

ZUR BERECHNUNG VON HOLZSCHALEN IN BRETTTRIPPENBAUWEISE MIT ELASTISCHEM VERBUNDQUERSCHNITT

THÈSE N° 3229 (2005)

PRÉSENTÉE À LA FACULTÉ ENVIRONNEMENT NATUREL, ARCHITECTURAL ET CONSTRUIT

Institut de structures

SECTION DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Claudio PIRAZZI

Dipl.-Ing., Technische Universität Darmstadt, Allemagne
et de nationalité italienne

acceptée sur proposition du jury:

Prof. J. Natterer, directeur de thèse
Prof. F. Frey, rapporteur
Prof. H. Kreuzinger, rapporteur
Prof. A. Mischler, rapporteur
Prof. Y. Weinand, rapporteur

Lausanne, EPFL
2005

DANKSAGUNG

Ich möchte an dieser Stelle meinem Doktorvater Herrn Prof. Julius Natterer herzlich dafür danken, dass mir diese Forschungsarbeit ermöglicht wurde. Seine Unterstützung vor allem in konstruktiven Fragen hat sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen

Weiterhin danke ich ganz aufrichtig Herrn Prof. H. Kreuzinger für die kompetente fachliche Unterstützung, für die Tipps und Tricks und für die Zeit, die er für die Auseinandersetzung mit meiner Arbeit aufgewendet hat. Ihm, ebenso wie Herrn Prof. F. Frey, Herrn Prof. A. Mischler und Herrn Prof. Y. Weinand möchte ich für ihr Interesse an der Arbeit und die Übernahme des Koreferats danken.

Ich danke dem Schweizerischen Nationalfonds für die Finanzierung des Forschungsvorhabens.

Ich danke außerdem Herrn Dr.-Ing. A. Scholz und meinem Kollegen B. Stamm, die mir stets mit offenem Ohr und fachlichem Rat zur Seite standen sowie allen anderen Kollegen und Freunden, die mich während der nicht immer ganz einfachen Zeit fachlich und seelisch unterstützten.

Herrn Dr.-Ing. K.U. Gliniorz-Schweizer möchte ich dafür danken, dass er im Vorfeld zur Definition des Forschungsschwerpunktes beigetragen hat.

ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Konzeption von Flächentragwerken in Brettrampenbauweise sieht sich der Tragwerksplaner massiven Planungsunsicherheiten gegenüber gestellt. Die Berücksichtigung des nachgiebigen Verbundes bei der statischen Berechnung dieser gekrümmten Strukturen ist mit konventionellen Lösungsansätzen nur sehr bedingt möglich. Mit dem Schubanalogieverfahren existiert ein Modell, mit welchem die Berechnung solcher Strukturen möglich scheint. Allerdings handelt es sich auch hier, insbesondere bei schubweichen Querschnitten aus mehr als drei Einzelteilen, um eine Näherung, die es im Einzelnen noch zu quantifizieren gilt. Im Verlauf dieser Arbeit sollen Grenzen für die Anwendung des Schubanalogieverfahrens auf gerade und gekrümmte Träger mit elastischem Verbundquerschnitt untersucht und diskutiert werden.

Bei der Konstruktion von Rippenschalen aus Holz werden infolge des Krümmens der Brettlamellen Eigenspannungszustände hervorgerufen. Durch das rheologische Verhalten des Werkstoffes kommt es mit der Zeit zu einem teilweisen Abbau dieser Initialspannungen infolge plastischer Vorgänge in der Mikrostruktur des Holzes (Spannungsrelaxation). Die Literatur zu diesem Thema liefert zum Teil widersprüchliche Aussagen über die Intensität und die Einflussparameter dieses Vorganges. Die Klärung dieser Fragen soll eine entsprechende Versuchsreihe bringen.

Für das Fügen der Brettlamellen zu einem elastischen Verbundquerschnitt werden stiftförmige Verbindungsmittel wie etwa Schrauben verwendet. Die Kenntnis der physikalischen Kennwerte Steifigkeit und Tragfähigkeit des einzelnen Verbindungsmittels ist hierbei für die Bemessung der Grenzzustände von besonderer Bedeutung. Die in der Vergangenheit zur Evaluierung theoretischer Modelle und zur Ermittlung empirischer Rechenwerte durchgeführten Versuche beziehen sich in der Regel auf Verbindungen, die in ihrem Verschiebungs- und Versagensverhalten nur sehr bedingt mit dem hier vorliegenden, mehrlagig geschichteten Verbundquerschnitt übereinstimmen. Eine Abschätzung, inwieweit die Rechenwerte dennoch bei der statischen Berechnung angesetzt werden können, sollen Abscherversuche an dieser Verbindung bringen. Das theoretische Traglastmodell nach Johansen zur Bestimmung der Verbindungstragfähigkeit wird entsprechend modifiziert.

Ziel dieser Arbeit ist es, zur Klärung dieser Problemstellungen beizutragen, um bei der Realisierung solch anspruchsvoller Tragwerke in Holz wichtige Planungssicherheit zu schaffen.

ABSTRACT

The design of timber rip shells confronts the engineer with major uncertainties during the planning process. The consideration of the elastic compound cross section during structural analysis of curved members by means of conventional calculation methods is possible only in a restricted manner. The shear-analogy provides a seemingly useful method for calculating these structures. However it is only an approximation, particularly with regard to cross sections with high flexibility in terms of shear stress. This thesis treats the limitations of applying of the shear-analogy with regard to the calculation of straight and curved members with elastic compound cross section.

The bending of timber lamellas generates initial bending stress. Due to the rheological behaviour of wood and the associated process of plastification within the microstructure of wood, the stress becomes partially reduced as a function of time (stress relaxation). Prior work provides contradictory information about the duration and intensity of this reduction. To shed light on these uncertainties, appropriate experiments have been conducted.

To join timber lamellas to a multi-layered cross section, mechanical fasteners like screws, nails and bolts are used. The knowledge of the physical properties, like rigidity and resistance, are of significant importance for the verification of the ultimate limit states. Tests conducted in the past in order to evaluate theoretical models and to determine empirical values refer generally to connections, which differ clearly from the multi-layered connection treated here concerning the deformation and failure mechanisms. Experiments carried out provide estimation in how far the existing values can be applied to structural analysis of the present case. The theoretical model according to Johansen was adapted in an appropriate manner.

The aim of the work presented here is to contribute to the clarification of several problems related to the design of spatial timber structures with elastic compound cross section. The results provide further confidence to engineers for planning and realising these challenging lightweight structures.

RESUME

La planification des structures spatiales en planches lamellées vissées est liée à de fortes incertitudes. La prise en considération de la liaison semi-rigide des structures courbes lors du calcul statique n'est possible, avec des solutions conventionnelles, que de manière restreinte. L'analogie de l'effort tranchant est un modèle avec lequel le calcul de telles structures semble possible. Par contre, il s'agit d'une approximation dont la précision est encore à vérifier, notamment pour des sections composées de plus de trois éléments dont la rigidité à l'effort tranchant est faible. Au cours de cette thèse, les limites de l'application de l'analogie de l'effort tranchant aux poutres droites et courbes avec des sections semi-rigides seront examinées et discutées.

Pendant la construction des coques nervurées, la courbure des lamelles en bois crée des contraintes de flexion. À cause du comportement rhéologique du matériau, des processus plastiques dans la microstructure du bois réduisent ces contraintes initiales au cours du temps. La littérature donne des références contradictoires sur l'intensité et les paramètres de ce phénomène. Une clarification de cette incertitude est attendue par une série d'essais.

Pour lier les lamelles en bois, des moyens d'assemblage de type tiges, comme des vis à bois, sont utilisés. La connaissance des propriétés physiques de ceux-ci, comme la rigidité et la résistance est une donnée importante pour la vérification des états ultimes. Dans le passé, beaucoup d'essais ont été effectués pour évaluer des modèles théoriques et déterminer des valeurs de glissement caractéristiques. Ces essais se réfèrent à des assemblages qui ont un comportement différent, dans leur déplacement et dans leur mode de rupture, de celui des sections multicouches étudiées. Des essais appropriés doivent permettre de déterminer si ces valeurs sont applicables à un calcul statique. Le modèle théorique de Johansen pour la détermination de la résistance ultime est à modifier.

Le but du présent travail est de contribuer à la clarification de ces importantes incertitudes dans la planification des structures nervurées en planches vissées, ouvrant ainsi la voie à une utilisation accrue du matériau bois dans la réalisation de ce type d'ouvrage.

BEZEICHNUNGEN

a	Geometrische Größe [mm]; nichtlinearer Dämpfungsparameter
b	Querschnittsbreite [mm]; geometrische Größe [mm]
B	Bogenlänge [m]
d	Querschnittshöhe [mm]; Nenndurchmesser des Verbindungsmittels [mm]
C_D	Federsteifigkeit [N/mm]
D_s	Duktilitätsmaß
e	Geometrische Größe [mm]
E	Elastizitätsmodul [MN/m ²]
EA	Dehnsteifigkeit [MN]
EI	Biegesteifigkeit [MNm ²]
f_h	Lochleibungsspannung Holz [N/mm ²]
f_u	Zugspannung Stahl [N/mm ²]
f_y	Fließspannung Stahl [N/mm ²]
F	Kraft [N]
G	Schubmodul [MN/m ²]
GA	Schubsteifigkeit [MN]
k	Verbindungssteifigkeit [N/mm ²]; lineare Federkonstante [N/mm]
L	Länge [m]
K	Feder-/ Verschiebungssteifigkeit [N/mm]; nichtlinearer Dämpfungsparameter
m	Anzahl der Fugen
M	Biegemoment [MNm]
n	Anzahl der Schichten
N	Normalkraft [MN]
R	Biegeradius [m]; Verbindungsmitteltragfähigkeit [N]
s	Verbindungsmittelabstand [mm]; Anisotropiegrad
S	Ersatzschubsteifigkeit [MN]; Statisches Moment [cm ³]
t	Nenndurchmesser des Verbindungsmittels [mm]; Schubfluss [N/mm]; geometrische Größe [mm], Zeit
V	Querkraft
u	Feuchtegehalt [%]
u, v, w	Verschiebung [mm]
W	Widerstandsmoment [m ³]
x, y, z	Raumkoordinaten
z_i, z_{si}	Geometrische Größe [mm]

ε	Steifigkeitsverhältnis
γ	Abminderungsfaktor des Steiner-Anteils der Biegesteifigkeit; Teilsicherheitsfaktor
η	Ausnutzungsgrad; Viskosität einer Newtonschen Flüssigkeit
\mathcal{G}'	Verwindung
κ	Krümmung [1/m]
λ	Schubeinflusszahl; Schlankheit
μ	Abminderungsfaktor des Steiner-Anteils der Biegesteifigkeit
ρ_k	Rohdichte des Holzes [kg/m ³]
σ	Normalspannung [N/mm ²]
τ	Schubspannung [N/mm ²]
φ	Kriechzahl; Drehwinkel [rad]
Φ_∞	Endmaßzahl der Spannungsrelaxation

INHALT

1	EINLEITUNG	1
1.1	FLÄCHENTRAGWERKE AUS HOLZ	1
1.2	BRETRIPPENBAUWEISE	3
1.3	DER WERKSTOFF HOLZ	5
2	DER GERADE VERBUNDTRÄGER	7
2.1	BERECHNUNGSANSÄTZE	9
2.1.1	STAND DER TECHNIK	9
2.1.2	STABWERKMODELLE	10
2.2	SCHUBANALOGIEVERFAHREN	13
2.2.1	GRUNDLAGEN	13
2.2.2	QUERSCHNITTSWERTE DES ERSATZSYSTEMS	15
2.2.3	SPANNUNGSERMITTLUNG	18
2.2.4	BELASTUNGSaufTEILUNG UND KOPPLUNGSABSTÄNDE	20
2.2.5	FEDERMODELL DER SCHUBANALOGIE	20
2.3	GRENZEN DES SCHUBANALOGIEVERFAHRENS BEI ANWENDUNG AUF GERADE MEHRSCICHTSYSTEME	22
2.3.1	VORBEMERKUNG	22
2.3.2	VERGLEICHSRECHNUNG UNTER ANSATZ EINES NUMERISCHEN STABWERK-FEDER-MODELLS	22
2.3.3	AUSWERTUNG	26
2.3.4	BEURTEILUNG	33
3	DER GEKRÜMMTE TRÄGER	37
3.1	VORBEMERKUNG	37
3.2	NICHTLINEARE SPANNUNGSVERTEILUNG	39
3.3	FEDERMODELL FÜR DEN GEKRÜMMTEN, ZWEITEILIGEN BOGENTRÄGER MIT ELASTISCHEM VERBUNDQUERSCHNITT	42
3.3.1	VORBEMERKUNG	42
3.3.2	DER HORIZONTAL VERSCHIEBLICHE KREISBOGENTRÄGER	42
3.3.3	DER HORIZONTAL VERSCHIEBLICHE BOGENTRÄGER MIT VARIABLER ÖFFNUNG	44
3.4	FEDERMODELL ZUR BESCHREIBUNG DES PHÄNOMENS DES AUFATMENS	45
3.4.1	VORBEMERKUNG	45
3.4.2	DER GERADE BIEGETRÄGER MIT ELASTISCHEM VERBUNDQUERSCHNITT	47
3.4.3	DER GEKRÜMMTE TRÄGER – AUFATMEN DES STARREN VERBUNDQUERSCHNITTS	49
3.4.4	DER GEKRÜMMTE TRÄGER – AUFATMEN DES ELASTISCHEN VERBUNDQUERSCHNITTS	52
3.5	ANWENDUNG DES SCHUBANALOGIEVERFAHRENS AUF GEKRÜMMTE SYSTEME	54
3.6	EINFLUSS DER KRÜMMUNG AUF DIE TRAGFÄHIGKEIT	54
4	RHEOLOGIE	59
4.1	VORBEMERKUNG	59
4.2	RHEOLOGISCHE MODELLE	59
4.2.1	STANDARDMODELLE	59
4.2.2	RHEOLOGISCHES MODELL NACH HALSEY, WHITE UND EYRING	60
4.3	RELAXATION DER BIEGESPANNUNGEN	61
4.3.1	STAND DER TECHNIK	61

4.3.2	VERSUCHE ZUR BESTIMMUNG DER RELAXATION VON BIEGESPANNUNGEN	64
4.3.3	VERSUCHSAUSWERTUNG	67
4.4	EINFLUSS DER KLIMATISCHEN BEDINGUNGEN AUF DIE SPANNUNGSRELAXATION	70
4.5	RELAXATION DER TORSIONSSPANNUNGEN	72
5	STIFTFÖRMIGE VERBINDUNGSMITTEL	75
5.1	VORBEMERKUNG	75
5.2	TRAGMODELL NACH JOHANSEN	77
5.3	BESONDERHEITEN IM TRAGVERHALTEN MEHRTEILIG GESCHICHTETER VERBUNDKONSTRUKTIONEN MIT GROßEN VERBINDUNGSSCHLANKHEITEN	79
5.4	MODIFIZIERTE TRAGMODELLE	80
5.5	ANFANGSVERSCHIEBUNGSMODUL K_{SER}	84
5.6	DRUCKSCHERVERSUCHE	86
5.6.1	VERSUCHSBESCHREIBUNG	86
5.7	INTERPRETATION DER VERSUCHSERGEBNISSE	90
5.7.1	VORBEMERKUNG	90
5.7.2	TRAGFÄHIGKEIT	90
5.7.3	STEIFIGKEITEN	94
5.8	SCHRÄGVERSCHRAUBUNG	100
6	ZUR STATISCHEN BERECHNUNG VON HOLZRIPPENSCHALEN	103
6.1	VORBEMERKUNG	103
6.2	BERECHNUNGSMODELL DER TONNENSCHALE	103
6.3	PARAMETERSTUDIE	109
6.3.1	VORBEMERKUNG	109
6.3.2	VARIATION DER STEIFIGKEITEN IM BEREICH DER KNOTENPUNKTE	109
6.3.3	EINFLUSS DER FUGENSTEIFIGKEIT	112
6.3.4	EINFLUSS DER BEPLANKUNG	113
6.4	VERFORMUNGEN UND SCHNITTGRÖßEN	115
6.5	NACHWEISE IN DEN GRENZZUSTÄNDEN DER TRAGFÄHIGKEIT UND DER GEBRAUCHSTAUGLICHKEIT	118
7	SCHLUSSBEMERKUNGEN	121
8	AUSBLICKE	123
9	LITERATURVERZEICHNIS	124
10	ABBILDUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS	130
11	CURRICULUM VITAE	134
	ANHANG	135

ANHANG

A 1	ERGEBNISSE DER DRUCKSCHERVERSUCHE	A 1
A 1.1	KRAFT-VERSCHIEBUNGSKURVEN	A 1
A 1.2	ANFANGSBEREICHE DER KRAFT-VERSCHIEBUNGSKURVEN	A 8
A 1.3	VERSUCHSERGEBNISSE TABELLARISCH	A 13
A 1.4	VERBINDUNGSMITTELTRAGFÄHIGKEITEN	A 16
A 1.5	VERBINDUNGSMITTELSTEIFIGKEITEN	A 19
A 2	EINGABEDATEI DER TONNENSCHALE	A 20

Die Jahre lehren vieles, wovon der Tag keine Ahnung hat.

Ralph Waldo Emerson (1803 - 1882), Geistlicher, Lehrer, Philosoph und Essayist

1 EINLEITUNG

1.1 FLÄCHENTRAGWERKE AUS HOLZ

Obgleich für den Bau von Schalentragwerken in der Moderne vorzugsweise Baustoffe wie Beton und Stahl eingesetzt werden, erfährt der konstruktive Ingenieurholzbau auf diesem Gebiet in der jüngsten Vergangenheit eine durchaus wohlverdiente Renaissance. Neben verleimtem Brett-schichtholz wurde zunehmend auch die so genannte Brettrippenbauweise ausgeführt, bei der einzelne Holzlamellen mittels Verschrauben zu Rippen verbunden werden. In den letzten zwei Jahrzehnten wurden so einige Bauwerke dieser Art realisiert [36],[48],[80],[81],[82]. Auf Grund der Transparenz ihrer Tragwirkung und ihrer anspruchsvollen Architektur faszinieren diese leichten Flächentragwerke Fachwelt und Laien gleichermaßen.



Abbildung 1: Holzschirme der EXPO 2000, Hannover (links); Reithalle in Uzwil, Kanton St. Gallen (rechts)

Historisch betrachtet stellt die Brettrippenbauweise eine Weiterentwicklung des lamellierten Bogenbinders nach dem französischen Militär Armand Emy (1771-1851) dar. Dieser führte Anfang des 19. Jahrhunderts einen gekrümmten, lamellierten Brettträger mit liegenden Lamellen aus (Abbildung 2). Den Kraftschluss stellte er mit Hilfe von Klemmverbindungen und Schmiedebolzen her. Schon dreihundert Jahre vorher entwickelte der französische Hofbaumeister Philibert de l'Orme (~1515-1570) den nach ihm benannten Delormschen Bogenbinder. Hierbei kamen allerdings stehende Brettbohlen zum Einsatz, die als relativ kurze Abschnitte hintereinander gesetzt die gewünschte Bogenform ergaben. Die Einzelbögen wurden dann mittels hölzerner Steckelemente, die eine gewisse Längsaussteifung gewährleisteten, miteinander verbunden (Abbildung 2).

Eine Weiterentwicklung im Bereich der hölzernen Flächentragwerke stellen die Rauten-Lamellen-Konstruktionen des deutschen Architekten Friedrich Zollinger (1880-1945) dar, die auf dem

Prinzip nach de l'Orme beruhen. Bei der so genannten Zollinger-Bauweise werden senkrecht angeordnete Brettbohlen als jeweils über zwei Knoten durchlaufendes Stabnetzwerk ausgebildet und in den Knoten versetzt mittels zweier Bolzen verbunden (Abbildung 3). In den zwanziger Jahren des 20. Jahrhunderts fand dieses Prinzip in Form von Rund-, Spitz- und Segmentbögen hauptsächlich in Deutschland für kleine und mittlere Dachtragwerke eine große Zahl von Anwendungen. In ökonomischer und herstellungstechnischer Hinsicht schien die Bauweise zur damaligen Zeit äußerst interessant. Die geringe Torsionssteifigkeit der Einzelstäbe, die sowohl auf den Anschluss, als auch auf den geringen Schubmodul des Holzes zurückzuführen ist, führt jedoch zu großen Verformungen und in vielen Fällen zu massiven Beeinträchtigungen der Gebrauchstauglichkeit [21],[62]. Das Interesse an dieser, als revolutionär angepriesenen Bauweise, ging infolgedessen schnell verloren. Beim Wiederaufgreifen dieses Konstruktionsprinzips vor wenigen Jahren wurden die Konstruktionen dahingehend modifiziert, dass die Einzelstäbe in den Knoten mittels Schlitzblechen angeschlossen werden und dass die meist aus Brettschichtholz bestehenden Stäbe über eine ausreichende Torsionssteifigkeit verfügen [68],[103].

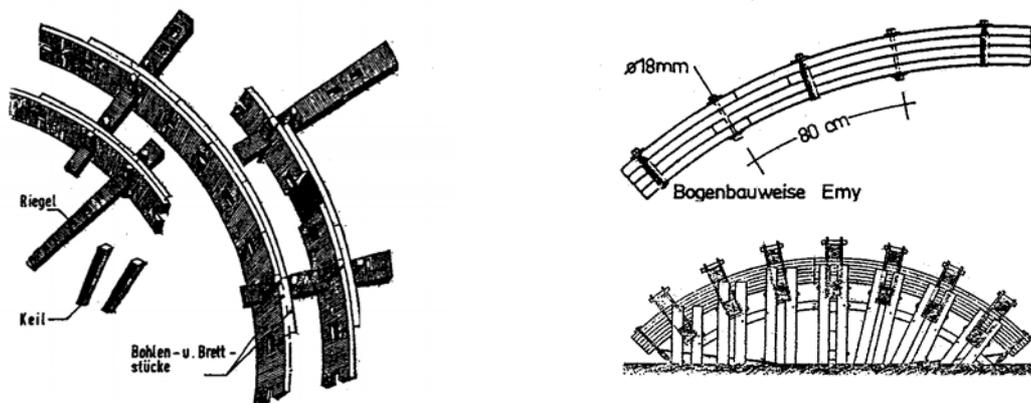


Abbildung 2: Historische Verbundbauweisen: Delormscher Bogenbinder (links); Verbundsystem von Emy mit Lehrgerüst zur Krümmung der Bohlen (rechts), aus [73]

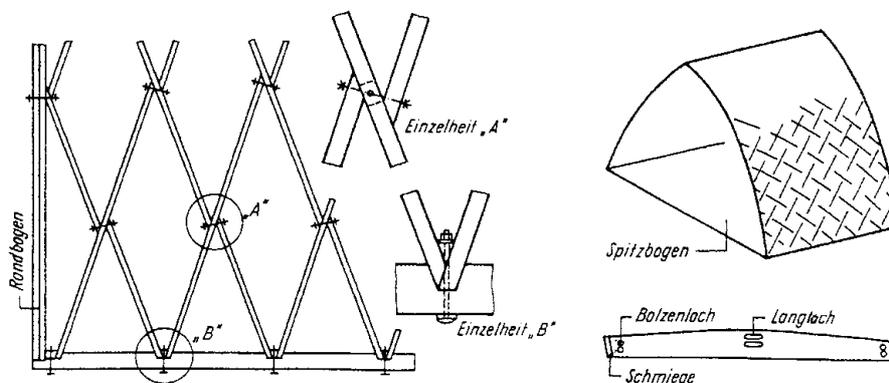


Abbildung 3: Zollinger-Lamellendach, aus [103]

1.2 BRETRIPPENBAUWEISE

Bei der Brettruppenbauweise wird ebenfalls ein rautenförmiges Stabnetzwerk als Tragaster ausgebildet. Die Rippen bestehen hier jedoch aus zur Schalenfläche parallelen, nachgiebig zu einem elastischen Verbundquerschnitt gefügten Brettlamellen, entsprechend dem Prinzip nach Emy. Die Knotenpunkte sind derart gestaltet, dass ein Brett einer Lage über mehrere Knoten hinweg durchlaufend ausgebildet wird, während das Brett aus der jeweils anderen Richtung gestoßen wird und lediglich als Füllbrett zwischen zwei Knoten fungiert. In der nächsten Lage dreht sich dieses Prinzip um, so dass es zu einer Verzahnung der Rippen und somit zu der erwünschten Biege- und Torsionssteifigkeit an den Knoten kommt (Abbildung 4). Die Füllbretter stabilisieren die durchlaufenden Lamellen und verhindern ein lokales Ausknicken zwischen zwei Knoten. Darüber hinaus sichern sie den Kraftfluss im Bereich der Brettstöße und helfen mit, natürliche Materialstreuungen im Holz zu kompensieren. Zur Triangulation des rautenförmigen Stabnetzwerkes wird in der Regel eine Schalungslage aus kreuzweise verlegten Holzbohlen oder aus Holzwerkstoffplatten aufgebracht. Bei der Herstellung wird die Struktur in der Regel zuerst nur in bestimmten Knoten konstruktiv miteinander verbunden. Dazu werden meist metallische Stabdübel verwendet, die in entsprechende Langlöcher eingebracht werden. Eine kontinuierliche Verschraubung der Einzellamellen findet erst statt, nachdem das Flächentragwerk seine endgültige Form erreicht hat.

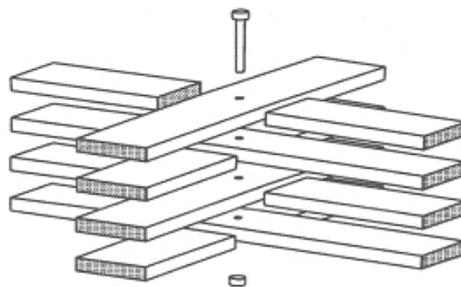


Abbildung 4: Konstruktionsprinzip der Brettruppenbauweise, aus [81]

Während die Herstellung verleimter, zweifach gekrümmter Brettschichtträger auf Grund der aufwendigen Technik und der erforderlichen Sondergenehmigungen nur von wenigen, zentralistisch angeordneten Spezialunternehmungen durchführbar ist, ist der Bau von Flächentragwerken in Brettruppenbauweise vergleichsweise unkompliziert. Es ist keine teure Infrastruktur erforderlich. Dadurch wird die Anwendung dieses Konstruktionsprinzips besonders für kleine und mittlere Unternehmen attraktiv und trägt zur gewünschten Erhöhung von deren Konkurrenzfähigkeit bei.

Durch die Verwendung stiftförmiger, mechanischer Verbindungsmittel zur Schubübertragung in den Fugen wird im Vergleich zum starren oder zum verleimten Querschnitt eine zum Teil nicht unerhebliche Abminderung der Biegesteifigkeit in Kauf genommen. Die sich einstellende effektive Steifigkeit des nachgiebigen Verbundquerschnittes muss bei der statischen Berechnung

von Flächentragwerken in Brettrippbauweise berücksichtigt werden. Infolge des hochgradig statisch unbestimmten Systems solcher Stabnetzwerke sowie der Krümmung im Raum gestaltet sich die Ermittlung dieser effektiven Steifigkeiten als schwierig. Sie hängt nicht nur von der vorhandenen Verschiebungssteifigkeit in den Fugen und der Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnittsteile, sondern darüber hinaus auch vom System und der Krümmung ab. Die Schwierigkeit, die sich hier stellt, ist die ausreichend genaue mechanische Beschreibung des Verbundverhaltens der gekrümmten Brettrippen. Anerkannte analytische Näherungen kommen auf Grund der getroffenen Annahmen allenfalls als Ersatzverfahren im Rahmen von Näherungsberechnungen in Frage. Aus diesem Grund ist man derzeit bei der Berechnung von Flächentragwerken in Brettrippbauweise gezwungen, sich Berechnungsverfahren zu bedienen, die deutlich auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse liefern. Eine Optimierung der Tragstruktur hinsichtlich des Materialverbrauchs ist kaum möglich.

Bei der Konstruktion von Brettrippenschalen werden in der Regel Brettlamellen mit einer Dicke zwischen 20 mm und 45 mm verwendet. Die Breite der Bretter kann zwischen 80 mm und 300 mm betragen. Für die äußeren, durchlaufenden Lamellen wird empfohlen, ein Holz hoher Festigkeit (C24 oder C30) zu verwenden, während an die weniger beanspruchten Brettlamellen geringere Anforderungen an die Festigkeit gestellt werden. Bei der Verwendung von keilverzinktem Konstruktionsvollholz (KVH) sind Brettlängen von bis zu 14 Metern möglich.

Die Montage einer Rippenschale geschieht oft derart, dass der Gitterrost entweder flach auf dem Boden liegend oder leicht überhöht auf einer Unterstützung ausgelegt wird und anschließend durch Hochziehen [36],[48] oder durch Druck auf die Außenränder in die gewünschte Form gebracht wird (Abbildung 5). Die Verschraubung der Brettlamellen ist sehr arbeitsaufwendig. Der große Montageaufwand stellt sicherlich einen Nachteil dieses Konstruktionsprinzips dar. Vergegenwärtigt man sich hingegen den Arbeitsaufwand, der bei der Konstruktion einer Betonschale einschließlich der Verlegearbeiten der Bewehrung und der Konstruktion des Schalungsgerüsts erforderlich ist, relativiert sich dieser Nachteil.



Abbildung 5: Montage des Polydôme auf dem Campus der ETH in Lausanne (links); Downland Gridshell, Chichester (GB) (rechts)

Um die Holzeigenspannungen infolge der konstruktionsbedingten Vorkrümmung so gering wie möglich zu halten, sollten die Brettlamellen eine Biegung möglichst nur um ihre schwache Achse erfahren. Eine Biegung um die starke Brettachse sollte weitgehend vermieden werden. Dies kann erreicht werden, wenn die Brettrippen den so genannten geodätischen Linien auf der zu beschreibenden Fläche folgen. Geodätische Linien schmiegen sich in jedem Punkt an die Oberfläche an. Die Kurvennormale stimmt in jedem Punkt mit der Flächennormalen überein. Ein Brett, das einer geodätischen Linie auf einer Fläche folgt, ist dementsprechend lediglich durch eine Biegung um seine liegende, schwache Achse und durch eine Torsion beansprucht. Auf der Sphäre entsprechen die geodätischen Linien den Großkreisen. Auf einem Zylinder ist die Spirallinie eine geodätische Linie. Im zweidimensionalen Raum abgewickelt ergeben sich Geraden. Bei den meisten, im Bauwesen verwendeten Schalenformen wie etwa Sphären, Zylinder und translatorische Flächen ist die Bestimmung eines Netzes aus geodätischen Linien analytisch und ohne größeren Aufwand möglich. Bei den so genannten Freiformflächen, die mathematisch nicht mehr geschlossen darstellbar sind, gestalten sich die entsprechenden Ableitungen nach den Raumparametern u und v jedoch wesentlich komplexer [92],[99].

1.3 DER WERKSTOFF HOLZ

Für den Einsatz des Werkstoffes Holz bei der Konstruktion leichter Flächentragwerke sprechen viele Vorteile. So besitzt Holz ein äußerst günstiges Verhältnis zwischen seinem spezifischen Gewicht und seinen mechanischen Eigenschaften, insbesondere der Festigkeit. Dies ermöglicht den Bau leichter und sogleich widerstandsfähiger Tragwerke. Das geringe Gewicht bringt Einsparungen bei der Fundamentierung mit sich, was insbesondere bei schlechtem Baugrund einen nicht zu vernachlässigenden Kostenvorteil darstellt. Darüber hinaus kann das Lehrgerüst vergleichsweise einfach ausfallen, als es der Bau von Betonschalen erfordert. Dort wird in der Regel zuerst eine für sich alleine stehende Lehre aus Holz konstruiert, um die Lasten des frischen, noch nicht tragfähigen Betons zu übernehmen. Holz ist darüber hinaus ein natürlicher, nachwachsender Rohstoff, der für seine Verarbeitung wenig Energie beansprucht, leicht verarbeitbar ist und die Verwendung einfacher Verbindungsmittel für das Zusammenfügen von Konstruktionselementen erlaubt. Holz ist fast überall vorhanden und kann dezentral und preisgünstig von lokalen Forstbetrieben erworben werden.

Auf Grund seines natürlich gewachsenen Charakters weist Holz allerdings eine Streuung seiner mechanischen Eigenschaften auf. Diese besteht nicht nur standort- und wuchsbedingt zwischen einzelnen Bäumen einer Art, sondern auch innerhalb ein und desselben Baumes. So spielen mechanische Einwirkungen auf den stehenden Baum, das Klima und das zur Verfügung stehende Nährstoffangebot eine wichtige Rolle. Die visuelle und mechanische Sortierung des Bauholzes gewährleistet die Eingliederung in normierte Festigkeitsklassen und bereitet somit die Grundlage einer Bemessung.

Bei der Brettrippenbauweise wird durch die Verwendung eines mehrschichtigen Querschnittaufbaus für die Haupttragstruktur eine Verteilung der natürlichen Fehlstellen im Holz erzielt. Es kann, wie auch bei der Brettschichtholzbauweise, von einer Verringerung des Ausmaßes der Festigkeitsstreuung und damit von einer Güteverbesserung gesprochen werden. Darüber hinaus können sich durch das „soziale Tragverhalten“ der Brettrippen örtliche Überbeanspruchungen

leicht auf benachbarte Bretter verteilen. Während die Leimfuge und das Holz im Allgemeinen ein sprödes Bruchverhalten aufweisen, kann bei einem geschraubten oder genagelten Querschnitt eine duktilere Versagensform, also ein Versagen im Verbindungsmittel, angestrebt werden.

