

**Modélisation spatiale de l'habitat
d'espèces végétales**

**Apports du modèle numérique
d'altitude à très haute résolution**

**Travail pratique de diplôme
d'ingénieur en Sciences et Ingénierie de l'Environnement**

Diplômant : Thierry Lassueur

**Encadrement : Régis Caloz, LASIG
Stéphane Joost, LASIG**

Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne Février 2004

TABLE DES MATIERES

Résumé.....	3
Introduction	4
1 Objectifs	5
2 Nature de l'information Laser.....	6
2.1.1 Principe d'acquisition et précision de la mesure.....	6
2.1.2 Particularité du signal.....	6
3 Données.....	7
3.1 Données Laser.....	7
3.1.1 Origine des données.....	7
3.1.2 Jeu de donnée transmis pour l'étude.....	7
3.1.3 Aperçu de la qualité du jeu de données	7
3.2 Données Modiplant.....	7
3.2.1 Cadre géographique et temporel.....	7
3.2.2 Méthode d'échantillonnage Modiplant	9
3.2.3 Jeu de données transmis pour l'étude	9
3.2.4 Dimension et positionnement des relevés.....	9
3.2.5 Espèces végétales.....	9
4 Méthodologie.....	10
4.1 Variables topographiques : signification, méthode de calcul	10
4.1.1 Importance des variables sur le plan écologique	10
4.1.2 Echelle et variables topographiques	10
4.1.3 Calcul des variables topographiques : méthode de Zevenbergen et Thorne	10
4.1.4 Unités.....	11
4.1.5 Nature des variables	11
4.2 Traitements : objectifs.....	12
4.3 Analyse de sensibilité : Principes	13
4.3.1 Terrain du Vallon de Nant.....	13
4.3.2 Terrains virtuels	14
4.3.3 Appellation des terrains	15
4.4 Analyse de sensibilité : Paramètres investigués	15
4.4.1 Résolution.....	15
4.4.2 Méthodes d'interpolation	16
4.4.3 Filtres spatiaux	17
4.4.4 Filtres fréquentiels : décomposition en ondelettes.....	17
4.5 Analyse de Sensibilité : Résultats	18
4.5.1 Erreurs.....	18
4.5.2 Coupes transversales.....	20
4.5.3 Ombrages dans le logiciel Erdas : terrains Campagne et Nant.....	23
4.5.4 Comparaison des méthodes sur la base de calculs d'exposition	24
4.5.5 Paramètres pente, orientation, courbure : terrains Campagne et Nant.....	26
4.6 Traitements II : Choix basés sur les résultats de l'analyse de sensibilité	28
4.6.1 Choix de la résolution.....	28
4.6.2 Méthode d'interpolation et de filtrage.....	28
4.6.3 Choix des tailles de fenêtre	29
4.6.4 Analyse de la qualité des points bruts autour des relevés	29
4.6.5 Calcul des paramètres	29
4.7 Régression logistique	31
4.7.1 Principe de la régression logistique.....	31
4.7.2 Estimation des paramètres.....	32
4.7.3 Modèles : principes.....	32
4.7.4 Types de modèles	33
4.7.5 Modèles retenus : arguments	33
4.7.6 Modèles retenus : expression mathématique.....	35
4.7.7 Mesure de la pertinence des coefficients	36

4.7.8	Mesure de la qualité globale du modèle (<i>goodness-of-fit</i>).....	36
4.7.9	Cas aléatoire.....	38
4.7.10	Niveau de confiance.....	38
4.7.11	Indépendance des variables	38
5	Résultats.....	39
5.1	Indépendance des variables.....	39
5.1.1	Distribution	39
5.1.2	Corrélation entre variables à signification topographique différente.....	40
5.1.3	Validation.....	40
5.1.4	Corrélation entre variables à même signification topographique	41
5.2	Régressions Logistiques	42
5.2.1	Pente.....	42
5.2.2	Exposition	44
5.2.3	Courbures horizontale et verticale.....	46
5.2.4	Cas aléatoire.....	46
5.3	Mesure de la qualité globale des modèles.....	47
5.3.1	Test D.....	47
5.3.2	Statistique \hat{C} de Hosmer et Lemeshow	47
	Conclusion.....	49
	Bibliographie	51

RÉSUMÉ

Le domaine de l'acquisition de données altimétriques a fait un bond spectaculaire avec l'avènement de la technologie laser. Cette dernière permet la création de modèles numériques d'altitude (MNA) à très haute résolution, qui décrivent très en détail le relief du terrain. En écologie végétale, discipline qui s'intéresse aux relations entre plante et environnement, il est pressenti que le MNA laser pourra conduire à des améliorations notoires dans la modélisation de la distribution d'espèces dans le paysage.

Ce travail s'appuie sur les résultats d'une campagne de relevés effectuée en Suisse, afin de mesurer par une approche statistique si les variables topographiques *pente*, *exposition* et *courbure* calculées à partir d'un MNA laser permettent de mieux modéliser les distributions observées que ne le permet le recours à un MNA à résolution plus grossière (MNA 25). Les résultats montrent que les facteurs *pente* et *orientation* sont des facteurs particulièrement pertinents pour la caractérisation de l'habitat des plantes. *L'exposition* explique mieux les distributions observées quand elle est calculée à partir du MNA laser. Les relations entre paramètres topographiques et espèces végétales sont modélisées en recourant à des régressions logistiques. La pertinence des variables a été mesurée essentiellement sur la base de réponses à des tests d'hypothèses liés aux statistiques G (déviante résiduelle) et W (Wald).

La façon originale dont les résultats ont été présentés (« tableaux de rejets ») s'est avérée un outil d'aide à la décision très puissant, auquel d'autres chercheurs en écologie pourront recourir. Cette approche permet de synthétiser très rapidement une grande quantité de résultats, tout en permettant de conserver une vue sur les détails.

MOTS-CLEFS :

Modèle numérique d'altitude, laser, écologie spatiale, régression logistique, tableaux de rejets, statistique C de Hosmer et Lemeshow, pente, exposition, courbure horizontale, courbure verticale, interpolation, filtrage fréquentiel, ondelettes, terrains virtuels, Zevenbergen et Thorne.

INTRODUCTION

Le domaine de l'acquisition de données altimétriques a fait un bond spectaculaire avec l'avènement de la technologie laser. Jusqu'alors, aucune autre technologie ne permettait, aussi rapidement, de couvrir de grandes étendues du territoire et d'en restituer la topographie avec une telle précision. Les cas d'utilisation fructueuse de données altimétriques laser sont nombreux. En Suisse, un modèle numérique d'altitude laser (MNA laser) donnant une représentation tridimensionnelle de l'ensemble du territoire situé à une altitude inférieure à 2000 m est en cours d'élaboration. Des secteurs de l'économie et de la recherche, comme la téléphonie mobile ou l'hydrologie, ainsi que des services cantonaux de gestion du territoire utilisent déjà les premiers résultats de cette campagne pour en dériver des données utiles à de multiples applications (Riedo et al., 2002).

En écologie végétale, discipline dont l'un des principaux axes de recherche est l'analyse des relations entre plante et environnement, la possibilité de recourir à un modèle d'altitude à très haute résolution a également été reçue avec beaucoup d'enthousiasme. Il est pressenti qu'elle pourra conduire à des améliorations notoires dans la modélisation de la distribution d'espèces et de communautés végétales dans le paysage. Les facteurs influençant la distribution spatiale d'espèces peuvent être classés en 3 catégories : les facteurs environnementaux, les phénomènes de compétition et les facteurs historiques. Parmi les facteurs environnementaux, la topographie et ses paramètres dérivés occupent une place importante. Ils n'ont pas à proprement parler une influence directe sur la distribution des espèces, mais leur rôle est central (l'altitude conditionne la température et la pluviosité, l'exposition la radiation, etc.). En révélant des détails du modelé du terrain que les anciens modèles numériques d'altitude n'arrivaient pas à mettre en évidence, le MNA laser ouvre la voie à de nouvelles applications en écologie végétale. Des paramètres qui étaient déjà calculés à partir des anciens modèles d'altitude, comme la pente ou l'exposition, peuvent être redéfinis à une nouvelle échelle, celle de la micro-topographie. La détection de micro structures ayant une influence directe sur les chances qu'une espèce a de s'établir en un lieu de l'environnement (micro-vallonnements favorisant la rétention d'eau), ou au contraire de migrer vers de nouveaux espaces (micro-barrières empêchant la dispersion des pollens), est un autre exemple d'application envisageable.

Ce travail s'insère dans le cadre d'un projet mené par le Laboratoire d'Ecologie Spatiale de l'Université de Lausanne (projet Modiplant), dont l'objectif est d'étudier les effets du changement climatique sur la distribution d'un large spectre d'espèces dans les Alpes calcaires d'Europe occidentale (www2.unil.ch/iesig/modiplant/). Le projet Modiplant s'est ouvert en 2002 sur une vaste campagne de relevés. En se basant sur les résultats de cette campagne, le présent travail a pour but de mesurer, par une approche statistique, si les variables topographiques *pente*, *exposition* et *courbure* peuvent être considérées comme des facteurs environnementaux pertinents pour la modélisation spatiale d'espèces végétales. Afin de mesurer l'apport du modèle numérique à haute résolution, les résultats obtenus à partir du MNA laser seront comparés à ceux obtenus à partir d'un modèle numérique d'altitude existant à résolution de 25 m (MNA 25). De façon plus générale, ce travail vise à poser les balises à l'utilisation de modèles numériques d'altitude à haute résolution en écologie spatiale. Il voudrait fournir des pistes pour de futures recherches, en mettant en perspective aussi bien le formidable potentiel que les limites et les contraintes d'utilisation des MNA laser en écologie végétale.

1 OBJECTIFS

Le but de ce travail est de déterminer si l'utilisation d'un modèle numérique d'altitude à très haute résolution en place d'un MNA à résolution plus grossière permet d'améliorer la modélisation de la distribution d'espèces dans le paysage et de caractériser mieux leur habitat. Les variables topographiques *pente*, *exposition* et *courbure* sont calculées à différentes échelles en 125 points du territoire des Préalpes suisses, à partir du MNA laser et du MNA 25. Les données Modiplant concernant la présence ou l'absence observée de 117 espèces végétales en ces mêmes points sont mises en regard des résultats des calculs. Par une approche statistique, nous déterminons si une corrélation existe entre les présences observées et les variables retenues, et mesurons comment cette corrélation est influencée par le type de modèle numérique d'altitude utilisé.

Il s'agira donc de :

- ▣ Transformer les points bruts laser en une grille d'interpolation à maille régulière par une méthode appropriée.
- ▣ Définir une méthode de calcul des paramètres *pente*, *exposition* et *courbure* à partir de la grille régulière.
- ▣ Calculer les paramètres topographiques à différentes échelles.
- ▣ Modéliser la relation entre les distributions d'espèces et les variables topographiques calculées à différentes échelles au sein de régressions logistiques.
- ▣ Evaluer les modélisations obtenues sur la base de tests statistiques.

Les données laser se présentent originellement sous la forme d'un semis de coordonnées XYZ (les points bruts). Ces points nécessitent d'être transformés en une grille ou matrice d'altitude régulière, afin que les paramètres topographiques puissent être calculés.

Les données sur les espèces végétales se présentent sous la forme de données d'absence/présence. La variable est donc binaire. La régression logistique est devenue depuis les années 1980 la méthode statistique standard dans ce genre de situations.

2 NATURE DE L'INFORMATION LASER

2.1.1 Principe d'acquisition et précision de la mesure

Les systèmes LIDAR (*Light Detection And Ranging*) aéroportés consistent à émettre des impulsions de lumière laser depuis un avion en direction du sol. Le temps mis par ces impulsions pour parcourir le chemin émetteur-sol-émetteur est mesuré, transformé en une distance et enregistré. Jusqu'à 5'000 impulsions sont enregistrées à chaque seconde. Les données sont combinées avec les informations fournies par un GPS (*Global Positioning System*) et une centrale inertielle, afin de générer un triplet de coordonnées XYZ pour chaque point atteint au sol (point brut). Les points bruts peuvent être interpolés pour créer une surface continue (modèle numérique d'altitude).

La précision de la mesure laser est conditionnée par celles, entre autres, du positionnement de l'appareil, de la mesure du temps de parcours de l'impulsion ou de la direction de l'impulsion. En outre, la tache de l'impulsion, mesurée au sol, a un diamètre d'environ 90 cm quand le vol est effectué à 1 km au dessus du niveau du terrain. Les coordonnées enregistrées sont donc des coordonnées moyenne. Si nous choisissons néanmoins de considérer que les coordonnées X et Y sont exactes et que la mesure est ponctuelle, alors l'écart-type de l'altitude Z du point brut est de 0.5 m (données Swisstopo).

2.1.2 Particularité du signal

Les points bruts laser utilisés dans le cadre de ce travail se caractérisent par une densité d'environ 1 pt/m². Le signal du terrain est donc restitué avec un niveau de détail extrêmement élevé. Une grille d'altitude laser de résolution de 1 m élaborée à partir de ces points bruts restituée, sur une surface correspondant à une maille du MNA 25, 25x25=625 fois plus d'information. Si c'est là l'intérêt même du modèle laser, cela représente aussi un inconvénient. D'abord, les données étant très volumineuses, leur traitement s'avère parfois fort gourmand en temps. Ensuite, entre deux mailles successives, la variation du signal peut s'avérer importante, non seulement à cause de l'imprécision héritée de la variance de la mesure originale, mais aussi parce que le profil du terrain peut lui-même présenter une variance importante. L'information livrée par une grille d'altitude laser ou par une grille de paramètres dérivés manque ainsi souvent de clarté, le foisonnement de détails nuisant à l'interprétation.

Des traitements appropriés doivent donc être appliqués. Qu'elles consistent à agréger l'information ou à lisser le signal, toutes les opérations visent à s'affranchir du *bruit* du MNA laser, c'est-à-dire de la partie du signal que l'observateur, dans le cadre de son analyse, ne peut rattacher à la réalité physique qu'il cherche à mettre en évidence.

3 DONNÉES

3.1 DONNÉES LASER

3.1.1 Origine des données

Les données altimétriques laser sont issues d'une campagne d'acquisition de données lancée par l'Office Fédéral de topographie (Swisstopo) sur mandat de l'Office fédéral de l'agriculture (OFAG) dans le cadre du projet « Surfaces agricoles utiles » (SAU : www.swisstopo.ch/fr/vd/lwn.htm). Ce projet, qui vise à actualiser la mensuration officielle (MO), permettra d'ici 2007 de disposer de deux nouveaux modèles numériques d'altitude couvrant l'ensemble du territoire suisse situé à une altitude inférieure à 2000 m : le modèle numérique de terrain (MNT-MO), qui décrit les formes du terrain, et le modèle numérique de surface (MNS-MO), qui épouse les formes des objets de surface. Les produits déjà disponibles le sont sous forme de semis de points (modèle brut) ou de grilles régulières de points (modèle interpolé) (Riedo et al., 2002).

3.1.2 Jeu de donnée transmis pour l'étude

Le jeu de données utilisé ici correspond à un semis de points bruts du MNT-MO. Il couvre une surface équivalente à 3 cartes nationales de la Suisse (CN 1285, 1304 et 1305). Ces données sont provisoires. Elles n'ont pas fait l'objet du protocole standard de contrôle de qualité (voir www.swisstopo.ch/fr/vd/lwn_etat.htm). Parmi les anomalies possibles figurent des problèmes au niveau du calage des différents vols ou du filtrage des objets de surface. Les vols ont été effectués au printemps 2000. A l'époque, la densité moyenne annoncée par Swisstopo était de 0.5 pt/m² en zone non couverte et de 1 pt/7m² en zone forestière.

3.1.3 Aperçu de la qualité du jeu de données

Un aperçu de la qualité des données brutes est montré à la Figure 3.1 (page suivante). Il s'agit d'une zone située à l'intérieur du périmètre d'étude du projet Modiplant. Il apparaît que la qualité des données, en terme de densité de points, est très variable. Elle est fortement dépendante du type de surface inspecté et peut varier fortement d'une carte nationale à l'autre.

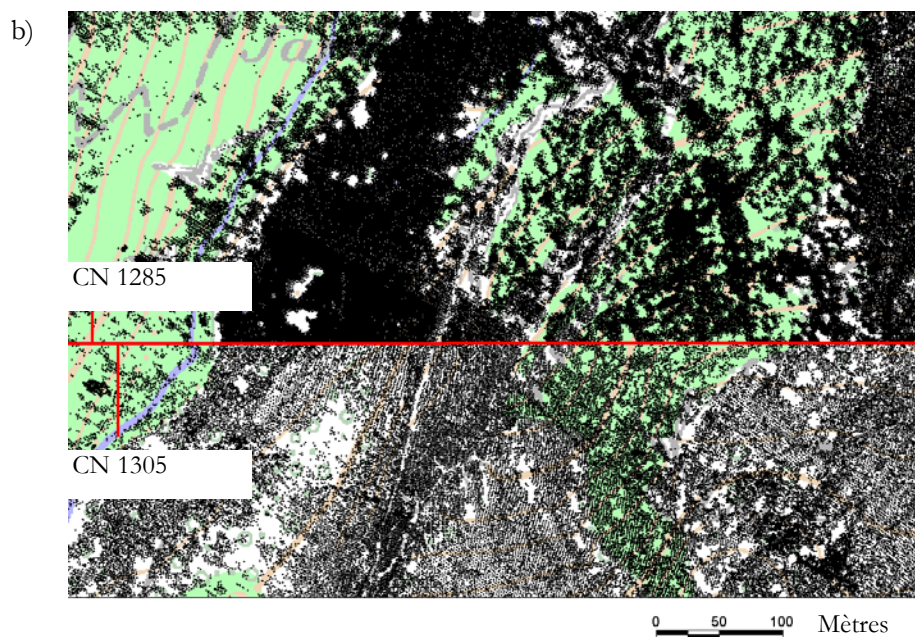
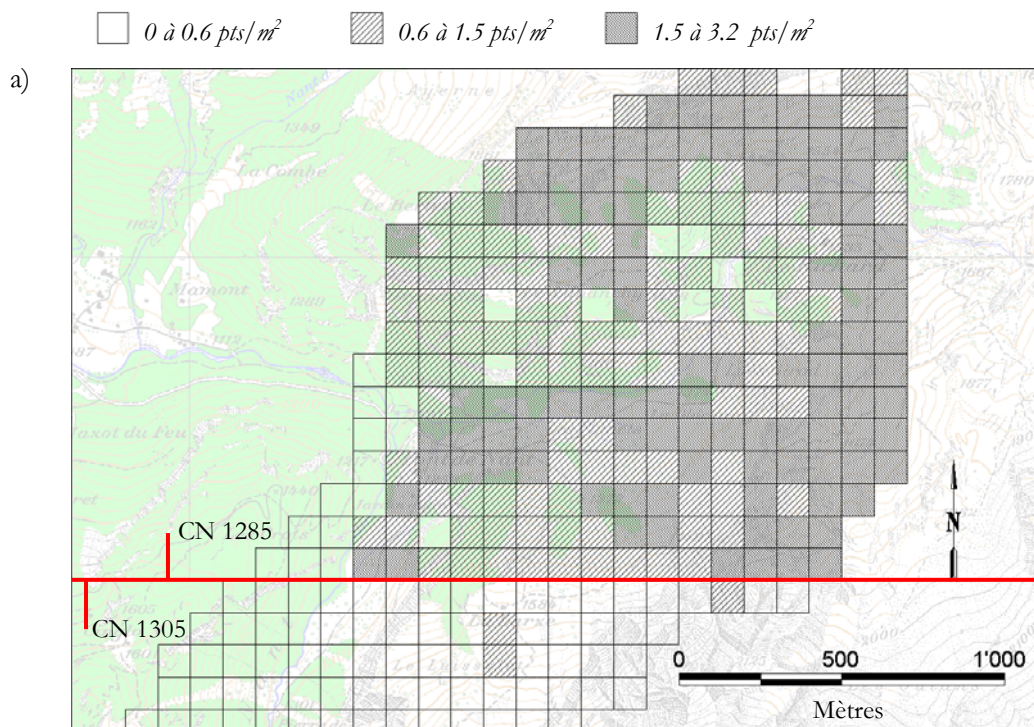
3.2 DONNÉES MODIPLANT

3.2.1 Cadre géographique et temporel

Les données sur les espèces végétales sont issues de la campagne de relevés effectuée au cours des étés 2002 et 2003 dans le cadre du projet Modiplant. Cette campagne a permis de dresser une liste exhaustive des espèces végétales présentes en 500 points d'une zone d'étude de 564 km² englobant la quasi-totalité des Préalpes du canton de Vaud (Suisse).

Figure 3.1

Densité de points bruts dans la région du Vallon de Nant



a) Densité de points bruts dans des surfaces de 1 ha. En trame de fond, les cartes nationales de la Suisse. En vert, les surfaces de forêt.

b) Chaque point noir représente un point brut laser.

On remarque une corrélation entre la densité de points bruts et le type de terrain. En particulier, les surfaces de forêt sont associées à des densités faibles à moyennes. De même, la qualité n'est pas constante d'une carte nationale à l'autre. La densité est plus faible dans les zones comprises à l'intérieur de la CN 1305 (au Sud de la ligne rouge).

3.2.2 Méthode d'échantillonnage Modiplant

Les relevés ont été sélectionnés selon une méthode d'échantillonnage de type aléatoire stratifié. Huit strates d'altitude, 4 de pente et 4 d'exposition ont été générées à partir du MNA 25, afin que le tirage aléatoire ne conduise pas à la sous-représentation de certaines conditions topographiques. Une étape de filtrage de la carte des strates a réduit la probabilité de sélection de points en milieu inaccessible ou sous forte influence anthropique, et limité l'auto corrélation spatiale entre relevés.

3.2.3 Jeu de données transmis pour l'étude

Les données relatives à 136 relevés ont été transmises pour la présente étude. Les relevés devaient respecter deux critères : se trouver sur les cartes pour lesquelles les données de l'OFT étaient à disposition (CN 1285, 1304 et 1305), et se situer à une altitude inférieure à 2100 m (cf. 3.1.1). Ces deux contraintes ont réduit le jeu de données de départ à 136 points.

3.2.4 Dimension et positionnement des relevés

Une liste exhaustive des espèces présentes à l'intérieur d'une surface carrée de 8x8 m a été dressée en chaque point tiré pendant la campagne d'échantillonnage. Chaque carré est localisé par son barycentre, dont les coordonnées ont été recalculées sur place par GPS. La précision du positionnement donnée par les responsables du projet est de +/- 1 m. La position des espèces à l'intérieur de la surface n'est pas précisée.

3.2.5 Espèces végétales

117 espèces végétales ont été retenues. Aucun critère particulier n'est à l'origine de leur choix, sinon que la proportion de présences sur le nombre total de relevés devait être comprise entre 10% et 80%. Ce rapport varie entre 14/125 pour l'espèce la moins représentée (*Daucus carota* L.), et 95/125 (*Trifolium pratense* L. s.str.). Un aperçu des espèces observées est donné ci-dessous. La liste complète figure aux annexes 1A, 1B et 1C. Les présences/absences observées à chaque relevé se trouvent à l'annexe 1 D.

Tableau 3.1

Aperçu de quelques espèces végétales retenues pour l'étude

N° ESPECE	Abréviation	Nom complet	Famille	Nom français
1	DACAR	<i>Daucus carota</i> L.	<i>Apiaceae</i>	Carotte, Daucus carotte
2	SAPRA	<i>Salvia pratensis</i> L.	<i>Lamiaceae</i>	Sauge des prés
5	COAUT	<i>Colchicum autumnale</i> L.	<i>Liliaceae</i>	Colchique d'automne
9	DROCT	<i>Dryas octopetala</i> L.	<i>Rosaceae</i>	Dryade à huit pétales
22	GENCA	<i>Gentiana campestris</i> L. s.str.	<i>Gentianaceae</i>	Gentiane champêtre
28	THPUL	<i>Thymus pulegioides</i> L. s.str.	<i>Lamiaceae</i>	Thym faux pouliot
117	TRPRA	<i>Trifolium pratense</i> L. s.str.	<i>Fabaceae</i>	Trèfle des prés

La liste complète des espèces étudiées figure aux annexes 1A, 1B et 1C. Au total, 117 espèces ont été retenues dans le cadre de cette étude.

4 MÉTHODOLOGIE

4.1 VARIABLES TOPOGRAPHIQUES : SIGNIFICATION, MÉTHODE DE CALCUL

4.1.1 Importance des variables sur le plan écologique

Dans un modèle conceptuel schématisant la hiérarchisation des variables environnementales ayant une influence sur la croissance d'espèces végétales, la topographie et ses paramètres dérivés *pente*, *exposition* et *courbure* se situent en amont de la structure causale. Au même titre que la géologie ou le climat, elles sont des variables indirectes (ou variables *distales*) (Austin, 1998). Si l'on considère que ces variables ont une influence sur la distribution d'espèces végétales dans le paysage, c'est parce qu'elles sont liées à d'autres paramètres, comme la rétention d'eau dans le cas de la pente et de la courbure, ou la radiation solaire dans le cas de la pente et de l'exposition (Guisan, 2002).

La prise en compte de la radiation plutôt que de l'exposition - par le biais de calculs d'ombrage - aurait offert une expression plus directe de la radiation solaire. Ces calculs n'ont pourtant pas été faits, parce que les relevés se trouvent dans des régions montagneuses et que les surfaces situées à une altitude supérieure à 2000 m n'ont pas été couvertes par Swisstopo (*cf.* 3.1.1).

4.1.2 Echelle et variables topographiques

Les paramètres topographiques *pente*, *exposition*, et *courbure* ont été calculés à différentes échelles. L'échelle est considérée ici dans son acception cartographique. Elle exprime le rapport entre la taille d'un objet sur la terre et le facteur de réduction adopté pour sa représentation cartographique (Bian, 1997). Quand nous disons que nous appréhendons le terrain à grande échelle, nous entendons par là que nous portons un regard sur les phénomènes qui interviennent au niveau de la micro-topographie.

Le recours à différentes échelles d'analyse a pour but de détecter si les modèles de distribution d'espèces répondent par une vraisemblance différenciée en fonction de l'échelle à laquelle les phénomènes sont abordés, et, le cas échéant, de montrer pour quelle échelle cette vraisemblance est optimisée. A ce stade, il s'agit de ne pas confondre échelle et précision. Des valeurs contrastées d'un variable calculée à grande et petite échelles ne rendent pas compte d'autre chose que d'un contraste prononcé entre micro-topographie et topographie régionale. Chaque échelle d'analyse doit être comprise comme une lecture différente de la topographie.

En mode grille - où le calcul des paramètres topographiques s'effectue sur la base de l'information altimétrique fournie par un certain nombre de pixels pris dans une fenêtre analysante - l'échelle à laquelle les phénomènes sont considérés est définie par la taille de la fenêtre et par la résolution de la grille.

4.1.3 Calcul des variables topographiques : méthode de Zevenbergen et Thorne

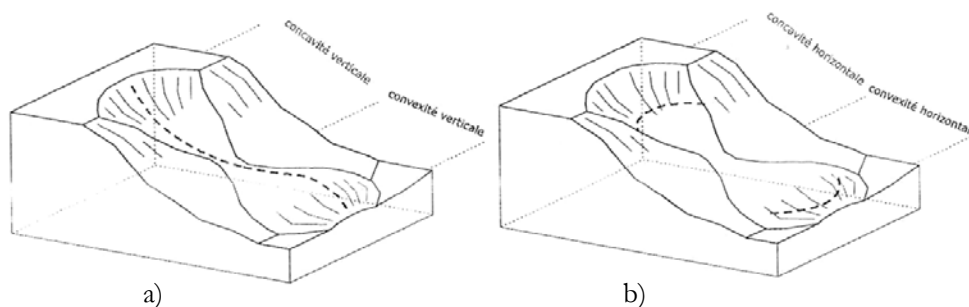
Les méthodes proposées pour le calcul de la pente, de l'exposition et de la courbure à partir de grilles à mailles régulières sont nombreuses. La méthode de Zevenbergen et Thorne (Zevenbergen et Thorne, 1987) a été retenue ici. De nombreuses études la classent parmi celles fournissant les meilleurs résultats (Burrough et McDonnell, 1998).

Les calculs s'effectuent au sein d'une fenêtre d'analyse carrée, où le paramètre est évalué pour le pixel central. En plus de la valeur d'altitude du pixel central, les calculs s'appuient, dans le cas de la pente et de l'exposition, sur les valeurs de 4 pixels (8 pixels dans le cas de la courbure).

Deux types de courbures ont été calculés : la *courbure verticale* et la *courbure horizontale*. La courbure verticale est évaluée selon un plan tangent au point considéré. Si, aux environs de ce point, le terrain se situe entièrement au dessus du plan, le terrain est dit concave (trou). S'il se situe entièrement au dessous du plan, il est convexe (bosse). Quant à la courbure *horizontale*, elle renseigne sur la concavité ou la convexité d'une ligne d'altitude constante (Figure 4.1).

Figure 4.1

Courbures verticale et horizontale



(a) La courbure verticale est évaluée selon un plan tangent au point considéré. Si, aux environs de ce point, le terrain se situe entièrement au dessus du plan, le terrain est dit concave, sinon il est dit convexe.

(b) La courbure horizontale renseigne sur la concavité ou la convexité d'une ligne d'altitude constante.

Les valeurs de courbure calculées selon la méthode de Zevenbergen et Thorne ont été multipliées par un facteur 1000. L'unité s'exprime en [1/1000 m]. Une même valeur de courbure obtenue par des calculs à deux échelles différentes exprime que la courbure est continue dans la zone d'intérêt (Figure 4.2).

4.1.4 Unités

Les variables retenues s'expriment dans les unités suivantes

- ☐ Pente : degrés par rapport au plan horizontal.
- ☐ Exposition : degrés par rapport au Nord dans le sens des aiguilles d'une montre.
- ☐ Courbures horizontale et verticale : [1/1000 m]. Une valeur positive exprime une convexité, une valeur négative une concavité.

