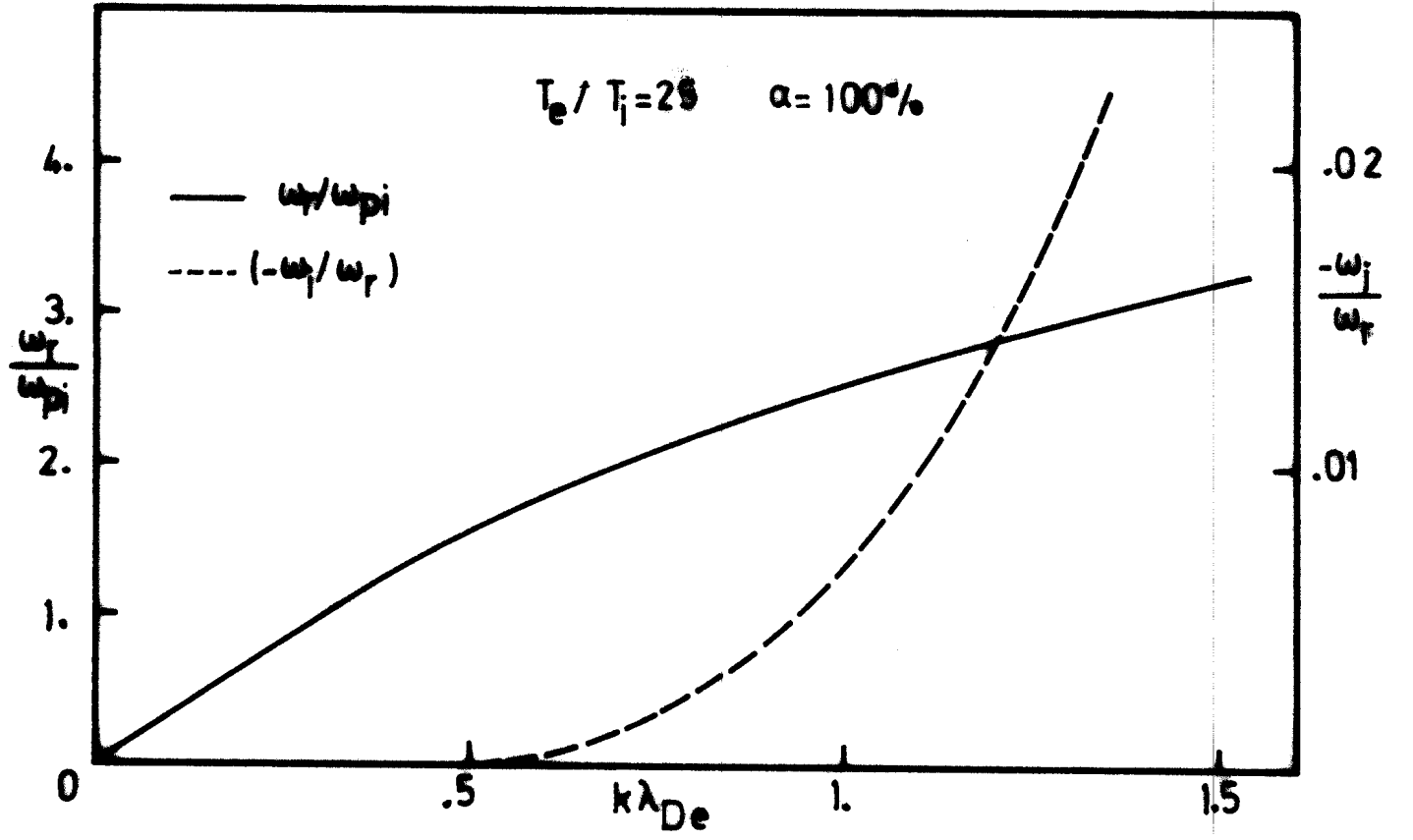
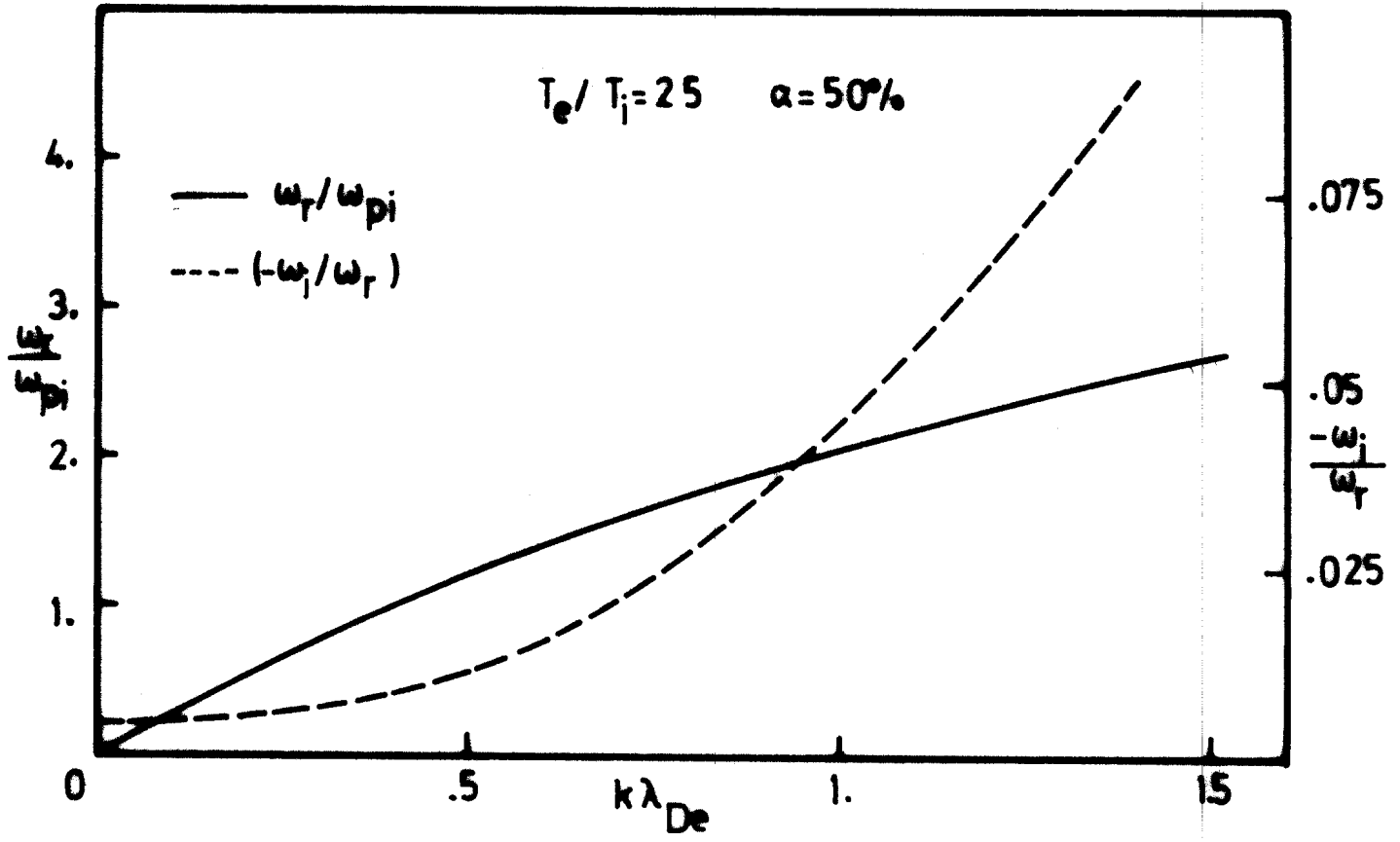
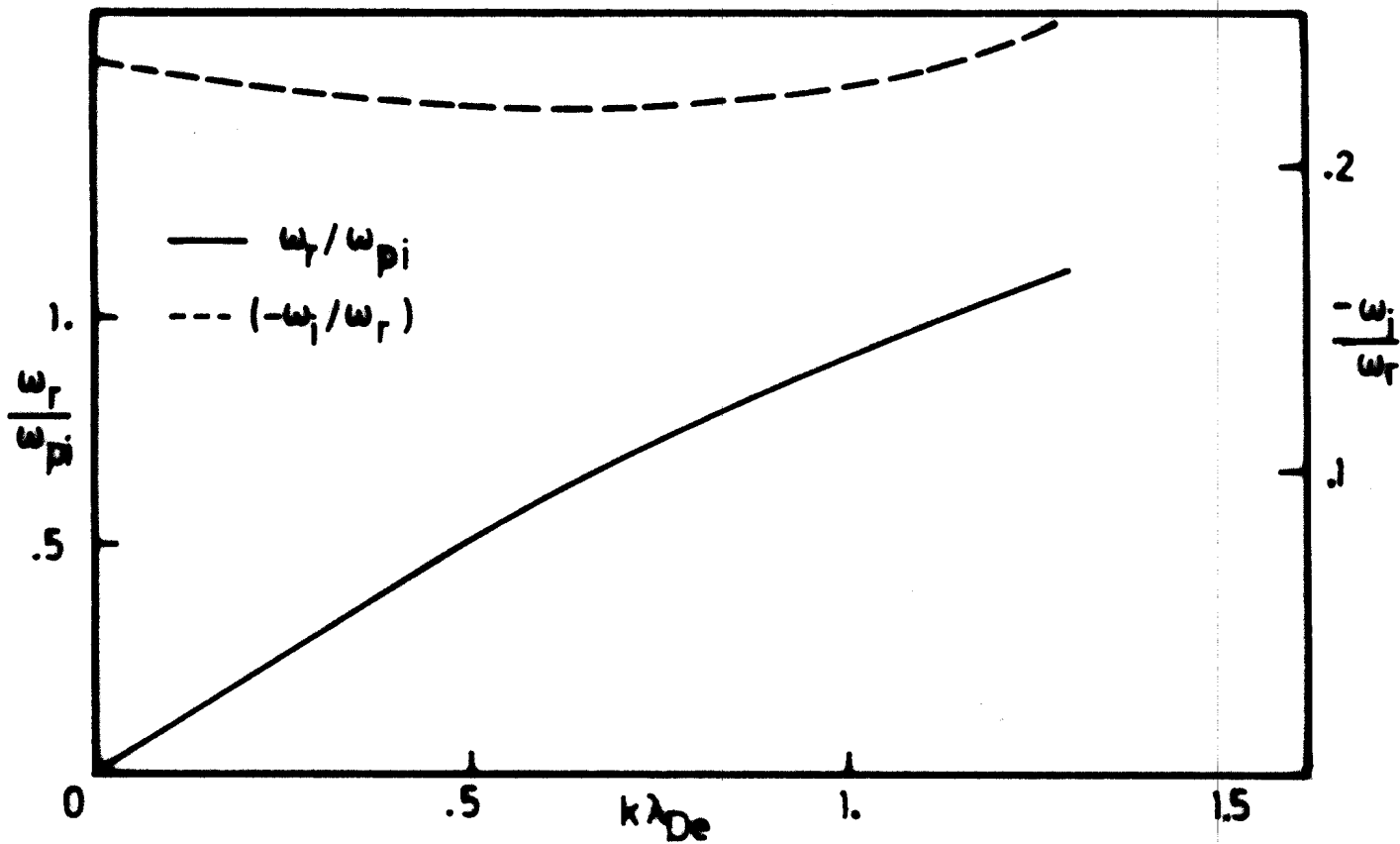


Figure I.4

Relation de dispersion $\omega_r = \omega_r(k)$ et $-\omega_i / \omega_r = -\omega_i / \omega_r(k)$ des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He. ω_r est normalisé à $\omega_{pi} = (n_{eo} e^2 / \epsilon_0 M_{Ar})^{1/2}$ et k à $k_{De} = (n_{eo} e^2 / \epsilon_0 T_e)^{1/2}$.

Mode: Ar $T_e / T_i = 9$ $\alpha = 10\%$



Mode: Ar $T_e / T_i = 9$ $\alpha = 20\%$

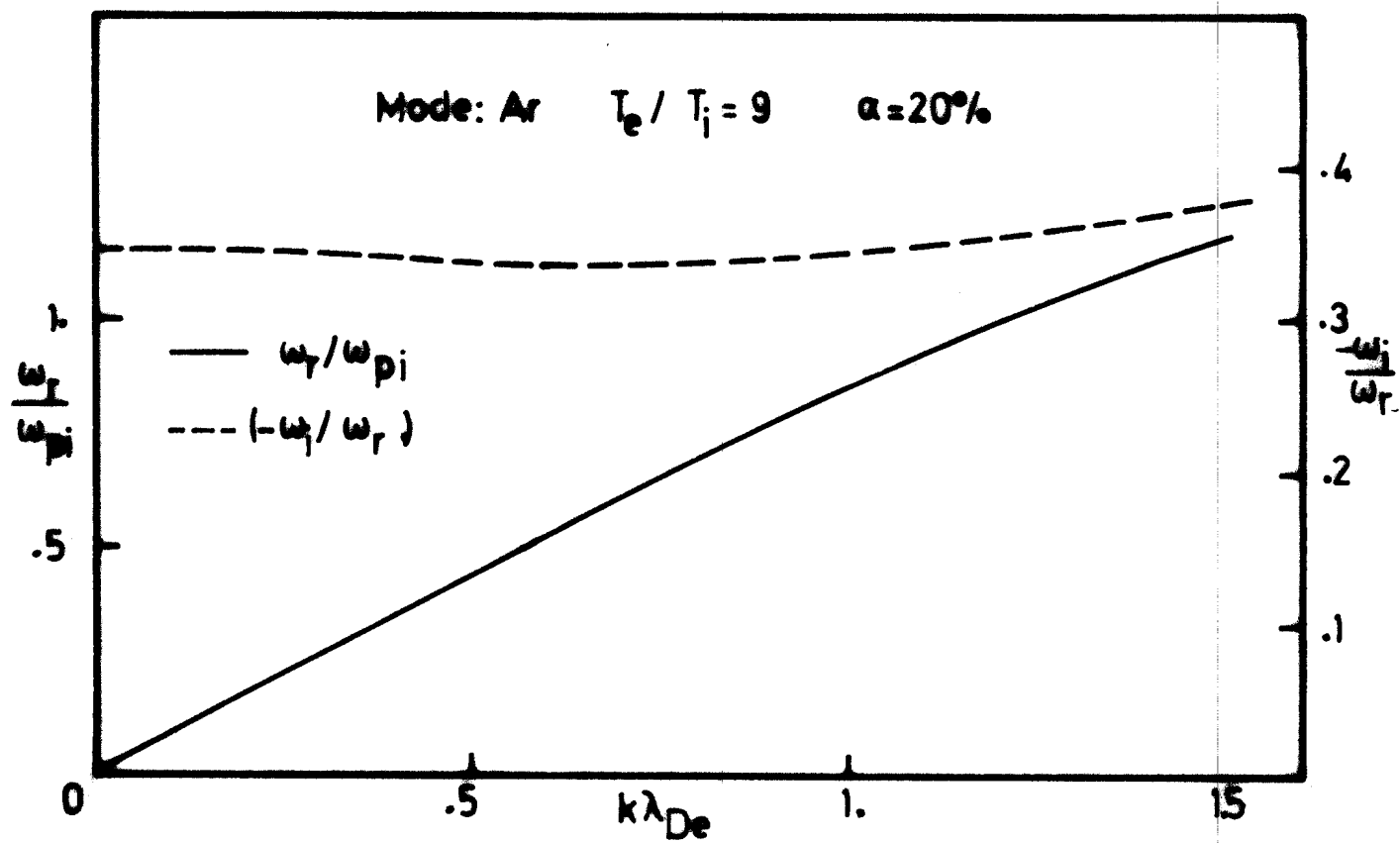


Figure I.5

Relation de dispersion $\omega_r = \omega_r(k)$ et $-\omega_i/\omega_r = -\omega_i/\omega_r(k)$ de la branche d'Ar. ω_r est normalisé à $\omega_{pi} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 M_{Ar})^{1/2}$ et k à $k_{De} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 T_e)^{1/2}$.

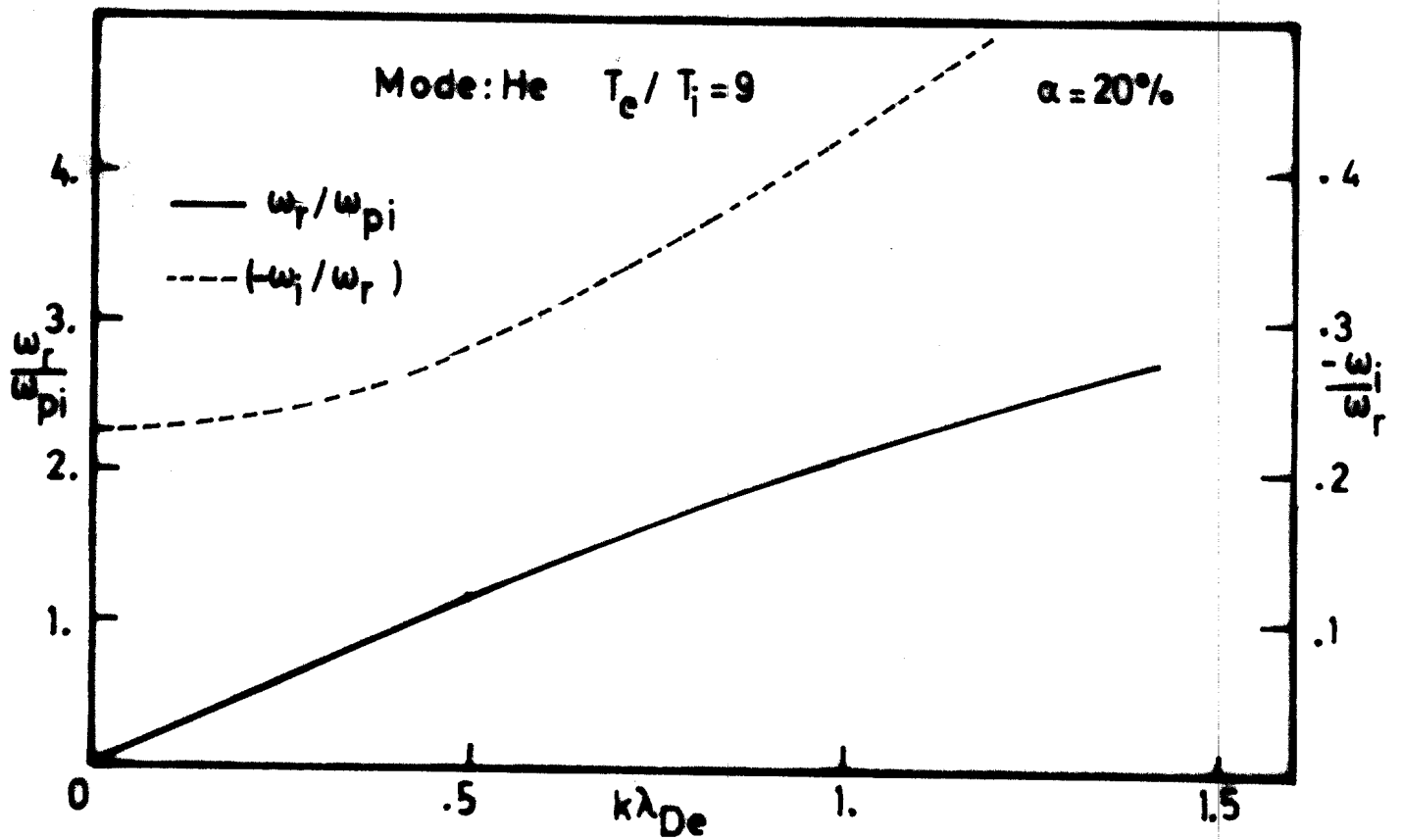
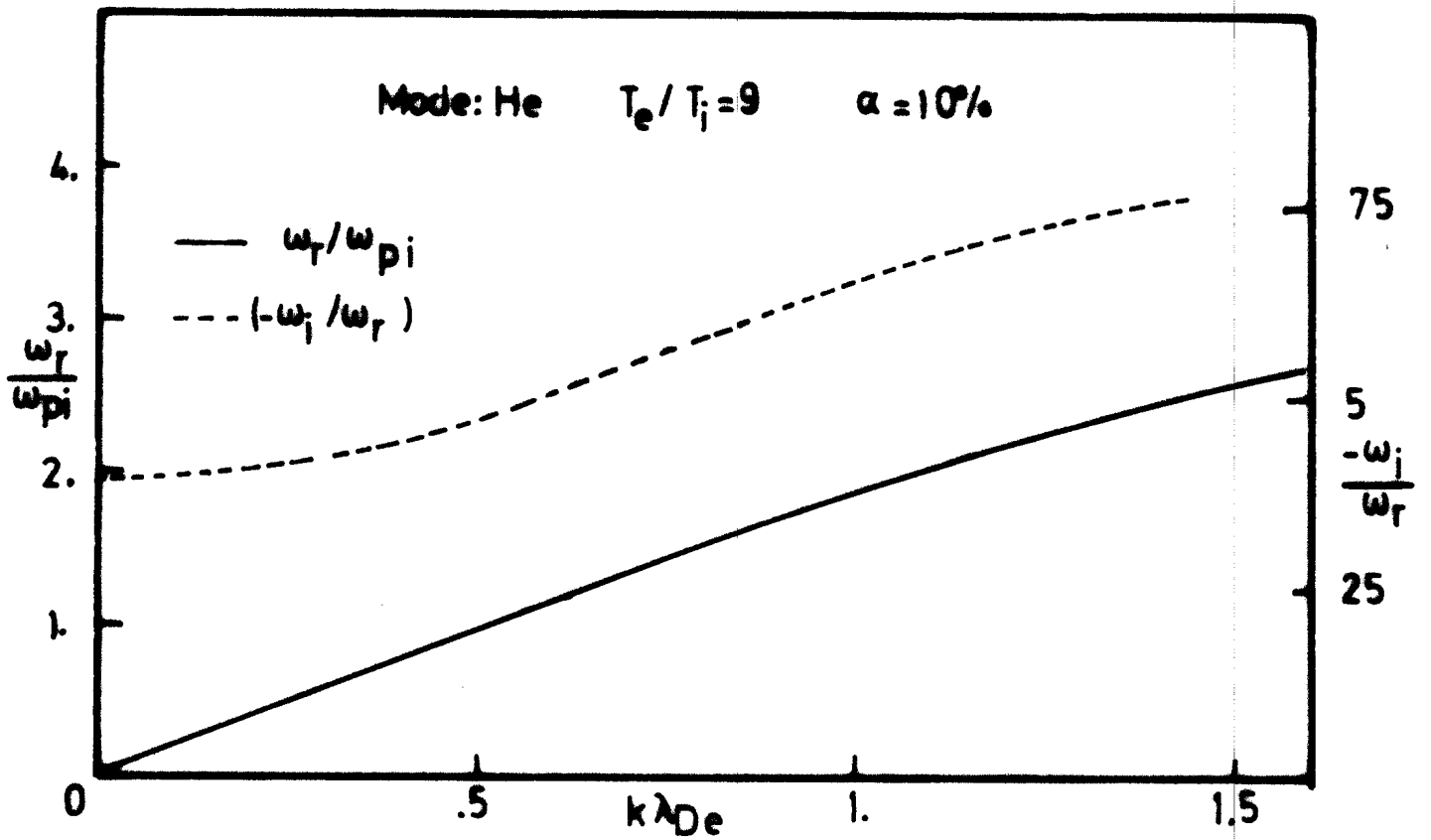


Figure I.6

Relation de dispersion $\omega_r = \omega_r(k)$ et $-\omega_i/\omega_r = -\omega_i/\omega_r(k)$ de la branche d'He. ω_r est normalisé à $\omega_{pi} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 M_{Ar})^{1/2}$ et k à $k_{De} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 T_e)^{1/2}$.

1B) Expression approchée de la relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar - He

Pour de rapport de température $\theta = T_e/T_i$ élevé, la vitesse de phase ω_r/k est grande par rapport aux vitesses thermiques ioniques des deux espèces d'ions. Dans l'équation (I.7) on peut alors remplacer les fonctions Z' représentant les contributions ioniques par leurs développements asymptotiques et pour le terme électronique on ne considère que le premier terme du développement en série autour de l'origine. En utilisant les relations suivantes, valables pour des ondes faiblement amorties, $\omega_i \ll \omega_r$:

$$\epsilon_r(\omega_r, k) = 0 \quad (\text{I.8.a})$$

$$\omega_i = - \frac{\epsilon_i}{(\partial \epsilon_r / \partial \omega)_{\omega = \omega_r}} \quad (\text{I.8.b})$$

on obtient dans la limite $k \rightarrow 0$ les formules :

$$\frac{\omega_r}{k} = \left(\frac{2T_i}{M_{Ar}} \right)^{1/2} \left[\frac{(1-\alpha + \alpha\mu)\theta}{2} + \frac{1.5(1-\alpha + \alpha\mu^2)}{1-\alpha + \alpha\mu} \right]^{1/2} \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{\omega_i}{\omega_r} = - \left[\frac{\pi(1-\alpha + \alpha\mu)}{8} \right]^{1/2} \left\{ \left(\frac{m_e}{M_{Ar}} \right)^{1/2} + \frac{\alpha\theta^{3/2}}{\mu^{1/2}} \exp \left[- \frac{(1-\alpha + \alpha\mu)\theta}{2\mu} - \frac{1.5(1-\alpha + \alpha\mu^2)}{1-\alpha + \alpha\mu} \right] + (1-\alpha)\theta^{3/2} \exp \left[- \frac{(1-\alpha + \alpha\mu)\theta}{2} - \frac{1.5(1-\alpha + \alpha\mu^2)}{1-\alpha + \alpha\mu} \right] \right\} \quad (\text{I.10})$$

En utilisant (I.9) et (I.10) on retrouve les expressions de la vitesse de phase et du taux d'amortissement dans le cas d'un plasma d'Ar ($\alpha = 0\%$) ou d'He ($\alpha = 100\%$).

$$\left(\frac{\omega_r}{k} \right)_{\alpha = \begin{matrix} 0\% \\ 100\% \end{matrix}} = \left(\frac{2T_i}{M_{\begin{matrix} Ar \\ He \end{matrix}}} \right)^{1/2} \left(\frac{\theta + 3}{2} \right)^{1/2} \quad (\text{I.11})$$

$$\left(\frac{\omega_i}{\omega_r} \right)_{\alpha = \begin{matrix} 0\% \\ 100\% \end{matrix}} = - \left(\frac{\pi}{8} \right)^{1/2} \left[\left(\frac{m_e}{M_{\begin{matrix} Ar \\ He \end{matrix}}} \right)^{1/2} + \theta^{3/2} \exp \left(- \frac{\theta + 3}{2} \right) \right] \quad (\text{I.12})$$

L'équation (I.9) montre que les ondes acoustiques dans la limite $k \rightarrow 0$, se propagent avec une vitesse de phase qui dépend d'une masse effective $M_{\text{eff}} = M_{\text{Ar}}/(1-\alpha+\alpha\mu)$. Sur la figure (I.1.a) nous avons reporté en pointillé la variation de $\gamma = (\omega/k)/(T_i/M_{\text{Ar}})^{1/2}$ en utilisant les expressions (I.9) et (I.10), la courbe en trait plein représentant les résultats numériques exacts. Pour $\alpha < 10\%$, les deux courbes diffèrent sensiblement; l'amortissement donné par l'expression (I.10) est inférieure d'un facteur 2 à la valeur exacte. Cette différence est due à la valeur importante de ω_i/ω_r , qui rend caduque l'utilisation des expressions approchées (I.8.a) et (I.8.b). Par contre, lorsque ω_i/ω_r diminue ($\alpha > 10\%$), les formules (I.9) et (I.10) sont une assez bonne approximation des résultats numériques (Figure I.1.a). La courbe en pointillé sur la figure (I.1.c) représente les valeurs de ω/k obtenues à partir des expressions (I.9) et (I.10) pour $\theta = 9$. Au dessous de $\alpha = 30\%$ (sauf pour $\alpha = 0\%$) les formules (I.9) et (I.10) ne décrivent correctement aucune des branches. Dans ce domaine de concentration, la vitesse de phase des deux branches est comparable aux deux vitesses thermiques ioniques et on ne peut approximer les fonctions Z' décrivant la contribution ionique par leurs expressions asymptotiques. Pour $\alpha > 50\%$, l'expression (I.9) donne une bonne approximation de la vitesse de phase tandis qu'en utilisant (I.10) on obtient une valeur de l'amortissement supérieure à celle calculée en résolvant numériquement l'équation de dispersion.

2. Théorie fluide des ondes acoustiques dans un plasma à deux composantes

Pour certaines valeurs de θ et de α , nous avons pu utiliser les développements asymptotiques pour évaluer les deux fonctions Z' décrivant les ions. Ce fait nous indique qu'il est possible d'utiliser un modèle fluide pour dériver la relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma à deux composantes.

Voici les hypothèses utilisées. Les électrons sont isothermes. Les ions sont décrits par les équations fluides et ils obéissent à une équation d'état adiabatique.

A partir de la forme linéarisée des équations fluides on obtient la fonction diélectrique $\epsilon(\omega, k)$ des ondes acoustiques dans un plasma à deux composantes :

$$\epsilon(\omega, k) = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{(1-\alpha) \omega_{pi}^2}{\omega^2 - 3k^2 v_{Ar}^2} - \frac{\alpha \mu \omega_{pi}^2}{\omega^2 - 3k^2 v_{He}^2} \quad (I.13)$$

où $\omega_{pi}^2 \equiv (n_0 e^2 / \epsilon_0 M_{Ar})$, $\lambda_{De}^2 \equiv (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)$, $v_{Ar}^2 \equiv (T_i / M_{Ar})$ et $v_{He}^2 \equiv (T_i / M_{He})$.
Dans la limite $k \rightarrow 0$, l'équation de dispersion (I.13) se réduit à

$$\epsilon(\omega, k) \approx \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{(1-\alpha) \omega_{pi}^2}{\omega^2 - 3k^2 v_{Ar}^2} - \frac{\alpha \mu \omega_{pi}^2}{\omega^2 - 3k^2 v_{He}^2} = 0 \quad (I.14)$$

Lorsque T_i tend vers 0, l'équation (I.14) se réduit à une simple équation du second degré

$$\frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} (1 - \alpha + \alpha \mu) = 0 \quad (I.15)$$

dont la solution est

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{T_e}{M_{Ar}} (1 - \alpha + \alpha \mu) \quad (I.16)$$

(I.16) est donc identique à l'expression (I.9) lorsque $T_i = 0$.

Lorsque T_i est différent de 0, l'équation (I.14) est bicarrée en (ω/k) et admet deux couples de solutions. L'une d'elles'écrit :

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{2T_i}{M_{Ar}} \left[\frac{\theta (1 - \alpha + \alpha \mu)}{2} + \frac{1.5 (1 - \alpha + \alpha \mu^2)}{1 - \alpha + \alpha \mu} \right] \quad (I.17)$$

On retrouve également la formule (I.9). A partir de l'étude de la validité de l'expression approchée (I.9) en fonction de α , on peut conclure qu'un modèle fluide avec une équation d'état adiabatique pour les deux espèces d'ions décrit correctement la variation de la vitesse de phase en fonction de la concentration des ions légers. Par exemple, pour $\theta = 25$ l'approximation est assez bonne pour toutes valeurs de α alors que pour $\theta = 9$, le domaine de validité est limité à $50\% < \alpha < 100\%$. Ce dernier résultat est particulièrement important car il nous permettra de déterminer le domaine de validité des différents modèles fluides qui seront dérivés dans le chapitre suivant.

II PROPRIETES DES SOLITONS DANS UN PLASMA D'ARGON ET D'HELIUM

Nous avons étudié dans le chapitre précédent les propriétés des ondes acoustiques linéaires dans un plasma d'Ar-He. Nous allons considérer maintenant celles des solitons acoustiques dans un tel plasma. Pour définir précisément un soliton, nous devons d'abord donner la définition d'une perturbation stationnaire. Une équation d'onde admet une solution stationnaire si celle-ci est une fonction de $z = (x - Vt)$ seulement. Un soliton est alors une solution stationnaire et localisée en z d'une équation d'onde.

Les ingrédients nécessaires à la formation des solitons sont la non-linéarité et la dispersion. Dans un milieu qui est seulement dispersif, on ne peut avoir de soliton car les différentes composantes de Fourier d'une perturbation initiale se propagent à des vitesses différentes. Un milieu non linéaire et non dispersif ne peut également pas générer les solitons : il y aura simplement génération d'harmoniques supérieures. Le soliton est dû à un équilibre entre les effets de la non linéarité et de la dispersion.

L'étude des ondes acoustiques nous a montré que le plasma se comportant comme un milieu non linéaire et dispersif. Des solitons acoustiques peuvent donc se former dans le plasma.

1. Théorie fluide des solitons acoustiques dans un plasma d'Ar-He

1.A Rappel des propriétés de l'équation de Korteweg de Vries (K.dV) dans un plasma à une composante

Considérons un plasma unidimensionnel, non magnétisé. Nous allons dériver dans le cadre d'une théorie fluide une équation d'évolution pour les perturbations ioniques acoustiques de grande amplitude. Nous considérerons les

ions froids. De plus nous négligerons l'inertie des électrons ($m_e \ll M_i$). Les équations fluides s'écrivent alors

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i u_i}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = E \quad (\text{II.2})$$

$$0 = -n_e E - \frac{\partial n_e}{\partial x} \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = n_i - n_e \quad (\text{II.4})$$

Les distances ont été normalisées à $\lambda_{De} \equiv (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)^{1/2}$, la densité à la densité à l'équilibre n_0 , la vitesse à la vitesse acoustique $(T_e / M_i)^{1/2}$ et le potentiel électrique Φ , d'où dérive le champ $E = -\partial\Phi/\partial x$, à (T_e/e) . Les équations (II.1) et (II.2) sont les équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement pour les ions. (II.3) n'est autre que l'équation de conservation de la quantité de mouvement des électrons où nous avons négligé le membre de gauche à cause de la petitesse de la masse électronique. Cette approximation est en fait équivalente à considérer les électrons isothermes.

Développons les quantités n_i , u_i , n_e , E en série de puissances d'un paramètre formel ϵ qui caractérise l'amplitude de la perturbation.

$$n_i = 1 + \epsilon n_i^{(1)} + \epsilon^2 n_i^{(2)} + \dots \quad (\text{II.5})$$

$$u_i = \epsilon u_i^{(1)} + \epsilon^2 u_i^{(2)} + \dots \quad (\text{II.6})$$

$$n_e = 1 + \epsilon n_e^{(1)} + \epsilon^2 n_e^{(2)} + \dots \quad (\text{II.7})$$

$$E \equiv \epsilon^{1/2} \tilde{E} = \epsilon^{3/2} \tilde{E}^{(1)} + \epsilon^{5/2} \tilde{E}^{(2)} + \dots \quad (\text{II.8})$$

Dans le résultat final le paramètre formel ϵ , qui ne sert qu'à ordonner les termes, sera posé égal à l'unité.

Introduisons la transformation de coordonnées suivantes :

$$\xi = \epsilon^{1/2} (x - t) \quad (\text{II.9})$$

$$\eta = \epsilon^{3/2} x. \quad (\text{II.10})$$

Le développement en série de puissances et la transformation de coordonnées précédente permettent de séparer les effets linéaires des effets dispersifs et non linéaires. Par exemple, on remarque qu'à l'ordre le plus bas en ϵ la relation de dispersion linéaire des ondes acoustiques s'écrit :

$$\lambda = \frac{\omega}{k} = 1 - \frac{1}{2} k^2 = 1 + \epsilon(\lambda - 1).$$

Dans cette description, les effets dispersifs apparaissent à l'ordre ϵ et les phénomènes que nous allons décrire ont un vecteur d'onde k satisfaisant $k = O(\epsilon^{1/2})$. Nous verrons par la suite que l'amplitude des phénomènes non linéaires sera $O(\epsilon)$.

Les transformations (II.9) et (II.10) nous permettent de récrire les équations (II.1) à (II.4) de la manière suivante :

$$-\frac{\partial n_i}{\partial \xi} + \frac{\partial n_i u_i}{\partial \xi} + \epsilon \frac{\partial n_i u_i}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$-\frac{\partial u_i}{\partial \xi} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial \xi} + \epsilon u_i \frac{\partial u_i}{\partial \eta} = \tilde{E} \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial \xi} + \epsilon \frac{\partial n_e}{\partial \eta} = -n_e \tilde{E} \quad (\text{II.13})$$

$$\epsilon \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \epsilon^2 \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \eta} = -n_e + n_i. \quad (\text{II.14})$$

Le choix apparemment arbitraire du développement du champ E dans (11.8) est justifié par le fait que seules des puissances entières de ϵ subsistent dans le système d'équations II.11 à II.14.

En remplaçant n_i , n_e , u_i , \tilde{E} par leur développement en série de puissances et en égalant les termes de même puissance en ϵ (équations II.5 à II.8), on obtient au premier ordre en ϵ :

$$\frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} = \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} = \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = -\tilde{E}^{(1)} \quad . \quad (II.15)$$

En imposant les conditions aux limites suivantes pour les équations (II.15)

$$\xi = \pm \infty \quad n_i = n_e = 1, \quad u_i = 0, \quad \tilde{E} = 0$$

on obtient :

$$n_e^{(1)} = u_i^{(1)} = n_i^{(1)} \quad . \quad (II.16)$$

Au second ordre en ϵ , on obtient :

$$-\frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_i^{(1)} u_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \eta} = 0 \quad (II.17)$$

$$-\frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} + u_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} = \tilde{E}^{(2)} \quad (II.18)$$

$$\frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \eta} = -\tilde{E}^{(2)} - n_e^{(1)} \tilde{E}^{(1)} \quad (II.19)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}^{(2)}}{\partial \xi} = n_i^{(2)} - n_e^{(2)} \quad . \quad (II.20)$$

En éliminant les termes du second ordre ainsi que $n_i^{(1)}$, $u_i^{(1)}$ on obtient l'équation de K-dV

$$\frac{\partial n_e^{(u)}}{\partial \eta} + n_e^{(u)} \frac{\partial n_e^{(u)}}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 n_e^{(u)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (\text{II.21})$$

Le $n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi}$ terme de l'équation de K.dV décrit la non linéarité du plasma. Le troisième terme $\partial^3 n_e^{(1)} / \partial \xi^3$ représente les effets dispersifs du plasma. En effet, pour les grands k , la relation de dispersion des ondes acoustiques n'est plus linéaire, mais doit être corrigée par un terme proportionnel à k^3 .