Bei der Anwendung der technischen Biegetheorie wird ein isotropes, ideal-elastisches Verhalten des Werkstoffes unterstellt. Zwar kann bei näherungsweise Unterstellung gleicher Elastizitäten unter Druck- und Zugbeanspruchung von einem Hookeschen Material ausgegangen werden. Auf Grund der natürlichen, zweckgebundenen Struktur des Holzes liegt jedoch ein rhombisch orthotropes Materialverhalten vor, welches die ebene technische Biegelehre nicht darzustellen vermag. Streng genommen müsste zur Berücksichtigung der orthotropen Stoffgleichungen die räumliche Elastizitätstheorie angesetzt werden. Die Spannungsberechnung nach der ebenen Elastizitätstheorie unter Voraussetzung ausreichender stofflicher und geometrischer Homogenität liefert allerdings in der Regel für die Praxis des Ingenieurholzbaus ausreichend genaue Ergebnisse. Für die Untersuchung von Störstellen oder kleinen Bauteilausschnitten bedarf es indes streng genommen einer Berücksichtigung des orthotropen Materialverhaltens des Werkstoffes Holz. Numerische Methoden stellen hierbei eine große Hilfe da.

2 DER GERADE VERBUNDTRÄGER

Die Verwendung von einteiligen Vollholzquerschnitten im Holzbau ist auf Grund der zur Verfügung stehenden Abmessungen begrenzt. Ist die Tragfähigkeit des Einzelquerschnittes erschöpft, geht man zu zusammengesetzten Querschnitten über. Dies hat nicht nur herstellungsbedingte Vorteile, sondern vor allem auch holztechnologische, da das Aufreißen des Holzes beim Schwinden der vergleichsweise kleinen Querschnittsteile wesentlich weniger ausgeprägt ist. Je nach Art der Verbindungsmittel unterscheidet man gedübelte, genagelte oder geschraubte Träger. Das Prinzip des Verbundträgers besteht darin, den Schub zwischen den Fugen der Einzelteile zu übertragen und damit zur gewünschten Steifigkeitserhöhung beizutragen. Die so mobilisierten Fugenschubflüsse aktivieren die Dehnsteifigkeiten der Einzelquerschnittsteile und damit die Steiner-Anteile der Biegesteifigkeit. Je weniger Längsverschiebung in den Fugen auftreten kann, desto steifer ist der Verbundträger. Bei zunehmender Behinderung dieser Verschiebungen durch den Einsatz mechanischer Verbindungsmittel bilden sich gegengerichtete Normalkraftpaare in den Einzelquerschnittsteilen aus. Das innere Biegemoment teilt sich, je nach Fugensteifigkeit, in einen Anteil, der dem Produkt der aktivierten Normalkraftpaare mit ihrem inneren Hebelarm entspricht und zum anderen Teil in Einzelbiegemomente auf (Abbildung 6). „Pauschal kann gesagt werden, dass sich durch die Erhöhung der Schubfestigkeit die Beanspruchung des Teilträgers auf Biegung vermindert und die auf Normalkraft erhöht wird.“[83]

Diese Tatsache wurde bereits von den Römern für den Bau von Brücken genutzt. Erste Konstruktionsskizzen eines gewölbten Verbundträgers finden sich in Leonardo da Vincis Codex Atlanticus (Abbildung 6). Der Verbund wurde dabei durch einen entsprechenden Versatz mit Bolzensicherung realisiert. Später wurden zunehmend auch Hartholzdübel mit Bolzensicherung verwendet. Während des Spätmittelalters und noch bis Anfang des letzten Jahrhunderts wurden auf diese Weise in erster Linie Holzbrücken mit weiten Spannweiten realisiert, bis diese Bauweise mehr und mehr vom „modernen“ Baustoff Stahl und später vom Stahlbeton abgelöst wurde. Erst wieder während und nach dem Zweiten Weltkrieg wurden im industriell am Boden liegenden Deutschland für die Errichtung einer ganzen Reihe von Brückentragwerken genagelte Träger verwendet. Der schnelle Zugriff zum natürlich vorkommenden Baustoff Holz ermöglichte es, zerstörte Brücken so rasch zu ersetzen.

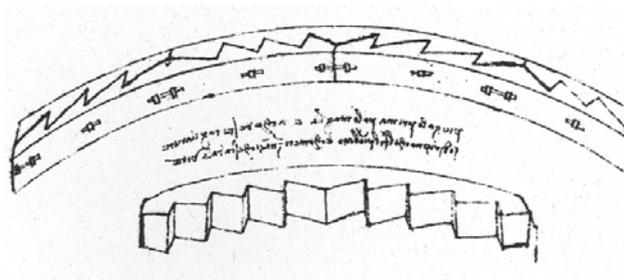


Abbildung 6: Verdübelter Bogenträger nach Leonardo da Vinci, aus [52]

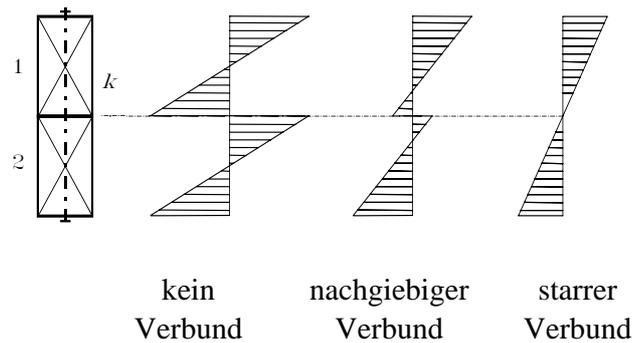


Abbildung 7: Verbundquerschnitt: Verteilung der Normalspannung aus Biegebeanspruchung

Bei zunehmender Zahl der Schichten nimmt die effektiv erreichbare Biegesteifigkeit des mehrschichtigen Verbundträgers, insbesondere bei kleinen Fugensteifigkeiten, überproportional ab. Die effektive Biegesteifigkeit hängt von den Dehnsteifigkeiten der Querschnittsteile, von der Fugensteifigkeit wie auch von der Systemlänge ab. Zur Veranschaulichung wird in Abbildung 8 das Verhältnis zwischen der effektiven Biegesteifigkeit eines Verbundquerschnitts und der des entsprechenden Vollquerschnitts für ein Einfeldsystem unter sinusförmiger Belastung bei zunehmender Zahl der Einzelquerschnitte und Variation der Fugensteifigkeit k gezeigt. Die Teilquerschnitte besitzen dabei eine Abmessung von $50 \times 50 \text{ mm}^2$, die Systemlänge beträgt 3 m. Bei relativ weichen Verbindungen ist ein Optimum hinsichtlich der Biegetragfähigkeit bei zunehmender Zahl von Schichten schnell erreicht. Eine Erhöhung der Schichtenanzahl darüber hinaus macht demnach nur begrenzt Sinn.

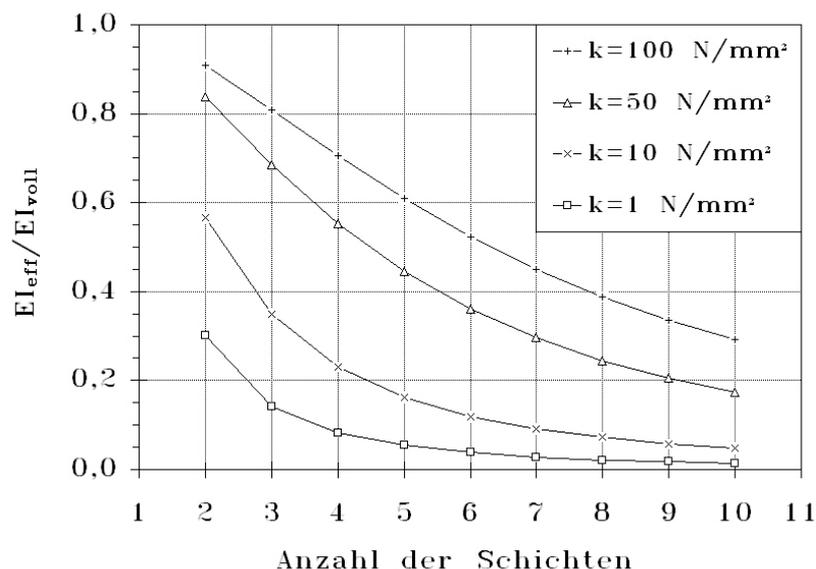


Abbildung 8: Verhältnis zwischen der effektiven Steifigkeit eines Verbundquerschnitts und der des entsprechenden Vollquerschnitts in Abhängigkeit der Schichtenzahl

2.1 BERECHNUNGSANSÄTZE

2.1.1 STAND DER TECHNIK

Die folgende Zusammenfassung soll einen kurzen Überblick über die auf dem Gebiet der Berechnung von Verbundträgern im Holzbau geleisteten Forschungsarbeiten geben. Sie erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. In Ergänzung dazu können die Zusammenfassungen bei Hoefl [47], Scholz [109] und anderen gesehen werden.

Bei der Betrachtung von Biegebalken mit nachgiebigem Verbundquerschnitt erkannte man früh, dass das Tragverhalten durch die Anwendung der technischen Biegetheorie auf den Gesamtquerschnitt nicht ausreichend beschrieben wird. Erste Lösungsansätze gehen auf die zwanziger Jahre des letzten Jahrhunderts zurück. Engesser [20] vergleicht 1922 die Tragwirkung zusammengesetzter Biegeträger und Stützen mit einem einfachen Rechenmodell des Vierendeel-Rahmenträgers. Ljungberg arbeitet diese Ansätze 1942 aus und ermittelt die Knicklasten zusammengesetzter Holzstützen [71].

Stüssi [114] kann Anfang der vierziger Jahre zeigen, dass die Annahme konstanter Abminderungsfaktoren für die Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbundfuge, wie man sie bis dahin angenommen hatte, nicht haltbar ist. Für den zweiteiligen verdübelten Balken unter Gleichstreckenlast und mittiger Einzellast leitet er die Differenzialgleichungen her und vergleicht die Lösung mit Versuchsergebnissen. Dabei stellt er, bis auf die gestörten Randbereiche, „ausgezeichnete Übereinstimmungen“ mit seiner Theorie fest. Stüssi konstatiert, dass der sich einstellende Wirkungsgrad hinsichtlich der Biegesteifigkeit außer von der Belastung auch von der Abmessung der Einzelteile und vom Verhältnis der Elastizität zwischen Balken und Holzdübel abhängt.

Die ersten grundlegenden Differenzialgleichungen für den aus bis zu drei Teilquerschnitten zusammengesetzten, unsymmetrischen Trägern stellt Hoischen 1952 auf [49]. Weitere Überlegungen dieser Zeit gehen auf die Arbeiten von Homberg [50], Heilig [38] und Sattler [102] zurück. Ausgehend von diesen Arbeiten leitet Möhler [79] 1955 die Differenzialgleichungen für den aus zwei und drei Einzelschichten bestehenden Biegeträger mit elastischem Verbundquerschnitt her. Dabei gibt er einen Abminderungsfaktor γ_i für jede Fuge i an, mit dem die Steiner-Anteile der Biegesteifigkeit des starren Trägers abzumindern sind. Dieser Abminderungsfaktor ist von den Dehnsteifigkeiten der Einzelquerschnitte, den Verschiebungsmoduln der Fugen sowie von der Systemlänge abhängig. Möhler setzt dabei die aus der technischen Biegelehre bekannten Näherungen voraus. Für den Einfeldträger unter sinusförmiger Streckenlast vereinfacht sich die Herleitung der Differenzialgleichungen erheblich. Diese Berechnungsmethode ist seit 1969 als Gamma-Verfahren Bestandteil der deutschen Holzbaunorm DIN 1052 und gilt bis heute als Stand der Technik. Im weiteren Verlauf seiner Arbeit entwickelt Möhler entsprechende Abminderungsfaktoren für Einfeldsysteme unter Einzellast und Streckenlast sowie für Zweifeldsysteme und bestimmt die Knicksicherheit von Druckstäben mit nachgiebig verbundenen Einzelteilen unter Ansatz einer sinusförmigen Knickbiegeline.

Schelling erweitert 1968 in seiner Dissertation [104] die Überlegungen Möhlers erstmals auf Systeme mit beliebig vielen Querschnittsteilen. Er löst die gekoppelten Differenzialgleichungen mit Hilfe eines Reihenansatzes für die Belastungsfunktion als Näherung für Träger mit beliebigen Last- und Querschnittsformen. Werden die Verbindungsmittel derart angeordnet, dass die

Fugensteifigkeiten sich entsprechend des statischen Momentes über die Querschnittshöhe verteilen, nehmen die Abminderungsfaktoren γ_i für alle Einzelquerschnitte den gleichen Wert γ_m an. Dadurch vereinfacht sich die Berechnung, besonders bei einer großen Zahl von Einzelquerschnitten, erheblich. Diese Bedingung wird bei zweiteiligen und symmetrischen dreiteiligen Querschnitten erfüllt. In [106] stellt Schelling ein erweitertes γ -Verfahren zur Berechnung zusammengesetzter Biegeträger unter sinusförmig verteilter Belastung mit beliebig vielen Einzelquerschnitten vor.

Weitere Auswertungen der Grundgleichungen wurden unter anderem 1969 von Pischl [94], 1987-1991 von Heimeshoff [39]-[42] und 1994 von Hoeft [47] durchgeführt.

Hoeft [47], Kneidl [58] und Schickhofer [107] entwickeln in ihren Abhandlungen numerische Berechnungsprogramme für ebene, geschichtete Holzstrukturen.

Bergfelder [5] und Hartmann [37] nutzen bei ihren Untersuchungen eine Fachwerkanalogie, bei der die Nachgiebigkeit zwischen den Schichten über eine Ersatzdehnsteifigkeit der Diagonalstäbe berücksichtigt wird. Diese Modelle ermöglichen bei relativ einfachen Strukturen eine schnelle Berechnung mit Hilfe von Stabwerksprogrammen.

Gollwitzer stellt in [29] die Entwicklung eines Rahmenelementes auf Basis der Finiten-Element-Methode für die Simulation eines elastischen Verbundquerschnittes mit beliebiger Zahl von Einzelquerschnitten vor. Für den Verschiebungsansatz wird ein lineares Gesetz benutzt. Die Implementierung dieses Elementes in marktübliche Berechnungsprogramme wird angestrebt.

Bei allen Berechnungsansätzen wird ein ideal linear-elastisches Verhalten sowohl der Fuge als auch des Werkstoffes Holz sowie die aus der technischen Biegetheorie bekannten Näherungen (Bernoulli-Balken) vorausgesetzt. Die diskret angeordneten mechanischen Verbindungsmittel werden mit einer über die Trägerlänge verschmierten Fugensteifigkeit idealisiert. Die Krafteinleitung wird in der Regel nicht näher untersucht.

Krawczyk befasst sich im Rahmen seiner Dissertation am Institut für Struktur- und Kontinuumsmechanik [63] an der ETH Lausanne (Ende voraussichtlich 2006) mit der Entwicklung eines, auf dem dort entwickelten Finite-Elemente-Programm FELINA basierenden, mehrschichtigen Verbundelementes. Die nichtlineare Berechnung unter Ansatz elastisch-plastischer Fugenverschiebung sowie großer Verschiebungen wird hierbei berücksichtigt.

2.1.2 STABWERKMODELLE

Mehrschichtsysteme mit elastischem Verbundquerschnitt können mit Hilfe von Stabwerkmodellen dargestellt werden, wobei jeder Einzelquerschnitt auf einen Stab in seiner Mittelachse reduziert wird. Die Einzelstäbe werden derart gekoppelt, dass jeder Stab die gleiche Biegelinie aufweist. Die Nachgiebigkeit der Fugen wird über elastische Federelemente, dehnweiche Diagonalstäbe oder biegeeweiche Kragstäbe simuliert, wobei die Steifigkeit des gewählten Elementes derart anzusetzen ist, dass das Verbundsystem realistisch abgebildet wird. Solche Ersatzsysteme sind dann in der Lage, mit vergleichsweise geringem Aufwand in der Eingabe und in der Berechnung beliebige Last- und Systembedingungen zu modellieren. Für die nicht gestörten Bereiche lässt sich das reale Tragverhalten von Verbundsystemen sehr gut darstellen. Der Rechenaufwand wird durch die Leistungsfähigkeit moderner Rechner und Berechnungs-

programme kompensiert und ist ohnehin, verglichen mit einer analytischen Vorgehensweise, gering.

Erste Ersatzmodelle gehen auf Engesser [20] zurück. Sattler stellte 1955 [102] ein Modell für Stahlbrücken mit elastisch angeschlossenen Betonfahrbahnplatten vor. Die kontinuierliche elastische Verbindung zwischen den Einzelträgern wird über Schubfedern simuliert. Die Schubkräfte werden als statisch Unbestimmte eingeführt und nach dem Kraftgrößenverfahren berechnet. Bergfelder wendet in [5] den Vierendeelträger auf die Beschreibung von Verbundträgern im Ingenieurholzbau an, indem er die Biegesteifigkeit der Pfosten den Verformungen in der Fuge anpasst.

Eine Weiterentwicklung dazu stellt ein System dar, bei dem die Rahmenstiele lediglich auf biegesteif an die Gurte angeschlossene Kragarmstummel reduziert sind. Diese werden mit Hilfe von Verschiebungsfedern miteinander verbunden (Abbildung 9, Modell B). Beide Rahmenmodelle weisen jedoch den entscheidenden Nachteil auf, dass sie Biegemomente in die Gurte eintragen. Diese sägezahnähnlich verlaufenden Zusatzmomente, verbunden mit einer girlandenartigen Verformungsfigur, verfälschen den Verlauf der Gurtmomente. Erschwerend kommt hinzu, dass bei der Berechnung der Pfostensteifigkeiten außer der Verbiegung der Pfosten auch noch die Verdrehung der Gurte zu berücksichtigen ist. Dieses Ersatzsystem ist allenfalls für die Berechnung von Verbundsystemen mit vergleichsweise steifen Gurten bei weichen Fugensteifigkeiten geeignet.

Eine weitere Möglichkeit zur Erfassung des Tragverhaltens von Verbundsystemen ist das Fachwerkmodell nach Abbildung 9, Modell A. Die Nachgiebigkeit in den Verbundfugen wird dabei über die Längenänderung der Diagonalen simuliert. Diese kann entweder über entsprechend dehnweiche Diagonalstäbe oder über Federn geschehen. Mit Hilfe des Arbeitssatzes am ausgelenkten System kann dann die Ersatz-Dehnsteifigkeit EA^* oder die Diagonal-Federsteifigkeit C_D gefunden werden. Nach Kneidl/Hartmann [57] errechnen sich diese unter Ansatz der Länge e zwischen zwei Pfosten, dem inneren Hebelarm a zwischen den Gurten und der Fugensteifigkeit k pro Längeneinheit nach Gl. 2-1 respektive Gl. 2-2.

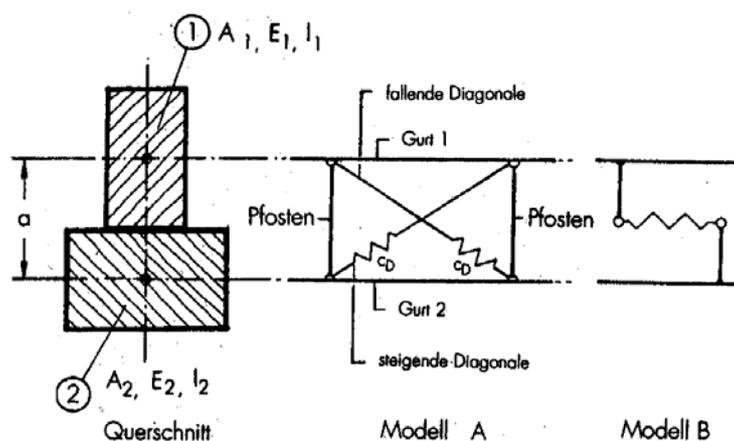


Abbildung 9: Stabwerkmodelle: Fachwerk (Modell A); Rahmen (Modell B), aus Kneidl/Hartmann [57]

$$EA^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{(e^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}{e} \cdot k \quad \text{Gl. 2-1}$$

$$C_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{(e^2 + a^2)}{e} \cdot k \quad \text{Gl. 2-2}$$

Eine Weiterentwicklung dazu stellt das von Hartmann [37] vorgestellte kombinierte Pendelstab-Feder-Modell dar. Die unerwünschten Kragarmmomente in den Gurten bei den Rahmenmodellen sowie die nicht vollständige Querkraftverteilung bei den Fachwerkmodellen umgeht er durch die Verwendung von Pendelstab-Dreiecksböcken. Diese sind über Verschiebungsfedern miteinander gekoppelt und gelenkig an die Gurte angeschlossen. Dadurch werden keine ungewollten Momente in die Gurte eingebracht. Die Federsteifigkeiten entsprechen den verschmierten Verformungssteifigkeiten in der realen Fuge. Zum Abtrag der Querkräfte wird den Federn zusätzlich eine sehr große vertikale Steifigkeit zugeordnet. Bei Unterstellung ideal-elastischer Verbindungsmittel mit einer Verschiebungssteifigkeit K_{ser} errechnet sich die Ersatzfederkonstante k_f unter Ansatz des effektiven Verbindungsmittelabstandes s und des Abstandes e der Federn im Modell nach Gl. 2-3.

$$k_f = K_{ser} \cdot \frac{e}{s} \quad \text{Gl. 2-3}$$

In der vorliegenden Arbeit wird dieses Modell dahingehend weiterentwickelt, dass zusätzlich vertikale Federn mit sehr großen Steifigkeiten zwischen den einzelnen Gurtknoten im Abstand $e/2$ zum Abtrag der Schubkräfte vorgesehen werden (Abbildung 10). Die Länge der horizontalen Verschiebungsfedern wird sehr klein gewählt, um einen möglichst gleichen Neigungswinkel der Pendelstäbe zu gewährleisten.

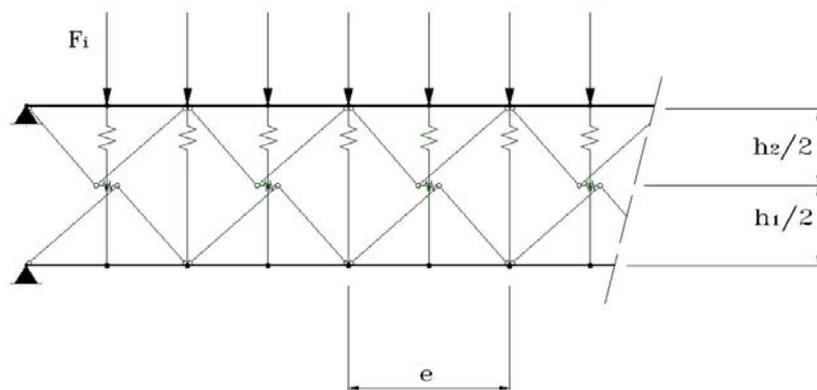


Abbildung 10: Stabwerk-Feder-Modell eines zweiteiligen Verbundquerschnitts; Belastung in den Knotenpunkten

2.2 SCHUBANALOGIEVERFAHREN

2.2.1 GRUNDLAGEN

Kreuzinger stellt in [63]-[66] eine Berechnungsmethode vor, die als Schubanalogieverfahren bezeichnet wird. Die Nachgiebigkeit der Verbundfugen wird dabei über die Schubweichheit eines Ersatzquerschnittes berücksichtigt. Dazu wird ein Träger (oder eine Schicht) mit elastischem Verbundquerschnitt auf zwei Analogieträger mit homogenem Querschnitt, im Weiteren als Träger A und B bezeichnet, reduziert. Träger A berücksichtigt die Steifigkeiten der losen Einzelquerschnitte ohne Verbund (Einzelsteifigkeiten), während Träger B die sich aus dem Zusammenwirken der Schichten ergebenden Steifigkeitsanteile (Steiner-Anteile) zugeordnet werden. Die aus der Nachgiebigkeit der Verbundfugen resultierende Abminderung der Gesamtsteifigkeit wird über eine reduzierte Schubsteifigkeit S des Trägers B berücksichtigt. (Abbildung 11).

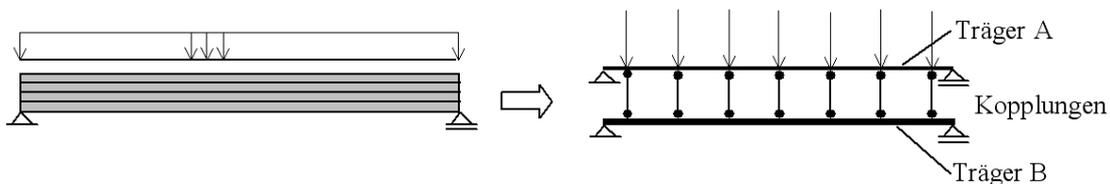


Abbildung 11: Ersatzstabmodell nach dem Schubanalogieverfahren: Mehrschichtiger Träger mit elastischem Verbundquerschnitt (links); ideelles System mit Knotenlasten (rechts)

Unter der Bedingung gleicher Biegelinien werden beide Träger gekoppelt. Die äußeren Lasten teilen sich demnach im Verhältnis der Steifigkeiten auf die beiden Ersatzträger auf. Während Träger A lediglich eine Verkrümmung infolge von Momentenbeanspruchung erfährt, ruft die Belastung des Trägers B zusätzlich noch eine Schubverformung aus Querschnittsverzerrung hervor. Es gelten die aus der technischen Biegetheorie bekannten Vereinfachungen. Dem Zusammenhang zwischen Spannungen und Formänderungen sowohl des Werkstoffes (Hooke), als auch der stiftförmigen Verbindungsmittel wird ein ideal linear-elastisches Verhalten unterstellt. Der Einfluss der Querschnittsverwölbung infolge Schubbeanspruchung bleibt bei der Bildung des Gleichgewichts unberücksichtigt. Diese Näherung führt bei zunehmender Fugenweichheit und bei entsprechend großer Zahl von Schichten zwangsläufig zu abweichenden Ergebnissen. Streng genommen müsste der kombinierte Schub- und Biegeträger B (Timoshenko-Balken) nach der strengeren Scheibentheorie definiert werden. Für die meisten baupraktisch relevanten Fälle scheint diese Näherung jedoch ausreichend genaue Ergebnisse zu liefern.

In Anlehnung an Stamm/Witte [112] weist Kreuzinger [66] die Gültigkeit des Schubanalogieverfahrens bei Anwendung auf einen geraden Biegeträger nach. Dazu vergleicht er das elastische Potenzial eines Sandwichelementes mit dem eines Verbundträgers aus zwei Querschnittsteilen. Durch das Einsetzen der Verschiebungsbeziehungen in die Energiepotenziale kann gezeigt werden, dass sich die beiden Potenziale exakt entsprechen.

Die Berechnung eines derart idealisierten Systems lässt sich mit Hilfe gängiger Stabstatikprogramme unter Berücksichtigung der Schubverformungen unter vergleichsweise geringem Aufwand durchführen. Unterschiedliche Materialien lassen sich ebenso berücksichtigen wie über die Trägerlänge variierende Fugensteifigkeiten. Für den Fall des Einfeldträgers mit sinusförmig verteilter Auflast lässt sich die Lösung analytisch herleiten (siehe Kapitel 2.2.5).

Der Ansatz des Schubanalogieverfahrens wurde in den Anhang D der deutschen Holzbaunorm DIN 1052, Ausgabe 2004 [14] übernommen. Für Träger und Flächen aus zwei Querschnittsteilen sowie für dreiteilige doppelsymmetrische Querschnitte liefert das Schubanalogieverfahren die strenge Lösung. Bei Querschnitten aus mehr als drei Teilen kann sie als gute Näherung gewertet werden. Da die einzelnen ideellen Schichten mittels Kopplungszwängen oder dehnsteifen Stabelementen miteinander verbunden werden, spielt es keine Rolle, auf welchem der Träger die äußere Belastung aufgebracht wird. Das System muss als Ganzes aktiviert werden. Um also unrealistische Zusatzbeanspruchungen, wie etwa die Durchbiegung des verhältnismäßig biegeweichen Trägers A oder bei kleinen Fugensteifigkeiten des schubweichen Trägers B zu vermeiden, ist es sinnvoll, die Lasten als Knotenlasten aufzubringen.

Exemplarisch sei die Aufteilung der Schnittgrößen auf die beiden Ersatzträger anhand der in Abbildung 12 dargestellten Zweifeldsystems unter unsymmetrischer Gleichstreckenbelastung g_1 und g_2 und einer konstant verteilten Fugensteifigkeit k gezeigt. Gut zu erkennen sind diejenigen Anteile der Schnittgrößen M_A und V_A , die nur von den Einzelschichten übernommen werden sowie diejenigen Anteile M_B und V_B , die zusätzlich über die Aktivierung der Verbundfuge aufgenommen werden. Ihre Summe ergibt jeweils die Gesamtschnittgröße. Über die Verteilung des Anteils der Biegemomente M_B des Trägers B lassen sich die infolge der Fugensteifigkeit in den Einzelquerschnitten aktivierten Normalkräfte und der Wirkungsgrad des Verbundes beurteilen. So liegen etwa die maximalen Normalkräfte erwartungsgemäß an den Stellen des maximalen Biegemomentes vor. Die Einzelbiegemomente hingegen besitzen über dem Auflager ihren größten Wert. Das heißt, die ungünstige Beanspruchung der Einzellamellen ist hier am höchsten. Die Verteilung beider Schnittgrößen M_B und V_B des Trägers B verläuft kontinuierlich. Knicke in der Momentenlinie sowie Sprünge in der Querkraftlinie infolge äußerer Einzellasten, wie hier etwa der Auflagerkraft der mittleren Unterstützung, werden ausschließlich von Träger A aufgenommen. Anhand des Verlaufs der Querkraft V_B des Trägers B lässt sich direkt die Beanspruchung der Verbindungsmittel und die Fugenverschiebung veranschaulichen. In den beiden Feldern existieren Nulldurchgänge. An diesen Stellen beteiligt sich die Verbundwirkung nicht am Abtrag der Lasten, womit auf eine Verbindung in diesem Bereich verzichtet werden kann. Bei einer gleichmäßig über beide Felder verteilten Belastung existiert auch über dem Mittelaufleger ein entsprechender Nulldurchgang. Das Maximum des Fugenschubes wird nicht, wie zu erwarten war, am Trägerende, sondern im höher belasteten linken Feld kurz nach dem Mittelaufleger erreicht.

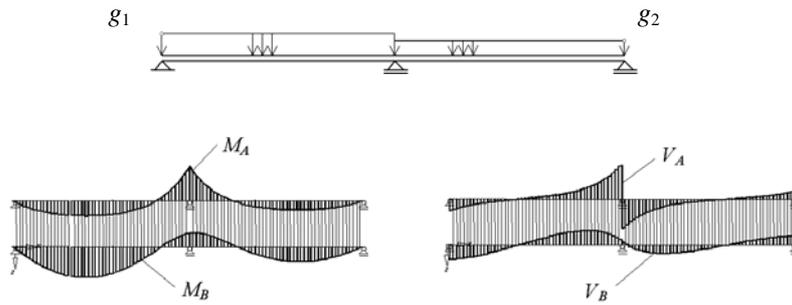


Abbildung 12: Schnittgrößenverteilung an einem dreiteiligen Verbundträger über zwei Felder unter unsymmetrischer Gleichstreckenlast: Belastung (oben); Biegemomente (unten links); Querkräfte (unten rechts), aus [93]

2.2.2 QUERSCHNITTSWERTE DES ERSATZSYSTEMS

Zum besseren Verständnis wird im Folgenden die Herleitung der Schubanalogie kurz erläutert. Ziel ist die Ermittlung der Querschnittswerte des Ersatzsystems, insbesondere der Ersatzschubsteifigkeit S des Trägers B.

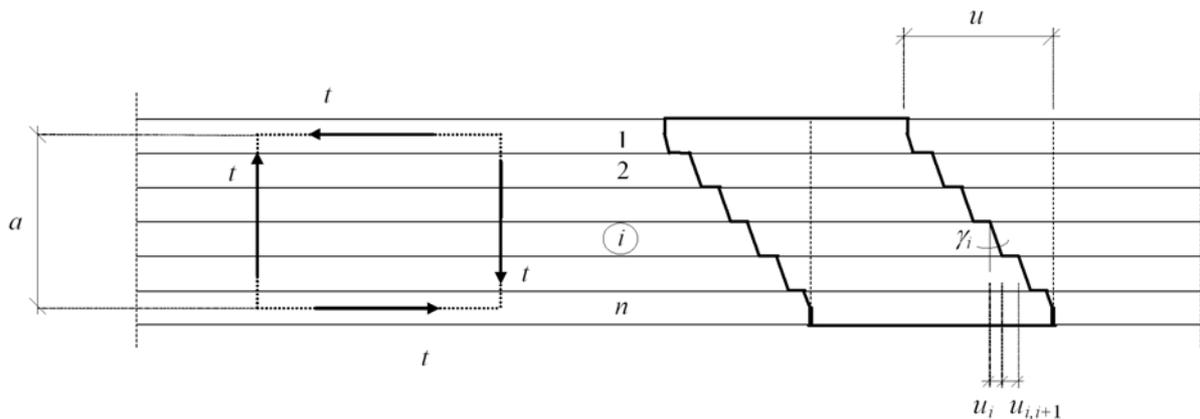


Abbildung 13: Schichtenmodell des Schubanalogieverfahrens, nach [14]

Für das in Abbildung 13 dargestellte Verbundsystem aus n Querschnittsteilen lässt sich für die Verschiebung u_i infolge Querschnittsverzerrung und für die Verschiebung $u_{i,i+1}$ in den Verbindungsfugen infolge des Schubflusses t in allgemeiner Form schreiben:

$$u_i = \gamma_i \cdot d = \frac{\tau}{G} \cdot d_i = \frac{t}{G} \cdot \frac{d_i}{b_i} \quad \text{Gl. 2-4}$$

$$u_{i,i+1} = \frac{t}{k} \quad \text{Gl. 2-5}$$

Dabei entspricht d_i der Dicke und b_i der Breite der Schicht i . Übertragen auf ein vereinfachtes Schubelement der Länge dx und der Höhe a zwischen den Systemlinien der beiden äußeren Lamellen können bei Einführung der Ersatzschubsteifigkeit S die resultierenden Verzerrungen γ_i sowie γ geschrieben werden.

$$\gamma_i = \frac{\tau}{G} = \frac{T}{GA_s} = \frac{t \cdot a}{S} \quad \text{Gl. 2-6}$$

$$\gamma = \frac{u}{a} = \frac{1}{a} \cdot \left[\sum u_{i,i+1} + \sum u_i \right] = \frac{1}{a} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n-1} \frac{t}{k_{i,i+1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{t \cdot d_1}{G_1 \cdot b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{t \cdot d_i}{G_i \cdot b_i} + \frac{1}{2} \cdot \frac{t \cdot d_n}{G_n \cdot b_n} \right] \quad \text{Gl. 2-7}$$

Das Gleichsetzen der Verzerrungswinkel liefert dann die Ersatzschubsteifigkeit S .

$$\frac{t \cdot a}{S} = \frac{t}{a} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k_{i,i+1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{G_1 \cdot b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_i \cdot b_i} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_n}{G_n \cdot b_n} \right] \quad \text{Gl. 2-8}$$

$$S = a^2 \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{k_{i,i+1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{G_1 \cdot b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{d_i}{G_i \cdot b_i} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_n}{G_n \cdot b_n}} \quad \text{Gl. 2-9}$$

Gl. 2-9 entspricht dem im Anhang D der deutschen Holzbaunorm DIN 1052 [14] angegebenen Rechenwert der Ersatzschubsteifigkeit. Dieser berücksichtigt zusätzlich zur Nachgiebigkeit der Schubfuge noch die entsprechenden Formänderungsanteile aus der Verzerrung des Holzes.