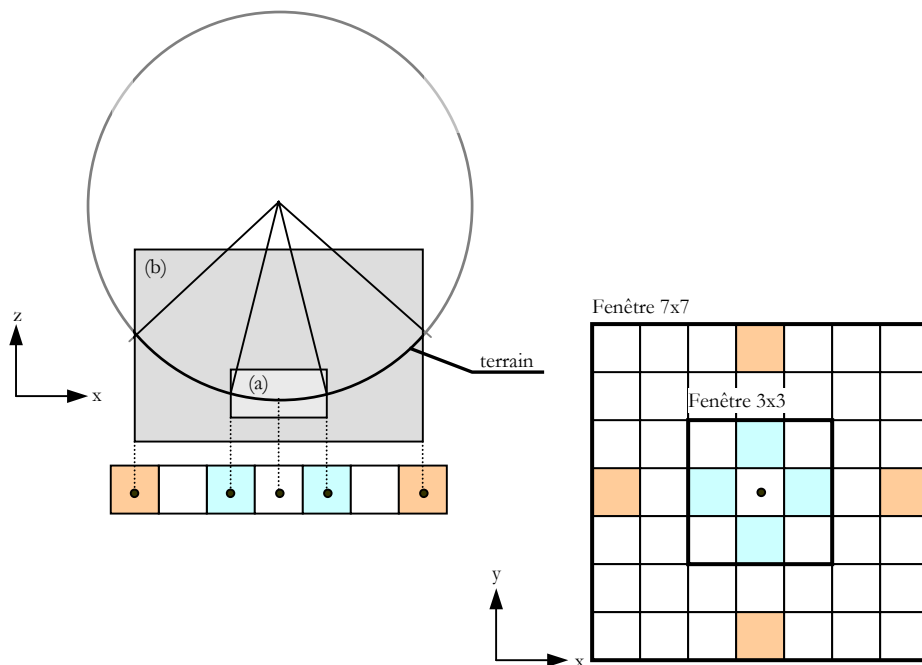
4.1.5 Nature des variables

Les 4 variables sont de nature très différente. Les courbures verticale et horizontale, calculées selon la méthode de Zevenbergen et Thorne (Zevenbergen et Thorne, 1987) sont des variables quantitatives au sens strict. La variable pente est elle aussi une variable quantitative. Elle est néanmoins bornée entre 0 et 90°. L'exposition, de par sa périodicité, n'est quant à elle ni une variable quantitative, ni une variable qualitative, ni une variable

semi-quantitative (Guisan, 2002). Elle nécessite des traitements appropriés lors de son intégration dans des modèles statistiques (*cf.* 4.7.5).

Figure 4.2

Courbures selon Zevenbergen et Thorne



La courbure est évaluée ici à deux échelles différentes. Les valeurs obtenues à partir d'une fenêtre 3x3 ou 7x7 sont identiques, puisque les points d'appui s'inscrivent dans un cercle de même rayon. De façon relative, la courbure paraît toutefois moins prononcée dans le cadre gris clair (a) que dans le cadre gris foncé (b)

4.2 TRAITEMENTS : OBJECTIFS

L'étape de traitement regroupe toutes les opérations qui ont conduit, à partir des points bruts laser, à l'élaboration d'une grille altimétrique régulière permettant le calcul des paramètres topographiques selon la méthode de Zevenbergen et Thorne.

Dès le départ, il était entendu que les paramètres topographiques seraient calculés à différentes échelles. On s'attendait toutefois à ce que le contraste entre les valeurs d'une même variable topographique fût d'autant plus marqué que les échelles auxquelles ces variables étaient calculées se situaient aux extrêmes du « gradient d'échelle » investigué. Dans la mesure où il s'agissait de mesurer l'apport du MNA laser par rapport au MNA 25, et que cet apport se situe au niveau de la restitution de la micro-topographie, les options méthodologiques ont été en premier lieu guidées par la volonté de trouver un traitement adapté à la plus grande échelle d'analyse retenue.

La définition de cette « plus grande échelle » n'était pas évidente. Mesurer les variables pente, exposition et courbure avec une grille de résolution de 1 m et une taille de fenêtre 3x3 a-t-il un sens ? Les valeurs qui sont dérivées d'un calcul à si grande échelle peuvent-elles être rattachées à un phénomène tangible sur le terrain ? Ces mesures sont-

elles encore fortement influencées par la variance de la mesure brute ? Pour quelle part émanent-elles plutôt de la variance du terrain lui-même ?

En même temps, chaque choix opéré à l'étape de traitement (méthode d'interpolation, paramètres d'interpolation, filtrage) a une influence directe sur la transformation du signal et sur le lissage de l'information. *In fine*, ces choix ont donc aussi un impact sur la définition possible de cette échelle maximale d'analyse. Comment chacune de ces opérations agit-elle sur la transformation du signal ? Si l'objectif est de restituer le micro-relief le plus fidèlement possible, quand l'information devient-elle exagérément dégradée ou au contraire restituée avec trop d'interférences ?

Afin de tenter de répondre à ces questions, une analyse de sensibilité a été menée. Elle a visé à déterminer non seulement une échelle maximale d'analyse mais aussi une méthode de traitement qui lui soit adaptée.

L'analyse de sensibilité a permis d'étudier les effets de plusieurs méthodes d'interpolation et de l'application de différents filtres sur la transformation du signal. Deux types de terrains ont été étudiés. Premièrement, des grilles ont été générées à partir d'un échantillon de points bruts de la zone Modiplant. L'étude des effets du traitement s'est dans ce cas essentiellement bornée à évaluer la qualité des grilles en termes statistiques, en mesurant la différence entre l'altitude des points bruts et celle de la grille d'interpolation à leurs coordonnées (X,Y). Deuxièmement, deux terrains virtuels ont été créés. Dans ce cas, l'altitude de la grille d'interpolation a pu être comparée à l'altitude exacte du terrain, puisque celle-ci est connue en tout point du domaine où le terrain virtuel est défini. Par des coupes transversales ou la production de modèles numériques de pente, d'exposition ou de courbure, il a été possible de mieux visualiser et comprendre l'effet des différentes étapes du traitement sur la modification du signal. Tous les terrains sont couverts par une densité de 1 point brut/m² en moyenne.

L'analyse de sensibilité se présente en 3 parties.

- Section 4.3 : Présentation des terrains et approche retenue pour l'évaluation de la qualité des grilles
- Section 4.4 : Paramètres investigués (méthodes d'interpolation, filtres).
- Section 4.5 : Résultats de l'analyse de sensibilité.

4.3 ANALYSE DE SENSIBILITÉ : PRINCIPES

4.3.1 Terrain du Vallon de Nant

Un échantillon de points bruts couvrant une surface carrée de 100x100 m a été extrait des données du MNT-MO. La zone correspond à un terrain en pente traversé par le lit d'un torrent, dans le vallon de Nant (Suisse). La densité est de 1.4 pts/m². Une analyse visuelle a montré que les points étaient bien répartis.

Jack-knifing

La méthode utilisée pour l'analyse de sensibilité porte le nom de *jack-knifing* (Deutsch et Journal, 1998). Elle a déjà été utilisée dans un certain nombre de travaux pour mesurer la précision de grilles d'interpolation (Smith et al., 2003, Lloyd et Atkinson, 2002). Un tirage aléatoire a séparé la population originale en 2 groupes. Le premier groupe contient 95 % des points. Il a servi à la construction des grilles. Les 5 % de points restants ont servi à l'évaluation de la qualité des modèles (611 points de contrôle). L'erreur a été mesurée comme la différence entre l'altitude du point brut et la valeur donnée, à ses coordonnées XY, par la grille d'interpolation.

Mesure de la précision des grilles d'interpolation

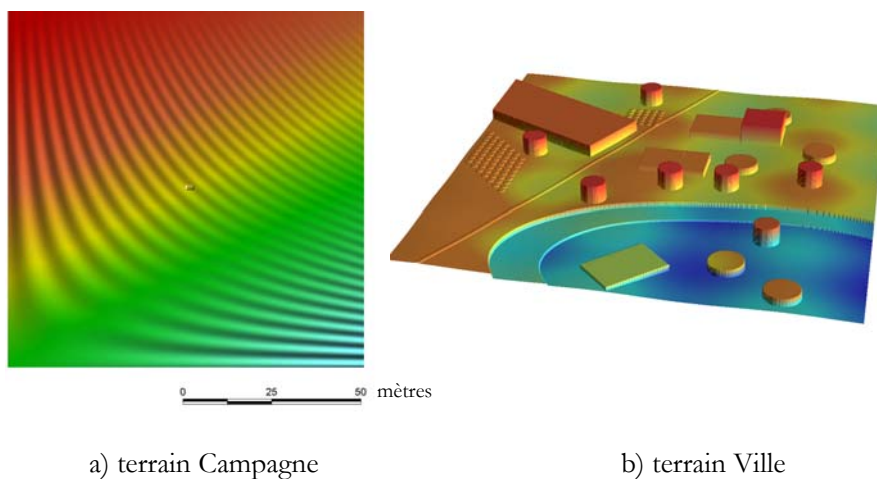
La précision globale des modèles est mesurée par l'erreur absolue moyenne, les erreurs minimale et maximale, et par l'écart-type.

4.3.2 Terrains virtuels

Les terrains virtuels correspondent à des surfaces d'équation $z=f(x, y)$, où l'altitude z [m] est connue pour tout couple (x, y) . Deux surfaces, aux caractéristiques différentes, ont été conçues (Figure 4.3). La première simule un terrain en pente, avec des ondulations variant en phase et en amplitude sur tout le domaine. La deuxième correspond à un terrain plus accidenté, où des variations abruptes de z simulent la présence de décrochements, de bâtiments ou d'arbres.

Figure 4.3

Terrains virtuels



Les terrains virtuels sont des fonctions $z=f(x, y)$ connues en tout point du domaine.

Grille de référence

Une grille de référence carrée, de résolution de 0.1 m et de taille 1000x1000, a été créée. Le centre du pixel inférieur gauche est situé aux coordonnées $(0, 0)$ et prend la valeur $z=f(0, 0)$. Cette grille, qui couvre une surface d'1 ha, est le pendant discrétisé de la fonction $f(x, y)$. Elle constitue la grille de référence à laquelle les grilles d'interpolation ont été comparées.

Points bruts virtuels

Les points bruts virtuels sont des triplets (x, y, z) , dont les coordonnées x et y , tirées aléatoirement, tombent sur la grille de référence. La coordonnée z est telle que $z=f(x, y) + \varepsilon$, où $f(x, y)$ est la valeur connue de la fonction aux coordonnées (x, y) , et ε est un bruit blanc. ε suit une distribution normale $N(0, 0.5 \text{ m})$. Il simule l'erreur de mesure des points bruts laser. 10'000 points bruts virtuels ont été générés. Cela correspond à une densité de 1 pt/m².

Echantillonnage des points bruts

Les coordonnées (x, y) ont été tirées selon deux méthodes d'échantillonnage différentes. La première génère une distribution qui ressemble à celle qu'engendre un relevé laser effectué à partir d'un avion. Les points ont d'abord été distribués régulièrement, avec un

espacement de 1 m selon x et selon y. Chaque point a ensuite été affecté d'un bruit blanc dans les deux directions. Le bruit blanc selon x suit une distribution normale $N(0, 0.15 \text{ m})$. Selon y, il suit une distribution $N(0, 0.4 \text{ m})$. Le deuxième type d'échantillonnage a simplement consisté à générer 10'000 couples (x_i, y_i) , où x_i et y_i sont les réalisations d'un tirage aléatoire de variables x et y suivant une distribution uniforme $U(0, 100 \text{ m})$.

Interpolation des points bruts virtuels et filtrage des grilles d'interpolation

Les triplets (x, y, z) ont été exportés dans le logiciel Mapinfo pour les interpolations. Les filtrages spatiaux et fréquentiels ont été effectués dans le logiciel Matlab. Les grilles filtrées ont été réimportées dans Mapinfo.

Grilles de différences d'altitude

Les grilles d'interpolation ont été soustraites à la grille de référence dans Mapinfo. La grille de différence d'altitude qui résulte de cette soustraction est une grille de résolution de 0.1 m. La valeur de chaque maille a été interprétée comme la différence entre l'altitude exacte du terrain et l'altitude de la grille d'interpolation. Elle est assimilée à l'erreur du modèle. L'erreur prend donc ici une signification tout autre que dans le cas du terrain réel situé dans le vallon de Nant.

Mesure de la précision des grilles d'interpolation

La portion centrale de la grille de différence d'altitude (90x90 m) a été exportée dans Matlab pour les analyses statistiques. La précision globale des grilles d'interpolation a été mesurée par l'erreur absolue moyenne, par les erreurs minimale et maximale et par l'écart-type. Elle a aussi évaluée par une visualisation de coupes transversales, où le profil du terrain exact (grille de référence) a été comparé au profil du terrain interpolé. Des modèles numériques de pente, d'exposition et de courbure ont également été produits.

4.3.3 Appellation des terrains

Afin de faciliter la lecture, nous donnons des noms aux 3 terrains utilisés. Pour les terrains virtuels, se référer à la Figure 4.3.

Terrain Nant : terrain réel situé dans le vallon de Nant.

Terrain Campagne : terrain virtuel sans accident topographique majeur

Terrain Ville : terrain virtuel avec forts accidents topographiques

4.4 ANALYSE DE SENSIBILITÉ : PARAMÈTRES INVESTIGUÉS

4.4.1 Résolution

En mode grille, la résolution correspond à la taille de la maille. Si les points bruts sont bien répartis, nous conservons un maximum de leur contenu informatif en choisissant pour la maille une surface équivalente à celle où 1 point brut est observé en moyenne.

Autrement dit, si ρ est la densité de points bruts [pts/m²], une définition possible de la résolution optimale r_{opt} [m] est :

$$r_{opt} = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad \text{Equation 4.1}$$

Etant donné que ρ vaut environ 1 pt/m² pour les terrains retenus dans le cadre de l'analyse de sensibilité, la résolution a été choisie égale à 1 m pour cette partie.

4.4.2 Méthodes d'interpolation

Les méthodes d'interpolation investiguées sont celles de l'inverse distance et du krigage. Ces méthodes consistent toutes deux à (a) définir une surface de recherche autour de chaque point de la grille, (b) sélectionner un certain nombre de points à l'intérieur de cette surface, (c) choisir une fonction mathématique modélisant la variation des points sélectionnés et (d) évaluer la fonction au point considéré. Il s'agit donc de fixer la résolution de la grille, les dimensions de la surface de recherche ainsi que le nombre minimal et maximal de points à prendre en considération. Quant à la fonction d'interpolation, elle est déterminée par une approche déterministe dans le cas de l'inverse distance, et statistique dans le cas du krigage (Burrough et Donnel, 1988).

Dans le cas du laser, le choix de la fonction d'interpolation est certainement d'une importance secondaire. Prédire au mieux l'altitude entre deux points séparés de quelques décimètres seulement n'est pas l'enjeu de l'étape de traitement, et nous pouvons partir du principe que toutes les fonctions se valent. Il s'agit plutôt de gérer l'abondance d'information, sans qu'un bruit excessif ne vienne perturber la lecture de la réalité physique que le modèle est censé représenter. A ce titre, le choix du nombre de points pris en considération dans le voisinage du point à interpoler est d'une tout autre importance, puisqu'il a un effet direct sur le lissage de l'information.

Inverse distance

L'altitude \hat{z} estimée au point x_0 vaut :

$$\hat{z}(x_0) = \frac{\sum_{i=1}^{m \text{ ou } n} z(x_i)}{\sum_{i=1}^{m \text{ ou } n} \frac{1}{d_i^p}} \quad \text{Equation 4.1}$$

où m et n sont les nombres minimal et maximal de points inclus dans le calcul de $\hat{z}(x_0)$. $z(x_i)$ est l'altitude des m à n point d'appuis x_i situés le plus près de x_0 . d_i est la distance euclidienne séparant chaque point d'appui du point x_0 . Quand la puissance p augmente, l'estimateur agit comme si les données avaient une corrélation spatiale plus forte.

Les calculs ont été effectués dans Vertical Mapper (*plug-in* du logiciel Mapinfo). Le rayon de recherche est fixe (6 m). Le nombre minimal de points d'appui est fixé à 1. Les différents paramètres utilisés pour l'analyse de sensibilité sont résumés dans le Tableau 4.1.

Tableau 4.1

Inverse distance : paramètres utilisés pour l'analyse de sensibilité

	Krigage			Inverse distance						
	n	p	Equation 4.1	1	3	5	5	5	10	25
n	3	10	25	1	3	5	5	5	10	25
p cf. équation 4.1				(1)	3	1	2	3	3	3

n est le nombre maximal de points à prendre en considération dans le rayon de recherche pour le calcul de l'altitude au point interpolé.

p est la puissance à laquelle est mise la distance dans l'équation 4.1.

Krigeage

La méthode du krigeage ordinaire (*ordinary kriging*) a été retenue. Les variogrammes expérimentaux - isotropes - ont été approchés par des modèles exponentiels (voir Burrough et McDonnell, 1998). Tous les calculs ont été effectués dans Vertical Mapper. Le nombre minimal de points d'appuis a été fixé à 3. Le seul paramètre qui a été varié est le nombre maximal de points pris en considération (*cf.* Tableau 4.1).

4.4.3 Filtres spatiaux

Nous avons analysé l'effet de trois filtres passe-bas. La fonction d'un filtre passe-bas est de produire un lissage, de réduire les écarts observés sur les variations du signal (Caloz et Collet, 2001). Une fenêtre glissante, de taille impaire, est déplacée le long des colonnes et des lignes de la matrice d'altitude. Un coefficient de pondération est attribué à chaque maille de la fenêtre. A chaque déplacement, la valeur de la maille centrale de la fenêtre est redéfinie en prenant en compte les valeurs des pixels voisins et le poids qui leur est attribué.

Parmi les 3 filtres dont nous avons analysé les effets, le filtre « fort » est celui dont l'effet est le plus *lissant*, puisque tous les poids sont posés égaux à 1. Les filtres « moyen » et « faible » accordent aux pixels un poids proportionnel à la distance qui les sépare du pixel central.

Figure 4.4

Filtres passe-bas utilisés pour l'analyse de sensibilité

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 28 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) filtre « faible »

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b) filtre « moyen »

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c) filtre « fort »

Les filtres passe-bas lissent le signal. La somme des poids vaut 40 pour le filtre faible, 20 pour le filtre moyen et 9 pour le filtre fort. La nouvelle valeur du pixel central est égale à la somme de chaque valeur d'altitude multipliée par son poids, divisée par la somme des poids.

4.4.4 Filtres fréquentiels : décomposition en ondelettes

Les objectifs communs à toutes les applications faisant recours à la *décomposition en ondelettes* sont de clarifier et simplifier le signal. Le signal dont il est question ici est un signal discret. C'est celui que forme la succession de valeurs d'altitude de la grille *raster*. Le but est identique ici à celui recherché lors de l'application d'un filtre passe-bas, c'est-à-dire que nous cherchons à lisser le signal. Suivant le niveau de simplification voulu sont dégradées successivement les très hautes fréquences, les hautes fréquences, les fréquences moyennes, etc.

La théorie à l'origine de la transformée en ondelettes est celle de la transformée de Fourier généralisée (« tout signal se laisse décomposer en une somme de fonctions sinusoïdales et cosinusoïdales »). La différence essentielle entre les deux approches est qu'en regardant les résultats d'une décomposition en ondelettes, il est possible de dire *à quel endroit* tel ou tel événement prend place. Au contraire, un filtrage fréquentiel appliqué

sur la transformée de Fourier agit sur l'ensemble du signal, sans distinction de propriétés propres aux différentes zones de celui-ci (Caloz et Collet, 2001).

Schématiquement, la transformée en ondelettes consiste à comparer des portions du signal original avec une fonction analysante (le noyau de convolution). Le produit de convolution – ici le *coefficient d'ondelette* – donne une mesure numérique de la correspondance entre les deux signaux. Plus le signal original se comporte comme celui du noyau de convolution, plus le produit de convolution est élevé. L'opération est répétée pour différentes fenêtres d'analyse. Quand la fenêtre est étendue, c'est une basse fréquence qui est analysée. Inversement, les très hautes fréquences sont repérées par des versions très contractées de l'ondelette mère.

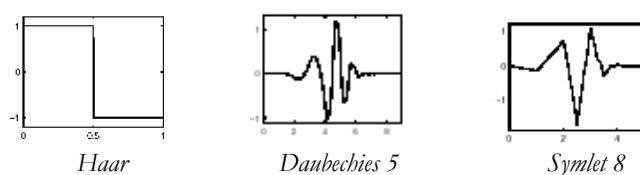
Une utilisation courante de la transformée en ondelettes consiste à décomposer le signal en des représentations dites *d'approximation* et de *détails*. Ceci s'effectue en recourant à une fonction d'échelle (voir Caloz et Collet, 2001). Chaque approximation reproduit les basses fréquences du signal tandis que les détails contiennent les informations relatives aux hautes fréquences. Chaque décomposition peut à son tour subir une opération de décomposition (différents niveaux de décomposition).

L'approche retenue ici a consisté à calculer les approximations de premier niveau. Ce faisant, nous avons cherché à réduire uniquement les très hautes fréquences. Plusieurs familles d'ondelettes ont été utilisées. Les calculs ont été effectués dans Matlab. L'algorithme de décomposition utilisé, selon la notice du logiciel, est celui de Mallat (1987). Le signal 2D est décomposé en une approximation et 3 niveaux de détails contenant les informations perdues respectivement selon les directions verticale, horizontale et diagonale. L'algorithme de Mallat est conçu de telle sorte que chaque décomposition, dans le cas 2D, ait une taille équivalente au quart de la taille du fichier original. Nous n'avons pas déterminé pourquoi chaque décomposition faite dans Matlab conservait la taille du fichier original.

La liste complète des ondelettes utilisées figure à l'annexe 2. Une représentation graphique de certaines d'entre elles est donnée ci-dessous.

Figure 4.5

Quelques ondelettes utilisées dans le cadre de l'analyse de sensibilité



4.5 ANALYSE DE SENSIBILITÉ : RÉSULTATS

4.5.1 Erreurs

Méthodes et paramètres d'interpolation

Les résultats statistiques sont présentés à la page suivante (Tableau 4.2). Le premier constat que nous pouvons tirer est que les terrains Campagne et Nant conduisent à des résultats très proches. Les écarts-types, bien que n'ayant pas la même signification (cf. 4.3.1 et 4.3.2), se situent aux alentours de 0.2 à 0.3 m pour ces 2 terrains, alors qu'ils sont environ 10 fois supérieurs pour le terrain Ville. La lecture des erreurs maximales et

minimales confirme la similitude entre les deux terrains. Ceci n'est pas étonnant, dans le sens où le terrain Campagne simule un terrain nu, du type MNT-MO (cf. 3.1.1). Nous porterons donc une attention particulière au terrain Campagne par la suite.

Tableau 4.2

Résultats

		Campagne						Ville						Nant						
		erreur		écart type		rang		erreur		écart type		rang		erreur		écart type		rang		
		min	moyenne	max	moy abs			min	moyenne	max	moy abs			min	moyenne	max	moy abs			
n	p																			
Krigage	10	-1.4	0.0	1.4	0.22	0.28	2	-30.3	0.0	30.5	0.83	2.29	2	-1.2	0.0	0.8	0.15	0.20	1	
	25	-1.5	0.0	1.4	0.22	0.28	1	-30.1	0.0	30.2	0.83	2.28	1	-1.2	0.0	1.0	0.15	0.20	2	
	3	-1.6	0.0	1.5	0.24	0.30	7	-34.0	0.1	33.9	0.79	2.30	3	-1.3	0.0	0.8	0.16	0.21	3	
Inverse	1	(1)	-2.2	0.0	2.3	0.32	0.41	10	-31.5	0.0	35.8	0.79	2.46	7	-1.5	0.0	1.4	0.20	0.28	9
Distance	3	3	-1.8	0.0	1.5	0.24	0.31	8	-31.3	0.1	34.8	0.83	2.39	4	-1.3	0.0	0.9	0.17	0.23	4
	5	1	-1.5	0.0	1.3	0.23	0.29	5	-25.1	0.1	33.2	0.91	2.47	8	-1.3	0.0	1.2	0.18	0.24	7
	5	2	-1.5	0.0	1.3	0.22	0.28	4	-25.3	0.1	33.2	0.90	2.45	6	-1.3	0.0	1.1	0.18	0.24	6
	5	3	-1.5	0.0	1.3	0.22	0.28	3	-25.5	0.1	33.2	0.89	2.43	5	-1.3	0.0	0.9	0.18	0.23	5
	10	3	-1.3	0.0	1.3	0.23	0.29	6	-20.9	0.0	26.1	1.05	2.64	9	-1.4	0.0	1.2	0.19	0.26	8
	25	3	-1.2	0.0	1.5	0.26	0.32	9	-19.8	0.1	25.9	1.35	3.03	10	-1.3	0.0	1.2	0.22	0.29	10

p est la valeur de la puissance de l'équation 4.1. Plus p est grand, moins un point éloigné du point interpolé a de poids dans le calcul de ce dernier. La colonne rang correspond au classement des méthodes d'interpolation basé sur l'écart-type pour chaque type de terrain. La signification de l'erreur n'est pas la même pour les terrains Campagne et Ville d'une part, et le terrain Nant d'autre part (cf. 4.3.1 et 4.3.2).

Une lecture verticale des valeurs montre que les statistiques varient très peu pour un même terrain. Pour le terrain Campagne, les erreurs induites par une interpolation au moyen de la méthode de l'inverse distance avec $n = 1$ point d'appui maximum sont les seules qui diffèrent significativement des autres. Pour les autres terrains, aucune méthode ne s'avère significativement moins bonne que les autres. Remarquons que pour le terrain Campagne, les écarts-types sont inférieurs à l'erreur injectée dans la valeur d'altitude des points bruts virtuels (0.5 m).

Le nombre de points pris en considération pour l'interpolation a une influence nette sur les statistiques liées au terrain Ville uniquement. Les valeurs d'erreurs minimales et maximales diminuent proportionnellement au nombre de points d'appui, tandis que l'écart-type et l'erreur absolue moyenne, au contraire, augmentent. Ceci s'explique par un effet de lissage des accidents topographiques, bien connu en interpolation.

Si enfin nous comparons globalement les deux méthodes d'interpolation, il apparaît que la méthode du krigage est celle qui aboutit, tous terrains confondus, aux erreurs les moins élevées. Reste toutefois que les différences ne sont pas significatives, puisque deux chiffres après la virgule ne suffisent pas toujours à départager deux méthodes. Les valeurs statistiques, en particulier l'écart-type, doivent en premier lieu être interprétées comme des mesures de la complexité du terrain.

Filtres spatiaux et fréquentiels appliqués aux grilles interpolées au moyen de la méthode de l'inverse distance avec n=1 point d'appui

Les résultats sont résumés dans le Tableau 4.3. Les résultats complets figurent à l'annexe 3. De nouveau, nous constatons des similitudes entre les terrains Campagne et Nant. Pour ces deux terrains, l'application de filtres conduit à une diminution des écarts-types, sauf si l'ondelette de *Haar* est utilisée. Le filtrage permet de ramener les statistiques obtenues par la méthode de l'inverse distance avec n=1 point d'appui à des niveaux comparables à celles obtenues pour les autres paramétrages d'interpolation (Tableau 4.2). Pour le terrain Ville, les filtres entraînent au contraire une augmentation des valeurs des statistiques (à l'exception du filtre faible).

Tableau 4.3

Statistiques filtres spatiaux et fréquentiels

Inverse distance	n	p	Campagne					Ville					Nant							
			erreur		écart type		rang	erreur		écart type		rang	erreur		écart type		rang			
	Type de filtre	min	moyenne	max	moy abs	min	moyenne	max	moy abs	min	moyenne	max	moy abs	min	moyenne	max	moy abs			
Référence	-	-	-2.2	0.0	2.3	0.32	0.41	5	-31.5	0.0	35.8	0.79	2.46	2	-1.5	0.0	1.4	0.20	0.28	5
Filtres Spatiaux	faible		-2.0	0.0	1.8	0.27	0.34	4	-28.3	0.0	32.0	0.85	2.41	1	-1.2	0.0	1.1	0.19	0.25	2
	Moyen		-2.0	0.0	1.8	0.24	0.30	1	-25.5	0.0	28.9	0.95	2.48	3	-1.1	0.0	0.9	0.18	0.24	1
	fort		-2.0	0.0	1.8	0.24	0.30	2	-21.8	0.0	25.8	1.11	2.72	5	-1.0	0.0	1.1	0.19	0.26	4
Filtres Fréquentiels	haar		-1.9	0.0	1.9	0.32	0.41	6	-31.3	0.0	34.8	1.06	2.85	6	-1.2	0.0	1.3	0.27	0.35	6
	db5		-1.5	0.0	1.5	0.25	0.33	3	-27.0	0.0	32.1	1.13	2.64	4	-1.2	0.0	1.1	0.19	0.25	3

n est le nombre maximal de points d'appuis pris en considération pour le calcul d'un point interpolé.

Les résultats complets (annexe 3) ont montré que toutes les formes d'ondelettes utilisées conduisaient à des statistiques très comparables. Seules exceptions : les ondelettes *bior3.3*, *bior1.5*, *bior3.1* et l'ondelette de *Haar*. Abstraction faite de ces 4 formes d'ondelettes, l'intervalle des écarts-types est compris entre [0.32 0.33] pour le terrain Campagne, [2.49 2.77] pour le terrain Ville et [0.25 0.27] pour le terrain Nant.