Dans un référentiel $z = (x-Mt)$, où M est le nombre de Mach $M \equiv 1+c$, $c > 0$, l'équation de K.dV (II.21) admet des solutions stationnaires données par :

$$n_e^{(u)} = 3c \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{c}{2} \right)^{1/2} (x-Mt) \right] = 3c \operatorname{sech}^2 \left(\frac{x-Mt}{D} \right) \quad (\text{II.22})$$

où $D = (2/c)^{1/2}$. La perturbation décrite par (II.22) répond à la définition d'un soliton que nous avons donnée au début du chapitre : elle ne dépend que de $z = (x-Mt)$ et est localisée autour de $z = 0$.

Selon l'équation (II.22), le soliton acoustique possède les propriétés suivantes :

- il correspond à une compression de densité dans le plasma
- son nombre de Mach est proportionnel à son amplitude

$$(M-1) = \delta n / 3 \quad (\text{II.23})$$

- la largeur est inversement proportionnelle à la racine carrée de son amplitude

$$D = (6/\delta n)^{1/2} \quad (\text{II.24})$$

On vérifie en outre que

$$\delta n \sim 0(\epsilon) \quad (\text{II.25.a})$$

$$(M-1) \sim 0(\epsilon) \quad (\text{II.25.b})$$

$$D \sim 0(\epsilon^{-1/2}) \quad (\text{II.25.c})$$

La relation (II.25e) est en accord avec la relation $k \sim 0(\epsilon^{\frac{1}{2}})$ définissant la validité de notre développement.

Les solutions exactes de l'équation de K.dV (II.21) peuvent également être obtenues en utilisant la méthode de la diffusion inverse proposée par Gardner et collaborateurs [18]. Une application importante de l'étude de ces auteurs est la prédiction du nombre de solitons générés à partir d'une perturbation initiale qui s'annule à l'infini. Comme illustration nous allons considérer le cas d'une perturbation initiale {9} :

$$n_e(\eta=0, \xi) = \begin{cases} \delta n_0 [1 + \cos(\pi \xi / \Delta)] / 2 & -1 < \xi / \Delta < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (II.26)$$

Pour la suite des calculs, il est commode d'écrire l'équation de K.dV (II.21) sous la forme canonique :

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} + 6V \frac{\partial V}{\partial \tilde{\xi}} + \frac{\partial^3 V}{\partial \tilde{\xi}^3} = 0 \quad (II.27)$$

en faisant la transformation de variables

$$\begin{cases} V = -2^{1/3} n / 6 \\ \tilde{\xi} = 2^{1/3} \xi \end{cases} \quad (II.28)$$

Le nombre de soliton produit par la perturbation initiale

$$V(\eta=0, \tilde{\xi}) = \begin{cases} V_0 [1 + \cos(\pi \tilde{\xi} / \tilde{\Delta})] / 2 & -1 < \tilde{\xi} / \tilde{\Delta} < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (II.29)$$

où $V_0 = -2^{1/3} n_0 / 6$ et $\tilde{\Delta} \equiv 2^{1/3} \Delta$, est donné par le nombre de valeurs propres discrètes de l'équation de Schroödinger [18] :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \tilde{\xi}^2} + [E - V(\eta=0, \tilde{\xi})] \psi = 0 \quad (II.30)$$

Pour la condition initiale (II.29), l'équation (II.30) se ramène à une équation de Mathieu :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tilde{\xi}^2} + (a - 2q \cos z) \Psi = 0 \quad (\text{II.31})$$

avec les définitions

$$z \equiv \pi \tilde{\xi} / 2\tilde{\Delta} \quad (\text{II.32.a})$$

$$a \equiv \begin{cases} 4 \tilde{\Delta}^2 E / \pi^2 & z \notin [0, \pi] \\ -4 \tilde{\Delta}^2 [V_0/2 - E] / \pi^2 & z \in [0, \pi] \end{cases} \quad (\text{II.32.b})$$

$$q \equiv \begin{cases} 0 & z \notin [0, \pi] \\ -\tilde{\Delta}^2 V_0 / \pi^2 & z \in [0, \pi] \end{cases} \quad (\text{II.32.c})$$

L'équation de Schroedinger (II.30) admet des valeurs propres discrètes seulement si $V_0 < 0$: les seules perturbations initiales qui donnent naissance à des solitons sont des compressions de densité. Pour $V_0 > 0$, c'est-à-dire pour des dépressions de densité, l'équation (II.30) ne possède qu'un spectre continu : selon Gardner et collaborateurs [18], ces solutions correspondent à un train d'onde oscillatoire et non pas à des solitons.

Le nombre de valeurs propres de l'équation de Mathieu (II.30) a été discuté par Ikezi [19]. D'après ses calculs, il existe une valeur propre, donc un soliton si $0 < q < q_1$, deux valeurs propres, donc deux solitons si $q_1 < q < q_2$ et ainsi de suite. Les q_i sont les racines de l'équation $a_j(q) = 2q$, a_j étant les valeurs caractéristiques associées avec les solutions paires de l'équation de Mathieu.

Ce résultat se transpose directement dans les variables physique δn_0 et Δ définis par l'équation (II.26) de la manière suivante. Pour une perturbation initiale d'amplitude δn_0 et de largeur Δ on obtient :

- 1 soliton si

$$0 < \Delta (\delta n_0)^{1/2} < (\partial \pi^2 q_1)^{1/2} \quad (\text{II.33})$$

- 2 solitons si

$$(\partial \pi^2 q_1)^{1/2} < \Delta (\delta n_0)^{1/2} < (\partial \pi^2 q_2)^{1/2}$$

et ainsi de suite. Rappelons que dans les équations (II.33) Δ est normalisé à $(n_0 e^2 / \epsilon_0 M_i)^{-1/2}$ et δn_0 à la densité non perturbée n_0 .

En conclusion, dans le modèle fluide les perturbations non linéaires d'un plasma peuvent être décrites par l'équation de K.dV (II.21). Selon cette équation une compression de densité localisée temporellement excitée en $x = 0$, se développe en solitons dont le nombre dépend de son amplitude et de sa durée. Par contre, une dépression de densité ne donnera aucun soliton, mais un train oscillatoire. Cette différence est due à la non-invariance de l'équation de K.dV (II.21) vis-à-vis de la transformation $n_e^{(1)} \rightarrow -n_e^{(1)}$ et est caractéristique du terme non linéaire.

1.B L'équation de K.dV dans un plasma à deux composantes ioniques ($T_i \neq 0$) {20,21}

Considérons un plasma infini à deux composantes ioniques. Comme précédemment les électrons sont boltzmaniens. Nous adopterons une description fluide pour les deux espèces d'ions. Les effets de la température ionique sont décrits par une équation d'état adiabatique. Cette hypothèse est valable pour des valeurs élevées de $\Theta = T_e/T_i$ et pour $\alpha = 0\%$ ou $\alpha > 50\%$: au-delà de ces limites, le modèle fluide n'est plus valable car l'amortissement Landau devient trop important (cf. chapitre I, paragraphe 2).

Les équations de base sont :

- les équations de continuité pour les deux espèces d'ions :

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial (n_j u_j)}{\partial x} = 0 \quad \begin{array}{l} j = 1, 2 \\ : \text{He, Ar} \end{array} \quad (\text{II.34})$$

- les équations de conservation de la quantité de mouvement des deux espèces d'ions :

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x} = \mu_j \left(E - \frac{\partial}{\alpha_j^2 \theta} n_j \frac{\partial n_j}{\partial x} \right) \quad \begin{array}{l} j: 1, 2 \\ = He, Ar \end{array} \quad (\text{II.35})$$

- l'équation de conservation de la quantité de mouvement des électrons où l'inertie électronique est négligée

$$0 = - \frac{\partial n_e}{\partial x} - n_e E \quad (\text{II.36})$$

- l'équation de Poisson

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \sum_{j=1}^2 n_j - n_e \quad (\text{II.37})$$

Dans les équations (II.34) à (II.37), les densités ont été normalisées à la densité électrique n_0 à l'état d'équilibre, les vitesses à $(T_e/M_{Ar})^{1/2}$, les distances à la longueur de Debye $\lambda_{De} \equiv (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)^{1/2}$ et les temps à $(n_0 e^2 / \epsilon_0 M_{Ar})^{-1/2}$. Nous avons également introduit les notations :

$$\alpha_j \equiv \begin{cases} \alpha & j: 1 \\ (1-\alpha) & j: 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \mu_j \equiv \begin{cases} \mu & j: 1 \\ 1 & j: 2 \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

Remarquons que les vitesses n'ont pas été normalisées à la valeur de la vitesse de phase v_{λ} d'une onde acoustique linéaire. Ainsi ces ondes ne seront donc pas stationnaires dans le référentiel $x-t$, mais $x-\lambda t$. En outre, certaines transformations sont nécessaires pour pouvoir comparer les résultats expérimentaux aux résultats théoriques et seront indiquées à la fin du paragraphe.

Le formalisme utilisé au paragraphe (II.1.A) se révélant extrêmement lourd à manipuler à cause du grand nombre de fonctions mises en jeu, nous avons adopté la méthode décrite par Taniuti et Wei {22}.

Comme la méthode utilisée par Washimi et Taniuti [22], cette dernière fait appel à un développement des diverses quantités en série de puissances de ϵ . L'équation de K.dV n'est toutefois pas obtenue après une laborieuse élimination de toutes les variables du système sauf une, mais comme un produit matriciel dont l'écriture formelle est assez aisée.

Introduisons la transformation de coordonnées :

$$\begin{cases} \xi = (x - \lambda t) \epsilon^{1/2} \\ \eta = \epsilon^{3/2} x \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

où λ est la vitesse de phase d'une onde acoustique linéaire se propageant dans un plasma à deux composantes.

Nous définissons le vecteur colonne \underline{U} de la manière suivante :

$$\underline{U} \equiv \begin{pmatrix} n_1 \\ u_1 \\ n_e \\ u_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{II.40})$$

On peut développer \underline{U} en série de puissances selon ϵ

$$\underline{U} = \underline{U}^{(0)} + \epsilon \underline{U}^{(1)} + \epsilon^2 \underline{U}^{(2)} \quad (\text{II.41})$$

où

$$\underline{U}^{(0)} \equiv \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{U}^{(1)} \equiv \begin{pmatrix} n_1^{(1)} \\ u_1^{(1)} \\ n_e^{(1)} \\ u_2^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \underline{U}^{(2)} \equiv \begin{pmatrix} n_1^{(2)} \\ u_1^{(2)} \\ n_e^{(2)} \\ u_2^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (\text{II.42})$$

En effectuant la transformation (II.39) sur le système (II.34) à (II.37), on obtient, au premier ordre en ϵ une équation matricielle équivalente :

$$(\underline{A}_0 - \lambda \underline{I}) \frac{\partial}{\partial \xi} \underline{u}^{(1)} = 0 \quad (\text{II.43})$$

\underline{I} étant la matrice unité (4x4) et \underline{A}_0 égale à

$$\underline{A}_0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 3\mu/(\alpha\theta) & 0 & \mu & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & (1-\alpha) \\ -3/[\theta(1-\alpha)] & 0 & 1 + \{3/[\theta(1-\alpha)]\} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

λ est donc une valeur-propre de \underline{A}_0 et $\underline{u}^{(1)}$ le vecteur propre correspondant. L'équation aux valeurs-propres est

$$1 - \frac{1-\alpha}{\lambda^2 - (3/\theta)} - \frac{\alpha\mu}{\lambda^2 - (3\mu/\theta)} = 0 \quad (\text{II.45})$$

qui n'est autre que l'équation (I.14) écrite selon les variables normalisées. La solution, dans l'approximation $(T_e/M_{Ar})^{1/2} \gg (T_i/M_{He})^{1/2} > (T_i/M_{Ar})^{1/2}$ en est

$$\lambda^2 = 1 - \alpha + \alpha\mu + \frac{3(1-\alpha + \alpha\mu^2)}{\theta(1-\alpha + \alpha\mu)} \quad (\text{II.46})$$

Le vecteur propre \underline{D} correspondant à la valeur λ est alors

$$\underline{D} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\mu\alpha}{\lambda^2 - (3\mu/\theta)} \\ \frac{\lambda\mu}{\lambda^2 - (3\mu/\theta)} \\ 1 \\ \frac{1}{\lambda} \left[1 + \frac{3}{\theta(1-\alpha)} \left(1 - \frac{\mu\alpha}{\lambda^2 - (3\mu/\theta)} \right) \right] \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

$\underline{U}^1(\xi, \eta)$ est donc égal à :

$$\underline{U}^{(1)}(\xi, \eta) = n_e^{(1)}(\xi, \eta) \underline{D} . \quad (\text{II.48})$$

Au second ordre on obtient :

$$\underline{(A_0 - \lambda I)} \frac{\partial \underline{U}^{(2)}}{\partial \xi} + \underline{A_0} \frac{\partial \underline{U}^{(2)}}{\partial \eta} + \underline{A'_1} \frac{\partial \underline{U}^{(2)}}{\partial \xi} + \underline{B_0} \frac{\partial^3 \underline{U}^{(2)}}{\partial \xi^3} = 0 . \quad (\text{II.49})$$

Dans (II.49) nous avons utilisé les définitions suivantes :

$$\underline{A'_1} = \begin{bmatrix} u_1^{(1)} & n_1^{(1)} & 0 & 0 \\ \frac{3\mu n_1^{(2)}}{\theta \alpha^2} & u_1^{(2)} & -\mu n_e^{(2)} & 0 \\ u_1^{(1)} - u_2^{(1)} & n_1^{(1)} & u_2^{(1)} & n_e^{(1)} - n_1^{(1)} \\ -\frac{3}{\theta(1-\alpha)^2} (n_e^{(1)} - n_1^{(1)}) & 0 & -n_e^{(1)} + \frac{3(n_e^{(1)} - n_1^{(1)})}{\theta(1-\alpha)^2} & u_2^{(1)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

$$\underline{B_0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{\theta(1-\alpha)} & 0 \end{bmatrix} . \quad (\text{II.51})$$

Nous pouvons utiliser l'équation (II.48) pour éliminer $n_1^{(1)}$, $u_1^{(1)}$, $u_2^{(1)}$ de $\underline{A'_1}$ et $\underline{B_0}$:

$$\underline{A'_1} = n_e^{(1)} \underline{A_1} . \quad (\text{II.52})$$

L'équation (II.49) se ré-écrit :

$$\underline{(A_0 - \lambda I)} \frac{\partial \underline{U}^{(1)}}{\partial \xi} + \underline{A_0} \cdot \underline{D} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \eta} + \underline{A_1} \cdot \underline{D} n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} + \underline{B_0} \cdot \underline{D} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0. \quad (\text{II.53})$$

L'équation (II.53) est une équation vectorielle pour $\underline{U}^{(2)}$. λ étant par définition une valeur propre de $\underline{A_0}$, le déterminant des coefficients du système d'équations est alors nul. Il est alors nécessaire de trouver une condition supplémentaire pour pouvoir résoudre pour $\underline{U}^{(2)}$. Cette dernière peut être obtenue en multipliant (II.53) par le vecteur propre gauche \underline{G} de $\underline{A_0}$:

$$\underline{G} \equiv \left[\frac{\lambda^2 - 1 + \alpha - (\beta/\theta)}{\alpha \mu}, \frac{\lambda^2 - 1 + \alpha - (\beta/\theta)}{\lambda \mu}, 1, \frac{(1-\alpha)}{\lambda} \right]. \quad (\text{II.54})$$

On obtient alors l'équation de K.dV valable pour un plasma à deux composantes ioniques avec $T_i \neq 0$:

$$\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \eta} + P n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{1}{2} Q \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (\text{II.55})$$

où

$$P \equiv \frac{\underline{G} \cdot \underline{A_1} \cdot \underline{D}}{\underline{G} \cdot \underline{A_0} \cdot \underline{D}} \quad (\text{II.56})$$

et

$$Q \equiv \frac{2 \underline{G} \cdot \underline{B_0} \cdot \underline{D}}{\underline{G} \cdot \underline{A_0} \cdot \underline{D}}. \quad (\text{II.57})$$

Dans le cas général où T_i est différent de 0, les expressions P et Q ne peuvent être réduites à des expressions analytiques simples. Par contre, dans le cas $T_i = 0$ leurs expressions sont relativement simples.

En effet, lorsque $T_i = 0$, les différentes matrices $\underline{\underline{A}}_0$, $\underline{\underline{A}}_1$, $\underline{\underline{B}}_0$, $\underline{\underline{D}}$, $\underline{\underline{G}}$ se réduisent à :

$$\underline{\underline{A}}_0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & (1-\alpha) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.58})$$

$$\underline{\underline{A}}_1 \equiv \begin{bmatrix} \frac{\mu}{\lambda} & \frac{\mu\alpha}{\lambda^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu}{\lambda} & -\mu & 0 \\ \frac{\mu-1}{\lambda} & \frac{\mu\alpha}{\lambda^2} & \frac{1}{\lambda} & \frac{1-\alpha}{\lambda^2} \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (\text{II.59})$$

$$\underline{\underline{B}}_0 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.60})$$

$$\underline{\underline{D}} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\mu\alpha}{\lambda^2} \\ \frac{\mu}{\lambda} \\ 1 \\ \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (\text{II.61})$$

$$\underline{G} \equiv \left[0, \frac{\alpha}{\lambda}, 1, \frac{1-\alpha}{\lambda} \right] \quad (\text{II.62})$$

La vitesse de phase λ est simplement (cf. équation I.16)

$$\lambda = (1 - \alpha + \alpha \mu^2)^{1/2} \quad (\text{II.63})$$

En introduisant (II.58) à (II.63) dans les expressions (II.55) à (II.57), on obtient alors l'équation de K.dV dans un plasma à deux composantes ioniques avec $T_j = 0$ {20} :

$$\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \eta} + \frac{1}{2} \left[\frac{3(1 - \alpha + \alpha \mu^2)}{(1 - \alpha + \alpha \mu^2)^2} - 1 \right] n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (\text{II.64})$$

Dans la référence {20}, l'équation (II.64) a été dérivée en éliminant successivement les n_j , u_j ($j = 1, 2$), et E . On constate ainsi que la méthode d'élimination {17} et celle de Taniuti et Wei {22} sont complètement équivalentes.

Étudions maintenant les propriétés des solitons qui se propagent dans un plasma à deux composantes ioniques. L'équation (II.55), dont l'équation (II.64) n'est qu'un cas particulier, admet des solutions stationnaires dans un référentiel se mouvant à la vitesse $V = \lambda + \delta M$:

$$n_e^{(1)} = \frac{3 \delta M}{\lambda P} \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{\delta M}{2 \lambda Q} \right)^{1/2} (\alpha - V t) \right] \quad (\text{II.65})$$

L'amplitude δn d'un soliton se propageant à la vitesse $V = \lambda + \delta M$ est égal à $3\delta M/(\lambda P)$. En définissant le nombre de Mach M comme $M = V/\lambda = 1 + (\delta M/\lambda) \equiv 1 + c$, définition qui sera celle adoptée expérimentalement, la relation entre l'amplitude δn du soliton et le nombre de Mach est alors :

$$\delta n = 3(M-1)/P \quad (\text{II.66})$$

Dans le cas particulier $T_i = 0$, P est égal à :

$$P = \frac{1}{2} \left[\frac{3(1-\alpha + \alpha\mu^2)}{(1-\alpha + \alpha\mu)^2} - 1 \right]$$

et (II.66) peut être écrite explicitement

$$\delta n = 6c / \left[\frac{3(1-\alpha + \alpha\mu^2)}{(1-\alpha + \alpha\mu)^2} - 1 \right] \quad (\text{II.67})$$

Pour $\alpha = 0\%$ et 100% , on retrouve la dépendance classique $\delta n = 3c$ des solitons se propageant dans un plasma à une composante ionique (cf. éq. II.23). La variation de la fonction $6/[3(\alpha\mu^2 + 1 - \alpha)/(1 - \alpha + \alpha\mu)^2 - 1]$ est reportée sur la figure (II.1) pour $\mu = 10$ et 40 . La courbe présente un minimum très remarquable pour $\alpha = 5\%$, minimum dont la valeur est d'autant plus faible que le rapport des masses est plus important {20}. Physiquement, on peut dire qu'un soliton d'amplitude δn donné se propage à une vitesse M plus élevée dans un plasma contenant deux espèces d'ions que dans un plasma pur. Une température ionique non nulle influence également la relation entre l'amplitude du soliton et son nombre de Mach. Pour $\theta = 9$, on observe sur la figure (II.2) que pour $\alpha = 100\%$, δn n'est pas égale à $3c$, mais à $2.5c$. En présence d'ions d'Ar dans un plasma d'He la valeur de $3/P$ diminue comme dans le cas $T_i = 0$. Sur la figure (II.2) nous n'avons pas reporté les valeurs de la fonction $3/P$ pour $\alpha < 50\%$: en effet, pour de telles valeurs de α , le modèle fluide n'est plus valable (cf. chapitre I, paragraphe 2).

En résumé, nous avons dérivé à partir des équations fluides une équation de K.dV décrivant l'évolution des perturbations non linéaires se propageant dans un plasma à deux composantes ioniques. Nous en avons déduit la relation entre le nombre de Mach et l'amplitude du soliton lorsque α varie.

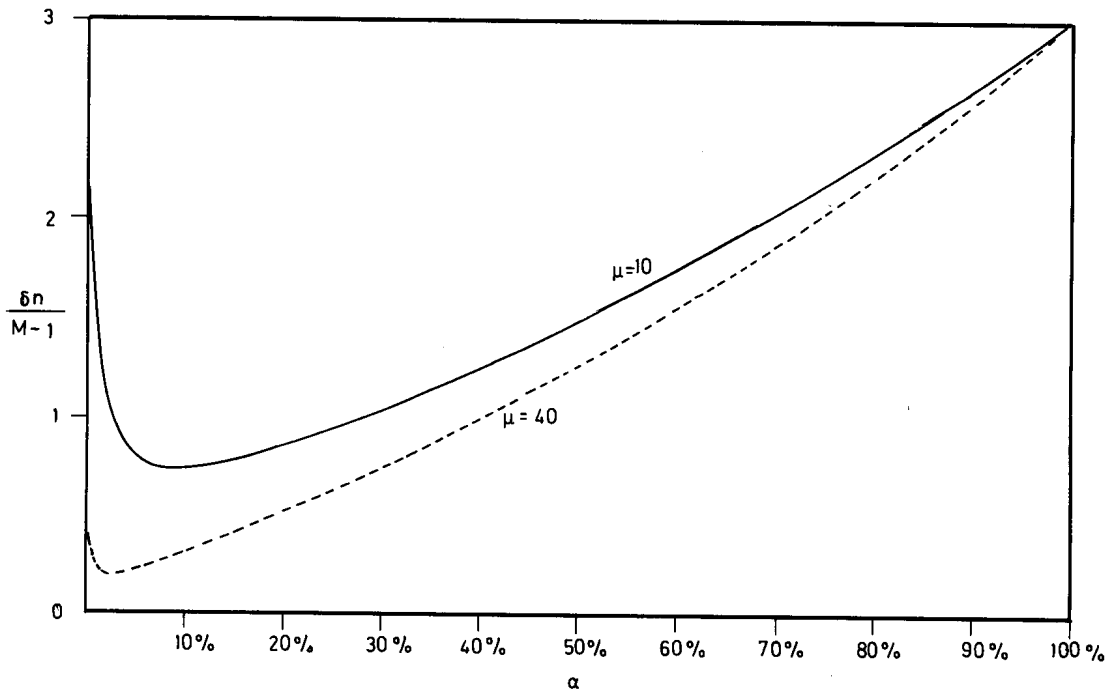


Figure II.1

Variation de $\delta n/(M-1)$ en fonction de la concentration α selon l'équation de K.dV. Les ions sont froids ($T_i = 0$). δn est l'amplitude du soliton et M son nombre de Mach. Le rapport de masse $\mu = 10$ correspond à un plasma d'Ar-He et $\mu = 40$ à un plasma d'Ar-H.

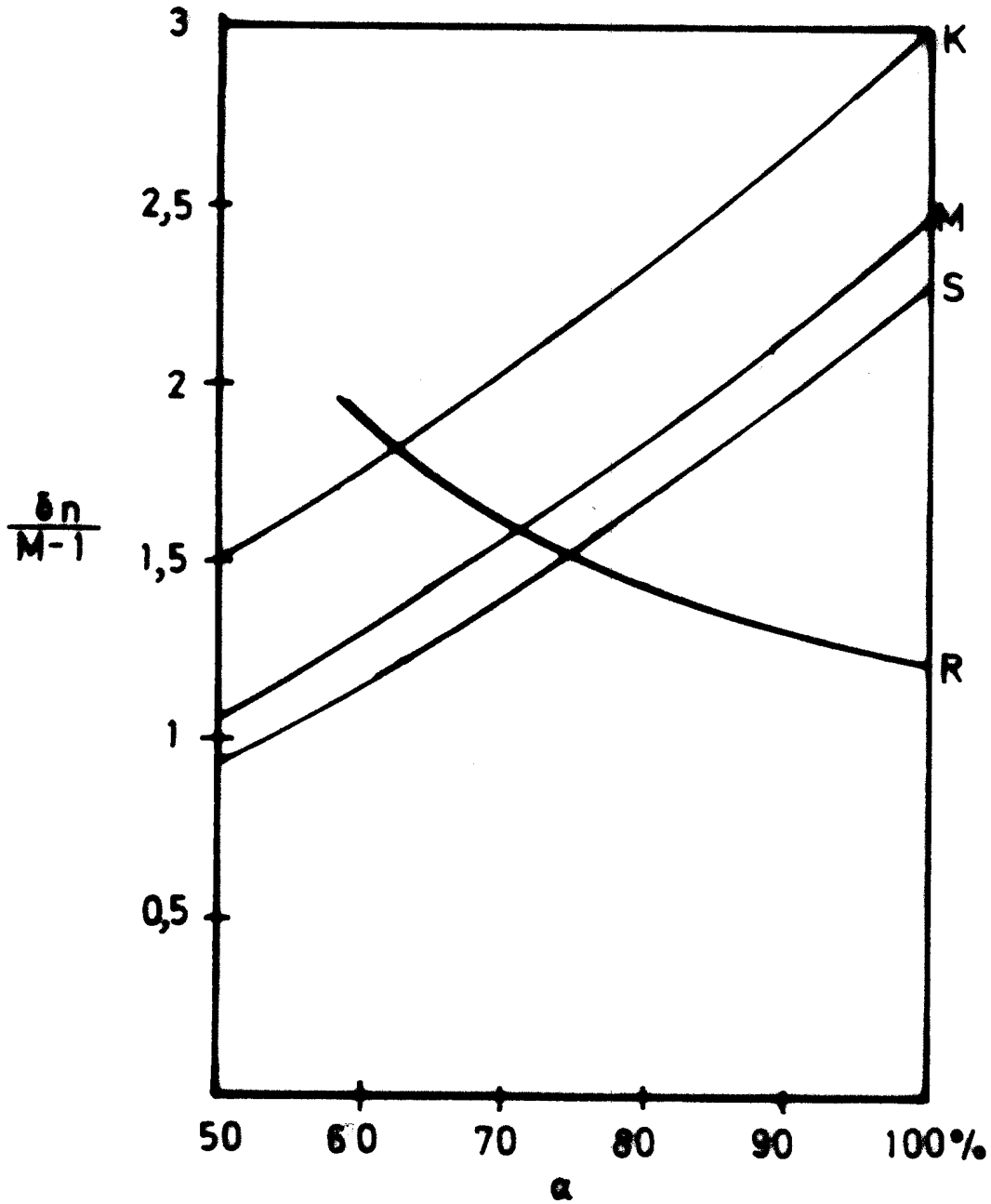


Figure II.1

Variation de $\delta n/(M-1)$ en fonction de la concentration α . La courbe K a été déduite de l'équation de K.dV avec $T_i = 0$, M de l'équation de K.dV avec $T_e/T_i = 9$, S du modèle de Sakanaka ($T_e/T_i = 9$) et R du modèle cinétique ($T_e/T_i = 9$). δn est l'amplitude du soliton et M son nombre de Mach. Le plasma considéré est un plasma d'Ar-He.

1.C Le modèle de Sakanaka appliqué à un plasma à deux composantes ioniques

L'étude des équations fluides non linéaires (II.34) à (II.37) peut se faire de deux manières. La première consiste à développer les diverses quantités physiques en série de puissances et à chercher une équation d'évolution non linéaire pour des perturbations d'amplitude finie mais faible : cette approche nous a permis de dériver l'équation de K.dV (II.55). La deuxième approche recherche les solutions stationnaires des équations fluides, sans faire aucune hypothèse sur l'amplitude des perturbations [12,16,23]. Nous exposerons dans ce paragraphe les résultats d'un tel modèle [16].

Les équations de base sont les équations fluides (II.34) à (II.37). Cherchons alors les solutions qui sont stationnaires dans un référentiel $z = x - Vt$. A partir des équations (II.34) et (II.35) on trouve l'expression suivante pour la densité ionique n_j en fonction du potentiel Φ .

$$n_j = (\alpha_j^2 \theta / 6 \mu_j)^{1/2} \left\{ V^2 + (3 \mu_j / \theta) - 2 \mu_j \Phi - \left[(V^2 + (3 \mu_j / \theta) - 2 \mu_j \Phi)^2 - 12 V^2 \mu_j / \theta \right]^{1/2} \right\}^{1/2}. \quad (\text{II.68})$$

L'équation de Poisson (II.37) se ramène à :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \exp(\Phi) - \sum_{\substack{j: \text{He} \\ \text{Ar}}} n_j = - \frac{d\tilde{U}}{d\Phi} \quad (\text{II.69})$$

$\tilde{U}(\Phi)$ est défini par :

$$\tilde{U}(\Phi) \equiv 1 - \exp(\Phi) + \sum_{\substack{j: \text{He} \\ \text{Ar}}} \int_0^{\Phi} n_j(\psi) d\psi. \quad (\text{II.70})$$

L'équation (II.69) est analogue à l'équation du mouvement d'une particule dont la position est décrite par la variable Φ et qui se trouve dans le potentiel $\tilde{U}(\Phi)$. Pour cette raison nous appellerons la fonction $\tilde{U}(\Phi)$ le pseudo-potential. Notons que $\Phi(\infty) = 0$ et que $\tilde{U}(0) = 0$.

Dès lors l'équation (II.69) n'admettra des solutions stationnaires que si $\tilde{U}(\Phi) < 0$. L'amplitude maximale Φ_{\max} de la perturbation est alors donnée par l'équation :

$$\tilde{U}(\Phi_{\max}) = 0 .$$

Cette équation fournit la relation cherchée entre l'amplitude de l'onde stationnaire et sa vitesse de propagation. Nous avons calculé, pour différentes valeurs de α , Φ_{\max} comme fonction de la vitesse V du référentiel mobile pour un rapport de température θ de 9. La relation obtenue est linéaire pour une perturbation inférieure à 20%. En définissant le nombre de Mach M comme le rapport de V à la vitesse de phase λ de l'onde linéaire nous avons reporté sur la figure (II.2) la constante de proportionnalité entre l'amplitude du soliton et $(M-1)$. L'allure générale de la courbe est identique à celle obtenue à partir de l'équation de K.dV : pour un nombre de Mach donné, l'amplitude du soliton est plus faible dans un plasma contenant de l'He et de l'Ar que dans un plasma à une composante.

2. Description cinétique d'une perturbation stationnaire dans un plasma d'Ar - He

Le modèle présenté dans ce paragraphe diffère de ceux présentés auparavant par deux points. Le premier point concerne l'équation d'état des électrons. Jusqu'à maintenant nous avons considéré les électrons comme isothermes. Toutefois, les simulations numériques de Forslund et Shonk {24} sur des ondes de chocs acoustiques et les expériences de Wong et collaborateurs {25} et de Tran et Means {26} sur des ondes acoustiques de grande amplitude et des solitons ont montré que les électrons de faible énergie étaient piégés dans le puits de potentiel de la perturbation. Il est donc logique d'introduire une équation d'état qui décrive ce piégeage {24}. Le deuxième point touche à la description des ions : au lieu d'une théorie fluide nous adopterons un modèle cinétique. Ceci nous permettra de décrire d'une manière correcte la population des ions dont l'énergie cinétique n'est pas suffisante pour franchir la barrière de potentiel de la perturbation.

En utilisant un tel modèle, Moiseev et Sagdeev {27} ont montré que les structures non linéaires stationnaires sont des chocs non collisionnels et non des solitons. En effet, il convient maintenant de distinguer amont et aval de la perturbation : en aval du choc, il existe une population d'ions qui ont été réfléchis par le potentiel, cette population n'existant pas en amont. En reprenant l'analogie entre l'équation de Poisson et le mouvement d'une particule dans un pseudo-potentiel $\tilde{U}(\Phi)$, l'aval et l'amont du choc sont décrits par deux pseudo-potentiels $\tilde{U}_I(\Phi)$ et $\tilde{U}_{II}(\Phi)$, satisfaisant à la condition de continuité $\tilde{U}_I(\Phi_M) = \tilde{U}_{II}(\Phi_M)$. Pour une perturbation de vitesse donnée V , son amplitude maximale est alors donnée par le premier zéro non nul de $\tilde{U}(\Phi)$. Comme nous ne nous intéressons qu'à la relation $V = V(\Phi_{\max})$ et non à la structure de la perturbation, il suffit de considérer le pseudo-potentiel en aval. Le formalisme utilisé a été décrit par White et collaborateurs {12}. Il a été étendu pour tenir compte des propriétés cinétiques des deux espèces d'ions et du piégeage des électrons dans le potentiel de la perturbation.

Les équations de base sont :

- l'équation de Vlasov pour les deux espèces d'ions

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + v \frac{\partial f_j}{\partial x} - \mu_j \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial v} = 0 \quad \begin{array}{l} j=1,2 \\ = He, Ar \end{array} \quad (\text{II.71})$$

- l'équation d'état des électrons qui tient compte du piégeage dans le puits de potentiel de la perturbation {24}

$$n_e = \left[(4\Phi/\pi)^{1/2} + \exp(\Phi) \operatorname{erfc}(\Phi^{1/2}) \right] n \quad (\text{II.72})$$

- l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = n_e - \sum_{\substack{j=He \\ Ar}} \alpha_j \int f_j dv \quad (\text{II.73})$$

Dans les équations précédentes, les vitesses ont été normalisées à $(T_e/M_{Ar})^{1/2}$, les distances à $\lambda_{De} \equiv (\epsilon_0 T_e / n_0 e^2)^{1/2}$, le temps à $(\epsilon_0 M_{Ar} / n_0 e^2)^{1/2}$ et le potentiel électrique à T_e/e . α_j et μ_j sont définis par les équations (II.38). Nous allons rechercher les solutions du système (II.71) à (II.73) qui sont stationnaires dans le référentiel $z = (x-Vt)$. L'énergie totale d'une particule étant une constante du mouvement, une solution de l'équation de Vlasov (II.71) est obtenue en écrivant que f est une fonction de l'énergie E :

$$f_j(v, z) = \bar{F}_j(E). \quad (II.74)$$

Nous supposons d'autre part que les perturbations se propagent à partir des valeurs positives de z vers les valeurs négatives de z de sorte que, en $z = -\infty$, l'énergie E est strictement donnée par l'énergie cinétique :

$$f_j(v, z: -\infty) = \bar{F}_j(v) \quad v > 0. \quad (II.75)$$

Pour les particules réfléchies, nous supposons :

$$F_j(v) = \bar{F}_j(-v) \quad v < 0. \quad (II.76)$$

Dans le référentiel $z = x-Vt$, F_j s'écrit

$$F_j(v) = A_j \left(\frac{M_j}{2\pi T_j} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{\theta (v-V)^2}{2\mu_j} \right] \quad (II.77)$$

la constante de normalisation A_j étant défini par

$$\int_0^{\infty} \bar{F}_j dv = 1$$

soit

$$A_j = 2 / \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left[V / \left(2\mu_j / \theta \right)^{1/2} \right] \right\}. \quad (II.78)$$

Toutefois en $z = -\infty$, la densité ionique comprend les ions de vitesse positive, et ceux réfléchis par la barrière de potentiel du choc. La vitesse de ces derniers est comprise dans l'intervalle $\{v_{Mj}, 0\}$ où $v_{Mj} = (2 \Phi_M \mu_j)^{1/2}$. Leur densité est alors :

$$n_{\lambda j} = \alpha_j \int_{-v_{Mj}}^0 F_j(v) dv$$

$$= \alpha_j A_j \left\{ \text{erf} \left[\frac{V}{(2 \mu_j / \theta)^{1/2}} \right] - \text{erf} \left[\frac{V}{(2 \mu_j / \theta)^{1/2}} - (\Phi_M \theta)^{1/2} \right] \right\} / 2. \quad (\text{II.79})$$

En un point z quelconque la densité est également formée par deux contributions

- celle due aux ions incidents ($v > 0$) qui ont surmonté la barrière de potentiel $\Phi(z)$:
- celle due aux ions réfléchis ($v < 0$) par la barrière de potentiel. Leur vitesse est comprise entre $[-(2(\Phi_M - \Phi)\mu_j)^{1/2}, 0]$.