Bei Annahme von n identischen Schichten der Dicke d und der Breite b vereinfacht sich diese Beziehung. Nimmt man zusätzlich näherungsweise an, dass die $n-1$ Fugen die gleiche Fugensteifigkeit k aufweisen, erhält man:

$$S = \frac{(n-1)^2 \cdot d^2}{\frac{n-1}{k} + \frac{(n-1) \cdot d}{G \cdot b}} = (n-1) \cdot d^2 \cdot k \cdot \frac{G \cdot b}{G \cdot b + k \cdot d} \quad \text{Gl. 2-10}$$

Vernachlässigt man darüber hinaus noch die Verzerrung des Holzes, so kann für die Ersatzschubsteifigkeit Folgendes geschrieben werden:

$$S = (n-1) \cdot d^2 \cdot k \quad \text{Gl. 2-11}$$

Die Annahme der Vernachlässigung der Schubverformungen infolge der Verzerrung des Holzes, wie sie im Ingenieurholzbau üblich ist, sollte insbesondere bei elastischen Verbundsystemen überprüft werden. Zwar ist sie bei den üblichen Abmessungen von Biegebalken durchaus gerechtfertigt, bei Verbundquerschnitten mit geringen Fugensteifigkeiten jedoch erhöht sich zwangsläufig die Beanspruchung in den Einzelquerschnitten infolge Querkraftschubes gegenüber dem starren Verbundquerschnitt.

Für die übrigen Steifigkeitswerte ergeben sich unter Ansatz n gleicher, zu einem Verbundquerschnitt übereinander geschichteter Querschnittsteile mit der Elastizität E , der Dicke d und der Breite b die Rechenwerte nach Gl. 2-12 bis Gl. 2-23. Bei der Behandlung von Schichten sind zusätzlich die Werte der Drillsteifigkeiten nach den Vorgaben der Norm anzusetzen.

$$\text{Vollquerschnitt:} \quad EI_{y,\text{voll}} = \frac{E \cdot (n \cdot d)^3 \cdot b}{12} \quad \text{Gl. 2-12}$$

$$\text{Träger A:} \quad EA_{x,A} = E \cdot n \cdot d \cdot b \quad \text{Gl. 2-13}$$

$$EI_{x,A} = n \cdot EI_{x,1} \quad \text{Gl. 2-14}$$

$$EI_{y,A} = EI_{y,\text{voll}} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{Gl. 2-15}$$

$$EI_{z,A} = \frac{E \cdot n \cdot d \cdot b^3}{12} \quad \text{Gl. 2-16}$$

$$S_{y,A} = S_{z,A} \rightarrow \infty \quad \text{Gl. 2-17}$$

$$\text{Träger B:} \quad EA_{x,B} \rightarrow 0 \quad \text{Gl. 2-18}$$

$$EI_{y,B} = EI_{y,\text{voll}} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad \text{Gl. 2-19}$$

$$EI_{x,B} = EI_{z,B} \rightarrow 0 \quad \text{Gl. 2-20}$$

$$S_{y,B} \rightarrow \infty \quad \text{Gl. 2-21}$$

$$S_{z,B} = (n-1) \cdot d^2 \cdot k \quad \text{Gl. 2-22}$$

$$k = \frac{K_{\text{ser}}}{s} \quad \text{Gl. 2-23}$$

Wie aus Gl. 2-15 ersichtlich wird, nimmt der Anteil der Eigenbiegesteifigkeit des Trägers A an der Gesamtsteifigkeit bei zunehmender Anzahl der Querschnittsteile exponentiell ab. Bei fünf Schichten beträgt diese lediglich noch 4% und kann vernachlässigt werden.

Bei den oben angegebenen Rechenwerten wird der Einfluss der Verbundwirkung bei einer Torsionsbeanspruchung und somit die entsprechende Steifigkeit des Trägers B vernachlässigt. Diese wird ohnehin nur bei einer mehrreihigen Anordnung der Verbindungsmittel aktiviert, da zur Ausbildung eines über den gesamten Querschnitt verlaufenden Schubflusses ein entsprechendes

Kräftepaar erforderlich ist. Idealerweise dürfen die Verbindungsmittel dazu nicht versetzt angeordnet werden. Scholz zeigt in [109] die Abhängigkeit zwischen der sich effektiv ausbildenden Torsionssteifigkeit eines Verbundquerschnittes von der gewählten Anzahl der Verbindungsmittelreihen und den Querschnittsteile. Er reduziert bei seiner durchgeführten Finite-Elemente-Berechnung die Verbindungsmittelreihen schrittweise von Außenkante zu Außenkante, bis nur noch eine zentrische Reihe übrig bleibt. Bei einer einzigen, zentrischen Reihe werden keine Steifigkeitsanteile aus der Verbundwirkung aktiviert. Für die baupraktisch relevante Ausführung eines Verbundquerschnittes mit zwei nicht versetzten Verbindungsmittelreihen, wie schematisch in Abbildung 14 dargestellt, ist nach Scholz maximal mit der Ausbildung von etwa 50% der Torsionssteifigkeit des Vollquerschnittes zu rechnen. Dieser Wert bezieht sich jedoch auf den relativ günstigen dreiteiligen Verbundquerschnitt. Bei dem untersuchten fünfteiligen Querschnitt sinkt dieser Wert schnell unter die 20% Marke. Allerdings sind diesbezüglich genauere Untersuchungen erforderlich. Scholz setzt bei seinen Betrachtungen ein ideal-steifes Auszugsverhalten der Verbindungsmittel voraus. Auf Grund der Nachgiebigkeit im Auszugsverhalten der Verbindungsmittel sowie rheologischer Prozesse kann, insbesondere bei elastischen Verbundquerschnitten mit mehr als fünf Querschnittsteilen, von einer vollständigen Vernachlässigung der Verbundtragwirkung bei der Ermittlung der Torsionssteifigkeit ausgegangen werden.

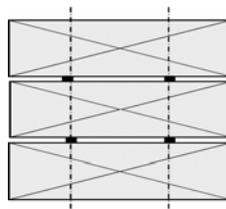


Abbildung 14: Dreiteiliger Verbundquerschnitt: Zweireihige Ausbildung der Verbindungsmittel

2.2.3 SPANNUNGSERMITTLUNG

Entsprechend der Verteilung der Schnittgrößen auf die beiden ideellen Ersatzträger können die Spannungen ermittelt werden. Die im Folgenden mit dem Index A gekennzeichneten Spannungen entsprechen den von Träger A übernommenen Spannungen, das heisst dem Anteil, der auf die Einzellamellen ohne Berücksichtigung des Verbundes fällt. Die mit dem Index B gekennzeichneten Spannungen hingegen entsprechen dem Anteil, der durch die Mobilisierung der Verbundtragwirkung aktiviert wird. Die einzelnen Spannungsanteile sind anschließend zu superponieren.

Es wird eine lineare Spannungsverteilung unterstellt. Dies ist streng genommen nicht ganz richtig, da sich, insbesondere bei gedrunenen, weichen Systemen, eine zunehmend nichtlineare Verteilung einstellt. Diese folgt aus der s-förmig verlaufenden Verwölbung des Gesamtquerschnittes infolge der nichtlinearen Verteilung des Querkraftschubes, welcher jedoch bei der Berechnung nach der technischen Biegetheorie keine Berücksichtigung findet.

Die Normalspannungen σ_m infolge einachsiger Biegung bestimmt sich nach Gl. 2-24.

$$\sigma_m = \sigma_{m,A} + \sigma_{m,B} = \frac{E \cdot M_A}{EI_A} \cdot z_i + \frac{E \cdot M_B}{EI_B} \cdot z_{si} \quad \text{Gl. 2-24}$$

Die Koordinate z_i der Teilquerschnitte zählt von der jeweiligen Systemmittellinie ($-d_i/2 \leq z_i \leq d_i/2$). Der Hebelarm der Schicht i zum Gesamtschwerpunkt des homogenen Querschnitts wird mit z_{si} bezeichnet. Bei Querschnitten aus n gleichen Einzelteilen der Dicke d berechnet sich z_{si} nach Gl. 2-25 und bleibt für jeden Querschnittsteil i konstant.

$$z_{si} = \left(\frac{1}{2} \cdot (n+1) - i \right) \cdot d \quad \text{Gl. 2-25}$$

Damit ergibt sich ein gezackter, linear über jeden Querschnittsteil gleich verlaufender Eigenanteil der Spannungen σ_A sowie ein für jeden Querschnittsteil konstant bleibender Spannungsblock σ_B (Abbildung 15).

Entsprechend ermitteln sich die Schubspannungen. Hier ergibt sich als Eigenanteil eine quadratisch verteilte Schubspannung τ_A , die für alle Querschnittsteile gleich ist sowie ein Anteil τ_B aus der Verbundwirkung.

$$\tau_i = \tau_{i,A} + \tau_{i,B} = -\frac{E \cdot V_A \cdot S}{EI_A \cdot b} - \frac{E \cdot V_B \cdot S}{EI_B \cdot b} = -\frac{E \cdot V_A}{EI_A} \cdot \left(\frac{z_i^2}{2} - \frac{d^2}{8} \right) - \frac{E \cdot V_B}{EI_B} \cdot z_{si} \cdot \left(z_i + \frac{d}{2} \right) + \tau_{i,0} \quad \text{Gl. 2-26}$$

Die maximale Schubspannung im Holz τ_{max} liegt bei Querschnitten mit ungerader Anzahl von Einzelteilen in der Systemlinie des mittleren Querschnittsteils. Bei Querschnitten mit einer geraden Anzahl von Einzelteilen kann diese näherungsweise in der Systemlinie der beiden Teile ober- und unterhalb der mittleren Verbundfuge angenommen werden. Es lässt sich nach einer kleinen Umformung folgende Beziehung schreiben:

$$\tau_{max} = \tau_{max,A} + \tau_{max,B} = -\frac{E \cdot V_A}{EI_A} \cdot \frac{d^2}{8} - \frac{E \cdot V_B}{EI_B} \cdot \frac{1}{8} \cdot \left((n \cdot d)^2 - d^2 \right) \quad \text{Gl. 2-27}$$

Der Schubspannungsnachweis spielt für die Nachweise der Grenzzustände der Tragfähigkeit in der Regel eine untergeordnete Rolle. In erster Linie interessiert der Schubfluss t in den Fugen für den Nachweis der Verbindungsmittel. Dieser berechnet sich lediglich aus den Anteilen der Verbundwirkung. Das statische Moment kann hier nach Gl. 2-28 angesetzt werden. Dieses bezieht sich lediglich auf die Fugen. Die Koordinate $z_{i,i+1}$, die vom oberen Querschnittsrand aus gezählt wird, muss d , bzw. einem Vielfachen von d entsprechen.

$$S_{i,i+1} = \frac{b}{2} \cdot \left(n \cdot d \cdot z_{i,i+1} - z_{i,i+1}^2 \right) \quad \text{Gl. 2-28}$$

$$t_{i,i+1} = \frac{E \cdot V_B \cdot S_{i,i+1}}{EI_B \cdot b} = \frac{E \cdot V_B}{2EI_B} \cdot \left(n \cdot d \cdot z_{i,i+1} - z_{i,i+1}^2 \right) \quad \text{Gl. 2-29}$$

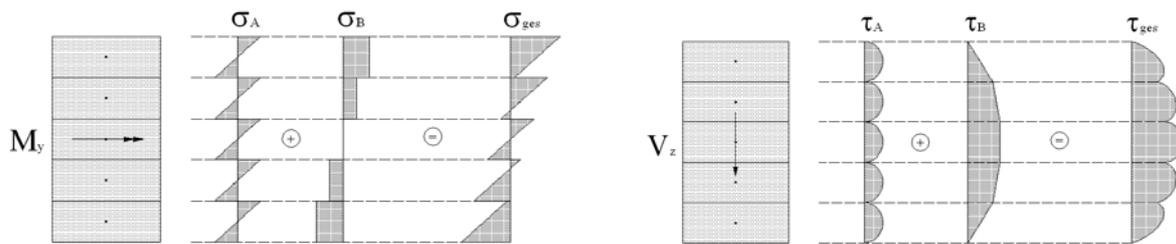


Abbildung 15: Überlagerung der Spannungsverläufe nach Schubanalogieverfahren für einen fünfteiligen Verbundquerschnitt: Normalspannungen aus Moment (links); Schubspannungen aus Querkraft (rechts)

2.2.4 BELASTUNGSaufTEILUNG UND KOPPLUNGSABSTÄNDE

Um der Forderung nach gleichen Biegelinien der beiden ideellen Teilsysteme zu genügen, ist deren Kopplung notwendig. Bei einer rechnergestützten Berechnung bieten viele gebräuchliche Stabwerkprogramme entsprechende Zwangsoptionen an. Ist dies nicht der Fall, so kann die Kopplung auch mit Hilfe von dehnstarrten Stäben oder Federn ausgeführt werden. Es ist jedoch darauf zu achten, dass lediglich die Verschiebungen und nicht die Verdrehungen der Träger gekoppelt werden.

Die Kopplungen bestimmen die Aufteilung der äußeren Lasten auf die ideellen Systeme. Scholz hat sich in [109] eingehend mit dem Verlauf der Koppellasten beschäftigt. Er trennt die Systeme und leitet die Differenzialgleichungen für bestimmte Lastfälle her.

Die Kopplungsdichte bestimmt die Genauigkeit der durchgeführten Berechnung. Die Diskretisierung sollte ausreichend fein gewählt werden, aber nicht zu fein, um die Anzahl der Stabunterteilungen nicht allzu groß werden zu lassen, da die Rechenkapazität dadurch stark eingeschränkt wird.

2.2.5 FEDERMODELL DER SCHUBANALOGIE

Die mechanische Beschreibung der Tragwirkung eines Verbundträgers unter Biegung ist analytisch unter Verwendung eines Federmodells möglich. In Anlehnung an das Schubanalogieverfahren löst Kreuzinger in [65] dazu das fiktive Trägersystem in drei lineare Verschiebungsfedern auf. Zwei dieser Federn mit den Federsteifigkeiten $K_{A,B}$ und $K_{B,B}$ berücksichtigen die Biegeverformungen der beiden Träger A und B. Die dritte mit der Federsteifigkeit $K_{B,S}$ beschreibt die Schubverformung des Trägers B. Werden nun die beiden in Reihe geschalteten Federn des Trägers B parallel mit der Feder des Trägers A gekoppelt (Abbildung 16) und dieses System über eine Lastverteilungsplatte gleichmäßig belastet (Forderung gleicher Biegelinien), ergibt sich, ausgehend von den Differenzialgleichungen für den Biegebalken, eine Gesamtfedersteifigkeit K .

Diese Gesamtfedersteifigkeit entspricht der effektiven Steifigkeit EI_{eff} des zweiteiligen Verbundträgers. Kreuzinger leitet diese Federsteifigkeiten für das System eines geraden Verbundträgers unter sinusförmig verteilter Auflast her (Gl. 2-31) und vergleicht sie mit der analytischen Lösung nach Möhler [79] (Gl. 2-32).

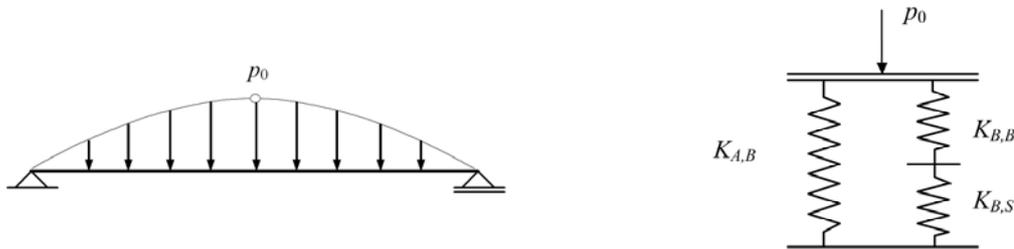


Abbildung 16: Biegeträger mit sinusförmig verteilter Auflast (links); Federmodell nach Kreuzinger, aus [65] (rechts)

$$K_{\text{ges}} = K_A + \frac{1}{\frac{1}{K_{B,\text{Biegung}}} + \frac{1}{K_{B,\text{Schub}}}} = \frac{\pi^4}{L^4} \cdot \left(EI_A + EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S \cdot L^2}} \right) \quad \text{Gl. 2-30}$$

Kreuzinger:
$$EI_{\text{eff}} = EI_A + EI_B \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S \cdot L^2}} = EI_A + EI_B \cdot \mu \quad \text{Gl. 2-31}$$

Möhler:
$$EI_{\text{eff}} = EI_A + EI_B \frac{1}{1 + \frac{EA \cdot \pi^2}{k \cdot L^2}} = EI_A + EI_B \cdot \gamma \quad \text{Gl. 2-32}$$

Lediglich unter einer sinusförmig verteilten Auflast bleibt der Wirkungsgrad des Verbundquerschnitts über die Trägerlänge konstant. Somit liefert diese Berechnung einen effektiven Steifigkeitswert, der für alle Teilabschnitte des Trägers mit der analytischen Lösung übereinstimmt. Bei abweichenden Belastungen bildet dieser Ansatz das reale Tragverhalten jedoch nicht mehr befriedigend ab. Die Abweichung bei einem Träger unter Gleichstreckenlast fällt noch verhältnismäßig gering aus. Die effektive Steifigkeit über die Trägerlänge kann als nahezu konstant angenommen werden. Sie weicht von der eines Trägers mit sinusförmig verteilter Auflast nur unwesentlich ab. Bei Systemen unter Einzellast kommt es allerdings zu einem, besonders im Störbereich der Lasteinleitung, ausgeprägten Fehler, der nicht mehr vernachlässigt werden kann. Lediglich bei sehr kleinen Schubeinflusszahlen λ ist der Verlauf der effektiven Steifigkeit näherungsweise konstant (siehe dazu auch Hoefft [83]).

Bei Annahme einer sinusförmigen Knickbiegeline kann analog zu Möhler [79] die Eulersche Knicklast P_k für den mittig gedrückten Stab der Länge L nach Gl. 2-33 geschrieben werden.

$$P_k = EI_{\text{eff}} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \quad \text{Gl. 2-33}$$

2.3 GRENZEN DES SCHUBANALOGIEVERFAHRENS BEI ANWENDUNG AUF GERADE MEHRSCHICHTSYSTEME

2.3.1 VORBEMERKUNG

In Kapitel 2.2.5 konnte mit Hilfe von Federmodellen gezeigt werden, dass das Schubanalogieverfahren bei einer Anwendung auf gerade Flächen und Träger mit doppelsymmetrischem Querschnitt aus bis zu drei nachgiebig verbundenen Einzelteilen mit der strengen analytischen Lösung übereinstimmt. Bei zunehmender Schichtenzahl stellt der Ansatz lediglich eine Näherung dar.

Scholz stellt in [109] die Frage nach der Genauigkeit dieser Näherung bezüglich der berechneten Kraft- und Verformungsgrößen. Dazu führt er Berechnungen an einem vierteiligen verdübelten Biegebalken mit identischen Einzelquerschnitten unter Ansatz des erweiterten γ -Verfahrens nach Schelling [106] durch und vergleicht die Kraft- und Verformungsgrößen mit den nach dem Schubanalogieverfahren berechneten Werten. Er konstatiert, dass „die Methode des Schubanalogieverfahrens für beliebige Querschnittsaufbauten die theoretisch exakte Lösung liefern kann, insofern die Verteilung der Fugensteifigkeiten einer vorgegebenen Relation gehorcht.“ Dabei stehen die Verschiebungssteifigkeiten der einzelnen Fugen in Abhängigkeit zu ihrem statischen Moment und ihrem inneren Hebelarm (siehe dazu auch Schelling [106]). Diese Forderung ist baupraktisch jedoch nur sehr eingeschränkt ausführbar und somit eher irrelevant. Für den Fall gleicher Einzelquerschnittsteile sowie annähernd gleicher Verschiebungssteifigkeiten in den Verbundfugen schätzt Scholz die Abweichungen der Kraft- und Verformungsgrößen lediglich ab. Diese fallen im Rahmen der untersuchten Fälle vergleichsweise gering aus. Bei den maßgebenden Schubflüssen beobachtet Scholz nicht unwesentliche Abweichungen, die nennenswert nur bei Systemen mit sehr geringen Fugensteifigkeiten zu beobachten sind. Sie sind baupraktisch daher eher vernachlässigbar und liegen ohnehin auf der sicheren Seite.

Scholz beschränkt sich in seinen theoretischen Überlegungen auf einen vier- und fünfteiligen Biegeträger unter Berücksichtigung von drei unterschiedlichen Fugensteifigkeiten und unter Ansatz einer sinusförmig verteilten Auflast.

2.3.2 VERGLEICHSRECHNUNG UNTER ANSATZ EINES NUMERISCHEN STABWERK-FEDER-MODELLS

Um die Genauigkeit der nach dem Schubanalogieverfahren (SAV) berechneten Kraft- und Verformungsgrößen unter Variation der maßgebenden Einflussparameter zu ermitteln, werden Vergleichsrechnungen unter Ansatz des in Kapitel 2.1.2 vorgestellten Stabwerk-Feder-Modells (StWMod.) durchgeführt. Ziel dieser Studie ist es, für die ungünstigsten Fälle die Abweichungen

aufzuzeigen und zu quantifizieren. Das betrachtete statisch bestimmte Grundsystem ist der Einfeldträger mit elastischem Verbundquerschnitt nach Abbildung 17.



Abbildung 17: Untersuchtetes Einfeldsystem: Gleichstreckenlast (links); Einzellast (rechts)

Die Berechnung wird unter Variation der Schichtenzahl, der Einzelquerschnittsabmessungen, der Systemlänge und der Fugensteifigkeit unter den äußeren Belastungen Gleichstreckenlast sowie Einzellast in Feldmitte durchgeführt (Tabelle 1). Als Vergleichskriterium dienen die Kraftgrößen Biegemoment, Normalkraft in den Einzelquerschnittsteilen, maximale Fugenschubkraft und die Verschiebungsgröße vertikale Durchbiegung in Feldmitte. Um den ungewollten Einfluss von Störstellen zu vermeiden, werden die Kraftgrößen im ersten Viertelpunkt des Systems abgenommen. Die Schubverformungen des Holzes bleiben der Einfachheit halber für beide Berechnungsansätze unberücksichtigt.

Schichtenanzahl	Systemlänge [cm]	Querschnittsabmessung [mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]	Belastung
			steifer Verbund	
2 bis 10	300	25x25	288	Gleichstreckenlast / Einzellast in Feldmitte
		50x50	144	
	600	100x100	36	
			9	
			2,25	
			loser Verbund	

Tabelle 1: Variationsgrößen der Vergleichsuntersuchung

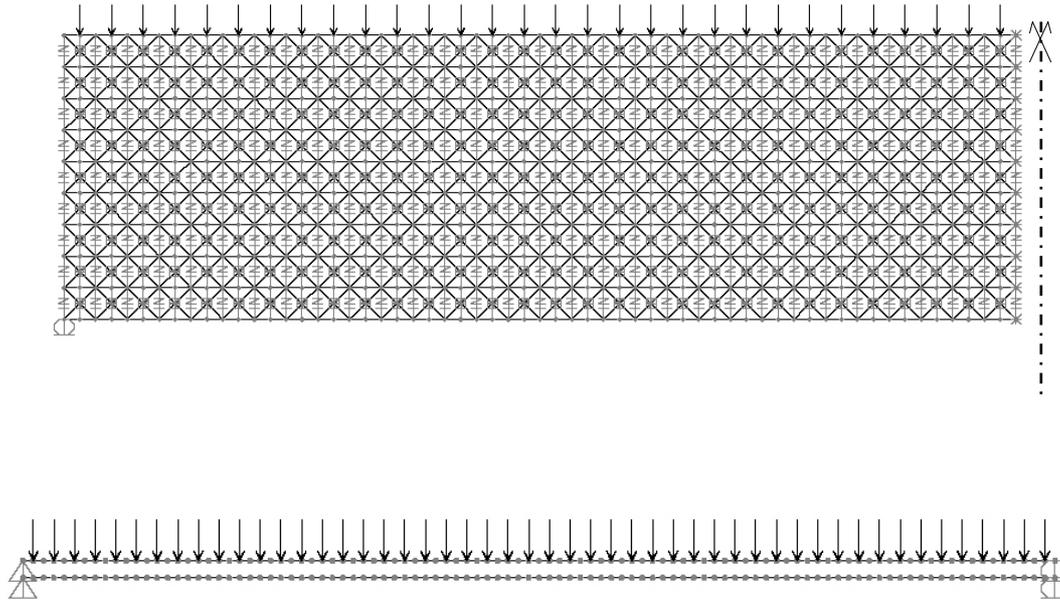


Abbildung 18: Ersatzsysteme zur Berechnung von Verbundträgern am Beispiel eines zehnteiligen Einfeldträgers unter Gleichstreckenbelastung: Stabwerk-Feder-Modell unter Ausnutzung der Symmetrie (oben); Schubanalogiemodell (unten)

Bei der Variation der Fugensteifigkeiten werden sechs unterschiedliche Steifigkeiten angesetzt; die oberen und unteren Grenzwerte steifer und loser Verbund sowie fünf dazwischen liegende Steifigkeitswerte. Von praktischem Interesse sind Steifigkeitswerte unterhalb von 144 N/mm^2 . Diese obere Grenze entspricht, bei Ansatz einer Rohdichte des Holzes von 380 kg/m^3 , nach der schweizer Norm SIA 265 [111] in etwa einer Verbindung mit vorgebohrten Holzschrauben des Durchmessers 10 mm bei einem effektiven Abstand der Verbindungsmittel von 20 mm. Bei einer zweireihigen Anordnung ergeben sich demnach Abstände von 40 mm. Dies stellt für den vorliegenden Fall bereits eine relativ steife Verbindung dar. Setzt man die Rechenwerte nach der deutschen Holzbaunorm DIN 1052 [14] an, so kann der Durchmesser, bei gleichem Abstand, auf 8 mm reduziert werden. Eine Verbundsteifigkeit von 9 N/mm^2 entspricht einer Verbindung mit einem Schraubendurchmesser von 10 mm im Abstand von 220 mm nach SIA 265 respektive 300 mm bei einem Durchmesser von 8 mm gemäß des Rechenwertes nach DIN 1052. Die als untere Grenze gewählte Verbundsteifigkeit von $2,25 \text{ N/mm}^2$ hat auf Grund ihres geringen Wertes indes kaum baupraktische Bedeutung. Nach SIA 265 entspricht diese Steifigkeit einer Verbindung mit Schrauben von 8 mm Durchmesser mit einem effektiven Abstand von etwa 1,5 Metern.

Um die Abweichungen zwischen den beiden Berechnungsmethoden allgemein darstellen zu können, reicht eine Variation der Verbindungssteifigkeit k allein jedoch nicht aus. Die effektive Steifigkeit von Verbundträgern aus nachgiebig zusammengesetzten Einzelteilen hängt darüber hinaus noch von der Dehnsteifigkeit EA_i und Biegesteifigkeit EI_i der Querschnittsteile sowie von der Systemlänge L ab. Die Variation dieser Einflussfaktoren muss bei einer Vergleichsrechnung berücksichtigt werden. Die Schubeinflusszahl λ setzt diese Größen ins Verhältnis. Sie berechnet sich nach Gl. 2-34, wobei e der innere Hebelarm bedeutet.

$$\lambda^2 = \left(\frac{1}{\sum EA_i} + \frac{e^2}{\sum EI_i} \right) \cdot kL^2 \quad \text{Gl. 2-34}$$

Vereinfachend ergibt sich bei einer Vernachlässigung der Einzelbiegesteifigkeiten und unter Ansatz gleicher Querschnittsteile und Fugensteifigkeiten:

$$\lambda = \sqrt{\frac{k}{EA}} \cdot L \quad \text{Gl. 2-35}$$

Über die Gesamtdehnsteifigkeit EA geht jedoch auch die Anzahl der Einzelquerschnittsteile ein. Nimmt diese ab, nähert sich die Lösung nach Schubanalogieverfahren der strengen Lösung an. Werden hingegen bei abnehmender Zahl der Querschnittsteile deren Abmessungen vergrößert, bleibt die Schubeeinflusszahl unter Umständen konstant. Es ergeben sich in der Folge für gleiche Schlankheitswerte unterschiedliche Abweichungen. Gleiches gilt für die angesetzte Fugensteifigkeit. Für die beiden Grenzwerte loser und steifer Verbund ergeben sich im Allgemeinen sehr gute Übereinstimmungen zwischen den Berechnungsmethoden. Eine allgemeingültige Aussage über die Genauigkeit einer Berechnung nach Schubanalogieverfahren in Abhängigkeit der Schubeeinflusszahl ist aus diesem Grund nur sehr eingeschränkt möglich. Lediglich bei konstant gehaltener Lamellenanzahl und variierender Fugensteifigkeit, Systemlänge sowie Dehnsteifigkeit ergeben sich bei gleichen Schubeeinflusszahlen in etwa die gleichen Abweichungen.

Um dennoch den Einfluss der Einzeldehnsteifigkeiten der Lamellen und der Systemlänge zu berücksichtigen, werden die Vergleichsrechnungen unter Ansatz von drei unterschiedlichen Einzelquerschnitten $25 \times 25 \text{ mm}^2$, $50 \times 50 \text{ mm}^2$ und $100 \times 100 \text{ mm}^2$ durchgeführt. Zusätzlich werden zwei Systemlängen von 3 m sowie 6 m betrachtet. Es wird erhofft, ein möglichst großes Spektrum zwischen dem schlanken Biegeträger und der gedrungenen, schubweichen Scheibe abzubilden. Das Schlankheitsverhältnis zwischen der Einzelquerschnittsdicke d und der Systemlänge L ist bei den Auswertungen jeweils angegeben.

Den mit Hilfe des Stabwerk-Feder-Modells ermittelten Kraft- und Verformungsgrößen wird eine im Rahmen der technischen Biegelehre zutreffende Genauigkeit unterstellt. Diese Annahme wird durch einen entsprechenden Vergleich mit der analytischen Lösung für den vier- und fünfteiligen Querschnitt nach Schelling [104] an einem Einfeldsystem unter Ansatz einer Gleichstreckenlast und einer Einzellast in Feldmitte bestätigt. Dabei ergeben sich sehr gute Übereinstimmungen. Bei einer Gleichstreckenbelastung liegen die festgestellten Fehler bei den Kraftgrößen zum Teil deutlich unter 1%, während sie beim Lastfall Einzellast bei zunehmender Fugensteifigkeit bis auf maximal 2% ansteigen. Die Durchbiegungswerte stimmen beim fünfteiligen System für beide Lastfälle und beim vierteiligen System für den Lastfall Einzellast exakt mit den Werten des Stabwerk-Feder-Modells überein. Lediglich bei den maximalen Durchbiegungen in Feldmitte des vierteiligen Verbundsystems unter Gleichstreckenlast sowie bei den Gurtmomenten des vier- und fünfteiligen Systems unter Einzellast weichen die Vergleichswerte bei abnehmender Fugensteifigkeit voneinander ab. Die erste Abweichung ist auf eine ungenügend hohe Anzahl entwickelter Reihenterme bei den vierteiligen Systemen unter Gleichstreckenlast zurückzuführen und wurde bereits bei früheren Vergleichsrechnungen beobachtet. Sie bleibt jedoch unterhalb der 5%-Marke. Zweitere resultiert aus dem Störbereich in unmittelbarer Nähe der eingeleiteten Einzellast, welcher bei der analytischen Herleitung unberücksichtigt bleibt. Zusammenfassend

kann unterstellt werden, dass das vorgestellte Stabwerk-Feder-Modell die realen Steifigkeitsverhältnisse von Mehrschichtsystemen mit elastischem Verbundquerschnitt im Rahmen der bei der technischen Biegetheorie getroffenen Annahmen mit einer sehr hohen Präzision zu beschreiben vermag. Es kann folglich ohne Einschränkung als Referenz der angestrebten Vergleichsrechnungen angewandt werden kann.

Die Berechnungen werden mit dem Stabwerksprogramm SAP 2000 NL, Version 7.1 von CSI-Berkeley durchgeführt. Die Stabwerksmodelle werden unter Ausnutzung der Symmetrie generiert.