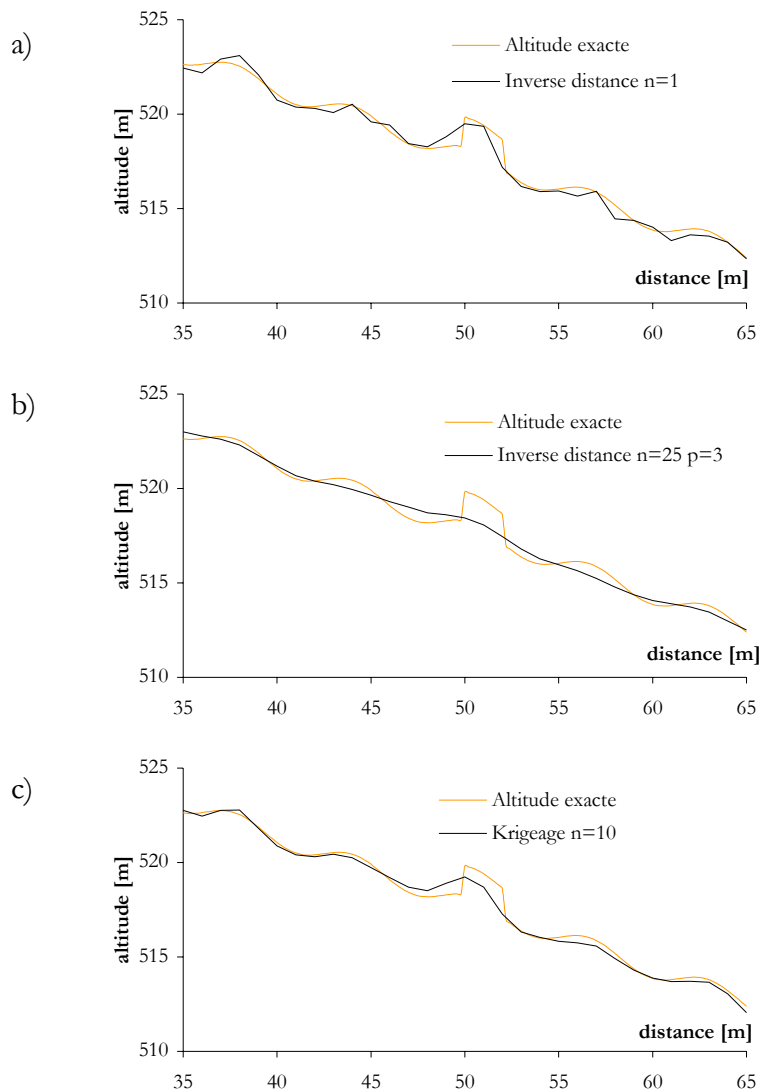
4.5.2 Coupes transversales

Terrain Campagne

Les coupes transversales de la Figure 4.6 (page suivante) permettent de comparer, sur une section de 30 m, la grille interpolée avec l'altitude exacte du terrain. Les coupes a) et b) mettent en évidence l'effet du nombre de points d'appui pris en considération pour l'interpolation. La coupe a) (n=1 point d'appui) montre que le terrain est restitué d'une façon très crûe. La mesure brute est encore nettement perceptible. La coupe b) (n=25 points d'appui maximum) montre le lissage prononcé auquel conduit la prise en compte d'un nombre important de points d'appui. La coupe c), obtenue par krigeage avec n=10 points d'appui, montre une situation intermédiaire.

Figure 4.6

Coupes transversales du terrain Campagne : effets de l'interpolation



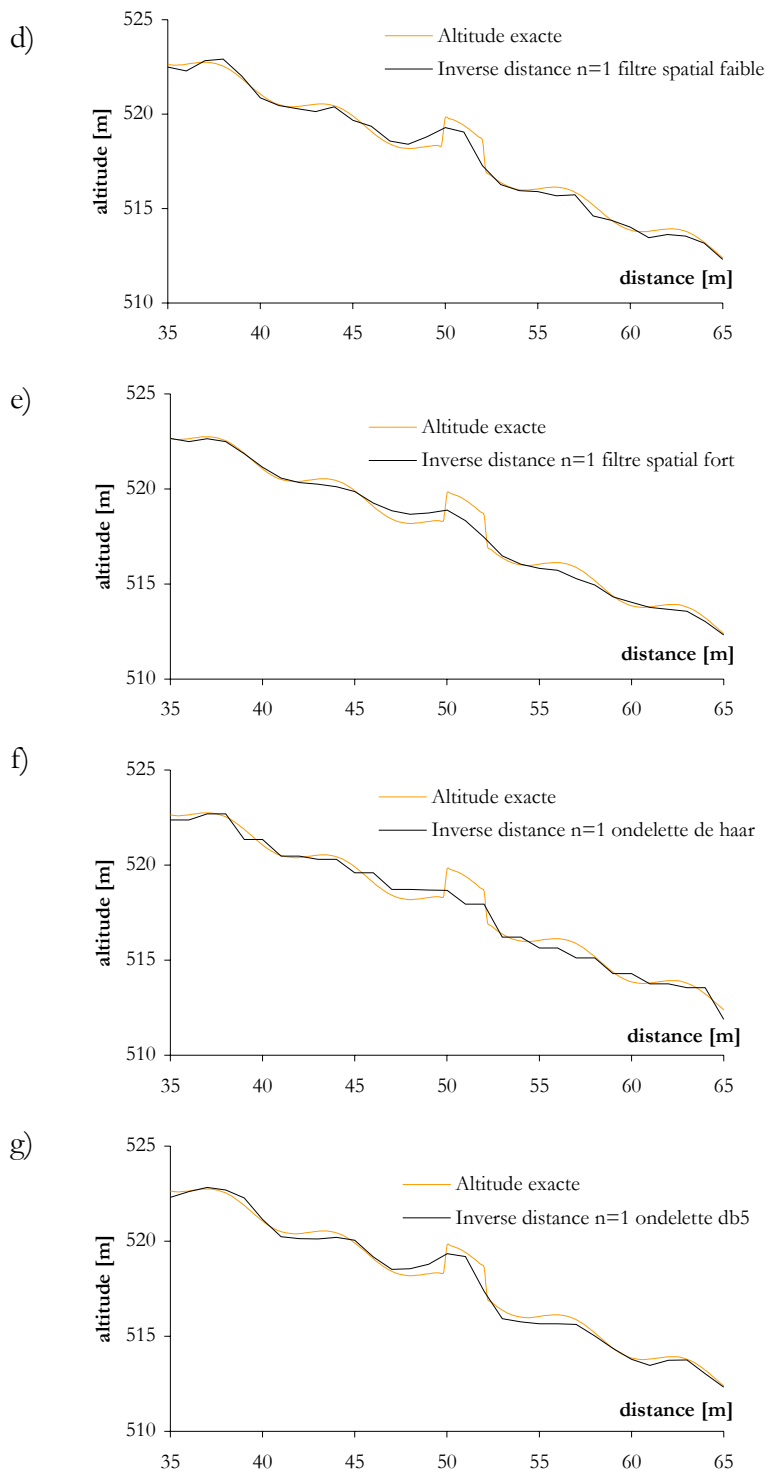
Les coupes d) à g) de la Figure 4.7 permettent cette fois de comparer les effets de différents filtres sur la grille d'interpolation obtenue au moyen de la méthode de l'inverse distance avec $n=1$ point d'appui. Elles peuvent donc être comparées à la coupe a) de la figure précédente.

Le filtre spatial de faible intensité (d)) ne transforme que peu le signal original. Le filtre fort (e)) conduit à une transformation du signal semblable à celle engendrée par le recours à une interpolation avec un nombre de points d'appui élevé (cf. coupe b), figure ci-dessus). Le filtrage fréquentiel obtenu au moyen de l'ondelette *db5* (coupe g)) correspond à un lissage plus mesuré. Les très hautes fréquences sont bien absorbées.

L'ondelette de *Haar* (coupe f)) ajoute un bruit blanc important au signal. Des profils générés à partir de grilles filtrées au moyen des ondelettes *bior3.3*, *bior1.5*, *bior3.1* montraient les mêmes comportements.

Figure 4.7

Coupes transversales du terrain Campagne : effets du filtrage

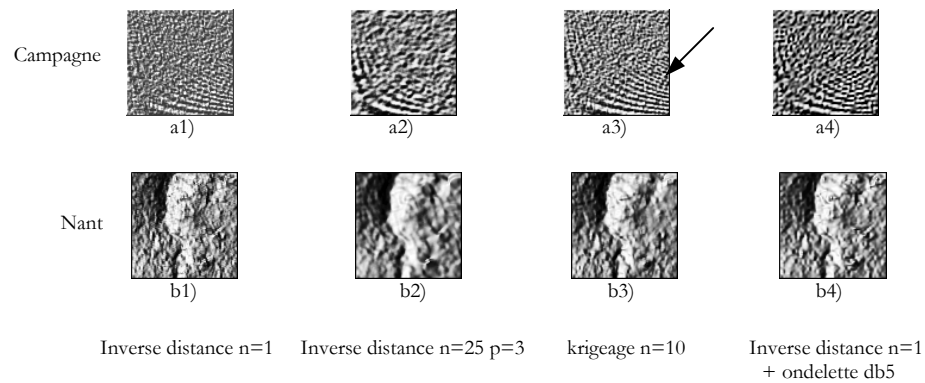


4.5.3 Ombrages dans le logiciel Erdas : terrains Campagne et Nant

La Figure 4.8 présente une série de cartes où le relief des terrains Campagne et Nant est restitué au moyen de calculs d'ombrage effectués dans le logiciel Erdas. L'origine de la source lumineuse est à 315° d'orientation et 45° d'élévation. Un réhaussement identique a été appliqué à chaque image.

Figure 4.8

Ombrages dans Erdas



Toutes les images correspondent à des terrains de 90x90 m.

Dans le cas du terrain Nant (cartes b1) à b4)), il se dégage clairement deux niveaux d'interprétation. Tout d'abord, un regard porté sur la petite échelle permet de distinguer clairement les phénomènes macro-topographiques : le lit d'un torrent traverse bien la zone du Sud au Nord. La carte b2) (inverse distance n=25 points) est celle qui permet la meilleure lecture du macro-relief. Les autres font intervenir passablement de détails qui perturbent l'interprétation à petite échelle. En même temps, ces détails du terrain que la carte b2) ne montre pas mais que les autres mettent en évidence peuvent-ils être rattachés à une réalité physique ?

Un regard porté aux cartes a1) à a4) correspondant au terrain virtuel Campagne permet de répondre partiellement à cette question, puisque, dans ce cas, le terrain original est connu avec exactitude. La carte a2) (inverse distance n=25 points) montre que certains détails ont été perdus (*cf.* terrain exact, Figure 4.3 a), page 14). Les seules ondulations du terrain que la grille réussit encore à restituer sont celles qui se situent dans le quart inférieur gauche de l'image. A cet endroit les ondulations ont une période d'environ 8 m et une amplitude de 2 m. En revanche les structures du terrain dans le quart inférieur droite de l'image - que les autres grilles arrivent à restituer - sont perdues. A l'endroit indiqué par la flèche, les ondulations ont cette fois une période de 5 m et une amplitude de 1.5 m.

Dans l'hypothèse où l'approche retenue pour l'élaboration des terrains et des points bruts virtuels simule vraiment ce qui survient quand un survol laser est effectué, alors il semble être mis en évidence qu'un phénomène topographique s'exprimant sur une surface de 5x5 m et dont l'amplitude est d'environ 1.5 m constitue la limite inférieure de lecture de la technologie laser, quand la densité de points bruts est d'environ un point par mètre carré.

Si une première limite semble être fixée, il reste cependant que les cartes a1) à a4) montrent toutes que le signal est fortement bruité dans la partie supérieure de l'image. Si le terrain exact n'était pas connu, il ne serait pas possible de dire si l'aspect granuleux du

signal est dû ou non à un phénomène tangible sur le terrain, par exemple à un champ de petites bosses.

Les coupes transversales que nous avons commentées plus haut (Figure 4.6 et Figure 4.7) tombent précisément dans des zones où, sur les cartes a1) à a4) de la Figure 4.8, le relief ondulé du terrain original a laissé place, après les interpolations et filtrages, à un bruit qui ne se rattache plus à aucune réalité consistante.

Que vaut ce bruit ? Penchons-nous sur le cas du relief associé à la grille d'interpolation basée sur la méthode de l'inverse distance avec $n=25$ points. Si nous comparons l'image a2) de la Figure 4.8 à la coupe b) de la Figure 4.6, une certaine contradiction semble être mise en évidence. Alors que la coupe transversale montre que le relief interpolé est pratiquement plat, l'image a2) de la Figure 4.8 semble au contraire montrer que le relief est fortement accidenté dans cette zone. Ceci est un artefact essentiellement dû à l'image, qui est amplifié par le fait que le terrain virtuel Campagne ne présente pas, au niveau du macro-relief, de structures très marquées ; ainsi les moindres ondulations conduisent à un ombrage très prononcé. D'autres coupes transversales ont montré que les fluctuations des reliefs interpolés étaient mineures dans cette zone.

Comment cela va-t-il se traduire lors du calcul des paramètres topographiques ?

Nous pouvons pressentir que les phénomènes topographiques marqués, s'exprimant dans un espace de l'ordre $5 \times 5 \times 2$ m, ont de bonnes chances d'être détectés. Comme le montre la Figure 4.8 a2) (inverse distance, $n=25$), le recours à une méthode d'interpolation très *lissante* diminue le pouvoir de lecture du modèle. Certains détails du relief, associés à un phénomène tangible sur le terrain ne peuvent plus être perçus. En même temps, recourir à une méthode d'interpolation moins *lissante* (images a1), a3), a4)) présente le risque de donner crédit à des phénomènes qui n'existent pas en réalité.

Ces risques nous ont cependant paru limités. La Figure 4.9 (page suivante) présente deux coupes transversales dans une zone où l'amplitude des ondulations du terrain original est très faible. Les coupes h) (inverse distance, $n=1$, ondelette *db5*) et i) (inverse distance, $n=25$, $p=3$) illustrent le genre de risques que l'on court en utilisant une méthode d'interpolation peu *lissante*. Les fluctuations « erronées » du relief h) nous ont paru être de moindre importance en comparaison de la perte d'information causée par une méthode plus *lissante* et mise en évidence à l'image a2) de la Figure 4.8.

4.5.4 Comparaison des méthodes sur la base de calculs d'exposition

Des grilles d'exposition ont été calculées pour le terrain Campagne. Les calculs ont été faits selon la méthode de Zevenbergen et Thorne (Zevenbergen et Thorne, 1987). Quatre différentes tailles de fenêtre ont été retenues pour cette analyse de sensibilité : 3×3 , 5×5 , 9×9 et 25×25 . Les grilles d'interpolation suivantes ont été utilisées: inverse distance $n=1$; inverse distance $n=1$ + filtrage au moyen de l'ondelette *db5* ; krigeage $n=10$.

Les résultats sont présentés à la Figure 4.10 (page suivante). Portons d'abord notre attention sur les grilles élaborées à partir d'une taille de fenêtre de taille 3×3 . Les ondulations du terrain original sont bien restituées, surtout dans le quadrant inférieur gauche. Certaines structures qui n'étaient pas visibles sur les cartes d'ombrage apparaissent. Les différences sont peu prononcées d'un paramétrage d'interpolation à l'autre. Notons toutefois que les grilles élaborées à partir de méthodes d'interpolation peu *lissantes* font apparaître plus de détails que celle construite à partir de la méthode de l'inverse distance avec $n=25$ points d'appui. Bien que les différences soient minimes, les grilles obtenues à partir de la méthode de l'inverse distance + ondelette *db5* et d'un krigeage avec $n=10$ points semblent être celles qui restituent le mieux les phénomènes s'exprimant à très grande échelle.

Figure 4.9

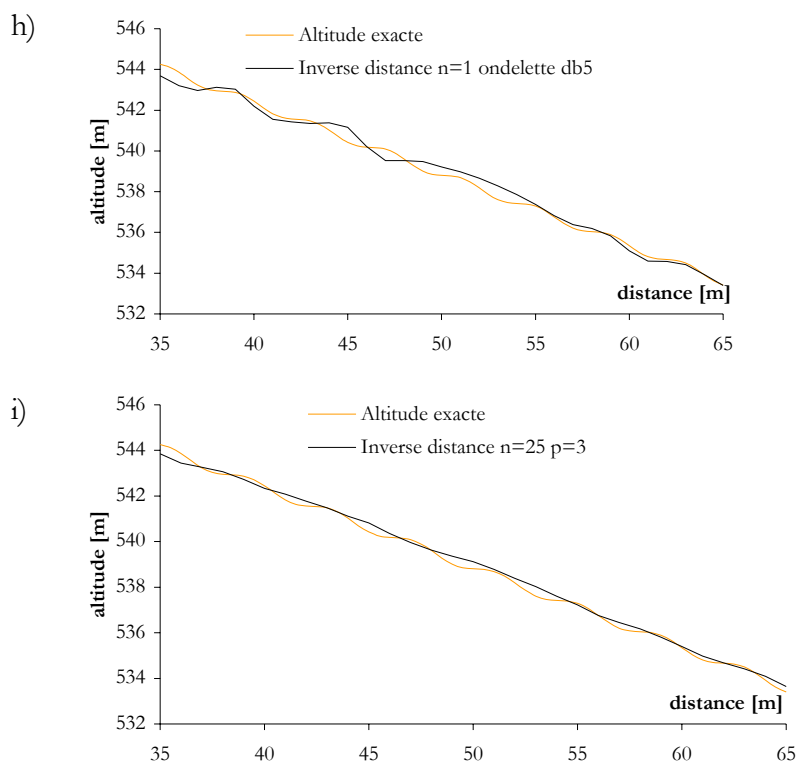
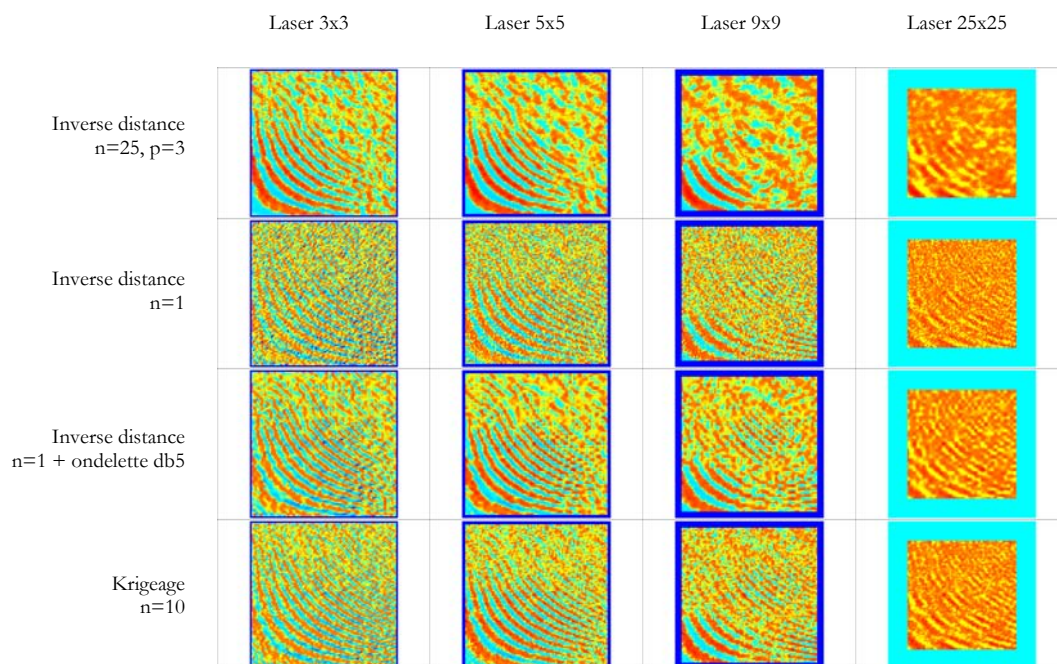


Figure 4.10

Effet des paramètres d'interpolation sur des grilles d'exposition (terrain Campagne)



Les images correspondent toutes à des surfaces de 90x90 m, bords compris.

Il y a un lien étroit entre la taille de fenêtre et la dimension des objets révélés. Prenons le cas de la grille filtrée (ondelette *db5*) élaborée à partir de la méthode de l'inverse distance avec $n=1$. Une taille de fenêtre 3×3 permet de révéler des phénomènes intervenant à très grande échelle. Une structure avec de fines courbures se dessine sur presque les trois quarts de la surface. En même temps ils ne se perçoivent qu'avec une lecture attentive. Si nous passons à une taille de fenêtre supérieure, le trait des courbes associées à des ondulations de plus grande dimension se renforce, tandis que certains détails disparaissent.

Reste que toutes les grilles sont très fortement bruitées. De façon générale, les structures dans le quadrant supérieur droit ne rendent pas compte du fait que le terrain est très peu accidenté dans cette région. Comme c'était le cas avec les ombrages, le terrain paraît très déstructuré. Le fait que le terrain Campagne soit artificiel joue ici de nouveau un rôle important. Dans un terrain réel, il existe une sorte de continuum entre micro, méso et macro-topographie qui n'existe pas sur ce terrain. Ainsi, même en passant à une taille de fenêtre 25×25 , les mêmes motifs sont répétés.

4.5.5 Paramètres pente, orientation, courbure : terrains Campagne et Nant

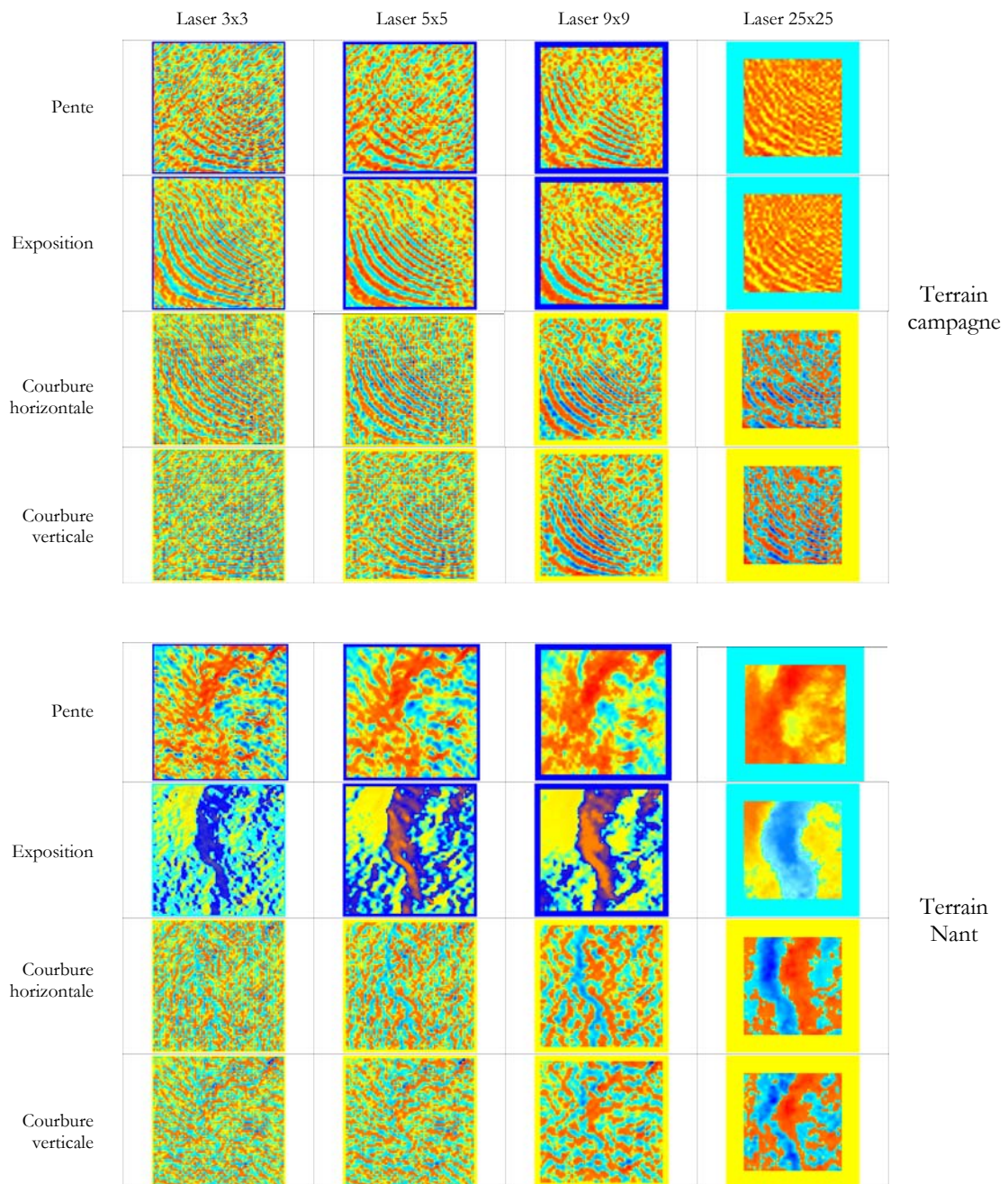
Des grilles de pente, d'exposition, de courbure horizontale et de courbure verticale ont été construites pour les terrains Campagne et Nant selon la méthode de Zevenbergen et Thorne (Zevenbergen et Thorne, 1987). La grille d'altitude est une grille interpolée au moyen de la méthode de l'inverse distance avec $n=1$ point d'appui et filtrée (ondelette *db5*). Les tailles de fenêtres sont identiques à celles utilisées précédemment : 3×3 , 5×5 , 9×9 et 25×25 . Les résultats sont présentés à la Figure 4.11 (page suivante). En comparant globalement les résultats obtenus à partir des deux terrains, la notion de continuum évoquée plus haut est clairement mise en évidence. Nous remarquons une évolution de la structure des images, dans le cas du terrain Nant, qui va de pair avec le changement de la taille de la fenêtre. A mesure que celle-ci augmente, ce sont des phénomènes topographiques s'exprimant à des échelles de plus en plus petites qui sont révélés.

La question de savoir si les structures révélées en employant des tailles de fenêtre très petites ont leur pendant dans la réalité du terrain reste cependant ouverte dans le cas du terrain Nant. Pour y répondre, un regard porté sur les résultats du terrain Campagne peut nous aider. Dans le cas de la pente et de la courbure verticale, une taille de fenêtre inférieure à 9×9 conduit à l'obtention de grilles trop fortement bruitées pour qu'aucun objet ne puisse être restitué de manière évidente. Pour la courbure horizontale, cette limite semble se situer à une taille de fenêtre 5×5 . L'exposition est le seul paramètre qui permette de dégager une certaine structure avec une taille 3×3 . Ces différences peuvent tenir à la méthode de calcul des paramètres aussi bien qu'à la particularité du terrain Campagne.

Si nous portons à nouveau notre attention sur le terrain Nant, et que nous essayons de rattacher les phénomènes que les grilles mettent en avant, nous arrivons à des conclusions très similaires. Dans le cas des courbures verticale et horizontale, les grilles conçues à partir de tailles de fenêtre inférieures à 9×9 sont très bruitées. Une visite sur le terrain a montré que la zone en question était une zone très bosselée. Il est possible que les courbures calculées à partir d'une fenêtre de taille 9×9 , qui conduisent à cette structure morcelée, résultent de ces ondulations à très grande échelle. Pour les paramètres pente et exposition, les observations que nous pouvons faire sont similaires.

Figure 4.11

Paramètres pente, exposition, courbure horizontale et verticale : terrains Campagne et Nant



Les images correspondent toutes à des surfaces de 90x90 m, bords compris.

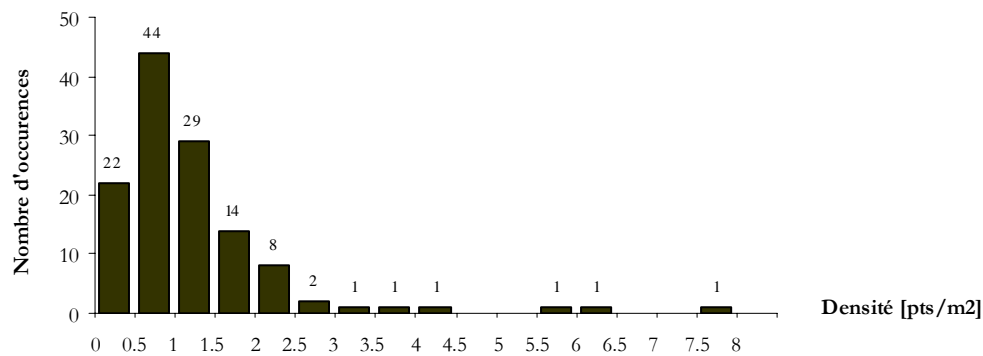
4.6 TRAITEMENTS II : CHOIX BASÉS SUR LES RÉSULTATS DE L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

4.6.1 Choix de la résolution

Le choix de la résolution s'est fondé sur une analyse de la densité des points bruts dans un rayon de 5 m autour des barycentres des 125 relevés. L'histogramme des densités (cf. Figure 4.12) montre que cette densité est très fluctuante. La valeur moyenne de la densité est de 1.25 pts/m². Elle est à l'origine du choix de la résolution de 1 m (voir équation 4.1).

Figure 4.12

Histogramme



Les valeurs de densité dans un rayon de 5 m autour des barycentres des relevés fluctuent passablement. Elles varient entre 0.19 et 7.92 pts/m². La valeur moyenne est de 1.25 pts/m², la médiane de 0.97 pts/m².

4.6.2 Méthode d'interpolation et de filtrage

Les choix des méthodes d'interpolation et de filtrage se sont basés sur les résultats de l'analyse de sensibilité. Les méthodes peu *lissantes* permettent de détecter des reliefs que d'autres ne peuvent pas. En même temps, elles peuvent conduire à une surestimation du modelé du terrain et produire des grilles d'altitude – ou de paramètres dérivés - fortement bruitées. Ce bruit naît essentiellement de la comparaison de mesures adjacentes, et pose des problèmes quand l'information doit être interprétée visuellement ou quand elle doit être agrégée. Ce problème ne se posant pas dans le cadre de cette étude (les calculs se font ponctuellement), il a été décidé d'opter pour une méthode d'interpolation peu *lissante*.

La méthode d'interpolation retenue est celle de l'inverse distance avec $n=1$ point d'appui. Un filtrage fréquentiel avec l'ondelette *Daubechies 5* a été effectué. Recourir à un filtrage fréquentiel présente surtout un intérêt quand il s'agit d'agréger l'information (*agrégation* ; voir Bian, 1997). Ici, le filtrage n'a servi qu'à absorber les très hautes fréquences causées par le choix d'une méthode d'interpolation aussi crûe. L'analyse de sensibilité a montré que la combinaison de cette méthode d'interpolation et de ce type de filtre permettaient de construire des grilles de paramètres pente, exposition et courbure adaptées aux buts visés par ce travail.