La densité ionique au point z est donc :

$$n_j(z) = \alpha_j \int_0^{\infty} f_j(v, z) dv + \alpha_j \int_{-[(2(\Phi_M - \Phi)\mu_j)^{1/2}]^0} f_j(v, z) dv \quad (\text{II.80})$$

En utilisant les équations (II.74) à (II.76) on trouve alors

$$n_j(z) = \alpha_j \int_{x_j}^{\infty} dv v (v^2 - x_j^2)^{-1/2} F_j(v)$$

$$+ \alpha_j \int_{x_j}^{x_{Mj}} dv v (v^2 - x_j^2)^{-1/2} F_j(v) \quad (\text{II.81})$$

où nous avons défini

$$x_j \equiv (2 \Phi \mu_j)^{1/2}$$

$$x_{Mj} \equiv (2 \Phi_M \mu_j)^{1/2} \quad (\text{II.82})$$

En remplaçant $F(v)$ par son expression on obtient alors :

$$n_j(z) = - \frac{\alpha_j A_j}{\mu_j (2\pi \mu_j / \theta)^{1/2}} \frac{d}{d\Phi} \left\{ \int_{x_j}^{x_{Mj}} d\sigma W(\sigma, x_j) + \int_{x_j}^{\infty} d\sigma W(\sigma, x_j) \right\} \quad (\text{II.83})$$

avec la définition suivante de $W(v, x_j)$:

$$W(x_j, v) = v (v^2 - x_j^2)^{-1/2} \exp \left[- \frac{(v - V)^2 \theta}{2 \mu_j} \right]. \quad (\text{II.84})$$

Considérons maintenant l'équation d'état des électrons (II.72). En $z = -\infty$, nous devons assurer la neutralité du plasma. Donc

$$n = 1 + \sum_j n_{\lambda j}$$

soit

$$\begin{aligned} n_e &= \left(1 + \sum_j n_{\lambda j} \right) \left[\left(4\Phi/\pi \right)^{1/2} + \exp(\Phi) \operatorname{erfc}(\Phi^{1/2}) \right] \\ &= \frac{d}{d\Phi} \left\{ \left[1 + \sum_j n_{\lambda j} \right] \left[\left(4\Phi/\pi \right)^{1/2} + \exp(\Phi) \operatorname{erfc}(\Phi^{1/2}) + 4\Phi^{3/2}/(9\pi^{1/2}) \right] \right\} \quad (\text{II.85}) \\ &= \left(1 + \sum_j n_{\lambda j} \right) \frac{d}{d\Phi} G(\Phi). \end{aligned}$$

Les expressions (II.83) et (II.85) nous permettent de récrire l'équation de Poisson (II.73) sous la forme

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} = \left(1 + \sum_j n_{\lambda j} \right) \frac{d}{d\Phi} G(\Phi) + \sum_j \frac{\alpha_j A_j}{\mu_j (2\pi \mu_j / \theta)^{1/2}} \frac{d}{d\Phi} \left[\int_{x_j}^{x_{Mj}} d\sigma W(\sigma, x_j) + \int_{x_j}^{\infty} d\sigma W(\sigma, x_j) \right]. \quad (\text{II.86})$$

Le pseudo-potentiel $\tilde{U}(\Phi)$ est donc égal à

$$\begin{aligned}
 -\tilde{U}(\Phi) = & \left(1 + \sum_j n_{j,j} \right) \left(G(\Phi) - G(0) \right) + \sum_j \frac{\alpha_j A_j}{\mu_j (2\pi \mu_j / \theta)^{1/2}} \\
 & \left(\int_{x_j}^{x_{Mj}} d\sigma W(\sigma, x_j) + \int_{x_j}^{\infty} d\sigma W(\sigma, x_j) \right. \\
 & \left. - \int_0^{x_{Mj}} d\sigma W(\sigma, 0) - \int_0^{\infty} d\sigma W(\sigma, 0) \right). \quad (\text{II.87})
 \end{aligned}$$

A la différence des modèles fluides, le pseudo-potentiel $\tilde{U}(\Phi)$ dépend d'une manière self consistante de Φ_M , amplitude maximale du choc. Φ_M est le zéro non nul de $\tilde{U}(\Phi)$ avec la condition $\tilde{U}(\Phi < \Phi_M) < 0$.

Pour un V donné, nous avons calculé la valeur maximale Φ_M de l'amplitude du choc. Ce calcul a été fait pour les différentes concentrations α d'ions légers, où nous avons observé des solitons. Pour permettre une comparaison directe avec l'expérience, nous avons défini le nombre de Mach comme étant le rapport de V à la vitesse de propagation d'une perturbation de faible amplitude ($\delta n/n_0 < .5\%$) donnée par le modèle.

On note sur la figure (II.2) que le nombre de Mach d'un soliton d'amplitude δn donné diminue légèrement lorsque on introduit de l'Ar dans un plasma d'He. Ce comportement est nettement différent de celui prédit par le modèle fluide. Une dépendance analogue a été également observée par Means et collaborateurs [28]. En utilisant un modèle similaire à celui présenté, on peut montrer que, dans un plasma à une composante, le coefficient $\frac{\delta n}{(M-1)}$ croît, lorsque T_e/T_i diminue. Dans les deux cas (c'est-à-dire lorsque α ou T_e/T_i diminue), cette variation peut être reliée à une augmentation des ions réfléchis. Dans un plasma à deux composantes, le nombre d'ions réfléchis augmente, car la vitesse de phase (ω/k) baisse à cause de la masse effective $M_{\text{eff}} = M_{\text{Ar}}/(1-\alpha+\mu)$, tandis que dans un plasma à une composante il augmente car (ω/k) se rapproche de la vitesse thermique des ions lorsque T_e/T_i diminue.

III MODELE D'EXCITATION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE LINEAIRE PAR LE MECANISME
DU DOUBLE PLASMA

Le formalisme de Landau fréquemment utilisé pour la dérivation des relations de dispersion des ondes dans un plasma décrit le phénomène physique suivant. Une perturbation de vecteur d'onde k_0 donné est appliquée à un plasma infini au temps $t = 0$. La transformée de Laplace nous permet alors de suivre l'évolution de cette perturbation initiale. Les modes normaux du plasma sont ceux qui persistent longtemps après que les effets transitoires ont disparu. Ils sont décrits par les racines de $\epsilon(\omega, k)$ qui n'ont qu'une faible partie imaginaire.

La situation expérimentale est différente. Une onde est excitée en une position x_0 donnée avec une fréquence réelle ω_0 donnée. On détecte la variation spatiale de cette perturbation : on mesure ainsi un vecteur d'onde complexe $k = k_r + ik_i$ correspondant à la fréquence réelle d'excitation ω_0 . Pour de faibles amortissements, les relations entre ω_r , ω_i et k_r et k_i sont simples :

$$\omega_r / k_0 = \omega_0 / k_r$$

$$\frac{\omega_i}{\omega_r} = - \frac{k_i}{k_r} \left(\frac{\partial \omega}{\partial k} \right) \left(\frac{\omega_r}{k_r} \right)^{-1}$$

L'amplitude de l'onde excitée dépend quant à elle du mécanisme d'excitation. La connaissance de cette amplitude est importante lorsque plusieurs modes normaux peuvent être excités : la figure d'interférence obtenue dépendra fortement des amplitudes relatives des modes.

Nous décrivons dans ce chapitre un modèle de l'excitation des ondes acoustiques linéaires par le mécanisme du Double Plasma (D.P.). C'est ce type d'excitation que nous avons utilisé expérimentalement dans l'étude des ondes acoustiques. Pour des raisons didactiques, nous commencerons par exposer le modèle dans le cas d'un plasma à une composante (paragraphe I) avant de l'appliquer au cas d'un plasma d'Ar-He.

1) Modèle de l'excitation des ondes acoustiques par le mécanisme du Double Plasma dans un plasma à une composante ionique {29}

1.A Image physique de l'excitation par le mécanisme du D.P.

Une machine du type D.P. {30} consiste en deux plasmas, le plasma source et le plasma cible, dont les potentiels électriques sont maintenus indépendants l'un de l'autre grâce à une grille fine, transparente et polarisée négativement. Le rôle de cette grille est, en effet, de repousser les électrons du plasma qui autrement courtcircuiteraient toute différence de potentiel entre les deux plasmas.

Le mouvement des ions est au contraire fortement affecté par cette différence de potentiel. Supposons que le potentiel du plasma source soit plus élevé que celui du plasma cible. La densité ionique autour de la grille augmente dans le plasma cible provoquant ainsi une perturbation. Cette perturbation de densité provoque à son tour un changement dans le potentiel qui donnera naissance, grâce à l'équation de Poisson, à une perturbation de densité électronique {31}. On obtient ainsi une perturbation ionique acoustique qui se propagera à partir de la grille médiane.

Cette brève description du mécanisme du D.P. nous montre que la source de l'excitation est une modification des orbites ioniques lorsqu'il existe une différence de potentiel entre les deux plasmas.

1.B La perturbation de la fonction de distribution ionique

Le D.P. est traité comme deux plasmas situés dans les espaces $x > 0$ et $x < 0$ respectivement. Dans le plan $x = 0$ se trouve une grille polarisée négativement et transparente aux ions. Si le potentiel S entre les deux plasmas diffère, les ions qui traversent la grille sont accélérés ou ralenti-

tis tandis que d'autres sont piégés (Fig. III.1). Nous supposons que S ait la dépendance suivante :

$$S(t) = S_0 \sin \omega_0 t. \quad (\text{III.1})$$

L'échelle de variation du potentiel autour de la grille est de l'ordre de la longueur de Debye λ_{De} . Par conséquent, le temps de transit d'un ion à travers ce potentiel est de l'ordre de ω_{pi}^{-1} . Comme λ_{De} et ω_{pi}^{-1} sont bien plus petits que la longueur d'onde δ et la période de l'onde acoustique, on peut supposer que les ions demeurent dans le potentiel $p(x)$ imposé (Figure III.1). $p(x)$ est en principe déterminé si on connaît la différence du potentiel entre les deux plasmas et la tension appliquée sur la grille médiane.

Toutefois comme nous ne nous intéressons qu'aux phénomènes qui ont lieu hors de la couche limite autour de la grille, une connaissance précise de $p(x)$ n'est pas nécessaire. Nous supposons arbitrairement que $p(x) = 0$ pour $\lambda_{De} \ll x \ll \delta$ et $p(x) = S(t)$ pour $-\delta \ll x \ll \lambda_{De}$.

Soient $f^+(v)$ et $f^-(v)$ les fonctions de distribution ionique à droite et à gauche de la grille pour des distances x satisfaisant aux inégalités $\lambda_{De} \ll |x| \ll \delta$. Comme $f(x,v)$ est constante sur une orbite, il est possible d'obtenir une formule connectant $f^+(v)$ et $f^-(v)$. En prenant comme fonction de distribution non perturbée une maxwellienne :

$$f_0(v) = \left(\frac{M_i}{2\pi T_i} \right)^{1/2} \exp \left(- \frac{M_i v^2}{2T_i} \right) \quad (\text{III.2})$$

on obtient:

$$f^+(v) - f^-(v) = \begin{cases} \left\{ \exp \left[\frac{e S(t)}{T_i} \right] - 1 \right\} f_0(v) & v > M_{ax}(0, v_s) \\ \left\{ -\exp \left[- \frac{e S(t)}{T_i} \right] + 1 \right\} f_0(v) & v < M_{in}(0, v_s) \end{cases} \quad (\text{III.3.})$$

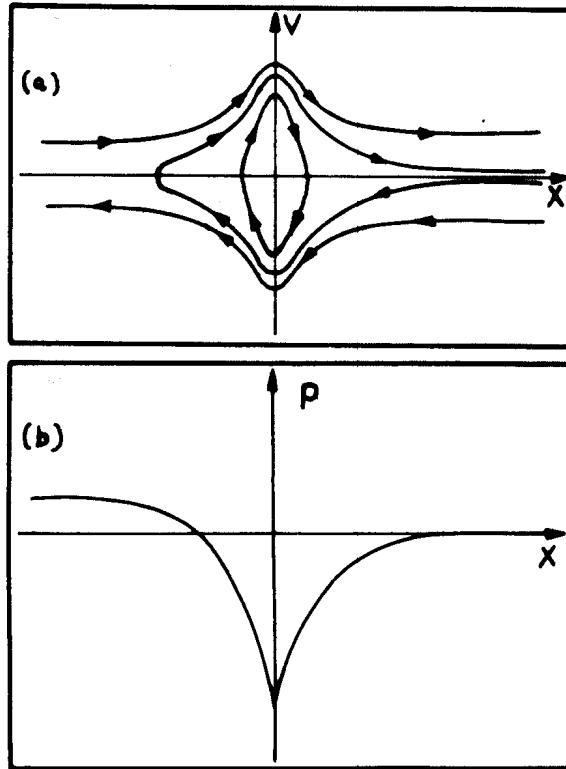


Figure III.1

- a) Orbites des ions autour de la grille médiane du D.P.
- b) Potentiel électrique $p(x)$ autour de la grille médiane du D.P.

La vitesse v_s est définie par :

$$v_s = \text{sgn}(S(t)) \left(2e|S|/M_i \right)^{1/2}. \quad (\text{III.4})$$

La formule (III.3) peut s'écrire :

$$f^+ - f^- = \begin{cases} f_0(\omega) h(t) g(\omega, t) & v > 0 \\ -f_0(\omega) h(-t) g(-v, t) & v < 0 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

en introduisant les fonctions

$$h(t) = \exp \left[e S(t)/T_i \right] - 1 \quad (\text{III.6})$$

et

$$g(v, t) = \begin{cases} 1 & v < \text{Max}(0, v_s) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

1.C L'excitation des ondes acoustiques

L'équation (III.5) décrit la perturbation de la fonction de distribution à l'origine $x = 0$. En effet, nous l'avons dérivée en considérant que les ions sont à une distance x qui est beaucoup plus petite que les longueurs d'ondes δ des ondes acoustiques.

L'équation(III.5) décrit la discontinuité de la fonction de distribution ionique $x = 0$. Soient $F^+(x,v)$ et $F^-(x,v)$ la fonction de distribution ionique dans les demi-espaces $x > 0$ et $x < 0$ respectivement. F^+ et F^- satisfont à l'équation de Vlasov dans leur demi espace respectif, mais non en $x = 0$. La fonction de distribution ionique $f(x,v)$ valable dans l'espace entier peut alors s'écrire à l'aide de la fonction saut-unité $H(x)$:

$$f(x,v) = F^+(x,v) H(x) + F^-(x,v) [1 - H(x)] \quad (\text{III.8})$$

$f(x,v)$ satisfait alors l'équation de Vlasov :

$$\begin{aligned} \frac{Df}{Dt} &= \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{e}{M_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v} = v [F^+(x=0,v) - F^-(x=0,v)] \delta(x) \\ &= v [f^+(v) - f^-(v)] \delta(x) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

où

$$f^\pm(v) = F^\pm(x=0,v) = f(x = \pm 0, v) . \quad (\text{III.10})$$

En substituant l'expression (III.5) dans (III.9) on obtient :

$$\frac{Df}{Dt} = \delta(x) \int_0^\infty f_0(v) \begin{cases} v g(v,t) R(t) & v > 0 \\ -v g(-v,-t) R(-t) & v < 0 \end{cases} . \quad (\text{III.11})$$

Le membre de droite de l'équation (III.11) décrit alors le terme de source caractéristique de l'excitation des ondes acoustiques par le mécanisme du double plasma.

L'équation (III.11) est complétée par l'équation d'état pour les électrons:

$$n_e = n_0 \exp(e \varphi / T_e) \quad (\text{III.12})$$

et l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = e \left(n_e - n_0 \int_{-\infty}^{\infty} f(v) dv \right) . \quad (\text{III.13})$$

Nous représentons toutes les quantités par leurs composantes de Fourier :

$$\varphi(x, t) = \sum_{\nu} \frac{1}{2\pi} \int dk \tilde{\varphi}_{\nu}(k) \exp(ikx - i\nu\omega_0 t) \quad (\text{III.14})$$

$$h(t) g(v, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\nu} \tilde{\Psi}_{\nu}(v) \exp(-i\nu\omega_0 t) . \quad (\text{III.15})$$

$\tilde{\Psi}_{\nu}$ est obtenu par la convolution:

$$\tilde{\Psi}_{\nu} = \sum_{\beta} \tilde{h}_{\nu-\beta} \tilde{g}_{\beta} \quad (\text{III.16})$$

\tilde{h}_{ν} étant défini par :

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\nu} \tilde{h}_{\nu} \exp(-i\nu\omega_0 t)$$

$$\begin{cases} \tilde{h}_0 = I_0(e S_0 / T_i) - 1 \\ \tilde{h}_{\nu} = i^{\nu} I_{\nu}(e S_0 / T_i) \quad \nu \neq 0 \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

où I_n désigne la fonction de Bessel modifiée.

Quant aux coefficients $\tilde{g}_{\nu}(v)$, ils sont calculés directement à partir de :

$$\tilde{g}_{\nu}(v) = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega_0}}^{\frac{\pi}{\omega_0}} \exp(i\nu\omega_0 t) g(v, t) dt .$$

On trouve alors :

$$\tilde{g}_0(v) = \begin{cases} 1/2 + \vartheta/\pi & |v| < (2eS_0/M_i)^{1/2} \\ 1 & |v| > (2eS_0/M_i)^{1/2} \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

$$\tilde{g}_v(v) = \begin{cases} -i \left[\exp(i\nu\vartheta) - (-1)^\nu \exp(-i\nu\vartheta) \right] / (2\pi\nu) & |v| < 2eS_0/M_i^{1/2} \\ 0 & |v| > (2eS_0/M_i)^{1/2} \end{cases}$$

où ϑ est la détermination principale de $\text{Arcsin}(M_i v^2 / 2eS_0)$:

$$\frac{-\pi}{2} \leq \vartheta(v) \equiv \text{Arcsin}(M_i v^2 / 2eS_0) \leq \frac{\pi}{2}$$

Les équations (III.11), (III.12) et (III.13), après linéarisation, peuvent alors être résolues en utilisant la méthode usuelle de la transformée de Fourier dans l'espace et de Laplace dans le temps. Après quelques calculs immédiats on obtient l'expression suivante :

$$\tilde{\varphi}_v(k) = \tilde{\rho}_v(k) \left[\epsilon(\nu\omega_0, k) \right]^{-1}$$

de la composante $\tilde{\varphi}_v(k, t)$ du potentiel $\tilde{\varphi}(k, t)$, correspondante à la fréquence $\nu\omega_0$.

Dans cette équation, $\epsilon(\omega_0, k)$ est la fonction diélectrique :

$$\epsilon(\omega_0, k) = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{1}{2k^2 \lambda_{Di}^2} Z'(y/\sqrt{2}) \quad (\text{III.19})$$

et $\tilde{\rho}_v$, la densité de charge due au terme de source de l'équation (III.9):

$$\tilde{\rho}_v(k) = -\frac{i}{\sqrt{2\pi}} \frac{n_0 e}{k} \int_0^\infty \left[\frac{\tilde{\Psi}_v(s)}{s - \nu y} - \frac{\tilde{\Psi}^*(s)}{s + \nu y} \right] s \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds \quad (\text{III.20})$$

où nous avons introduit :

$$y = \frac{\omega_0}{k} \sqrt{\frac{M_i}{T_i}} \quad (III.21)$$

$$s = v \sqrt{\frac{M_i}{T_i}}$$

ainsi que :

$$\varphi(s) = A_2 c \sin \left[s^2 / (2e S_0 / T_i) \right] . \quad (III.22)$$

$\tilde{f}_\nu(k)$ peut être explicitée en utilisant l'équation (III.16) :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_\nu(k) = & - \frac{i n_0 e}{k \sqrt{2\pi}} \sum_j \tilde{h}_{\nu-j} \int_0^\infty \frac{\tilde{g}_j(s) s \exp(-s^2/2)}{s - \nu y} ds \\ & - \tilde{h}_{\nu-j}^* \int_0^\infty \frac{\tilde{g}_j^*(s) s \exp(-s^2/2)}{s + \nu y} ds . \end{aligned} \quad (III.23)$$

En tenant compte des définitions (III.18) de $\tilde{g}_j(s)$, on peut spécifier les bornes d'intégration dans l'expression de $\tilde{f}_\nu(k)$:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_\nu(k) = & - \frac{i n_0 e}{k \sqrt{2\pi}} \left[\tilde{h}_\nu \int_0^\infty ds \frac{s \exp(-s^2/2)}{s - \nu y} - \tilde{h}_\nu^* \int_0^\infty ds \frac{s \exp(-s^2/2)}{s + \nu y} \right. \\ & - \tilde{h}_\nu \int_0^{(2e S_0 / T_i)^{1/2}} ds \frac{[1 - \tilde{g}_0(s)] s \exp(-s^2/2)}{s - \nu y} + \tilde{h}_\nu^* \int_0^{(2e S_0 / T_i)^{1/2}} ds \frac{[1 - \tilde{g}_0^*(s)] s \exp(-s^2/2)}{s + \nu y} \\ & + \sum_{j \neq 0} \tilde{h}_{\nu-j} \int_0^{(2e S_0 / T_i)^{1/2}} ds \frac{\tilde{g}_j(s) s \exp(-s^2/2)}{s - \nu y} \\ & \left. - \tilde{h}_{\nu-j}^* \int_0^{(2e S_0 / T_i)^{1/2}} ds \frac{\tilde{g}_j^*(s) s \exp(-s^2/2)}{s + \nu y} \right] . \end{aligned} \quad (III.24)$$

La forme de l'onde à la fréquence $\nu \omega_0$ est donc donnée par

$$\varphi_\nu(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{\tilde{f}_\nu(k)}{k^2 \in (\nu \omega_0, k)} \exp(ikx) . \quad (III.25)$$

Avant de poursuivre les calculs, il convient de discuter les contours d'intégration des différentes intégrales intervenant dans $\tilde{f}_p(k)$ et $\epsilon(\omega_0, k)$. Ces intégrales sont des intégrales de Cauchy

$$I = \int_a^b \frac{G(s)}{s - (\omega_0/k)} ds \quad (\text{III.26})$$

où le chemin d'intégration L passe originellement selon l'axe réel et les deux bornes a et b peuvent être rejetés à l'infini. Sur l'axe réel G(s) est nul hors de l'intervalle (a,b). La fréquence ω , qui a été introduite lors de l'application de la transformée de Laplace aux équations (III.11) à (III.13) possède une partie imaginaire positive. Par conséquent, le chemin d'intégration L passe au dessous du pôle (ω_0/k) pour $k > 0$ et au dessus du pôle (ω_0/k) pour $k < 0$ (Fig. III.2). Il convient donc de définir :

$$I = \begin{cases} I^+(k) & k > 0 \\ I^-(k) & k < 0 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Définissons la continuation analytique de $I^+(k)$ lorsque le pôle (ω_0/k) a une partie imaginaire négative. La continuation analytique se fait en déformant le contour L selon le chemin indiqué sur la figure (III.2.b) et (III.2.c), lorsque le pôle (ω_0/k) possède une partie réelle comprise entre (a,b). Si $\text{Re}(\omega_0/k)$ n'appartient pas à (a,b), l'intégrale I est continue lorsque $\text{Im}(\omega_0/k)$ passe d'une valeur positive à une valeur négative : dans ce cas on peut toujours prendre le contour L sur l'axe réel. La continuation analytique de $I^-(k)$ pour les valeurs (ω_0/k) telles que $\text{Im}(\omega_0/k) > 0$ se fait également par déformation du contour L selon la figure (III.2.e) et (III.2.f) lorsque $\text{Re}(\omega_0/k)$ appartient à (a,b).

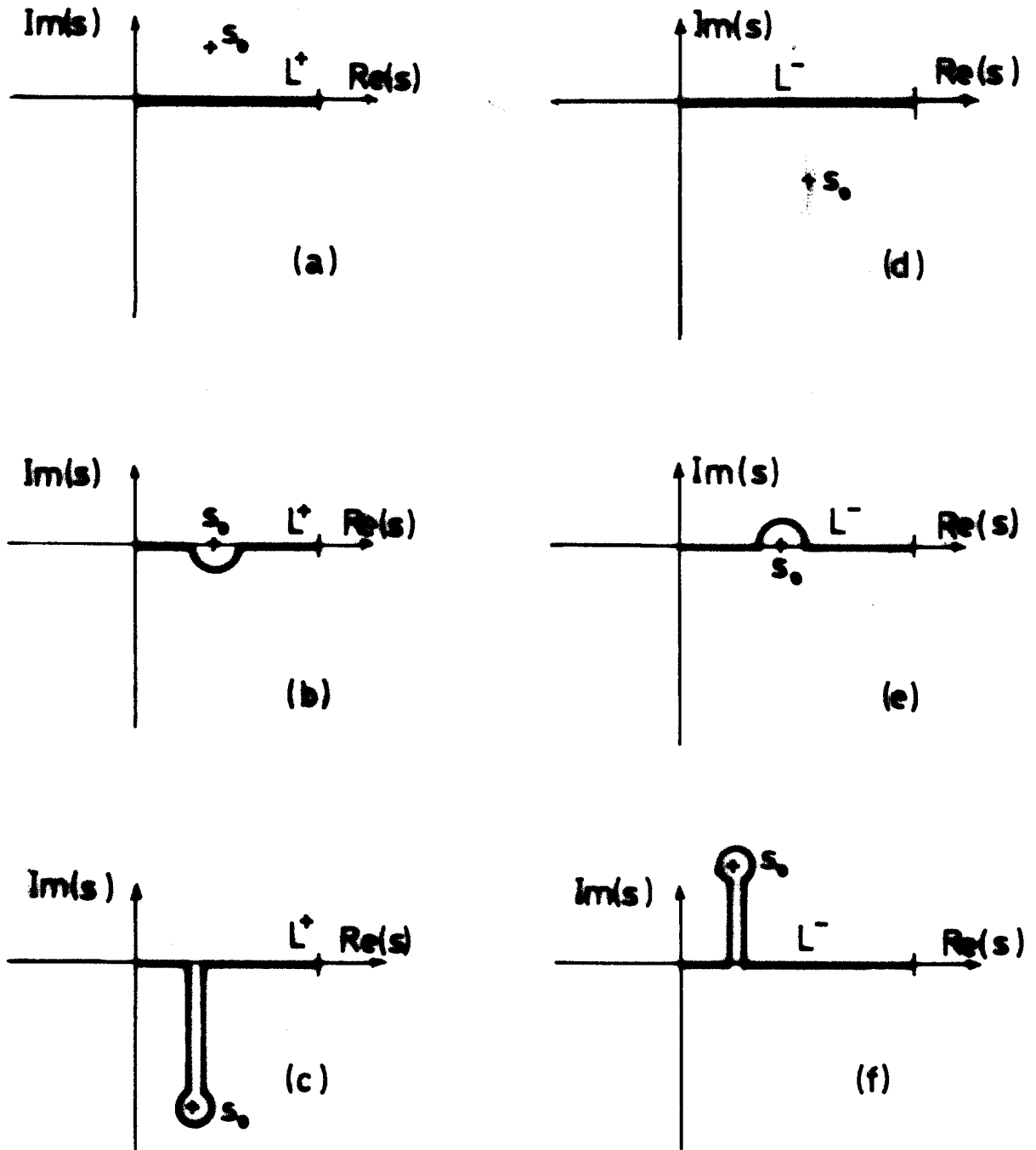


Figure III.2

Contour d'intégration L de Landau. Le contour L^+ est utilisé pour le prolongement analytique des intégrales I pour $k > 0$ et L^- pour $k < 0$.

1.D Les propriétés du modèle

Théoriquement, l'analyse des propriétés du modèle d'excitation proposé suppose l'intégration de l'équation (III.25). Cependant de nombreuses propriétés peuvent être déduites sans accomplir cette intégration. Le spectre en fréquence de la densité de charge ρ qui donne naissance à l'onde acoustique a des composantes non nulles non seulement à la fréquence fondamentale ω_0 correspondant à la fréquence du potentiel appliqué au plasma source, mais encore aux harmoniques $\pm \nu\omega_0$. Selon (III.25), on excite donc une onde acoustique non seulement à la fréquence ω_0 , mais également aux harmoniques supérieures $\nu\omega_0$.

Il convient donc de distinguer ici deux phénomènes tout-à-fait différents. Selon le modèle décrit précédemment, le mécanisme d'excitation des ondes acoustiques par le D.P. génère des perturbations de fréquence ω_0 , mais également $2\omega_0$, $3\omega_0$ etc. dont les amplitudes relatives seront discutées plus tard. Cette génération d'harmoniques est due à la non linéarité de l'excitation : les ondes acoustiques excitées à la fréquence ω_0 , $2\omega_0$, etc. sont toujours des ondes linéaires. Cette génération d'harmoniques est donc totalement différente de celle due aux effets non linéaires. Il est bien entendu que pour des amplitudes S_0 suffisamment grandes pour exciter des ondes acoustiques non linéaires on sera en présence de la génération d'harmoniques due à la non linéarité du mécanisme d'excitation et à la non linéarité des propriétés du plasma.

D'autre part, selon l'expression (III.24), la densité de charge $\tilde{\rho}_v$ dépend, formellement, d'une manière non linéaire sur l'amplitude S_0 du potentiel appliqué au plasma source. Toutefois lorsque eS_0/T_i est beaucoup plus petit que 1 et que les ondes acoustiques sont faiblement amorties, nous pouvons réduire l'expression (III.24) à une expression analytique simple.

Développons tout d'abord les fonctions $(s-vy)^{-1}$ et $(s+vy)^{-1}$ en série de puissances de y . L'équation (III.20) s'écrit donc

$$\tilde{\rho}_\nu(k) = \frac{in_0 e}{k \sqrt{2\pi}} \sum_{\gamma=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\nu y}\right)^\gamma \sum_{\beta} \left[\tilde{h}_{\nu-\beta} G_{\beta}^{\gamma} - (-1)^\beta \tilde{h}_{\nu-\beta}^* G_{\beta}^{\gamma*} \right] \quad (\text{III.28})$$

avec

$$G_{\beta}^{\gamma} = \int_0^{\infty} \tilde{g}_{\beta}(s) s^{\gamma} \exp(-s^2/2) ds. \quad (\text{III.29})$$

En remplaçant $\tilde{g}_{\beta}(s)$ par leurs expressions (III.18) on trouve :

$$G_0^{\gamma} = 2^{\gamma/2} \Gamma\left(\frac{1+\gamma}{2}\right) - \left(\frac{eS_0}{T_e}\right)^{\frac{1+\gamma}{2}} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1+\varphi}{2}\right) \exp\left(-\frac{eS_0}{T_e} \sin\varphi\right) \cdot \left(2 \sin\varphi\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \cos\varphi d\varphi. \quad (\text{III.30})$$

$$G_{\beta}^{\gamma} = -i \left(\frac{eS_0}{T_i}\right)^{\frac{1+\gamma}{2}} (2\pi\beta)^{-1} \int_0^{\pi/2} \left[\exp(i\beta\varphi) - (-1)^{\beta} \exp(-i\beta\varphi) \right] \exp\left(-\frac{eS_0}{T_i} \sin\varphi\right) \cdot \left(2 \sin\varphi\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \cos\varphi d\varphi.$$

En substituant G_0^{α} et G_{β}^{α} dans la série (III.28), on constate que seuls les G_{β}^{α} avec un indice α pair donnent une contribution à la densité de charge correspondant à une harmonique impaire de ω_0 et vice-versa.

Pour des rapports $T_e/T_i \gg 1$, on peut considérer seulement les plus petites puissances de α pour obtenir une expression de la densité de charge $\rho_\nu(k)$. Dans le cadre de cette approximation, la fondamentale et la deuxième harmonique sont données par :

$$\tilde{\rho}_1(k) = -n_0 e (2/\pi)^{1/2} M_i^{-1} T_i k \omega^2 \sum_{\nu} \text{Im} \left(h_{1-\nu} G_{\nu}^2 \right) \quad (\text{III.31})$$

$$\tilde{f}_2(k) = i(2\pi)^{-1/2} n_0 e (T_i/M_i)^{1/2} \omega^{-1} \sum_{\nu} \operatorname{Re} (h_{2,\nu} G_{\nu}^1). \quad (\text{III.32})$$

Finalement, pour un potentiel d'excitation faible ($eS_0/T_i \ll 1$) les intégrales G_{ν}^1 et G_{ν}^2 peuvent être évaluées. En ne retenant que la contribution dominante par rapport à eS_0/T_i , on obtient :

$$\tilde{f}_1(k) = -2^{1/2} (n_0 e^2/M_i) (k/\omega_0^2) S_0 \quad (\text{III.33})$$

$$\tilde{f}_2(k) = -i (\sqrt{2}-1) (8\pi)^{-1/2} n_0 e (T_i/M_i)^{1/2} \omega_0^{-1} (eS_0/T_i)^2. \quad (\text{III.34})$$

Comme on pouvait s'y attendre, la densité de charge à la fréquence ω_0 est proportionnelle au potentiel appliqué tandis que celle de la seconde harmonique varie comme le carré de (eS_0/T_i) .

L'expression (III.25) qui donne le potentiel de l'onde acoustique excitée en fonction de $\tilde{\rho}_{\nu}(k)$ étant linéaire en $\tilde{\rho}$, il s'ensuit que, dans la limite $eS_0/T_i \ll 1$, l'onde excitée à la fréquence ω_0 a une amplitude proportionnelle à eS_0/T_i , tandis que celle de la seconde harmonique dépend quadratiquement de eS_0/T_i . L'amplitude de la seconde harmonique est donc inférieure à celle de la fondamentale.

Selon la formule (III.25) l'amplitude du mode normal k , solution de l'équation $\epsilon(\nu\omega_0, k_{\nu}) = 0$ est alors donnée par le résidu de $\{\tilde{\rho}_{\nu}(k)/(k^2 \epsilon(\nu\omega_0, k))\}$ au pôle k_{ν}

$$\begin{aligned} \varphi_{\nu}(x, t) &= i \tilde{f}_{\nu}(k_{\nu}) k_{\nu}^{-2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial k} \right)_{k=k_{\nu}}^{-1} \exp(i k_{\nu} x - i \omega_0 t) + \text{c. c.} \\ &= C_{\nu} \sin(k_{\nu} x - \omega_0 t + A) \exp(-k_{\nu} x). \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

Deux informations importantes peuvent être déduites de l'équation (III.35). La première concerne la dépendance sur la fréquence ω_0 du résidu de $\{\tilde{\rho}_{\nu}/(k^2 \epsilon(\nu\omega_0, k))\}$.

Calculons $\partial\epsilon/\partial k$ avec l'aide de la définition (III.19) de $\epsilon(\omega_0, k)$:

$$\frac{\partial\epsilon}{\partial k} = \frac{1}{k^3} \left[-\frac{2}{\lambda_{D_e}^2} + \frac{1}{\lambda_{D_i}^2} Z' \left(\frac{y}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{2\lambda_{D_i}^2} \frac{y}{\sqrt{2}} Z'' \left(\frac{y}{\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (\text{III.36})$$

Nous avons supposé par hypothèse que les fréquences des ondes considérées sont beaucoup plus basses que la fréquence de plasma ionique ω_{pi} . Dans ces conditions la vitesse de phase (ω_0/k), et par conséquent y , sont constants. $\partial\epsilon/\partial k$ varie donc selon k^{-3} , c'est-à-dire selon ω_0^{-3} . D'autre part $\tilde{\rho}_v(k)$ varie comme k^{-1} , soit ω_0^{-1} (cf. équations III.20 et III.24). En reportant ces dépendances dans l'équation (III.35), on en déduit que le résidu de $\{\rho_v/k^2\epsilon(v\omega_0, k)\}$ aux pôles acoustiques k_v , solutions de $\epsilon(v\omega_0, k) = 0$, est indépendant de ω_0 lorsque $\omega_0 \ll \omega_{pi}$. L'amplitude des ondes acoustiques excitées par le mécanisme du D.P. est donc indépendante de la fréquence d'excitation. Le résultat théorique est consistant avec les mesures expérimentales d'Ikezi et collaborateurs [6], qui ont observé expérimentalement cette indépendance de l'amplitude des ondes sur la fréquence ω_0 .

Pour $T_e/T_i \gg 1$, une approximation fluide de la relation de dispersion est suffisante. En utilisant la relation de dispersion (I.13) avec $\alpha = 0\%$ ainsi que les équations (III.33) et (III.34) pour ρ_1 et ρ_2 on peut aisément calculer les amplitudes des ondes excitées à la fondamentale ω_0 et à la seconde harmonique $2\omega_0$:

$$eC_1/T_i = i2^{-1/2} (1 + 3T_i/T_e)^{-2} (eS_0/T_i) \quad (\text{III.37})$$

$$eC_2/T_i = -(\sqrt{2}-1)(32\pi)^{-1/2} (T_e/T_i)^{1/2} (1 + 3T_i/T_e)^{3/2} (eS_0/T_i)^2. \quad (\text{III.38})$$

Les expressions (III.33), (III.34), donc (III.37) et (III.38) ont été dérivées sous la condition $(eS_0/T_i) \ll 1$. Pour des valeurs de (eS_0/T_i) ne satisfaisant pas cette inégalité, on doit utiliser les dérivées (III.28) pour calculer ρ_1 et ρ_2 . Les résultats numériques sont présentés dans la figure (III.3) pour $T_e/T_i = 20$ et dans la figure (III.4) pour $T_e/T_i = 10$. On observe que les dépendances en (eS_0/T_i) et $(eS_0/T_i)^2$ pour C_1 et C_2 respectivement sont valables jusqu'à $(eS_0/T_i) \sim 1$. D'autre part, on constate que la deuxième harmonique a une amplitude bien inférieure à la fondamentale pour $eS_0/T_i \ll 1$.