2.3.3 AUSWERTUNG

2.3.3.1 DURCHBIEGUNG

Im ungünstigsten Fall der untersucht wurde ergeben die Verformungsberechnungen nach Schubanalogieverfahren Durchbiegungswerte, die um knapp 5% unterhalb der entsprechenden Werte aus der Modellberechnung liegen. Diese Abweichung tritt bei einem zehnteiligen System unter Gleichstreckenlast bei einer angesetzten Fugensteifigkeit von 144 N/mm² auf. Sie liegt im Rahmen der Ungenauigkeit der Annahmen der technischen Biegetheorie und kann unberücksichtigt bleiben. Die entsprechenden Fehlerverläufe sind für den maßgebenden Fall des zehnteiligen Einfeldträgers mit Einzelquerschnittsabmessungen von 50x50 mm² bei einer Systemlänge von 3 m in Abbildung 19 angegeben. Die Abweichungen nehmen bei kleiner werdenden Querschnittsabmessungen für die untersuchten Steifigkeiten nicht zu, sondern verschieben sich lediglich in einen weicheren Bereich. Bei einer Vergrößerung der Einzelquerschnittsteile, das heißt einer Verlagerung des Systems vom Biegebalken hin zur Scheibe, kommt es zu einer Verschiebung der maximal festgestellten Abweichung in einen steiferen Systembereich. Prinzipiell ist kein nennenswerter Unterschied zwischen den beiden Lastfällen Gleichstreckenlast und Einzellast festzustellen.

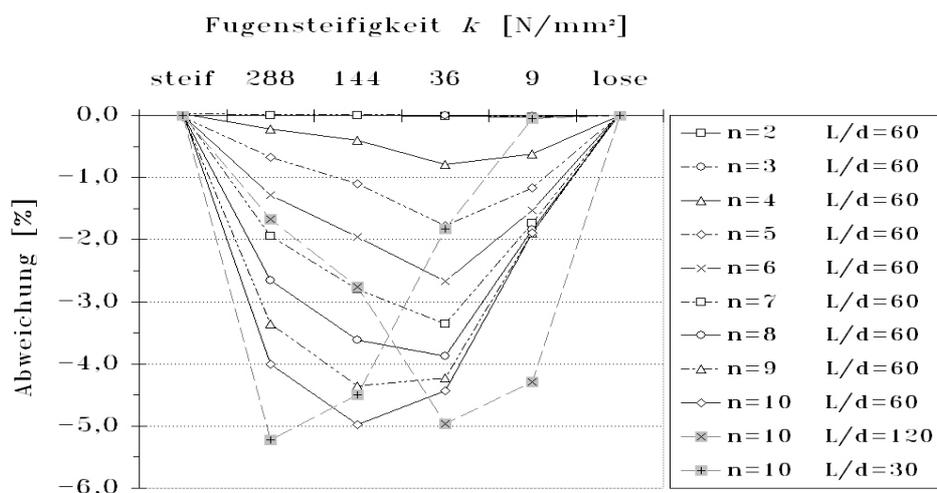


Abbildung 19: Abweichungen der vertikalen Durchbiegungen in Feldmitte: Lastfall Gleichstreckenlast

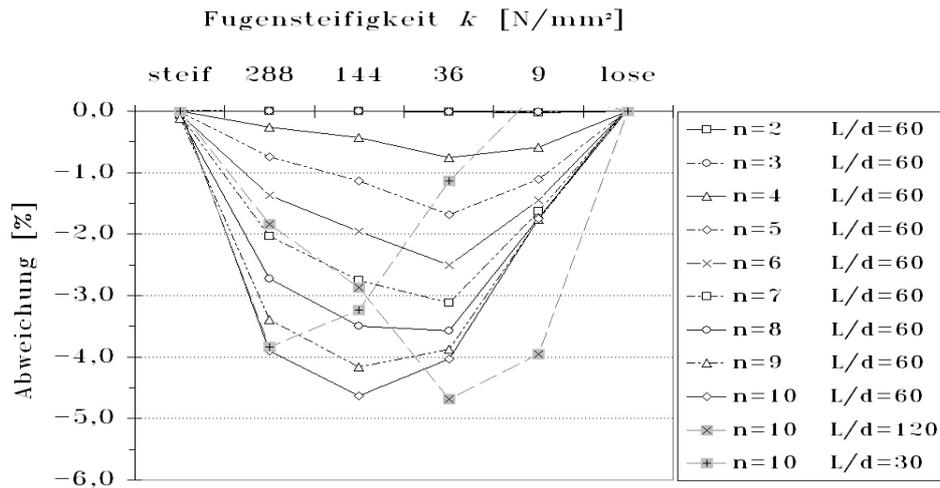


Abbildung 20: Abweichungen der vertikalen Durchbiegungen in Feldmitte: Lastfall Einzellast

2.3.3.2 NORMALKRAFT AUS BIEGUNG

Bei den Normalkräften aus Biegung in den äußeren Lamellen ist eine Zunahme des Fehlerwertes bei der Berechnung nach Schubanalogieverfahren bei einer Erhöhung der Schichtenanzahl und gleichzeitiger Abnahme der Fugensteifigkeit festzustellen. Je mehr sich das System also einer schubweichen Scheibe annähert, desto größer werden die festgestellten Abweichungen. Die größte Abweichung beträgt bei beiden untersuchten Lastfällen knapp -50% . Sie tritt bei einer Fugensteifigkeit von $2,25 \text{ N/mm}^2$ auf und zwar bei den zehnteiligen Querschnitten aus Einzelteilen von $50 \times 50 \text{ mm}^2$ wie auch bei dem gedrungeneren System mit Einzelquerschnitten von $100 \times 100 \text{ mm}^2$. Die entsprechenden Fehlerverteilungen sind in Abbildung 21 respektive in Abbildung 22 abgedruckt. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass sich bei kleineren Steifigkeiten, insbesondere bei den gedrungeneren Systemen, die Diskrepanzen zwischen den Rechenwerten weiter vergrößern. Der Autor hält solche weichen Verbindungen baupraktisch für nicht relevant. Die Berechnung nach Schubanalogieverfahren liefert für alle untersuchten Fälle kleinere Werte als die Referenzrechnung. Die Ergebnisse liegen somit auf der unsicheren Seite. Zwischen den beiden untersuchten Lastfällen ist kein nennenswerter Unterschied der Abweichungen festzustellen.

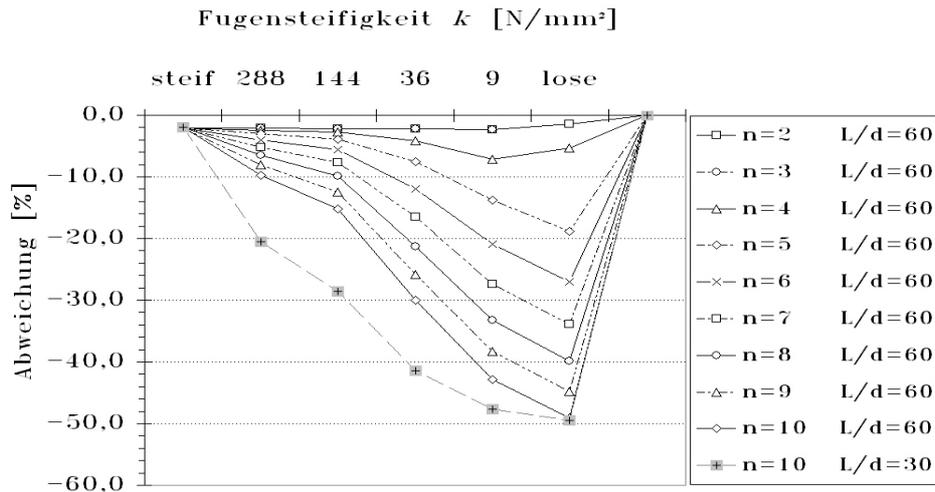


Abbildung 21: Abweichungen der Normalkräfte aus Biegung in den äußeren Lamellen: Lastfall Gleichstreckenlast

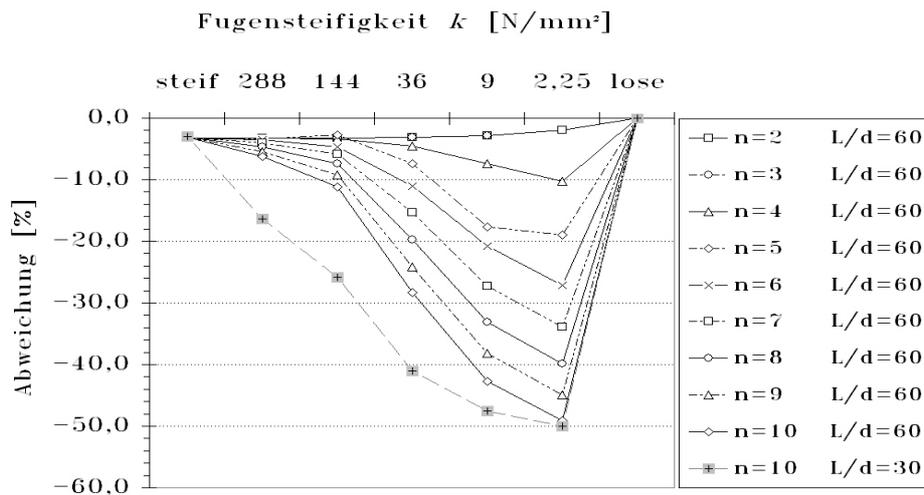


Abbildung 22: Abweichungen der Normalkräfte aus Biegung in den äußersten Lamellen: Lastfall Einzellast

Der zunehmend nichtlineare Verlauf der Normalkraftverteilung aus Biegung in den Einzelquerschnitten ist in Abbildung 23 unter Ansatz von zehn Einzelquerschnitten 25x25 mm² respektive für Abmessungen von 100x100 mm² in Abbildung 24 für den Lastfall Gleichstreckenlast gezeigt. In beiden Fällen wird die Fugensteifigkeit konstant gehalten. Gut zu erkennen ist, wie sich im Fall des gedrungenen Trägers die Verteilung der Normalkräfte an die Verteilung einer schubweichen Scheibe annähert.

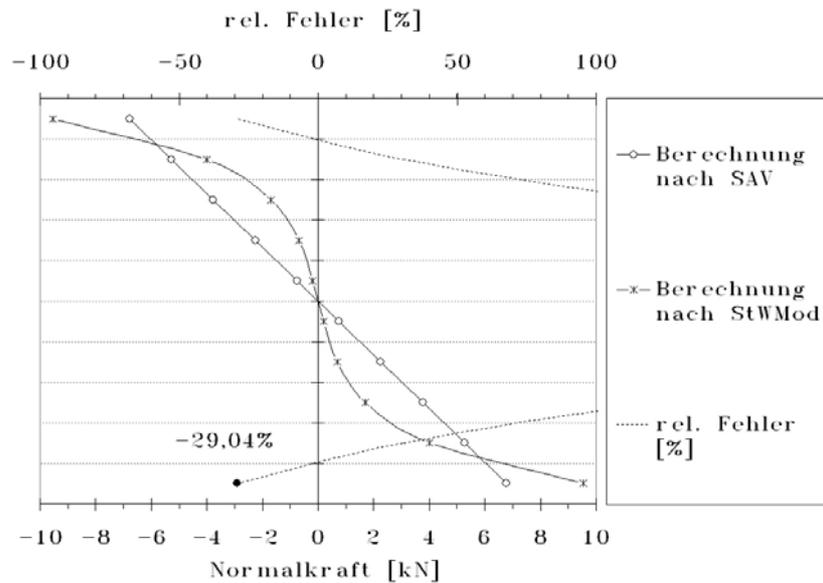


Abbildung 23: Vergleich der Gurtnormalkräfte nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Schlanker Träger $L/d=120$

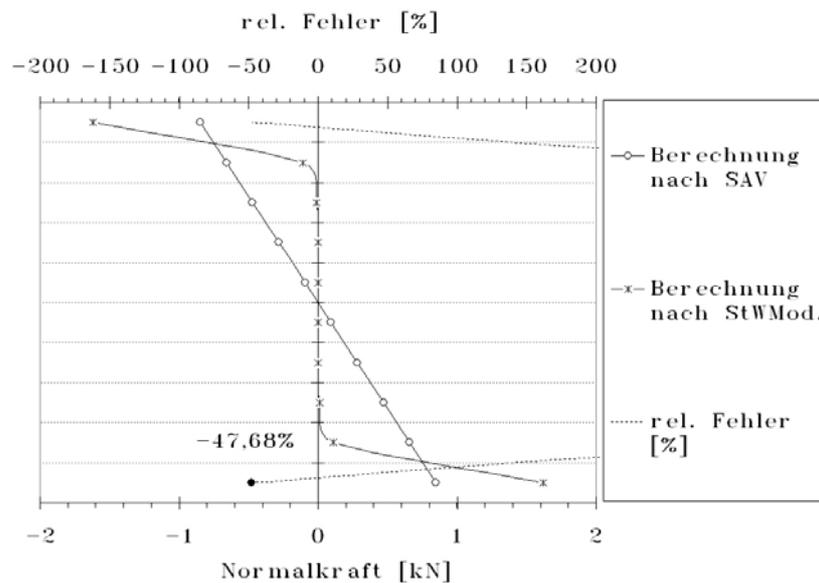


Abbildung 24: Vergleich der Gurtnormalkräfte nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Gedrungener Träger $L/d=30$

2.3.3.3 FUGENSCHUBFLUSS

Die rechnerischen Abweichungen des Fugenschubes in der am höchsten beanspruchten Fuge verlaufen tendenziell analog zu den Abweichungen der Normalkräfte. Der festgestellte Maximalwert liegt bei etwa 36% auf der sicheren Seite. Die Fehlerverläufe fallen für beide

Lastfälle etwa gleich aus (Abbildung 25 und Abbildung 26). Auch hier sind die größten Fehler bei der Annäherung des Systems an eine schubweiche Scheibe festzustellen. Dieser Übergang ist in Abbildung 27 für einen zehnteiligen Verbundträger mit einem relativ großen Schlankheitsverhältnis von $L/d=120$ dargestellt. Gut zu erkennen ist die Abweichung von dem als parabelförmig angenommenen Verlauf. Abbildung 28 zeigt die Fugenschubverteilung des entsprechend gedrunenen Trägers unter Ansatz eines Schlankheitsverhältnisses von 30 unter Gleichstreckenbelastung bei einer angesetzten Fugensteifigkeit von 9 N/mm^2 . Hier nimmt die sich tatsächlich einstellende Schubkraftverteilung über die Querschnittshöhe einen beinahe linearen Verlauf an.

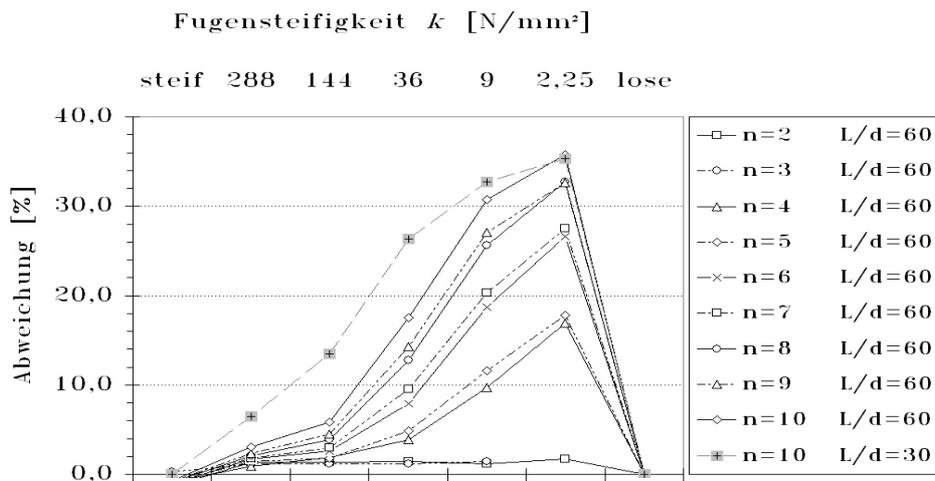


Abbildung 25: Abweichungen des Fugenschubes in der hauptbeanspruchten Fuge: Lastfall Gleichstreckenlast

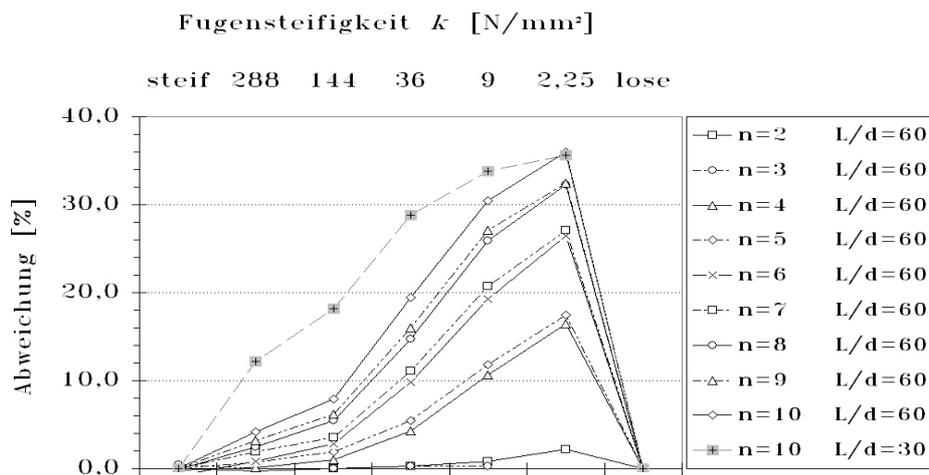


Abbildung 26: Abweichungen des Fugenschubes in der hauptbeanspruchten Fuge: Lastfall Einzellast

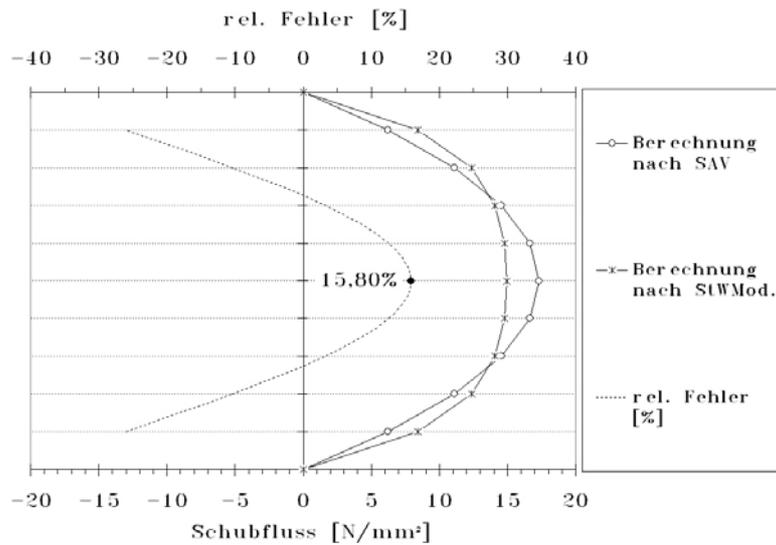


Abbildung 27: Vergleich der Schubflüsse nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Schlanker Träger $L/d=120$

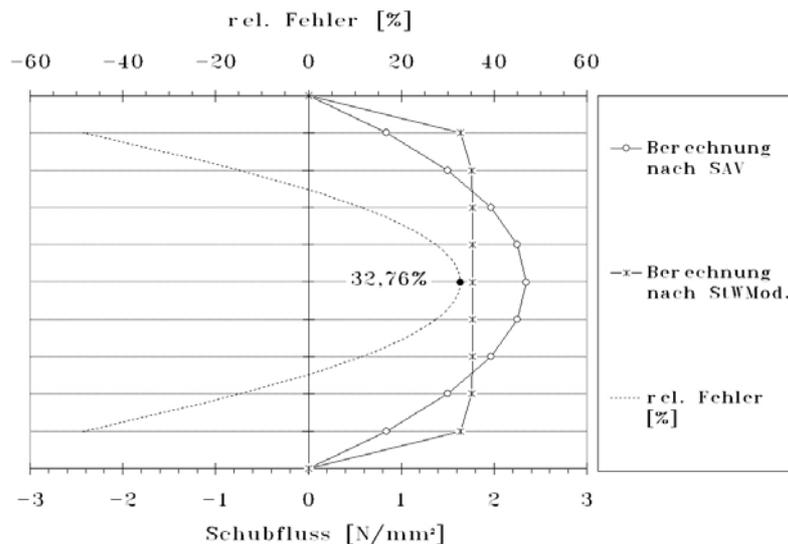


Abbildung 28: Vergleich der Schubflüsse nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Gedrungener Träger $L/d=30$

2.3.3.4 EINZELGURTMOMENTE

Die Gegenüberstellung der Einzelgurtmomente zeigt bei Ansatz einer Gleichstreckenlast Abweichungen, die unter 5% liegen (Abbildung 29). Bei Ansatz einer Einzellast in Feldmitte beträgt die maximal festgestellte Abweichung etwa 10% (Abbildung 30). Sie sind somit nicht maßgebend (Abbildung 29). Die Rechenwerte nach Schubanalogieverfahren sind kleiner als die nach dem Stabwerk-Feder-Modell berechneten und liegen auf der unsicheren Seite.

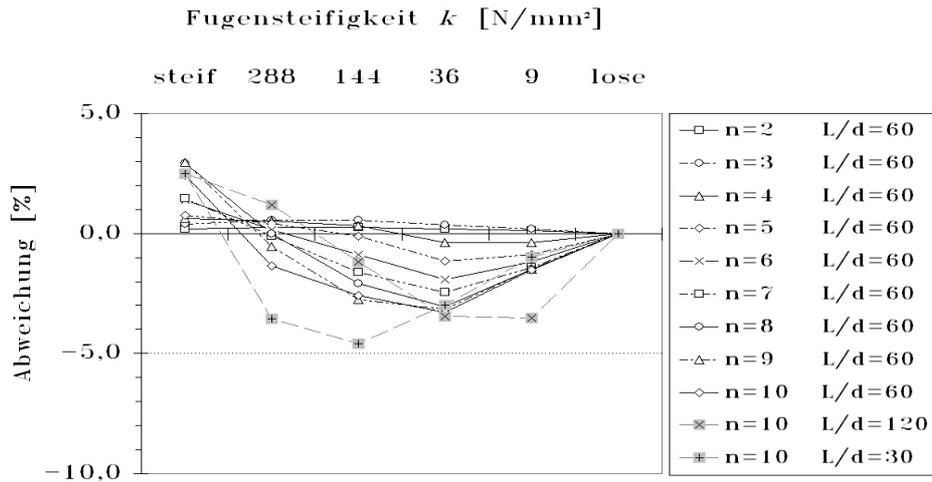


Abbildung 29: Abweichungen der Einzelgurtmomente: Lastfall Gleichstreckenlast

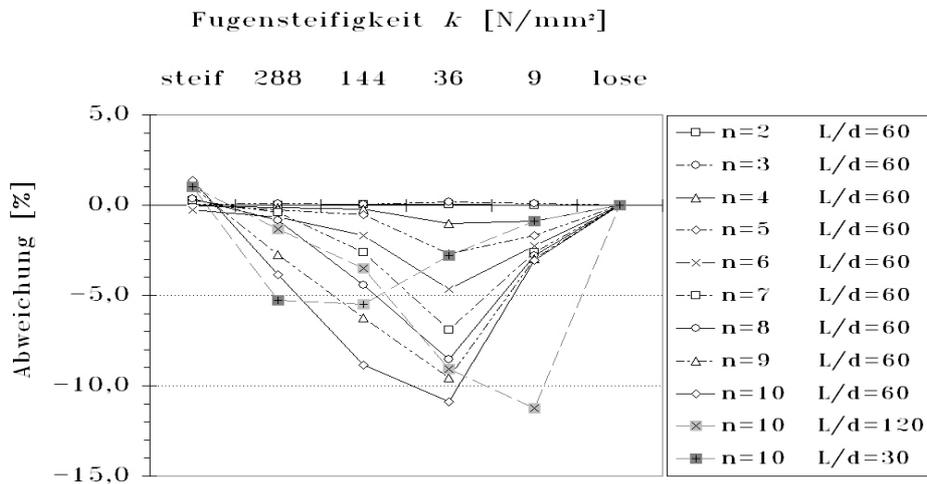


Abbildung 30: Abweichungen der Einzelgurtmomente: Lastfall Einzellast

2.3.3.5 NORMALSPANNUNGEN

Die resultierende Normalspannung in den Querschnitten bestimmt sich aus der Überlagerung der Biegenormalspannungen aus Momentenbeanspruchung und den Normalspannungen aus den Gurtnormalkräften. Die sich in diesem Fall ergebenden Abweichungen sind nicht unwesentlich. Sie betragen bei dem System unter Gleichstreckenlast bis zu 20% (Abbildung 31) und unter Einzellast bis zu 25% (Abbildung 32). Die Hauptabweichungen treten im Rahmen der Untersuchungen bei Verbundsteifigkeiten von 36 N/mm² bei Systemen mit einem Verhältnis zwischen Systemlänge und Einzelquerschnittsdicke von $L/d=60$ auf. Die Abweichungen liegen alle auf der unsicheren Seite.

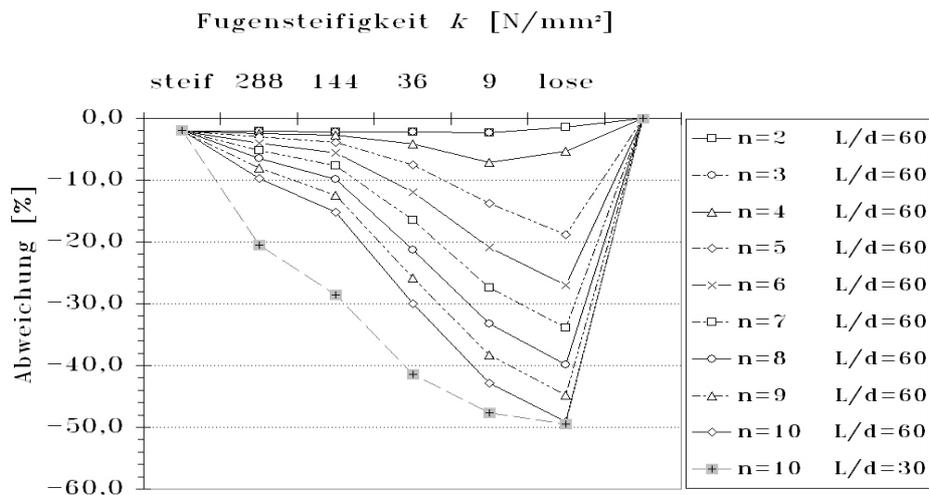


Abbildung 31: Abweichungen der maximalen Normalspannungen: Lastfall Gleichstreckenlast

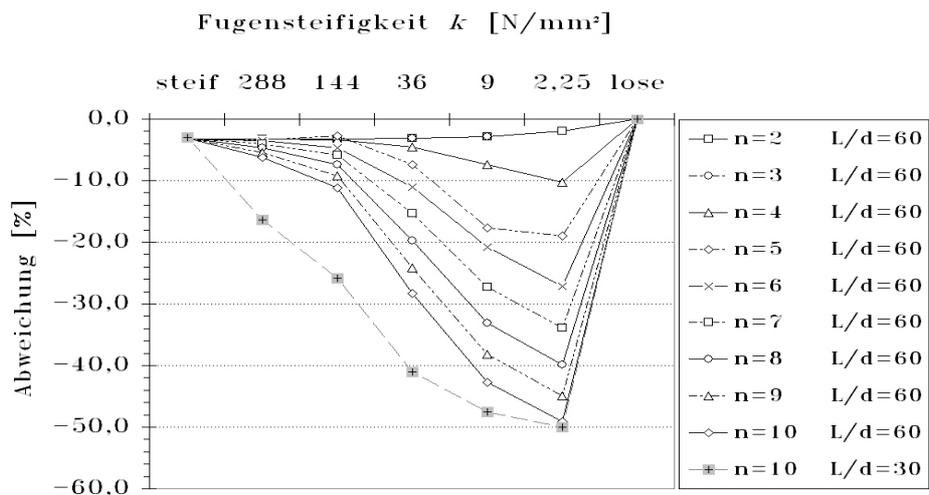


Abbildung 32: Abweichungen der maximalen Normalspannungen: Lastfall Einzellast

2.3.4 BEURTEILUNG

Die Kraft- und Verformungsgrößen, die nach dem Schubanalogieverfahren ermittelt werden, sind prinzipiell richtig. Sie liegen im Rahmen der Genauigkeit der technischen Biegetheorie (siehe dazu auch [109]). Bei der Rücktransformation der Schnittgrößen des ideellen Systems wird dem Verlauf der Spannungen allerdings ein lineares Gesetz unterstellt. Durch die Vernachlässigung der sich tatsächlich einstellenden nichtlinearen Verteilung können die Verhältnisse eines Mehrschichtsystems, insbesondere bei gedrunenen, vielschichtigen und schubweichen Systemen

nur als Näherung beschrieben werden. Dies gilt vor allem für die Schnittgrößen Normalkraft aus Biegung und Fugenschub. Im Grenzfall nähert sich das Verbundsystem einer schubweichen Scheibe an und weist die entsprechenden, aus der Scheibentheorie bekannten Spannungsverläufe auf. Abbildung 33 zeigt den Verlauf der sich tatsächlich einstellenden Normalkraftverteilung in den Einzelquerschnitten exemplarisch an einem zehnteiligen Verbundsystem. Bei zunehmender Schubweichheit stellt sich erwartungsgemäß ein s-förmiger Verlauf ein, der in den äußeren Lamellen bei sehr kleinen Fugensteifigkeiten theoretisch unendlich groß wird, während die mittleren Lamellen praktisch unbeanspruchte bleiben.

Dagegen verteilt sich der Fugenschubfluss nach Abbildung 34 bei kleinen Fugensteifigkeiten annähernd konstant über die Querschnittshöhe. Gut zu erkennen ist dabei der unter der Kurve abnehmende Flächeninhalt, der mit einer entsprechenden Abnahme der Querkraft V_B korreliert. Bei zunehmenden Fugensteifigkeiten nähert sich der Verlauf des Schubflusses der aus der technischen Biegelehre bekannten quadratischen Verteilung an. Die s-förmige Verwölbung des Querschnitts infolge Schubverzerrung wird weder beim klassischen Bernoulli-Balken nach der technischen Biegetheorie noch bei der Spannungsermittlung nach Schubanalogieverfahren berücksichtigt. Die Berechnungen wurden mit Hilfe eines entsprechenden Stabwerk-Feder-Modells durchgeführt.

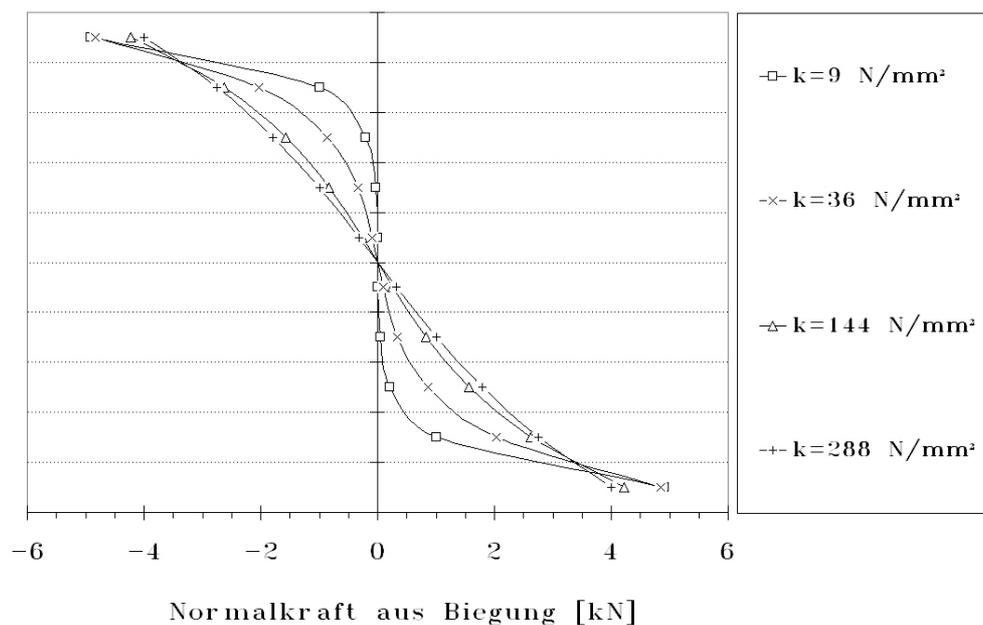


Abbildung 33: Verlauf der Normalkräfte aus Biegung eines gedrunenen Trägers mit zehnteiligem Verbundquerschnitt über die Querschnittshöhe

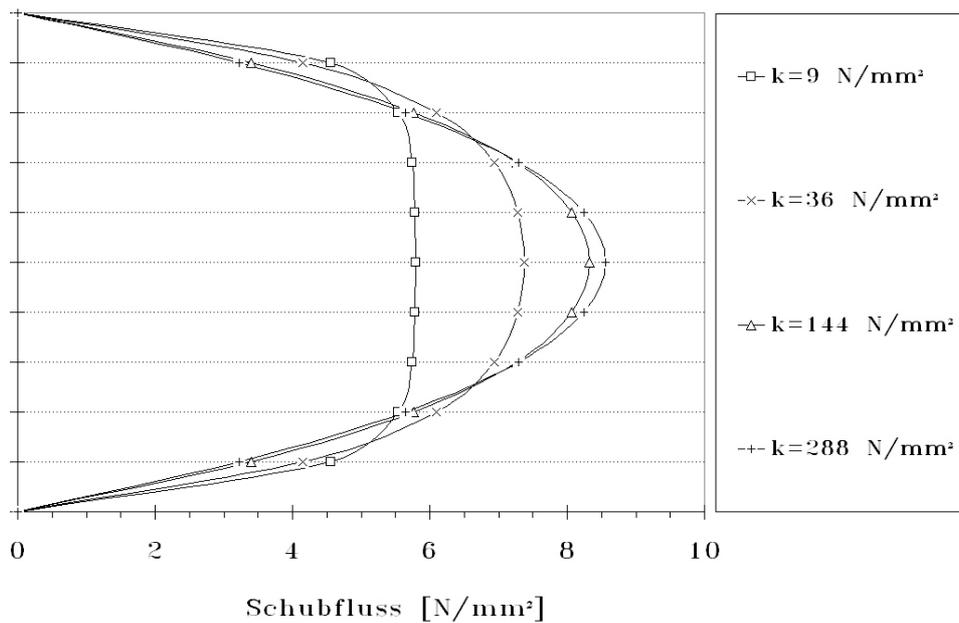


Abbildung 34: Verlauf der Schubflüsse eines gedungenen Trägers mit zehnteiligem Verbundquerschnitt über die Querschnittshöhe

Scholz schlägt in [109] eine nichtlineare Verteilung der Spannungsverläufe vor, um dem s-förmigen Verlauf der Dehnungen über die Querschnittshöhe Rechnung zu tragen. Allerdings erfordert dieses Vorgehen die Einführung eines Skalierungsfaktors. Dessen allgemeingültige Angabe in Abhängigkeit aller Einflussgrößen ist indes schwierig. Bei sehr weichen Verbindungen verschmiert Scholz die ideale Querkraft V_B über die Höhe a zwischen den Systemlinien der beiden äußeren Lamellen und ermittelt die in alle Fugen gleich angenommenen Schubkräfte t nach Gl. 2-36.

$$t = \frac{V_B}{a}$$

Gl. 2-36

3 DER GEKRÜMMTE TRÄGER

3.1 VORBEMERKUNG

Auf Grund des Abtrages eines Großteils der äußeren Belastung über Normalkräfte zeigt der gekrümmte Träger unter kontinuierlicher Belastung ein äußerst günstiges Tragverhalten. Das Optimum wird erreicht, wenn die Stützlinie mit der geometrischen Bogenlinie zusammenfällt. Genau dann erfährt ein Bogenträger lediglich eine Beanspruchung durch eine Drucknormalkraft. Es wirken keine Biegemomente und keine Querkräfte. Für unterschiedliche Belastungsarten existieren unterschiedliche Stützlinienformen (Abbildung 35). Unter konstantem Druck etwa ergibt sich als Stützlinie ein Kreisbogen (Kesselformel), unter einer vertikalen Gleichstreckenlast eine quadratische Parabel und unter Eigengewicht ein Katenoidbogen. Diese Lastfälle setzen aber eine gewisse Konstanz des Lastverlaufs voraus. Für die oft bemessungsrelevanten Lastfälle einseitige Schneelast sowie Horizontallasten und deren Kombinationen tritt eine Momentenbeanspruchung im Träger auf. Je geringer diese ausfällt, desto kleiner sind die daraus resultierenden Schubflüsse in den Fugen von entsprechenden Mehrschichtsystemen und somit die Beanspruchungen der Verbindungsmittel.