4.6.3 Choix des tailles de fenêtre

Les tailles de fenêtres retenues sont listées dans le Tableau 4.4. L'analyse de sensibilité a montré que les paramètres topographiques pente, exposition et courbure calculés avec des fenêtres de tailles inférieures à 9x9 sont parfois difficiles à rattacher à un phénomène topographique tangible sur le terrain. En outre, les relevés ont été effectués dans des carrés de 8x8 m positionnés avec une précision de +/- 1 m. Si nous considérons encore que la position des espèces à l'intérieur de ces surfaces n'est pas connue, il est incohérent de recourir à une taille de fenêtre inférieure à 9x9. Les paramètres ont toutefois été calculés à partir d'une fenêtre de taille 5x5. Ceci essentiellement dans un but informatif, pour mesurer la corrélation qui existe entre des mesures obtenues à partir d'une taille de fenêtre aussi petite et des fenêtres de plus grandes dimensions.

Tableau 4.4

Tailles de fenêtre retenues

[pixels x pixels]	MNA Laser					MNA 25		
	5x5	9x9	15x15	25x25	51x51	3x3	5x5	7x7
L [m]	4x4	8x8	14x14	24x24	50x50	50x50	100x100	150x150

La résolution du MNA laser est de 1m, celle du MNA 25 de 25 m. Si (i,j) désigne le pixel situé à la i -ième ligne et à la j -ième colonne de la fenêtre de taille $I \times J$, L est la longueur qui sépare le centre des couples $(i,1), (i,J)$, $i=1,2,\dots,I$ et $(1,j), (I,j)$, $j=1,2,\dots,J$. Nous constatons que les fenêtres 51x51 laser et 25x25 MNA25 sont similaires.

4.6.4 Analyse de la qualité des points bruts autour des relevés

Le jeu de données fourni par les auteurs du projet Modiplant concernait 136 relevés. Une analyse visuelle de la densité de points bruts dans un carré de 60x60 m autour de chaque relevé a été effectuée. Dans 11 cas, la densité a été jugée insuffisante. Le calcul des paramètres topographiques aurait conduit à une très mauvaise approximation de la réalité du terrain pour au moins une des tailles de fenêtre retenues (*cf.* Figure 4.13, page suivante).

4.6.5 Calcul des paramètres

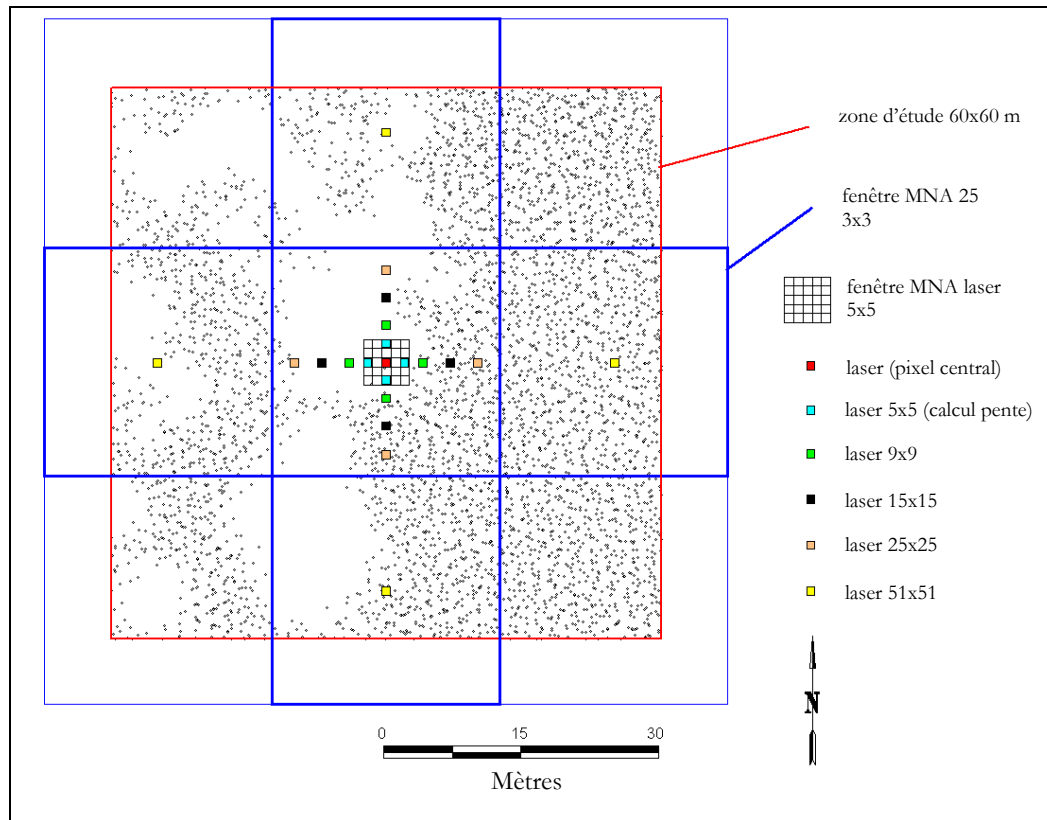
Les étapes suivantes ont été suivies pour le calcul des variables dérivées des points bruts laser :

- ☐ Extraction des points bruts à l'intérieur d'un carré de 60x60 m entourant le barycentre du relevé.
- ☐ Interpolation selon la méthode de l'inverse distance (rayon de recherche 6m, 1 point par maille de 1 m²).
- ☐ Rognage de 10 m à chaque extrémité de la grille, pour éviter les effets de bord (voir Burrough et McDonnell, 1998).
- ☐ Filtrage fréquentiel de la grille rognée au moyen de l'ondelette db5 dans Matlab.
- ☐ Calcul, selon la méthode de Zevenbergen et Thorne (1987), des paramètres topographiques pour le pixel encadrant le barycentre du relevé considéré.

Pour le MNA 25, les paramètres ont simplement été calculés à partir d'un extrait de la grille de l'OFT.

Figure 4.13

Exemple d'un relevé non retenu pour les calculs



En bleu, les pixels de taille 25x25 du MNA 25. Pour le MNA laser, seule la fenêtre 5x5 est représentée en entier. Le pixel rouge, qui correspond au barycentre du relevé, est le pixel pour lequel les paramètres topographique sont calculés dans le cas laser. Les pixels d'appui pour le calcul de la pente selon la méthode de Zevenbergen et Thorne (1987) sont représentés sur la figure, pour chaque taille de fenêtre (en bleu gras pour le MNA 25). On constate bien la similitude entre une pente calculée avec une fenêtre laser 51x51 et une fenêtre MNA 25 3x3.

4.7 RÉGRESSION LOGISTIQUE

Les données Modiplant sur les espèces végétales sont exprimées en terme de présence/absence observée. La variable est donc binaire. Depuis les années 1980, le modèle de régression logistique est devenu, dans de nombreux domaines, la méthode d'analyse standard dans les situations où la variable réponse est discrète (Hosmer et Lemeshow, 1989). Pour différentes raisons qui vont être expliquées plus loin, elle est aussi d'un emploi courant en écologie végétale. Aussi, c'est pour cette méthode statistique que nous avons opté.

4.7.1 Principe de la régression logistique

Dans toute régression, la quantité clef est la moyenne conditionnelle $E(Y|x)$, c'est-à-dire la valeur espérée de la variable réponse Y en fonction de la valeur de la variable indépendante x . En régression linéaire, cette quantité s'exprime $E(Y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$. Elle peut donc prendre n'importe quelle valeur entre moins l'infini et plus l'infini. Dans le cas d'une variable binaire, $E(Y|x)$ exprime une probabilité. Quelle que soit la valeur de x , sa valeur doit être comprise entre 0 et 1. Le modèle linéaire classique ne peut donc s'appliquer tel quel.

Soit, pour simplifier la notation, $p(x) = E(Y|x)$. Une fonction qui contraint $p(x)$ à prendre des valeurs comprises entre 0 et 1 souvent utilisée pour l'analyse d'une variable dichotomique est le modèle logistique (cas univarié) :

$$p(x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}} \quad \text{Equation 4.1}$$

Une transformation de $p(x)$, centrale en régression logistique, est la transformation logit. En terme de $p(x)$, elle s'exprime comme :

$$g(x) = \left(\frac{p(x)}{1 - p(x)} \right) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Equation 4.2}$$

L'importance de cette transformation tient dans le fait que $g(x)$ a de nombreuses propriétés désirables d'un modèle de régression linéaire. Le logit $g(x)$ est linéaire en ses paramètres, peut être continu et peut varier entre moins l'infini et plus l'infini en fonction de l'intervalle sur lequel x est défini.

Dans un modèle de régression linéaire, l'incertitude, définie comme la différence entre la valeur d'une observation et la valeur espérée, est souvent supposée suivre une distribution normale centrée avec variance constante sur l'intervalle où la variable indépendante est définie. Dans le cas d'une variable binaire, l'incertitude suit une distribution binomiale. En effet, si y est une observation telle que $y = p(x) + \varepsilon$, alors ε peut prendre deux valeurs. Si $y=1$, $\varepsilon = 1 - p(x)$ avec une probabilité égale à $p(x)$, et si $y = 0$, $\varepsilon = -p(x)$ avec une probabilité de $1 - p(x)$. Ceci a un certain nombre de conséquences :

- Les résidus, représentés sur un *scatterplot*, sont inévitablement très structurés. L'analyse visuelle des résidus, courante en régression linéaire, n'est généralement pas pratiquée.
- La valeur de la statistique R^2 , calculée sur les mêmes bases théoriques qu'en régression linéaire, est systématiquement faible, et se montre beaucoup plus difficile à interpréter.

4.7.2 Estimation des paramètres

L'estimation des paramètres de l'équation 4.2 se base sur la méthode du maximum de vraisemblance. La fonction de vraisemblance exprime la probabilité que les données observées soient fonction des paramètres inconnus. Les estimateurs du maximum de vraisemblance sont les $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots$ qui maximisent cette fonction. $\hat{p}(x)$ est donc l'estimateur de vraisemblance de $p(x)$. Les équations de vraisemblance, qui permettent de déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance ne peuvent être résolues que par des méthodes itératives. Ici, ces équations ont été résolues dans le logiciel Matlab.

4.7.3 Modèles : principes

Modéliser la relation entre les variables indépendantes et la variable réponse consiste à définir la forme de la fonction logit. Le modèle est dit *univarié* s'il ne fait intervenir qu'une seule variable explicative ; sinon il est *multivarié*. Un certain nombre de règles ou de consignes doivent être respectées :

- (a) Même si l'objectif final est de procéder à une analyse multivariée, celle-ci devrait toujours être précédée d'une analyse univariée attentive de chaque variable (Hosmer et Lemeshow, 1989).
- (b) Un modèle doit être fondé sur des a priori scientifiques et être aussi simple que possible (Guisan, 2002 ; Morgenthaler ; 1997 ; Hosmer et Lemeshow, 1989). Ceci est valable aussi bien :
 - i. dans le cas univarié (ne recourir à plus d'un paramètre que si cela est justifiable)
 - ii. dans le cas multivarié (n'inclure une variable supplémentaire dans le modèle que s'il y a raison de penser qu'elle est significative).
- (c) Quand une variable explicative n'est pas liée directement à la variable réponse dans la structure causale, le modèle n'est pas prédictif. Il est dit *prévisionnel*, en ce sens qu'il ne teste pas des liens de causalité, mais cherche à identifier une possible corrélation (Borcard et Butler, 1993).

Pour plusieurs motifs, il a été décidé de ne recourir qu'à des analyses univariées. Si nous avons des raisons de penser que les variables retenues ont une influence sur la distribution d'espèces dans le paysage, il est aussi bon d'admettre que ces variables ne suffisent de loin pas à elles seules à expliquer cette distribution (Guisan, 2002). Les regrouper au sein d'un modèle multivarié, sans prendre en compte des variables aussi importantes que d'autres liées à la pluviosité, la température, la géologie, etc. est dénué de tout fondement scientifique. Les analyses univariées menées dans le cadre de ce travail ont donc consisté en premier lieu à déterminer si les variables retenues étaient assez significatives pour justifier leur prise en compte dans une procédure ultérieure de sélection multivariée (*stepwise*, etc.). Inclure ces variables dans une telle procédure est laissé à d'autres études.

Pour respecter le principe énoncé au point (b) i., les modèles univariés ont été formulés le plus simplement possible. Bien que les variables topographiques ne soient pas rattachées directement à la variable réponse absence/présence dans la structure causale (voir point (c) ci-dessus), il a quand même été possible de baser la formulation des modèles sur certaines hypothèses justifiables d'un point de vue écologique pour chaque catégorie de variables étudiée. Par *catégories de variables*, nous entendons les 4 catégories *penne*, *exposition*, *courbure verticale* et *courbure horizontale*. Chaque catégorie de variables ayant été calculée à partir de 8 tailles de fenêtre différentes, le nombre de variables indépendantes analysées est de 32.

4.7.4 Types de modèles

En écologie végétale, la forme de la fonction logistique $p(x)$ peut être assimilée à la notion de courbe de réponse. La courbe de réponse est le pendant univarié de la niche écologique (Guisan, 2002). Plusieurs cas de figure peuvent se présenter :

- Cas 1) La probabilité de présence est supposée croître (ou décroître) pour tout le gradient sur lequel la variable indépendante x s'exprime.
- Cas 2) La probabilité de présence est supposée présenter un optimum pour une certaine valeur de la variable indépendante x .
- Cas 3) La réponse est supposée plus complexe (bimodale par exemple).

Cas 1 : courbe de réponse en S

La transformation logit telle que présentée à l'équation 4.2, où $g(x)$ est un polynôme du premier degré, correspond à une courbe en forme de S. Dans ce cas, la fonction de probabilité $p(Y=1|x)$ est une fonction croissante (ou décroissante) sur tout le domaine, évoluant de 0 (ou 1) quand x égale moins l'infini, à 1 (ou 0) quand x égale plus l'infini. Dans le cas où la fonction est croissante, la courbe ressemble au graphe d'une fonction de répartition.

Cas 2 : courbe de réponse gaussienne

La transformation logit suivante est d'un emploi courant en écologie numérique :

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 \quad \text{Equation 4.3}$$

Le modèle logistique $p(x)$ associé à $g(x)$ présente ici une forme gaussienne. On parle de courbe *gaussienne-logistique* (voir Guisan, 2002). Une telle fonction s'adapte à la modélisation de l'absence/présence pour de nombreuses variables environnementales. On associe la valeur de x pour laquelle la courbe gaussienne-logistique atteint son maximum à la notion d'optimum écologique (*opt*). On définit aussi la tolérance écologique (*te*) et le maximum (*max*), c'est-à-dire la valeur de la moyenne conditionnelle pour $x=opt$. Si $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ et $\hat{\beta}_2$ sont les estimateurs du maximum de vraisemblance, ces paramètres se calculent de la façon suivante :

$$opt = -\hat{\beta}_1 / 2\hat{\beta}_2 \quad \text{Equation 4.4}$$

$$te = 1 / \sqrt{-2\hat{\beta}_2} \quad \text{Equation 4.5}$$

$$max = e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 opt + \hat{\beta}_2 opt^2} \quad \text{Equation 4.6}$$

Cas 3 : réponses complexes

La réponse est complexe si $g(x)$ est un polynôme de degré supérieur à 2. De tels modèles doivent être utilisés avec précaution. A moins qu'un argument scientifique clair en la faveur de leur utilisation existe, ils devraient, dans la mesure du possible, être évités (voir section 4.7.3, point (b) i.). Non seulement à cause du phénomène de « surlissage » (*overfitting*), mais aussi parce qu'ils peuvent conduire à des modèles difficiles à interpréter.

4.7.5 Modèles retenus : arguments

Les variables pente, exposition et courbure ont une influence indirecte sur la croissance d'espèces, et, par-là, sur leur distribution dans le paysage (*cf.* section 4.1.4). En portant un regard sur la variable située en aval dans la structure causale et qu'elles sont censées représenter (ou « porter en elles »), il est toutefois possible de modéliser une courbe de réponse théorique pour chacune d'entre elles. Pour la pente, on considère que la variable

porte en elle le poids des variables plus directes que sont l'humidité et la radiation solaire. L'exposition est considérée comme une mesure indirecte de la radiation ; la courbure verticale de l'humidité du sol. Il est plus difficile de rattacher la variable courbure horizontale à un facteur pouvant expliquer la présence d'espèces végétales.

Pente

Deux types de courbe de réponse ont été modélisées pour la variable pente : réponse en S (équation 4.2) ou réponse de type gaussien-logistique (équation 4.3). Dans le premier cas, on fait l'hypothèse que la probabilité d'observer une présence croît ou décroît pour tout l'intervalle sur lequel la pente est définie. Autrement dit :

1. La probabilité d'observer une présence est forte pour de faibles pentes : $p(x)$ passe de 1 à 0 quand x passe de moins à plus l'infini.
2. La probabilité est forte pour de fortes pentes : $p(x)$ évolue de 0 vers 1 quand x passe de moins à plus l'infini.
3. L'espèce est indifférente à la valeur de la pente : la courbe en S est très étirée.

Dans le deuxième cas (courbe gaussienne-logistique), on présume que la probabilité d'observer une présence montre un maximum pour une certaine valeur de la variable pente. Il faut souligner à ce stade qu'une courbe gaussienne-logistique peut, selon la position de l'optimum, épouser une forme proche de celle d'une courbe en S dans l'intervalle où la pente est définie. Les cas 1 à 3 ci-dessus peuvent donc aussi être modélisés par une courbe gaussienne-logistique. Par ailleurs, les possibilités d'aboutir à des courbes de réponses complexes, difficiles à interpréter sont réduites : la courbe ne présente que deux points d'inflexion.

Courbures horizontale et verticale

La courbe de réponse liée à la variable courbure verticale a été modélisée par une courbe en S. Une telle modélisation exprime, de façon similaire aux 3 cas énoncés ci-dessus, que les espèces se montrent, soit favorables à des terrains concaves (creux favorisant la rétention d'eau), soit favorables à des terrains convexes (terrains plus secs), soit indifférentes à la courbure du terrain.

Les valeurs dérivées de la méthode de Zevenbergen et Thorne (1987) étant difficiles à interpréter d'un point de vue écologique, et comme l'influence de cette variable est mal connue, il a été décidé de ne pas recourir à des modèles plus complexes.

La courbure verticale a été modélisée de la même façon. Son lien de causalité avec la variable réponse absence/présence étant difficile à mettre en évidence, les régressions ont été surtout menées à titre exploratoire.

Orientation

De par sa circularité, la variable orientation présente un problème supplémentaire. Mettons que nous optons pour une courbe gaussienne-logistique. Dans cette situation les valeurs espérées $\hat{p}(360^\circ)$ et $\hat{p}(0^\circ)$ peuvent différer considérablement l'une de l'autre, ce qui n'est pas en accord avec le modèle conceptuel. Deux moyens d'échapper à cette situation sont de transformer la variable en une variable dichotomique, en divisant par exemple le gradient circulaire en 4 classes cardinales du type N-E-S-O (Guisan, 2002), ou de construire deux variables $\cos(\text{exposition})$ et $\sin(\text{exposition})$, qui expriment respectivement les gradients Nord-Sud et Est-Ouest.

Remarques

Les gradients de pente et d'exposition sont bornés entre $[0\ 90^\circ]$ et $[0\ \text{et}\ 360^\circ]$. Quelle que soit la fonction logistique $g(x)$ retenue, $\hat{p}(x)$, l'estimateur de vraisemblance de $p(x)$, fournit des valeurs de probabilité supérieure à 0 pour des valeurs de ces paramètres situées

au-delà de leur gradient d'expression. Ceci est cohérent, dans la mesure où le fait que la fonction ne vaille pas nécessairement 0 ou 1 aux extrémités du gradient est en accord avec le modèle scientifique. Toutefois, si une courbe gaussienne-logistique est retenue, une attention particulière doit être portée aux valeurs d'optimum, de tolérance et de maximum écologique tels que définis aux équations 4.4 à 4.6. Ces valeurs peuvent se situer en dehors de l'intervalle où la variable est définie dans la réalité.

4.7.6 Modèles retenus : expression mathématique

Sont présentées ici les expressions du lien logit :

Pente

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Modèle P1}$$

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta x^2 \quad \text{Modèle P2}$$

Exposition

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 \quad \text{Modèle E1}$$

où D_1 , D_2 , D_3 sont des variables « d'appui » (*design variable*, voir Hosmer et Lemeshow, 1989 ; Guisan, 2002) pouvant prendre des valeurs égales à 0 ou 1. Quatre classes d'exposition ont été retenues. Leur codage est le suivant :

Tableau 4.5

Codage des classes d'exposition

Classe d'exposition	D_1	D_2	D_3
N (315-45°)	0	0	0
E (45-135°)	1	0	0
S (135-225°)	0	1	0
O (225-315°)	0	0	1

Enfin, les variables *gradients* N-S et E-O ont été modélisées séparément :

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 \cos(x) + \beta \cos^2(x) \quad \text{Modèle NS}$$

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 \sin(x) + \beta \sin^2(x) \quad \text{Modèle EO}$$

Courbure horizontale et verticale

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Modèles H1 et V1}$$

4.7.7 Mesure de la pertinence des coefficients

Une fois les coefficients estimés, la pertinence de l'inclusion des variables dans le modèle a été mesurée. En régression logistique, plusieurs tests existent pour répondre à cette question. Parmi eux, deux tests ont été retenus ici, le test G et le test de Wald.

Statistique G

La statistique G joue le même rôle que le carré moyen de la régression (CM_r) en régression linéaire. G se définit comme

$$G = -2 \ln \frac{L}{L'} \quad \text{Equation 4.3}$$

où L est la vraisemblance du modèle initial et L' la vraisemblance du nouveau modèle. Dans l'hypothèse où le(s) paramètre(s) ajouté(s) valent zéro, cette statistique suit une distribution khi-carré avec un nombre de degrés de liberté équivalent au nombre de paramètres ajoutés (Hosmer et Lemeshow, 1989). L'hypothèse nulle testée est donc : « les paramètres ajoutés valent zéro ».

Dans la plupart des tests effectués, L, la vraisemblance du modèle initial, est la vraisemblance du modèle à un seul paramètre, dont le logit est :

$$g(x) = \beta_0$$

Dans ce cas, la statistique G est un critère qui permet de déterminer si la variable considérée permet de mieux expliquer les observations de présence/absence que ne permet un modèle ne faisant intervenir qu'une constante. Cette statistique ne dit en revanche rien sur la qualité globale de l'ajustement du modèle (*goodness-of-fit*, voir section 4.7.8).

Afin de mesurer la pertinence de l'ajout du terme quadratique dans le cas de la pente, la statistique G a été également été calculée avec L = vraisemblance du modèle P1 et L' = vraisemblance du modèle P2.

Statistique de Wald

Le test de Wald s'obtient en comparant l'estimateur du maximum de vraisemblance du paramètre considéré ($\hat{\beta}_i$) avec une estimation de son écart-type ($\sigma(\hat{\beta}_i)$) :

$$W = \frac{\hat{\beta}_i}{\sigma(\hat{\beta}_i)} \quad \text{Equation 4.3}$$

Ce rapport, sous l'hypothèse que la pente est nulle, suit une distribution normale centrée réduite. La méthode d'estimation de la variance suit la théorie du maximum de vraisemblance (Rao, 1973). Certains auteurs ont montré que cette statistique se comportait parfois de façon aberrante (Hosmer et Lemeshow, 1989).

4.7.8 Mesure de la qualité globale du modèle (*goodness-of-fit*)

Une attention moindre a été portée aux mesures de la qualité globale de l'ajustement des modèles. La raison principale en est que les modèles univariés auxquels il a été fait recours représentent une simplification à l'extrême de la réalité.

Pour information, deux statistiques ont toutefois été calculées dans le cadre de ce travail. Il s'agit des statistiques D et \hat{C} (statistique de Hosmer et Lemeshow). Nous ne nous étendrons pas sur la description des méthodes permettant de les calculer ni sur les qualités et défauts de ces statistiques. Nous renvoyons le lecteur à Hosmer et Lemeshow (1989) ou à Christensen (1990).

Statistique D

La statistique D (déviance résiduelle) correspond au rapport énoncé à l'équation 4.3 où L est cette fois la vraisemblance du modèle saturé. Elle est mal appropriée dans les situations où le nombre de configurations de covariables (*covariate pattern*) croît à mesure que la taille de l'échantillon n croît (Hosmer et Lemeshow, 1989). Dans un modèle multivarié, on dit que deux observations partagent la même configuration de covariables si elles prennent la même valeur pour chaque variable. Par exemple, dans le cas de l'exposition, si x_1 et x_2 sont deux observations valant respectivement 110 et 113°, elles partageront la même configuration si le modèle E3 est appliqué, puisque toutes deux tombent dans la classe Est.

Ceci reste valable dans le cas univarié. Si la variable indépendante est binaire, le nombre de configurations de covariables ne sera jamais supérieur à 2, quelle que soit l'augmentation du nombre d'observations n.

A part dans le modèle E3, le nombre de configurations de covariables croît proportionnellement au nombre d'observations, puisque les variables sont continues dans ces modèles (distribution *n-asymptotics*, voir Hosmer et Lemeshow).

Quand le nombre de configurations de covariables J reste stable à mesure que la taille de l'échantillon croît, D suit une distribution khi-carré X (J-p-1) où p est le nombre de paramètres. Si $J \sim n$, la valeur espérée de D est inférieure à J-p-1. L'utilisation de la statistique D est alors déconseillée ou le recours à un facteur de correction recommandé (McCullagh et Nelder, 1983). Hosmer et Lemeshow (1989) notent toutefois que, si le modèle est correct, J-p-1 fournit une estimation raisonnable de la valeur espérée D (rappelons que l'espérance d'une variable suivant une loi khi-carré est égale à son nombre de degrés de liberté).

Statistique \hat{C}

Cette statistique, proposée par Hosmer et Lemeshow (1989), consiste à contourner les problèmes mentionnés ci-dessus en regroupant les observations dans un nombre fixe de groupes, g, et de calculer les fréquences observées et espérées dans chaque groupe. Les deux auteurs ont démontré que si le modèle est correct, la distribution de \hat{C} est bien approchée par une distribution khi-carré X (g-2). Sans développer ici la manière dont cette statistique se calcule, nous ne mentionnons ici que les choix qui ont été opérés.

La méthode de groupement retenue s'est basée sur les probabilités estimées. Dans chaque cas, 6 groupes ont été utilisés. Il s'agit d'un compromis, dans la mesure où il est généralement suggéré de recourir à 10 groupes mais où, en même temps, certains auteurs recommandent que les fréquences espérées soient supérieures à 5 dans chaque groupe. Dans passablement de cas, même en recourant à 6 groupes, cette deuxième recommandation n'a pu être suivie. Nous ne sommes pas descendus à un nombre de groupe inférieur. Hosmer et Lemeshow notent en effet que quand \hat{C} est calculé avec un nombre de groupe inférieur à 6, le test conduit presque toujours à admettre que le modèle est bien ajusté.

4.7.9 Cas aléatoire

Pour chaque catégorie de variable, une redistribution aléatoire des valeurs des paramètres topographiques mesurées à partir du MNA 25 et du MNA laser a été effectuée. La valeur d'un paramètre reste associée aux valeurs du même paramètre calculées à partir des autres tailles de fenêtre, mais est attribuée aléatoirement à un autre relevé.

4.7.10 Niveau de confiance

Pour tous les tests effectués, nous avons opté pour un niveau de confiance de 95%. Si les tests sont corrects, nous prenons donc un risque de 5% de rejeter faussement les H_0 .

4.7.11 Indépendance des variables

Une étape de validation des données a précédé celle de l'évaluation des modèles logistiques. Il s'agissait d'une part de déterminer si les valeurs calculées aux 125 relevés présentaient une distribution satisfaisante et d'autre part si les variables étaient indépendantes.

Par distribution satisfaisante, nous entendons une distribution régulière sur le gradient d'expression des variables. Les distributions attendues des variables courbures horizontale et verticale sont inconnues. En revanche, les distributions espérées des variables *pen*t*e* et *orientation* sont uniformes entre $[0\ 40^\circ]$ et $[0\ 360^\circ]$. Ceci tient à la nature de l'échantillonnage qui est à l'origine de la sélection des relevés (échantillonnage aléatoire stratifié, cf. 3.2.2).

L'indépendance a été évaluée sur la base des coefficients de corrélation ρ . La corrélation espérée entre les variables *pen*t*e* et *orientation*, calculées à partir du MNA 25, est égale à zéro (échantillonnage aléatoire stratifié).

L'indépendance des variables calculées à partir de tailles de fenêtre différentes a également été mesurée au moyen du coefficient ρ . Les valeurs d'exposition ont dû faire l'objet d'un pré-traitement particulier pour le calcul de ρ , en raison de la périodicité de ce paramètre. Soient p_i et p_j les valeurs de *pen*t*e* d'un même relevé calculées à partir de fenêtres de tailles différentes. Si $|p_i - p_j| > 180^\circ$, alors 360° ont été enlevés ou ajoutés à l'une des deux valeurs, ce qui explique, sur les *scatterplots*, la présence de valeurs d'*orientation* inférieures à 0° ou supérieures à 360° .

5 RÉSULTATS

Les résultats des calculs de pente, exposition, courbure horizontale et courbure verticale aux 125 relevés figurent aux annexes 4 à 7.

Afin de faciliter la lecture, certains raccourcis lexicaux ont été utilisés :

- ☐ Pente laser 5x5 : pente mesurée au moyen d'une fenêtre de taille 5x5 à partir du modèle numérique d'altitude laser.
- ☐ MN25 : modèle numérique d'altitude à résolution de 25 m.