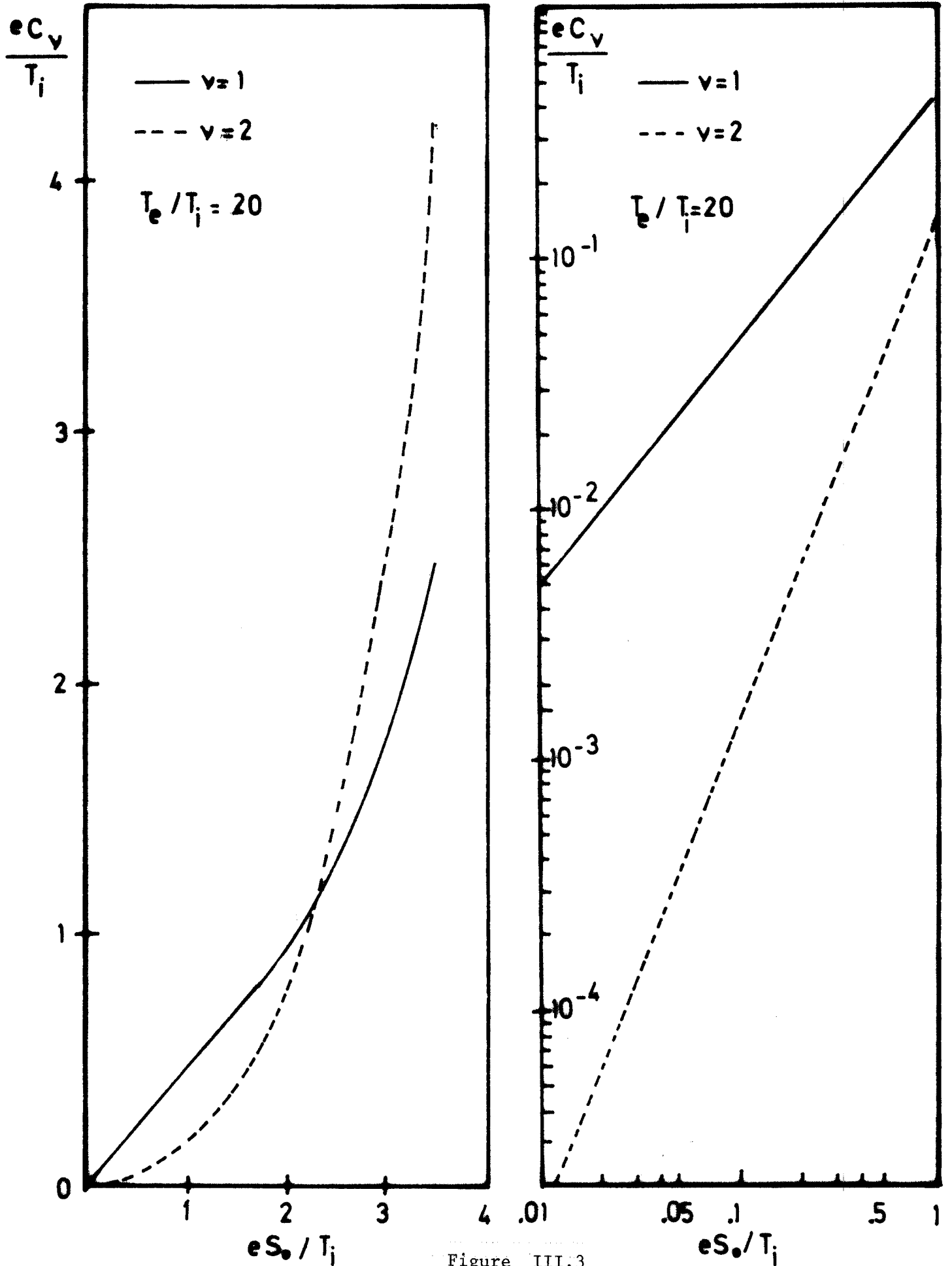


Figure III.3

Amplitude de (eC_v/T_i) des ondes acoustiques excitées par le mécanisme du D.P. en fonction de la différence de potentiel (eS_0/T_i) entre le plasma cible et le plasma source. $\nu = 1$ correspond à l'onde excitée à la fréquence ω_0 et $\nu = 2$ à la seconde harmonique $2\omega_0$.

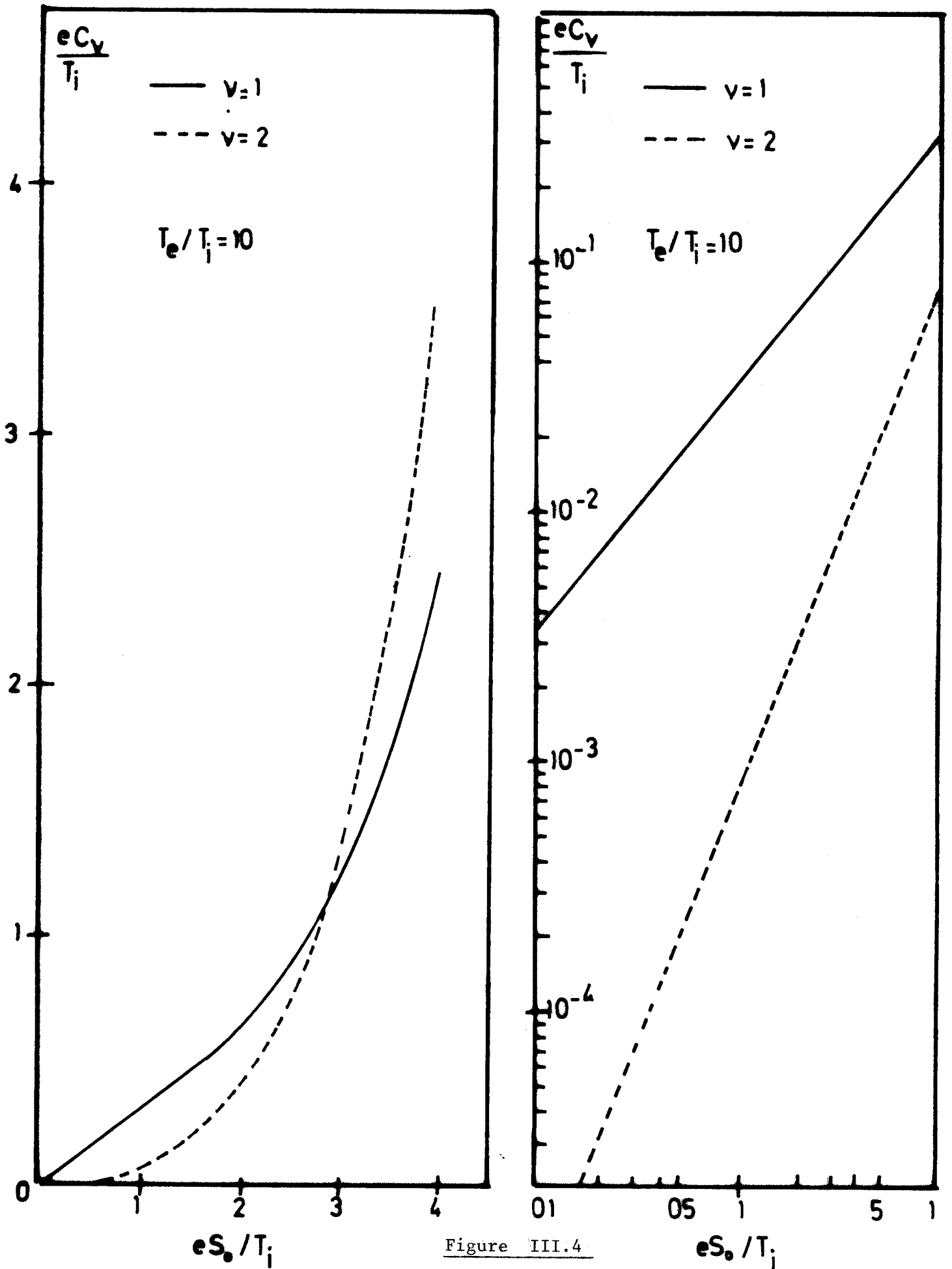


Figure III.4

Amplitude de (eC_v/T_i) des ondes acoustiques excitées par le mécanisme du D.P. en fonction de la différence de potentiel (eS_0/T_i) entre le plasma cible et le plasma source. $v = 1$ correspond à l'onde excitée à la fréquence ω_0 et $v = 2$ à la seconde harmonique $2\omega_0$.

En conclusion, notre modèle D.P. donne lieu à une excitation d'onde acoustique présentant les caractéristiques suivantes :

- l'excitation est non linéaire, elle génère des ondes à la fréquence fondamentale ω_0 , mais également aux harmoniques supérieures :
- l'amplitude des ondes excitées dépend, formellement, d'une manière non linéaire du potentiel appliqué. Cependant, l'amplitude de l'onde à ω_0 est proportionnelle à ce dernier pour des potentiels d'excitation $eS_0/T_i \sim 1$, c'est-à-dire correspondant aux conditions expérimentales. Ces deux propriétés sont dues à l'action du mécanisme du D.P. qui modifie les orbites des ions passant du plasma source au plasma cible et vice-versa;
- l'amplitude des ondes excitées est indépendante de la fréquence lorsque la vitesse de phase ω_0/k est constante, c'est-à-dire ω_0/k est constante, c'est-à-dire lorsque $\omega_0 \ll \omega_{pi}$.

2) Application aux calculs des modes de l'Ar et de l'He excités dans un plasma d'Ar - He

Nous allons utiliser le formalisme développé dans les paragraphes précédents pour calculer les amplitudes des modes d'Ar et d'He excités dans un plasma d'Ar-He. La relation de dispersion (I.7) admet deux branches principales. Pour un rapport de température $\theta = T_e/T_i$ de 9, le taux d'amortissement de ces deux branches sont comparables pour des concentrations d'ions légers α comprises entre 10% et 30%. En calculant l'amplitude des ondes acoustiques correspondantes à chacun de ces modes, nous pouvons déterminer si on peut observer leur propagation simultanée dans le plasma.

On considère donc un plasma composé d'ions d'He et d'Ar. A l'équilibre, les fonctions de distribution ionique $f_{j_0}(v)$ de ($j = \text{He, Ar}$) sont données par (I.6.a) et (I.6.b). L'équation de Vlasov (III.11) est écrite pour chaque espèce d'ions :

$$\frac{Df_j}{Dt} = S(\alpha) f_{j0}(\omega) \begin{cases} \sigma h(t) g_j(\nu, t) & \nu > 0 \\ -\sigma h(t) g_j(-\nu, -t) & \nu < 0 \end{cases} \quad j = \text{He, Ar} \quad (\text{III.39})$$

Dans l'équation (III.39), $h(t)$ est donné par l'équation (III.6) et g_j est défini par :

$$g_{\text{He, Ar}}(\nu, t) = \begin{cases} 1 & \nu < \text{Max} [0, \text{sign}(S(t)) \cdot (2e|S|/M_{\text{He, Ar}})^{1/2}] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Les équations d'état pour les électrons (III.12) et l'équation de Poisson (III.13) restent inchangées. Le terme de source $\tilde{\rho}_1$ est donné par

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_1(k) = & -\frac{in_0e}{k\sqrt{2\pi}} \sum_{\nu} h_{1-\nu} \int_0^{\infty} ds g_{\nu}(s) s \exp(-s^2/2) \left[\frac{1-\alpha}{s-y} + \frac{\alpha}{s-\mu^{-1}y} \right] \\ & - \frac{p_{1-\nu}^*}{h_{1-\nu}} \int_0^{\infty} ds g_{\nu}^*(s) s \exp(-s^2/2) \left(\frac{1-\alpha}{s+y} + \frac{\alpha}{s+\mu^{-1}y} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

y est défini comme

$$y = \frac{\omega_0}{k} / \sqrt{\frac{\eta_i}{M_{\text{Ar}}}} \quad (\text{III.42})$$

Rappelons également la fonction diélectrique $\epsilon(\omega_0, k)$ dans le cas d'un plasma à deux composantes ioniques

$$\epsilon(\omega_0, k) = 1 - \frac{1}{2k^2\lambda_{D_i}^2} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{2}{\theta} + (1-\alpha) Z'(y/\sqrt{2}) \\ & + \alpha Z'(y/\sqrt{2\mu'}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.43})$$

Les amplitudes des modes acoustiques sont alors données par les résidus de $\{\tilde{\rho}_1/k^2\epsilon(\omega_0, k)\}$ aux zéros de $\epsilon(\omega_0, k)$ correspondants aux modes d'Ar et d'He. Sur la figure (III.4) nous avons reporté en fonction de α et pour $\theta = 9$, le lieu de ces zéros ($k_{He}\lambda_{Di}$) et ($k_{Ar}\lambda_{Di}$) calculés pour une fréquence $\omega_0 = 10^{-1}(n_0e^2/\epsilon_0 M_{Ar})^{\frac{1}{2}}$.

Les amplitudes des modes d'Ar eC_{1Ar}/T_i et d'He eC_{1He}/T_i sont reportés sur la figure (III.5) pour une excitation $eS_0/T_i = 1$. On note les points intéressants suivants :

- l'amplitude des ondes excitées est indépendante de la fréquence ω_0 . En effet, nous avons gardé ω_0 fixe. Pour un plasma d'He pur, cette valeur de la fréquence n'est que $\mu^{-\frac{1}{2}}(n_0e^2/\epsilon_0 M_{He})^{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire environ 3 fois plus petite. Malgré cette différence, les amplitudes des ondes du mode d'He pour $\alpha = 100\%$ sont égales;
- l'amplitude des deux modes dépend linéairement de eS_0/T_i comme nous l'a montré des calculs faits pour $eS_0/T_i = 10^{-1}$;
- l'amplitude du mode d'Ar chute relativement rapidement pour $0\% < \alpha < 20\%$ puis reste constante avant de décroître pour les très hautes valeurs de α .
- Le mode coefficient d'excitation du mode d'He lui, reste à peu près constant jusqu'à $\alpha \approx 30\%$, atteint un maximum vers $\alpha = 6\%$ pour devenir extrêmement faible au-delà de cette valeur.

En comparant les valeurs de eC_{1Ar}/T_i et eC_{1He}/T_i on constate que pour $10\% < \alpha < 30\%$ C_{1Ar}/C_{1He} vaut environ .5. Les deux modes d'Ar et d'He dans ce domaine de concentration ont donc des amplitudes comparables. De plus leurs taux d'amortissement ne diffèrent pas trop l'un de l'autre. Ces deux faits nous permettent de prédire qu'au cours d'une expérience avec une machine D.P. nous pourrions observer leur propagation simultanée : la forme du signal obtenue apparaîtra comme une figure d'interférence due aux deux modes acoustiques d'Ar et d'He.

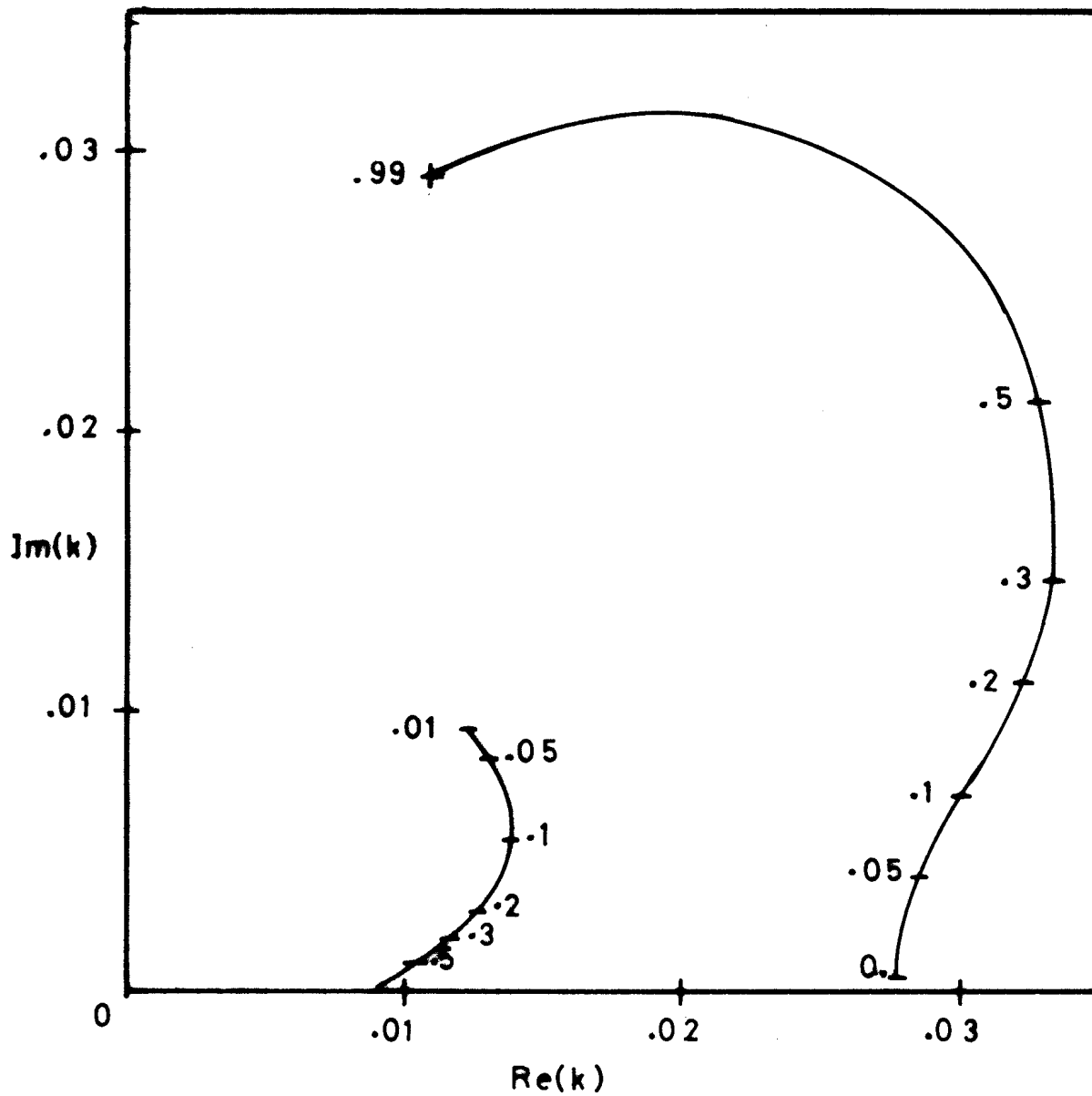


Figure III.5

Racine k de l'équation $\epsilon(\omega_0, k) = 0$ en fonction de la concentration α d'ion He. ω_0 est égal à $10^{-1}(n_{e0}e^2/\epsilon_0 M_{Ar})$ et k est normalisé à $k_{pi} = (n_{e0}e^2/\epsilon_0 T_i)^{1/2}$.

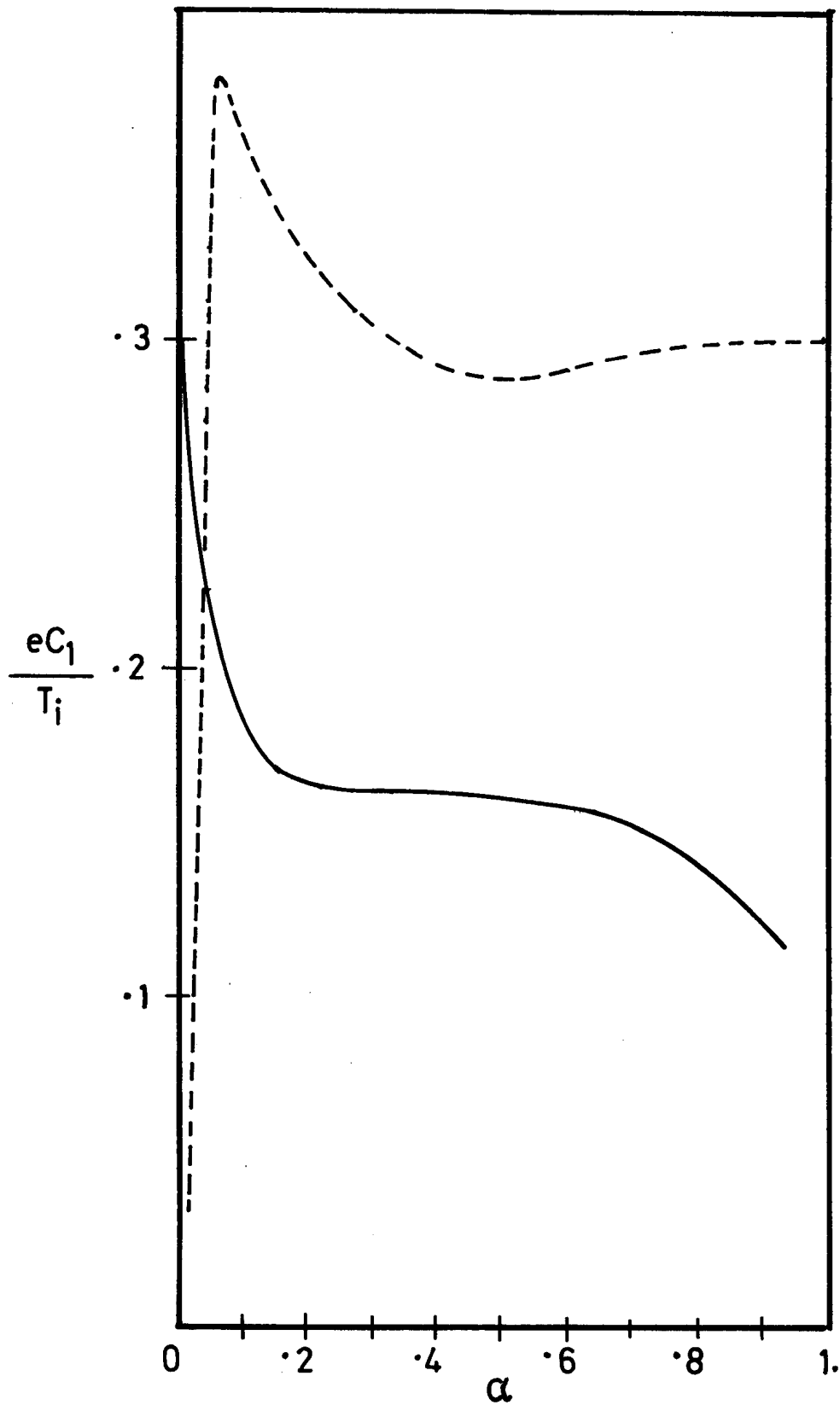


Figure III.6

Amplitude des ondes acoustiques excitées à la fréquence fondamentale ω_0 .
La courbe en trait plein (—) correspond au mode d'Ar et celle en traits
tillés (- -) au mode d'He.

IV DISPOSITIF ET METHODES EXPERIMENTALES

Nous nous proposons de vérifier expérimentalement les prédictions théoriques décrites dans les chapitres précédents. Cette vérification expérimentale s'est faite avec une machine du type Double Plasma dont les caractéristiques seront détaillées dans ce chapitre. Nous y présenterons également les méthodes de mesure utilisées au cours de ce travail : méthode de mesure des fonctions de distribution électronique, des propriétés des ondes acoustiques et de la vitesse des solitons.

1) Le dispositif expérimental

1.A La machine D.P. à confinement multipolaire

Les expériences décrites dans ce travail ont été effectuées dans une machine du type "Double Plasma" (D.P.) [32] dont les parois sont tapissées d'aimants [33,34]. La machine consiste en une enceinte à vide de 183 litres, dans laquelle est insérée une boîte parallélépipédique de $36 \times 36 \times 60 \text{ cm}^3$ en fer doux (Fig. IV.1). Un système de pompage comprenant une pompe préliminaire et une pompe à diffusion d'huile évacue l'ensemble jusqu'à un vide de base de $2 \cdot 10^{-7}$ Torr. Un champ multipolaire est créé par 434 aimants en Ferrox dur (diamètre = 45 mm, hauteur = 9mm, champ à la surface = 800 gauss) adhérant à la boîte de fer doux sous leur propre attraction. Les aimants sont arrangés selon un réseau compact avec une polarité alternée (Fig. IV.1). Pour éviter un dégazage, ils sont mis chacun dans une boîte d'acier inoxydable servant également d'anode à la décharge. Le plasma est obtenu par des collisions entre les atomes d'Ar ou d'He et des électrons primaires dont l'énergie est supérieure au potentiel d'ionisation des atomes du gaz considéré. Ces électrons primaires sont fournis par quatre filaments de Tungstène (diamètre = 0,4 mm, longueur = 4 cm) polarisés à -60V par rapport à l'enceinte de fer doux.

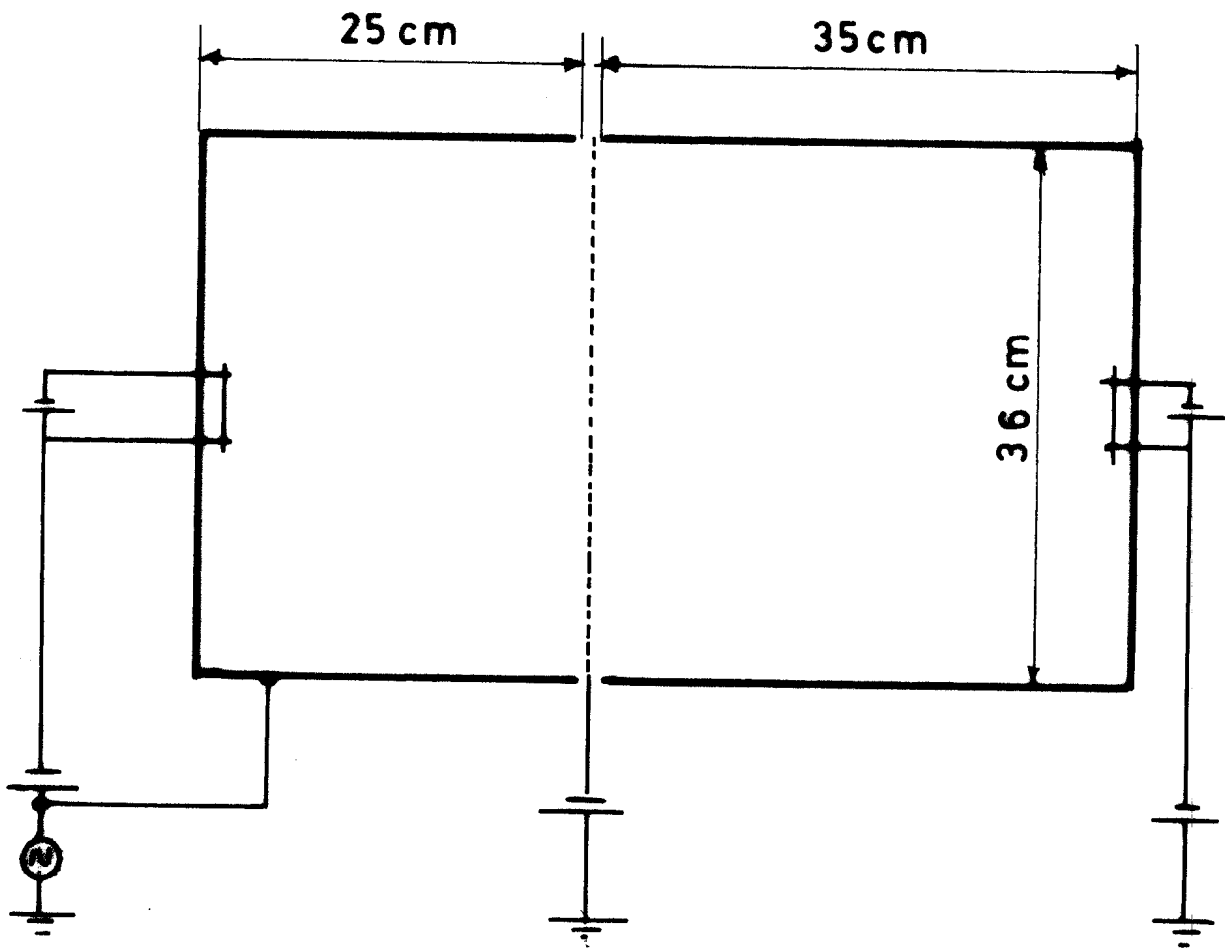


Figure IV.1.a

Schéma de la machine

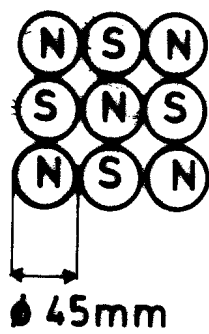


Figure IV.1.b

Arrangement des aimants

Pour une pression d'Ar de $2 \cdot 10^{-4}$ Torr et un courant d'émission de 400 mA, nous obtenons un plasma de densité $2 \cdot 10^9$ électrons par cm^3 . La température électronique T_e est de 1 eV. La température ionique T_i , mesurée à partir de l'amortissement Landau d'une onde acoustique linéaire et non dispersive, est de .11 eV, ce qui correspond à un rapport $\theta = T_e/T_i$ de 9. Lorsqu'on opère la machine en machine D.P. {32}, la boîte de fer doux est séparée en deux parties. L'une de $25 \times 36 \times 36 \text{ cm}^3$ contient le plasma-source et l'autre de $35 \times 36 \times 36 \text{ cm}^3$ le plasma-cible. L'enceinte entourant le plasma source ainsi que l'alimentation utilisée pour polariser les deux filaments de tungstène (Figure IV.1) sont flottantes par rapport à la masse. En y appliquant une tension $S(t)$ on peut varier le potentiel du plasma source. L'enceinte du plasma cible est connectée à la masse : le potentiel du plasma cible est donc fixé. Une grille de tungstène de haute transparence isolée électriquement par rapport aux deux enceintes et polarisée négativement à -40 V, repousse les électrons des deux plasmas et permet ainsi de maintenir les différences de potentiel entre le plasma source et le plasma cible.

1.B Le confinement multipolaire

Deux types de machines ont été développés pour l'obtention de plasma non magnétisé et de grand volume. Dans le premier type le plasma est créé dans une enceinte métallique non recouverte d'aimants servant d'anode à une décharge fournie par un grand nombre de filaments {32}. Le deuxième type de machine est celui décrit dans le paragraphe précédent. Une étude comparative des densités obtenues dans les deux types de machines montre que pour une même pression de gaz neutre et un même courant d'émission, la densité dans le premier type de machine est environ dix fois moindre que dans le second. Le calcul simple exposé plus bas nous permet de comprendre cette surprenante performance due au confinement par aimants permanents. La densité n_{i0} d'un plasma crée par ionisation des atomes d'un gaz par des électrons rapides dépend de la longueur effective de ionisation et du temps de

confinement τ_c du plasma. Nous avons l'équation d'évolution suivante pour la densité n_i :

$$\frac{dn_i}{dt} = - \frac{n_i}{\tau_c} + \frac{n_n \sigma \ell I_e}{e \Omega} . \quad (\text{IV.1})$$

Dans l'équation (IV.1) n_n est la densité de neutre, σ la section efficace de ionisation du gaz neutre considéré, I_e le courant d'émission total et Ω le volume de la boîte. A l'état stationnaire, la production de plasma compense la perte et l'on a

$$\frac{dn_i}{dt} = 0$$

soit

$$n_{i_0} = \frac{n_n \sigma \ell I_e \tau_c}{e \Omega} . \quad (\text{IV.2})$$

A part la longueur effective de ionisation ℓ et le temps de vie τ_c du plasma, toutes les quantités figurant dans l'équation (IV.2) sont connues. Pour mesurer τ_c , on serait tenté d'opérer de la manière suivante : à l'instant $t = 0$ on fait chuter rapidement I_e à 0. τ_c peut alors être déterminé en mesurant le temps de décroissance de la densité n_i .

Comme le potentiel de plasma change lorsque la densité varie, il est alors nécessaire d'enregistrer une famille de caractéristiques de sonde de Langmuir mesurées à différents t compris entre 0 et τ_c pour obtenir l'évolution de $n_i(t)$. Cette procédure expérimentale compliquée peut être toutefois évitée si on varie la production d'une faible quantité seulement. Expérimentalement, une manière élégante de réaliser cette variation est d'imposer un saut dans l'énergie E des électrons de ionisation, $E \rightarrow E - \Delta E$, avec un temps de transition de $1 \mu s$. La section efficace $\sigma(E)$ va donc passer à une nouvelle valeur $\sigma - \Delta\sigma$, modifiant ainsi la production du plasma. La variation $n_i(t)$ est alors donnée par :

$$n_i(t) - n_{i_0} = - \frac{n_{i_0} \Delta\sigma}{\sigma} \left(1 - e^{-t/\tau_c} \right) . \quad (\text{IV.3})$$

Il est alors aisé à partir de $n_i(t)$ de déduire τ . Cette deuxième méthode présente l'avantage suivant. Comme nous n'imposons qu'une faible variation de la densité n_i , le potentiel de plasma ne varie pas au cours de la relaxation de la densité vers la nouvelle valeur. Il est alors possible de mesurer $n_i(t)$ en enregistrant sur un oscilloscope le courant de saturation ionique ou électronique d'une sonde de Langmuir plane polarisée à une tension fixe. La valeur de τ_c déterminée par cette méthode est de 200 μ s pour un plasma d'Argon. Le chemin effectif de ionisation ℓ peut alors être déduit de (IV.2) et l'on trouve $\ell = 3.7$ m.

Il est intéressant de comparer ces valeurs de τ_c et de ℓ avec celles, $\tilde{\tau}_c$ et $\tilde{\ell}$, qui correspondraient à une machine de même dimension, mais ne possédant pas de mur magnétique. Pour un plasma de dimension L , $\tilde{\ell}$ est égal au plus à L . $\tilde{\tau}_c$ est donné par $L/\{2(T_e/M_i)^{1/2}\}$. En considérant les dimensions de notre machine, on obtient alors : $\tilde{\ell} = .60$ m et $\tilde{\tau}_c = 100$ μ s.

De la comparaison de $\tilde{\tau}_c$ et $\tilde{\ell}$ avec τ et ℓ il ressort immédiatement que

- la présence d'aimants permanents améliore d'un facteur deux le confinement du plasma,
- le principal effet est toutefois le confinement des électrons de ionisation: leur chemin d'ionisation est augmenté d'un facteur six !

Les conclusions quant aux effets du confinement par des aimants permanents ont été confirmées par des vérifications expérimentales directes. Buzzi et collaborateurs {35} ont enregistré la trajectoire d'un faisceau d'électrons de ionisation dans une décharge dont l'enceinte est recouverte par des aimants permanents. Ils ont ainsi pu observer que le faisceau subissait plusieurs réflexions sur les parois. La variation du temps de confinement du plasma est du même ordre que celle que nous avons observée. Dans leurs études sur le mérite respectif des différents arrangements possibles des aimants permanents, Leung et collaborateurs {36} sont parvenus à la même conclusion :

les excellentes performances des machines dont les parois sont recouvertes d'aimants permanents sont essentiellement dues au confinement des électrons primaires d'ionisation.

Cet effet bénéfique ne se fait toutefois sentir que si le libre parcours moyen d'ionisation est supérieur aux dimensions de la machine. Pour de petites machines, comme la nôtre, opérant à 10^{-4} Torr, le libre parcours moyen d'ionisation des électrons pour de l'Argon est de 9,4 m, longueur qui est beaucoup plus grande que les dimensions de la machine. Par contre pour des enceintes plus larges comme la grande boîte à plasma du laboratoire (diamètre = 2m, longueur = 3m) opérant à 10^{-3} Torr le libre parcours moyen est de .94m et est ainsi inférieur aux dimensions de la machine. Dans ces circonstances, seul entre en jeu le confinement du plasma. Les résultats expérimentaux sont en accord avec cette hypothèse. On peut en effet estimer que le temps de vie τ_c du plasma dans la grande chambre est de 3 μ s : cette valeur a été extrapolée à partir de la mesure dans notre machine en admettant qu'elle soit proportionnelle au rapport (volume du plasma/surface de l'enceinte). L'équation (IV.2) nous permet alors de calculer le courant d'émission I_e nécessaire pour obtenir une densité n_{i0} connaissant la pression de neutres p_0 . En prenant $n_{i0} = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $p_0 = 10^{-3}$ Torr et $\ell = .94$ m, on obtient alors une valeur théorique de 89 A qui est proche de celle mesurée, $I_e = 80$ A. Ce calcul montre également qu'en moyenne, on obtient un couple ion-électron dans le plasma pour l'électron primaire.

1.C Le plasma à deux composantes ioniques

Les mesures décrites dans ce travail ont été faites dans un plasma contenant des ions d'Ar et d'He. Pour obtenir un tel plasma il suffit d'introduire dans l'enceinte un mélange d'Ar et d'He. La pression partielle de chaque gaz est contrôlée de la manière suivante. On introduit d'abord le gaz dont

la pression partielle p_1 sera la plus faible. La pression peut alors être aisément mesurée avec une jauge à ionisation. Par une autre vanne on laisse entrer le second gaz. La pression partielle p_1 peut alors être déterminée à partir de la pression totale p_{tot} et p_1 :

$$P_2 = P_{tot} - P_1 \quad (IV.4)$$

En utilisant les courbes d'étalonnage de la densité en fonction des pressions de chacun des deux gaz on obtient ainsi la concentration α des ions d'He. Nous estimons l'erreur $\Delta\alpha$ commise sur α à $\pm 5\%$.