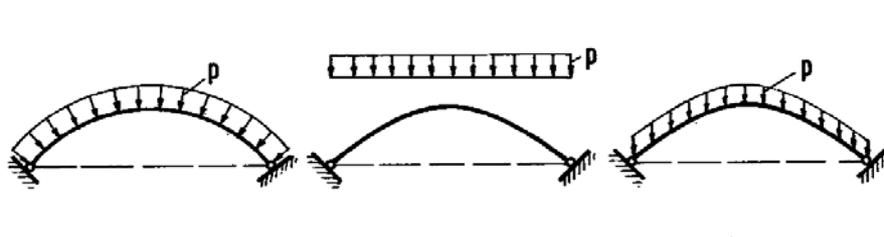


Abbildung 35: Stützlinienformen eines Bogenträgers bei unterschiedlicher Beanspruchung, aus [90]: Kreis (links); Parabel (Mitte); Katenoid (rechts)

Die Berechnung gekrümmter Träger unterscheidet sich von derjenigen gerader Träger nach der technischen Biegetheorie in mehreren Punkten. So kann etwa die als linear angenommene Naviersche Normalspannungsverteilung des geraden Biegeträgers hier nicht mehr vollumfänglich angenommen werden. Vielmehr kommt es auf Grund der Krümmung zu einer Verschiebung der Nulllinie zum inneren Rand hin und damit zu einer hyperbolischen Normalspannungsverteilung, die ihren Höchstwert in den gedrückten Randfasern der Trägerinnenseite aufweist. Ebenfalls durch diese Umlenkkräfte werden rechtwinklig zur Faserrichtung wirkende radiale Querspannungen erzeugt, die das Aufreißen des Holzes bzw. der Leimfuge bei gekrümmten Brettchichtholzträgern verursachen können. Im Fall eines mit stiftförmigen Verbindungsmitteln gefügten Verbundquerschnitts führen diese Querspannungen zu einer zusätzlichen Längszugbeanspruchung der Verbinder. Darüber hinaus kommt es infolge der Vorkrümmung des Holzes zu einem Anfangsspannungszustand, der sich abmindernd auf die Tragfähigkeit auswirken kann.

Bei der Herleitung der Verformungsbeziehungen, wie sie bereits von der technischen Biegelehre für den geraden Biegeträger bekannt sind, kommt beim Bogenträger ein weiterer Anteil infolge

Krümmung hinzu. Das infinitesimale Bogenelement nach Abbildung 36 ändert seine Länge zusätzlich zu dem Verschiebungsunterschied du noch infolge einer radialen Verschiebung w , was zu einer Verkürzung des Bogenelementes führt [72]. Somit setzt sich, bei Unterstellung eines isotropen, ideal-elastischen Materialverhaltens, die Querschnittsdehnung ε der Bogenmittellinie nach Gl. 3-1 aus zwei Anteilen zusammen.

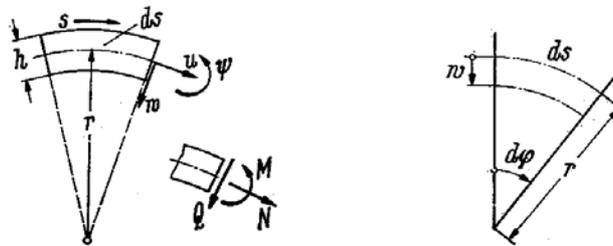


Abbildung 36: Verschiebungsbeziehung eines kreisförmigen Bogenabschnitts, aus [72]

$$\varepsilon = \frac{du}{ds} - \frac{w}{R} \equiv u' - \frac{w}{R} \quad \text{Gl. 3-1}$$

Da eine Verschiebung u entlang des Kreisbogens auch eine Richtungsänderung der Tangente zur Folge hat, gilt entsprechendes für die Verzerrung γ .

$$\gamma = \left(\frac{dw}{ds} + \frac{u}{R} \right) + \psi \equiv w' + \frac{u}{R} + \psi \quad \text{Gl. 3-2}$$

Setzt man die Vernachlässigbarkeit des Terms w'^2 bei der Krümmungsbeziehung sowie die Proportionalität der Dehnungen voraus, können die Kraft- und Verformungsgrößen entsprechend dem Elastizitätsgesetz zusammengeführt werden. Der Einfluss des Schubes auf die Formänderung kann bei der Herleitung vernachlässigt werden, da dieser bei einem Bogenträger ohnehin klein bleibt. Die Bernoullische Hypothese vom Ebenbleiben des Querschnittes kann auch beim gekrümmten Träger angenommen werden „solange die Krümmung nicht allzu groß ist“ [43]. Für den Kreisbogenträger mit konstantem Radius R_0 ergeben sich folgende Beziehungen:

$$N = EA \cdot \varepsilon = EA \cdot \left(u' - \frac{w}{R} \right) \quad \text{Gl. 3-3}$$

$$V = GA_S \cdot \gamma = GA_S \cdot \left(w' + \frac{u}{R} + \psi \right) \quad \text{Gl. 3-4}$$

$$M = EI \cdot \kappa \quad \text{Gl. 3-5}$$

Marguerre zeigt in [72] wie diese Beziehungen relativ einfach mit Hilfe der Energiemethode hergeleitet werden können. Ausgehend von den Gleichgewichtsbedingungen der virtuellen Kräfte am infinitesimalen Element multipliziert er jede Zeile mit der zugeordneten Verrückung w , u , ψ und erhält folgenden Ausdruck:

$$\int_0^l \left(\bar{N}' - \frac{\bar{Q}}{R} + \bar{p} \right) u \, ds + \int_0^l \left(\bar{Q}' + \frac{\bar{N}}{R} + \bar{q} \right) w \, ds + \int_0^l \left(\bar{M}' - \bar{Q} \right) \psi \, ds = 0 \quad \text{Gl. 3-6}$$

Partielle Integration liefert dann die oben hergeleiteten Verschiebungsbeziehungen.

3.2 NICHTLINEARE SPANNUNGSVERTEILUNG

Die Tatsache, dass es bei einem gekrümmten Träger, der in seiner Ebene verbogen wird, infolge Krümmung und der damit verbundenen Richtungsänderung der Achse zu einer nichtlinearen Spannungsverteilung sowie zu Querspannungen kommt, ist seit langem bekannt. Winkler greift das Problem 1858 erstmals auf und ermittelt in [120] die Normalspannungsverteilung σ_φ des gekrümmten Trägers. In folgenden Arbeiten wurde das Problem weiter präzisiert. Eine Zusammenfassung des historischen Verlaufs dieser Forschungsarbeiten ist unter anderem bei Buchmann [12] zu finden.

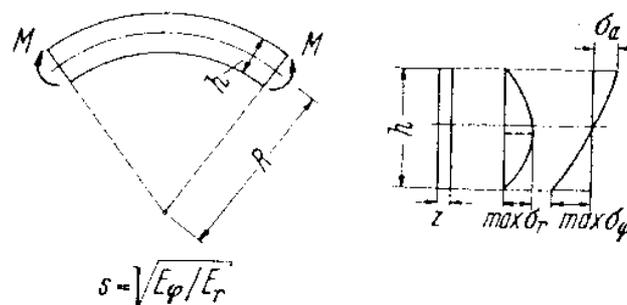


Abbildung 37: Tangential- und Radialspannungen eines orthotropen Kreisbogenträgers unter reiner Momentenbeanspruchung, aus Buchmann [12]

Heimeshoff fasst 1967 die bis dahin geleisteten Arbeiten zur Spannungsberechnung von Kreisbogenträgern aus isotropen Materialien in [43] zusammen. Er gibt tabellarisch Ergebnisse der Längs-, Quer- und Schubspannung unter Variation des Verhältnisses zwischen Querschnittshöhe und Krümmungsradius für verschiedene Laststellungen an.

Die Annahme eines isotropen Materialverhaltens scheint jedoch bei einer Anwendung auf Bogenträger aus Holz infolge der ausgeprägten Anisotropie des Materials nur unbefriedigende Lösungen zu liefern. Blumer leitet daher in [9] die Tangential- und Radialspannungen einer polarorthotropen

Kreisbogenscheibe konstanter Dicke unter Biege- und Normaldruckbeanspruchung her. Die dort angeführten Beziehungen gelten für dünne Kreisbogenscheiben mit Rechteckquerschnitt aus einem Hookeschen Material. Blumer wendet seine Herleitung exemplarisch auf die Berechnung eines konstant gekrümmten Brettschichtträgers an. Den Anisotropiegrad s nach Gl. 3-7, der das Verhältnis zwischen den Elastizitäten in tangentialer und radialer Richtung angibt, setzt er für den Werkstoff Holz zu $s = 6$.

$$s = \sqrt{\frac{E_\varphi}{E_r}} \quad \text{Gl. 3-7}$$

Abbildung 38 zeigt den Einfluss der Krümmung auf die tangentiale Randspannung $\sigma_{m,\varphi}$ infolge Biegung und $\sigma_{c,\varphi}$ infolge Normaldruck am äußeren und am inneren Querschnittsrand. Bei der konstruktionsbedingten Biegung der Einzellamellen bleibt der Einfluss der Krümmung auf die Spannungen im Rahmen der zulässigen Radien vernachlässigbar klein. Für ein Krümmungsverhältnis von $R/d=200$ beträgt die Abweichung von der linearen Navierschen Spannungsverteilung lediglich ein fünftel Prozent.

Für die Betrachtung des vergleichsweise schlanken Gesamtquerschnittes unter äußerer Belastung kann näherungsweise und auf der sicheren Seite liegend von einem Vollquerschnitt ausgegangen werden. Für einen Querschnitt, der sich aus sieben Brettlamellen zusammensetzt, die ebenfalls mit einem Krümmungsradius von $R/d=200$ gebogen sind, ergibt sich rechnerisch eine Zunahme der Tangentialzugspannungen $\sigma_{m,\varphi,i}$ aus Biegung am inneren Rand um etwa 1,2%, während die Biegedruckspannungen $\sigma_{m,\varphi,a}$ am äußeren Rand um etwa 1,5% abnehmen. Eine weit ausgeprägtere Abweichung von der linearen Spannungsverteilung ist hingegen bei einer Normalkraftbeanspruchung festzustellen. Hier nimmt die Innenrandspannung $\sigma_{c,\varphi,i}$ um etwa 9% zu. Die entsprechende Außenrandspannung $\sigma_{c,\varphi,a}$ nimmt um 8% ab.

Die infolge der Krümmung auftretende Radialspannungen $\sigma_{m,r}$ auf Grund von Biegung und $\sigma_{c,r}$ infolge Normaldruck ist in Abbildung 39 dargestellt. Hier ist der Einfluss ebenfalls relativ marginal. Nimmt man auch hier näherungsweise und auf der sicheren Seite liegend einen Vollquerschnitt an, so liegt die Radialspannung $\sigma_{m,r}$ bei etwa einem Prozent der maximalen Navierschen Biegerandspannung M/W_{starr} . Je nach Verbindungsmitteldichte können sich dadurch wesentliche Normalkraftbeanspruchungen der Verbindungsmittel ergeben. Zwar liegt die Näherung der Annahme eines orthotropen Vollquerschnittes auf der sicheren Seite. Ein entsprechender Nachweis sollte jedoch in jedem Fall erbracht werden.

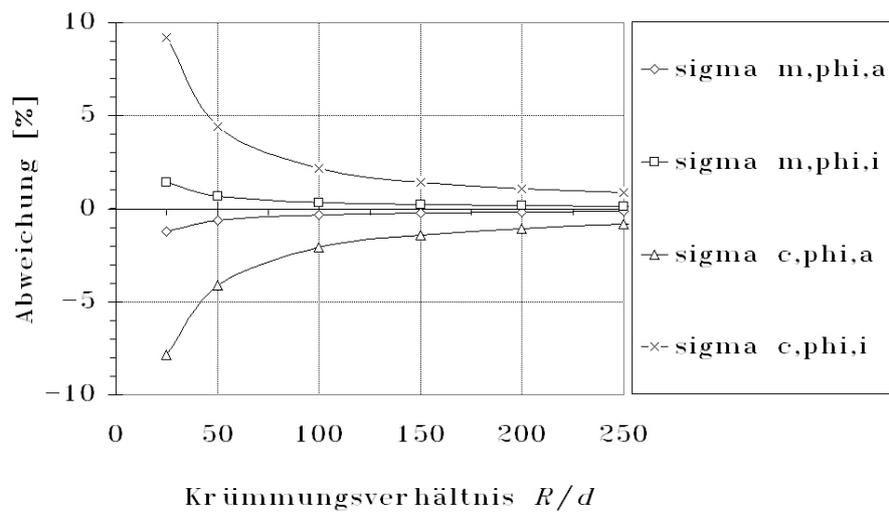


Abbildung 38: Einfluss der Krümmung auf die tangentialen Randspannungen des orthotropen gekrümmten Trägers mit konstanter Höhe: Abweichung gegenüber der linearen Spannungsverteilung, nach Blumer [9]

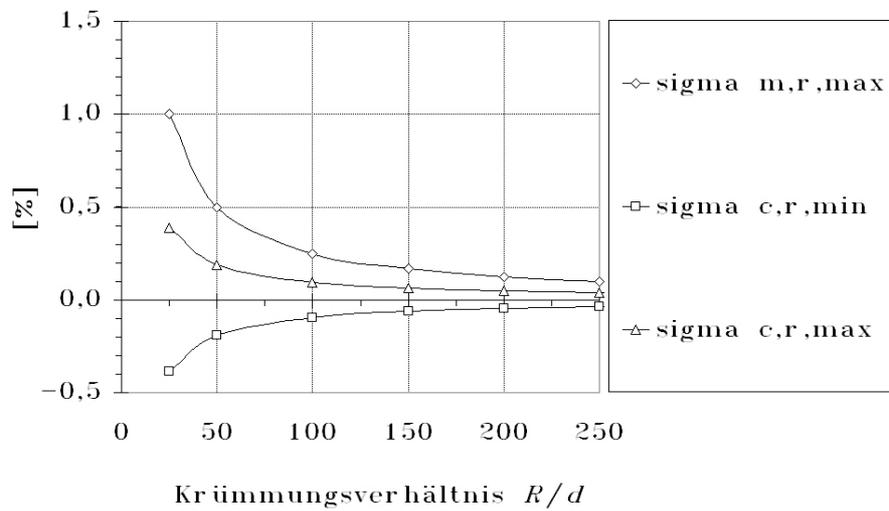


Abbildung 39: Höhe der Radialspannungen im orthotropen gekrümmten Träger als prozentualer Anteil der Tangentialspannungen, nach Blumer [9]

3.3 FEDERMODELL FÜR DEN GEKRÜMMTEN, ZWEITEILIGEN BOGENTRÄGER MIT ELASTISCHEM VERBUNDQUERSCHNITT

3.3.1 VORBEMERKUNG

Wie bereits in Kapitel 2.2.5 diskutiert, ist die analytische Herleitung des Verbundverhaltens eines geraden Biegeträgers unter sinusförmiger Belastung mit einem bis zu dreiteiligen, doppelsymmetrischen Verbundquerschnitt in Anlehnung an das Schubanalogieverfahren mit Hilfe eines entsprechenden Federmodells möglich. Dieser Ansatz soll im Folgenden auf den kreisförmig gekrümmten Bogenträger mit einem zweiteiligen, elastischen Verbundquerschnitt übertragen werden. Die Einflüsse der Theorie II. Ordnung werden näherungsweise vernachlässigt. Für ausgewählte Laststellungen, bei denen sich eine sinusförmig über die Bogenlänge verteilte Krümmung ergibt, können die Federsteifigkeiten für das fiktive Trägersystem nach der Theorie der Schubanalogie geschrieben werden. Ziel ist die Herleitung der effektiven Biegesteifigkeit zur Ermittlung der Kraft- und Verschiebungsgrößen.

3.3.2 DER HORIZONTAL VERSCHIEBLICHE KREISBOGENTRÄGER

Diese Herleitung sei im Folgenden ausführlich an Hand eines statisch bestimmten Halbkreisbogens unter horizontaler Bogenschubkraft H nach Abbildung 40 erläutert.

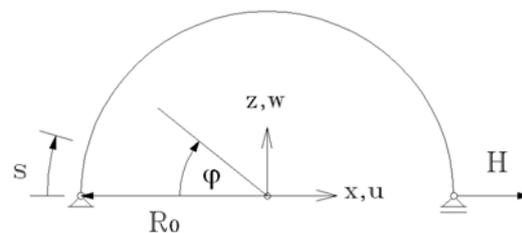


Abbildung 40: Horizontal verschieblicher Kreisbogenträger: Lastfall Bogenschub

Für dieses System ergeben sich die in Gl. 3-8 und Gl. 3-9 dargestellten Momenten- und Querkraftverläufe in Abhängigkeit des Drehwinkels φ .

$$M(\varphi) = H \cdot R_0 \cdot \sin \varphi \quad \text{Gl. 3-8}$$

$$Q(\varphi) = -H \cdot \cos \varphi \quad \text{Gl. 3-9}$$

Die horizontale Verschiebung am Kraftangriffspunkt kann mit Hilfe des Kraftgrößenverfahrens unter Ansatz einer virtuellen 1-Kraft ermittelt werden. Für die beiden horizontalen

Verschiebungsanteile u_B infolge Biegung und u_S infolge Schub können folgende Beziehungen geschrieben werden:

$$u_B = \int_0^s \frac{M\bar{M}}{EI} ds = \int_0^\pi \frac{M\bar{M}}{EI} \cdot R_0 d\varphi = \frac{HR_0^3}{EI} \cdot \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{HR_0^2}{EI} \quad \text{Gl. 3-10}$$

$$u_S = \int_0^s \frac{Q\bar{Q}}{GA_s} ds = \int_0^\pi \frac{Q\bar{Q}}{S} \cdot R_0 d\varphi = \frac{HR_0}{S} \cdot \int_0^\pi \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{HR_0}{S} \quad \text{Gl. 3-11}$$

Das Verhältnis zwischen diesen Verschiebungen und der einwirkenden Last ergibt eine spezifische Federsteifigkeit. Auch hier werden die beiden Steifigkeiten K_B aus Biegung und K_S aus Schub getrennt voneinander betrachtet.

$$K_B = \frac{H}{u_B} = \frac{2EI}{\pi \cdot R_0^3} \quad \text{Gl. 3-12}$$

$$K_S = \frac{H}{u_S} = \frac{2S}{\pi \cdot R_0} \quad \text{Gl. 3-13}$$

Gemäß des Federmodells nach Abbildung 16 werden die Einzelfedersteifigkeiten unter Berücksichtigung der ideellen Biegesteifigkeiten EI_A und EI_B sowie der Ersatzschubsteifigkeit S zu einer Gesamtfedersteifigkeit K nach Gl. 3-14 zusammengefasst. Dabei entsprechen die Federkonstanten K_{AB} und K_{BB} den Anteilen aus Biegung des Trägers A bzw. des Trägers B. Die Steifigkeit K_{BS} des Trägers B charakterisiert den Anteil der Verformung infolge Schubverzerrung.

$$K = K_{AB} + \frac{1}{\frac{1}{K_{BB}} + \frac{1}{K_{BS}}} = \frac{2}{\pi \cdot R_0^3} \cdot \left[EI_A + EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B}{R_0^2 S}} \right] = \frac{2}{\pi \cdot R_0^3} \cdot [EI_A + \mu \cdot EI_B] \quad \text{Gl. 3-14}$$

Der Klammerterm entspricht der effektiven Biegesteifigkeit EI_{eff} des Systems. Der Korrekturfaktor μ der Biegesteifigkeit EI_B ist als Abminderungsfaktor des Steiner-Anteils eines Bogenträgers mit elastischem Verbundquerschnitt anzusehen. Bei einer sinusförmigen Verteilung der Krümmungen über die Bogenlänge bleibt dieser konstant. Die effektive Biegesteifigkeit des kreisförmig gekrümmten Bogenträgers mit einem Verbundquerschnitt aus bis zu drei gleichen Einzelteilen nach Abbildung 40 bestimmt sich nach Gl. 3-15. Bei mehr als drei Einzelteilen kann von einem Fehler ausgegangen werden, wie er bereits bei der Berechnung der geraden Verbundsysteme festzustellen war.

$$EI_{\text{eff}} = EI_A + EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B}{R_0^2 S}} = EI_A + \mu \cdot EI_B \quad \text{Gl. 3-15}$$

Die Schnittgrößen der Träger A und B errechnen sich nach den Steifigkeitsverhältnissen nach Gl. 3-16 und Gl. 3-17.

$$M_A = M_0 \cdot \frac{EI_A}{EI_{\text{eff}}} \quad \text{Gl. 3-16}$$

$$M_B = M_0 \cdot \frac{\mu \cdot EI_B}{EI_{\text{eff}}} \quad \text{Gl. 3-17}$$

Die Einzelgurtmomente M_i sowie die Gurtnormalkräfte N_i lassen sich aus den Schnittgrößen der Ersatzträger nach Gl. 3-18 und Gl. 3-19 bestimmen. Der Hebelarm z_{si} gibt den Abstand des Schwerpunktes einer jeden Lamelle i vom Gesamtschwerpunkt des starren Verbundquerschnittes an.

$$M_i = \frac{M_A}{n} \quad \text{Gl. 3-18}$$

$$N_i = \frac{M_B}{EI_B} \cdot z_{si} \cdot EA_i = \frac{M_0}{EI_{\text{eff}}} \cdot EA_i \cdot \mu \cdot z_{si} \quad \text{Gl. 3-19}$$

Der Fugenschubfluss $t_{i,i+1}$ errechnet sich unter Ansatz des statischen Momentes $S_{i,i+1}$ aus dem Querkraftanteil V_B des Trägers B. Das statische Moment bezieht sich dabei auf den Vollquerschnitt.

$$t_{i,i+1} = V_B \cdot \frac{ES_{i,i+1}}{EI_B} = V_0 \cdot \frac{\mu \cdot EI_B}{EI_{\text{eff}}} \cdot \frac{ES_{i,i+1}}{EI_B} = V_0 \cdot \frac{\mu \cdot ES_{i,i+1}}{EI_{\text{eff}}} \quad \text{Gl. 3-20}$$

3.3.3 DER HORIZONTAL VERSCHIEBLICHE BOGENTRÄGER MIT VARIABLER ÖFFNUNG

Entsprechend dieser Vorgehensweise kann die effektive Steifigkeit auch für einen Träger mit variablem Öffnungswinkel α unter Ansatz einer horizontalen Bogenschubkraft H nach Abbildung 41 abgeleitet werden. Die Forderung nach einer sinusförmigen Verteilung der Krümmung über die Bogenlänge ist hier allerdings so nicht mehr gegeben. Je kleiner der Öffnungswinkel gewählt wird, desto größere Ungenauigkeiten ergeben sich. Bei einer Gesamtöffnung von $2\alpha < \pi$ fällt dieser Fehler jedoch vergleichsweise gering aus. Bei einer entsprechenden Kontrollrechnung unter Variation des Öffnungswinkels und der Fugensteifigkeit liegt dieser für die horizontale Auflagerverschiebung eines zweiteiligen Verbundquerschnittes nicht über 5%.

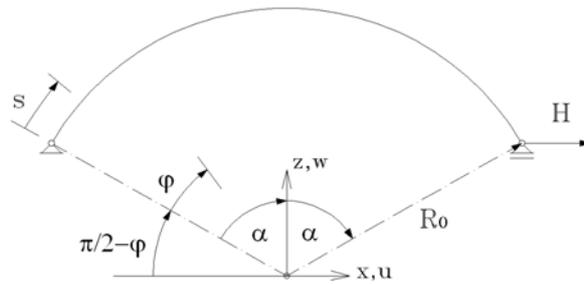


Abbildung 41: Horizontal verschieblicher Kreisbogenträger mit variablem Öffnungswinkel:
Lastfall Bogenschub

$$K_B = \frac{H}{u_B} = \frac{EI}{R_0^3 \cdot \alpha \cdot (1 - \cos \alpha)} \quad \text{Gl. 3-21}$$

$$K_S = \frac{H}{u_S} = \frac{S}{R_0} \cdot \left[\alpha - 2 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \right]^{-1} \quad \text{Gl. 3-22}$$

Die Verknüpfung der Einzelfedersteifigkeiten ergibt die Gesamtfedersteifigkeit und somit die effektive Biegesteifigkeit EI_{eff} .

$$EI_{\text{eff}} = EI_A + EI_B \cdot \left[1 + \frac{EI_B}{R_0^2 S} \cdot \left(\frac{\alpha - 2 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)}{\alpha \cdot (1 - \cos \alpha)^2} \right) \right]^{-1} = EI_A + \mu \cdot EI_B \quad \text{Gl. 3-23}$$

Für den Grenzfall $2 \cdot \alpha = \pi$ nach Abbildung 40 ergibt sich die effektive Biegesteifigkeit Gl. 3-15.

3.4 FEDERMODELL ZUR BESCHREIBUNG DES PHÄNOMENS DES AUFATMENS

3.4.1 VORBEMERKUNG

Die mechanischen Vorgänge bei der Herstellung eines gekrümmten Brettstapelträgers, bei dem die Einzelschichten im gekrümmten Zustand miteinander verbunden werden und der anschließend auf Grund des Rückstellmomentes eine Verformung erfährt, sollen im Folgenden veranschaulicht werden.

Beim Krümmen der Brettlamellen werden Biegespannungen im Holz erzeugt. Diesen Spannungen kann, bei nicht allzu großer Krümmung, ein linearer, Navierscher Verlauf über die Querschnittshöhe mit entsprechendem Nulldurchgang in der Systemlinie eines jeden Brettes unterstellt

werden. Die Lamellen werden nun in ihrem verformten Zustand gehalten und mit mechanischen Verbindungsmitteln oder durch eine Verklebung zu einem Verbundquerschnitt gefügt. Dabei bleiben die Anfangsspannungen als Eigenzustand in den Brettern erhalten. Nach dem Loslassen des Brettstapels wirkt dieser eingefrorene Eigenspannungszustand als Rückstellkraft auf das System. Bei losem Verbund ($k=0$) federn die Lamellen widerstandslos in ihre Ausgangslage zurück. Werden die Einzellamellen hingegen elastisch miteinander verbunden ($k>0$), wird die Rückstellkraft einen Träger erhöhter Steifigkeit beanspruchen. Es kommt zu einer, je nach Fugensteifigkeit, mehr oder minder ausgeprägten Rückverformung, dem so genannten „Aufatmen“, im englischsprachigen Raum auch unter der Bezeichnung „springback“ bekannt. Bei dieser Rückverformung wird der Verbundquerschnitt mit seiner effektiven Steifigkeit aktiviert. Die Mobilisierung der Dehnsteifigkeiten in den Einzelquerschnittsteilen verursacht Normalkräfte in den Lamellen, die nach außen hin betragsmäßig zunehmen und sich zu den eingefrorenen Spannungen aus dem Initialzustand aufaddieren. Für den Fall des starren Verbundes ist diese Spannungsüberlagerung schematisch in Abbildung 42 dargestellt. Das Rückstellmoment wirkt hier auf den Vollquerschnitt und verursacht eine über den Gesamtquerschnitt linear verteilte Normalspannung. Bei der Überlagerung der beiden Spannungszustände nimmt die äußere Randspannung der abschließenden Lamellen zwar im Vergleich zur Initialspannung ab. An deren Innenseite jedoch addieren sich die Spannungen betragsmäßig auf. Es kommt zu einer Vergrößerung der Anfangsspannungen.

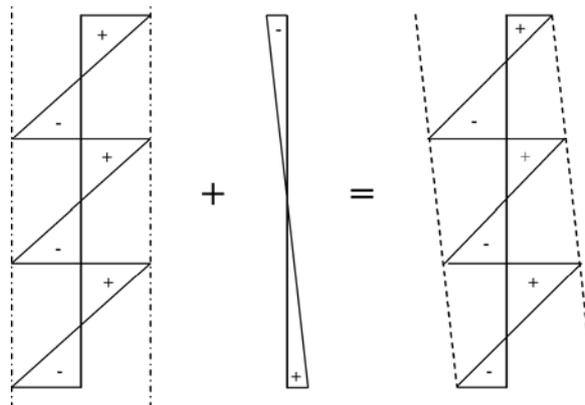


Abbildung 42: Spannungsverteilung infolge „Aufatmen“ des starren Verbundquerschnitts:
Eigenspannungen (links); Spannungsverteilung infolge Rückstellmoment (Mitte);
resultierende Verteilung (rechts)

Im Falle des nachgiebigen Verbundes kommt es, je nach Verbundsteifigkeit, zu einem gezackten, nicht stetigen Verlauf infolge Rückstellkraft, da diese auf den elastischen Verbundquerschnitt und nicht auf einen Vollquerschnitt wirkt. Auf Grund der geringeren Steifigkeit ist somit auch mit höheren resultierenden Spannungen zu rechnen.

3.4.2 DER GERADE BIEGETRÄGER MIT ELASTISCHEM VERBUNDQUERSCHNITT

Im Weiteren wird versucht, das Phänomen des Aufatmens mit Hilfe eines Federmodells analytisch zu beschreiben. Zur Veranschaulichung soll das Problem zuerst an einem einfachen Einfeld-Biegesystem erläutert werden. Ein lose aufeinander gelegter Stapel von Brettlamellen sei durch eine Verformung w_0 ausgelenkt. Im verformten Zustand wird die Verbindung zwischen den Lamellen hergestellt. Das System wird anschließend wieder entlastet, so dass es durch die nun mobilisierte Fugensteifigkeit zu einem nicht vollständigen Rückfedern des Trägers kommt. Dieses Verhalten kann mit einem Modell zweier linearer, hintereinander geschalteter Verschiebungsfedern nach Abbildung 43 beschrieben werden. Die erste Feder mit der Steifigkeit K_1 bildet die Steifigkeit der einzelnen Lamellen ab. Sie wird um eine Anfangsverschiebung w_0 vorverformt. Dazu wird die Energie E_{01} aufgewendet. Anschließend wird eine zweite Feder K_2 eingebracht und das System wird entlastet. Diese zweite Feder charakterisiert die Steifigkeit der Verbindung zwischen den Schichten. Es kommt zu einer Rückverformung w_R bis ein Gleichgewichtszustand erreicht ist. Dabei verteilt sich die in der ersten Feder gespeicherte Energie gemäß dem Verhältnis der Steifigkeiten auf beide Federn.