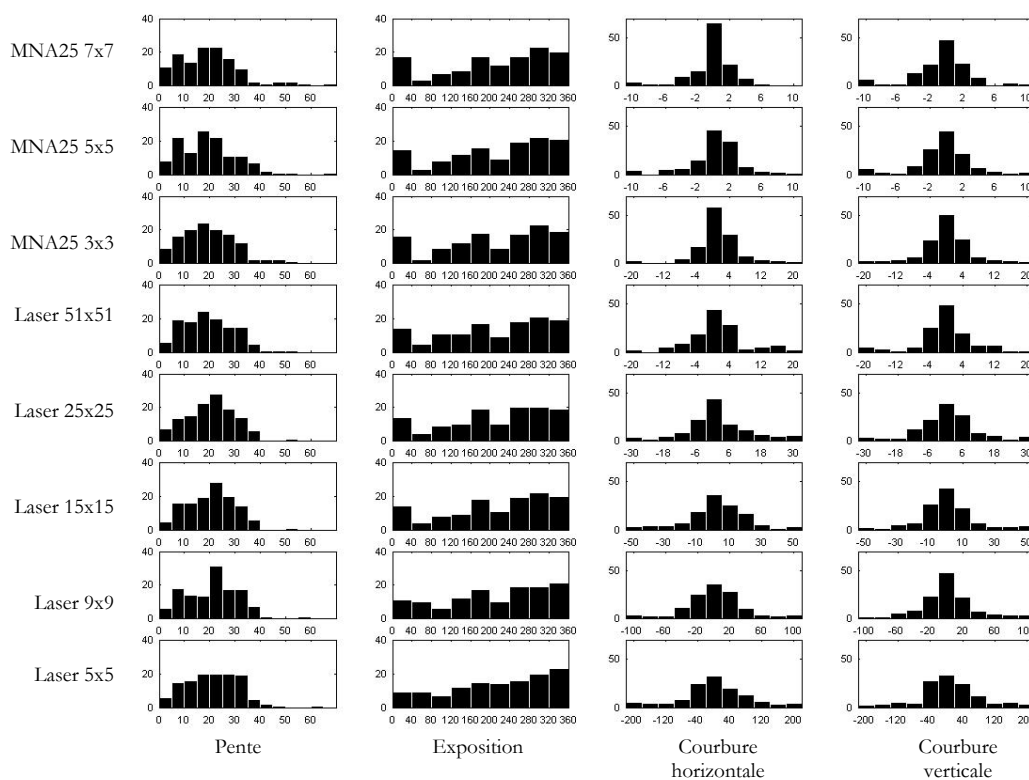
5.1 INDÉPENDANCE DES VARIABLES

5.1.1 Distribution

Les histogrammes de distribution sont représentés à la Figure 5.1. Les valeurs de pente sont distribuées de manière homogène entre 0° et 40° , avec une légère sous-représentation des pentes entre 0 et 5° . Au-delà de 40° , le nombre d'occurrences devient très faible (1 à 6% des cas selon la taille de fenêtre). Quant à l'exposition, les cas E, N-E et N sont les plus fréquents. Les valeurs comprises entre 40° et 120° sont de manière générale moins abondantes.

Figure 5.1

Histogrammes de distribution



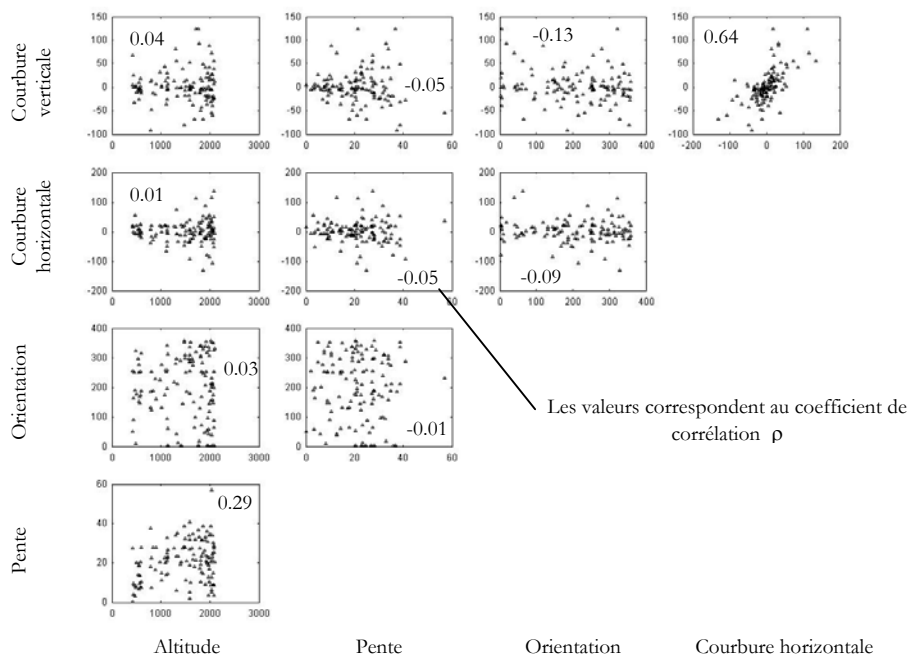
Les variables courbures horizontale et verticale suivent une distribution de type normal centrée en zéro.

5.1.2 Corrélation entre variables à signification topographique différente

Nous déterminons ici si les différentes catégories de variables sont corrélées. Les *scatterplots* de la Figure 5.2 montrent les résultats obtenus à partir d'une fenêtre laser de taille 9x9. Les valeurs d'altitude mesurées au moyen du MNA laser y figurent aussi. L'indépendance des variables, qui se remarque visuellement, est confirmée par les valeurs faibles des coefficients de corrélation ρ . Seules les variables *courbure horizontale* et *courbure verticale* sont corrélées de manière significative ($0.64 > 0.50$). La matrice des corrélations complète figure à l'annexe 8. Elle montre que, quelle que soit la taille de la fenêtre à laquelle les paramètres sont considérés, les variables courbure horizontale et courbure verticale sont les seules à être corrélées significativement.

Figure 5.2

Echantillon de *scatterplots* mettant en relation les différentes catégories de variables topographiques. Les valeurs sont obtenues à partir d'une fenêtre laser 9x9



5.1.3 Validation

La pente et l'exposition sont les deux variables, avec l'altitude, qui ont dirigé l'échantillonnage aléatoire stratifié mené dans le cadre du projet Modiplant (*cf.* 3.2.2). La sous-population livrée pour la présente étude est représentative de la population mère, dans la mesure où nous venons de constater que non seulement les valeurs de pente et d'orientation sont bien distribuées entre les bornes $[0 \ 40^\circ]$ et $[0 \ 360^\circ]$, mais aussi que ces deux variables sont indépendantes.

La corrélation positive entre les variables courbure horizontale et verticale n'est pas surprenante. Elle traduit le fait que, dans la nature, la valeur espérée du coefficient ρ entre ces deux variables est positive.

5.1.4 Corrélation entre variables à même signification topographique

Nous nous intéressons cette fois à la corrélation entre variables liées au même paramètre topographique mais calculées à partir de fenêtres de tailles différentes. Les valeurs des coefficients ρ sont données à l'annexe 8.

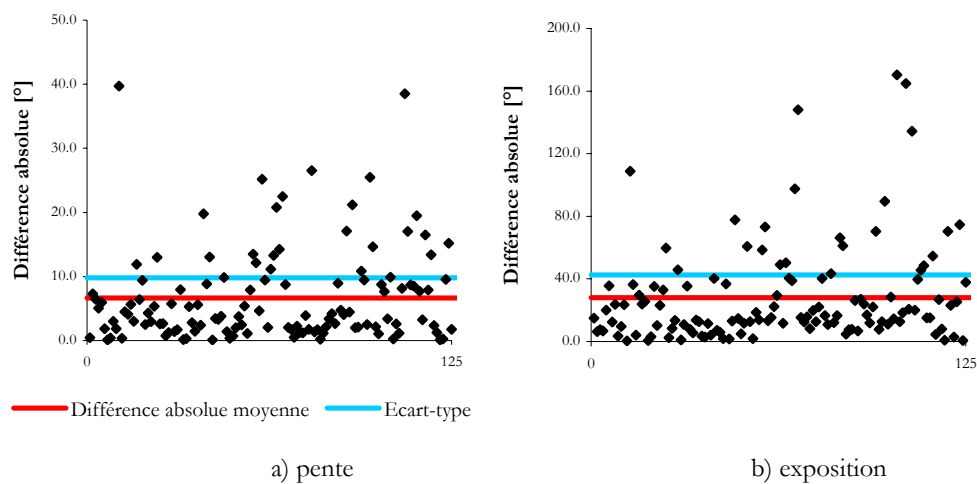
Pente et exposition

Les variables sont fortement corrélées. La corrélation diminue quand l'écart entre les tailles de fenêtre augmente. La corrélation entre variables calculées à partir de fenêtres de tailles « voisines » est systématiquement supérieure à 0.9. Entre une pente calculée au moyen d'une fenêtre de taille 5x5 à partir du MNA laser et une pente calculée au moyen d'une fenêtre 7x7 à partir du MN25, la corrélation s'élève encore à 0.63. La corrélation entre les variables *exposition* calculées à ces deux échelles vaut même 0.93.

Bien que les corrélations soient fortes, l'écart entre deux valeurs de pente ou deux valeurs d'orientation calculées au même relevé à partir de fenêtres de tailles différentes peut être élevé. Pour l'illustrer, la Figure 5.3 montre, dans le cas de la pente et de l'exposition, les écarts absolus entre les valeurs de ces paramètres calculées à partir de fenêtres 5x5 laser et 7x7 MN25. La différence absolue moyenne vaut 6.7° pour la pente et 28.1° pour l'exposition.

Figure 5.3

Écarts absolus entre les valeurs calculées à partir de fenêtres laser 5x5 et MN25 7x7 aux 125 relevés. Cas de la pente et de l'exposition.



a) La différence absolue moyenne vaut 6.7° . L'écart-type vaut 9.8° .

b) La différence absolue moyenne vaut 28.1° . L'écart-type vaut 42.5° .

Courbures horizontale et verticale

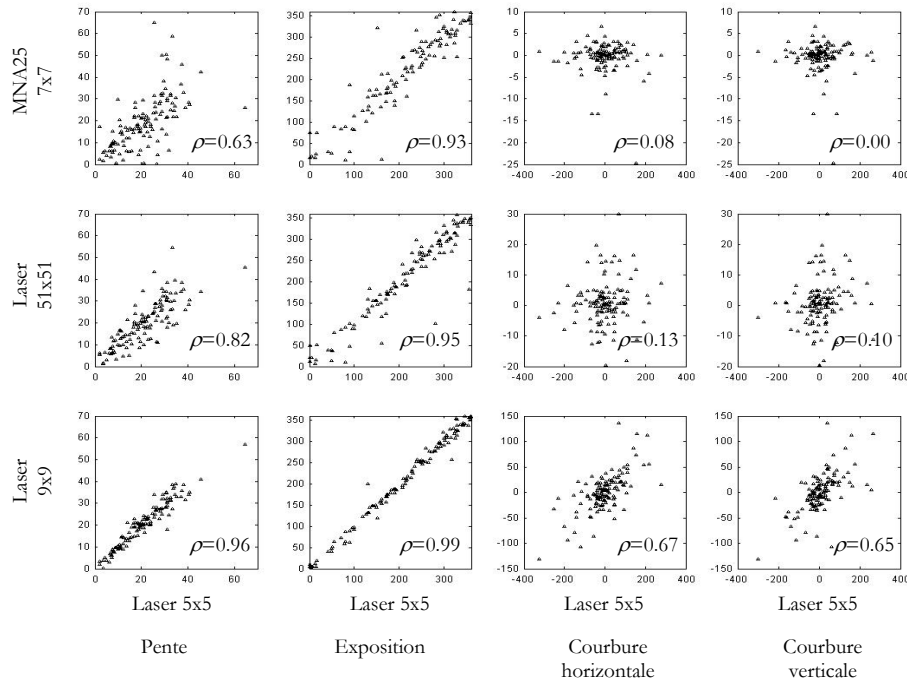
La corrélation est nettement moins marquée. Entre deux fenêtres de tailles « voisines », les coefficients sont compris entre [0.5, 0.85] pour la courbure horizontale, et [0.34, 0.94] pour la courbure verticale. Ils deviennent ensuite de moins en moins significatifs.

Scatterplots

Pour illustrer ces commentaires, un échantillon de *scatterplots* est représenté à la Figure 5.4 (page suivante). Ils reportent les valeurs obtenues à partir de plusieurs tailles de fenêtre en fonction de celles calculées à partir d'une fenêtre de taille 5x5 sur la base du MNA laser.

Figure 5.4

Corrélation entre variables d'un même paramètre topographique. Echantillon de *scatterplots*



5.2 RÉGRESSIONS LOGISTIQUES

Les résultats se trouvent aux annexes 9 à 15. Tous les tableaux, sauf celui de l'annexe 14 B), font figurer les réponses aux différents tests d'hypothèse effectués (« tableaux de rejets »). Une valeur de 1 correspond au rejet d'une H_0 . Les rejets sont mis en évidence par un fond coloré, afin de faciliter la lecture et l'interprétation des résultats. Chaque colonne correspond à une espèce végétale. Les espèces sont classées, de gauche à droite, sur la base du rapport (nb présences observées/ nb total de relevés). L'avant dernière colonne (« somme des rejets de H_0 ») compte le nombre de fois que l' H_0 a été rejetée pour un modèle donné et une fenêtre de calcul donnée. La dernière colonne (« Moyenne par modèle des sommes de rejets de H_0 ») calcule la moyenne de rejets de l' H_0 , toutes tailles de fenêtres confondues. Enfin, toujours dans un souci de clarté, nous nous référons à des numéros de blocs. Un bloc comprend en général les réponses à un type d' H_0 pour un type de modèle.

5.2.1 Pente

Les deux modèles testés sont :

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

Modèle P1

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta x^2$$

Modèle P2

Les résultats figurent à l'annexe 9.

Statistique G

Ho G (en jaune, blocs 1 et 3) : « Le modèle intégrant la variable n'explique pas mieux la distribution observée qu'un modèle ne faisant intervenir qu'une constante ».

Modèle P1 (bloc 1)

Le nombre de rejets varie entre 44 (fenêtre 9x9 laser) et 53 (MN25 3x3 et 5x5). Le nombre moyen de rejets pour le modèle P1 vaut 50. Autrement dit, pour $50/117 = 43\%$ des espèces en moyenne, la pente est une variable qui permet de mieux expliquer les distributions observées qu'un modèle avec seulement une constante.

Modèle P2 (bloc 4)

Le nombre de rejets varie entre 47 (fenêtre 9x9 laser) et 58 (MN25 3x3)). La moyenne vaut cette fois 53.

Comparaison P1 P2

En passant du modèle P1 au modèle P2, la moyenne de rejets ne passe donc que de 50 (bloc 1) à 53 (bloc 3). Ceci est peu important. La statistique HoG dif (en bleu, bloc 3) le confirme. Cette statistique répond à l'Ho : « Le modèle P2 n'explique pas mieux la distribution observée que le modèle P1 ». Elle n'est rejetée que dans 21 cas en moyenne. L'ajout du terme quadratique conduit donc à une amélioration limitée du modèle.

Statistique W

Ho : « Le coefficient β_i vaut zéro ».

Modèle P1 (bloc 2)

La statistique de Wald pour le coefficient β_1 du modèle P1 se comporte de façon très semblable à la statistique G (bloc 1). La texture que forment les taches rouges correspondant aux rejets sont très similaires. De même, le nombre de rejets moyen est presque identique (48 contre 50). Ceci n'est pas étonnant. Le modèle P1 ne fait intervenir qu'un paramètre supplémentaire par rapport au modèle avec seulement une constante. L'Ho testée est donc assimilable à celle testée au moyen de la statistique G.

Modèle P2 (blocs 5 et 6)

L'Ho « $\beta_1 = 0$ » n'est rejetée que dans 14 cas en moyenne (bloc 5), contre 48 dans le cas du modèle P1 (bloc 2). Il y a donc un effet de « dilution » dû à l'ajout du terme quadratique. Le coefficient associé au terme quadratique n'est d'ailleurs jugé différent de zéro que dans 13 cas en moyenne (bloc 6).

Choix d'un modèle

Les résultats montrent que P2 n'explique mieux les distributions observées que le modèle P1 que dans de rares cas. P1 a l'avantage d'être plus simple. De même, il y a pour le modèle P1 une cohérence entre les résultats du test de Wald et du test G que l'on ne trouve pas pour le modèle P2. Pour ces raisons, le modèle P1 est préférable. Toutefois, comme mentionné à la section 4.7.5, la courbe de réponse du modèle P2 ne présente que deux points d'inflexion. P2 ne constitue donc pas non plus un modèle exagérément complexe.

Influence de la taille de la fenêtre à laquelle les variables sont calculées

Cette fois la lecture du tableau doit se faire à l'intérieur de chaque bloc. En comparant les lignes de chaque bloc, on peut déterminer par une analyse visuelle si les modèles établis à partir de tailles de fenêtre différentes répondent par un nombre de rejets d'Ho différencié, c'est-à-dire par une vraisemblance différenciée.

Ho G du modèle P1

Nous considérons, à titre d'exemple, les réponses à l'Ho G du modèle P1 (bloc 1). Nous avons déjà remarqué que le nombre de rejets variait peu (44 pour le laser 9x9 ; 53 pour les MN25 3x3 et 5x5 ; 50 rejets en moyenne). En regardant plus en détail le bloc 1, il apparaît en plus que ce sont souvent pour de mêmes espèces que sont obtenus ces rejets. Les taches rouges forment entre elles une texture verticale qui le confirme. Pour certaines espèces, le rejet de l'Ho est obtenu quand la variable pente est calculée à partir du MNA laser (espèces 35 et 36 par exemple). Pour d'autres, il est obtenu quand elle est calculée à partir du MN25 (espèces 42 ou 71). Enfin, d'autres espèces montrent des réponses plus complexes. Pour l'espèce 29 par exemple, l'Ho G n'est jamais rejetée, sauf si le modèle est établi à partir d'une fenêtre laser 5x5 laser ou d'une fenêtre MN25 3x3. Pour toutes ces espèces, nous pouvons penser que ces réponses différenciées résultent du hasard. En tout cas, il est impossible de dire si, véritablement, la distribution de ces espèces est mieux modélisée quand un type de MNA est utilisé plutôt qu'un autre.

De façon générale, il apparaît que l'échelle à laquelle est évalué le paramètre pente n'a pas d'influence sur la qualité de la modélisation. En particulier, il n'y a pas de différence entre les modèles établis à partir du MNA laser et ceux établis à partir du MNA 25.

Autres tests d'hypothèses

Les conclusions que nous pouvons tirer de la lecture des réponses aux autres tests d'hypothèse sont identiques. Dans les deux autres blocs où les rejets sont relativement nombreux (blocs 2 et 4), nous remarquons de nouveau la texture verticale formée par les taches rouges. Pour les blocs 3, 5 et 6, cette texture est moins évidente. Il n'en demeure pas moins qu'il n'est pas possible de dégager une échelle qui conduise à une meilleure modélisation de la distribution. Il a été mis en évidence plus haut qu'il existait une corrélation très forte entre les variables *pente* calculées à des échelles différentes. Le coefficient de corrélation ρ le plus faible vaut 0.63 (pente laser 3x3 et pente MN25 7x7). Ceci explique en partie pourquoi les distributions répondent par une vraisemblance peu différenciée en fonction de l'échelle à laquelle le paramètre est calculé.

5.2.2 Exposition

Les 3 modèles testés sont :

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 \quad \text{Modèle E1}$$

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 \cos(x) + \beta \cos^2(x) \quad \text{Modèle NS}$$

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 \sin(x) + \beta \sin^2(x) \quad \text{Modèle EO}$$

Rappelons que les modèles NS1 et EO1, qui expriment respectivement les gradients Nord-Sud et Est-Ouest, sont des modèles liés.

Statistique G

Les résultats figurent à l'annexe 10 A).

Le modèle qui aboutit au nombre de rejets d'Ho le plus élevé est le modèle NS1 (bloc 2). Le gradient Nord-Sud a donc une influence majeure sur la distribution de la plupart des espèces (nombre moyen de rejets de 60). Le modèle qui lui est associé (modèle EO, bloc 3) conduit à un nombre de rejets compris entre 5 et 12 seulement. Le modèle E1 (bloc 1), où 3 *design variables* sont utilisées pour coder les 4 classes cardinales N-E-S-O conduit au rejet de 37 Ho. Le modèle est de toute évidence moins bon que le modèle gradient Nord-Sud. A noter que dans 80 cas, le nombre d'itérations maximum fixé par le logiciel Matlab pour la résolution numérique des équations de vraisemblance a été atteint. Nous avons

préféré ne pas tenir compte des résultats associés à ces calculs pour l'évaluation du modèle.

Statistique W

Les résultats figurent à l'annexe 10 B).

Modèle E1

Le modèle E1 prend appui sur 3 variables (*design variables*) pour représenter les 4 classes d'exposition N, S, E et O. Dans un tel modèle, si l'un des coefficients s'avère ne pas être significatif, la convention veut que l'on conserve toutefois la variable d'appui qui lui est liée, pour des raisons de cohérence de modélisation. Ici, c'est donc à titre purement informatif que nous nous penchons sur les réponses aux tests d'hypothèse associés à la statistique Wald pour le modèle E1.

Le coefficient β_0 , associé à la *design variable* D_1 , n'est jugé significatif que dans 10 cas en moyenne (bloc 1). D_1 vaut 1 si l'exposition est située entre 225 et 315°, zéro autrement. La variable « Ouest » n'est donc pas significative. Les pentes β_1 et β_2 , associées respectivement aux variables D_2 (« Sud ») et D_3 (« Est »), sont plus significatives (blocs 2 et 3). L'Ho selon laquelle ces pentes sont nulles est rejetée dans 42 et 31 cas. La variable « Nord » n'est pas représentée directement (*dummy variable* voir Hosmer et Lemeshow, 1989). Elle s'exprime aux travers des trois autres, quand D_1 , D_2 et D_3 valent zéro (*cf.* Tableau 4.5, page 35).

Modèle NS1 et EO1

Le coefficient β_2 associé au terme $\cos^2(\text{exposition})$ (bloc 5) est aussi significatif que le coefficient β_1 (bloc4). L'Ho testant leur nullité est rejetée dans 62 et 61 cas en moyenne. L'influence quasi nulle du gradient Est-Ouest, déjà mise en évidence par la statistique G, se lit de nouveau au travers du nombre faible de rejets des Ho liées au test de Wald (blocs 6 et 7).

Influence de l'échelle/de la taille de la fenêtre

Nous baserons notre analyse ici sur le modèle NS puisqu'il a été montré qu'il est celui qui conduit au plus grand nombre de rejets d'Ho.

Ho G (annexe 10 A), bloc2)

Les modèles laser 51x51 et MN25 3x3 conduisent tous deux au rejet de 54 Ho G (bloc 2). Sinon, le nombre de rejets de Ho G est systématiquement plus élevé pour les modèles utilisant les données laser. Le nombre moyen de rejets est de 68 pour les modèles laser 5x5, 9x9, 15x15 et 25x25, et de 52 pour les modèles MN25 3x3, 5x5 et 7x7. Le nombre maximal de rejets est obtenu pour le modèle laser 25x25 (71 rejets) ; le nombre minimal pour le modèle MN25 5x5 (51 rejets). Nos résultats montrent donc que, sur l'ensemble des espèces, les modèles se basant sur le MNA laser conduisent à une meilleure modélisation des présences observées que les modèles établis sur la base du MNA 25.

Ho Wald (annexe 10 B), blocs 4 et 5)

La lecture des réponses aux tests d'hypothèse sur la nullité des pentes β_1 et β_2 engendre des constats similaires. Le nombre de rejets de l'Ho « $\beta_1 = 0$ » (bloc 4) est compris entre 67 et 69 pour les modèles se basant sur les 3 plus petites tailles de fenêtre laser. Il est compris entre 52 et 56 pour les modèles basés sur le MNA 25. Pour l'Ho « $\beta_2 = 0$ » (bloc 5), nous obtenons un nombre de rejets, pour les mêmes tailles de fenêtres, compris entre [68, 71], et [52, 53] respectivement.

5.2.3 Courbures horizontale et verticale

Les 2 modèles testés sont :

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Modèle H1}$$

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Modèle V1}$$

Les résultats figurent à l'annexe 11.

Statistiques G et Wald

Nous constatons de nouveau la similitude qui existe entre l'Ho G (blocs 1 et 3) et l'Ho « $\beta_1 = 0$ » (blocs 2 et 4) quand le logit du modèle ne fait intervenir que deux coefficients β_0 et β_1 . Quasi systématiquement, quand l'Ho est rejetée pour l'un des tests, elle l'est aussi pour l'autre.

Il est difficile de déterminer si les rares rejets obtenus émanent d'un phénomène aléatoire ou s'ils traduisent vraiment que, pour telle combinaison d'échelle et d'espèce végétale, la courbure est un facteur environnemental important. Dans le bloc 1, nous comptons par exemple 84 rejets. Or chaque bloc contient $8 \times 117 = 936$ réponses à des Ho. La proportion de rejets est donc de $84/936 = 9\%$ dans le bloc 1. Ces 9% correspondent-ils à la probabilité que le test réponde par un rejet de l'Ho si l'échantillon est issu d'un tirage aléatoire ? Pour tenter de répondre à cette question, nous avons procédé à une redistribution aléatoire des valeurs topographiques calculées à partir du MNA laser et du MNA 25 (*cf.* 4.7.9).

5.2.4 Cas aléatoire

Les réponses à l'hypothèse nulle concernant la statistique G figurent à l'annexe 15. Les modèles retenus pour cette partie sont les modèles P2, NS, EO, V1 et V2. Rappelons que les valeurs ont été redistribuées aléatoirement à d'autres relevés mais qu'elles restent, à l'intérieur de chaque catégorie de variable, associées aux valeurs calculées à partir de tailles de fenêtre différentes. Si nous nous souvenons encore que les variables *pente* calculées à partir de fenêtres de tailles différentes sont fortement corrélées, et qu'il en va de même pour les variables *exposition*, nous comprenons pourquoi dans les blocs 1 à 3 le rejet d'une Ho pour une taille de fenêtre donnée est parfois associé à des rejets systématiques pour d'autres tailles de fenêtre (exemple : espèces 81 et 106 pour le bloc 1, espèce 60 pour les blocs 2 et 3).

Le nombre moyen de rejets varie entre 1 (modèle H1, bloc 4, fenêtre laser 51x51) et 19 (modèle V1, bloc 5, fenêtre laser 51x51). La moyenne par bloc vaut entre 5 (bloc 4) et 10 (bloc 2). Sur l'ensemble du tableau, la proportion de rejets est de 7%. Cette valeur n'est pas surprenante, dans la mesure où un niveau de confiance de 95% a été retenu (*cf.* 4.7.10). Ces 7% correspondent donc de très près au risque que nous avons pris de rejeter faussement l'Ho (5%). Si nous comparons ces résultats avec ceux de l'annexe 11 concernant les courbures horizontale et verticale, il est sage d'admettre que les rares rejets observés pour les courbures émanent d'un phénomène aléatoire. Sur l'ensemble du tableau, la proportion de rejets vaut en effet aussi 7%.

5.3 MESURE DE LA QUALITÉ GLOBALE DES MODÈLES

Il a déjà été mentionné que l'évaluation de la qualité globale des modèles n'a pas de sens ici, dans la mesure où les modèles univariés auxquels nous avons eu recours simplifient à l'extrême la modélisation de la distribution d'espèces végétales dans le paysage. Ces mesures ayant été faites, nous avons toutefois jugé utile d'en présenter les résultats. En montrant les aberrations auxquelles les statistiques D et \hat{C} nous ont conduits, les deux sections suivantes montrent aussi avec quelles précautions l'usage de ces deux statistiques devra être fait lors d'une éventuelle analyse multivariée.

5.3.1 Test D

Les résultats des tests D pour les modèles P2, NS, EO, V1 et H1 figurent à l'annexe 13. Rappelons que Hosmer et Lemeshow (1989) mettent en garde contre l'utilisation de cette statistique quand le nombre de configurations de covariables croît à mesure que la taille de l'échantillon croît - ce qui est le cas ici, puisque, pour les modèles P2, NS, EO, V1 et H1, le nombre de configurations de covariables J est précisément égal à n , la taille de l'échantillon. Les deux auteurs notent toutefois que selon leur expérience, si le modèle est correct, $J-p-1$ fournit une estimation raisonnable de la valeur espérée D (cf. 4.7.8)

Notre expérience recommande plutôt que la statistique D ne soit utilisée en aucun cas si $J \sim n$. En effet, quelle que soit la variable topographique considérée, nous remarquons que la statistique D se comporte de façon aberrante (annexe 13, blocs 1 à 5). L'Ho « le modèle n'explique pas la distribution observée » est rejetée systématiquement pour toutes les espèces dont le taux de présences sur le nombre total de relevé est inférieur à 35/117 ou supérieur à 95/117. Si ce taux est compris entre 40/117 et 84/117, l'Ho n'est rejetée plus que dans 3% des cas.

5.3.2 Statistique \hat{C} de Hosmer et Lemeshow

Les résultats des tests \hat{C} pour les modèles P2, NS, EO, V1 et H1 figurent à l'annexe 14 A). Rappelons cette fois que Hosmer et Lemeshow (1989) recommandent de ne pas recourir à un nombre inférieur à 6 groupes, sans quoi le test conduit presque toujours à admettre que le modèle est bien ajusté. Par ailleurs, d'autres auteurs recommandent que les fréquences espérées soient supérieures à 5 dans chaque groupe (cf. 4.7.8). Ici, la première recommandation a été suivie, puisque nous avons fait recours à 6 groupes. La deuxième n'a évidemment pas pu être respectée dans tous les cas, puisque le nombre de présences sur le nombre total de relevés est souvent assez faible. A l'annexe 14 B) figurent les nombres de cellules des tableaux de contingence dont la fréquence espérée est inférieure à 5. En vert figurent les situations que nous pouvons considérer comme acceptables (le nombre de cellules avec fréquence espérée inférieure à 5 est inférieur ou égal à 1) ; en rouge les situations très critiques (nombre de cellules avec fréquence espérée inférieure à 5 supérieur ou égal à 4).