Cette méthode suppose que la densité des ions d'espèce j ($j = \text{He}, \text{Ar}$) est indépendante de la présence des ions de l'autre espèce. Nous avons vérifié cette hypothèse en mesurant séparément les densités du plasma pour une pression d'Ar p_{Ar} , puis pour une pression d'He p_{He} . La densité obtenue lorsqu'on fait un mélange dont la pression est égale à $p_{tot} = p_{He} + p_{Ar}$ est bien égale à la somme des densités obtenues précédemment.

Expérimentalement p_{Ar} a été variée entre 0 ($\alpha = 100\%$) et $2 \cdot 10^{-4}$ Torr ($\alpha=0\%$). La densité des ions d'Ar atteint au maximum $2 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$. L'Helium ayant une plus faible section efficace de ionisation, nous devons travailler à une pression plus élevée et p_{He} varie donc entre 0 ($\alpha = 0\%$) et $8 \cdot 10^{-4}$ Torr ($\alpha = 100\%$). Pour $\alpha = 100\%$, la densité est de $8 \cdot 10^8 \text{cm}^{-3}$.

Les principales caractéristiques du plasma sont résumées dans le tableau (IV.1).

Pression de base de l'enceinte à vide	$2 \cdot 10^{-7}$ Torr
Courant d'émission total	400 mA
Energie des électrons d'ionisation	60 eV
Polarisation de la grille séparatrice	-40 eV
Pression d'Ar	$0 < p_{\text{Ar}} < 2 \cdot 10^{-4}$ Torr
Pression d'He	$0 < p_{\text{He}} < 8 \cdot 10^{-4}$ Torr
Densité d'un plasma d'Ar pur	$2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$
Densité d'un plasma d'He pur	$8 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$
Température électronique T_e	1 eV
Température ionique T_i	.11 eV
Rapport des températures électronique et ionique $\theta = T_e/T_i$	9

Caractéristiques de la machine

Tableau IV.1

2) Méthodes expérimentales

2.A Mesure de la fonction de distribution en énergie des électrons

Nous pouvons obtenir d'une manière simple la fonction de distribution en énergie $f(E)$ des électrons à partir de la caractéristique courant - tension $j-\varphi$ d'une sonde Langmuir plane. Soit en effet j la densité du courant collecté par la sonde lorsqu'elle est polarisée au potentiel $-\varphi_0$ par rapport au plasma avec $\varphi_0 \geq 0$.

$$j = -n_0 e \int_{\left(\frac{2e\varphi_0}{m_e}\right)^{1/2}}^{\infty} v f(v) dv \quad (IV.5)$$

$$j = -\frac{n_0 e}{m_e} \int_{e\varphi_0}^{\infty} f(E) dE \cdot$$

En différentiant (IV.5) par rapport à φ on obtient alors :

$$\frac{dj}{d\varphi}_{\varphi=\varphi_0} = \frac{n_0 e^2}{m_e} f(E=e\varphi_0) \cdot \quad (IV.6)$$

La dérivée première d'une sonde de Langmuir plane donne donc la fonction de distribution $f(E)$.

Le circuit décrit sur la figure (IV.2) permet de réaliser cette différenciation. A travers la base du transistor T on applique à la sonde une tension φ variable, à laquelle est ajoutée une faible tension sinusoïdale $\Delta f \cos 2\pi\nu_0 t$. Le temps de variation du potentiel est de l'ordre de 60 s alors que ν_0 est d'environ 1 kHz. Au vu de ces deux échelles de temps, il suffit d'analyser le circuit pour $\varphi = \varphi_0$ donné.

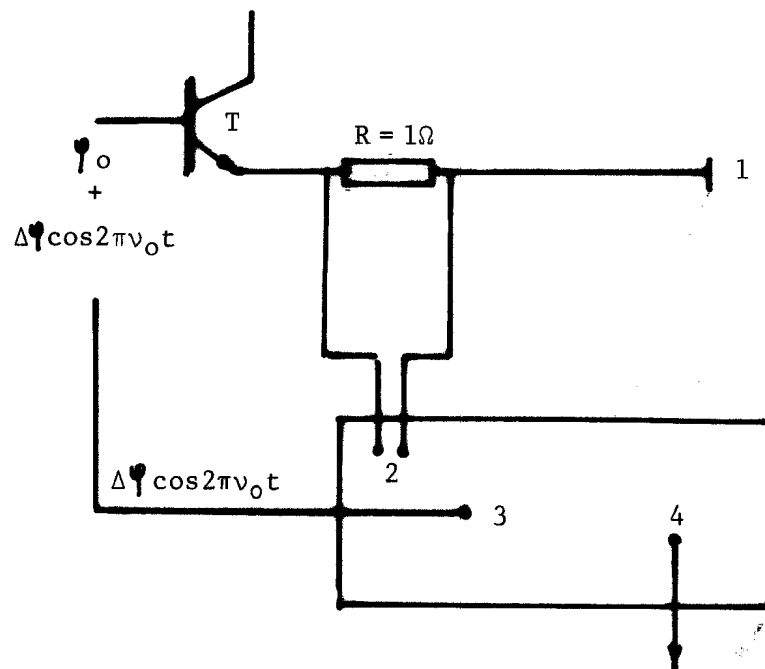


Figure IV.2

Circuit de mesure de la fonction de distribution $f(E=e\psi_0)$

- 1 Sonde de Langmuir plane
- 2 Tension proportionnelle au courant collecté par la sonde de Langmuir. Cette tension est appliquée à l'entrée du lock-in (PAR. 126)
- 3 Tension sinusoïdale de fréquence ν_0 égale à la fréquence de référence du lock-in.
- 4 Signal de sortie du lock-in, proportionnel à $f(E=e\psi_0)$

La sonde de Langmuir est polarisée à la tension $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi \cos 2\pi\nu_0 t$ où $\Delta\varphi \ll \varphi_0$. Le courant j est donc donné, en première approximation, par

$$j(\varphi) = j(\varphi = \varphi_0) + \frac{dj}{d\varphi} \Delta\varphi \cos 2\pi\nu_0 t \quad (\text{IV.7})$$

$$= j(\varphi = \varphi_0) + \left(\frac{m_e \Delta\varphi \cos 2\pi\nu_0 t}{n_0 e^2} \right) f(E = e\varphi_0) .$$

La tension aux bornes de la résistance R , tension qui est proportionnelle à j , est appliquée à l'entrée d'un lock-in (Princeton Applied Research Model 126) dont la fréquence de référence est égale à ν_0 . Le signal de sortie de l'appareil est alors proportionnel à $f(E=e\varphi_0)$. Le processus est alors répété pour une autre tension de polarisation φ_0 .

Dans certains cas, nous serons amenés à mesurer $f(E)$ non pas dans un plasma à l'équilibre, mais à une phase bien précise d'une onde acoustique sinusoïdale ou à un moment bien précis de l'évolution d'une perturbation localisée temporellement. Le schéma de la figure (IV.3) permet de réaliser cette mesure [37].

On applique au plasma cible une perturbation. Celle-ci peut être soit une onde sinusoïdale de fréquence ν_r , ou un pulse dont la fréquence de répétition est égale à ν_r . Une sonde de Langmuir plane (diamètre = 10 mm) connectée au circuit décrit sur la figure (IV.2) nous permet de mesurer $f(E)$ à une phase bien précise de la perturbation. Comme dans le cas précédent, on applique sur la sonde une rampe $\varphi(t)$ sur laquelle est superposée une tension sinusoïdale $\Delta\varphi \cos 2\pi\nu_0 t$ la fréquence ω_0 étant égale à la fréquence de référence du lock-in. Les différentes échelles de temps du circuit sont les suivants:

- Temps de montée ΔT de la rampe $\varphi(t)$ 2 - 5 minutes
- Fréquence de référence ν_0 500 Hz
- Fréquence de l'onde ionique acoustique ν_r 80 kHz - 200 kHz

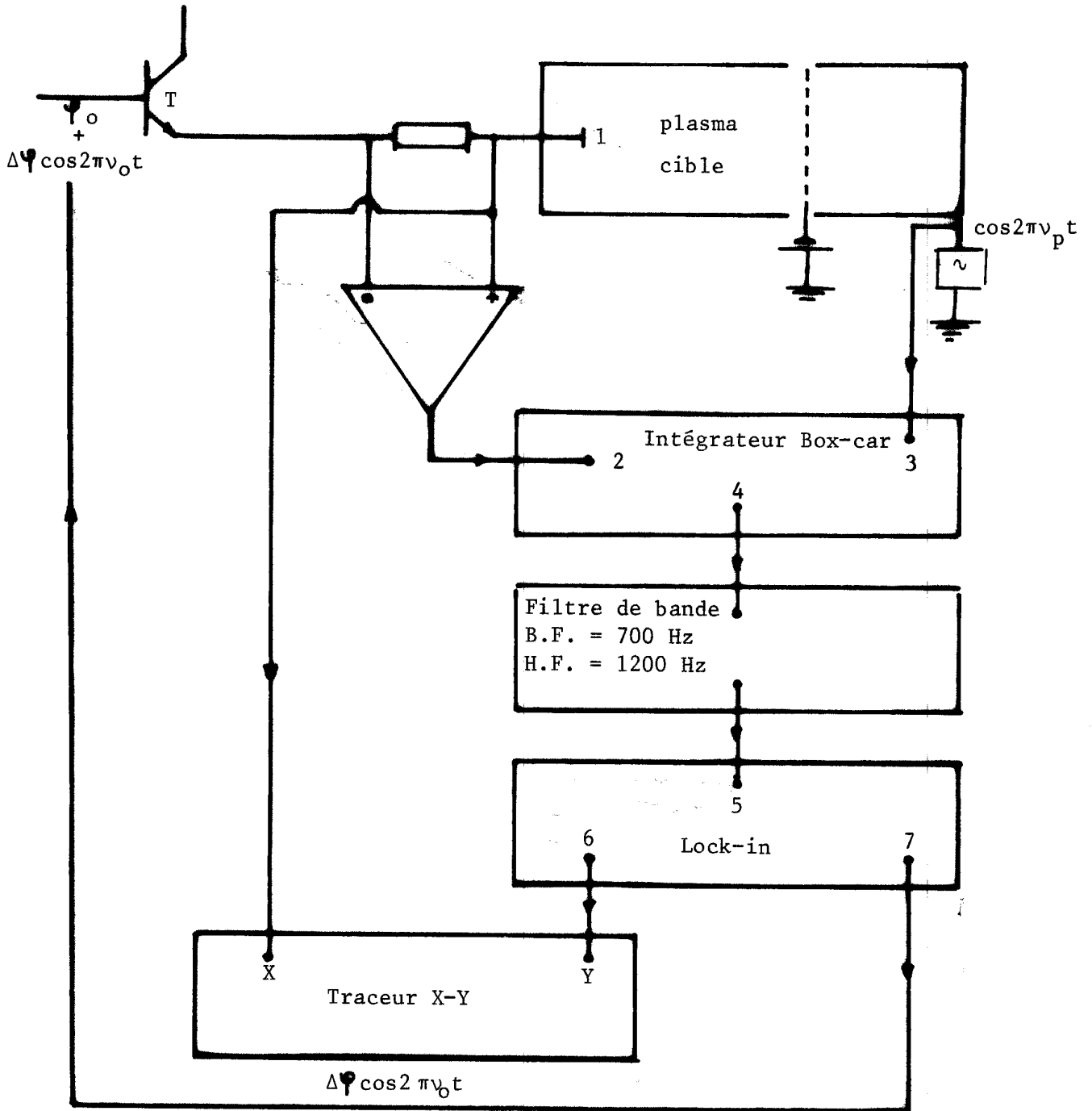


Figure IV.3

Schéma du circuit utilisé pour la majeure de la fonction de distribution $f(E)$ en un instant donné d'une perturbation.

- 1 Sonde de Langmuir plane
- 2 Signal proportionnel au courant collecté par la sonde de Langmuir
- 3 Entrée du Trigger du box-car
- 4 Sortie du box-car
- 5 Entrée du lock-in
- 6 Sortie du lock-in
- 7 Signal à la fréquence de référence du lock-in ($\nu_0 = 1\text{kHz}$)

Dans le cas d'une impulsion, la fréquence de répétition ν_r est de 8 kHz - 10 kHz .

La durée ΔT étant beaucoup plus longue que les deux autres temps caractéristiques ν_0^{-1} et ν_r^{-1} , on peut analyser le circuit en considérant que φ est égale à une valeur constante φ_0 . Le principe du circuit consiste à échantillonner les variations de $j(t)$ aux instants $t = t_0 + m/\nu_r$. Cet échantillonnage est réalisé grâce à un box-car (Princeton Applied Research Model 162) dont la fonction porte de l'intégrateur n'est ouverte qu'aux instants $t = t_0 + m/\nu_r$. Le signal S_{BC} de sortie du box car est donc une sinusoïde d'amplitude proportionnelle à $(dj/d\varphi) \varphi = \varphi_0$ de fréquence ν_0 échantillonnée à la fréquence ν_r . Comme ν_r est bien supérieure à ν_0 , la reconstitution de la sinusoïde de fréquence ν_0 à partir des échantillonnages est particulièrement bonne et l'on peut considérer que S_{BC} est donné par :

$$S_{BC} \propto \left. \frac{dj}{d\varphi} \right|_{\varphi=\varphi_0} \cos 2\pi\nu_0 t .$$

En utilisant la détection par le lock-in on obtient alors un signal proportionnel à $(dj/d\varphi) \varphi = \varphi_0$, c'est-à-dire à $f(E=e\varphi_0)$ mesuré à l'instant $t = t_0$. Le processus est alors recommencé pour une autre tension de polarisation φ_0 .

Cette technique nous a permis de mesurer la fonction de distribution en énergie des électrons dans des ondes acoustiques de grande amplitude et dans des solitons. La résolution en énergie de la mesure est au moins égale à l'amplitude de la tension de modulation $\Delta\varphi \cos 2\pi\nu_0 t$. En pratique nous avons pris $\Delta\varphi = 20$ mV et donc la résolution en énergie est de 20 mV.

2.B Mesure de la relation de dispersion des ondes acoustiques linéaires

Pour exciter des ondes acoustiques linéaires ($\delta n/n_0 < 1\%$), il suffit d'appliquer au plasma source une tension sinusoïdale $S(t)$ d'amplitude S_0 comprise entre 50 et 100 mV. Une sonde de Langmuir plane (diamètre = 5 mm) polarisée positivement par rapport au potentiel de plasma mesure les fluctuations de densité $\delta n = \delta n_0 \exp \left[i \{ \omega_0 t - (k_r - ik_i) x \} \right] + c.c.$ En principe la forme de l'onde

$\delta n(x) = \delta n_0 \exp(ik_r x) \exp(-k_i x) + \text{c.c.}$ peut être obtenue en multipliant le signal obtenu de la sonde de Langmuir et la tension d'excitation $\{\exp(i\omega_0 t) + \text{c.c.}\}$. La composante continue du signal produit est alors égale à $\delta n(x)$.

On peut grandement améliorer le rapport signal/bruit en utilisant l'interféromètre {38} décrit sur la figure (IV.4). Un signal de fréquence ν_0 ($\nu_0 > 100$ kHz), modulée en amplitude avec une fréquence de modulation ν_M ($\nu_M = 1$ kHz) égale à la fréquence de référence du lock-in, est appliquée au plasma source. Le signal $\delta n(x,t)$ recueilli par la sonde de Langmuir est proportionnel à $\delta n(x,t) = \delta n_0 \exp(-k_i x) \sin(2\pi\nu_0 t + k_r x + \gamma) \sin(2\pi\nu_M t)$. Le signal $\delta n(x,t)$ est ensuite multiplié avec le signal de fréquence ν_0 . Le produit est alors filtré par le filtre passe-bande incorporé au lock-in et centré sur la fréquence ν_M , et est détecté par le lock-in. La tension de sortie du lock-in est proportionnelle à la perturbation de densité due à l'onde acoustique $\delta n_0 \sin(k_r x + \gamma) \exp(-k_i x)$.

La forme de l'onde est ainsi enregistrée sur un traceur X-Y en mouvant la sonde de Langmuir. Lorsqu'un seul mode se propage dans le plasma, il est alors aisé d'en déduire le vecteur d'onde k_r et le taux d'amortissement spatial k_i/k_r . Par contre, lorsque deux modes se propagent dans le plasma, on obtient une figure d'interférence dont l'analyse est moins immédiate.

L'analyse d'une telle figure d'interférence peut être faite par analyse de Fourier. En effet la transformée de Fourier présente alors deux pics dont les positions dans l'espace k nous donneront les vecteurs d'onde k_r et dont la largeur à mi-hauteur nous donnera l'amortissement k_i . Expérimentalement nous avons tout d'abord digitalisé la position et l'amplitude du signal à l'aide de deux convertisseurs Analogique/Digital de pression. Un système opto-électronique couplé au mouvement de la sonde délivre une impulsion tous les quarts de millimètre, impulsion qui commande la perforation de ces deux quantités sur un ruban de papier. Cette dernière est alors lue et traitée par l'ordinateur à l'aide d'un programme de transformée de Fourier rapide.

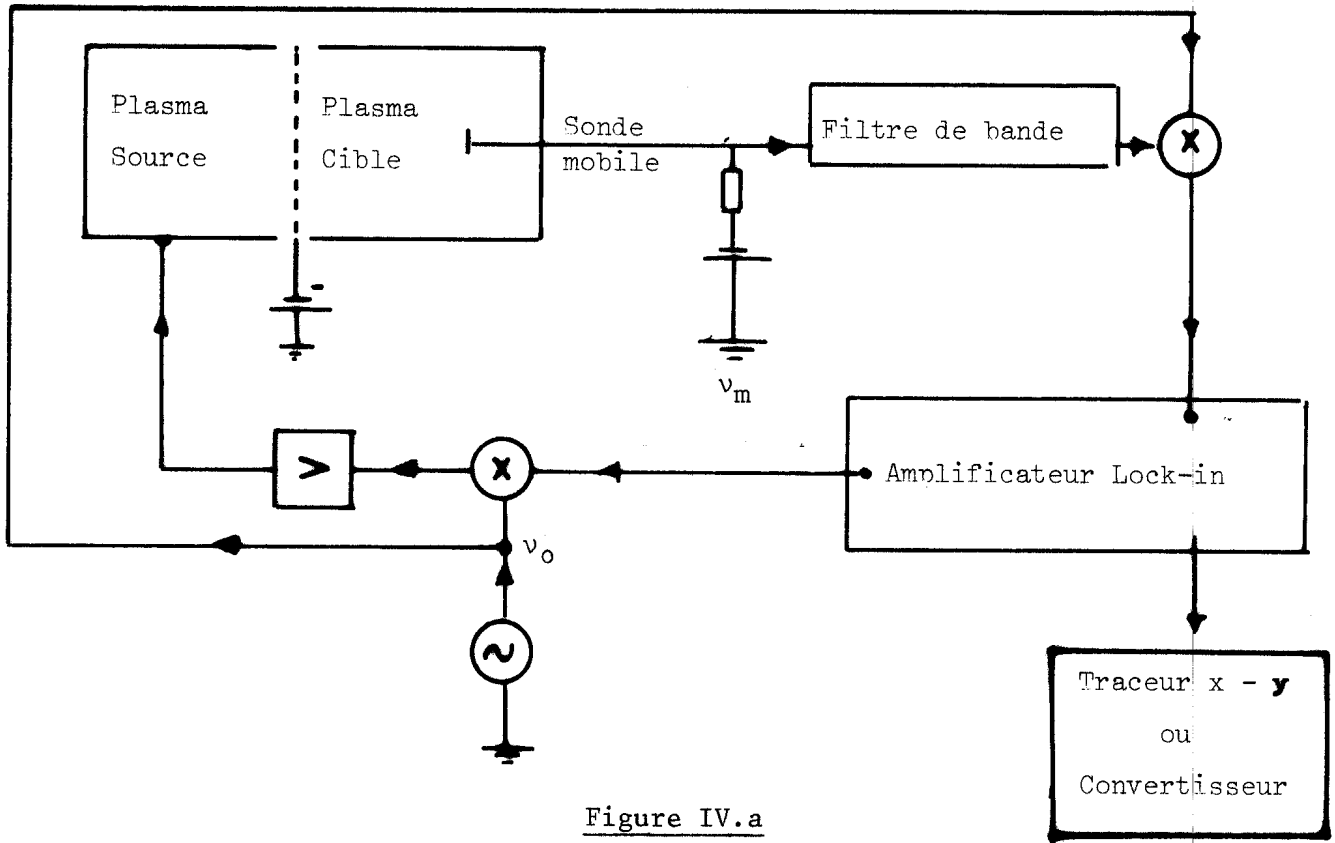


Figure IV.a

Schéma de l'interféromètre

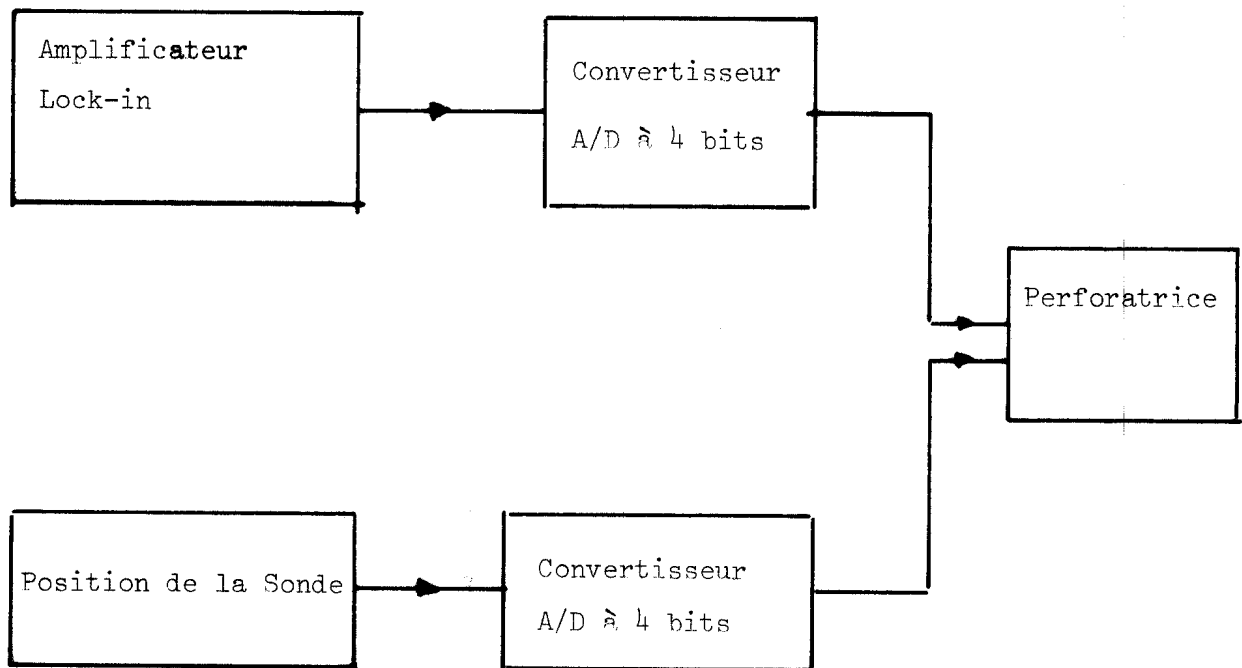


Figure IV.b

Schéma bloc du circuit de digitalisation des mesures

2.C Mesure du nombre de Mach des solitons

Nous avons vu dans le chapitre II que des solitons ne peuvent se former qu'à partir d'une compression de densité. Expérimentalement une impulsion positive de .5V à 5V et de durée 5 μ s à 12 μ s est appliquée à l'enceinte du plasma source, créant ainsi une compression de densité dans le plasma cible.

Une sonde de Langmuir plane mobile polarisée positivement par rapport au potentiel de plasma permet de suivre l'évolution temporelle de la perturbation. Un intégrateur box-car améliore le rapport signal sur bruit. La mesure de la vitesse de propagation des solitons se fait par la technique du temps de vol. Cette méthode consiste à mesurer le temps mis par le soliton pour se propager entre deux positions x_0 et $x_0 + \Delta x$. La précision de la mesure repose donc sur une mesure précise des distances x_0 et des intervalles de temps. La précision sur les positions est aisée à atteindre. Quant aux mesures de temps, elles ont été faites grâce au circuit simple décrit sur la figure (IV.5).

Pour augmenter la précision de la mesure de la vitesse de propagation du soliton, nous avons mesuré les temps t mis par le soliton pour atteindre différentes positions x . La vitesse est obtenue en prenant la pente de la droite de régression entre les divers points expérimentaux (x,t) .

Cette technique nous a également servi pour la mesure de la vitesse de propagation d'impulsions linéaires. Pour des impulsions dont les composantes de Fourier en fréquence sont beaucoup plus petites que la fréquence de plasma ionique, leur vitesse de propagation est égale à la vitesse acoustique C_s . Une telle mesure de C_s a été accomplie à la fin de chaque série de mesure sur les solitons.

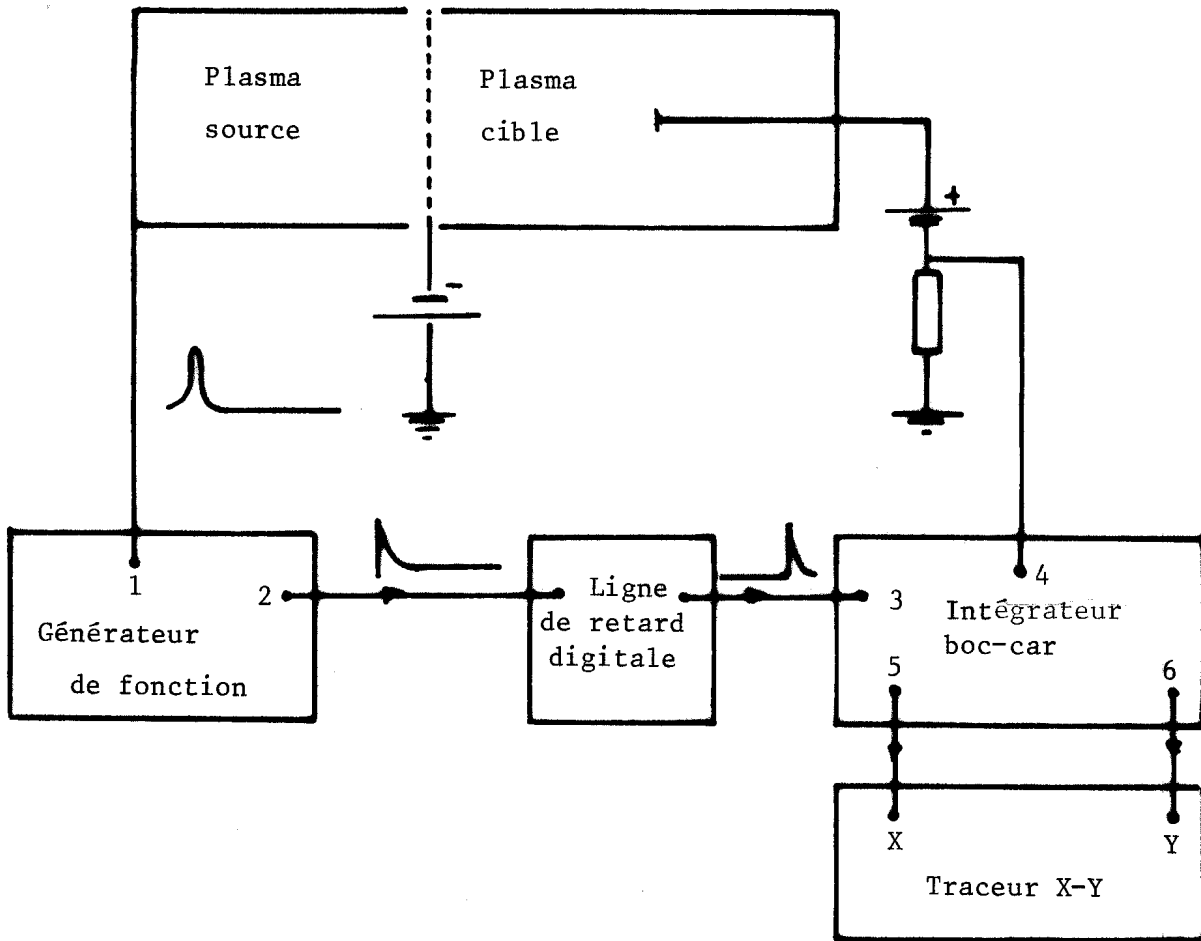


Figure IV.5

Circuit de mesure du temps de vol

- 1 Impulsion appliquée à l'enceinte du plasma source
- 2 Impulsion de trigger synchronisée avec l'impulsion appliquée au plasma source
- 3 Entrée du trigger de l'intégrateur box-car (PAR Model 162)
- 4 Signal venant de la sonde de Langmuir
- 5 Base de temps du box-car
- 6 Signal de sortie du box-car proportionnel au signal appliqué en (5)

V ETUDE EXPERIMENTALE DES ONDES ACOUSTIQUES DANS UN PLASMA D'ARGON ET D'HELIUM

Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, l'introduction d'une seconde espèce d'ions dans le plasma modifie grandement les propriétés des ondes acoustiques. Pour $\theta = T_e/T_i < 20$ il existe maintenant deux branches acoustiques, la branche d'Ar et d'He dans le cas d'un plasma d'Ar-He. Leur vitesse de phase et amortissement dépendent de la concentration α des ions d'He et ont été calculés dans le chapitre I. Les calculs de l'amplitude des ondes acoustiques des deux modes excitées dans une machine D.P. nous ont également permis de prédire qu'il existe un domaine de concentration α ($10\% < \alpha < 30\%$) où ces deux modes pourraient se propager simultanément. La forme de l'onde obtenue serait alors une figure d'interférence obtenue à partir de deux sinusoides amorties.

Expérimentalement, lorsque ce travail a été commencé, la seule étude qui avait été faite sur le sujet était celle de Hirose et collaborateurs {7}. Ces auteurs ont introduit une faible concentration d'He dans un plasma de Xe ($\alpha < 1\%$) et ont observé une augmentation de l'effet Landau due aux ions d'He.

Nous décrivons dans ce chapitre les mesures expérimentales de la relation de dispersion des ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He. Ces mesures seront comparées aux valeurs calculées dans le chapitre (I.1).

1) Conditions et méthodes expérimentales

Les mesures ont été faites dans un plasma d'Ar-He. Le contrôle et la mesure de la concentration α d'ions légers ont été décrits en détail dans le paragraphe (IV.1.C). Dans un plasma d'Ar ou d'He pur, la température électronique T_e est de 1 eV et le rapport des températures électronique et ionique T_e/T_i est égal à 9 (cf. tableau IV.8).

Des ondes acoustiques linéaires ($\delta n/n_0 \approx 1\%$) et non dispersives ($v/v_{pi} < .3$) ont été excitées en appliquant au plasma source une faible tension sinusoidale d'amplitude $S_0 = 50 - 100\text{mV}$. La fréquence de l'onde varie entre 100 kHz et 600 kHz, la limite supérieure dépendant de la fréquence de plasma ionique $v_{pi}(\alpha)$.

La perturbation de densité associée à l'onde est alors détectée en utilisant le montage décrit dans le paragraphe (V.2.B). Le vecteur d'onde k_r et le taux d'amortissement de chaque mode ont été déterminés soit directement à partir de la forme de l'onde soit à partir de la transformée de Fourier (cf. paragraphe V.2.B)

2) Résultats expérimentaux

Dans notre étude expérimentale des ondes acoustiques nous avons varié la concentration d'He de 0% (plasma d'Ar pur) à 100% (plasma d'He pur). Bien que la fréquence de plasma ionique ν_{pi} change lorsque α varie, les résultats expérimentaux nous ont montré que pour les fréquences ν utilisées, les ondes acoustiques sont non dispersives. En effet, la vitesse de phase ($2\pi\nu_0/k_r$) et le taux d'amortissement (k_i/k_r) sont indépendantes de ν .

La forme des ondes est présentée sur la figure (V.1) pour différents α . Pour $\alpha < 10\%$ la forme de l'onde est simplement une sinusoïde amortie. Pour une fréquence ν_0 donnée, le vecteur d'onde k_r reste constant alors que le taux d'amortissement k_i/k_r augmente avec la concentration α .

Pour $10\% < \alpha < 30\%$, la forme de l'onde n'est plus une simple sinusoïde amortie, mais une figure d'interférence (figure V.1) due à la superposition de deux sinusoïdes amorties. La transformée de Fourier de la structure obtenue montre effectivement deux pics dans l'espace des k . En utilisant la grille médiane comme source d'excitation, nous avons également pu mettre en évidence de telles figures d'interférence lorsque α varie dans le domaine $10\% \leq \alpha \leq 30\%$. La forme de l'onde est donc indépendante du mode d'excitation.

Finalement pour $\alpha > 30\%$, on retrouve de nouveau une onde sinusoïdale amortie. La vitesse de phase ($2\pi\nu_0/k_r$) augmente avec α , tandis que le taux d'amortissement diminue. Pour $\alpha = 100\%$ on retrouve les valeurs de ($2\pi\nu_0/k_r$) et (k_i/k_r) correspondantes à celles d'un plasma d'He pur.

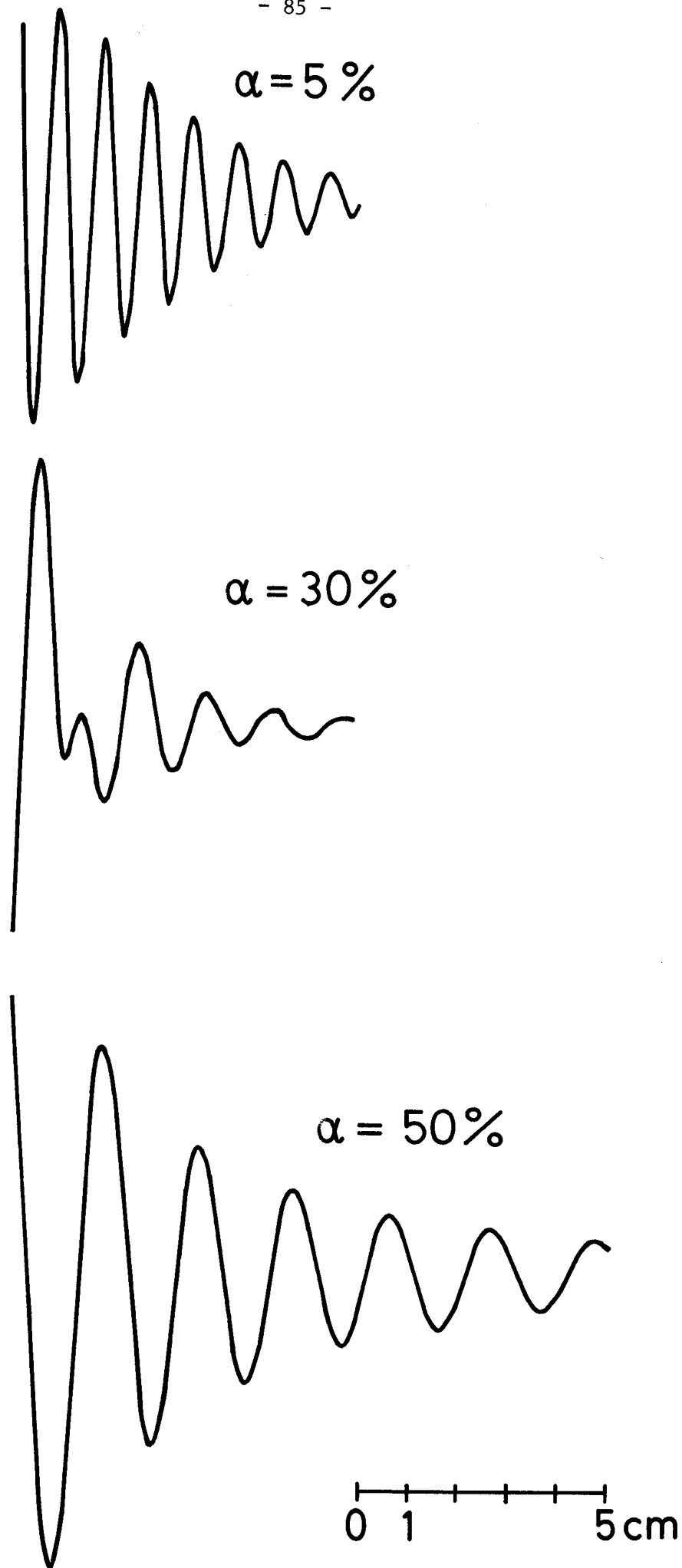


Figure V.1

Forme de l'onde acoustique mesurée pour différentes concentrations d' α d'ions d'He. La fréquence de l'onde est de 200 kHz.