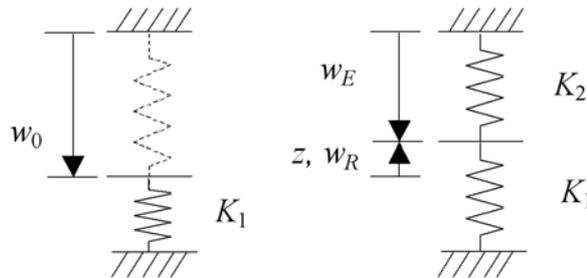


Abbildung 43: Federmodell: Rückfederung eines Verbundträgers. Vorverformung (links); Endzustand der Verformung in Gleichgewichtslage (rechts)

Die Energie E_{01} , die anfangs zur Verschiebung der Feder K_1 aufgebracht werden muss, sowie die im Endzustand in den beiden Federn gespeicherten Energien E_{E1} und E_{E2} betragen:

$$E_{01} = \frac{1}{2} w_0^2 \cdot K_1 \quad \text{Gl. 3-24}$$

$$E_{E1} = \frac{1}{2} (w_0 - w_E)^2 \cdot K_1 \quad \text{Gl. 3-25}$$

$$E_{E2} = \frac{1}{2} w_E^2 \cdot K_2 \quad \text{Gl. 3-26}$$

Die bei der Rückfederung übertragene Federkraft $F = F_1 - F_2$ leistet darüber hinaus noch eine Verschiebungsarbeit E_F . Die Koordinate z zählt dabei in Richtung der Rückverformung positiv nach oben.

$$E_F = \int_0^{w_R} F(z) dz = \int_0^{w_R} (F_1 - F_2) dz = \int_0^{w_R} \left(K_1 \cdot w_0 \left(1 - \frac{z}{w_0} \right) - K_2 \cdot z \right) dz \quad \text{Gl. 3-27}$$

Aus der Gleichgewichtsforderung im Endzustand $F_1 = F_2$ lässt sich die Rückverformung w_R bestimmen.

$$K_1(w_0 - w_R) = K_2 \cdot w_R \quad \text{Gl. 3-28}$$

$$w_R = w_0 \cdot \frac{K_1}{K_1 + K_2} = \frac{F}{K_1 + K_2} \quad \text{Gl. 3-29}$$

Nachdem die beiden Federn miteinander verbunden werden, teilt sich die zur Anfangsauslenkung aufgebrauchte Kraft, wie zu erwarten war, entsprechend den Steifigkeiten auf. Das Verhältnis der anfangs aufgebrauchten Kraft zur Summe der Federsteifigkeiten bestimmt die Höhe der Rückverformung.

Im Folgenden soll das Federmodell beispielhaft auf den einfachen Verbundträger mit einer sinusförmigen Vorverformung $w(x)$ nach Gl. 3-30 angewandt werden. Auf Grund der sich ebenfalls sinusförmig über die Trägerlänge verteilten Krümmung bleibt der Abminderungsfaktor μ der Steiner-Anteile konstant. Die somit über die Trägerlänge konstante effektive Biegesteifigkeit EI_{eff} lässt sich analytisch ermitteln.

$$w(x) = w_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) = w_0 \cdot \sin \lambda x \quad \text{Gl. 3-30}$$

$$w'(x) = \frac{1}{\lambda} \cdot w_0 \cdot \cos \lambda x \quad \text{Gl. 3-31}$$

$$w''(x) = -\frac{1}{\lambda^2} \cdot w_0 \cdot \sin \lambda x \quad \text{Gl. 3-32}$$

Die maximale Mittendurchbiegung w_0 ergibt sich nach der technischen Biegelehre gemäß Gl. 3-33.

$$w_0 = \frac{P_0}{\lambda^4 \cdot EI} \quad \text{Gl. 3-33}$$

Auf das oben diskutierte Federmodell angewendet, lässt sich die Federkonstante K_1 , resultierend aus der Verformung der zu diesem Zeitpunkt noch nicht verbundenen Einzellamellen bestimmen. Analog zur Theorie der Schubanalogie werden die Eigenanteile der Steifigkeiten im Weiteren mit dem Index A und die Steiner-Anteile mit dem Index B bezeichnet.

$$K_1 = \frac{P_0}{w_{0A}} = \lambda^4 \cdot EI_A \quad \text{Gl. 3-34}$$

Werden die Einzellamellen nun im ausgelenkten Zustand miteinander verbunden und der Zwang gelöst, wird die Feder K_2 aktiviert. Ihre Steifigkeit entspricht den mobilisierten Steiner-Anteilen $\mu \cdot EI_B$ und hängt sowohl von der Fugensteifigkeit als auch von der Systemgeometrie ab.

$$K_2 = \frac{P_0}{w_{0B}} = \lambda^4 \cdot \mu \cdot EI_B \quad \text{Gl. 3-35}$$

Setzt man den Abminderungsfaktor μ der Steiner-Anteile nach Kapitel 2.2.5 für den geraden Biegeträger mit sinusförmiger Biegelinie ein, ergibt sich:

$$K_2 = \lambda^4 \cdot EI_B \cdot \frac{1}{1 + \frac{EI_B \cdot \pi^2}{S \cdot L^2}} \quad \text{Gl. 3-36}$$

Für die Rückverformung infolge Aufatmen erhält man unter Ansatz von Gl. 3-29 den folgenden Wert.

$$w_R = w_0 \cdot \frac{EI_A}{EI_A + \mu \cdot EI_B} \quad \text{Gl. 3-37}$$

Die sich einstellende Rückverformung hängt vom Verhältnis der Eigenbiegesteifigkeit zur effektiven Biegesteifigkeit nach dem elastischen Verbinden der Brettlamellen ab.

3.4.3 DER GEKRÜMMTE TRÄGER – AUFATMEN DES STARREN VERBUND-QUERSCHNITTS

Bei der Übertragung der oben diskutierten Problematik auf den gekrümmten, mehrteiligen Stab soll als Grenz Betrachtung zunächst der Fall des starren Verbundes diskutiert werden. Drei auskragende Brettlamellen werden zu diesem Zweck auf eine Kreisbahn der Bogenlänge B mit dem Anfangsradius R_0 und dem Öffnungswinkel bzw. der Endtangentialverdrehung φ_0 gezwungen. Dabei entsteht in jedem der Bretter ein linearer Initial-Biegespannungszustand. Im ausgelenkten Zustand werden die Lamellen starr verbunden und anschließend losgelassen. Es kommt zu einer Rückverformung, bei der die eingepprägten Einzelbiegemomente als Rückstellmoment auf den Vollquerschnitt wirken. Zu dem Eigenspannungszustand addiert sich also eine linear über die Querschnittshöhe wirkende Normalspannung hinzu (Abbildung 42).

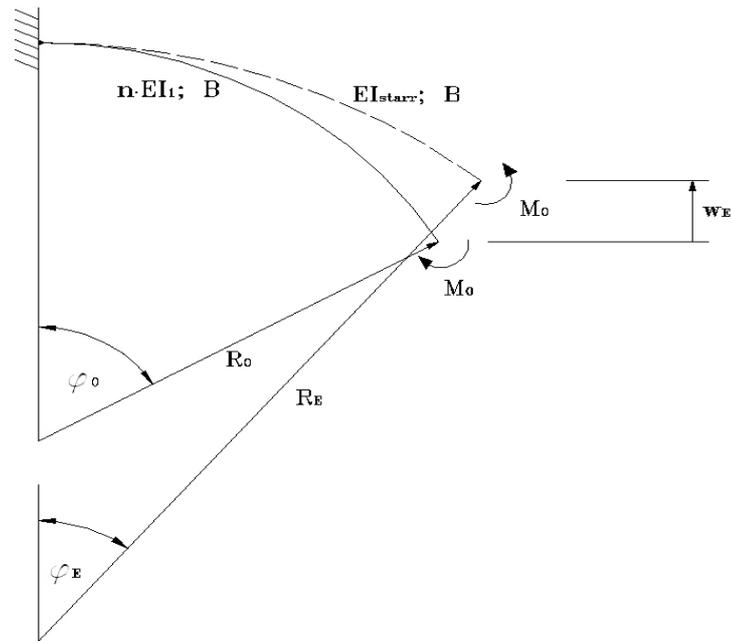


Abbildung 44: Rückfederung eines Bogenträgers mit starrem Verbundquerschnitt

Das Rückstellmoment eines mit dem konstanten Radius R_0 gebogenen Mehrschichtträgers aus n Einzellamellen mit der Biegesteifigkeit EI_1 nach Abbildung 44 beträgt:

$$M_0 = n \cdot M_{01} = n \cdot \frac{EI_1}{R_0} \quad \text{Gl. 3-38}$$

Nach dem Loslassen verteilt sich dieses Moment auf den starren Querschnitt EI_{starr} . Unter der Annahme kleiner Winkel $w'^2 \ll 1$ lässt sich für die Endkrümmung κ_E folgende Beziehung aufstellen:

$$\kappa_E = \kappa_0 - \frac{M_0}{EI_{starr}} = \frac{1}{R_0} - \frac{n \cdot EI_1}{n^3 \cdot EI_1 \cdot R_0} = \frac{1}{R_0} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad \text{Gl. 3-39}$$

$$R_E = \frac{R_0}{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} \quad \text{Gl. 3-40}$$

$$\varphi_E = \frac{B}{R_E} \quad \text{Gl. 3-41}$$

$$\varphi_0 = \frac{B}{R_0} \quad \text{Gl. 3-42}$$

Die vertikale Rückverformung w_E am Kragarmende bestimmt sich nach Gl. 3-43.

$$w_E = R_0(1 - \cos \varphi_0) - R_E(1 - \cos \varphi_E) = R_0 \left[(1 - \cos \varphi_0) - \frac{1 - \cos \varphi_E}{\left(1 - \frac{1}{n^3}\right)} \right] \quad \text{Gl. 3-43}$$

Für die Biegerandspannung σ_0 nach dem Biegen ergibt sich für jede Brettlamelle der Dicke d_1 :

$$\sigma_0 = \frac{M_0}{n \cdot W_1} = \frac{EI_1}{R_0 \cdot n \cdot W_1} = \frac{E \cdot d_1}{2R_0} \quad \text{Gl. 3-44}$$

Werden die Lamellen nun starr verbunden und losgelassen, wirkt das Rückstellmoment M_0 auf den Vollquerschnitt und verursacht die folgende Spannungsdifferenz:

$$\Delta\sigma = \frac{M_0}{W_{\text{starr}}} = \frac{E \cdot d}{2R \cdot n} \quad \text{Gl. 3-45}$$

Die Überlagerung beider Spannungsanteile ergibt die sich nach dem Rückfedern einstellende Spannung σ_1 .

$$\sigma_1 = \sigma_0 - \Delta\sigma = \frac{E \cdot d}{2R} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad \text{Gl. 3-46}$$

Zahn behandelt in [122] das Problem des Aufatmens von gekrümmten Brettschichtträgern aus n Einzelbrettlamellen. Er gibt für den ungestörten Mittelbereich die sich infolge der Rückfederung des Bogens einstellende Verteilung der Radialspannungen σ_r und der Tangentialspannungen σ_φ an. Dabei verteilt sich σ_φ linear und proportional zum Verhältnis zwischen Radius und Lamellendicke, während σ_r eine Proportionalität zur Wurzel dieses Verhältnisses aufweist. Die globale Koordinate y zählt in radialer Richtung von der Querschnittsmitte positiv nach außen. Zusätzlich dazu wird eine lokale Koordinate ξ eingeführt, die von der Mittellinie jeder Lamelle positiv nach außen zählt (Gl. 3-47 und Gl. 3-48).

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{R} \cdot \left(\xi_i - \frac{y}{n^2} \right) \quad \text{Gl. 3-47}$$

$$\sigma_r = \frac{E}{2 \cdot R^2} \cdot \left(\xi_i^2 - \frac{y^2}{n^2} \right) \quad \text{Gl. 3-48}$$

Die infolge des Aufatmens eines verleimten Vollquerschnittes entstehenden Radialspannungen sind marginal. Bei einem Bogen mit Querschnitt aus $n=16$ Einzellamellen und einem Verhältnis zwischen mittlerem Biegeradius und Lamellendicke von 215 machen die maximal auftretenden Radialspannungen gerade ein 1000stel der auftretenden Tangentialspannungen aus. Einen Einfluss

auf die im Rahmen seiner Forschungsarbeit zu untersuchenden Quersugrisse bei bestehenden Brettschichtbindern schließt Zahn somit aus.

Szalai leitet die Rückverformung und die damit verbundene Umlagerung der Initialspannungen in [115]-[117] analytisch für geklebte Leimholzquerschnitte her. In [117] stellt er die Forderung nach gleichen Dehnungen an den als koinzident angenommenen Brettober- und Unterseiten einer Fuge sowie dem Ebenbleiben der Querschnitte nach dem „Aufatmen“. Er zeigt die Abhängigkeiten nur in Form von Dehnungen. Diese sind eindeutig formulierbar. Er führt seine Betrachtungen für den gestörten und für den ungestörten Bereich durch und vergleicht die Ergebnisse mit Versuchsergebnissen. Dabei stellt er „gute Übereinstimmungen“ fest.

3.4.4 DER GEKRÜMMTE TRÄGER – AUFATMEN DES ELASTISCHEN VERBUNDQUERSCHNITTS

Beim elastischen Verbundquerschnitt gestaltet sich die analytische Betrachtung des Phänomens des Aufatmens komplexer. Eine Darstellung der mechanischen Vorgänge beim Rückfedern eines durch eine reine Momentenbeanspruchung kreisförmig ausgelenkten Systems durch die Einführung eines entsprechenden Drehfedermodells analog zu dem in Kapitel 3.4.2 vorgestellten Verschiebungsfedermodell ist schwierig. Da es sich um ein Eigenspannungsproblem handelt, ruft das Aufatmen eines statisch bestimmten Systems lediglich innere Schnittgrößen hervor. Die Schubbeanspruchung in der Fuge ist auf einen lokalen Störbereich begrenzt, dessen Länge jedoch von mehreren Faktoren abhängt.

Das Phänomen des Aufatmens kann sehr gut numerisch mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens beschrieben werden. Beispielhaft sei der Fall eines Kragträgers gezeigt, der im kreisförmig gekrümmten Zustand verbunden wird und anschließend eine Rückfederung erfährt. Abbildung 45 zeigt einen zweiteiligen Verbundträger unter Ansatz des Rückstellmomentes. Dieses wirkt auf den Träger A und entspricht der Beanspruchung aus der Krümmung der Einzellamellen. Am linken Rand werden alle Freiheitsgrade der beiden Ersatzträger gehalten. Als Randbedingung bleibt so die horizontale Tangente erhalten (Einspannung des Trägers A) und es kann sich keine Fugenverschiebung einstellen (Einspannung des Trägers B).

Abbildung 46 zeigt die Verteilung der Biegemomente infolge des Rückstellmomentes auf die beiden ideellen Träger. Je nach Verbundsteifigkeit wird mehr oder weniger Last von Träger B übernommen. Das Moment M_B des Trägers B erreicht sein Maximum an der Einspannstelle. Auf Grund der Randbedingungen kann hier keine Fugenverschiebung auftreten. Die Normalkräfte aus Biegung in den Einzelquerschnitten müssen hier also maximal werden. Die Summe der Momente M_A und M_B entspricht an jeder Stelle dem einwirkenden Moment M_0 . Zusammen mit dem eingepprägten Moment in jeder Lamelle hebt sich die Momentenbeanspruchung wieder auf. Dies muss auch der Fall sein, da es sich um einen Eigenspannungszustand handelt, der keine äußeren Lasten erzeugt. Bei der Spannungsberechnung sind die Spannungen infolge Beanspruchung durch das Rückstellmoment mit dem Initialspannungszustand zu überlagern.

Abbildung 47 zeigt den entsprechenden Querkraftverlauf infolge des Rückstellmomentes. Für die beiden Ersatzträger A und B ergeben sich betragsmäßig gleiche Querkräfte V_A und V_B , jedoch mit entgegengesetzten Vorzeichen. Betrachtet man das Gesamtsystem, heben sie sich wieder auf (Eigenspannungszustand). Je steifer die Verschiebungssteifigkeit der Fugen ausgebildet ist, desto

kleiner fällt der Bereich aus, über den die Verbindungsmittel aktiviert werden. Gemäß den getroffenen Randbedingungen verschwindet die innere Querkraft V_B an der Einspannung. Hier kann keine Fugenverschiebung auftreten. Am freien Rand nimmt sie ihr Maximum an. Hier ist auch die größte Fugenverschiebung festzustellen.



Abbildung 45: Aufatmen eines Kragträgers; Rückstellmoment M_{0A} wirkt auf den Ersatzträger A

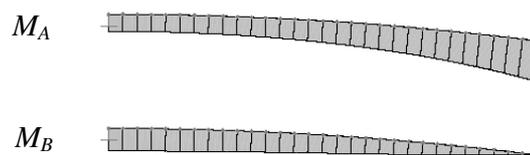


Abbildung 46: Aufatmen eines Kragträgers; Verlauf der Biegemomente

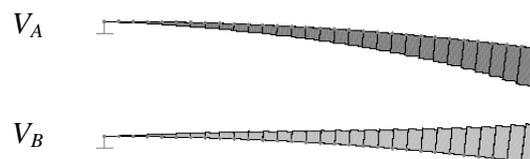


Abbildung 47: Aufatmen eines Kragträgers; Querkraftverläufe

Der sich nach dem Rückfedern einstellende Spannungszustand ergibt sich aus der Überlagerung des Nullzustandes infolge Biegung der nicht verbundenen Einzellamellen mit den Spannungszuständen der Ersatzträger A und B infolge Rückfederns.

3.5 ANWENDUNG DES SCHUBANALOGIEVERFAHRENS AUF GEKRÜMMTE SYSTEME

Wie in Kapitel 3.3 gezeigt werden konnte, ist die analytische Herleitung der effektiven Biegesteifigkeit eines Kreisbogenträgers mit elastischem Verbundquerschnitt unter Ansatz des entsprechenden Federmodells möglich. Liegt eine sinusförmig über die Bogenlänge verteilte Querschnittskrümmung vor, kann von einer konstanten Verteilung der effektiven Biegesteifigkeit über die Bogenlänge ausgegangen werden. Vergleichsrechnungen mit einem numerischen Modell auf der Basis des Schubanalogieverfahrens bestätigen die Richtigkeit des Federmodells.

Bei gekrümmten Systemen treten infolge der Bogentragwirkung Normalkräfte auf. Entsprechende Stabilitätsbetrachtungen werden erforderlich. Scholz führt in [109] ein so genanntes Dreischichtmodell zur Behandlung von durch Normalkraft beanspruchten Strukturen ein. Dabei übernimmt die dritte Schicht (Schicht C) die Anteile aus Normalkraft. Ihr wird in der Folge lediglich eine Dehnsteifigkeit zugeordnet, während die Biege- und Schubsteifigkeiten von den Schichten A und B übernommen werden. Ungewolltes Schubknicken der Schicht B oder Biegeknicken der vergleichsweise weichen Schicht A zwischen zwei Knotenpunkten infolge ungenügend feiner Diskretisierung der Stabelemente kann somit umgangen werden. Ein Stabilitätsversagen muss für die drei gekoppelten Schichten als Ganzes eintreten, nicht aber für die Einzelschichten.

Die durch die Krümmung hervorgerufenen Umlenkkräfte werden von den Biege- und Schubsteifigkeiten der Ersatzschichten A und B übernommen. Das Schubanalogieverfahren ist mit den gleichen Genauigkeiten, wie sie in Kap. 2.3 für den geraden Träger mit Biegung und Querkraft festgestellt wurden auch für gekrümmte Strukturen anwendbar. Für die Nachweise in den Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Normalspannungen aus Biegung der Schichten A und B mit den Normalspannungen der Schicht C zu überlagern.

3.6 EINFLUSS DER KRÜMMUNG AUF DIE TRAGFÄHIGKEIT

Im folgenden Abschnitt soll der Einfluss der konstruktionsbedingten Anfangsspannungen auf die Tragfähigkeit gekrümmter Brettlamellen untersucht werden.

Durch die konstruktionsbedingte Krümmung der einzelnen Brettlamellen wird diesen ein Initialspannungszustand σ_0 aufgezwungen. Jedes der bis dahin noch nicht miteinander verbundenen Bretter erfährt dabei eine Biegespannungsverteilung, deren maximaler Randwert sich nach Gl. 3-44 berechnet.

$$\sigma_0 = \frac{E \cdot d_1}{2 \cdot R_0} \quad \text{Gl. 3-44}$$

Die Anfangsspannungen hängen von der Elastizität E des Brettes, seiner Dicke d_1 sowie dem Anfangskrümmungsradius R_0 ab. Wird demnach ein vor Witterung geschütztes Einzelbrett aus

Nadelholz der Festigkeitsklasse C24 mit einer Ausgleichsfeuchte von 12% mit einem konstanten Krümmungsradius, der das 1000fache der Brettstärke beträgt, gekrümmt, entsteht eine rechnerische Biegezugspannung, die nach Gl. 3-49 bereits 39% des Bemessungswertes $f_{m,d}=14$ N/mm² der Biegezugfestigkeit nach SIA 265 [111] entspricht.

$$\eta = \frac{\sigma_0}{f_{m,d}} = \frac{E}{2 \cdot 1000 \cdot f_{m,d}} = \frac{11000}{2 \cdot 1000 \cdot 14} = 0,39 \quad \text{Gl. 3-49}$$

Krümmt man das gleiche Brett mit dem minimal zulässigen Radius von $R=200 \cdot d$, so ergibt sich eine Überschreitung der Bemessungsspannung um den Faktor 1,96. Die dabei auftretende Dehnung ε_R in der Randfaser beträgt $1/400=0,25\%$. Die Spannungen befinden sich also noch im elastischen Bereich. Die Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes kann vorausgesetzt werden.

Der Einfluss dieses Initialspannungszustandes auf das Tragverhalten wurde nach Kenntnis des Autors lediglich für verleimte Querschnitte untersucht. Entsprechende Erkenntnisse für den elastischen Verbundquerschnitt der Brettstapelbauweise existieren nicht.

Roš führt bereits zwischen 1943-1945 an der schweizerischen Eidgenössischen Materialprüfungsanstalt (EMPA) Versuche an gekrümmten Leimholzbindern durch [97]. Dabei stellt er fest, dass der Spannungszustand auf Grund der Vorkrümmung theoretisch einen erheblichen Einfluss auf den Spannungsnachweis haben kann. Obwohl in einem der untersuchten Fälle die zulässige Biegezugspannung um den Faktor zwei überschritten wurde, stellt Roš aber nur einen geringen Einfluss auf die Tragfähigkeit fest. Durch Eigenspannungsversuche der bei der Leimung des gekrümmten Trägers auf Biegung vorgespannten Lamelle kann Roš nachweisen, dass der Abbau der Eigenspannungen durch plastische Vorgänge geringfügig ist. Die Lamellen zeigen nach Wiederauftrennen einen bleibenden Biegezugspannungsanteil von lediglich rund 20%, trotz hoher Biegezugspannung und ein elastisches Zurückfedern von etwa 80% der Verformung. Dabei gibt Roš jedoch keinen Zeitpunkt für das Wiederauftrennen der Binder an.

Hudson [51] und Wilson [121] haben eine größere Anzahl von Trägern mit verschiedenen Beanspruchungsverhältnissen auf ihre Bruchfestigkeit hin untersucht und die Ergebnisse denen gerader Vergleichsträger gegenübergestellt. Wilson betrachtet in seinen Versuchen sowohl konkave als auch konvexe Belastungen der gekrümmten Träger, wobei in einem Fall die Krümmung verstärkt wird, während sie sich im anderen Fall verringert. Er kann zeigen, dass die Vorkrümmung nur einen untergeordneten Einfluss auf die Tragfähigkeit hat. Wilson gibt für beide Beanspruchungsarten einen Abminderungsfaktor der zulässigen Spannungen mit quadratischem Verlauf in Abhängigkeit des Verhältnisses zwischen Lamellendicke d und Krümmungsradius R an (Gl. 3-53). Für kleine d/R -Verhältnisse ergeben sich sehr konservative Werte. In Bezug auf baupraktisch relevante Krümmungsradien kann der Einfluss der Vorkrümmung auf die Bruchdehnung vernachlässigt werden. Der Abminderungswert nach Wilson fand Eingang in die amerikanische Norm für Brettschichtholz [1].

Anderson und Booth [2] schlagen einen linearen Abminderungsfaktor λ für gekrümmte Brettschichtträger aus bis zu 40 Einzellamellen vor. In Gl. 3-50 entspricht a einem Wert von 20 bei konkaver Belastung und 10 bei konvexer Belastung.

$$\lambda = 1 - a \cdot \frac{d}{R} \quad \text{Gl. 3-50}$$

Gehri leitet in [23] eine Bruchhypothese für zwei unterschiedliche Versagensarten für den gekrümmten Stab her. Dabei geht er von einem plastischen Ausgleich in der gedrückten Fase aus.

Szalai gibt in [115] und in [116] eine Methode zur Bestimmung der Initialspannungen und der Rückverformungen für den geklebten Querschnitt mit Hilfe eines näherungsweise lösbaren Differenzialgleichungssystems an. Verschiebungen in der Leimfuge werden berücksichtigt. Die Methode gibt jedoch die Spannungen in den Randbereichen auf Grund einer numerischen Instabilität oft zu hoch an. In [117] leitet Szalai die Rückverformung eines Bogenträgers variabler Krümmung mit n starr verbundenen Einzellamellen sowohl für den ungestörten Mittelbereich als auch für den gestörten Randbereich her. Die sich nach der Rückverformung ergebenden Kraft- und Verformungsgrößen können mit Hilfe dieses Ansatzes ermittelt werden.

Eine zulässige Anfangsspannung ebenso wie ein minimaler Krümmungsradius für Einzellamellen gekrümmter Leimholzbinder werden in der schweizerischen Holzbaunorm SIA 265 [111] angegeben (Gl. 3-51). In Abschnitt 5.1 ist für den gezogenen Außenrand der folgende Abminderungsfaktor für die Tangentialspannung angegeben:

$$k_r = 1 - 40 \cdot \frac{d}{R_a} \quad \text{Gl. 3-51}$$

Dabei entspricht d der Dicke der Einzellamelle und R_a dem äußeren Radius des gekrümmten Brettschichtträgers. Zusätzlich darf der Krümmungsradius der Einzellamelle das 200fache deren Dicke nicht überschreiten. Bei dem oben diskutierten Beispiel, bei dem eine rechnerische Überschreitung der Bemessungsspannung etwa um den Faktor zwei festzustellen war, ergibt sich eine Abminderung der zulässigen Biegespannung um lediglich 20%.

Die deutsche Holzbaunorm DIN 1052 [14] geht bei gekrümmten Brettschichtträgern ebenfalls von einem teilweisen Abbau der Spannungen infolge Krümmung durch plastische Vorgänge und Spannungsrelaxation aus. Sie schlägt jedoch eine Abminderung der Spannungen für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit lediglich bei einem Innenradius, der das 240fache der Lamellendicke unterschreitet, vor. Der Mindestradius muss in der Nutzungszone 1 und 2 das 230fache der Brettstärke, in der Nutzungsklasse 3 das 205fache der Brettstärke betragen. Schlanke Lamellen, für die Gl. 3-52 erfüllt ist, dürfen mit einem Krümmungsradius von bis zu $150 \cdot t$ gekrümmt werden.

$$d \leq 13 + 0,4 \cdot \left(\frac{R_i}{d} - 150 \right) \quad \text{Gl. 3-52}$$

Die amerikanische Norm AITC 117-2004 [1] geht bei den Einzellamellen zur Herstellung gekrümmter Brettschichtholzträger von einer Abminderung der Bemessungsbiegespannungen um den Faktor C_c nach Gl. 3-53 aus. Das Verhältnis R/d wird für Laubhölzer auf 100 sowie auf 125

für Nadelhölzer begrenzt. Demnach wäre bei einem Verhältnis von $R/d = 200$ eine Abnahme der Tragfähigkeit von etwa 5%, bei $R/d = 150$ von 9% zu erwarten.

$$C_c = 1 - 2000 \cdot \left(\frac{d}{R}\right)^2 \quad \text{Gl. 3-53}$$

Diese sehr geringen zulässigen Grenzkrümmungsradien stützen sich auf zahlreiche, insbesondere in den Vereinigten Staaten und in Großbritannien, durchgeführte Versuche an gekrümmten Brettschichtholzträgern. Sie zeigen, dass die Tragfähigkeit des Gesamtquerschnitts bei einem Krümmungsverhältnis von $R/d=200$ kaum abgemindert wird. Viele Brettschichtholzbinder wurden, besonders in der Vergangenheit, mit Hilfe eines Warmklebverfahrens oder unter Wärmebehandlung zur Beschleunigung des Aushärtevorgangs hergestellt. Die Wärme hat dabei einen günstigen Einfluss auf die Plastizität in den Randzonen der Bretter. Es wird im Allgemeinen von einem weitgehenden Abbau der Biegeendspannungen aus Vorkrümmung durch plastische Verformungen bis zur Aushärtung des Leimes und anschließender Spannungsrelaxation ausgegangen.

Dieser unterstellte Spannungsabbau durch plastische Vorgänge dürfte vor Allem bei hohen Eigenspannungen und streng genommen nur in den gedrückten Bereichen auftreten. Der Zeitfaktor scheint eine größere Rolle als angenommen zu spielen. Ein derart kurzfristiger Abbau, wie er von den Autoren konstatiert wird, scheint in der relativ geringen Zeit bis zum Aushärten des Leimes sehr unwahrscheinlich. Nach Roš beträgt der elastische Anteil 80%. Bei kleineren R/d -Verhältnissen von 200 liegt dieser sogar noch höher [23].

Wie bei der Konstruktion gekrümmter Brettschichtholzträger können auch bei der Brettrippenbauweise die Eigenspannungen durch die Verwendung dünner Lamellen auf den Außenseiten abgebaut werden. Dadurch wird das Tragvermögen erhöht.

Eine realistische Abschätzung des zeitabhängigen Abbaus der Initialspannungen infolge Vorkrümmung der Brett lamellen wird durch eine rheologische Betrachtung des Phänomens sowie durch eine entsprechende Versuchsreihe, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführt wird, erhofft.

4 RHEOLOGIE

4.1 VORBEMERKUNG

Die Rheologie befasst sich mit dem Fließverhalten von Werkstoffen. Mit ihrer Hilfe kann das viskoelastische Materialverhalten des natürlichen Faserwerkstoffes Holz unter Dauerbeanspruchung beschrieben werden. Dieses lässt sich in die drei rheologischen Grundeigenschaften Viskosität, Elastizität und Plastizität unterteilen.

Im Ingenieurholzbau unterscheidet man in erster Linie zwischen den rheologischen Phänomenen Kriechen und Spannungsrelaxation. Unter dem Kriechen versteht man die nichtlineare zeitabhängige Zunahme der Dehnungen bei gleich bleibender Belastung. Der Kriechanteil umfasst sowohl einen reversiblen elastischen als auch einen bleibenden, plastischen Anteil. Die Spannungsrelaxation hingegen beschreibt die ebenfalls von der Zeit abhängige Abnahme der Spannungen bei konstant bleibender Dehnung. Beide Phänomene sind auf die gleichen mikro- und makromolekularen Strukturänderungen im rhombisch anisotropen Werkstoff Holz zurückzuführen. Sie sind stets mit einer Dissipation der auf das Tragwerk einwirkenden Energie verbunden. Die Intensität des Kriechens und der Spannungsrelaxation hängt von vielen Faktoren, wie etwa der Holzfeuchte, der Holzart, der Elastizität, der Temperatur, dem Ausnutzungsgrad und der Kraft-Faser-Orientierung ab.

4.2 RHEOLOGISCHE MODELLE

4.2.1 STANDARDMODELLE

Verformungen von Werkstoffen setzen sich aus zeitabhängigen und zeitunabhängigen sowie aus reversiblen und irreversiblen Anteilen zusammen. Da letztere, insbesondere bei der Berechnung von statisch unbestimmten Tragwerken im Bauwesen von Bedeutung sind, wurden in der Vergangenheit mechanische Modelle entwickelt, mit denen die viskoelastischen Verformungseigenschaften beschrieben werden können. Eine derart durchgeführte phänomenologische Betrachtung berücksichtigt lediglich die äußeren Erscheinungen eines kontinuierlichen Mediums bei einer Deformation und vernachlässigt den inneren Aufbau des Holzes. Für die Beschreibung der drei rheologischen Grundeigenschaften Viskosität, Elastizität und Plastizität werden einfache Modellkörper verwendet.

Die als ideal linear-elastisch angenommenen Verformungsanteile werden durch eine Hookesche Feder in Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls E beschrieben. Die zeitabhängigen Verformungen werden durch lineare (Newtonsche) oder nichtlineare Dämpfungselemente abgebildet, wobei die Zähigkeit des Dämpfers (Viskosität η) das Maß der Verformungsgeschwindigkeit angibt.

Durch eine Parallel- oder Reihenschaltung dieser Grundelemente lässt sich das Verformungsverhalten vieler Werkstoffe in der Regel recht gut darstellen. Die bekanntesten Modelle sind das

Maxwell-Modell, das Kelvin/Voigt-Modell und das Burgers-Modell. Sie sind in Abbildung 48 dargestellt.

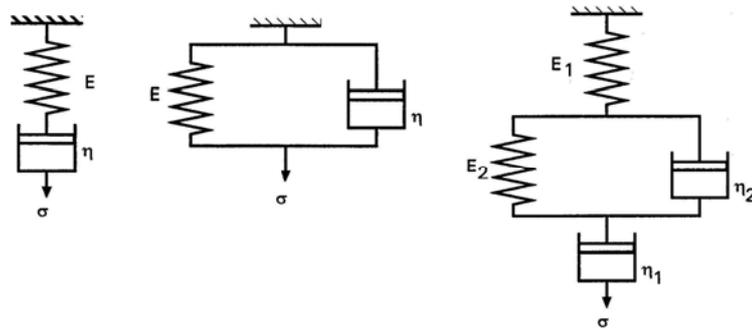


Abbildung 48: Rheologische Standardmodelle: Maxwell (links), Kelvin/Voigt (mitte), Burgers (rechts)

Zur Beschreibung des rheologischen Verhaltens des Werkstoffes Holz sind diese Modelle mit ihren linearen Dämpfungselementen nicht ausreichend, da sie die Fließkurven nicht zu jedem Zeitpunkt exakt abzubilden vermögen. Erst durch das Einführen eines nichtlinearen Dämpfers kann das Fließverhalten ausreichend genau simuliert werden.