Les résultats présentés à l'annexe 14 A) ne permettent pas de valider l'usage de ce test. Dans la très grande majorité des cas, le test répond en effet comme si la qualité globale de l'ajustement était bonne, ce qui est en contradiction avec les résultats obtenus au moyen des statistiques G et W .

Nous remarquons que la seule région où les tests conduisent à un nombre de rejets moins important qu'ailleurs se situe au niveau du bloc 4 (courbure horizontale) pour des espèces dont le taux de présences sur le nombre total de relevés est compris entre 43/117 et 71/117 (cadre jaune). Ceci naît probablement de la conjonction de deux

facteurs. Premièrement, pour ces espèces, le nombre de cellules associées à une fréquence espérée inférieure à 5 est acceptable (en général égal à zéro ; voir annexe 14)). Deuxièmement, la courbure horizontale n'est pas, selon les réponses obtenues aux tests G et Wald, une variable pertinente. Ces deux facteurs minimisent les chances de rejet de l' H_0 , et, dans ces conditions, le test C commence à jouer son rôle discriminant.

Il n'en demeure pas moins que le pouvoir discriminant de ce test reste globalement très faible, même dans les cas où aucune cellule ne contient de fréquence espérée inférieure à 5. A nos yeux, le fait que seuls 6 groupes aient été utilisés explique en grande partie le comportement aberrant du test \hat{C} . La limite fixée à 6 groupes minimum par Hosmer et Lemeshow doit probablement être revue à la hausse. En même temps, augmenter le nombre de groupes rend difficile à atteindre l'objectif qui vise à contenir le nombre de cellules avec fréquence espérée inférieure à 5.

Les deux recommandations ne peuvent être suivies que dans le cas où le nombre d'observations est très élevé. En tout cas, avec 125 observations, le test \hat{C} s'est avéré, selon notre expérience, tout à fait inutilisable.

CONCLUSION

Les résultats obtenus dans ce travail montrent que les facteurs *pente* et *exposition* sont des facteurs environnementaux importants pour la modélisation de la distribution d'espèces végétales dans le paysage. Ils méritent largement leur inclusion dans une analyse multivariée. Les réponses aux tests G et W montrent que l'exposition mesurée à partir du MNA laser plutôt que du MNA 25 permet de mieux expliquer les présences d'espèces observées, et que la vraisemblance est optimisée pour des tailles de fenêtre de 15x15 ou 25x25 quand la résolution est de 1m. Vérifier au moyen d'un test statistique (par exemple un test G) que, dans le cas de l'exposition, le MNA laser conduit à une meilleure modélisation est laissé à d'autres études. Les modèles de distributions ne répondent en revanche pas par une vraisemblance différenciée en fonction de l'échelle à laquelle le paramètre *pente* est calculé. Le recours à un MNA laser ne se justifie donc pas pour cette variable. Les paramètres *courbure horizontale* et *courbure verticale* ne contribuent pas à expliquer les présences observées des espèces investiguées. S'il devait être pressenti que ces deux paramètres sont conceptuellement pertinents pour la modélisation de la distribution de telle espèce végétale qui n'a pas été prise en compte dans ce travail, alors seule une *étude rétrospective* (voir Christensen, 1990) portant sur cette espèce particulière pourrait le confirmer et, le cas échéant, montrer si les distributions observées répondraient par une vraisemblance différenciée en fonction du type de MNA utilisé.

L'approche retenue pour évaluer la qualité des modélisations - qui a consisté à faire figurer les réponses aux hypothèses nulles des tests G et Wald à l'intérieur de « tableau de rejets » - s'est avérée très concluante. Elle n'a pas seulement permis de mettre en évidence les variables les plus adaptées à la modélisation des espèces investiguées. Elle a aussi permis, à l'intérieur de chaque famille de prédicteurs, de déterminer lesquels étaient les plus pertinents au sens des statistiques G et W. En même temps, cette approche a permis de garder une vue sur les réponses individuelles de chaque espèce.

Dans le cadre de notre analyse, les tableaux de rejets se sont donc révélés de puissants outils d'aide à la décision. Il nous semble avoir dégagé là un instrument qui pourrait servir à d'autres chercheurs en écologie spatiale.

Les tableaux de rejets :

- ☐ Permettent une analyse globale, simple et visuelle de la pertinence des modèles ou des variables.
- ☐ Permettent de comparer facilement les effets de différents prédicteurs ou variables.
- ☐ Ne négligent pas la possibilité d'une lecture différenciée de la sensibilité de chaque espèce à différents prédicteurs environnementaux.

A l'avenir, l'intégration d'autres familles de prédicteurs dans de tels tableaux pourrait permettre de sélectionner, d'une façon simple, pour une espèce en particulier ou pour un ensemble d'espèces, les prédicteurs les plus adaptés pour la modélisation de leur distribution dans l'environnement. Nous pensons en particulier aux prédicteurs climatologiques. Il serait par exemple intéressant de mettre les résultats obtenus ici en regard de résultats obtenus à partir de variables comme la précipitation, l'ensoleillement ou la température.

Si les tableaux de rejets relatifs aux statistiques G et W ont montré un pouvoir discriminant élevé, c'est grâce à la validité de ces deux statistiques. Les statistiques G et W conduisent selon notre expérience à une bonne évaluation de la pertinence de l'intégration

de variables dans des modèles de distribution. Les tests relatifs aux statistiques D et \hat{C} , menés à titre exploratoire, ont quant à eux montré que ces statistiques étaient mal adaptées à l'évaluation de la qualité globale de l'ajustement de nos modèles. Si nous pouvions nous attendre à ce que la statistique D se comporte de façon aberrante, dans la mesure où le nombre de configurations de covariables des modèles pour lesquels ce test a été effectué était égal à la taille de l'échantillon, nous avons en revanche été surpris par les résultats obtenus au moyen de la statistique \hat{C} de Hosmer et Lemeshow. Cette statistique doit être utilisée avec beaucoup de précautions. Si une analyse multivariée devait être menée à l'avenir, la taille de l'échantillon devra être élevée, le nombre de groupes du « tableau de contingence » probablement supérieur à 7 ou 8. Enfin, il faudra veiller à porter un regard critique sur les résultats.

L'analyse de sensibilité menée dans le cadre de ce travail, en illustrant les effets que les différents traitements des données brutes laser ont sur la transformation du signal, a quant à elle permis :

- ▣ de choisir, en bonne connaissance de cause, un traitement des données brutes laser adapté à l'objectif poursuivi.
- ▣ de donner une appréciation qualitative de l'incertitude des calculs de pente, exposition et courbure à partir du MNA, et donc, dans une certaine mesure d'analyser les résultats obtenus.

Enfin, la variable *exposition* calculée à partir du MNA laser est celle qui permet la meilleure caractérisation de l'habitat des espèces végétales retenues dans cette étude. Nous imaginons donc bien que la variable *radiation*, calculée par le biais d'ombrages à partir du MNA laser, serait un prédicteur des plus pertinents. A ce titre, disposer de données laser pour des terrains situés à une altitude supérieure à 2000 m serait une étape importante en vue de l'amélioration de la modélisation d'espèces végétales dans le paysage.

BIBLIOGRAPHIE

- AUSTIN, M.P. (1971), *Role of regression analysis in plant ecology*, Proc. Ecol. Soc. Aust., 6:63-75
- AUSTIN, M.P. (1987), *Models for the analysis of species response to environmental gradients*, Vegetatio, 69:35-45
- BIAN, L. (1997), Multiscale Nature of Spatial Data in Scaling Up Environmental Models, éd. DA Quattrochi & MF Goodchild, pp.13-26, Lewis Publishers, Boca Raton
- BORCARD, D. & BUTLER, A., *Ecologie numérique*, cours, Instituts de Biologie, Université de Neuchâtel, Neuchâtel
- BURROUGH, P.A. & McDONNELL, R.A. (1998), *Principles of Geographical Information Systems*, Clarendon, Second edition, Oxford
- CALOZ, R. & COLLET, C. (2001), *Précis de télédétection, Traitements numériques d'images de télédétection*, Presses de l'Université du Québec, Agence Universitaire de la francophonie, Québec
- CHRISTENSEN, R. (1990), *Log-Linear Models*, Springer-Verlag, New-York
- DEUTSCH, C.V. & JOURNEL, A.G. (1998). *GSLIB : Geostatistical Software and User's Guide*, 3rd edn, Oxford University Press, New York
- GUISAN, A. & ZIMMERMANN, N. (2000), *Predictive habitat distribution models in ecology*, Ecological Modelling 135: 147-186
- GUISAN, A. (2002), *Analyse et modélisation spatiale de la végétation (AMSV)*, cours, Faculté de Biologie et de Médecine, Département d'Ecologie et d'Evolution, Université de Lausanne, Lausanne
- HOSMER, D.W. & LEMESHOW, S.(1989), *Applied Logistic Regression*, Wiley, Toronto
- LLOYD, C.D. & ATKINSON, P.M. (2002), Deriving DSMs from LiDAR data with Kriging. *International Journal of Remote Sensing* (23), 12. Pg. 2519-2524.
- McCULLAGH, P. & NELDER, J.A. (1983), *Generalized Linear Models*. Chapman Hall, London
- MORGENTHALER, S. (1997), *Introduction à la statistique*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne
- RAO, C.R. (1973), *Linear Statistical Inference and Its Application*, Wiley, New York
- RIEDO, M., GACHET, G., GNERRE, D., CALOZ, R., GOLAY, F. (2002), *Perspectives pour l'exploitation des modèles numériques d'altitude à très haute résolution*, Vermessung Photogrammetrie Kulturtechnik, 6/2002
- SMITH, S.L., HOLLAND, D., LONGLEY, P. (2003), *The effect of Changing Grid Size in the Creation of Laser Scanner Digital Surface Models*, Geocomputation, Southampton
- ZAR, J.H. (1996), *Biostatistical Analysis*, Third Edition, Prentice Hall International Editions, Upper Saddle River, N.J.
- ZEVENBERGEN, L. W. & THORNE, C. R. (1987), *Quantitative analysis of land surface topography*, *Earth Surface, Processes and Landforms*, 12:47-56

N° ESPECE	Abréviation	Nom CRSF*	Numéro CRSF*	Nom complet	Famille	Nom français
1	DACAR	Daucus carota	133900	Daucus carota L.	Apiaceae	Carotte, Daucus carotte
2	SAPRA	Salvia pratensis	367600	Salvia pratensis L.	Lamiaceae	Sauge des prés
3	BRPIN	Brachypodium pinnatum	63900	Brachypodium pinnatum (L.) P. Beauv.	Poaceae	Brachypode penné
4	CENSB	Centaurea scabiosa s.l.	99995	Centaurea scabiosa L. s.l.	Asteraceae	
5	COAUT	Colchicum autumnale	117700	Colchicum autumnale L.	Liliaceae	Colchique d'automne
6	GLEHE	Glechoma hederacea s.str.	190600	Glechoma hederacea L. s.str.	Lamiaceae	Glécome faux lierre, Lierre terrestre
7	ALCOR	Alchemilla coriacea aggr.	12500	Alchemilla coriacea aggr.	Rosaceae	Alchémille coriace
8	CAFLA	Carex flacca	87500	Carex flacca Schreb.	Cyperaceae	Laiche flasque, Laiche glauque
9	DROCT	Dryas octopetala	142500	Dryas octopetala L.	Rosaceae	Dryade à huit pétales
10	EUMIN	Euphrasia minima	162800	Euphrasia minima Schleich.	Scrophulariaceae	Euphrase naine
11	KNARV	Knautia arvensis	221400	Knautia arvensis (L.) Coult.	Dipsacaceae	Knautie des champs
12	LICAT	Linum catharticum	241100	Linum catharticum L.	Linaceae	Lin purgatif
13	VERLO	Veratrum album subsp. lobelianum	438000	Veratrum album subsp. lobelianum (Bernh.) Arcang.	Liliaceae	Vérâtre commun
14	VICSA	Vicia sativa s.l.	446995	Vicia sativa L. s.l.	Fabaceae	
15	BRERE	Bromus erectus s.str.	65700	Bromus erectus Huds. s.str.	Poaceae	Brome dressé
16	CARPA	Carex pallescens	91600	Carex pallescens L.	Cyperaceae	Laiche pâle
17	CHAHl	Chaerophyllum hirsutum aggr.	106705	Chaerophyllum hirsutum aggr.	Apiaceae	
18	MELUP	Medicago lupulina	255300	Medicago lupulina L.	Fabaceae	Luzerne lupuline, Minette
19	PLMED	Plantago media	308100	Plantago media L.	Plantaginaceae	Plantain moyen
20	CEJAC	Centaurea jacea s.str.	98800	Centaurea jacea L. s.str.	Asteraceae	Centaurée jacée
21	CRBLA	Crepis pyrenaica	124800	Crepis pyrenaica (L.) Greuter	Asteraceae	Crépide des Pyrénées
22	GENCA	Gentiana campestris s.str.	183200	Gentiana campestris L. s.str.	Gentianaceae	Gentiane champêtre
23	HIAUR	Hieracium lactucella	202100	Hieracium lactucella Wallr.	Asteraceae	Epervière auricule, Epervière petite laitue
24	RABUL	Ranunculus bulbosus	337700	Ranunculus bulbosus L.	Ranunculaceae	Renoncule bulbeuse
25	THEAL	Thesium alpinum	417200	Thesium alpinum L.	Santalaceae	Thésium des Alpes
26	TRORI	Tragopogon pratensis subsp. orientalis	423300	Tragopogon pratensis subsp. orientalis (L.) Celak.	Asteraceae	Salsifis d'orient
27	VICRA	Vicia cracca s.str.	445000	Vicia cracca L. s.str.	Fabaceae	Vesce cracca
28	THPUL	Thymus pulegioides s.str.	421000	Thymus pulegioides L. s.str.	Lamiaceae	Thym faux pouliot
29	HICOM	Hippocrepis comosa	206300	Hippocrepis comosa L.	Fabaceae	Hippocrépide à toupet
30	POCRA	Potentilla crantzii	322100	Potentilla crantzii Fritsch	Rosaceae	Potentille de Crantz
31	PUALP	Pulsatilla alpina s.str.	333200	Pulsatilla alpina (L.) Delarbre s.str.	Ranunculaceae	Pulsatille des Alpes
32	SALRE	Salix retusa	366200	Salix retusa L.	Salicaceae	Saule à feuilles émoussées
33	SAMIN	Sanguisorba minor s.str.	368700	Sanguisorba minor Scop. s.str.	Rosaceae	Petite pimprenelle
34	VISEP	Vicia sepium	447400	Vicia sepium L.	Fabaceae	Vesce des haies
35	CACAR	Carum carvi	97100	Carum carvi L.	Apiaceae	Carum carvi, Cumin-des-prés
36	GEMON	Geum montanum	189400	Geum montanum L.	Rosaceae	Benoîte des montagnes
37	VAGAU	Vaccinium gautherioides	434500	Vaccinium gautherioides Bigelow	Ericaceae	Airelle à petites feuilles, Airelle fausse gaulthiérie
38	CASIM	Carlina acaulis subsp. caulescens	96000	Carlina acaulis subsp. caulescens (Lam.) Schübl. & G. Martens	Asteraceae	Carlina caulescente

*Le CRSF, Centre du Réseau Suisse de Floristique, est une fondation de droit privé, dont le but essentiel est de développer et gérer une banque de données performante, réunissant des informations sur la flore suisse.

www.crsf.ch

N° ESPECE	Abréviation	Nom CRSF*	Numéro CRSF*	Nom complet	Famille	Nom français
39	HELNU	Helianthemum nummularium s.l.	194895	Helianthemum nummularium (L.) Mill. s.l.	Cistaceae	
40	POPRA	Poa pratensis	310800	Poa pratensis L.	Poaceae	Paturin des prés
41	VEARV	Veronica arvensis	440800	Veronica arvensis L.	Scrophulariaceae	Véronique des champs
42	HEPUB	Helictotrichon pubescens	196800	Helictotrichon pubescens (Huds.) Pilg.	Poaceae	Avoine pubescente
43	HIBIF	Hieracium bifidum aggr.	200600	Hieracium bifidum aggr.	Asteraceae	Epervière bifide
44	LUMUL	Luzula multiflora	247100	Luzula multiflora (Retz.) Lej.	Juncaceae	Luzule à fleurs nombreuses
45	PRIVE	Primula veris s.l.	327195	Primula veris L. s.l.	Primulaceae	
46	CARHO	Campanula rhomboidalis	77000	Campanula rhomboidalis L.	Campanulaceae	Campanule à feuilles rhomboïdales
47	CRAUR	Crepis aurea	123000	Crepis aurea (L.) Cass.	Asteraceae	Crépide orangée
48	HOLAN	Holcus lanatus	206800	Holcus lanatus L.	Poaceae	Houque laineuse
49	KNSIL	Knautia dipsacifolia s.str.	221500	Knautia dipsacifolia Kreutzer s.str.	Dipsacaceae	Knautie à feuilles de cardère
50	PHAPI	Phleum alpinum aggr.	298900	Phleum alpinum aggr.	Poaceae	
51	THAPG	Thymus praecox subsp. polytrichus	420900	Thymus praecox subsp. polytrichus (Borbás) J alas	Lamiaceae	Thym à pilosité variable
52	CRALB	Crocus albiflorus	125800	Crocus albiflorus Kit.	Iridaceae	Crocus à fleurs blanches, Crocus du printemps
53	LOPER	Lolium perenne	242800	Lolium perenne L.	Poaceae	Ivraie vivace, Ray-grass anglais
54	NASTR	Nardus stricta	269700	Nardus stricta L.	Poaceae	Nard raide
55	ALGLA	Alchemilla glabra aggr.	15000	Alchemilla glabra aggr.	Rosaceae	Alchémille glabre
56	RHALE	Rhinanthus alectorolophus	344100	Rhinanthus alectorolophus (Scop.) Pollich	Scrophulariaceae	Rhinanthe velu
57	BRMED	Briza media	65200	Briza media L.	Poaceae	Amourette, Brize intermédiaire
58	CADEF	Carduus defloratus s.str.	81600	Carduus defloratus L. s.str.	Asteraceae	Chardon décapité
59	EUCYP	Euphorbia cyparissias	159800	Euphorbia cyparissias L.	Euphorbiaceae	Euphorbe faux cyprès
60	LAPRA	Lathyrus pratensis	230400	Lathyrus pratensis L.	Fabaceae	Gesse des prés
61	BAALP	Bartsia alpina	58700	Bartsia alpina L.	Scrophulariaceae	Bartsie des Alpes
62	CYCRI	Cynosurus cristatus	129400	Cynosurus cristatus L.	Poaceae	Crételle à crête, Crételle des prés
63	POERE	Potentilla erecta	322400	Potentilla erecta (L.) Raeusch.	Rosaceae	Potentille dressée, Tormentille
64	ARELA	Arrhenatherum elatius	45900	Arrhenatherum elatius (L.) J. & C. Presl	Poaceae	Fromental élevé
65	VAMYR	Vaccinium myrtillus	434800	Vaccinium myrtillus L.	Ericaceae	Myrtille
66	BEPER	Bellis perennis	59100	Bellis perennis L.	Asteraceae	Pâquerette vivace
67	PHORB	Phyteuma orbiculare	301800	Phyteuma orbiculare L.	Campanulaceae	Raiponce orbiculaire
68	PLALP	Plantago alpina	307000	Plantago alpina L.	Plantaginaceae	Plantain des Alpes
69	RANEM	Ranunculus nemorosus aggr.	339605	Ranunculus nemorosus aggr.	Ranunculaceae	
70	SESEL	Selaginella selaginoides	386300	Selaginella selaginoides (L.) Schrank & Mart.	Selaginellaceae	Sélaginelle fausse sélagine
71	ACMIL	Achillea millefolium	1700	Achillea millefolium L.	Asteraceae	Achillée millefeuille
72	LIMUT	Ligusticum mutellina	237800	Ligusticum mutellina (L.) Crantz	Apiaceae	Ligustique mutelline
73	PLATR	Plantago atrata s.str.	307300	Plantago atrata Hoppe s.str.	Plantaginaceae	Plantain noirâtre
74	GAALB	Galium album	177400	Galium album Mill.	Rubiaceae	Gaillet blanc, Gaillet commun
75	PIMAJ	Pimpinella major	303800	Pimpinella major (L.) Huds.	Apiaceae	Grand boucage
76	ASMAJ	Astrantia major	55200	Astrantia major L.	Apiaceae	Grande astrance
77	DECAE	Deschampsia cespitosa	134800	Deschampsia cespitosa (L.) P. Beauv.	Poaceae	Canche gazonnante
78	POTRI	Poa trivialis s.str.	311300	Poa trivialis L. s.str.	Poaceae	Paturin commun

*Le CRSF, *Centre du Réseau Suisse de Floristique*, est une fondation de droit privé, dont le but essentiel est de développer et gérer une banque de données performante, réunissant des informations sur la flore suisse.
www.crsf.ch

N° ESPECE	Abréviation	Nom CRSF*	Numéro CRSF*	Nom complet	Famille	Nom français
79	BEMIC	Aster bellidiastrum	52000	Aster bellidiastrum (L.) Scop.	Asteraceae	Aster bellidiastrum, Fausse pâquerette
80	POALP	Poa alpina	309000	Poa alpina L.	Poaceae	Paturin des Alpes
81	SCLUC	Scabiosa lucida	377100	Scabiosa lucida Vill.	Dipsacaceae	Scabieuse luisante
82	HERSP	Heracleum sphondylium s.l.	198595	Heracleum sphondylium L. s.l.	Apiaceae	
83	HOALP	Homogyne alpina	207300	Homogyne alpina (L.) Cass.	Asteraceae	Homogyne des Alpes
84	SILVU	Silene vulgaris s.l.	397295	Silene vulgaris (Moench) Garcke s.l.	Caryophyllaceae	
85	TREUR	Trollius europaeus	430600	Trollius europaeus L.	Ranunculaceae	Boule-d'or, Trolle d'Europe
86	HYMAC	Hypericum maculatum s.str.	210700	Hypericum maculatum Crantz s.str.	Hypericaceae	Millepertuis maculé
87	POAUR	Potentilla aurea	321300	Potentilla aurea L.	Rosaceae	Potentille dorée
88	POVIV	Polygonum viviparum	315800	Polygonum viviparum L.	Polygonaceae	Renouée vivipare
89	SECOE	Sesleria caerulea	392200	Sesleria caerulea (L.) Ard.	Poaceae	Seslérie bleuâtre
90	AGTEN	Agrostis capillaris	8600	Agrostis capillaris L.	Poaceae	Agrostide capillaire
91	TRFLA	Trisetum flavescens	429400	Trisetum flavescens (L.) P. Beauv.	Poaceae	Avoine dorée, Trisète jaunâtre
92	AJREP	Ajuga reptans	10400	Ajuga reptans L.	Lamiaceae	Bugle rampante
93	SOLAL	Soldanella alpina	400600	Soldanella alpina L.	Primulaceae	Soldanelle des Alpes
94	CASEM	Carex sempervirens	93900	Carex sempervirens Vill.	Cyperaceae	Laiche toujours verte
95	ANTVL	Anthyllis vulneraria s.l.	36790	Anthyllis vulneraria L. s.l.	Fabaceae	
96	FEPR	Festuca pratensis s.l.	169100	Festuca pratensis Huds. s.l.	Poaceae	
97	PRVUL	Prunella vulgaris	328100	Prunella vulgaris L.	Lamiaceae	Brunelle vulgaire
98	RUACE	Rumex acetosa	358900	Rumex acetosa L.	Polygonaceae	Oseille des prés, Rumex oseille, Surette
99	ALCON	Alchemilla conjuncta aggr.	12000	Alchemilla conjuncta aggr.	Rosaceae	Alchémille à folioles soudées
100	CASCH	Campanula scheuchzeri	77200	Campanula scheuchzeri Vill.	Campanulaceae	Campanule de Scheuchzer
101	RANAA	Ranunculus acris s.l.	336595	Ranunculus acris L. s.l.	Ranunculaceae	
102	RANMO	Ranunculus montanus aggr.	339505	Ranunculus montanus aggr.	Ranunculaceae	
103	PLLAN	Plantago lanceolata	307800	Plantago lanceolata L.	Plantaginaceae	Plantain lancéolé
104	GESIL	Geranium sylvaticum	189300	Geranium sylvaticum L.	Geraniaceae	Géranium des forêts
105	TAOFF	Taraxacum officinale aggr.	413100	Taraxacum officinale aggr.	Asteraceae	Pissenlit officinal
106	CHPRA	Leucanthemum vulgare aggr.	236900	Leucanthemum vulgare aggr.	Asteraceae	Leucanthème vulgaire, Marguerite
107	VECHA	Veronica chamaedrys	441400	Veronica chamaedrys L.	Scrophulariaceae	Fausse germandrée, Véronique petit-chêne
108	DAGLO	Dactylis glomerata	131800	Dactylis glomerata L.	Poaceae	Dactyle aggloméré
109	CECAE	Cerastium fontanum subsp. vulgare	103800	Cerastium fontanum subsp. vulgare (Hartm.) Greuter & Burdet	Caryophyllaceae	Céraiste vulgaire
110	GAANI	Galium anisophyllum	177500	Galium anisophyllum Vill.	Rubiaceae	Gaillet à feuilles inégales
111	LOCOR	Lotus corniculatus	244400	Lotus corniculatus L.	Fabaceae	Lotier commun, Lotier corniculé
112	TRIRE	Trifolium repens s.str.	427200	Trifolium repens L. s.str.	Fabaceae	Trèfle rampant
113	ALCXA	Alchemilla xanthochlora aggr.	21400	Alchemilla xanthochlora aggr.	Rosaceae	
114	ANTOD	Anthoxanthum odoratum aggr.	35500	Anthoxanthum odoratum aggr.	Poaceae	
115	FERUB	Festuca rubra aggr.	170200	Festuca rubra aggr.	Poaceae	
116	LEOHA	Leontodon hispidus s.l.	233000	Leontodon hispidus L. s.l.	Asteraceae	
117	TRPRA	Trifolium pratense s.str.	426900	Trifolium pratense L. s.str.	Fabaceae	Trèfle des prés

*Le CRSF, Centre du Réseau Suisse de Floristique, est une fondation de droit privé, dont le but essentiel est de développer et gérer une banque de données performante, réunissant des informations sur la flore suisse.

www.crsf.ch

Annexe 2

Ondelettes utilisées dans l'analyse de sensibilité : abréviations et noms complets

	Abréviation	Nom complet
Filtres fréquentiels	Haar	
	Bior1.3	<i>Biorthogonal spline wavelet.</i>
	Bior1.5	
	Bior2.2	
	Bior2.4	
	Bior2.6	
	Bior2.8	
	Bior3.1	
	Bior3.3	
	Bior3.5	
	Bior3.7	
	Bior3.9	
	Bior4.4	
	Bior5.5	
	Bior6.8	
		Coif1
	Coif2	
	Coif3	
	Coif4	
	Coif5	
	Db2	<i>Daubechies wavelet</i>
	Db3	
	Db4	
	Db5	
	Db6	
	Db7	
	Db8	
	Db9	
	Db10	
	Sym2	<i>Symlet wavelet</i>
	Sym3	
	Sym4	
	Sym5	
	Sym6	
	Sym7	
	Sym8	