3) Discussion

3.A) Relation de dispersion

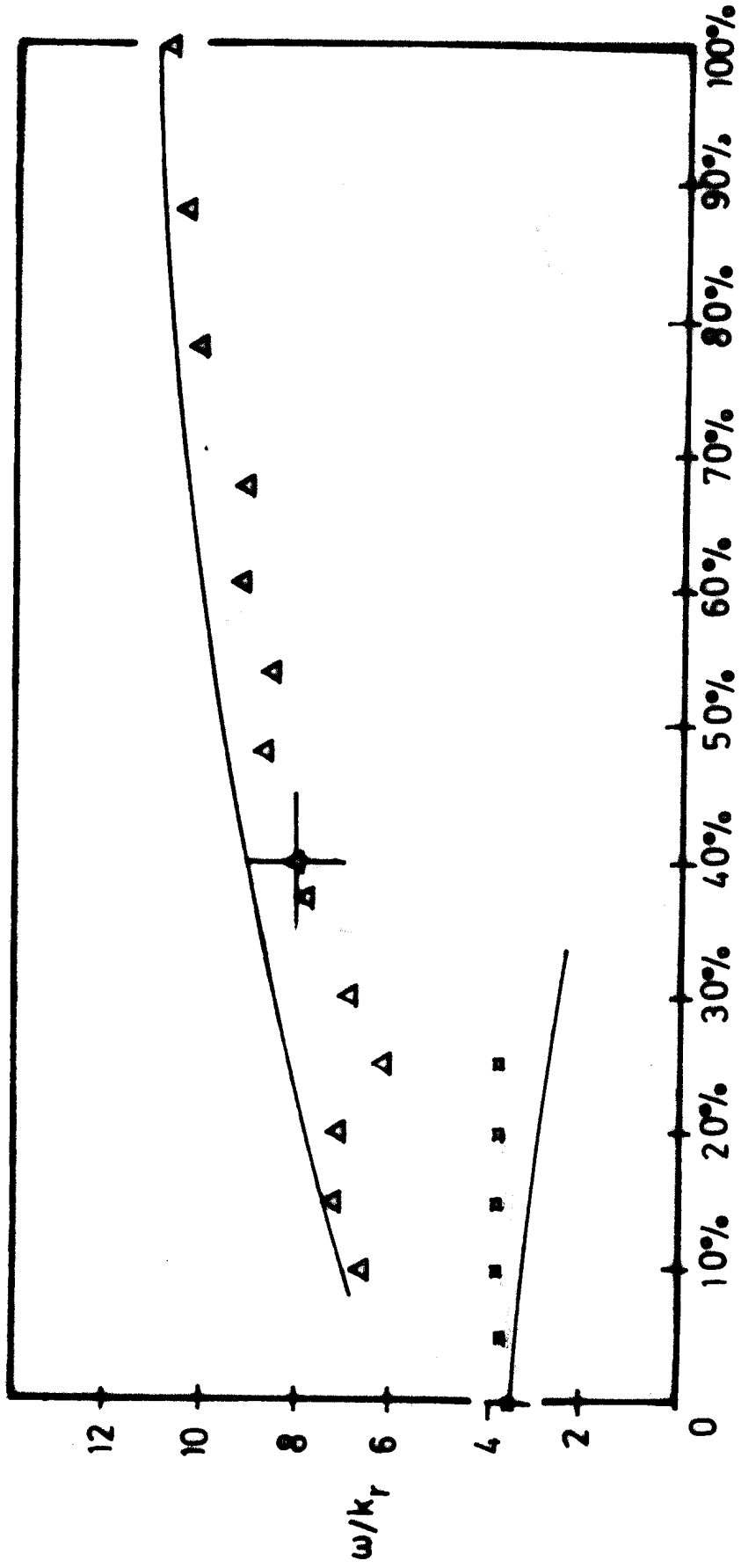
Nous avons comparé les valeurs mesurées de la vitesse de phase (ω/k_r) et du taux d'amortissement (k_i/k_r) avec les valeurs théoriques déduites de l'équation de dispersion $\mathcal{E}(\omega, k) = 0$ (équation I.7). Dans le calcul des racines de l'équation précédente, nous avons supposé que le rapport de températures $\theta = T_e/T_i$ reste constant ($\theta = 9$) lorsque α varie et que les deux espèces d'ions ont la même température. Ces suppositions sont raisonnables car dans un plasma d'Ar ou d'He pur, les valeurs respectives de T_e et de θ sont égales.

Sur les figures (V.2) et (V.3) ont été reportées les variations de la vitesse de phase (ω/k_r) et du taux d'amortissement k_i/k_r lorsque α varie de 0% à 100%. La vitesse de phase (ω/k_r) a été normalisée à $(T_i/M_{Ar})^{1/2}$. L'examen de ces figures montre tout d'abord que les deux modes que nous avons observés expérimentalement sont les modes d'Ar et d'He. Leurs propriétés sont, en effet, dues à l'influence de la seconde espèce sur le mode qui existait dans le plasma à une composante ionique correspondant. Les valeurs mesurées de (ω/k_r) et de (k_i/k_r) sont également en bon accord avec celles déduites de la relation de dispersion (I.7).

A la lumière des remarques du chapitre (I.1.A), l'interprétation des propriétés des deux modes est aisée. La vitesse de phase (ω/k_r) du mode d'Ar ne varie pas avec α (figure V.2). En conséquence l'augmentation de l'amortissement Landau (figure V.3) est due à la résonance des ions d'He dont la vitesse thermique $(2 T_i/M_{He})^{1/2}$ est proche de la vitesse de phase (ω/k_r).

Pour le mode d'He, la variation de la vitesse de phase en fonction de α est liée à la masse effective M_{eff}

$$M_{eff} = M_{Ar}/(1-\alpha+\alpha\mu) \quad (V.1)$$

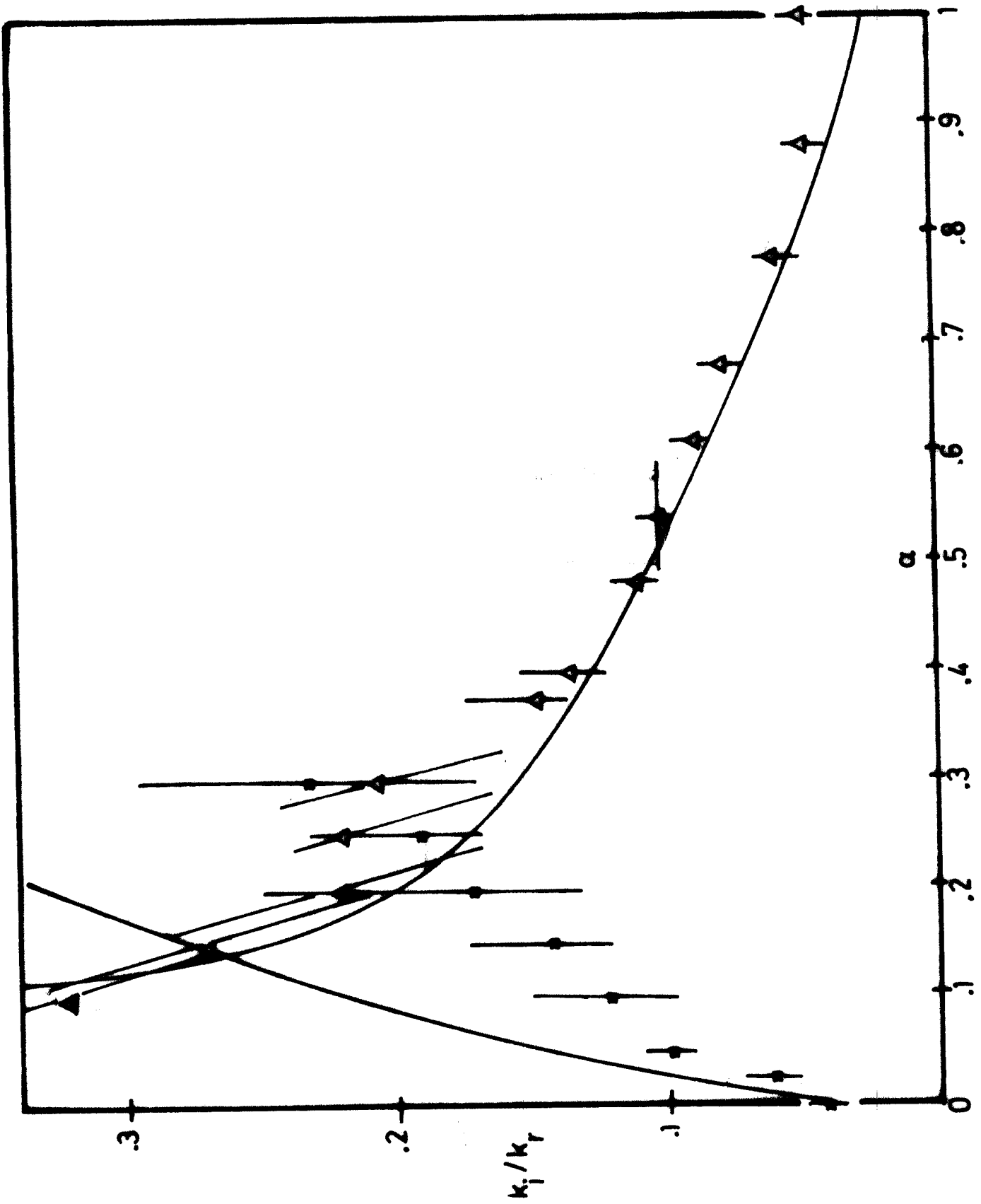


α

Figure V.2

Vitesse de phase (ω/k_r) des deux modes d'Ar (\square) et d'He (\triangle) en fonction de la concentration α d'ions He. (ω/k_r) est normalisée à $(T_i/M_{Ar})^{1/2}$.

Figure V.3



Taux d'amortissement (k_i/k_r) des deux modes d'Ar (\square) et d'He (\triangle) en fonction de la concentration d'ions He.

introduite dans le paragraphe (I.1.B). Lorsque α diminue à partir de 100%, M_{eff} augmente : par conséquence la vitesse de phase qui vaut approximativement $(T_e/M_{\text{eff}})^{\frac{1}{2}}$, diminue (figure V.2). Cette diminution de la vitesse de phase entraîne une augmentation du nombre d'ions d'Ar et d'He résonnants et donc de l'amortissement Landau.

3.B Amplitude relative des deux modes d'Ar et d'He pour $10\% < \alpha < 30\%$

Dans le paragraphe (III.2) nous avons calculé les amplitudes des deux modes d'Ar et d'He en fonction de α . Cette étude théorique nous a montré qu'il existait un domaine de concentration α , où les deux modes pouvaient se propager simultanément et donner lieu à une figure d'interférence. De telles figures d'interférence ont été obtenues pour $10\% < \alpha < 30\%$ (figure V.8). Il est intéressant de comparer les valeurs relatives des amplitudes C_{Ar} et C_{He} des deux modes avec celles prédites par la théorie. Sur la figure (V.4) nous avons reporté en trait continu la valeur théorique de $C_{\text{Ar}}/C_{\text{He}}$, les points représentant les valeurs expérimentales obtenues.

Les résultats reportés sur la figure (V.4) nous confirment que la figure d'interférence obtenue est due à la propagation des deux modes d'Ar et d'He. La différence observée entre la théorie et l'expérience, quant à elle, peut être attribuée au fait suivant. L'amortissement k_i/k_r étant important, les mesures ont été effectuées pour des positions assez proches de la grille médiane. Dans cette région, il existe un gradient de densité dû à la présence de cette grille. Le modèle du D.P. utilisé n'inclut pas de tels effets.

La courbe théorique (V.4) nous permet également de comprendre les raisons pour lesquelles un seul mode, soit celui de l'Ar, soit celui de l'He a été observé lorsque α est inférieur à 10% ou supérieur à 30%. Pour $\alpha < 10\%$, l'amplitude du mode d'Ar devient rapidement supérieur à celui de l'He : ce dernier ne peut donc être observé. Pour $\alpha > 30\%$, bien que, selon la théorie, l'amplitude du mode d'Ar soit comparable à celle du mode d'He, l'amortisse-

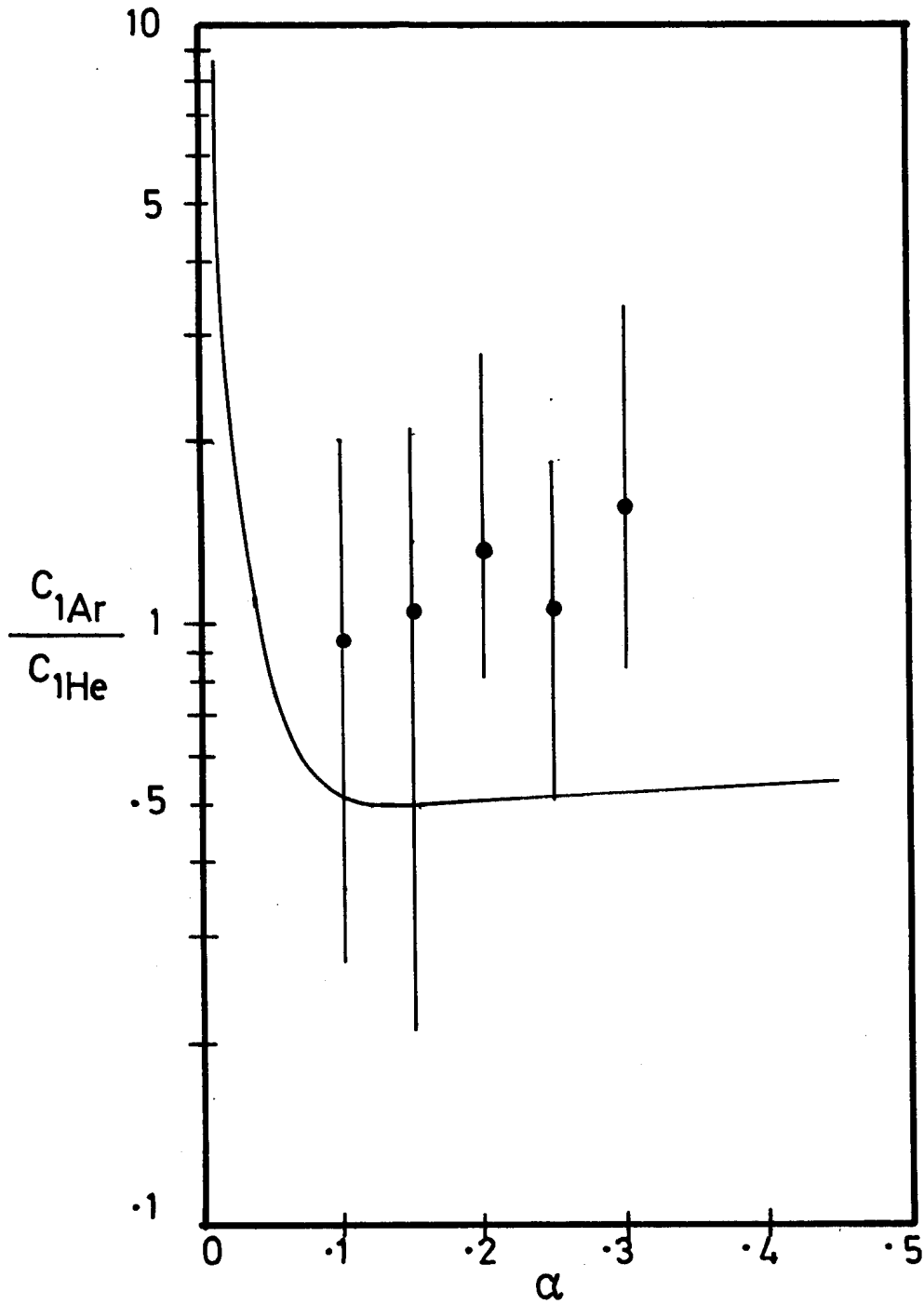


Figure V.4

Amplitude relative C_{1Ar}/C_{1He} des ondes acoustiques du mode d'Ar et d'He pour les différentes valeurs de α où leur propagation simultanée a été observée. La courbe théorique est déduite des résultats au chapitre III.

ment par unité de longueur $\exp(-k_{iAr})$ du mode d'Ar devient beaucoup plus important que celui du mode He (cf. figure II.4) : l'onde associée à la branche d'Ar s'amortit ainsi sur une très courte distance.

Ainsi nous avons mis en évidence dans ce travail l'existence des deux modes acoustiques dans un plasma d'Ar-He. Leur vitesse de phase et leur taux d'amortissement sont en bon accord avec les valeurs numériques déduites à partir de l'équation de dispersion $\xi(\omega, k) = 0$.

3.C Comparaison avec les travaux d'autres auteurs

Notre travail expérimental, qui avait donné lieu à un certain nombre de publications {39, 40}, a été confirmé et complété par les études de Nakamura et collaborateurs {41, 42}. Dans la référence {41} ces auteurs ont étudié la propagation d'ondes acoustiques dans un plasma d'Ar-He où le rapport de température θ était égal à 25. Comme le prédit la théorie (chapitre I.1) un seul mode a été observé. La relation de dispersion mesurée est en accord avec la théorie à condition d'ajouter un coefficient d'amortissement collisionnel ions neutres. En effet, dans cette expérience, l'amortissement collisionnel domine complètement l'amortissement Landau pour $\alpha > 60\%$.

Dans une seconde expérience {42}, les deux modes d'Ar et d'He ont été mis en évidence dans un plasma d'Ar et d'He avec $\theta \sim 10 - 15$. La vitesse de phase de ces deux modes a été mesurée. Toutefois, aucune mesure du taux d'amortissement n'a été reportée.

Il apparaît ainsi que notre expérience a été la première dans laquelle la relation de dispersion complexe des deux modes acoustiques d'un plasma à deux composantes ioniques a été mesurée et comparée avec la théorie.

VI ETUDE EXPERIMENTALE DES SOLITONS DANS UN PLASMA D'ARGON ET D'HELIUM

Le chapitre V a été consacré à l'étude des ondes acoustiques linéaires et non dispersives dans un plasma d'Ar-He. Le chapitre VI sera un prolongement naturel du précédent puisqu'il décrira les expériences que nous avons faites sur les solitons acoustiques dans un plasma d'Ar-He.

Dans un plasma d'Ar pur, nombreuses ont été les études expérimentales sur les solitons. Leur existence a été prouvée par Ikezi et collaborateurs { 5 }. La variation du nombre de Mach et de la longueur en fonction de l'amplitude et le nombre de solitons générés à partir d'une condition initiale donnée ont été ensuite étudiés par Ikezi { 9 }, Hershkowitz et collaborateurs {43}, Watanabe {44} et Hollenstein et Tran {45}.

Toutefois, alors que de nombreux modèles ont été proposés pour décrire les solitons dans un plasma à deux composantes, aucune expérience n'a été effectuée dans ce domaine. Notre travail a donc pour but de combler cette lacune.

Voici le plan du chapitre. Nous commencerons par rappeler les conditions expérimentales dans le premier paragraphe. L'évolution d'une perturbation non-linéaire dans un plasma à une et deux composantes ioniques sera décrite dans le paragraphe suivant. Finalement les valeurs du nombre de Mach mesuré seront comparées à celles prédites par les différentes théories présentées dans le chapitre II.

1) Conditions et méthodes expérimentales

L'étude des solitons a été faite dans notre machine D.P. à confinement multipolaire décrit précédemment. Le plasma mixte d'Ar-He utilisé a une température T_e de 1 eV et un rapport $\theta = T_e/T_i$ de 9 (cf. paragraphe IV.1.C).

Pour obtenir des solitons, on applique à l'enceinte du plasma source une impulsion de potentiel d'amplitude .5 à 5V et de durée 5 à 12 μ s. Cette impulsion crée dans le plasma cible une compression de densité non linéaire qui au cours de son évolution donnera naissance à un train de solitons. Leur évolution temporelle est alors enregistrée à l'aide d'une sonde de Langmuir plane et du circuit décrit dans le paragraphe (IV.2.C).

2) Résultats expérimentaux

Avant d'aborder l'étude des solitons dans un plasma d'Ar-He, nous avons commencé par les étudier dans un plasma à une composante d'Ar ou He {45}. La formation des solitons à partir d'une impulsion de compression de grande amplitude ($\delta n/n_0 > 5\%$) dans un plasma d'Ar est montrée sur la figure (VI.1). L'onde de compression se raidit dans un temps d'autant plus long que la perturbation est faible. Derrière le front de l'onde apparaissent alors des oscillations qui se sépareront en plusieurs pics de compression de densité. Le nombre de ces pics augmente avec la largeur de la perturbation initiale et, dans une moindre mesure, avec son amplitude. Tout au long de l'évolution, un précurseur d'ions réfléchis par la barrière de potentiel se propage devant la perturbation.

Dans un plasma d'He, une impulsion de compression de densité suit une évolution analogue. Toutefois la séparation entre les pics est moins prononcée que dans le cas de l'Ar.

L'évolution décrite précédemment est effectivement due à des effets non linéaires. En effet le front d'une onde de dépression ne se raidit pas, mais s'étale. Derrière nous n'obtenons pas des pics de compression de densité, mais un train d'oscillations. La différence entre les résultats obtenus avec une onde de compression ou de dépression est caractéristique des effets non linéaires (cf. paragraphe II.1.A).

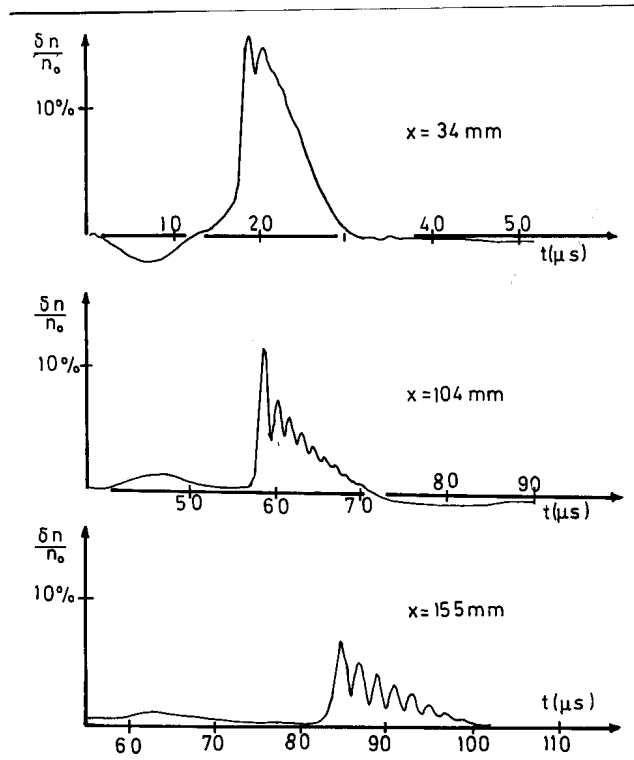


Figure VI.1

Evolution temporelle d'une impulsion de compression de grande amplitude dans un plasma d'Ar.

Les pics obtenus à partir d'une impulsion de compression non linéaire possèdent les propriétés des solitons. Comme nous n'avons pu suivre leur évolution que sur des distances de l'ordre de 10cm, leur séparation n'est jamais complète. Pour cette raison les mesures du nombre de Mach M et de la largeur D ont été effectuées seulement sur le premier pic. Le nombre de Mach M mesuré est supérieur à 1 et croît linéairement avec l'amplitude $(\delta n/n_0)$ du pic. La largeur, elle, décroît lorsque $(\delta n/n_0)$ augmente. Ces propriétés identifient donc le premier pic comme un soliton. Quant aux autres pics, ils peuvent également être identifiés comme des solitons d'après leur forme. Leur nombre dépend également des caractéristiques de la perturbation initiale en $x = 0$ {45}.

Ainsi nous avons observé dans un plasma avec $\theta = T_e/T_i = 9$ la formation de soliton à partir d'une impulsion de compression non linéaire. Cette observation vient infirmer une remarque d'Ikezi {9} qui prétendait que, pour de tel rapport de température, la barrière de potentiel réfléchissait un nombre trop important de ions et qu'il ne se formait pas de solitons dans ces circonstances. Ayant montré dans une première étape que les solitons existaient dans un plasma avec $\theta = 9$, nous pouvons maintenant étudier l'influence d'une seconde espèce d'ions sur leur existence et leurs propriétés.

La figure (VI.2) montre l'influence d'une faible concentration d'ions d'He dans un plasma d'Ar. Pour un plasma d'Ar pur ($\alpha = 0\%$), l'onde de compression se sépare en plusieurs solitons. Dès l'introduction d'une faible quantité d'ions d'He, on note deux changements importants. L'amplitude de la perturbation décroît et les solitons ont totalement disparu. Simultanément l'amplitude du précurseur d'ions réfléchis augmente considérablement grâce à la contribution des ions d'He. Soit en effet V la vitesse de la perturbation de potentiel et φ_{\max} son amplitude. Les ions de vitesse comprise entre V et $\{V - (2e\varphi_{\max}/M_i)^{1/2}\}$ seront réfléchis par la barrière de potentiel $e\varphi_{\max}$. Comme V est proche de la vitesse de phase (ω/k) et donc beaucoup plus grande que la vitesse thermique des ions d'Ar, le nombre d'ions d'Ar réfléchis est peu élevé. Par contre, comme nous l'avons vu, (ω/k) et donc V sont proches de la vitesse thermique des ions d'He. D'autre part pour des perturbations

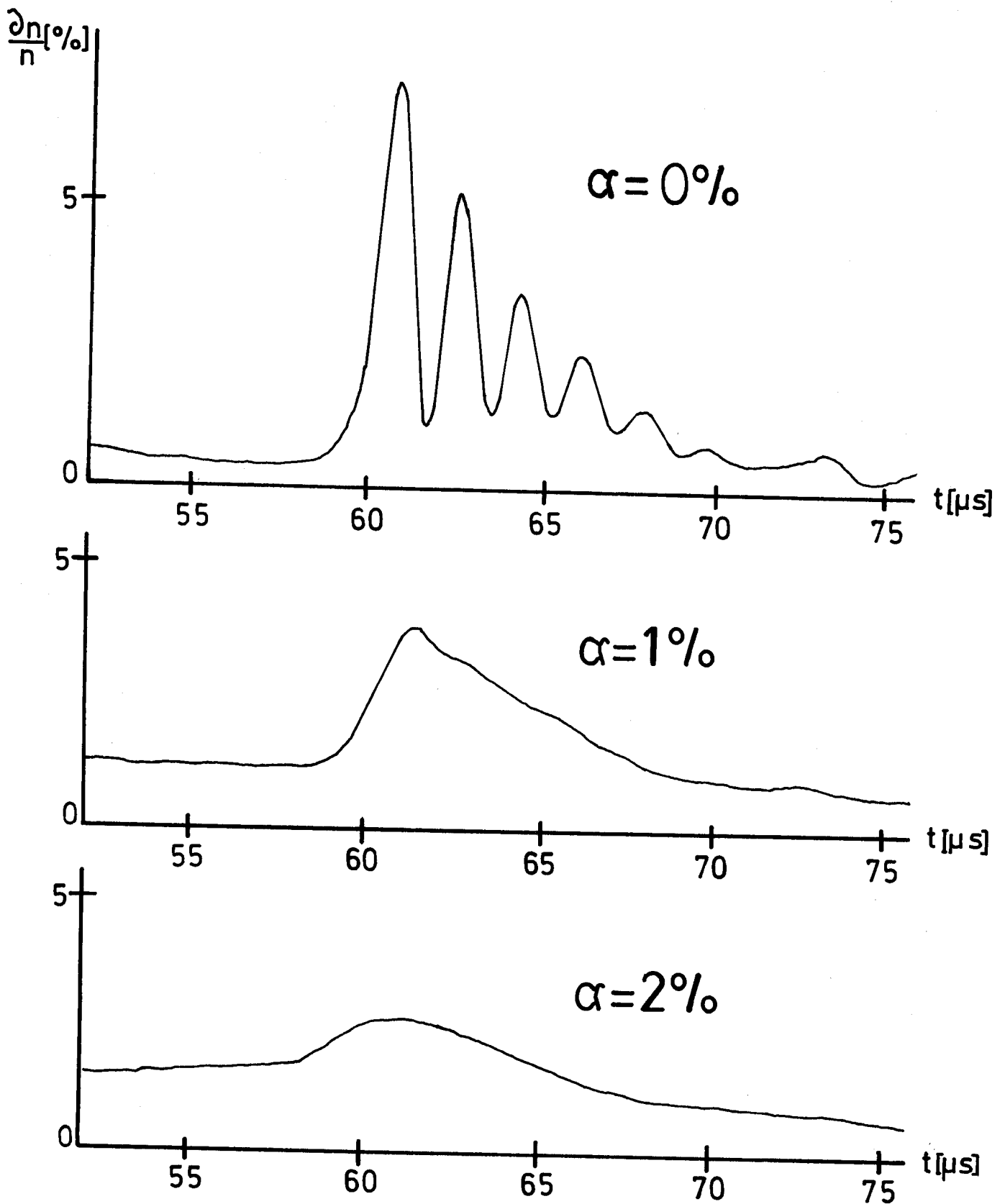


Figure VI.2

Influence d'une faible concentration d'He sur les solitons d'un plasma d'Ar.

d'amplitude $e\varphi_{\max}/T_e \leq 10\%$, l'extension du domaine de vitesse $[V, \{V - (2e\varphi_{\max}/M_i)^{1/2}\}]$ est également comparable à la vitesse thermique des ions d'He. Ces deux remarques montrent qu'en fait presque tous les ions d'He incidents sont donc réfléchis par la barrière de potentiel de la perturbation. Pour de plus haute concentration ($\alpha \approx 2\%$), la perturbation est amortie avant que le raidissement ait lieu.

L'évolution d'une onde de compression est différente dans un plasma d'Ar-He lorsque α est grand (figure VI.3). Pour $\alpha = 100\%$ (plasma d'He pur) elle donne naissance à un train de solitons. L'addition des ions d'Ar rend simplement beaucoup moins nette la séparation entre les solitons qui restent toutefois visibles jusqu'à $\alpha \sim 66\%$. On n'observe cependant que les premiers solitons dont l'amplitude est la plus grande. Les autres sont amortis à cause de l'effet Landau {43}. Pour cette raison, il n'a pas été possible de compter le nombre de solitons donné par une perturbation initiale. On note également que le précurseur d'ions réfléchis augmente. En effet la vitesse V de la perturbation diminue car la masse effective $M_{\text{eff}} = M_{\text{Ar}}/(1-\alpha+\alpha\mu)$ augmente lorsque α décroît à partir de 100%. Ainsi au fur et à mesure que l'on ajoute des ions d'Ar, la barrière de potentiel réfléchit un nombre croissant d'ions d'Ar et surtout d'He.

Au delà de $\alpha \sim 66\%$ nous n'avons plus observé de solitons. Pour de faibles valeurs de α ($\alpha \leq 50\%$) la perturbation initiale est fortement amortie par effet Landau et ne se raidit pas.

Dans nos expériences, nous n'avons pas observé de turbulence générée par le précurseur d'ions réfléchis contrairement à ce qui a été remarqué par Ikezi {9}.

En résumé, une onde de compression se propageant dans un plasma mixte d'Ar-He ne donne naissance à des solitons que pour des concentrations $\alpha = 0\%$ et $100\% \leq \alpha \leq 66\%$. Dans le domaine $1\% \leq \alpha \leq 66\%$ la présence d'une importante population d'ions réfléchis empêche la formation des solitons. L'effet Landau, qui devient important pour $2\% \leq \alpha \leq 50\%$ (cf. figure V.3), réduit l'amplitude de la perturbation avant que les effets non linéaires ne se dévelop-

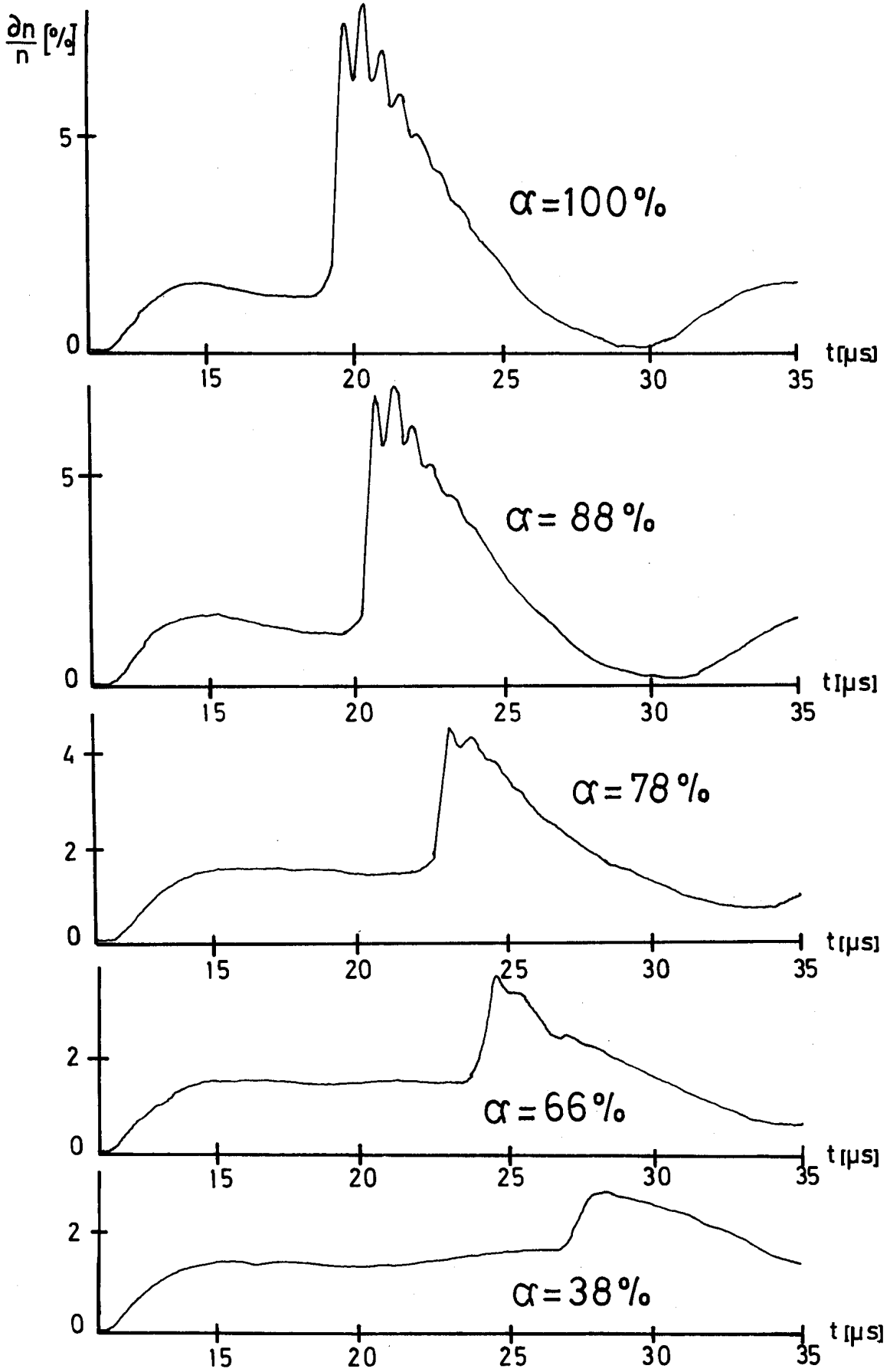


Figure VI.3

Influence des ions d'Ar sur les solitons d'un plasma d'He.

pent. C'est donc la seconde raison pour laquelle des solitons ne se forment pas dans un plasma à deux composantes lorsque α est compris entre $2\% < \alpha < 50\%$.

3) Discussion

A. Comparaison des valeurs du nombre de Mach mesuré avec celles déduites des théories fluides

Nous avons constaté qualitativement que la vitesse V des solitons augmentait et que leur largeur diminuait lorsque leur amplitude augmentait. Dans le cas d'un plasma à deux composantes les solitons obtenus à partir de l'impulsion initiale ne sont pas séparés et la mesure de la largeur est peu précise. C'est pourquoi nous nous sommes surtout attachés à la comparaison du nombre de Mach avec celui déduit des différentes théories du chapitre II.