4.2.2 RHEOLOGISCHES MODELL NACH HALSEY, WHITE UND EYRING

Freingruber [22] wendet bei seinen Relaxationsbetrachtungen das rheologische Modell von Halsey, White und Eyring [35] an und erhält sehr guten Übereinstimmungen mit seinen Versuchsergebnissen. Dieses Modell wurde ursprünglich für die Beschreibung des viskoelastischen Verhaltens von Textilien entwickelt. Dabei werden linear-elastische Federn mit den Konstanten k_1 und k_2 mit einem modifizierten Maxwell Modell parallel gekoppelt. Die Besonderheit dieses Maxwell-Elementes ist der so genannte „Eyring-Dashpot“, ein nichtlineares Dämpfungselement mit den Dämpferparametern K und a , dessen Kraft-Verformungsverhalten durch ein Sinushyperbolikus-Gesetz beschrieben wird (Abbildung 49).

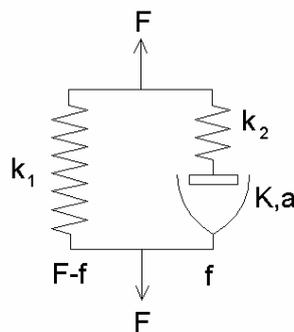


Abbildung 49: Nichtlineares rheologisches Modell nach Halsey, White und Eyring [35]

Für dieses System kann die Differentialgleichung unter Ansatz einer während der Relaxation konstant bleibenden Dehnung nach Gl. 4-1 geschrieben werden.

$$-\frac{1}{k_2} \cdot \frac{df}{dt} = K \cdot \sinh(af) \quad \text{Gl. 4-1}$$

Aus numerischen Gründen führt Freingruber zur Lösung der Differentialgleichung dimensionslose Größen ein und erhält Gl. 4-2.

$$\log \frac{\tanh\left(\frac{a \cdot f}{2}\right)}{\tanh\left(\frac{a}{2}\right)} = t \cdot \log \frac{\tanh\left(\frac{a}{4}\right)}{\tanh\left(\frac{a}{2}\right)} \quad \text{Gl. 4-2}$$

Mit Hilfe dieser Beziehung ist es möglich, den zeitlichen Verlauf der Biegespannung infolge der Brettkrümmung zu beschreiben. Allerdings ist die Eingabe des Spannungswertes zur Halbwertzeit und im abgeschlossenen Zustand erforderlich. Entsprechend empirisch ermittelte Kennwerte für verschiedene Holzarten und Beanspruchungsrichtungen existieren nach Kenntnis des Autors nicht. Für die wissenschaftliche Anwendung dieses mechanischen Modells auf die Spannungsrelaxation von Holz wären diese allerdings erforderlich.

Hinsichtlich des baupraktischen Interesses der Spannungsrelaxation stehen in erster Linie die Kenntnis des Endmaßes Φ_∞ und der benötigte Zeitraum bis zum Abschluss des Spannungsabbaus sowie die Halbwertzeit im Vordergrund. Die verbleibenden Spannungen sind dann beim Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu berücksichtigen.

4.3 RELAXATION DER BIEGESPANNUNGEN

4.3.1 STAND DER TECHNIK

Die meisten Forschungsarbeiten behandeln das Phänomen des Kriechens von Holz und von Holzwerkstoffen, während über die Spannungsrelaxation und deren Einflussparameter relativ wenig bekannt ist. Versuche zur Spannungsrelaxation für verschiedene Beanspruchungsrichtungen sowie unter unterschiedlichen klimatischen Verhältnissen wurden in erster Linie in den englischsprachigen Ländern durchgeführt, jedoch für in Europa nicht heimische Holzarten.

Bereits 1947 beschreibt Kitazawa in [56] Versuche zur Spannungsrelaxation bei Beanspruchung auf Querdruck von durchschnittlich je fünf kleinen Probekörpern aus verschiedenen Laub- und Nadelholzarten. Er versucht das viskoelastische Verhalten, das er über einen Zeitraum von 1000 Stunden beobachtet, durch ein Maxwell-Modell zu beschreiben. Auf Grund einer unbefriedigenden Übereinstimmung schlägt er ein empirisches Gesetz mit logarithmischem Verlauf durch folgende Regressionskurve nach Gl. 4-3 vor:

$$\frac{\sigma(t)}{\sigma(t_0)} = 1 - m \cdot \log t \quad \text{Gl. 4-3}$$

Den Relaxationskoeffizienten m gibt Kitazawa für jede der untersuchten Holzarten an. Dieser reicht von 0,0070 bei der Birke (*Betula pendula*) bis maximal 0,0181 bei der Sitka-Fichte (*Picea sitchensis*). Kitazawa stellt einen Zusammenhang zwischen dem Grad der Spannungsrelaxation und der Holzdichte her. Tendenziell zeigt sich aus den Versuchen, dass mit zunehmender Dichte ein weniger ausgeprägtes Relaxationsverhalten vorliegt. Die Gültigkeit der empirischen Funktion bei einer Anwendung auf einen Zeitrahmen, der den untersuchten überschreitet, ist allerdings fraglich [34].

Bach und Rovner [3] untersuchen in den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts das Relaxationsverhalten von Querdruckspannungen an hundert kleinen Proben aus Douglasienholz (*Pseudotsuga mensiesii*) unter Ansatz von fünf verschiedenen Kraft-Faser-Richtungen und vier unterschiedlichen Ausnutzungsgraden. Es kann ein ausgeprägteres Relaxationsverhalten bei zunehmendem Winkel gezeigt werden. Eine Versuchsdauer von lediglich 100 Minuten scheint jedoch für eine vollumfängliche Aussage deutlich zu kurz.

Kingston und Clarke [55] führen Versuche zur Relaxation von Biegespannungen an kleinen Proben des Königseukalyptus (*Eucalyptus regnans*) bei Ausnutzungsgraden zwischen 0,55 und 0,87 bei konstantem Klima durch. Die Probekörper mit einer Länge von 30 cm werden Vierpunkt-Biegeversuchen unterzogen. Bei einer relativ kurzen Versuchsdauer von etwa 18 Stunden kann eine deutliche Abhängigkeit des Relaxationsgrades von der Spannungsausnutzung gezeigt werden.

Echenique-Manrique [17] führt im Jahr 1969 Versuche zur Bestimmung des Relaxationsgrades von faserparallelen Zug- und Druckspannungen an kleinen Proben aus sechs verschiedenen mittel- und südamerikanischen Tropenhölzern durch. Zur Beschreibung des Fließverhaltens verwendet er ein Modell, bei dem er ein Maxwell-Element mit einer Hookeschen Feder parallel schaltet. Er zeigt, dass das rheologische Verhalten bei Anwendung eines linearen Newtonschen Dämpfungselementes nur ungenügend angenähert werden kann, während ein entsprechender nichtlinearer Dämpfer, wie er bereits von Halsey, White und Eyring [35] angewendet wurde, eine gute Beschreibung der Versuchswerte ermöglicht. Echenique-Manrique konstatiert auf Grund seiner Versuchsergebnisse einen Zusammenhang zwischen der Höhe der Anfangsdehnung und der Spannungsrelaxation. Dennoch wird auch hier ein relativ kleiner Untersuchungszeitraum von lediglich acht Stunden gewählt.

Möhler und Maier untersuchen in [76] das Relaxationsverhalten von Querdruckspannungen an luftgetrocknetem und nassem Fichtenholz (*Picea abies*). Bereits nach 72 Stunden kann eine Abnahme der Quervorspannung bei den trockenen Probekörpern um etwa 50%, respektive um 60% bei den nassen Probekörpern festgestellt werden. Eine Abhängigkeit der Spannungsrelaxation von der Höhe der anfänglichen Querdruckbeanspruchung konnte indes nicht gezeigt werden.

Becker und Reiter [4] führen Versuche zur Relaxation der Biegespannungen an 80 kleinen Probekörpern aus Rotbuche (*Fagus sylvatica*) über einen Zeitraum von 48 Stunden durch. Sie variieren sowohl die Holzfeuchte ($u = 7\%$ bis 19%) als auch die Temperatur ($v = 30^\circ\text{C}$ bis 90°C). Die ermittelten Kurven zeigen eine deutliche Abhängigkeit des Spannungsabbaus von der

Temperatur und von der Holzfeuchte. Ein maximaler Spannungsabbau von etwa 75% nach bereits 48 Stunden ist bei einer Holzfeuchte von 19% und einer Umgebungstemperatur von 90°C festzustellen. Die geringste Abnahme der Initialspannungen wird bei einer Temperatur von 30°C und einer Ausgleichsfeuchte von 10% verzeichnet. Sie beträgt lediglich etwa 6%. Becker und Reiter kommen zu dem Ergebnis, dass eine befriedigende Beschreibung des Verlaufs der Spannungsrelaxation durch eine logarithmische Funktion, wie sie etwa aus einem Maxwell-Modell resultiert, nicht möglich ist. Als Begründung geben die Autoren die komplexen Platzwechsel und Umordnungsvorgänge im Holz auf molekularer Ebene an. Vielmehr müssen zur genauen Beschreibung des Langzeitverhaltens entsprechende Verteilungsfunktionen der unterschiedlichen Relaxationszeiten (Relaxationsspektren) herangezogen werden. Diese Forderung wurde bereits im Jahr 1954 von Grossman [34] ausgesprochen. Die Schwierigkeit dabei ist jedoch, dass diese Verteilungsfunktionen materialabhängig sind und erst durch eine, den gesamten Zeitbereich abdeckende, Versuchsreihe ermittelt werden müssen. Die praktische Relevanz dieser Forderung scheint geringfügig.

Anderson und Booth stellen in [2] Versuche zur Ermittlung des Relaxationsgrades von Biegespannungen an kleinen Proben aus Douglasie (*Pseudotsuga mensiesii*) ($b/d/L=20/20/1700$ mm) im Vierpunkt-Biegeversuch dar. Die Versuche werden für vergleichsweise kleine Verhältnisse zwischen dem Biegeradius R und der Brettdicke d von 200, 133 und 100 durchgeführt. Nach einer Versuchszeit von vier Wochen konnte eine Abnahme der Anfangsrandspannungen um 21%, 27% bzw. 34% festgestellt werden. Auf Grund dieses Ergebnisses konstatieren Anderson und Booth, dass die unterstellte Annahme eines linear-viskoelastischen Materialverhaltens bei der Spannungsrelaxation nicht zutreffend ist. Bei dem kleinsten untersuchten Krümmungsradius mit einem R/d -Verhältnis von lediglich 100 ergibt sich nach Hooke eine maximale Randdehnung von 0,50%. Selbst bei der Verwendung von kleinen, ungestörten Holzproben ist dabei aber zumindest im Druckbereich von einer Überschreitung der Proportionalitätsgrenze auszugehen.

Szalai gibt in seiner Dissertation [118] die zeitliche Abnahme der Initialspannungen von gekrümmten Brettschichtbindern während einer 20-stündigen Pressdauer näherungsweise über eine entsprechende Abnahme des Elastizitätsmoduls nach Gl. 4-4 an. Für Kiefernholz gibt er die empirisch ermittelten Parameter $a=2,81$ und $b=0,03855$ an. Nach 20 Stunden sinkt der Elastizitätsmodul auf etwa 80% seines Anfangswertes ab.

$$E(t)=E(0)\cdot\left[1-\frac{a}{100}\cdot\ln\frac{t+b}{b}\right] \quad \text{Gl. 4-4}$$

Freingruber befasst sich in seiner Dissertation [22] unter anderem mit der zeitabhängigen Spannungsrelaxation gekrümmter Einzellamellen von Brettschichtträgern. Für Brettlamellen aus europäischer Fichte (*Picea abies*), die mit dem 200fachen ihrer Dicke ($R/d=200$) gekrümmt wurden, stellte Freingruber nach 170 Stunden (7,1 Tage) eine maximale Abnahme der Biegespannungen um lediglich 15% fest. Allerdings scheint die hier gewählte Versuchsdauer ebenfalls sehr kurz. Er stellt seine Versuchsergebnisse einem nichtlinearen Feder-Dämpfer-Modell nach Halsey, White und Eyring [35] gegenüber und kommt zu guten Übereinstimmungen. Die erforderlichen Modellparameter müssen allerdings empirisch ermittelt werden, so dass dieses Modell, wie bereits in Kapitel 4.2.2 erwähnt, keinen allzu großen praktischen Wert besitzt.

Bonfield *et al.* wenden in [11] ein mikrorheologisches Modell zur Beschreibung des viskoelastischen Materialverhaltens von Holz an. Im Gegensatz zu den mechanischen oder mathematischen, rein phänomenologischen Modellen, können hier Änderungen in der Spannungsintensität sowie Klimaschwankungen berücksichtigt werden. Zur Überprüfung des Ansatzes werden unter anderem Relaxationsversuche an 20 kleinen Proben des Küsten-Mammutbaums (*Sequoia sempervirens*) durchgeführt. Es zeigt sich, dass das viskoelastische Materialverhalten von Holz, zumindest über den relativ kurzen Zeitraum von knapp 14 Tagen recht gut beschrieben werden kann. Die Autoren weisen jedoch darauf hin, dass wesentlich längere und umfangreichere Versuchsreihen durchzuführen sind, um die Zuverlässigkeit des Modells zu beweisen.

Es zeigt sich, dass von einem in der Literatur oft postulierten, weitgehend plastischen Abbau der Initialspannungen durch Spannungsrelaxation und einer entsprechenden Vernachlässigung bei der Bemessung nicht ausgegangen werden kann. Die Biegespannungen infolge Vorkrümmung bleiben weitgehend erhalten und müssen beim Nachweis der Grenzzustände berücksichtigt werden.

4.3.2 VERSUCHE ZUR BESTIMMUNG DER RELAXATION VON BIEGESPANNUNGEN

Die beschriebenen Versuche zur Ermittlung der Spannungsrelaxation beziehen sich auf vergleichsweise kurze Zeiträume. Zwar ist es dabei durchaus möglich, Trends und Einflüsse verschiedener Parameter zu studieren, um geeignete rheologische Modelle zu adaptieren. Diese sollen ermöglichen, den quantitativen Verlauf der Spannungsrelaxation für alle Zeitpunkte zu beschreiben. Für eine praktische Anwendung im Bauwesen ist jedoch vor allem das Endmaß der Spannungsrelaxation Φ_∞ sowie dessen Halbwertzeit $\Phi_{t_{0,5}}$ von Interesse. Um eine gesicherte Aussage treffen zu können, scheint die gewählte Versuchsdauer in den meisten Fällen als zu kurz. Nicht jede zitierte Literatur befasst sich zudem mit dem Relaxationsverhalten von Biegespannungen und oftmals wurden die Versuchsreihen unter Verwendung von in Europa nicht heimischen Holzarten durchgeführt. Eine genaue Klärung der gesuchten Kennwerte für das wichtigste europäische Bauholz, das Fichtenholz, soll eine entsprechende Versuchsreihe bringen.

Dazu werden insgesamt neun Einzelversuche durchgeführt, welche die Bestimmung des zeitlichen Abbaus eines reinen Biegespannungszustandes zum Ziel haben. Es werden Brettlamellen aus schweizerischem Fichtenholz (*Picea abies*) mit einer Länge von jeweils 120 cm und einer Querschnittsabmessung von 16x50 mm² verwendet. Die Lamellen wurden im Vorfeld einer sehr sorgfältigen visuellen Sondierung unterzogen, um Störstellen wie etwa Astlöcher oder Drehwuchs möglichst auszuschließen. Anschließend wurden die Probekörper über einen Zeitraum von etwa vier Wochen bei einer relativen Luftfeuchte von 65% und bei einer Raumtemperatur von 20°C auf eine Ausgleichfeuchte des Holzes von 12% konditioniert. Die Elastizitätsmoduln der Bretter wurden mit Hilfe eines Dreipunkt-Biegeversuchs gemäß der deutschen Prüfnorm DIN 52186 [16] bestimmt und sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Krümmungsradius	Randdehnung [%]	Anzahl	Bezeichnung	Elastizitätsmodul [N/mm ²]
150·d = 2400 mm	0,333	3	A1	10232
			A2	13033
			A3	12709
225·d = 3600 mm	0,222	3	B1	14383
			B2	12413
			B3	13153
300·d = 4800 mm	0,167	3	C1	11885
			C2	10844
			C3	10981

Tabelle 2: Probekörper der durchgeführten Versuchsreihen mit Materialkennwerten

Die Brett lamellen werden auf Schablonen mit drei unterschiedlichen Biegeradien, die dem 150-, 225- bzw. 300fachen der Lamellendicke entsprechen, kreisförmig vorgekrümmt und mit Hilfe von Schraubzwingen in dieser Form gehalten. Dabei wird ein konstant verlaufendes Biegemoment und demzufolge eine ebenfalls konstant über die Bogenlänge verlaufende Biegespannung in jeder Brett lamelle unterstellt. In bestimmten, mit der Zeit zunehmenden Intervallen werden die Versuchskörper aus ihrer aufgezwängten Krümmung entlassen, wobei lediglich die Bogenmitte fixiert bleibt. Die sich einstellende elastische Rückverformung, die vom Fortschritt des Spannungsabbaus innerhalb der Bretter abhängt, wird an vier diskreten Stellen entlang des Bogens mit Hilfe induktiver Wegaufnehmer gemessen. Anhand der verbleibenden plastischen Anteile bei der Rückverformung können Rückschlüsse auf den Abbau der Biegespannungen getroffen werden. Der sich einstellende Krümmungsradius wird unter Ansatz des Prinzips der kleinsten Fehlerquadrate berechnet. Eine gegebenenfalls unsymmetrische Rückverformung der Bogenträger wird auf diese Weise berücksichtigt. Über den ermittelten Krümmungsradius wird anschließend die zum jeweiligen Zeitpunkt t verbleibende Biegerandspannung $\sigma(t)$ ermittelt und mit der entsprechenden Anfangsrandspannung σ_0 ins Verhältnis gesetzt. Die beiden Zustände vor und nach dem Lösen der Schraubzwingen sind in Abbildung 50 dargestellt.

Nach jeder Messung werden die Lamellen wieder in ihre anfängliche Kreisbogenform zurück gebogen. Der Messvorgang wird so oft wiederholt, bis die Rückverformung gegen einen bestimmten Wert konvergiert und somit von einem Ende des Spannungsabbaus in den Lamellen auszugehen ist. Im vorliegenden Fall beträgt der untersuchte Zeitraum 286 Tage.

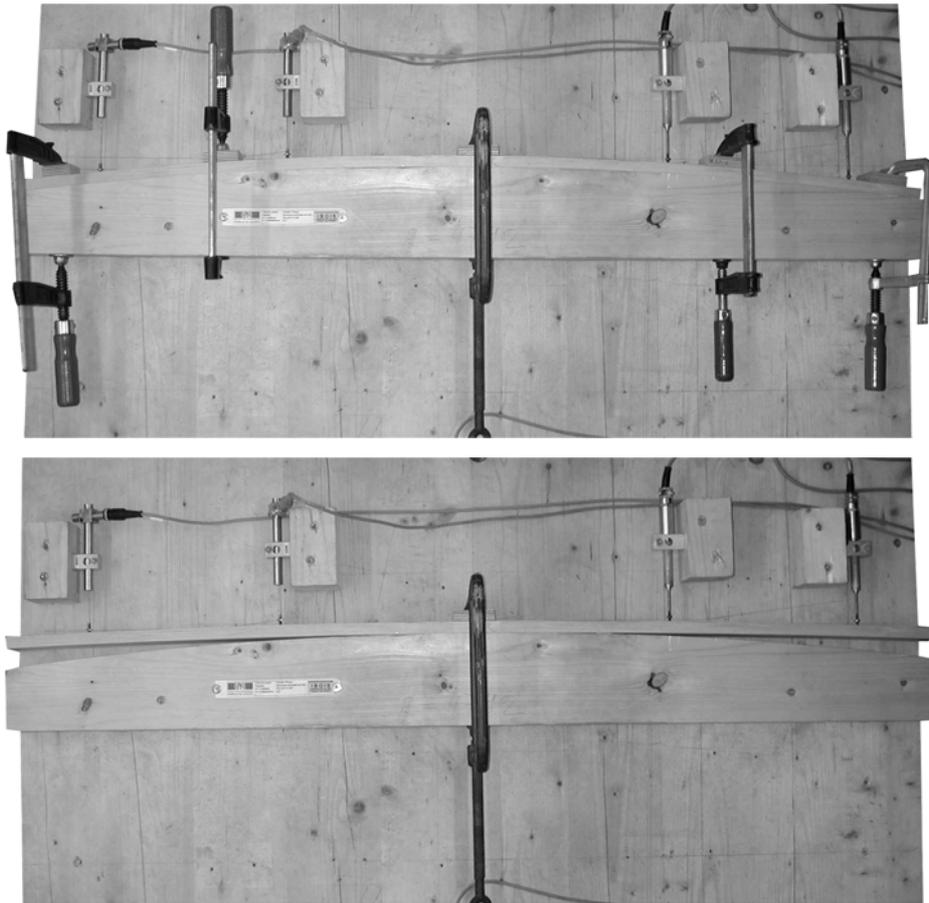


Abbildung 50: Versuchskörper C2 mit induktiven Wegaufnehmern zur Messung der Rückverformung: Im eingespannten Grundzustand (oben); im losgelassenen Zustand (unten)

Bei der Messung selbst ist es aus technischen Gründen nicht möglich, die Rückverformung unmittelbar nach dem Loslassen abzulesen, da vor dem eigentlichen Ablesen der Messdaten erst die entsprechenden Schraubzwingen zu entfernen sind. Auch wenn dieser Arbeitsgang nur etwa 15-20 Sekunden in Anspruch nimmt, ist, gerade in der Anfangsphase des Versuches, ein relativ ausgeprägtes Kriechverhalten der Brettbögen festzustellen, was schnell zu einer Vergrößerung des sich einstellenden Radius nach dem Loslassen führt. Dieser Einfluss auf den gemessenen Kreisbogenradius bleibt jedoch im Folgenden unberücksichtigt.

Setzt man für Zug und Druck näherungsweise die gleichen Elastizitätsmoduln voraus [59], ergibt sich in den Randfasern der Lamellen bei einem R/d -Verhältnis von 300 eine Dehnung von 0,167%. Bei einem Verhältnis von $R/d = 150$ werden die Randfasern um 0,333% gedehnt bzw. gestaucht. Zwar befindet man sich damit bei ungestörten Holzproben sowohl für Druck- als auch für Zug im elastischen Bereich [59]. Für weit ungleichmäßigeres Bauholz mit entsprechenden Fehlstellen nähert man sich bei diesen Krümmungsradien jedoch schon sehr nahe an die Proportionalitätsgrenze an [76]. Für noch kleinere Verhältnisse zwischen Radius und Lamellendicke ist dann die Anwendung des Hookeschen Gesetzes streng genommen nicht mehr zulässig. Entsprechende Formulierungen müssen sich dann auf die Dehnungen beziehen.

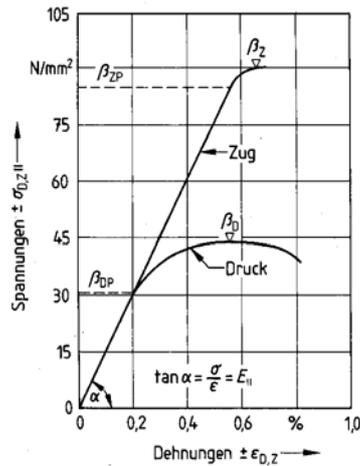


Abbildung 51: Spannungs-Dehnungsbeziehung für Nadelholz, aus [76]

4.3.3 VERSUCHSAUSWERTUNG

Abbildung 52 zeigt den zeitlichen Verlauf der Spannungsrelaxation als Ergebnis der durchgeführten Versuchsreihen als Verhältnis zwischen der Biegeendspannung zum bestimmten Zeitpunkt t und der jeweiligen Anfangsrandspannung σ_0 . Gut zu erkennen ist, wie die Verhältniswerte nach einem gewissen Zeitraum gegen einen bestimmten Endwert konvergieren. In den folgenden Betrachtungen wird davon ausgegangen, dass es zu keinem weiteren Abbau der Spannungen über den betrachteten Zeitpunkt hinaus kommt. Dieser Endwert wird daher als Endmaßzahl der Spannungsrelaxation Φ_∞ bezeichnet. Er bestimmt sich nach Gl. 4-5.

$$\Phi_\infty = \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0} \quad \text{Gl. 4-5}$$

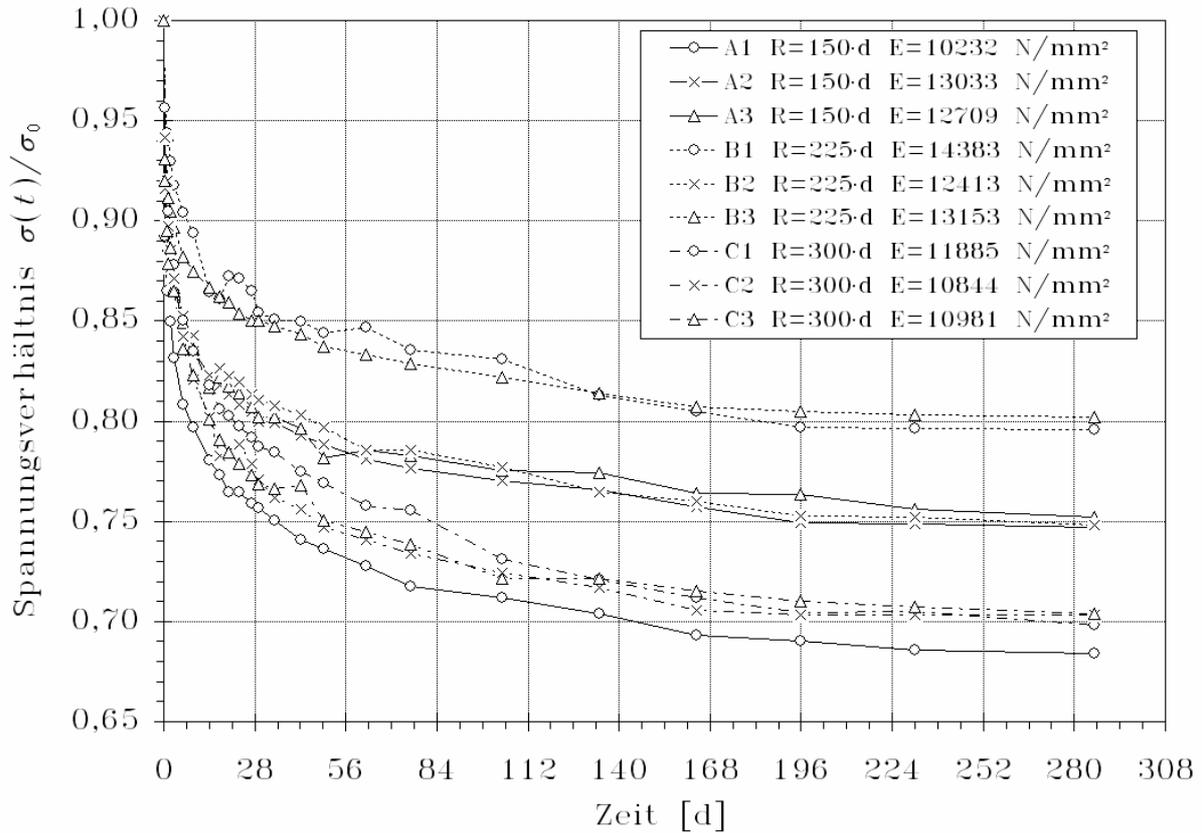


Abbildung 52: Gemessene Relaxation der Biegerandspannungen über einen Zeitraum von 286 Tagen

Der anfangs vermutete Zusammenhang zwischen der Höhe der Anfangsspannungen (die wiederum vom Krümmungsradius und von der Brettelastizität abhängen) und der Höhe des Spannungsabbaus konnte nicht festgestellt werden. Eine entsprechende Abhängigkeit wird von mehreren Forschern im englischsprachigen Raum im Rahmen verschiedener Versuchsreihen zur Spannungsrelaxation konstatiert ([3],[4],[17],[55] u.a.).

Da in den Randfasern ein elastisches Verhalten unterstellt wird, können die Spannungen zum direkten Vergleich herangezogen werden. Abbildung 53 zeigt die Endmaßzahlen Φ_∞ der Spannungsrelaxation in Abhängigkeit der Anfangsrandspannungen σ_0 . Obwohl bei der Serie A der größte Anfangsspannungszustand vorliegt, ergibt sich im Vergleich zu den anderen beiden Serien lediglich ein mittlerer Abbau dieser Spannungen. Serie C hingegen zeigt mit der geringsten Anfangsbeanspruchung ein wesentlich größeres Relaxationsverhalten der Spannungen und entsprechend kleinere Endmaßzahlen. Dies ist auf die niedrigen Elastizitätsmoduln dieser Serie zurückzuführen.

Die vorliegenden Versuchsergebnisse zeigen deutlich, dass es, zumindest bei den untersuchten Proben, zu keiner Vergrößerung des Spannungsabbaus bei einer Erhöhung der Querschnittsausnutzung kommt. Es zeigt sich vielmehr, dass die Höhe des Abbaus der Anfangsspannungen vom Elastizitätsmodul der Holzlamellen abhängt. Je größer dieser ist, desto geringer ist der beobachtete Spannungsabbau. So bleiben etwa bei der Brettlamelle B1 mit dem größten ermittelten Elastizitätsmodul von 14383 N/mm² nach 286 Tagen rein rechnerisch etwa 80% der

Anfangsspannungen erhalten, während im Fall der Lamelle A1, die mit 10323 N/mm^2 den geringsten Modul besitzt, nach der gleichen Zeit lediglich 68% der Anfangsspannungen verbleiben. Bretter, deren Elastizitätsmodul zwischen diesen beiden Extremen liegen, lassen näherungsweise einen linearen Zusammenhang zwischen dem Endmaß der Spannungsrelaxation und der Elastizität erkennen. In Abbildung 54 sind die Endmaßzahlen in Abhängigkeit der Elastizitätsmoduln aufgetragen und durch eine Näherungsbeziehung nach Gl. 4-6 dargestellt.

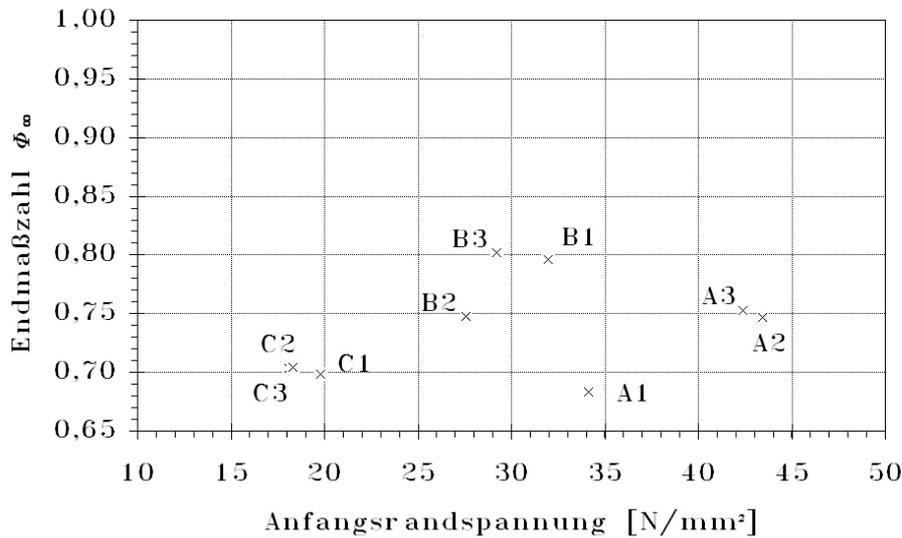


Abbildung 53: Endmaßzahl der Spannungsrelaxation in Abhängigkeit von der Anfangsrandspannung σ_0 nach einer Versuchsdauer von 286 Tagen

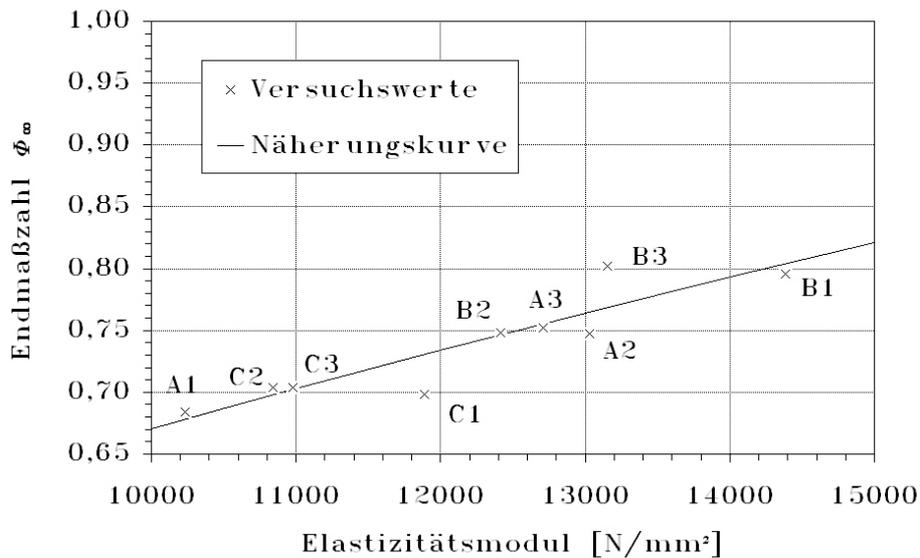


Abbildung 54: Endmaßzahl der Spannungsrelaxation in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul nach einer Versuchsdauer von 286 Tagen; Annäherung durch Gl. 4-6

Auf Grund der Vermutung, dass die Relaxation der Biegespannungen und das Phänomen des Kriechens auf den gleichen mikrostrukturellen Effekten beruhen, liegt es nahe, einen Zusammenhang zwischen den beiden Endmaßzahlen herzustellen. Setzt man voraus, dass der Grad der betrachteten Spannungsrelaxation lediglich von der Elastizität und nicht vom Ausnutzungsgrad der jeweiligen Brettlamelle abhängig ist, können die Endmaßzahlen der Relaxation mit Hilfe einer Näherungskurve nach Gl. 4-6 beschrieben werden. Die Ergebnisse lassen sich, zumindest in dem untersuchten Rahmen, gut abbilden. Die Gleichung Gl. 4-6 ist zur besseren Veranschaulichung in Abbildung 54 gegen die Versuchswerte aufgetragen. Im baupraktisch relevanten Bereich zwischen 10000 N/mm² und 14000 N/mm² lässt sich näherungsweise eine Linearität unterstellen.

$$\frac{\sigma_{\infty}}{\sigma_0} = \Phi_{\infty} = e^{-0,4} \cdot \sqrt{\frac{E}{10000 \cdot \text{N/mm}^2}} \quad \text{Gl. 4-6}$$

Für die zum Zeitpunkt $t=\infty$ verbleibende Randspannung lässt sich somit folgende Beziehung schreiben:

$$\sigma_{\infty} = \Phi_{\infty} \cdot \frac{E \cdot d}{2R_0} \quad \text{Gl. 4-7}$$

4.4 EINFLUSS DER KLIMATISCHEN BEDINGUNGEN AUF DIE SPANNUNGS-RELAXATION

Bei zunehmender Holzfeuchte nimmt die Elastizität zu. Nach Möhler [76] beträgt die Abnahme des Elastizitätsmoduls bei einer Feuchtezunahme von 12% auf 30% etwa 14%. Kollmann [60] gibt für die gleiche Zunahme der Holzfeuchte bis zum Fasersättigungspunkt eine Abnahme des Elastizitätsmoduls von etwa 15% an. Nach Abbildung 55 kann zwischen einer Holzfeuchte von 10% und 20% näherungsweise von einem linearen Zusammenhang zwischen der Holzfeuchte und der Elastizität ausgegangen werden. Eine Brettlamelle mit einem Feuchtegehalt von etwa 20% weist demnach, im Vergleich zu einer Brettlamelle mit einer Ausgleichsfeuchte von 12%, eine um rund 10% geringere Randspannung infolge Krümmens auf.