Annexe 3

Analyse de sensibilité : filtres - résultats complets

Inverse distance	n	p	Campagne					Ville					Nant							
			erreur		écart type	rang	erreur		écart type	rang	erreur		écart type	rang						
			min	moyenne	max	moy abs	min	moyenne	max	moy abs	min	moyenne	max	moy abs						
référence	-	-	-2.2	0.0	2.3	0.32	0.41	4	-31.5	0.0	35.8	0.79	2.46	39	-1.5	0.0	1.4	0.20	0.28	5
Filtres spatiaux	faible		-2.0	0.0	1.8	0.27	0.34	6	-28.3	0.0	32.0	0.85	2.41	40	-1.2	0.0	1.1	0.19	0.25	36
	moyen		-2.0	0.0	1.8	0.24	0.30	40	-25.5	0.0	28.9	0.95	2.48	38	-1.1	0.0	0.9	0.18	0.24	40
	fort		-2.0	0.0	1.8	0.24	0.30	39	-21.8	0.0	25.8	1.11	2.72	7	-1.0	0.0	1.1	0.19	0.26	21
Filtres fréquents	Haar		-1.9	0.0	1.9	0.32	0.41	3	-31.3	0.0	34.8	1.06	2.85	1	-1.2	0.0	1.3	0.27	0.35	1
	Bior1.3		-1.9	0.0	2.0	0.32	0.41	2	-32.4	0.0	36.0	1.10	2.80	3	-1.1	0.0	1.3	0.26	0.34	2
	Bior1.5		-1.9	0.0	2.0	0.33	0.41	1	-33.0	0.0	36.2	1.13	2.80	2	-1.1	0.0	1.4	0.26	0.34	3
	Bior2.2		-1.7	0.0	1.6	0.26	0.33	8	-27.2	0.1	33.7	1.13	2.76	6	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.26	15
	Bior2.4		-1.9	0.0	1.6	0.26	0.33	16	-26.6	0.0	32.5	1.14	2.72	8	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	24
	Bior2.6		-1.9	0.0	1.6	0.26	0.33	19	-26.5	0.0	33.1	1.15	2.71	9	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	26
	Bior2.8		-1.9	0.0	1.6	0.26	0.33	18	-26.5	0.0	33.6	1.16	2.71	10	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	27
	Bior3.1		-1.8	0.0	2.4	0.31	0.39	5	-29.5	0.0	36.3	1.24	2.79	4	-1.3	0.0	1.1	0.22	0.29	4
	Bior3.3		-1.5	0.0	2.0	0.26	0.34	7	-26.3	0.0	31.5	1.12	2.62	23	-1.1	0.0	1.0	0.20	0.26	12
	Bior3.5		-1.5	0.0	1.8	0.26	0.33	13	-25.4	0.0	31.4	1.10	2.59	24	-1.1	0.0	1.0	0.19	0.26	20
	Bior3.7		-1.5	0.0	1.8	0.25	0.33	21	-25.0	0.0	31.3	1.10	2.58	25	-1.2	0.0	1.0	0.19	0.26	22
	Bior3.9		-1.5	0.0	1.7	0.25	0.32	27	-24.8	0.0	31.3	1.10	2.57	27	-1.2	0.0	1.0	0.19	0.25	23
	Bior4.4		-1.7	0.0	1.5	0.26	0.33	17	-25.4	0.0	31.7	1.14	2.69	11	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	25
	Bior5.5		-1.6	0.0	1.8	0.26	0.33	12	-23.5	0.0	27.2	1.07	2.50	35	-1.1	0.0	0.9	0.20	0.27	6
	Bior6.8		-1.7	0.0	1.5	0.25	0.32	34	-25.5	0.0	31.8	1.15	2.67	16	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	34
	Coif1		-1.9	0.0	1.6	0.26	0.33	11	-26.7	0.1	33.8	1.15	2.77	5	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.26	18
	Coif2		-1.8	0.0	1.5	0.25	0.33	23	-25.0	0.0	32.2	1.14	2.69	12	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	29
	Coif3		-1.7	0.0	1.5	0.25	0.32	33	-25.5	0.0	32.0	1.15	2.67	15	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	35
	Coif4		-1.6	0.0	1.4	0.25	0.32	37	-25.9	0.0	32.0	1.15	2.66	18	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	38
	Coif5		-1.6	0.0	1.4	0.25	0.32	38	-26.2	0.0	32.0	1.16	2.65	19	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	39
Db2		-1.5	0.0	1.7	0.26	0.33	9	-26.1	0.0	27.5	1.06	2.55	30	-1.0	0.0	0.9	0.20	0.27	9	
Db3		-1.6	0.0	1.8	0.26	0.33	14	-24.5	0.0	28.0	1.05	2.51	32	-1.2	0.0	0.9	0.20	0.27	7	
Db4		-1.5	0.0	1.7	0.26	0.33	20	-25.1	0.0	31.2	1.09	2.57	28	-1.2	0.0	1.0	0.19	0.26	17	
Db5		-1.5	0.0	1.5	0.25	0.33	25	-27.0	0.0	32.1	1.13	2.64	21	-1.2	0.0	1.1	0.19	0.25	30	
Db6		-1.7	0.0	1.5	0.25	0.32	32	-25.6	0.0	31.9	1.15	2.67	14	-1.1	0.0	1.1	0.19	0.25	37	
Db7		-1.4	0.0	1.3	0.25	0.32	35	-27.6	0.0	31.9	1.15	2.63	22	-1.0	0.0	1.0	0.19	0.25	33	
Db8		-1.5	0.0	1.4	0.25	0.32	31	-27.7	0.0	29.4	1.12	2.56	29	-0.9	0.0	0.9	0.19	0.26	19	
Db9		-1.6	0.0	1.7	0.25	0.32	29	-25.8	0.0	27.9	1.09	2.50	34	-1.0	0.0	0.9	0.20	0.26	11	
Db10		-1.6	0.0	1.8	0.25	0.32	28	-24.3	0.0	28.8	1.10	2.49	37	-1.1	0.0	0.9	0.19	0.26	14	
Sym2		-1.5	0.0	1.7	0.26	0.33	9	-26.1	0.0	27.5	1.06	2.55	30	-1.0	0.0	0.9	0.20	0.27	9	
Sym3		-1.6	0.0	1.8	0.26	0.33	14	-24.5	0.0	28.0	1.05	2.51	32	-1.2	0.0	0.9	0.20	0.27	7	
Sym4		-1.7	0.0	1.5	0.25	0.33	22	-26.8	0.0	32.7	1.14	2.68	13	-1.0	0.0	1.1	0.19	0.25	28	
Sym5		-1.4	0.0	1.5	0.25	0.33	24	-28.1	0.0	30.7	1.10	2.58	26	-1.0	0.0	0.9	0.19	0.26	16	
Sym6		-1.6	0.0	1.4	0.25	0.32	30	-26.3	0.0	32.1	1.15	2.66	17	-1.0	0.0	1.1	0.19	0.25	32	
Sym7		-1.6	0.0	1.8	0.25	0.33	26	-23.9	0.0	28.6	1.08	2.49	36	-1.1	0.0	0.9	0.20	0.26	13	
Sym8		-1.5	0.0	1.4	0.25	0.32	36	-26.5	0.0	31.6	1.15	2.65	20	-1.0	0.0	1.1	0.19	0.25	31	

N° relevé	Coordonnées nationales (CH)		Altitude (en situ)	Pente								
	X	Y		Laser	Laser 5x5	Laser 9x9	Laser 15x15	Laser 25x25	Laser 51x51	MNA25 3x3	MNA25 5x5	MNA25 7x7
108.1	578000.08	127405.41	1904.40	30	37.1	32.8	31.2	34.0	34.3	33.8	35.6	36.6
11.e2003	568600.94	124901.6	809.56	6	7.7	7.5	8.3	7.8	9.2	7.8	10.1	15.0
113	571096.73	120205.04	1654.12	20	23.8	21.6	21.8	20.5	18.9	21.5	20.3	17.4
117.1	572198.69	124600.14	1135.58	22	17.1	22.8	22.7	21.4	19.2	20.6	21.2	22.2
118	579004.06	125798.82	1990.75	30	25.5	34.0	32.1	37.2	43.2	28.3	35.6	31.5
119	571204.44	128294.59	1290.75	18	22.8	22.9	1948.90	22.9	23.0	188.6	19.7	20.9
124.1b	578598.31	126794.52	1862.69	15	15.9	14.4	14.9	15.9	15.3	14.0	14.7	15.9
130.1b	569697.06	121794.78	1125.52	22	26.0	24.9	25.7	22.0	26.9	25.1	25.9	26.4
131	574300	119800	1573.28	30	29.4	33.9	33.2	33.2	32.2	33.6	32.8	32.4
132	580100	130200	1493.83	20	25.2	27.9	23.6	23.9	24.4	23.1	23.1	23.3
134.1b	574582.13	121850.01	1316.21	20	25.4	23.3	23.4	24.1	25.2	51.6	65.4	65.1
138.e2003	568127.38	129100.41	1263.68	26	28.2	27.2	25.2	25.5	29.0	30.2	30.6	28.6
14.1	577593.79	129095.17	1811.28	25	19.2	19.2	18.3	16.6	8.4	14.8	17.4	14.7
149	575297.79	130796.04	1934.14	20	19.4	19.6	20.3	20.2	19.5	18.0	17.8	15.3
151	575502.57	131701.7	1899.90	10	10.5	9.2	10.4	12.2	16.5	10.8	6.6	4.8
152	575400.06	131097.7	1916.84	20	22.8	23.7	1916.84	25.2	23.2	19.2	20.5	19.8
153.e2003	57604.5	132301.56	1296.36	37	40.2	33.9	29.7	29.9	28.3	28.9	29.2	28.9
158	575300	124700	1811.42	21	11.1	10.3	10.7	12.1	16.6	17.9	19.3	17.5
16.e2003	569700.81	124099.4	784.81	32	33.9	37.4	30.5	30.4	30.2	23.7	24.3	24.5
160.1	576304.54	132905.74	1352.06	20	21.6	23.3	23.3	20.9	17.6	18.7	17.3	19.1
173	575005.8	122110.25	1469.81	30	34.9	38.7	38.0	35.2	33.6	32.9	32.4	30.6
18	572597.3	133004.67	1410.01	18	19.7	20.4	18.4	18.6	19.7	20.0	18.9	16.7
19	571897.68	120196.68	1892.78	20	28.0	26.2	21.6	25.6	30.4	24.7	23.5	22.7
194	578593.95	125100.51	2078.24	25	29.0	27.5	30.0	28.8	20.7	21.9	16.8	16.0
21	572791.05	130000.97	1979.86	10	14.5	16.6	18.3	18.4	14.5	18.8	14.5	12.0
22	579499.25	125899.07	2017.85	18	20.6	20.5	18.2	19.7	20.8	20.8	22.7	23.2
228.2b	579202.49	127099.62	2069.39	32	31.0	30.2	29.8	30.7	31.4	29.6	31.8	30.2
23	575325.94	132429.64	1915.84	24	21.1	20.2	21.8	23.1	23.6	21.5	21.5	20.5
24	578501.69	125401.61	2025.99	20	24.1	20.3	22.0	18.8	12.6	14.9	16.8	18.4
243	579300	127000	2043.41	35	19.8	21.1	21.8	21.8	21.1	21.7	21.5	21.2
255	569596.16	118697.65	1505.58	10	12.1	11.2	11.3	11.4	9.8	12.7	11.2	10.4
258	580599.03	130604.33	1907.89	25	32.7	31.5	31.5	30.2	26.0	25.1	23.1	24.8
27.03	568343.24	126100.37	802.44	26	27.7	22.7	28.6	26.8	27.2	26.5	27.7	27.5
271	571300.88	119198.1	1842.57	26	32.5	31.3	27.9	29.7	29.8	28.0	29.3	32.2
276	570696.07	117995.1	2013.46	40	38.2	38.6	37.5	38.1	35.5	33.9	32.4	32.9
286.1	576997.85	128702.42	1864.67	20	28.7	24.8	24.8	23.2	27.9	28.0	27.5	31.5
30.e2003	576001.59	126399.51	1128.87	23	14.0	20.9	17.1	27.8	21.4	22.0	18.4	15.5
301x	571644.88	122862.2	1632.70	28	35.5	27.5	1632.70	29.1	28.9	28.9	29.0	27.9
302x	575063.5	123411.2	1590.80	28	26.4	27.1	27.9	27.7	28.8	22.1	23.2	24.0
303X	578685.13	124961.7	2023.04	3	10.0	8.7	8.3	10.0	14.7	25.4	27.6	29.8
304X	578624	124900.8	1994.55	20	20.7	22.4	25.6	22.0	34.5	31.9	32.8	29.6
305x	578000.8	124697.21	1826.30	32	38.9	31.4	29.6	29.9	25.8	29.5	26.8	25.9
307X	578429.12	126929.75	1826.70	25	18.3	15.0	15.1	16.4	16.9	16.9	17.8	18.4
3103	568699.38	126299.08	792.91	18	18.7	17.9	18.9	18.9	19.7	18.0	19.7	22.2
314	577097.32	132101.73	1604.82	15	11.1	9.7	9.9	10.7	12.8	13.1	14.8	14.4
34	578097.31	126797.3	1798.32	28	28.5	27.2	27.3	27.9	25.6	24.1	27.7	32.3
34.e2003	567494.03	129402.21	1007.48	12	10.6	11.0	11.2	16.7	9.6	17.4	19.5	20.4
35.e2003	572022.62	124701.84	1110.59	15	15.0	14.2	12.9	11.1	12.2	14.9	15.8	16.4
36.e2003	568325.94	130398.83	1088.37	24	21.1	20.2	23.4	21.5	20.3	20.9	21.1	21.1
37.1	569189.5	133409.83	1006.28	15	16.9	18.5	16.0	15.3	15.5	15.5	16.2	15.2
38	572299.25	120105.01	2078.14	22	31.1	28.6	26.8	25.2	22.8	20.3	24.1	29.2
4.1b	571000	122800	1137.19	16	11.5	14.3	13.1	13.0	16.2	14.0	15.1	15.2
40	571100.31	118396.63	2075.17	24	25.9	28.1	27.9	29.0	28.9	32.3	30.9	28.3
41.e2003	572201.44	133801.84	1135.32	22	26.2	26.6	24.7	22.9	21.2	17.0	16.8	20.8
45.e2003	571898.94	133906.84	1120.03	36	32.4	32.5	30.9	32.6	33.5	32.6	32.3	31.3
453	575796	129984.72	1670.36	24	20.9	24.0	23.2	22.0	18.2	17.2	14.5	13.0
49	573103.39	118598.54	1771.88	32	35.2	32.9	34.4	25.6	19.8	12.5	22.8	21.7
49.1	573103.66	118601.35	1770.19	20	33.8	36.7	29.7	22.5	19.1	12.5	22.8	21.7
49VP	573099.5	119599.45	1823.77	16	21.9	23.4	23.3	23.4	21.6	17.9	18.7	17.2
5	580700	135300	2043.56	30	31.7	24.6	23.5	23.1	20.0	20.1	10.7	6.5
50.03	569921	133567.92	904.29	27	30.7	27.9	26.9	24.2	20.1	18.6	20.6	21.3
500.3	576399.94	128498.35	1590.83	9	4.1	5.1	5.8	6.3	6.4	6.0	5.3	6.2
501	567007.63	119415.56	504.14	20	23.8	20.1	20.0	19.7	17.5	15.3	13.4	12.7
504	567217.06	119963.06	543.34	12	19.6	18.8	17.2	17.1	11.5	7.0	7.5	6.4
505	567375.25	120135.82	558.39	16	21.2	18.5	15.6	17.7	9.9	10.5	3.1	0.4
507	567586.44	119886.47	584.72	16	18.8	20.7	19.7	17.8	13.0	6.5	5.2	4.5
508	566597.5	119842.27	419.24	26	27.0	27.3	22.1	20.7	11.0	10.4	6.3	4.5
509	567203.5	121302.3	431.92	8	9.2	9.7	8.5	7.1	3.4	0.5	0.3	0.4
510	567201.5	121101.7	432.23	2	3.4	3.7	3.0	2.6	1.7	7.2	5.9	5.5
511	568299.88	121200.13	493.78	2	8.2	7.5	7.5	6.9	6.3	6.0	6.4	6.5
512	568600.88	119193.28	600.02	7	9.8	10.4	10.8	11.5	9.8	9.5	9.2	10.0
512.3	575301.06	128999.29	1526.61	21	16.7	20.9	20.2	19.9	17.8	16.0	15.0	14.4
513	568499.88	119901.07	591.47	7	7.8	7.7	9.3	8.1	7.3	9.3	9.9	9.1
514	568001.25	119898.89	560.56	8	8.8	9.6	10.4	10.9	12.1	12.4	11.6	10.0
514.1	577799.56	126296.98	1964.24	12	13.1	12.7	13.1	13.0	14.6	14.9	16.2	17.0
515	567899.81	119898.35	567.17	14	13.7	13.6	12.9	11.9	11.2	12.7	14.0	12.0
516	567739.25	119992.1	593.31	27	26.8	27.9	27.0	25.4	11.5	11.2	5.1	0.3
517	568299.94	119696.41	574.92	4	6.8	7.6	8.1	8.2	8.0	8.4	8.7	8.2
518	568201.88	119602.35	558.48	3	6.4	6.8	6.6	7.6	8.1	10.3	8.5	8.1
519	567499.31	119298.88	466.21	2	6.3	2.9	6.2	6.1	6.2	6.3	6.0	6.1
52.e2003	569490.25	131500.09	979.94	19	20.3	20.3	22.1	22.4	24.0	25.1	22.9	21.4
520	567397.07	121911.83	447.88	5	7.7	8.7	8.7	8.0	4.7	6.1	5.7	5.3
520.3	575299.75	121901.66	1583.36	38	45.6	40.8	35.2	35.3	34.2	29.3	37.1	42.2
521	567795.91	120798.36	531.61	15	12.6	14.1	14.3	14.4	13.7	10.2	9.2	8.4
522	566799.53	120794.11	484.74	3	7.9	8.3	9.3	9.9	11.6	10.9	10.6	10.6
53	580198.88	125401	2088.02	38	24.8	25.2	21.8	22.6	24.2	24.7	19.3	15.9
531	569402.88	124255.34	838.28	28	29.0	27.7	28.2	30.9	26.4	27.0	25.7	24.3
531.1b	575603.44	122200.84	1480.90	35	30.5	28.1	28.2	28.7	32.2	32.4	35.1	34.5
533.3	575801.75	122501.74	1497.79	41	31.2	32.1	34.9	34.2	38.4	42.4	41.7	48.3
534.1b	574998.5	121895.7	1583.29	22	17.1	19.0	16.0	21.0	25.5	22.5	20.9	21.5
536.3	574493.75	120197.72	1580.85	35	28.9	31.8	34.5	35.0	35.7	34.5	38.8	50.0
54	580398.34	125895.48	2067.67	5	7.6	8.7	9.8	8.8	6.2	7.0	8.8	9.6
56	572790	119200	1946.95									

N° relevé	Coordonnées nationales (CH)		Altitude Laser	(in situ)	Exposition					MNA25 3x3	MNA25 5x5	MNA25 7x7
	X	Y			Laser 5x5	Laser 9x9	Laser 15x15	Laser 25x25	Laser 51x51			
	(in situ)	(in situ)			(in situ)	(in situ)	(in situ)	(in situ)	(in situ)			
108.1	578000.08	127403.41	1904.40	196	214.2	207.1	200.0	196.8	190.0	193.5	192.8	199.2
11.e2003	568600.94	124901.6	809.56	260	253.5	253.6	256.0	258.7	261.1	241.7	264.0	259.9
113	571096.73	120503.04	274	274	274	274	274	274	274	281.8	279.4	284.4
117.1	572198.69	124600.14	1135.58	318	304.8	312.5	312.7	316.0	313.9	314.1	314.4	311.6
118	579004.06	125798.82	1907.75	300	324.1	307.3	300.6	298.7	286.8	296.2	297.7	304.1
119	577204.45	128294.59	1948.96	348	6.4	5.4	357.8	348.6	343.9	348.7	340.3	330.8
124.1b	578598.31	126794.52	1862.69	228	251.8	246.6	249.8	253.5	251.4	248.8	240.3	239.4
130.1b	569697.06	121794.78	1125.52	266	240.2	257.3	251.4	247.6	247.1	251.7	258.5	264.0
131	574300	119800	1573.28	270	292.2	295.2	294.7	293.7	290.1	288.1	289.1	295.7
132	580100	130200	1493.83	270	289.0	298.5	291.9	276.2	268.6	276.8	277.8	279.4
134.1b	574582.13	121850.01	1316.21	280	288.7	295.7	300.2	296.3	296.4	286.5	301.2	312.2
138.e2003	568127.38	129100.41	1263.68	215	217.6	218.3	219.1	218.4	220.2	213.4	215.7	217.2
141	577593.79	129095.17	1811.28	284	301.6	301.6	302.3	303.9	303.9	314	24.9	36.6
149	575297.79	130796.04	1934.14	318	322.3	318.7	318.6	318.9	313.6	311.7	292.7	285.9
151	575502.37	131701.7	1899.90	332	336.5	339.8	338.7	326.9	340.2	325.5	349.1	332.3
152	575400.06	131097.7	1916.84	242	245.3	253.9	257.2	258.5	270.2	271.1	273.0	274.9
153.e2003	570604.5	132301.56	1296.36	291	278.9	278.7	270.8	262.2	252.9	258.6	256.4	254.9
158	575300	124700	1811.42	280	300.0	307.3	322.8	335.9	331.6	338.5	330.3	325.6
16.e2003	569700.81	124099.4	784.81	190	193.6	185.9	187.8	185.3	187.6	191.1	191.2	193.0
160.1	576304.54	132905.74	1352.06	25	11.8	11.2	9.3	10.2	5.8	13.2	16.8	14.9
173	575005.8	122110.25	1469.81	0	327.2	353.7	353.9	356.6	3.2	2.1	4.5	2.4
18	572597.3	133044.67	1410.01	14	13.9	4.0	12.6	10.6	14.9	22.3	22.3	24.1
19	571897.68	120196.68	1892.78	45	48.7	46.8	296.7	36.4	38.7	31.5	30.0	25.6
194	578593.95	125100.51	2078.24	90	55.7	63.6	82.3	86.5	80.4	86.3	91.1	88.7
21	572791.05	130000.97	1979.86	320	320.3	325.8	329.2	325.3	331.0	342.6	357.1	357.1
22	579499.25	125899.07	2017.85	180	359.5	357.1	353.5	355.7	350.3	358.6	357.1	357.1
228.2b	579202.49	127099.62	2069.39	200	174.1	174.0	174.0	174.4	168.5	172.9	177.4	182.5
23	575302.81	124296.6	1919.94	0	355.1	355.9	356.7	347.6	345.1	344.0	340.9	341.7
24	578501.69	125401.61	2025.99	30	346.1	359.3	13.9	23.9	54.2	36.4	37.0	32.0
243	579300	127000	2043.41	340	226.2	214.8	217.5	229.0	227.6	234.7	229.9	227.2
255	569596.16	118097.65	1505.58	248	265.1	250.3	254.6	254.6	264.1	278.6	288.4	276.0
258	580599.05	130604.53	1907.89	220	234.2	240.2	229.2	229.0	248.6	253.7	262.6	269.6
27.03	568343.24	126103.37	802.44	120	119.3	122.2	116.9	118.6	118.5	126.3	123.0	127.2
271	571500.88	119198.1	1842.57	274	286.3	283.1	283.1	286.3	289.5	301.3	300.4	291.9
276	570696.07	117995.1	2013.46	215	215.0	212.8	215.2	214.3	219.9	229.1	227.9	228.7
286.1	576997.85	128702.42	1864.67	306	313.4	328.3	314.0	311.0	303.8	308.4	309.1	300.7
30.e2003	570601.59	126399.51	1128.87	188	206.0	195.8	193.9	191.1	194.1	189.4	198.8	209.4
30.1x	576144.88	122862.2	1632.70	300	300.3	296.1	297.4	299.9	298.5	303.5	304.3	306.4
30.2x	575963.5	123411.2	1590.80	180	179.9	178.7	181.1	178.3	177.1	171.1	172.0	168.5
30.3x	578685.13	124961.7	2023.04	140	170.7	156.7	143.5	120.3	123.7	157.6	162.7	166.6
30.4x	578624	124900.8	1994.55	140	134.1	144.0	169.9	175.4	183.2	171.2	174.7	174.4
30.6x	578000.8	124607.21	1826.30	180	171.9	168.5	169.5	173.7	177.0	175.4	177.6	179.0
30.7x	578429.12	126920.75	1826.70	265	248.3	252.9	260.4	259.8	253.9	256.9	254.9	254.2
31.03	568699.38	126299.08	792.91	127	129.6	132.3	136.4	138.9	135.8	136.5	131.4	127.7
31.4	577097.32	132101.73	1604.82	20	328.9	352.5	351.1	357.6	358.0	346.0	357.4	5.7
34	578097.31	126797.3	1798.32	0	340.8	338.6	337.7	336.4	339.0	334.6	337.5	339.2
34.e2003	567494.05	129402.21	1007.48	300	280.1	277.1	283.5	224.3	101.9	292.3	292.7	293.1
35.e2003	572202.62	124701.84	1110.59	270	238.0	251.7	253.9	263.4	298.2	314.9	316.2	315.6
36.e2003	568325.94	130398.83	1088.37	254	268.2	259.1	259.0	262.3	271.6	273.1	276.9	282.9
37.1	569189.5	133409.83	1006.28	124	132.4	131.4	132.6	135.7	127.5	138.4	139.4	137.2
38	572299.25	120103.01	2078.14	355	327.2	326.9	323.0	314.4	308.2	321.9	317.0	315.7
4.1b	571000	122800	1137.19	45	182.7	61.8	63.8	58.0	47.6	39.6	31.6	28.7
40	571100.31	118396.63	2075.17	354	1.6	5.3	7.0	8.6	11.4	19.4	24.2	14.3
41.e2003	572201.44	133801.84	1135.32	0	359.5	3.3	9.8	1.1	2.8	358.7	358.0	1.4
45.e2003	571898.94	133906.84	1120.03	89	100.0	92.8	89.8	91.0	87.8	97.2	91.7	81.4
45.3	575796	129984.72	1670.36	152	147.4	150.0	152.1	153.6	154.8	160.0	156.2	161.3
49	573103.39	118598.54	1771.88	240	15.5	18.3	15.8	27.5	51.8	67.1	77.2	74.0
49.1	573105.66	118601.35	1770.19	76	0.7	5.2	21.7	24.5	50.0	67.1	77.2	74.0
49PV	573099.5	119599.45	1823.77	58	70.5	71.9	75.7	81.0	87.4	84.5	86.8	83.8
5	580700	126300	2043.56	20	4.2	4.4	10.9	18.0	20.4	3.4	7.6	19.6
50.03	569921	133567.92	904.29	158	154.8	160.2	163.1	159.8	149.2	158.3	154.4	156.0
500.3	576399.94	128498.35	1590.63	277	259.4	284.0	265.4	280.9	260.0	260.0	268.7	288.7
501	567007.63	119415.58	504.14	165	188.8	178.2	174.7	180.0	171.3	161.1	150.4	139.7
504	567217.06	119963.06	543.34	245	258.8	251.3	249.5	248.9	234.9	228.4	233.2	247.2
505	567375.25	120135.82	558.39	160	161.4	153.6	148.7	144.5	117.3	145.2	134.7	211.8
507	567586.44	119886.47	584.72	180	174.2	174.3	171.9	174.2	170.7	182.2	182.5	214.7
508	566597.5	119842.27	419.24	250	250.2	255.4	260.6	260.0	282.9	309.5	296.0	289.2
509	567203.5	121302.3	431.92	100	89.5	89.4	89.9	91.0	100.5	90.0	135.0	187.1
510	567201.5	121101.7	432.23	130	160.1	163.9	147.1	140.3	53.8	11.1	27.2	12.1
511	568299.88	121200.13	493.78	320	324.2	324.0	320.8	319.8	313.6	316.7	312.2	308.9
512	568600.88	119913.28	600.02	277	328.4	314.2	307.2	315.2	309.1	309.8	315.4	316.1
512.2	575301.06	128999.29	1526.61	195	182.7	184.6	182.4	180.6	184.3	193.0	193.7	198.5
513	568499.88	119901.07	591.47	310	306.0	314.3	315.4	316.4	317.4	306.2	310.2	314.2
514	568001.25	119898.89	560.56	148	142.2	148.1	151.8	157.8	154.4	157.4	158.9	162.1
514.1	577799.56	126296.98	1964.24	68	41.9	41.0	39.8	40.2	37.7	34.1	28.2	29.2
515	567899.81	119898.35	567.17	170	170.6	169.5	163.6	161.3	157.6	151.0	148.8	148.5
516	567739.25	119922.1	595.31	188	190.6	187.4	186.7	186.8	190.3	123.1	86.1	150.3
517	568299.94	119696.41	574.92	250	251.7	253.0	260.8	259.3	267.5	263.7	267.4	268.3
518	568201.88	119602.35	558.48	250	267.6	276.1	263.1	266.7	273.1	279.2	265.3	256.8
519	567499.31	119298.88	466.21	234	207.6	191.4	230.7	241.8	241.6	247.5	254.0	251.0
52.e2003	569440.25	131500.09	979.94	220	229.9	225.3	223.0	223.6	230.3	227.4	221.2	217.9
520	567397.07	119101.83	447.88	242	250.2	250.2	243.3	238.6	235.8	234.2	236.0	233.7
520.3	575299.75	121901.66	1583.36	300	281.2	287.0	288.1	291.9	315.8	326.5	341.6	347.4
521	567795.91	120798.36	531.61	286	200.5	205.5	202.4	204.0	208.8	303.2	332.3	351.6
522	566799.53	120794.11	484.74	20	1.5	9.8	20.7	19.5	20.6	9.3	35.5	356.8
53	580198.88	125401	2088.02	80	80.4	86.7	86.1	85.7	92.8	85.9	86.9	87.9
531	569402.88	124255.34	838.28	191	191.8	186.8	191.5	187.5	187.8	178.1	178.8	