Dans les paragraphes (II.1.B) et (II.1.C) nous avons calculé la dépendance du nombre de Mach M sur l'amplitude $(\delta n/n_0)$ des solitons pour différents α . Le nombre de Mach M est égal au rapport de la vitesse V du soliton et de la vitesse de phase (ω/k) d'une onde acoustique linéaire. Sur les figures (VI.4) à (VI.6) nous avons reporté la variation du nombre de Mach M en fonction de $(\delta n/n_0)$ pour les différentes valeurs de α où nous avons observé des solitons. Les différentes courbes en trait plein ont été déduites des différents modèles fluides du paragraphe (II.1) et correspondent respectivement à :

- courbe notée K à l'équation de K.dV avec $T_i = 0$ (éq. II.21 et II.64)
- courbe notée M à l'équation de K.dV avec $T_i \neq 0$ (éq. II.55)
- courbe notée S au modèle de Sakanaka (cf. paragraphe II.1.C)

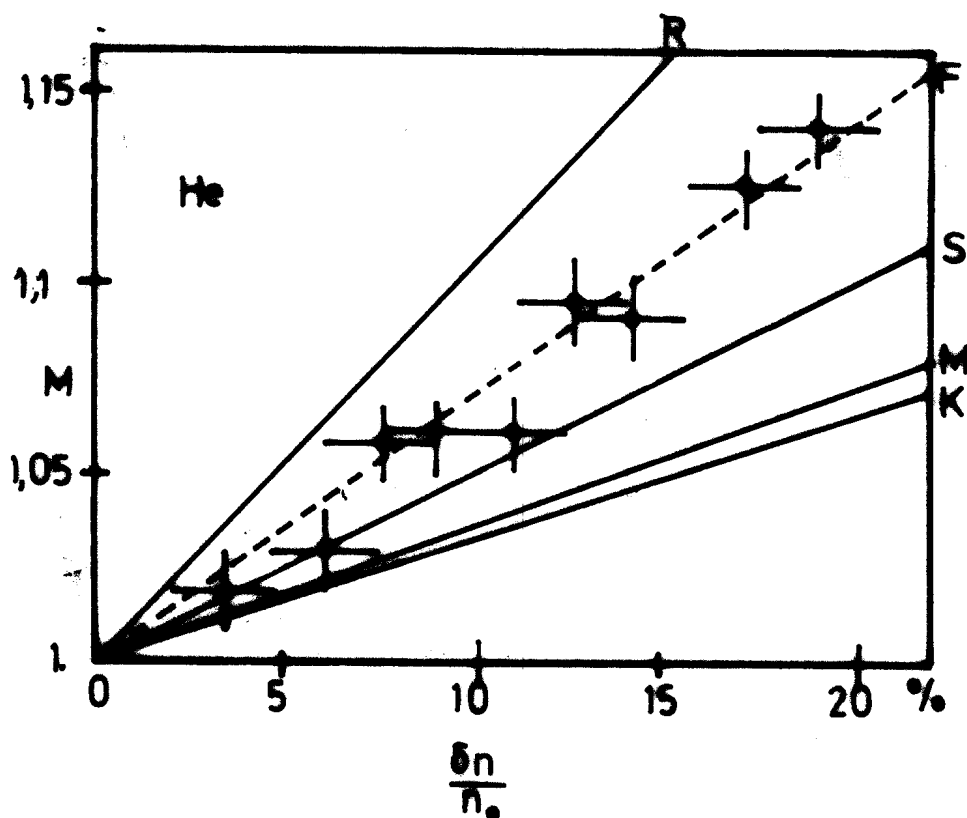
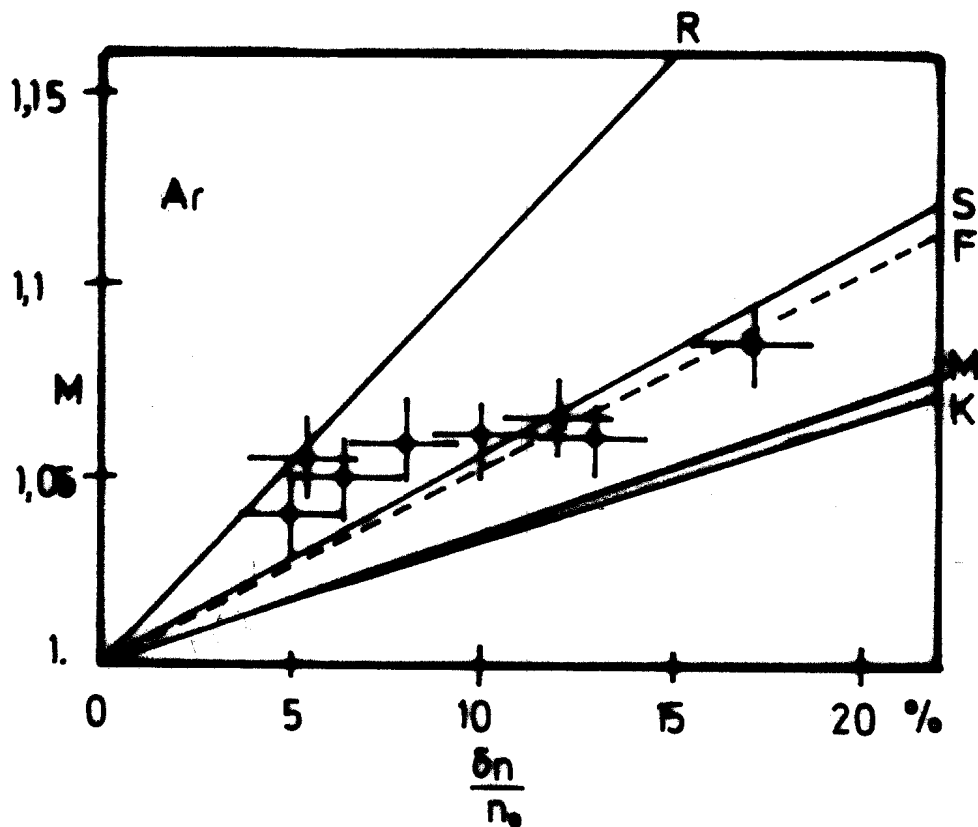


Figure VI.4

Variation du nombre de Mach M en fonction de l'amplitude $\delta n/n_0$ des solitons dans un plasma d'Ar ou d'He. Les courbes théoriques K, M, S et R ont été calculées respectivement d'après l'équation de K.dV avec $T_i = 0$, l'équation de K.dV avec $T_e/T_i = 9$, le modèle de Sakanaka ($T_e/T_i = 9$) et le modèle cinétique ($T_e/T_i = 9$). La courbe T est la régression linéaire obtenue à partir des points expérimentaux.

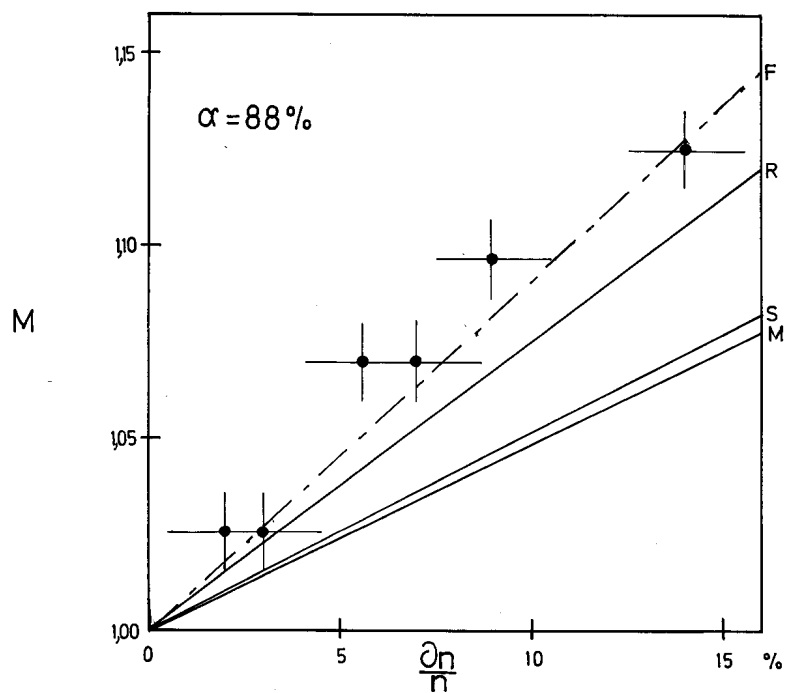
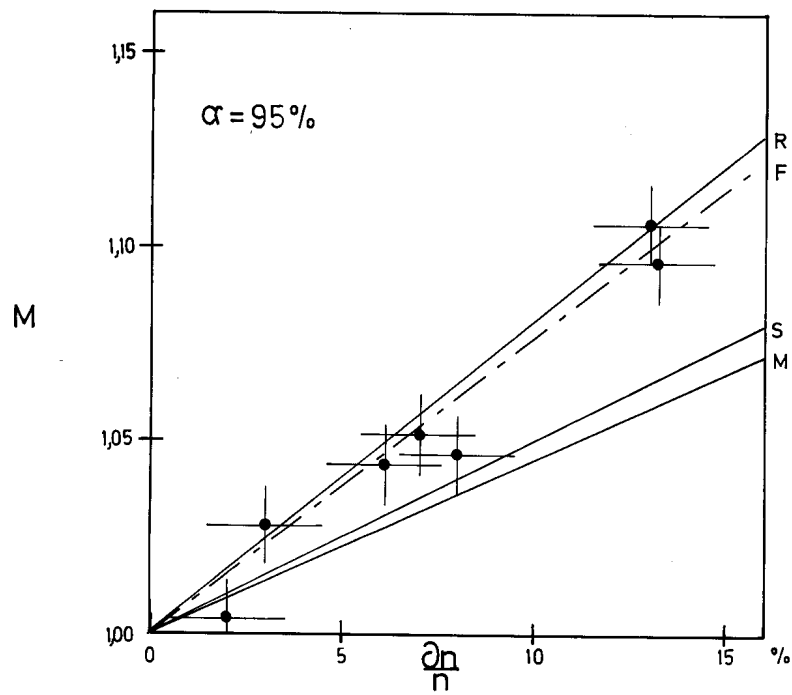


Figure IV.5

Variation du nombre de Mach M en fonction de l'amplitude $\delta n/n_0$ des solitons pour $\alpha = 95\%$ et $\alpha = 88\%$. Les notations sont identiques à celles de la figure VI.4.

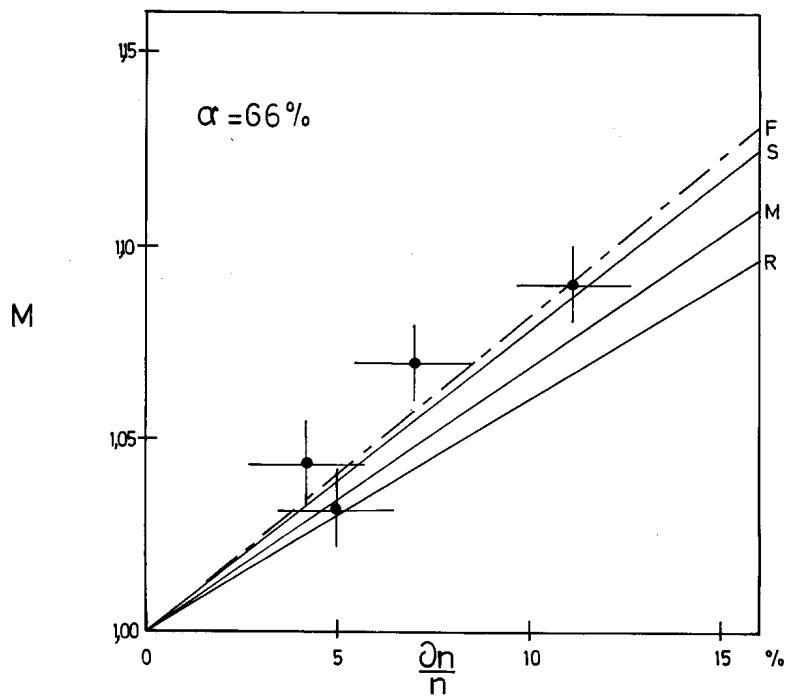
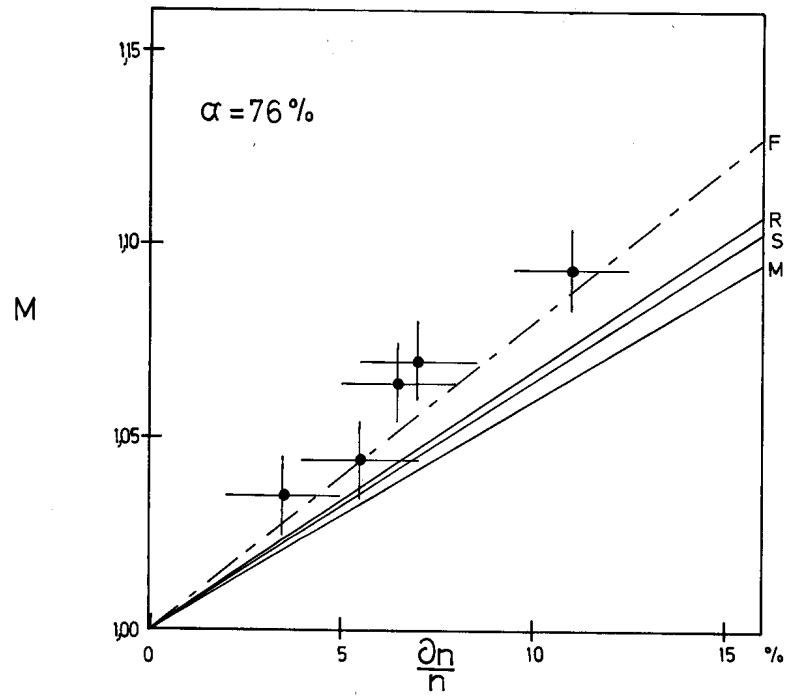


Figure VI.6

Variation du nombre de Mach M en fonction de l'amplitude $\delta n/n_0$ des solitons pour $\alpha = 76\%$ et $\alpha = 66\%$. Les notations sont identiques à celles de la figure VI.4.

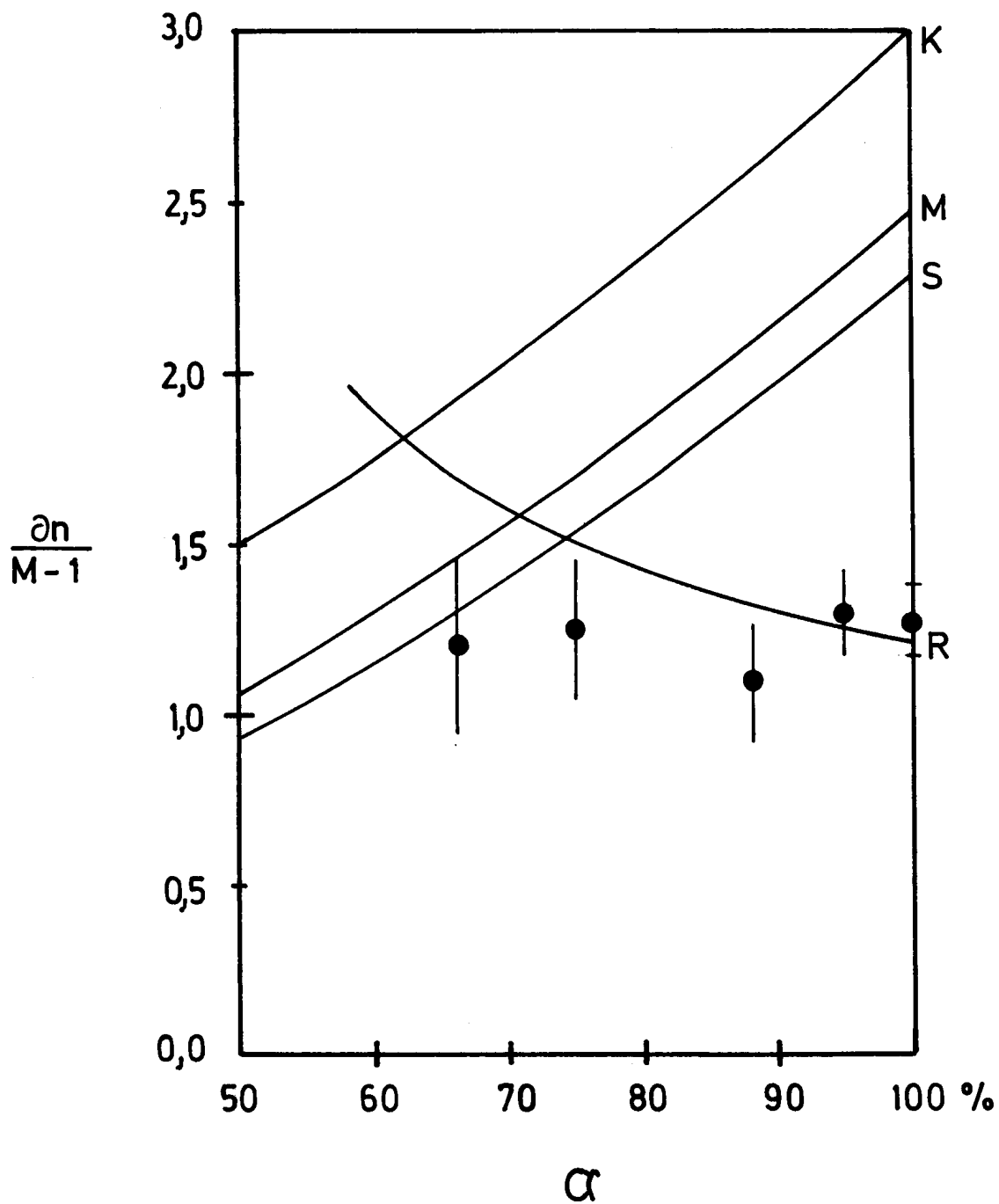


Figure VI.7

Variation de $(\delta n/n_0)/(M-1)$ en fonction de la concentration α d'ions d'He. Les notations sont identiques à celles de la figure VI.4.

La courbe R décrit les résultats théoriques du modèle cinétique développé dans le paragraphe (II.2) et sera discutée plus tard. La courbe droite notée F est obtenue à partir d'une régression linéaire des divers points expérimentaux.

On observe que les points expérimentaux des figures (VI.4) à (VI.6) sont nettement plus élevés que ceux déduits à partir des deux équations de $K \cdot dV$ ($T_i = 0$ ou $T_i \neq 0$). Un tel résultat a été également obtenu dans les mesures publiées par d'autres auteurs {5,9,44,45}. Les résultats du modèle de Sakanaka améliorent déjà la concordance théorie-expérience {44,45}. Toutefois la dépendance observée sur le nombre de Mach M pour différentes concentrations α n'est pas en accord avec celles déduites des trois modèles fluides. Comme le montre la figure (VI.7) lorsque α décroît, la quantité $(\delta n/n_0)/(M-1)$ décroît également. Les points expérimentaux montrent que cette quantité est constante. Ce désaccord nous amène à conclure que les théories fluides ne sont pas aptes à décrire la vitesse des solitons dans un plasma à deux composantes.

B. Comparaison des valeurs du nombre de Mach mesuré avec celles déduites du modèle cinétique

La non applicabilité des théories fluides n'est pas surprenante. En effet nous avons mis en évidence une augmentation importante du nombre d'ions réfléchis lorsque nous introduisons des ions d'Ar dans un plasma d'He. Une théorie, qui par nature même ne tient pas compte de la distribution de vitesse des particules, ne peut alors décrire les propriétés des solitons obtenus. La courbe notée R dans les figures (VI.4) à (VI.6) est déduite du modèle développé dans le paragraphe (II.2). Rappelons ses ingrédients :

- l'équation de Vlasov pour les ions
- une équation d'état pour les électrons tenant compte du piégeage des électrons de faible énergie dans le puits de potentiel du soliton.

Les points expérimentaux sont alors en meilleur accord avec la courbe théorique (figure VI.4 à VI.6). En particulier la théorie cinétique prévoit une légère augmentation de $(\delta n/n_0)/(M-1)$ lorsque α décroît. Ce résultat est beaucoup plus proche des mesures expérimentales.

Deux autres mesures viennent confirmer que cette théorie cinétique est bien adaptée à la description du nombre de Mach des solitons. La première consiste dans la mesure de la densité des ions réfléchis par la barrière de potentiel ϕ_{\max} du soliton. Tous les ions de vitesse comprise entre la vitesse V du soliton et $V - (2e \phi_{\max}/M_i)^{1/2}$ seront réfléchis. Leur densité n_r est alors donnée par

$$n_r = (n_{rAr} + n_{rHe}) n_0 \quad (\text{VI.1})$$

où n_{rAr} et n_{rHe} sont donnés par l'équation (II.79).

La densité d'ions réfléchis n_r augmente avec l'amplitude $(\delta n/n_0)$ et, pour une amplitude $(\delta n/n_0)$ donnée, elle augmente également lorsque α décroît comme le montrent les courbes des figures (VI.8) et (VI.10). Les résultats expérimentaux sont en accord avec ceux donnés par l'équation (II.1) (figures VI.8 à VI.10).

La deuxième mesure apporte une confirmation expérimentale de l'existence des électrons piégés dans le puits de potentiel du soliton [26]. Pour qu'une population d'électrons puisse être piégée, deux conditions doivent être remplies :

- leur énergie cinétique, dans un référentiel se mouvant avec l'onde, doit être inférieure à la profondeur du puits de potentiel $-e\phi_{\max}$
- la fréquence de piégeage ν_B doit être supérieure à la plus grande des fréquences de collision ν_c . Dans notre plasma, cette dernière est la fréquence ν_{paroi} de collision des électrons sur les parois de la machine. Pour des électrons ayant une vitesse thermique, ν_B/ν_{paroi} est égal à

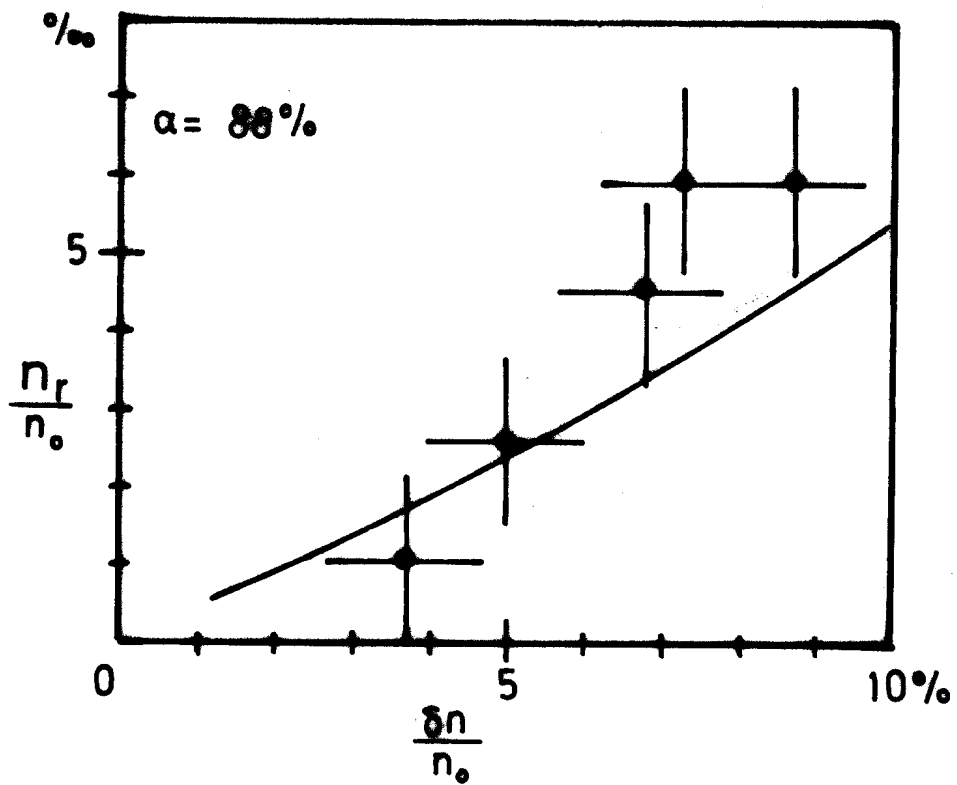
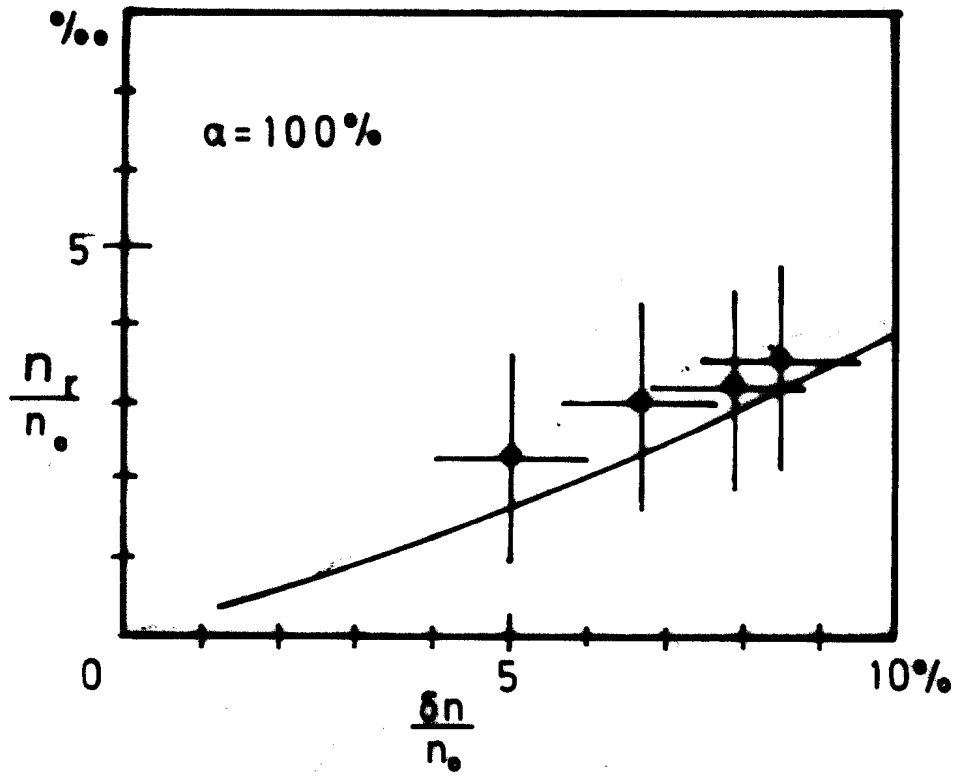


Figure VI.8

Densité d'ions réfléchis n_r/n_0 par la barrière de potentiel du soliton en fonction de l'amplitude de ce dernier. La courbe théorique est déduite de l'équation (VI.1).

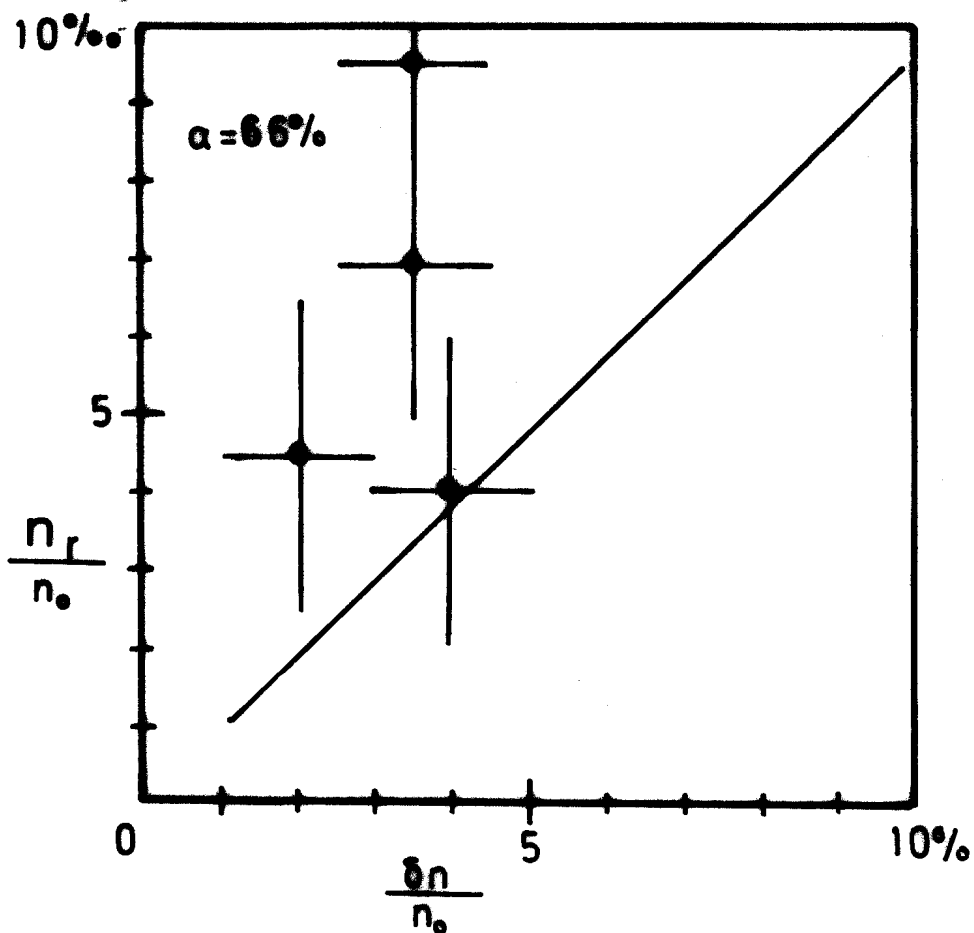
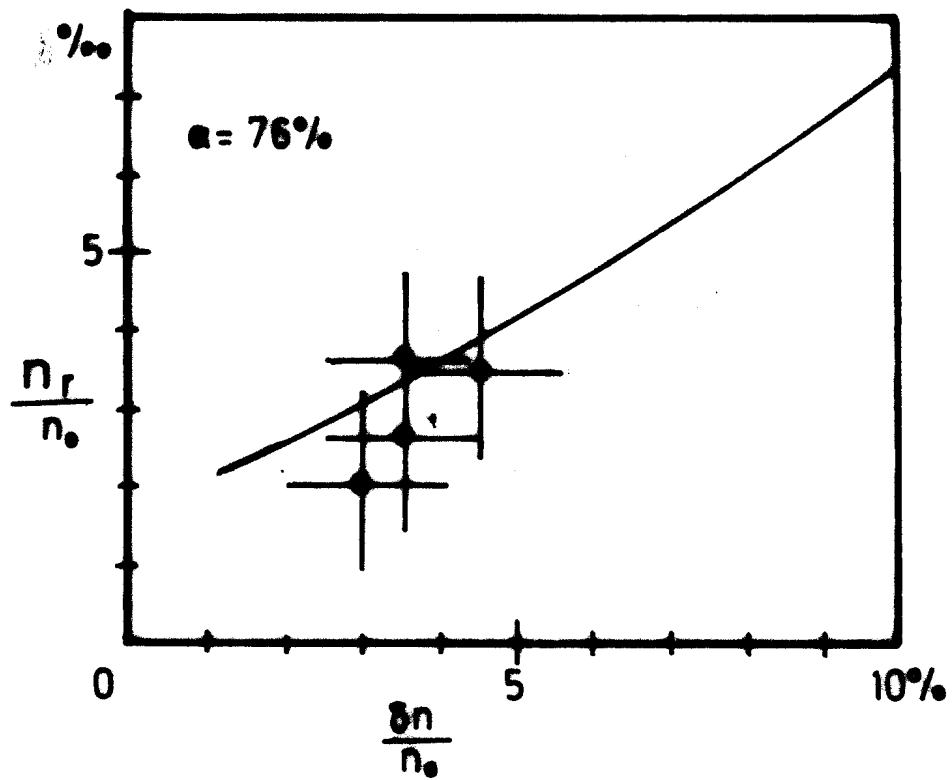


Figure IV.9

Densité d'ions réfléchis n_r/n_0 par la barrière de potentiel du soliton en fonction de l'amplitude de ce dernier. La courbe théorique est de l'équation (VI.1),

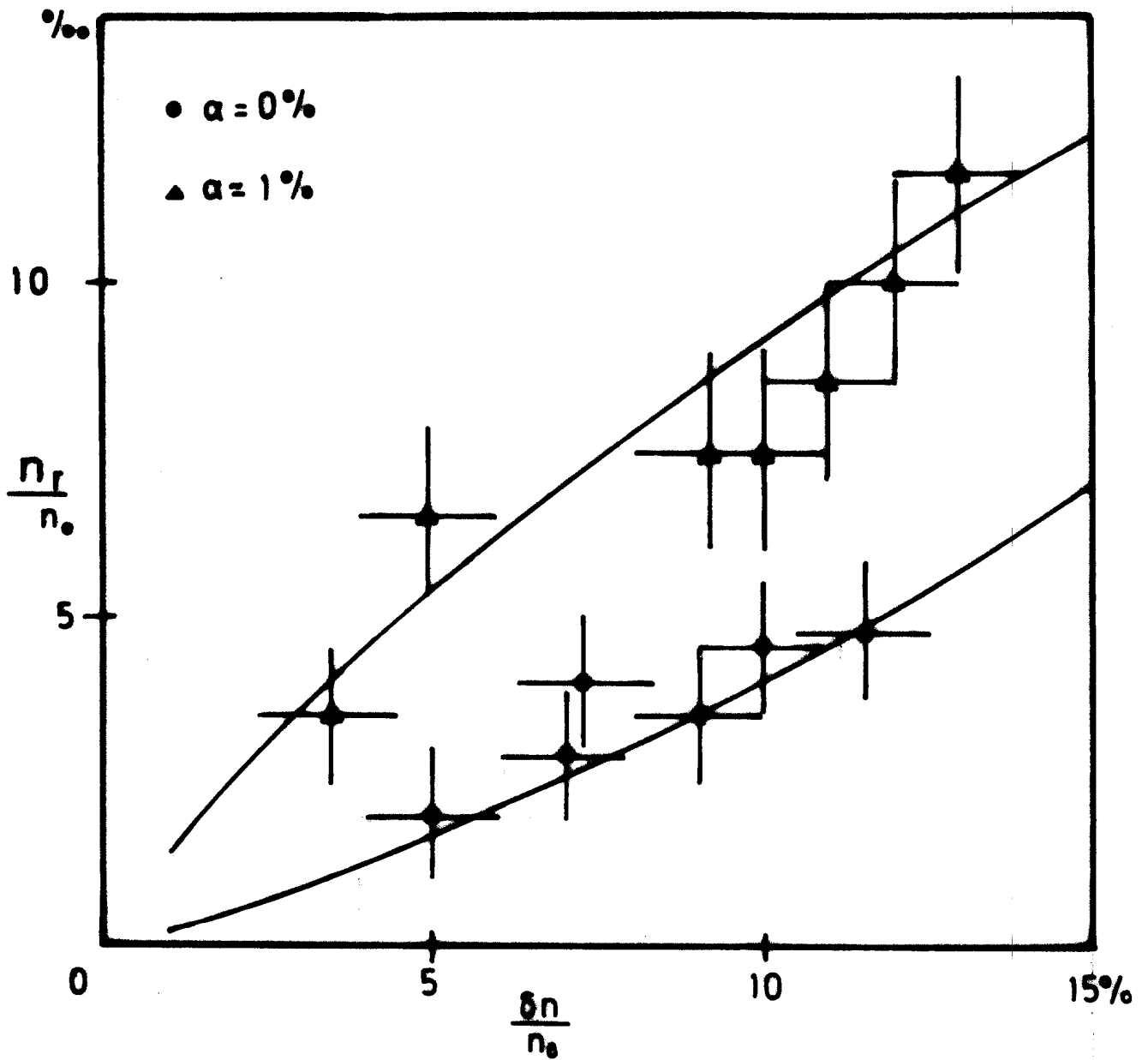


Figure VI.10

Densité d'ions réfléchis n_r/n_0 par la barrière de potentiel du soliton en fonction de l'amplitude de ce dernier. La courbe théorique est déduite de l'équation (VI.1). Bien que pour $\alpha \sim 1\%$, on n'ait pas de solitons, n_r/n_0 a été également mesuré. Les points expérimentaux montrent que dans ce cas pratiquement tous les ions d'He sont réfléchis par la barrière de potentiel.

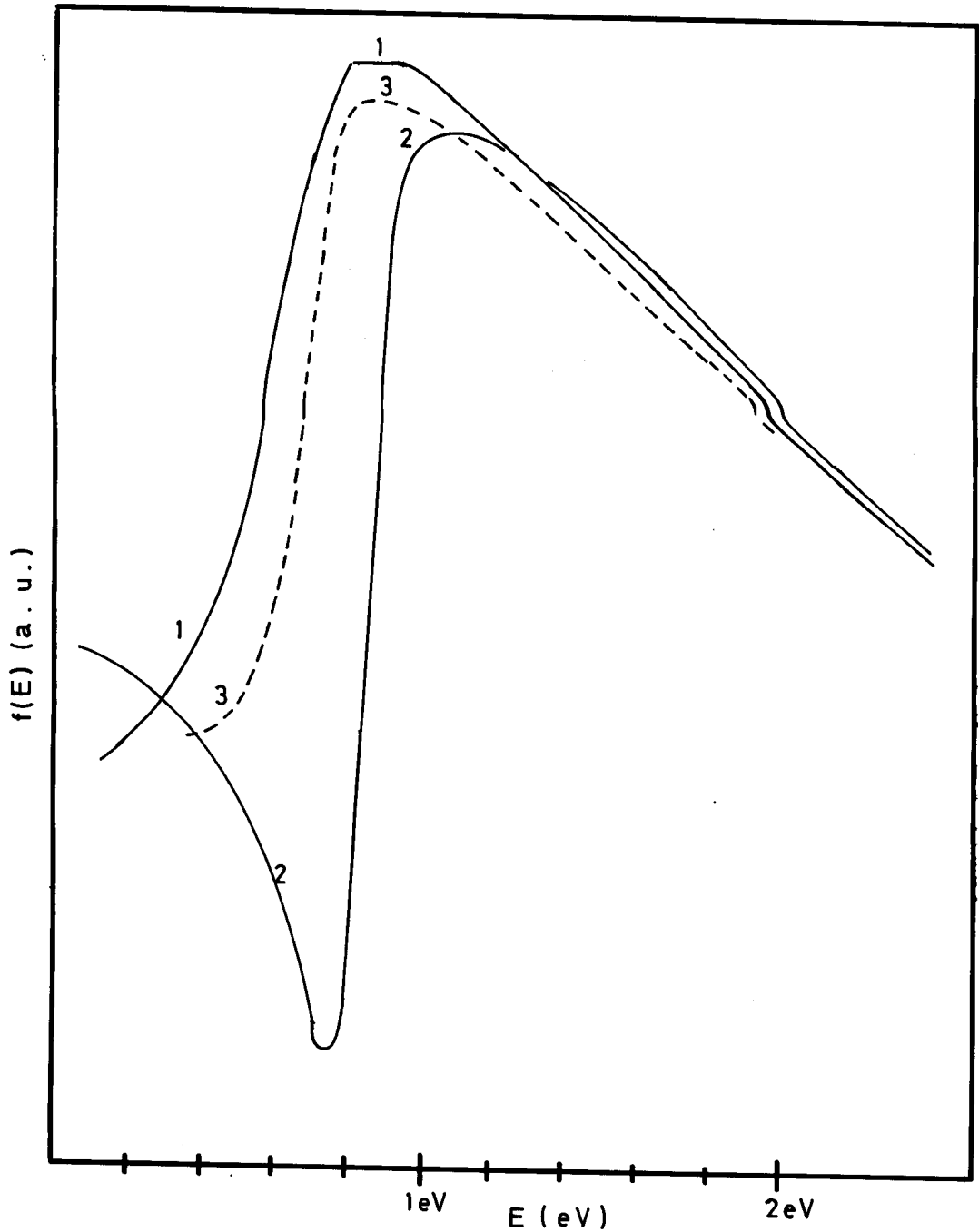
$$\nu_B / \nu_{\text{Paroi}} = (L / \lambda) (e\varphi_{\text{max}} / T_e)^{1/2} \quad (\text{VI.2})$$

où L est la largeur du plasma, λ la longueur d'onde et φ_{max} la profondeur du puits. Dans une onde acoustique de fréquence 200 kHz et d'amplitude pic à pic $2e\varphi_{\text{max}}/T_e = 20\%$, se propageant dans un plasma d'Ar, ν_B/ν_{Paroi} s'élève à 6,7.