N° relevé	Coordonnées nationales (CH)		Altitude	Courbure horizontale					MNA25 3x3	MNA25 5x5	MNA25 7x7	
	X	Y		Laser	Laser 5x5	Laser 9x9	Laser 15x15	Laser 25x25				Laser 51x51
108.1	578000.08	127403.41	1904.40	-42.90	-22.76	21.64	17.41	19.63	5.94	3.91	-3.34	
11.e2003	568600.94	124901.66	809.56	80.89	20.70	4.06	2.45	0.98	10.26	3.48	2.21	
113	571496.73	120205.04	1654.12	18.94	-10.73	-7.77	-7.93	-6.13	-3.26	-4.83	-4.02	
117.1	572198.69	124600.14	1135.58	-20.98	17.24	9.98	7.36	-0.36	0.32	1.15	0.60	
118	579004.06	125798.82	1990.75	2201.05	55.64	27.56	-1.35	0.68	-1.83	-5.33	-4.22	
119	577204.45	128294.59	1948.96	109.15	46.28	14.50	5.71	2.01	2.26	-2.29	-2.45	
124.1b	578598.31	126794.52	1862.69	-4.56	5.10	18.60	22.81	10.33	4.01	0.83	0.05	
130.1b	569697.06	121794.78	1125.52	-74.35	-32.93	-2.67	2.00	-0.16	-0.51	-0.43	0.10	
131	574300	119800	1573.28	21.36	-35.69	0.44	5.63	0.34	-0.29	1.99	0.06	
132	580100	130200	1493.83	22.42	-12.60	9.69	9.42	-1.63	-2.55	-1.40	-0.44	
134.1b	574582.13	121850.01	1316.21	152.55	73.54	10.72	-1.46	11.73	16.23	-25.23	-24.70	
138.e2003	568127.38	129100.41	1253.68	-44.30	16.87	7.39	2.05	1.40	2.34	3.00	3.09	
14.1	577593.79	129095.17	1893.28	35.64	-22.76	5.71	0.54	-1.47	-2.25	-1.68	-0.89	
149	575297.79	130796.04	1934.14	43.16	-13.88	-8.04	-6.87	-3.76	-0.21	2.18	3.19	
151	575502.37	131701.17	1899.90	-12.66	-25.83	-24.45	-15.04	-8.67	-7.58	0.46	-0.79	
152	575400.06	131097.7	1916.84	33.87	44.20	15.78	9.06	1.01	-0.13	-0.54	-0.54	
153.e2003	570604.5	132301.56	1296.36	278.82	14.60	-1.04	7.27	7.27	1.83	1.32	-0.07	
158	575300	124700	1811.42	63.63	27.97	16.81	9.18	5.31	5.46	5.07	3.19	
16.e2003	569700.81	124099.4	784.81	-142.25	-39.10	-11.23	-5.48	-2.09	5.72	4.45	3.19	
160.1	576304.54	132905.74	1332.06	94.20	-33.66	-11.19	-7.56	0.51	3.79	1.76	0.92	
173	575005.8	122110.25	1409.81	-70.93	-47.07	-37.60	0.13	1.04	-0.57	0.90	1.19	
18	572597.3	133044.67	1410.01	35.64	-22.76	5.71	0.54	-1.47	-2.25	-1.68	-0.89	
19	571897.68	120196.68	1892.78	2.82	-20.90	-44.43	-46.59	-19.53	3.10	-4.67	-3.60	
194	578593.95	125100.51	2078.24	66.66	135.95	107.34	75.54	29.81	12.20	1.77	1.66	
21	572791.05	130000.97	1979.86	0.40	14.28	12.67	15.41	11.26	7.45	5.85	4.26	
22	579499.25	125899.07	2017.85	-38.49	2.69	5.37	-1.01	4.84	-0.19	-0.66	-1.00	
228.2b	579202.49	127099.62	2069.39	-36.46	-38.95	-10.42	-2.51	-2.15	-0.84	-1.81	-1.26	
23	575302.81	124296.6	1919.94	48.79	-24.01	-21.27	-11.69	-8.78	-5.25	-3.47	-2.87	
24	578501.69	125401.61	2025.99	-22.84	-14.90	-17.35	-8.26	-6.27	1.66	-0.36	-0.27	
243	579300	127000	2043.41	-121.35	-106.80	-40.14	-8.14	0.59	3.37	2.15	0.72	
255	569596.16	118697.65	1505.58	9.94	2.66	-1.97	-2.08	0.83	2.12	1.99	0.11	
258	580599.03	130604.33	1907.89	142.82	88.40	48.40	28.09	16.48	6.42	3.96	2.34	
27.03	568343.24	126100.37	802.44	-0.27	-16.53	-17.63	-11.23	-9.38	-7.16	-5.82	-4.63	
27.1	571300.88	119198.1	1842.57	83.59	37.14	6.64	1.36	4.89	5.09	2.35	0.91	
276	570696.07	117995.1	2013.46	-18.82	-26.94	1.23	-7.67	0.01	14.63	10.17	6.69	
286.1	576997.85	128702.42	1864.67	-324.80	-130.80	-52.65	-8.09	-3.87	-0.46	-2.43	0.93	
30.e2003	570601.59	126399.51	1128.87	-69.57	-49.69	-10.82	-12.63	-8.45	-3.57	0.92	-0.53	
30.1x	576144.88	122862.2	1632.70	-153.00	-5.35	5.81	4.53	0.11	4.34	2.34	0.46	
30.2x	575963.5	123411.2	1590.80	110.29	38.76	17.56	6.68	4.55	3.82	3.13	2.95	
30.3x	578685.13	124961.17	2023.04	73.15	43.68	10.21	-1.38	0.41	3.06	3.30	0.82	
304X	578624	124900.8	1994.55	-56.51	-86.43	-59.44	-153.06	5.00	0.02	-0.85	-0.78	
30.5x	578900.8	124697.21	1826.30	-142.92	-48.73	-18.23	-11.16	0.77	1.85	0.30	-0.40	
30.7X	578420.12	126929.75	1826.70	-6.84	-33.66	-12.33	-2.69	2.87	1.70	1.39	0.03	
31.03	568699.38	126299.08	792.91	1.74	6.48	8.03	6.15	0.31	-4.23	-2.86	-1.39	
314	577097.32	132101.73	1604.82	47.97	-25.67	-8.31	-6.55	-6.00	-1.70	0.70	0.88	
34	578097.31	126797.3	1798.32	-55.94	-4.72	-0.69	-0.22	0.52	0.33	0.31	0.48	
34.e2003	567494.03	129402.21	1007.48	104.91	-1.62	-3.54	-19.28	-18.20	0.74	0.91	0.61	
35.e2003	572202.62	124701.84	1110.59	-200.59	-67.19	-50.41	-36.64	-7.88	0.82	0.85	0.71	
36.e2003	568325.94	130398.83	1088.37	102.84	19.62	7.55	0.55	0.87	0.29	1.10	1.45	
37.1	569189.5	133409.83	1006.28	91.23	15.16	19.34	8.50	-2.17	-1.24	-0.69	-0.36	
38	572299.25	120103.01	2078.14	92.80	49.56	23.93	13.41	2.44	-0.74	-2.41	-0.74	
4.1b	577100	122800	1137.19	44.20	-7.66	-0.17	-8.79	-11.41	-8.60	-6.43	-3.51	
40	571100.31	118396.63	2075.17	-28.26	-25.87	-18.12	-8.32	-6.33	-1.05	-1.24	-2.85	
41.e2003	572201.44	133801.84	1135.32	-93.92	16.78	15.73	2.91	1.66	3.86	2.61	1.83	
45.e2003	571898.94	133906.84	1120.03	-53.97	-2.86	-9.49	0.68	0.96	3.88	2.27	3.17	
45.3	575796	129984.72	1670.36	57.55	11.08	-5.95	-3.37	-0.71	-5.74	-3.22	-2.41	
49	573103.39	118598.54	1771.88	-65.86	32.08	17.24	4.37	-12.55	-25.57	-19.10	-13.41	
49.1	573105.66	118601.35	1770.19	-34.73	18.83	6.56	11.61	-12.13	-25.57	-19.10	-13.41	
49PV	573099.5	119599.45	1823.77	-7.09	2.26	5.78	6.94	4.19	-0.52	0.75	0.66	
5	580700	126300	2043.56	-136.67	5.65	17.03	28.01	13.98	0.65	0.78	0.34	
50.03	569921	133667.02	904.04	-90.04	-5.20	-0.04	-1.26	-0.44	-1.15	-2.41	1.81	
500.3	576399.94	128498.33	1590.83	21.28	7.40	3.39	2.28	1.36	-0.93	-0.35	-0.92	
501	567007.63	119415.56	504.14	78.47	21.36	15.15	10.82	4.77	3.38	1.18	0.50	
504	567217.06	119963.06	543.34	-31.47	-5.75	-0.18	4.34	2.32	4.42	0.72	-0.25	
505	567375.25	120135.82	558.39	46.73	8.19	15.24	15.43	16.20	-0.16	0.40	-0.61	
507	567586.44	119886.47	584.72	23.39	23.31	9.49	5.05	4.33	0.84	0.62	2.20	
508	566597.5	119842.27	419.24	73.13	19.60	13.83	14.83	14.65	10.43	5.11	2.54	
509	567203.5	121302.3	431.92	-24.34	14.02	7.66	4.69	2.70	0.00	0.10	0.27	
510	567201.5	121101.7	432.23	-38.09	-2.15	-5.80	-5.36	-0.35	0.61	-0.70	0.01	
511	568299.88	121200.13	493.78	-3.66	-5.48	-1.19	-0.03	-0.02	0.13	0.12	0.23	
512	568600.88	119913.28	2004.02	21.32	-2.12	-8.89	-4.73	-0.95	0.53	0.65	0.49	
512.3	575301.06	128999.29	1526.61	46.77	29.89	27.37	13.33	2.55	-0.14	-0.50	-0.44	
513	568499.88	119901.07	591.47	-14.18	-6.03	-4.54	-3.36	1.78	0.69	0.86	0.39	
514	568001.25	119898.89	560.56	-34.14	-13.57	-1.37	-1.11	0.98	0.25	0.45	0.57	
514.1	577799.56	126296.98	1964.24	33.93	23.77	29.13	26.94	14.26	7.00	2.11	0.28	
515	567899.81	119898.35	567.17	-15.58	0.00	-0.30	-3.00	-5.20	-2.34	-3.59	-1.81	
516	567739.25	119992.1	595.31	-40.78	-20.86	-4.44	0.59	0.94	21.87	7.58	2.96	
517	568299.94	119664.41	574.92	-14.76	26.29	16.83	6.37	3.34	-2.19	-0.29	-0.01	
518	568201.88	119602.35	558.48	-33.77	-8.84	2.62	0.10	-1.77	-1.68	0.67	0.91	
519	567499.31	119298.88	466.21	110.72	54.14	-3.13	1.83	-3.12	-0.22	-0.26	0.00	
52.e2003	569400.25	131500.09	799.94	8.52	20.74	4.60	1.68	-0.65	2.07	3.02	2.32	
520	567397.07	119101.83	447.88	7.45	-7.85	-5.18	-3.81	-2.07	-1.03	-0.73	-0.11	
520.3	575299.75	121901.66	1583.36	-185.93	-93.28	-41.32	-24.51	6.43	-2.04	-3.36	-1.74	
520.5	567795.91	120798.36	531.61	-19.55	7.71	2.46	2.33	2.82	2.88	2.22	1.39	
522	566799.53	120794.11	484.74	-85.04	-9.01	0.84	1.56	4.71	2.92	1.45	0.84	
53	580198.88	125401	2088.02	10.05	13.16	4.00	6.17	5.88	3.61	1.77	0.84	
531	569402.88	124255.34	838.28	-46.98	-28.98	-4.36	0.15	0.40	-0.02	-0.07	-0.01	
531.1b	575603.44	122200.84	1480.90	49.58	19.59	11.30	1.10	-2.27	-2.89	-2.19	1.57	
533.3	578801.75	122501.74	1497.79	-25.58	-34.02	-33.54	-32.06	-11.94	-5.68	-0.81	-3.53	
534.1b	574998.5	121095.27	1583.29	-6.93	-5.01	-0.18	-0.21	-1.06	-1.91	-2.07	-0.72	
536.3	574493.75	120197.72	1580.85	-25.52	-33.25	-25.77	-9.44	-2.34	0.42	2.70	1.35	
54	580308.34	125895.48	2067.67	-35.21	7.54	18.41	13.00	-3.79	-3.79	-1.92	-1.28	
56	572790	119200	1946.95	92.75	13.29	-3.93	-5.19	1.05	0.41	1.46	1.28	
563.3	575699.38	127700.39	1710.15	211.68	112.40	42.65	18.12	3.32	1.51	1.18	0.19	
564.3	573599	118503.75	1									

Annexe 7

N° relevé	Coordonnées nationales (CH)		Altitude	Courbure verticale					MNA25 3x3	MNA25 5x5	MNA25 7x7
	X	Y		Laser 5x5	Laser 9x9	Laser 15x15	Laser 25x25	Laser 51x51			
	Laser	Laser									
108.1	578000.08	127403.41	1904.40	14.20	-3.00	-10.10	-8.43	-1.58	-4.46	-1.99	-2.48
113	568600.94	124901.6	809.56	72.26	15.56	4.58	-1.65	-2.10	5.06	0.99	2.84
117.1	571096.73	120205.04	1654.12	33.31	0.05	-6.40	-11.03	-5.45	0.03	-0.91	-3.29
118	572198.69	124600.14	1172.58	-65.61	-4.11	0.59	1.41	1.56	-1.54	-0.89	-0.16
119	579004.06	125798.82	1990.75	176.90	42.31	29.69	-2.86	-32.08	-14.31	-10.25	-3.95
124.1b	577204.45	128294.39	1948.96	39.52	29.93	-1.96	1.03	-0.94	2.41	-1.39	-1.47
130.1b	578598.31	126794.52	1862.69	-5.93	-2.93	-0.18	5.92	5.96	0.23	-0.33	-0.19
131	569697.06	121794.78	1125.52	-83.53	-4.98	-2.37	-11.59	-1.45	-2.85	-0.15	-1.13
132	574300	119800	1573.28	-11.68	-16.69	-11.35	-7.31	-3.16	-1.82	-1.01	-1.85
134.1b	580100	130200	1493.83	-27.62	-18.33	-14.10	1.47	-1.05	-4.29	-2.63	-1.80
138.e2003	574582.13	121850.01	1316.21	69.97	55.41	8.64	2.84	-10.76	-89.36	-70.33	-41.83
14.1	568127.38	129100.41	1263.68	-27.43	13.05	10.51	5.46	1.30	0.67	2.51	2.41
149	577593.79	120095.17	1811.28	-40.73	-50.28	-34.08	-22.24	1.59	-6.37	-1.40	1.10
151	575207.37	131701.7	1934.14	-5.96	-36.78	-21.20	-13.46	-0.09	-1.80	1.42	1.09
152	575502.37	131701.7	1899.90	-9.34	-18.99	-2.34	-5.40	-15.90	-7.24	-4.68	-0.57
153.e2003	575400.06	131097.7	1916.84	43.96	19.92	5.23	3.79	1.50	0.00	0.21	1.13
158	570604.5	132301.36	1296.36	257.09	81.88	37.81	16.90	12.50	5.53	6.30	3.85
16.e2003	575300	124700	1811.42	42.90	17.82	18.99	16.52	12.63	12.39	6.14	3.60
160.1	569700.81	124099.4	784.81	-149.69	-93.07	-29.47	4.22	5.29	5.67	1.99	1.22
173	576304.54	132905.74	1352.06	27.30	-2.95	12.34	-0.69	-0.94	2.05	-1.17	-1.42
18	575905.8	122110.25	1469.81	-164.52	-80.72	-22.50	-9.49	-2.88	-4.69	-1.11	-0.48
19	572597.3	133004.67	1410.01	66.29	-0.27	7.40	-2.54	-2.62	-3.53	-2.72	-1.22
194	571897.68	120196.68	1892.78	2.57	-7.64	-10.93	-14.95	-14.99	11.45	-0.42	-0.62
21	578593.95	125100.51	2078.24	40.91	54.82	40.35	32.19	19.35	4.84	1.39	0.10
22	572791.05	130009.97	1979.86	24.55	20.98	17.67	12.80	10.04	16.90	14.09	10.21
228.2b	579499.25	125899.07	2017.85	-32.05	-20.85	-0.45	4.24	2.40	0.14	-0.84	-1.91
23	579202.49	127099.62	2069.39	-105.88	-25.06	-7.65	-6.59	-3.70	2.31	-0.76	-0.99
24	575302.81	124296.6	1919.94	-22.49	-27.29	-8.41	-11.01	-7.37	-6.48	-4.76	-3.84
243	578501.69	125401.61	2025.99	-45.43	-5.05	-4.47	-21.42	-6.87	1.99	-0.04	-0.74
255	569596.16	118697.65	1505.58	60.71	-60.66	-32.22	-8.70	4.32	2.28	-0.53	-0.12
258	580599.03	130604.33	1907.89	43.74	1.71	-0.28	-1.10	-0.32	-0.64	-0.59	-1.24
270.3	568343.24	126100.37	802.44	190.78	42.85	19.02	15.89	8.65	-2.18	1.29	2.41
271	571300.88	119198.1	1842.57	-57.23	-48.67	-45.32	-15.62	-1.56	-1.74	-1.78	-1.93
276	570696.07	117995.1	2013.46	73.66	13.85	7.86	-1.09	-4.14	0.97	-2.22	-4.88
286.1	576997.85	128702.42	1864.67	-302.01	-67.97	-28.07	-3.48	-0.68	2.81	4.93	7.41
30.e2003	570601.59	126299.51	1128.87	-102.52	3.51	3.08	-15.65	-4.20	-0.30	0.34	-1.01
301x	576144.88	123622.2	1632.70	-46.02	1.74	-13.91	1.52	-0.21	4.63	-0.48	-1.87
302x	575963.5	123411.2	1590.80	143.73	52.61	3.37	3.82	1.64	-0.10	-3.56	-3.84
303X	578685.13	124961.7	2023.04	86.55	-5.17	-12.02	-9.84	-5.38	4.32	7.85	3.82
304X	578624	124900.8	1994.55	-11.43	15.05	-61.04	-55.23	-3.75	-13.06	-7.53	-4.85
305x	578000.8	124697.21	1826.30	-157.48	-42.92	-16.97	1.81	-5.37	-9.54	-7.99	-7.06
307X	578429.12	126299.75	1826.70	-39.61	-6.48	-8.87	-4.58	-1.38	-0.26	0.59	0.06
310.3	568699.38	126299.08	792.91	8.49	11.17	13.82	4.70	-4.34	-4.74	-2.76	-3.51
314	577097.32	132101.73	1604.82	-33.60	-3.80	-4.13	-3.76	-4.50	0.29	0.48	0.48
34.e2003	578097.31	126797.3	1798.32	4.16	-10.81	-0.33	-2.12	-4.46	-1.44	-2.00	1.28
35.e2003	567494.03	129422.21	1007.48	21.56	3.51	3.08	-15.65	-4.20	1.15	1.14	0.32
36.e2003	572202.62	124701.84	1110.59	-137.61	-37.00	-9.38	-7.37	-6.36	-1.58	-1.21	-1.12
37.1	568325.94	130398.83	1088.37	40.62	12.94	10.39	1.12	1.82	5.67	2.38	3.26
38	569189.5	133409.83	1006.28	64.31	-1.02	8.58	5.59	-1.20	-0.46	0.79	0.12
4.1b	57100.31	118396.63	2075.17	-0.91	-23.32	-5.79	-0.85	-0.42	6.52	2.39	0.32
41.e2003	572201.44	133801.84	1135.32	12.36	19.24	11.95	-1.11	-0.01	-0.79	1.94	2.21
45.e2003	571898.94	133906.84	1120.03	-24.71	-7.96	-2.15	-1.06	-5.64	2.54	1.59	1.59
45.3	575796	129994.72	1670.36	31.87	9.65	-5.21	-0.06	-2.97	-8.53	-3.98	-3.80
49	573103.29	118588.89	1773.88	-207.88	92.65	52.25	6.00	1.65	-4.27	-3.60	-3.60
49.1	573105.66	118601.35	1770.19	86.41	124.03	34.70	16.09	4.14	-0.59	-4.27	-3.60
49PV	573099.5	119599.45	1823.77	25.68	-4.50	-5.48	-2.98	1.16	-0.71	-0.29	-0.39
5	580700	126300	2043.56	-50.99	-40.32	-40.12	-10.23	-3.60	-10.12	-2.56	-1.89
50.03	569921	133567.92	904.29	106.75	5.90	-0.29	3.48	3.37	5.53	3.67	1.87
500.3	576399.94	128498.35	1590.83	3.41	3.57	1.12	-0.38	-0.40	-3.04	-1.46	-0.48
501	567007.63	119415.56	504.14	-7.16	-9.97	1.15	0.04	0.88	1.55	1.35	0.66
504	567217.06	119963.06	543.34	-50.60	-1.75	7.70	7.63	-0.13	8.55	2.35	2.28
505	567375.25	120135.82	558.39	-19.35	10.46	4.91	6.88	5.93	-14.68	-2.66	0.75
507	567586.44	119886.47	584.72	59.33	18.63	13.49	15.50	9.57	2.96	1.69	1.24
508	566597.5	119422.27	1173.88	66.94	47.69	45.87	33.11	16.57	6.94	0.42	0.60
509	567203.5	121302.3	431.92	-1.64	25.56	17.25	10.23	3.61	0.00	0.21	0.11
510	567201.5	121101.7	432.23	-0.94	0.00	0.83	-6.09	-3.99	-3.99	-1.56	-1.19
511	568299.88	121200.13	493.78	29.91	-0.25	0.00	-0.14	-0.91	-0.20	-0.09	-0.13
512	568600.88	119913.28	600.02	9.33	-12.14	-12.12	-3.40	-2.08	0.37	0.63	0.44
512.3	575301.06	128999.29	1526.61	-13.60	14.24	15.27	10.72	4.33	-2.60	-1.51	-1.33
513	568499.88	119901.07	591.47	-22.70	-6.90	0.04	-5.72	-0.34	0.06	-0.03	-0.14
514	568001.25	119898.89	560.56	-26.73	-5.85	-2.76	-4.56	-0.76	-2.94	-0.88	-0.20
514.1	577799.56	126296.98	1964.24	5.23	1.07	-3.09	0.97	4.62	2.82	-0.74	-0.77
515	567899.81	119898.35	567.17	-32.49	-4.29	0.63	-5.20	-1.67	-4.84	-1.79	-0.98
516	567391.25	119992.1	595.31	-35.28	-13.10	1.58	7.71	5.44	12.13	4.26	3.64
517	568299.94	119696.41	574.92	-7.50	1.97	1.40	-1.47	0.09	0.11	-0.91	-0.53
518	568201.88	119602.35	558.48	-41.30	-26.02	-6.81	-2.86	-0.20	0.92	0.85	0.48
519	567499.31	119298.88	466.21	34.50	0.39	1.96	-0.69	-1.98	-0.81	-0.36	-0.09
52.e2003	569400.25	131500.09	979.94	46.08	32.52	8.64	1.28	5.19	7.45	2.99	2.28
520	567397.07	119101.83	447.88	-1.43	-33.48	-11.85	-4.45	-1.79	-0.90	-0.56	-0.09
520.3	575299.75	121901.66	1583.36	-114.31	-27.90	-19.60	-13.10	-20.22	-5.08	-10.41	-9.01
521	567795.91	120798.36	531.61	-8.83	-5.32	-3.26	-1.86	0.28	3.47	1.25	0.57
522	566799.53	120794.11	484.74	0.11	3.54	11.85	7.12	3.46	-0.30	-0.66	0.82
53	580198.88	125811.02	2088.12	96.11	37.95	60.06	32.10	8.17	8.17	1.99	1.99
531	569402.88	124255.34	838.28	10.21	-2.22	-8.38	2.53	1.19	-3.38	-0.75	-0.87
531.1b	575603.44	122200.84	1480.90	-86.79	11.58	-5.61	0.57	2.78	-3.26	-4.62	-4.98
533.3	575801.75	122501.74	1497.79	-25.13	-6.58	-11.35	-13.08	-15.90	-38.34	-20.03	-10.99
534.1b	574998.5	121895.7	1583.29	26.85	-3.45	-14.92	-13.09	-4.62	-3.82	-0.27	0.80
536.3	574493.75	120197.72	1580.85	-10.84	0.90	-7.25	-6.44	-2.17	0.11	-11.69	-15.93
54	580308.34	125895.48	2067.67	30.74	15.97	19.78	9.15	-1.51	-4.79	-1.16	0.04
56	572790	119200	1946.95	0.16	-22.99	-26.43	-12.75	-5.01	-1.89	-4.20	-3.21
563.3	575699.38	127700.39	1710.15	157.73	123.47	36.58	14.77	1.31	0.38	-0.85	-1.03
564.3	573599	118503.75	1690.94	-215.64	-68.08	4.95	0.68	-0.69	-4.20	-2.17	-1.88
57.e2003	570525.5	131096.14	1126.59	257.68	29.46	14.35	5.20	0.50	0.88	-1.26	-0.80
571.3	576801.19	125997.5	1851.92	35.74	49.38	11.58	4.86	-32.07	-11.38	-22.87	-24.29
587.3	572299	130099.58	1931.93	-58.61	-3						

Exposition
STATISTIQUE G

(*) Ho : "Le modèle intégrant la variable n'explique pas mieux la distribution observée qu'un modèle ne faisant intervenir qu'une constante"

Ho = 1 : rejet de l'hypothèse nulle

BLOC 1	Exposition Modèle E1 $g(x)=\beta_0+\beta_1D1+\beta_2D2+\beta_3D3$	réponse à Ho(*)		ID ESPECE Abreviation n°
		MNA 25		
		laser	laser	
BLOC 2	Exposition Modèle NS (gradient Nord-Sud) $g(x)=\beta_0+\beta_1\cos x+\beta_2\cos^2 x$	réponse à Ho(*)		14
		MNA 25		15
		laser	laser	16
		laser	laser	17
		laser	laser	18
		laser	laser	19
		laser	laser	20
		laser	laser	21
		laser	laser	22
		laser	laser	23
BLOC 3	Exposition Modèle EO (gradient Est-Ouest) $g(x)=\beta_0+\beta_1\sin x+\beta_2\sin^2 x$	réponse à Ho(*)		24
		MNA 25		25
		laser	laser	26
		laser	laser	27
		laser	laser	28
		laser	laser	29
		laser	laser	30
		laser	laser	31
		laser	laser	32
		laser	laser	33

■ Nombre d'itérations maximum atteint pour le calcul des estimateurs du maximum de vraisemblance dans Matlab

Somme des rejets de Ho
Moyenne par modèle des sommes de rejets de Ho

37	39
37	41
37	46
37	48
37	51
37	53
37	54
37	55
37	56
37	57
37	58
37	59
37	60
37	61
37	62
37	63
37	64
37	65
37	66
37	67
37	68
37	69
37	70
37	71
37	72
37	73
37	74
37	75
37	76
37	77
37	78
37	79
37	80
37	81
37	82
37	83
37	84
37	85
37	86
37	87
37	88
37	89
37	90
37	91
37	92
37	93
37	94
37	95
37	96
37	97
37	98
37	99
37	100
37	101
37	102
37	103
37	104
37	105
37	106
37	107
37	108
37	109
37	110
37	111
37	112
37	113
37	114
37	115
37	116
37	117
37	118
37	119
37	120
37	121
37	122
37	123
37	124
37	125
37	126
37	127
37	128
37	129
37	130
37	131
37	132
37	133
37	134
37	135
37	136
37	137
37	138
37	139
37	140
37	141
37	142
37	143
37	144
37	145
37	146
37	147
37	148
37	149
37	150
37	151
37	152
37	153
37	154
37	155
37	156
37	157
37	158
37	159
37	160
37	161
37	162
37	163
37	164
37	165
37	166
37	167
37	168
37	169
37	170
37	171
37	172
37	173
37	174
37	175
37	176
37	177
37	178
37	179
37	180
37	181
37	182
37	183
37	184
37	185
37	186
37	187
37	188
37	189
37	190
37	191
37	192
37	193
37	194
37	195
37	196
37	197
37	198
37	199
37	200

Courbures horizontale et verticale : Modèles H1 et V1

Statistiques G et W

(* Ho G : "Le modèle intégrant la variable n'explique pas mieux la distribution observée qu'un modèle ne faisant intervenir qu'une constante"

Ho = 1 : rejet de l'hypothèse nulle

ID ESPÈCE	Abréviation	n°	BLOC 1				BLOC 2				BLOC 3				BLOC 4			
			Courbure horizontale Modèle H1 $g(x)=\beta_0+\beta_1x$				Courbure horizontale Modèle H1 $g(x)=\beta_0+\beta_1x$				Courbure verticale Modèle V1 $g(x)=\beta_0+\beta_1x$				Courbure verticale Modèle V1 $g(x)=\beta_0+\beta_1x$			
			réponse à Ho: $\beta_1=0$		réponse à Ho G(*)		réponse à Ho: $\beta_1=0$		réponse à Ho G(*)		réponse à Ho: $\beta_1=0$		réponse à Ho G(*)		réponse à Ho: $\beta_1=0$		réponse à Ho G(*)	
MNA 25	laser	MNA 25	laser	MNA 25	laser	MNA 25	laser	MNA 25	laser	MNA 25	laser	MNA 25	laser	MNA 25	laser			
14	DACAR	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	SAPRA	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	BRPIN	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	CENSB	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	CHU	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	GLENE	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	ALCOR	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	CAFLA	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	DROCT	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	ELUMIN	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	KNARV	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	KNARV	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	LICAT	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	VERLO	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	VICSA	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	ICARPA	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	ICARPA	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	CHAH1	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	MELUP	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	PLMED	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	CEJAC	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	CRBLA	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	GENCA	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	HIAUR	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	HIAUR	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	REBUL	26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	REBUL	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	TRORI	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	TRORI	29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	VICRA	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	THPUL	31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	HICOM	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	POCRA	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	PUALP	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	SALRE	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	SALRE	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	SAMIN	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	SEPER	38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	SEPER	39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	81	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	83	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	84	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	86	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	87	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	88	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	GEMON	89	0	0</														

STATISTIQUE C de Hosmer et Lemeshow

(*) Ho : "Le modèle n'explique pas la distribution observée"

Ho = 1 : rejet de l'hypothèse nulle

ID ESPECE	Abréviation	n°	total présences	BLOC 1		BLOC 2		BLOC 3		BLOC 4		BLOC 5		Somme des rejets de Ho	Moyenne par modèle des sommes de rejets de Ho
				Pente Modèle P2		Exposition Modèle NS (gradient Nord-Sud)		Exposition Modèle EO (gradient Est-Ouest)		Courbure horizontale Modèle H1		Courbure verticale Modèle V1			
				g(x)=β0+β1x+β2x^2		g(x)=β0+β1cosx+β2cos^2x		g(x)=β0+β1sinx+β2sin^2x		g(x)=b0+b1x		g(x)=b0+b1x			
14	DIACAR	1	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
16	SAPRA	2	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
17	BRPN	3	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
18	CENSB	4	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	CONUT	5	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	GLEHE	6	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	CLAJA	7	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	CLARA	8	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	DROCT	9	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	EMJUN	10	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	KNARV	11	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	LICAT	12	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	VERLO	13	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
19	VICSA	14	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
20	VERLE	15	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
20	CHARD	16	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
20	CHAIH	17	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
20	PLMED	18	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
20	MELUP	19	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	CEJAC	20	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	CRELA	21	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	HEJAC	22	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	HENNA	23	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	HENNA	24	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	RABUL	25	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	THEAL	26	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	TRORI	27	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
21	VICRA	28	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
22	THPUL	29	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
23	HICOM	30	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
23	PIKOR	31	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
23	PIJALP	32	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
23	SALRE	33	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
23	SAMIN	34	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
23	VISEP	35	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
24	CACAR	36	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
24	GENON	37	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
24	VAGAU	38	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
24	VAGAU	39	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
25	HEJUN	40	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
25	HEJUN	41	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
25	POPPA	42	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
25	VEARV	43	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	44	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HIBIF	45	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	LUMUL	46	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	47	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	48	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	49	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	50	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	51	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	52	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	53	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	54	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	55	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	56	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	57	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	58	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	59	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	60	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	61	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	62	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	63	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	64	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	65	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	66	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	67	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	68	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	69	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	70	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	71	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	72	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	73	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	74	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	75	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	76	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	77	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	78	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	79	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	80	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	81	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	82	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	83	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	84	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	85	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	86	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	87	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	88	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	89	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	90	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	91	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	92	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	93	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	94	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	95	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	96	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	97	111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	111	111	
26	HEPUB	98													