Ainsi on voit, qu'à priori, il peut exister dans notre plasma une population d'électrons piégés. Leur présence peut être déduite des mesures de leur fonction de distribution $f(E)$ dans le puits de potentiel $f(E)$. Selon Sagdeev et Galeev [46], il se formera pour les faibles énergies E un plateau dû à cette interaction onde particule.

Nous avons donc entrepris une mesure de la fonction de distribution en énergie $f(E)$ des électrons dans le puits de potentiel d'une onde acoustique de grande amplitude ou d'un soliton se propageant dans un plasma d'Ar (cf. tableau IV.1). Le circuit de mesure a été décrit dans le paragraphe VI.2.A.

En déplaçant la fonction porte de l'intégrateur box-car utilisé dans le circuit on obtient alors la fonction de distribution en diverses phases d'une onde acoustique (figure VI.11). La courbe (1) est la fonction de distribution des électrons mesurée dans le puits de potentiel de l'onde ($\varphi > 0$) et celle numéro (2) dans la barrière de potentiel ($\varphi < 0$). Près de l'énergie 0, $f(E)$ présente un plateau lorsque l'on se trouve dans le puits de potentiel et ce plateau disparaît sur la courbe (2). A part un creux pour des valeurs du potentiel retardateur proches du potentiel de plasma, la courbe (2) a la même allure que celle mesurée dans un plasma non perturbé. La fonction de distribution ionique mesurée "dans" un soliton et "en dehors" ont la même allure que les courbes (1) et (3) de la figure (VI.11).



Fonction de distribution électronique mesurée en différents points d'une perturbation ionique acoustique de grande amplitude. L'échelle d'énergie en abscisse est obtenue en reportant l'inverse du potentiel retardateur appliqué à la sonde. L'énergie $E=0$ est donc arbitraire. La courbe a été mesurée au fond du puits de potentiel d'une onde et la courbe 2 au sommet de la barrière de potentiel. L'amplitude crête-à-crête de l'onde est de 147 V.

La largeur ΔE du plateau est liée à l'amplitude du puits de potentiel. Plus le puits est profond, plus est élevée l'énergie nécessaire pour échapper au piégeage. Sur la figure (VI.12) nous avons reporté le ΔE , non pas en fonction du potentiel φ_{\max} de l'onde du soliton, mais en fonction de l'amplitude maximale $(\delta n/n_0)$ de la perturbation de densité. $(\delta n/n_0)$ est lié à φ_{\max} par l'équation d'état (II.72)

$$\frac{\delta n}{n_0} = \left(\frac{4 e \varphi_{\max}}{\pi T_e} \right)^{1/2} + \exp \left(\frac{e \varphi_{\max}}{T_e} \right) \operatorname{erfc} \left[\left(\frac{e \varphi_{\max}}{T_e} \right)^{1/2} \right]. \quad (\text{VI.3})$$

Les points sont les résultats expérimentaux obtenus dans une onde acoustique (points ●) ou dans les solitons (Δ). Les mesures expérimentales montrent qu'effectivement ΔE croît avec l'amplitude de la perturbation en accord avec la théorie.

Les résultats expérimentaux nous permettent alors de conclure que les électrons de faible énergie sont piégés dans le puits de potentiel des perturbations acoustiques de grande amplitude. Ils mettent également un terme à une situation expérimentale confuse. En effet, Wong et collaborateurs {25} ont déjà mis en évidence la présence d'électrons piégés dans une onde acoustique instable. Cependant les mesures expérimentales de Grésillon et Galison {37} dans un plasma stable ont abouti à un résultat négatif. Cette différence est intimement liée au rapport v_B/v_{paroi} . Dans le cas de l'expérience de Wong et collaborateurs {25} il s'élève à 9 tandis que dans celui de Grésillon et Galison {37} il n'est que de 1.7: les électrons, dont l'énergie cinétique dans la direction \underline{k} de l'onde est inférieure à $e\varphi_{\max}$, quittent rapidement le puits de potentiel au cours de leur mouvement perpendiculaire à \underline{k} .

En conclusion, les modèles fluides des paragraphes (II.1.B) et (II.1.C) ne décrivent pas le nombre de Mach des solitons dans un plasma à deux composantes. En effet, la barrière de potentiel du soliton réfléchit une fraction importante des ions incidents. La description de ce phénomène ne peut être faite que grâce à l'équation de Vlasov. Nous avons aussi montré qu'une

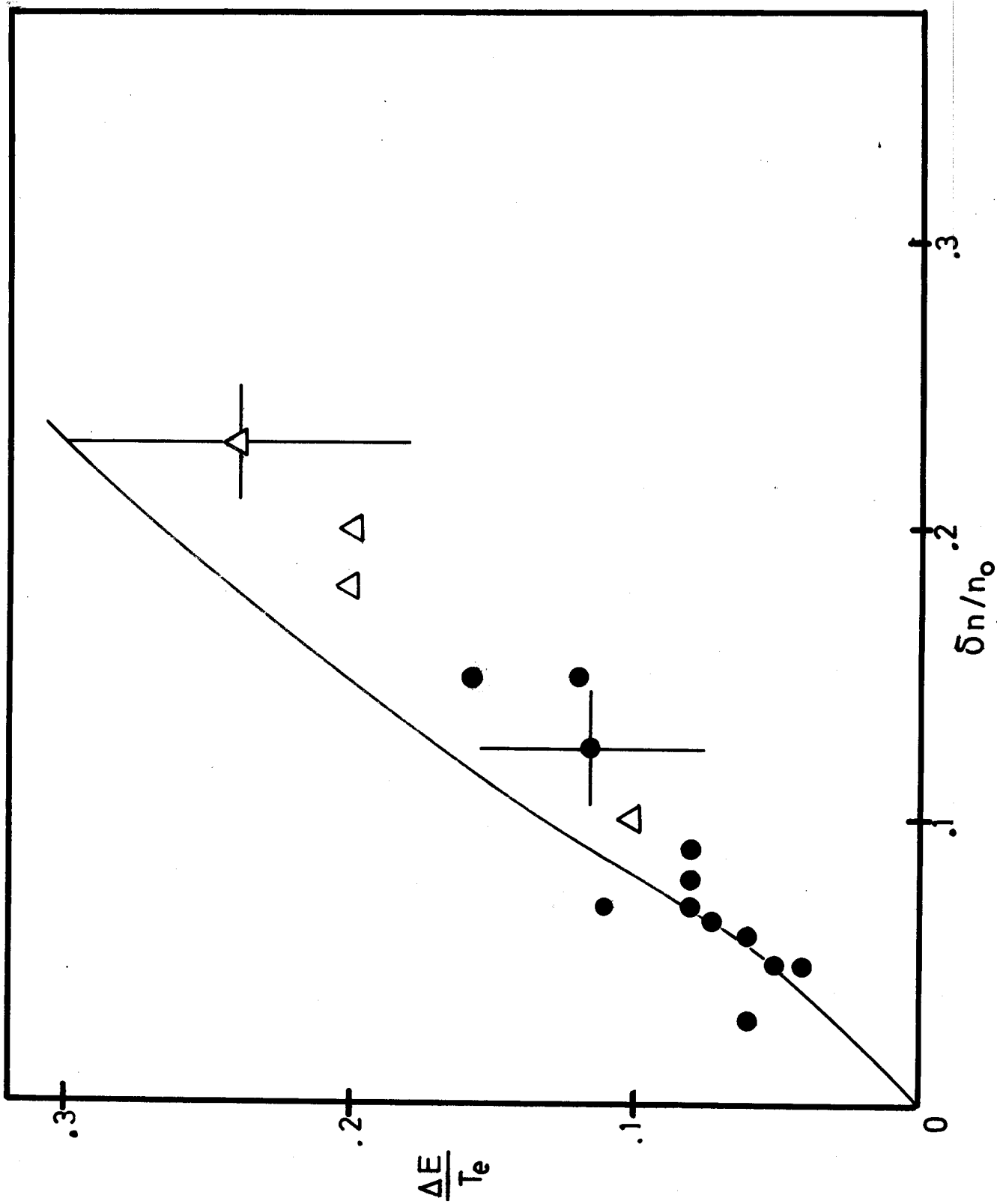


Figure VI.12

du plateau $\frac{\Delta E}{T_e}$ de la fonction de distribution $f(E)$ des électrons en fonction de l'amplitude de l'onde acoustique (O) et du soliton (Δ)

équation d'état de Boltzman pour les électrons était inadéquate. Il existe une population d'électrons piégés dans le soliton dont l'existence influence grandement la vitesse du soliton. A partir de ces deux ingrédients (équation de Vlasov pour les ions et équation d'état des électrons qui tient compte du piégeage) nous avons pu calculer la dépendance du nombre de Mach M sur l'amplitude $\delta n/n_0$ du soliton pour différents α . Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie.

CONCLUSION

Notre travail théorique et expérimental a été consacré à l'étude des propriétés des ondes acoustiques linéaires et des solitons dans un plasma d'Ar-He.

Comme le prédit la théorie, nous avons observé deux modes acoustiques dans un plasma à deux composantes. Leur vecteur d'onde k_r et leur taux d'amortissement ont été mesurés et comparés aux valeurs déduites de la relation de dispersion cinétique des ondes acoustiques : un bon accord théorie - expérience a été obtenu. Ceci nous permet de proposer une méthode de mesure de la concentration d'ions légers dans un plasma sans faire appel à la spectrométrie de masse. Il suffit en effet de mesurer le vecteur d'onde k_r et le taux d'amortissement k_i/k_r des ondes acoustiques linéaires se propageant dans le plasma. Connaissant la température électronique T_e et le rapport des masses ioniques μ , une comparaison entre les relations de dispersion expérimentale et théorique nous donnera alors une estimation du rapport de températures ionique et électronique T_i/T_e et de la concentration des ions légers α . Ce diagnostic simple peut être particulièrement utile pour des expériences d'instabilités paramétriques dans un plasma à deux composantes {13, 14,15}.

Nous avons également étudié les solitons dans un plasma d'Ar-He. Une impulsion de compression de densité ne se sépare en solitons que lorsque la concentration d'He est nulle ou supérieure à 66%. La variation du nombre de Mach expérimental en fonction de l'amplitude du soliton pour les différentes concentrations α ne peut être décrite par des modèles fluides comme l'équation de K.dV ou le modèle de Sakanaka. Deux phénomènes physiques rendent inadéquates de telles théories qui négligent

la dynamique des ions et des électrons soumis au potentiel de la perturbation. Tout d'abord un nombre important d'ions est réfléchi par la barrière de potentiel du soliton : seul un modèle cinétique peut décrire correctement ce phénomène. Nous avons d'autre part mis en évidence que les électrons de faible énergie étaient piégés dans le puits de potentiel du soliton. Ainsi l'équation d'état de Boltzman des électrons, si fréquemment utilisée, n'est pas valable et doit être remplacée par une nouvelle équation d'état qui tienne compte du piégeage. A partir de ces deux remarques nous avons construit un modèle des perturbations non linéaires stationnaires dans un plasma à deux composantes. Le nombre de Mach obtenu est alors en bon accord avec les valeurs observées.

Notre travail, en mettant en évidence l'importance de la réflexion des ions et de l'effet Landau dans la formation des solitons, montre également tout l'intérêt que présenterait l'obtention d'une équation d'évolution dérivant correctement ces deux effets. Dans la limite des faibles amortissements Landau et de petit nombre d'ions réfléchis (c'est-à-dire lorsque $\{\partial f_{oi}/\partial v\}_{v=\omega/k}$ est de l'ordre de m_e/M_i) une telle équation a été dérivée par Ott et Sudan {41}, Van Dam et Taniuti {48} et Kato et collaborateurs {49} . Malheureusement, dans un plasma d'Ar-He, la condition $\{\partial f_{oi}/\partial v\}_{v=\omega/k} \sim m_e/M_i$ est loin d'être satisfaite, la vitesse phase des ondes étant fort proche de la vitesse thermique des ions d'He. Il apparaît ainsi qu'une nouvelle approche du problème est alors nécessaire, approche dont la difficulté principale serait la description des particules résonnantes avec l'onde.

APPENDICE

Nature des "chocs non collisionnels laminaires" excités par une rampe {50}

Pour exciter des "chocs non collisionnels", Taylor et collaborateurs {4} ont utilisé des perturbations initiales $n(x=0, t) = \tilde{n}(t)$ en forme de rampe :

$$\tilde{n}(t) = n(x=0, t) : \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \tilde{\delta}_n t/t_0 & 0 < t < t_0 \\ \tilde{\delta}_n & t \geq t_0 \end{cases} \quad (A.1)$$

Le temps de montée t_0 est de l'ordre de $25 - 50 \omega_{pi}^{-1}$. Ils ont observé que derrière le front de la perturbation se formait un train oscillatoire : une telle structure ressemble à un choc non collisionnel décrit par Moiseev et Sagdeev {27}. Toutefois, comme le montrent les calculs numériques présentés dans cet appendice, cette structure ne peut être considérée comme un choc non collisionnel, mais n'est autre qu'un ensemble de solitons en évolution.

Pour décrire les perturbations non linéaires et dispersives, nous utiliserons l'équation de Korteweg-de-Vries (II.21). Rappelons que les équations fluides d'où est dérivée l'équation de K.dV, ne tiennent compte ni de la réflexion des ions par la barrière de potentiel ni des effets dissipatifs. Par conséquent, les seules solutions stationnaires de l'équation de K.dV sont des solitons et non des chocs.

Il y a deux manières d'aborder le problème physique. La première consiste à résoudre l'équation de K.dV dans le domaine $x \geq 0$ avec comme condition aux limites que la perturbation de densité est nulle à $x = +\infty$ et que sur la surface $x = 0$ elle est donnée comme fonction de t par l'équation A.1. La deuxième approche, reconnaissant le fait que la source est en fait à l'intérieur du plasma, impose un terme de source en $x = 0$ dans l'équation de K.dV.

Dans la première approche, posant

$$\begin{cases} \xi = x - t \\ \eta = x \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

on obtient l'équation de K.dV sous la forme (II.21) avec la condition que $n(\eta = 0, \xi)$ est donnée par (A.1) qui est résolue numériquement par la méthode décrite par Zabuski [51].

Dans la deuxième approche on pose

$$\begin{cases} \xi' = x - t \\ \eta' = t \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

ce qui conduit aussi à l'équation de K.dV, mais avec un terme source au second membre, soit

$$\frac{\partial n}{\partial \eta'} + n \frac{\partial n}{\partial \xi'} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 n}{\partial \xi'^3} = \tilde{n}(\eta') \delta(\xi' - \xi_0 - \eta') \quad (\text{A.4})$$

Cette équation est résolue en effectuant une transformation de Fourier en ξ' dans une boîte de dimension L . L'évolution de chaque mode est ensuite calculée numériquement en fonction de η' .

On observe que les deux approches donnent la même évolution de la perturbation dans le plasma. Un résultat typique est montré dans la figure (A.1). La perturbation initiale se raidit et des oscillations se développent sur le front. Le nombre de ces dernières augmente avec le temps t . Le minimum de la première oscillation atteint le niveau 0 à un certain instant t_0 et les propriétés de celle-ci ne varieront plus dès lors. On obtient finalement une structure oscillatoire derrière le front de la perturbation, structure dont les propriétés ne dépendent plus du temps de montée de la rampe, mais de la hauteur $\tilde{\delta n}$ seulement.

Nous avons reporté sur la figure (A.2) la dépendance du nombre de Mach M et la largeur D (mesurée à 0.42 fois l'amplitude maximale) de la première oscillation. On observe un excellent accord avec les propriétés bien connues des solitons (cf. paragraphe II.1.A) :

$$M - 1 = \delta n / 3 \quad (A.5)$$

$$D = (6 / \delta n)^{1/2} \quad (A.6)$$

Une même dépendance est observée pour la seconde oscillation lorsque η ou η' est suffisamment grand. Chaque oscillation est donc un soliton et la structure oscillatoire n'est autre qu'un ensemble de solitons.

Un autre résultat caractéristique est la dépendance de l'amplitude $\tilde{\delta n}$ du soliton sur la hauteur δn de la rampe (figure A.3) :

$$\tilde{\delta n} = 2 \delta n \quad (A.7)$$

En cherchant les solutions asymptotiques de l'équation de K.dV avec une condition initiale en forme de saut unité, Gurevich et Pitaevski {52} ont obtenu la même dépendance.

Le résultat est caractéristique de l'excitation en rampe (A.1). En effet, Taylor {31}, Means et collaborateurs {28}, Whitham {53} ont montré que dans un choc dû à une dissipation, les oscillations derrière le front de choc

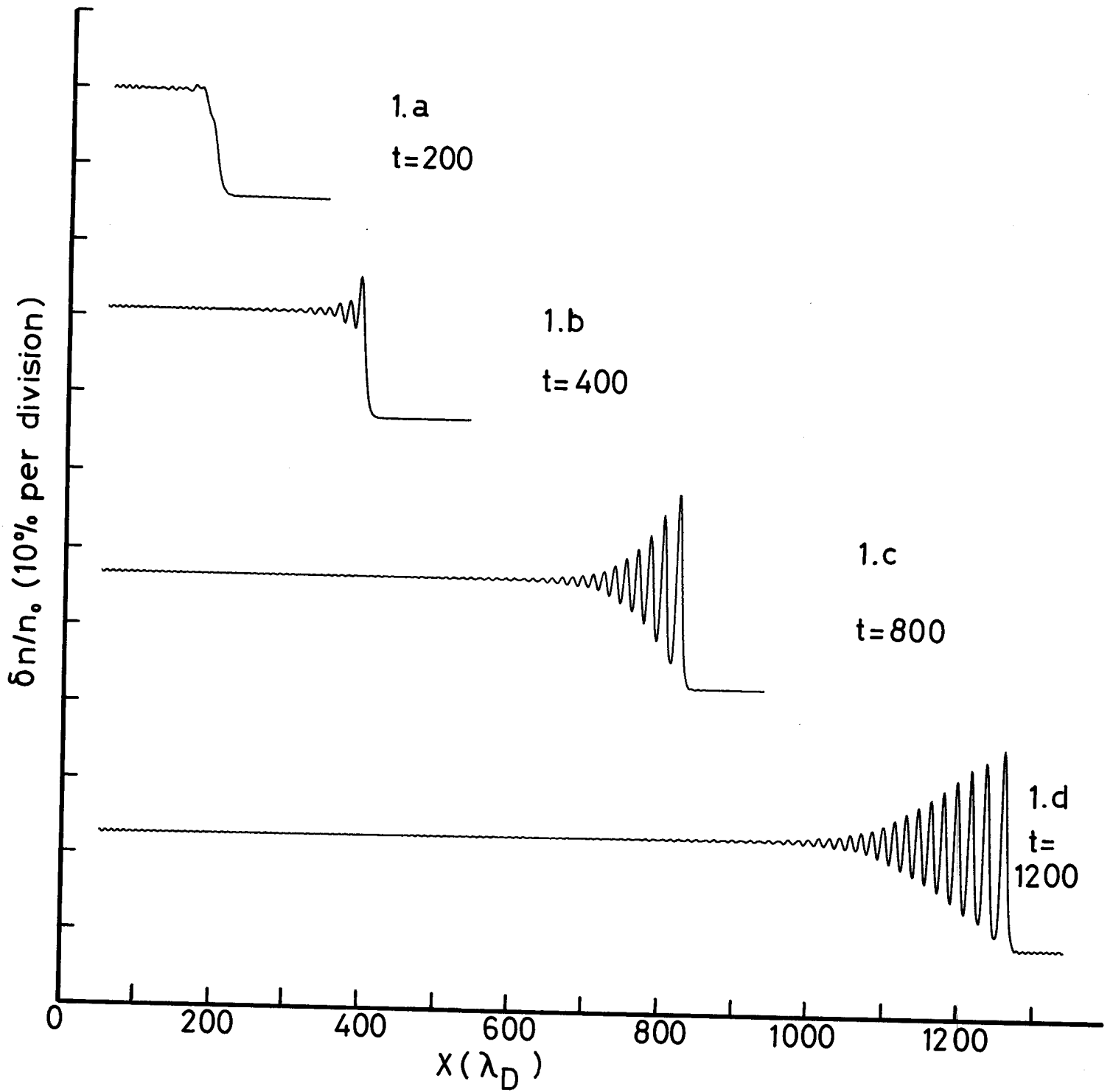


Figure A.1

Evolution spatiale d'une perturbation en forme de rampe à différents instants t .

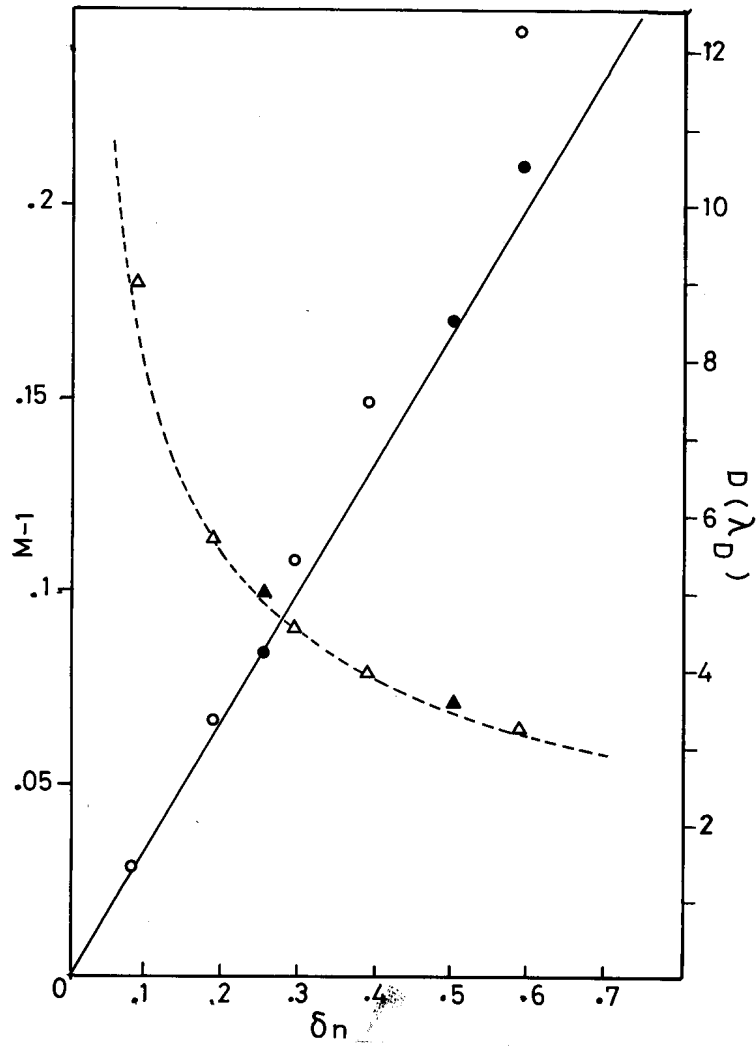


Figure A.2

Dépendance du nombre de Mach M (O,●) et de la largeur D (Δ ,▲) du premier soliton en fonction de son amplitude $\delta n/n_0$. Les points (O,Δ) ont été obtenus à partir de la résolution numérique de l'équation de K.dV par la méthode numérique de Zabusky et ceux (●,▲) par la méthode de la transformée de Fourier.

s'amortissent à un niveau qui dépend du phénomène dissipatif et non de la perturbation initiale.

La relation (A.7) a été vérifiée expérimentalement dans notre machine (D.P.). Un signal $S(t)$ en forme de rampe (A.1) est appliqué au plasma source créant dans le plasma cible une compression de densité $n(x=0,t) = \delta \tilde{n}(t)$, (équation A.1). Pour de faibles perturbations ($\delta n < 20\%$), le nombre d'ions réfléchis est faible et aucune turbulence n'est générée devant la perturbation. L'évolution de cette dernière a été décrite par Taylor et collaborateurs { 4 } et est analogue à celle obtenue numériquement. L'amplitude δn de la première oscillation est bien égale au double du niveau atteint derrière les oscillations comme le montrent les résultats expérimentaux reportés sur la figure (A.3). Cet accord théorie-expérience confirme que les "chocs non collisionnels et linéaires" observés par Taylor et collaborateurs { 4 } sont en fait un ensemble de solitons. La forme de la perturbation obtenue est une conséquence de la condition initiale $n(x=0,t)$. Cette remarque a été déjà faite par White et collaborateurs {54} dans une étude analogue à celle présentée dans cet appendice. Toutefois, ces auteurs n'ont pas suivi l'évolution de la perturbation durant un temps assez long pour pouvoir tirer des conclusions sur la nature des oscillations obtenues numériquement.

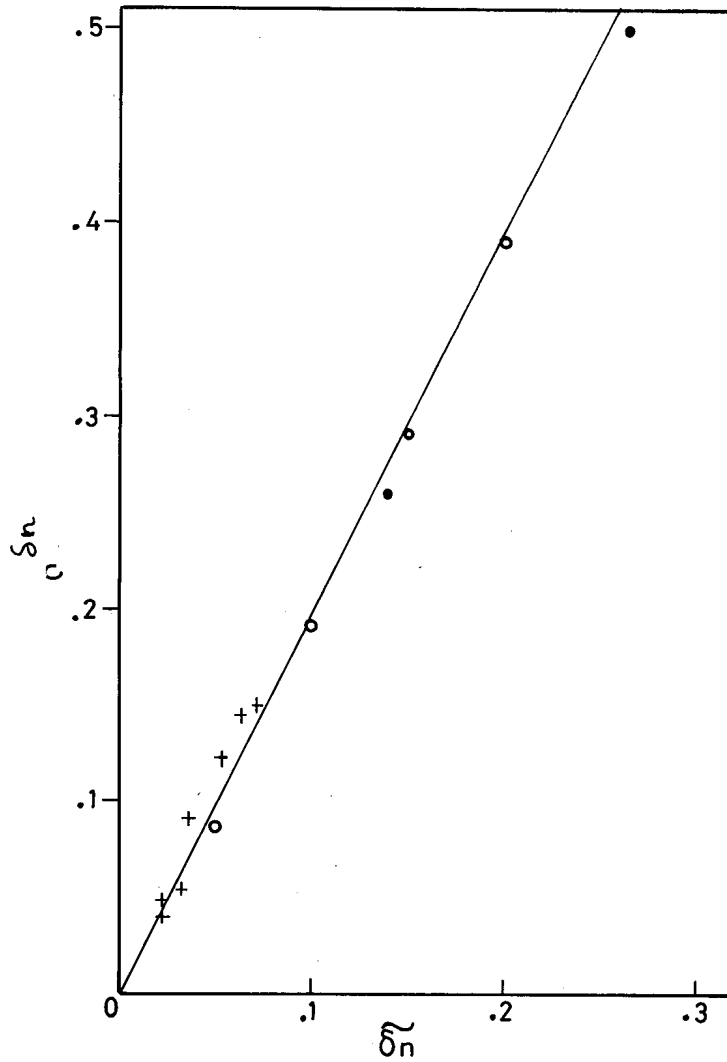


Figure A.3

Dépendance de l'amplitude δ_n du premier soliton en fonction de l'amplitude δ_n de la rampe. Les croix + représentent les résultats expérimentaux et les points (o) ceux obtenus à partir de la résolution numérique de l'équation de K.dV par la méthode de Zabusky et des transformées de Fourier.

REFERENCES

- {1} B.D. Fried, R.W. Gould, Phys.Fluids 4, 138 (1961)
- {2} A.Y. Wong, R.M. Motley, N. D'Angelo, Phys.Rev.A 133, 436 (1964)
- {3} R.J. Taylor, K.R. McKenzie, H. Ikezi, Rev.Sci.Instrum. 43, 1675 (1972)
- {4} R.J. Taylor, D.R. Baker, H. Ikezi, Phys.Rev.Lett. 24, 206 (1970)
- {5} H. Ikezi, R.J. Taylor, D.R. Baker, Phys.Rev.Lett. 25, 11 (1970)
- {6} H. Ikezi, Y. Kiwamoto, K. Nishikawa, K. Mima, Phys.Fluids 15, 1605 (1972)
- {7} A. Hirose, I. Alexeff, W.D. Jones, Phys.Fluids 13, 1290 (1970)
- {8} A. Stenzel, A.Y. Wong, Phys.Rev.Lett. 28, 274 (1972)
- {9} H. Ikezi, Phys.Fluids 16, 1668 (1973)
- {10} A.Y. Wong, R.W. Means, Phys.Rev.Lett. 27, 973 (1971)
- {11} B.D. Fried, R.B. White, Th. M. Samec, Phys.Fluids 14, 2388 (1971)
- {12} R.B. White, B.D. Fried, F. V. Coroniti, Phys.Fluids 15, 1484 (1972)
- {13} P.K. Kaw, Y.C. Lee, Phys.Fluids 16, 155 (1973)
- {14} E. Ott, J.B. McBride, J.H. Orens, Phys.Fluids 16, 270 (1973)

- {15} K.D. Harms, G. Hasselberg, A. Rogester, Nucl.Fusion 15, 657 (1974)
- {16} P.H. Sakanaka, Phys.Fluids 15, 304 (1972)
- {17} H. Washimi, T. Taniuti, Phys.Rev.Lett. 17, 996 (1966)
- {18} C.S. Gardner, S.M. Greene, M.D. Kruskal, R.M. Miura,
Phys.Rev.Lett. 19, 1095 (1967)
- {19} H. Ikezi, Phys.Fluids 16, 1668 (1973)
- {20} M.Q. Tran, P.J. Hirt, Plasma Phys. 16, 617 (1974)
- {21} M.Q. Tran, Plasma Phys. 16, 1167 (1974)
- {22} T. Taniuti, Ch.Ch. Wei, J.Phys.Soc.Jap. 24, 941 (1968)
- {23} M.Q. Tran, M. Bitter, P.J. Hirt, Plasma Phys. 16, 1198 (1974)
- {24} D.W. Forslund, C.R. Shonk, Phys.Rev.Lett. 25, 1699 (1970)
- {25} A.Y. Wong, B.H. Quon, B.H. Ripin, Phys.Rev.Lett. 30, 1299 (1973)
- {26} M.Q. Tran, R.W. Means, Phys.Letters 59A, 128 (1976)
- {27} S.S. Moiseev, R.Z. Sagdeev, J.Nucl.Energy C5, 43 (1963)
- {28} R.W. Means, F.V. Coroniti, A.Y. Wong, R.B. White
Phys.Fluids 16, 2304 (1973)
- {29} E.S. Weibel, M.Q. Tran, Phys.Fluids 19, 1375 (1976)

- {30} R.J. Taylor, D.R. Baker, H. Ikezi, Phys.Rev.Lett. 24, 206 (1970)
- {31} R.J. Taylor, Rapport de UCLA R-70 (1970)
- {32} R.J. Taylor, K.R. McKenzie, H. Ikezi, Rev.Sci.Instrum. 43, 1675 (1972)
- {33} R. Limpaecher, K.R. McKenzie, Rev.Sci.Instrum. 44, 726 (1973)
- {34} P.J. Hirt, M.Q. Tran, HPA 47, 473 (1974)
- {35} J.M. Buzzi, J. Snow, J.L. Hirshfield, Phys.Lett. A54, 344 (1975)
- {36} K.N. Leung, G.R. Taylor, J.M. Barrick, S.L. Paul, R.E. Kribel
Phys.Lett. A57, 145 (1976)
- {37} D. Grésillon, P.L. Galison, Phys.Fluids 16, 2180 (1973)
- {38} J.L. Hirshfield, J.H. Jacob, D.E. Baldwin, Phys.Fluids 14, 615 (1971)
- {39} M.Q. Tran, S. Coquerand
Conférence présentée au "Second Congrès International sur les
Ondes et Instabilités dans un Plasma" à Innsbruck, 1975
voir également : M.Q. Tran, S. Coquerand, HPA 48, 488 (1975)
- {40} M.Q. Tran, S. Coquerand, Phys.Rev. A14, 2301 (1976)
- {41} M. Nakamura, M. Ito, Y. Nakamura, T. Itoh
Conférence présentée au "Second Congrès International sur les
Ondes et Instabilités dans un Plasma" à Innsbruck, 1975
voir également :
M. Nakamura, M. Ito, Y. Nakamura, T. Itoh, Phys.Fluids 18, 651 (1975)

- {42} Y. Nakamura, M. Nakamura, T. Itoh, Phys.Rev.Lett. 37 209 (1976)
- {43} N. Hershkowitz, T. Romesser, D. Montgomery,
Phys.Rev.Lett. 29, 1586 (1972)
- {44} S. Watanabe, J.Plasma Phys. 14, 353 (1975)
- {45} Ch. Hollenstein, M.Q. Tran, H.P.A., 49, 547 (1976)
- {46} R.Z. Sagdeev, A.A. Galeev, dans "Non-Linear Plasma Theory"
édité par T.M. O'Neil et D.L. Book (Bergamon N.Y., 1969)
- {47} E. Ott, R.N. Sudan, Phys.Fluids 12, 2388 (1969)
- {48} J.W. van Dam, T. Taniuti, J.Phys.Soc.Japan 35, 897 (1973)
- {49} Y. Kato, M. Tajiri, T. Taniuti, Phys.Fluids 15, 865 (1972)
- {50} M.Q. Tran, K. Appert, Ch. Hollenstein, R.W. Means, J. Vaclavik
Plasma Phys. 10, 381 (1977)
- {51} N.J. Zabusky, Phys.Rev. 168, 124 (1968)
- {52} A.V. Gurevich, L.P. Pitaevski, Sov.Phys.JETP 38, 1298 (1974)
- {53} G.B. Whitham, Linear and Non Linear Waves, p. 484
- {54} R.B. White, B.D. Fried, F.V. Coroniti, Phys.Fluids 17, 211 (1974)

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur E.S. Weibel. Tout au long de ce travail il m'a continuellement soutenu et participé activement à son avancement.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur F. Troyon, qui a bien voulu présider le jury. Sa lecture critique du manuscrit a grandement amélioré sa forme.

De nombreuses personnes ont également contribué à l'avancement de mon travail. Le Dr. P.J. Hirt m'a initié à la recherche. Mes collègues S. Coquerand, les Docteurs M. Bitter, Ch. Hollenstein et R.W. Means ont partagé à mes moments de joie et de découragement. Les Docteurs K. Appert et J. Vaclavik m'ont à maintes reprises éclairci des points théoriques délicats. Je tiens ici à leur exprimer ma joie d'avoir collaboré avec eux et les remercie sincèrement.

Monsieur J.P. Perotti et R. Gribi ont réalisé de nombreuses boîtes noires qui m'ont facilité les mesures. Monsieur H. Ripper et son équipe se sont chargés de ces mille et un travaux qui m'ont permis de bénéficier en tout temps d'une machine et d'un équipement en parfait état de fonctionnement. Le bureau de construction et l'atelier de mécanique ont été également mis à contribution. J'exprime ici mon admiration devant leur réalisations et les en remercie.

Mademoiselle B. Schwab a patiemment déchiffré la centaine de pierres de Rosette qui constituaient le manuscrit de la thèse et les a dactylographiés. Qu'elle en soit remerciée.

CURRICULUM VITAE

Né le 30 mai 1951 à Saigon (Viet-Nam), je fis mes études secondaires au Lycée Jean-Jacques Rousseau. J'obtins en 1968 le baccalauréat C de l'enseignement secondaire avec la mention très bien. La même année je m'inscrivis à la Section de Physique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPF-L). Depuis l'obtention du titre d'Ingénieur Physicien en 1973, je travaille au Centre de Recherches en Physique des Plasmas de l'EPF-L comme assistant scientifique.

TABLE DES MATIERES

	page
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE I</u> : Relation de dispersion des ondes linéaires	
1) Théorie cinétique des ondes acoustiques linéaires dans un plasma d'Ar-He	4
2) Théorie fluide des ondes acoustiques dans un plasma à deux composantes	16
<u>CHAPITRE II</u> : Propriétés des solitons dans un plasma d'Argon et d'Hélium	
1) Théorie fluide des solitons acoustiques dans un plasma d'Ar-He	19
2) Description cinétique d'une perturbation stationnaire dans un plasma d'Ar-He	38
<u>CHAPITRE III</u> : Modèle d'excitation d'une onde acoustique linéaire par le mécanisme de Double Plasma	
1) Modèle de l'excitation des ondes acoustiques par le mécanisme du Double Plasma dans un plasma à une composante	45
2) Application aux calculs des modes de l'Ar et de l'He excités dans un plasma d'Ar-He	61
<u>CHAPITRE IV</u> : Dispositif et méthodes expérimentales	
1) Le dispositif expérimental	66
2) Méthodes expérimentales	74

<u>CHAPITRE V</u>	: Etude expérimentale des ondes acoustiques dans un plasma d'Argon et d'Hélium	
1)	Conditions et méthodes expérimentales	83
2)	Résultats expérimentaux	84
3)	Discussion	86
<u>CHAPITRE VI</u>	: Etude expérimentale des solitons dans un plasma d'Argon et d'Hélium	
1)	Conditions et méthodes expérimentales	92
2)	Résultats expérimentaux	93
3)	Discussion	99
<u>CONCLUSIONS</u>		114
<u>APPENDICE</u>	: Nature des "chocs non collisionnels laminaires" excités par une rampe	116
<u>REFERENCES</u>		122
<u>REMERCIEMENTS</u>		127
<u>CURRICULUM VITAE</u>		128
<u>TABLE DES MATIERES</u>		129