Wird darüber hinaus angenommen, dass der unterstellte lineare Zusammenhang zwischen dem Elastizitätsmodul und der Endmaßzahl der Spannungsrelaxation nach Gl. 4-6 weiterhin besteht, kann, im Vergleich zu einem Brett mit einem Feuchtegehalt von 12%, von einem um 5% erhöhtem Spannungsabbau ausgegangen werden. Somit kann eine Verminderung der maximal verbleibenden Randspannung von etwa 15% angenommen werden. Allerdings wird hierbei ein erhöhter Feuchtegehalt unterstellt, der während der gesamten Zeitspanne konstant bleibt.

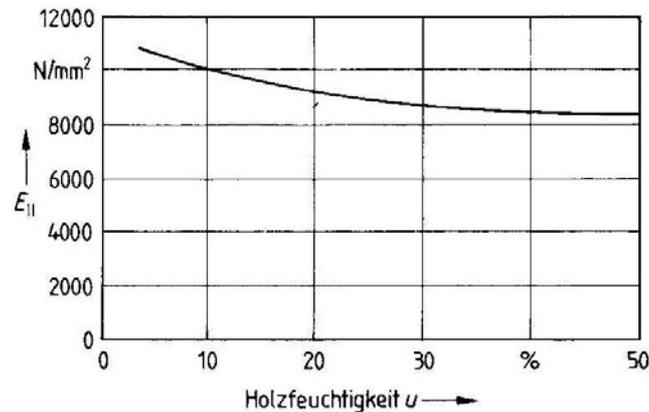


Abbildung 55: Elastizitätsmodul E_{II} von Nadelholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchte u , nach Möhler [76]

Nimmt man hingegen an, dass etwa die Hälfte des Spannungsabbaus bereits nach einer Halbwertszeit von nur wenigen Tagen abgeschlossen ist, kann mit dem Einbau von Holz mit einem Feuchtegehalt von 20% von einer Verringerung der bleibenden Eigenspannungen von mindestens 10% ausgegangen werden. Diesen Berechnungen wird allerdings unterstellt, dass sich der Spannungsabbau bei erhöhtem Feuchtegehalt ebenso wie unter Ansatz einer Ausgleichsfeuchte von 12% verhält.

Der Einbau von Holz mit einem Feuchtegehalt von bis zu 20% (Nutzungsklasse 2 nach DIN 1052) ist unproblematisch, wenn sicher gestellt werden kann, dass dieses weiter trocknen kann. Da jedoch auch die Fugensteifigkeit über die Lochleibungsfestigkeit des Holzes direkt von der Holzfeuchte abhängt, ist gegebenenfalls ein genauer Nachweis zu führen. Werner gibt in seiner Dissertation [119] den Zusammenhang zwischen der Lochleibungsfestigkeit und Holzfeuchte an und führt eine reduzierte Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k,red}$ nach Gl. 4-8 ein.

$$f_{h,k,red} = f_{h,k} \cdot \frac{26}{(u + 14)} \quad \text{Gl. 4-8}$$

Auf Grund der vergleichsweise kleinen Einzelquerschnitte bei der Brettrippbauweise sind Schwindrisse beim Austrocknen der Holzlamellen unbedenklich. Der Einbau von Holz im grünen Zustand mit einer Holzfeuchte von über 30% sollte jedoch auf Grund erhöhter Fäulnisgefahr grundlegend vermieden werden. Der Einbau von feuchtem Holz sollte nicht dazu führen, die zulässigen Krümmungsradien zu verkleinern.

Weitaus mehr Einfluss auf das Relaxationsverhalten scheint die Umgebungstemperatur im Zusammenspiel mit einer erhöhten Holzfeuchte zu haben. Allerdings sind lediglich Untersuchungen zum Einfluss der Temperatur auf das Kriechen bekannt. Bodig [10] stellt bei seinen Untersuchungen am Holz der ostaustralischen Araukarie - hoop pine (*Araucaria cunninghamii*) eine Verdoppelung des relativen Kriechens bei einer Verdoppelung der Temperatur fest.

Dass sowohl der Feuchtegehalt als auch die Temperatur einen entscheidenden Einfluss auf die plastischen Verformungseigenschaften des Holzes besitzen, zeigen nicht zuletzt die extremen

Krümmungen, welche zum Beispiel die Korbstuhlflechter dem Holz verleihen. Eine entsprechende Anwendung im konstruktiven Ingenieurholzbau scheint allerdings fraglich.

4.5 RELAXATION DER TORSIONSSPANNUNGEN

Flächentragwerke in Brettrippenbauweise sollten derart konzipiert werden, dass die einzelnen Rippen jeweils geodätischen Linien auf der Schalenoberfläche folgen. Dabei kommt es konstruktionsbedingt in den Einzelbrettern zu einer vergleichsweise geringen Biegebeanspruchung um die schwache Brettachse sowie zu einer Torsion. Dieser konstruktionsbedingte Schubspannungszustand aus Torsion baut sich, wie auch der Biegespannungszustand, mit der Zeit ab. Über die Relaxation von Schubspannungen aus Torsion liegen nach Kenntnis des Autors keine wissenschaftlichen Erkenntnisse vor. Im Folgenden soll versucht werden, entsprechende Erkenntnisse bezüglich des Torsionskriechens auf das Phänomen der Relaxation von Schubspannungen aus Torsionsbeanspruchung zu übertragen.

Gressel zeigt in [31] Kriechkurven von Fichtenholz (*Pices abies*) unter verschiedenen Beanspruchungen über einen Untersuchungszeitraum von etwa 6000 Stunden (250 Tage) (Abbildung 56). Der angegebene Kriechfaktor stellt dabei die Anfangsverschiebungen und Anfangsverdrehungen w_0 mit den entsprechenden Verformungen w_t zum Zeitpunkt t ins Verhältnis. Die in der Literatur oft angegebene Kriechzahl φ definiert sich nach Gl. 4-9.

$$\varphi_t = \frac{w_t - w_0}{w_0} \quad \text{Gl. 4-9}$$

Bei der Betrachtung von Abbildung 56 zeigt sich bei einer Zunahme der Verwindung infolge eines konstant gehaltenen Torsionsmomentes ein wesentlich weiches Langzeitverformungsverhalten als bei einer entsprechenden Biegebeanspruchung. Während beim Kriechen unter Biegebeanspruchung nach 6000 Stunden von einer Kriechzahl von etwa $\varphi = 0,49$ ausgegangen werden kann, liegt das entsprechende Maß bezüglich einer Torsionsbeanspruchung bei immerhin $\varphi \cong 1,20$. Für den Spannungsnachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit bedeutet dies einen rechnerischen Ansatz der Torsionsspannungen infolge Vorkrümmung zum Bemessungszeitpunkt $t=\infty$ von nur 45% der Anfangsspannung. Darüber hinaus kommt es bei zweireihiger Anordnung der mechanischen Verbindungsmittel zur Mobilisierung einer entsprechenden Verbundtragwirkung auch bezüglich der Torsionsbeanspruchung, wodurch es zu einer Umlagerung der Initialspannungen analog zu den Biegespannungen kommt.

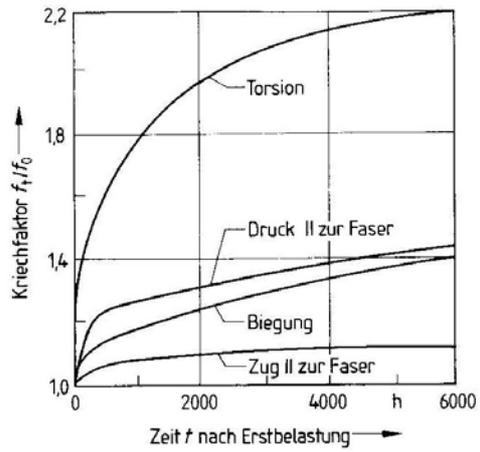


Abbildung 56: Kriechkurven von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Belastungsart bei 20°C und 55% rLF; Belastungsgrad zwischen 20% und 30%, aus Gressel [31]

5 STIFTFÖRMIGE VERBINDUNGSMITTEL

5.1 VORBEMERKUNG

Bei der Verwendung von mechanischen Verbindungsmitteln im ingenieurmäßigen Holzbau ist die Kenntnis der mechanischen Eigenschaften Steifigkeit und Tragfähigkeit des einzelnen Verbindungsmittels von großer Bedeutung für die Bemessung der Grenzzustände. Dazu wurden in der Vergangenheit eine Vielzahl von Versuchsreihen an verschiedenen Verbindungen durchgeführt. Ergebnis dieser Versuche sind Energiekurven, die das mechanische Kraft-Verformungsverhalten der Verbindung charakterisieren. Damit können die Tragfähigkeit und die Steifigkeit des einzelnen Verbindungsmittels ermittelt werden.

Die im Versuch gewonnenen Kraft-Verformungs-Kennlinien lassen sich im Allgemeinen in drei Teilbereiche unterteilen. Im ersten Bereich unter geringer Last ist ein linear-elastisches Verhalten zu beobachten. Das Verhältnis zwischen der aufgetragenen Last und der sich ergebenden Verschiebung wird als Anfangssteifigkeit oder Anfangsverschiebungsmodul K_{ser} der Verbindung bezeichnet. Empirisch ermittelte Rechenwerte in Abhängigkeit des gewählten Verbindungsmittels, seines Nenndurchmessers d und der Rohdichte des Holzes ρ_k sind als Anfangsverschiebungsmoduln je Scherfuge und Verbindungsmittel in den Holzbaunormen (zum Beispiel [14],[111]) angegeben. Das Überschreiten der Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$ des Holzes sowie das Plastizieren des stiftförmigen metallischen Verbindungsmittels leitet den Übergang in den linearplastischen Bereich ein. Dieser Wechsel ist in der Regel mit einem Knick in der Last-Verschiebungskurve verbunden. Bei Kraftsteigerung erfolgt ein weiterer Übergang in einen fortgeschrittenen plastischen Bereich. In diesem sehr weichen Abschnitt kommt es kaum noch zu einer Laststeigerung. Der Verlauf ist deshalb meist flach oder horizontal bis es schließlich zum Versagen der Verbindung kommt. In Abhängigkeit von der Duktilität der betrachteten Verbindung ist dieser Bereich mehr oder minder ausgeprägt. In der Regel ist eine möglichst hohe Duktilität erwünscht, um infolge des spröden Versagensverhaltens von Holz eine Vorankündigung des Verbindungsversagens und gewisse Umlagerungsreserven zu gewährleisten. Die drei beobachteten Teilbereiche im Kraft-Verformungsverhalten von stiftförmigen Verbindungsmitteln lassen sich zur mechanischen Modellierung durch bi- oder trilineare Ansätze mit ausreichender Genauigkeit annähern.

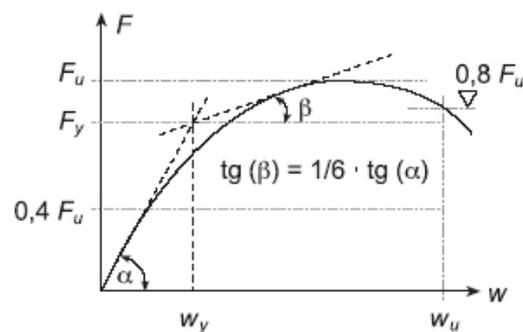


Abbildung 57: Definition von Steifigkeit und Duktilität, nach SIA 265 [111]

Ein Maß der Duktilität ist das Verhältnis zwischen der elastischen und der plastischen Verformung. Nach der schweizerische Holzbaunorm SIA 265 [111] berechnet sich das Duktilitätsmaß entsprechend Gl. 5-1, wobei w_y die elastische Verformung bei der charakteristischen Tragfähigkeit $F_y = F_u / \gamma_M$ und w_u die plastische Grenzverformung bei etwa 80% der Tragfähigkeit darstellen (Abbildung 57).

$$D_s = \frac{w_u}{w_y} \quad \text{Gl. 5-1}$$

Tabelle 3 gibt exemplarisch Werte des Duktilitätsmaßes für verschiedene Holzverbindungen an. Alle in dieser Tabelle angegebenen Verweise beziehen sich auf das Originalwerk.

Duktilitätsmass D_s	Verbindungsart
$D_s = 1 \dots 2$	Kontaktstösse Holz - Holz sowie Holz - andere Baustoffe Scherverbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln und Holzdicken kleiner als gemäss Tabelle 19 Auf Ausziehen beanspruchte Nägel, Schrauben und eingeleimte Stäbe Ringdübel Einseitige und beidseitige Einpressdübel Nagelplatten Leimverbindungen
$D_s > 3$	Scherverbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln und Holzdicken gemäss Tabelle 19 Nagelverbindungen mit einer Einschlagtiefe $s \geq 8d$ ¹⁾ Klammerverbindungen mit Mindestholzdicken gemäss Ziffer 6.6.1 Schraubenverbindungen mit einer Einschraubtiefe $s \geq 8d$
¹⁾ Falls die relativen Holzdicken für vorgebohrte Nagelverbindungen gemäss Tabelle 28 nicht eingehalten werden, ist mit einem Duktilitätsmass $D_s < 3$ zu rechnen.	

Tabelle 3: Duktilitätsmaße von Holzverbindungen, aus SIA 265 [111]

Das mechanische Verhalten eines in Holz gebetteten stiftförmigen Verbindungsmittels ist von einer Vielzahl von Einflussparametern abhängig. Im Wesentlichen wird es durch die Lochleibungsfestigkeit $f_{h,k}$, die wiederum von der Rohdichte des Holzes ρ_k und dem Stiftdurchmesser d abhängt, von der Festigkeit des metallischen Stiftes $f_{u,k}$ sowie von der Geometrie der Verbindung selbst bestimmt. Letztere definiert sich über die Schlankheit λ , das Verhältnis zwischen der Holzdicke t und dem Stiftdurchmesser d und berechnet sich nach Gl. 5-2.

$$\lambda = \frac{t}{d} \quad \text{Gl. 5-2}$$

Die Schlankheit hat einen entscheidenden Einfluss auf das Verformungsverhalten des gebetteten Stiftes und somit auch auf die Duktilität und die erreichbare Traglast einer Verbindung (Abbildung 58).

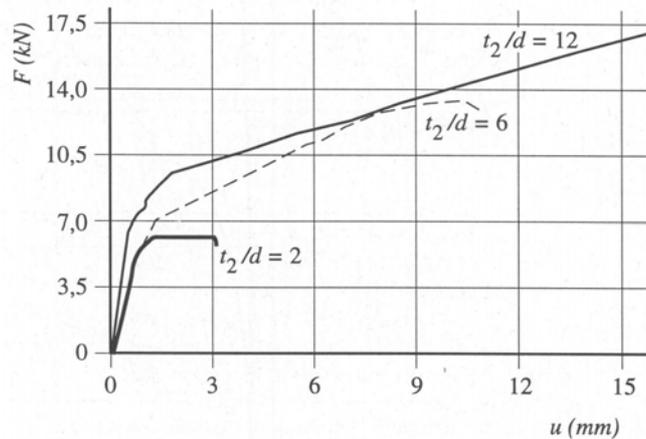


Abbildung 58: Einfluss der Schlankheit eines Stabdübels auf die Duktilität einer Holz-Holz-Verbindung bei Zugbeanspruchung parallel zur Faser, nach Racher [95]

Werden mehrere stiftförmige Verbindungsmittel hintereinander in Reihe angeordnet, so erfolgt die Kraftverteilung auf die einzelnen Verbindungsmittel zunächst ungleichmäßig. Die im Bereich der Krafteinleitung angeordneten Verbindungsmittel ziehen auf Grund der Steifigkeitsverhältnisse mehr Last an. Erst wenn eine ausreichende Duktilität der Verbindung durch plastische Verformungen und entsprechende Umlagerungen vorhanden ist, stellt sich eine gleichmäßige Lastverteilung ein (siehe dazu auch [8]). Die Verbindung kann ihre Traglast voll ausschöpfen. Dazu müssen die plastischen Verformungen im Verbindungsmittel stattfinden, da das Holz selbst nicht über eine ausreichende Duktilität verfügt. Ein möglichst großes Arbeitsvermögen des einzelnen Verbindungsmittels ist also durchaus wünschenswert, insofern es nicht im Widerspruch zu den Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit steht.

5.2 TRAGMODELL NACH JOHANSEN

Die in der deutschen Holzbaunorm DIN 1052 [14], Anhang G angegebenen Rechenwerte der Tragfähigkeit R_k für auf Abscheren beanspruchte stiftförmige Verbindungsmittel beruhen auf plastischen Tragmodellen nach Johansen [53]. Diesen liegen unterschiedliche Versagensmechanismen und die Annahme idealplastischer Materialeigenschaften zugrunde. Eine ausführliche Beschreibung der Herleitung ist bei Hilson [46] zu finden.

Die von Johansen betrachteten plastischen Tragmodelle sind nur für duktile Versagensformen gültig. Spröde Versagensformen von Verbindungen, wie etwa ein Aufspalten des Holzes, können von diesen Modellen nicht berücksichtigt werden [75]. Spröde Versagensformen müssen bei der Konzeption zum Beispiel durch die Wahrung genügend großer Verbindungsmittel- und Randabstände ausgeschlossen werden.

Die charakteristische Tragfähigkeit R_k ist begrenzt durch die Plastizierung des Holzes oder durch das Auftreten eines oder mehrerer plastischer Fließgelenke im stiftförmigen Verbindungsmittel

bei gleichzeitigem Plastizieren des Holzes. Prinzipiell lassen sich die drei Versagensmechanismen nach Abbildung 59 unterscheiden.

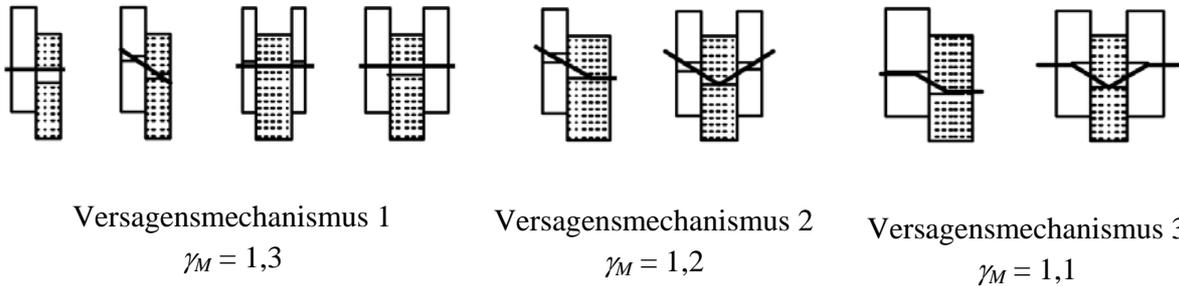


Abbildung 59: Unterschiedliche Versagensmechanismen nach DIN 1052 [14]; angesetzte Teilsicherheitsbeiwerte

Der Versagensmechanismus 1 ist dabei durch das Erreichen der Lochleibungsfestigkeit im Holz in mindestens einem der verbundenen Bauteile gekennzeichnet. Durch die plastische Eindrückung des Holzes kommt es zu Verformungen mit oder ohne Schiefstellen des Verbindungsmittels, wobei im Stift selbst keine plastische Verformung auftritt. Die Tragfähigkeit steigt proportional mit der Lochleibungsfläche an, bei konstantem Verbindungsmitteldurchmesser also proportional zur Schlankheit λ [75]. Bei Versagensmechanismus 2 tritt zusätzlich zu einer Plastizierung des Holzes auf Grund der einseitigen Einspannung des Verbindungsmittels eine plastische Verformung (Fließgelenk) im metallischen Stift auf. Der Zusammenhang zwischen der Tragfähigkeit und der Schlankheit ist bei diesem Versagensmechanismus nicht mehr proportional. Steigt die Schlankheit der betrachteten Verbindung weiter an, können beiderseits im Stift Fließgelenke auftreten. Dieses Versagen wird durch den Mechanismus 3 gekennzeichnet. Bei einer Erhöhung der Schlankheit kann keine weitere Tragfähigkeitssteigerung erzielt werden.

Die Rechenwerte der charakteristischen Tragfähigkeit R_k pro Scherfuge und Verbindungsmittel entsprechen in etwa den Mittelwerten der zu erwartenden Tragfähigkeiten aus Abscherversuchen an entsprechenden Verbindungen. Für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist bei der Bestimmung des Bemessungswertes der Tragfähigkeit R_d der entsprechende Teilsicherheitsbeiwert γ_M und der Modifikationsbeiwert k_{mod} zur Berücksichtigung des Einflusses der Nutzungsklasse und der Lasteinwirkungsdauer auf die Festigkeitseigenschaften nach Gl. 5-3 zu berücksichtigen. Da die Versagensmechanismen 2 und 3 nach Abbildung 59 zu einer duktilen Verbindung führen und das Schiefstellen des Verbindungsmittels günstige Tragfähigkeitsreserven mobilisiert, sind für diese Fälle erhöhte Bemessungswerte zulässig.

$$R_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{R_k}{\gamma_M} \quad \text{Gl. 5-3}$$

Johansen geht bei der theoretischen Herleitung seiner Rechenwerte für die Tragfähigkeit von einem idealen Materialverhalten sowohl für das Holz als auch für das stiftförmige Verbindungsmittel aus. Zwar zeigen Versuche zur Überprüfung der Gültigkeit der theoretischen Modelle eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Rechenwerten und die Unterstellung

eines ideal-plastischen Verhaltens für den metallischen Stift ist im Allgemeinen gegeben. Eine entsprechende Annahme für den Werkstoff Holz ist jedoch streng genommen nicht ganz zutreffend. Ehlbeck und Malinovski [19] zeigen für Nadelholz einen leicht exponentiellen Zusammenhang zwischen der Bettungsziffer K_1 und der Eindrückung. Demnach sinkt der Eindrückwiderstand bei zunehmendem Lastniveau.

Die von Johansen aufgestellten Modelle beziehen sich auf symmetrische und unsymmetrische, ein- und zweischnittige Verbindungen, wie sie im Holzbau üblicherweise verwendet werden. Bei Verbindungen mit mehr als zwei Scherfugen wird die Verbindung durch eine Reihe hintereinander geschalteter zweischnittiger Verbindungen behandelt. Die Vorgehensweise ist bei Steck [113] geschildert.

In der schweizerischen Holzbaunorm SIA 265 [111] wird bei der Ermittlung der Verbindungsmitteltragfähigkeit keine Unterscheidung zwischen einschnittigen und zweischnittigen Verbindungen gemacht. Es wird davon ausgegangen, dass es bei einer entsprechend großen Einschlagtiefe des Verbinders bei einer einschnittigen Ausführung zu einer Einspannung kommt und die Tragfähigkeit des einzelnen Verbindungsmittels der bei einer zweischnittigen Verbindung entspricht. Dies trifft zwar für die meisten Zangenanschlüsse zu. Liegen davon abweichende Verbindungen vor, sollte die Anwendung der Rechenwerte auf Plausibilität jedoch überprüft werden.

5.3 BESONDERHEITEN IM TRAGVERHALTEN MEHRTEILIG GESCHICHTETER VERBUNDKONSTRUKTIONEN MIT GROßEN VERBINDUNGSSCHLANKHEITEN

Johansen betrachtet in seinen theoretischen Modellen im Wesentlichen die in der ingenieurmäßigen Holzbaupraxis üblichen zweischnittigen Zangenverbindungen. Diesen, wie auch den allermeisten in Abscherversuchen geprüften Verbindungen, ist gemeinsam, dass sich die äußere Last auf die beteiligten Scherfugen aufteilt. Eine solche Verbindung lässt sich durch ein System von parallel geschalteten Federn nach Abbildung 60 darstellen, wobei die Anzahl der Federn der Anzahl der Scherfugen und die Einzelfedersteifigkeiten den Federsteifigkeiten der Fugen entsprechen. Die Anzahl der Scherfugen geht sowohl bei der Bestimmung der Steifigkeit, als auch der Tragfähigkeit linear ein. Je mehr Scherfugen vorhanden sind, desto steifer und tragfähiger ist eine solche Verbindung. Die Verbindungsmittel erfahren eine Einspannung in dem vergleichsweise dicken Mittelholz, was zu einer entsprechend steifen Verbindung führt.

Im Gegensatz dazu sieht das Verformungs- und Tragverhalten des einzelnen Verbindungsmittels bei mehrteilig geschichteten Biegeträgern mit vergleichsweise gedrungenen Verbindungsschlankheiten und insbesondere bei der Brettrippenbauweise differenzierter aus. So lässt beispielsweise die Fugenverschiebung an den Auflagern eines dreiteiligen Einfeldträgers infolge einer vorgegebenen Biegelinie eine punktsymmetrische Verschiebung des einzelnen Verbindungsmittels vermuten. Die genaue Betrachtung eines solchen dreiteiligen Elementes zeigt, dass bei einer gegengerichteten Belastung der beiden äußeren Lamellen die volle Kraft über jede beteiligte Schubfuge übertragen werden muss. Die Gesamtverschiebung setzt sich aus den Einzelverschiebungen der hintereinander geschalteten Fugen zusammen. Eine solche Verbindung kann durch ein System von hintereinander geschalteten Federn nach Abbildung 60 dargestellt werden.

Die Gesamtsteifigkeit des Systems nimmt also reziprok mit der Anzahl der Scherfugen ab. Je mehr Scherfugen hier vorhanden sind, desto weicher wird die Verbindung. Die Möglichkeit der Verbindungsmittel, sich in die mittlere Lamelle einzuspannen, ist nicht gegeben.

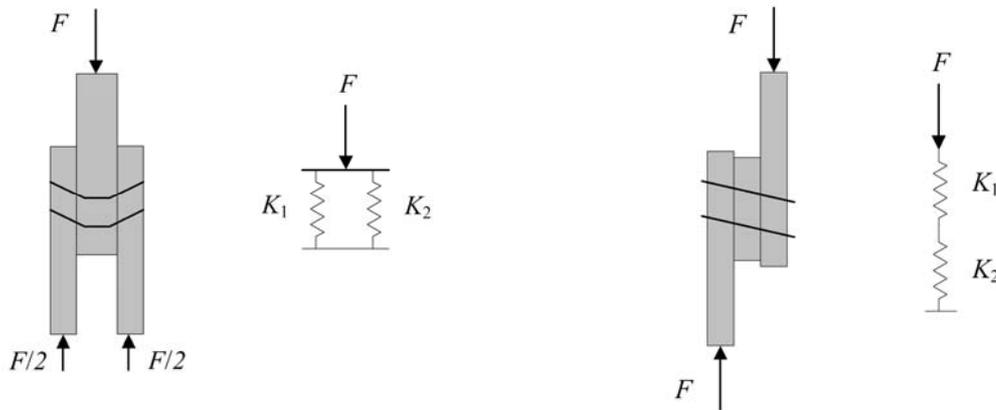


Abbildung 60: Schematisierte Federmodelle: Zweischnittige Zangenverbindung als Standardmodell (links); mehrschichtiges Verbundsystem mit punktsymmetrischem Verschiebungsverhalten (rechts)

Allgemeingültig kann für die Steifigkeit K_{ser} und die Tragfähigkeit F_u einer solchen Verbindung mit n Verbindungsmitteln und m Scherfugen der folgende Zusammenhang geschrieben werden:

$$K_{ser} = K_{ser,1} \cdot \frac{n}{m} \quad \text{Gl. 5-4}$$

$$F_u = F_{u,1} \cdot n \quad \text{Gl. 5-5}$$

5.4 MODIFIZIERTE TRAGMODELLE

Auf Grund des abweichenden Trag- und Verformungsverhaltens der betrachteten Verbindung ist eine Beschreibung der Tragfähigkeit unter Ansatz der konventionellen Modelle nach Johansen nur für einschnittige Verbindungen möglich. Bei Ausbildung mehrschnittiger Verbindungen, wie sie bei der Brettruppenbauweise zur Anwendung kommen, müssen die entsprechenden theoretischen Tragmodelle modifiziert werden.

Nachfolgend werden die Versagenslasten exemplarisch für dreiteilige und für vierteilige Querschnitte unter Annahme gleicher Einzelteile mit einer Querschnittshöhe t und unter Ansatz gleicher Lochleibungsfestigkeiten $f_{h,k}$ für die beiden Versagensmechanismen 1 und 3 hergeleitet. Es wird näherungsweise ein idealplastisches Materialverhalten sowohl für die Lochleibungsspannung des Holzes, als auch für die Biegung des metallischen Stiftes vorausgesetzt. Der kleinere der beiden Rechenwerte ist maßgebend.

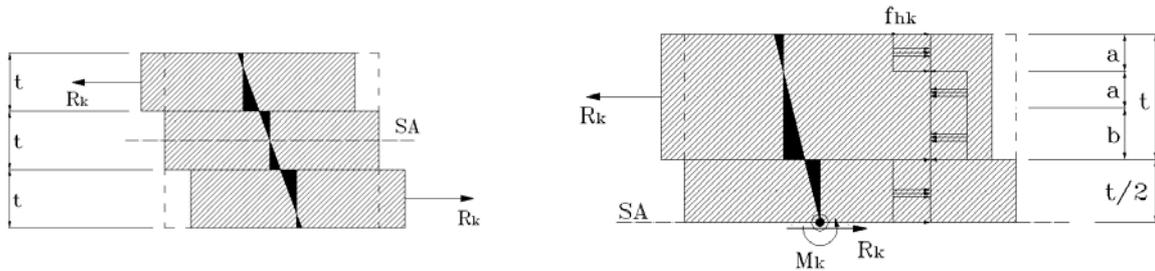


Abbildung 61: Dreiteiliger Verbundquerschnitt; Versagensmechanismus 1

Für den in Abbildung 61 dargestellten dreiteiligen Verbundquerschnitt unter Annahme eines Schiefstellens des Stiftes ohne plastische Verformungen im Stift selbst (Versagensmechanismus 1) kann die charakteristische Traglast allgemeingültig nach Gl. 5-6 geschrieben werden.

$$R_k = f_{h,k} \cdot b \cdot d \quad \text{Gl. 5-6}$$

Die Länge b des Spannungsblockes lässt sich über das Momentengleichgewicht in der Symmetrieachse (SA) der Verbindung ermitteln. Für die vorliegende antimetrische Belastung des Verbindungsmittels muss die Biegebeanspruchung in der Symmetrieachse Null sein. Aus dem Kräftegleichgewicht ergibt sich nach kurzem Umformen das charakteristische Drehmoment M_k nach Gl. 5-7.

$$M_k = f_{h,k} \cdot d \cdot \left(a^2 - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}bt + \frac{1}{8}t^2 \right) = 0 \quad \text{Gl. 5-7}$$

Außerdem gilt:

$$t = 2a + b \quad \text{Gl. 5-8}$$

Das Einsetzen von Gl. 5-8 in Gl. 5-7 liefert die quadratische Gleichung zur Bestimmung von b .

$$b^2 + 4bt - \frac{3}{2}t^2 = 0 \quad \text{Gl. 5-9}$$

$$b_{1,2} = -2t \pm \sqrt{4t^2 + \frac{3}{2}t^2} \quad \text{Gl. 5-10}$$

$$b = 0,345 \cdot t \quad \text{Gl. 5-11}$$

Mit der Einflusslänge b kann nun nach Gl. 5-6 die charakteristische Tragfähigkeit wie folgt geschrieben werden:

$$R_k = 0,345 \cdot f_{h,k} \cdot d \cdot t \quad \text{Gl. 5-12}$$

Beim Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist bei der Bestimmung des Bemessungswertes der Tragfähigkeit der Teilsicherheitsbeiwert γ_M und der Modifikationsbeiwert k_{mod} zu berücksichtigen. Gemäß den Normen sind die Fraktilwerte der Materialeigenschaften einzusetzen.

$$R_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{R_k}{\gamma_M} \quad \text{Gl. 5-13}$$

Für die Lochleibungsfestigkeit in vorgebohrten Hölzern gilt bei einer Beanspruchung parallel zur Faserrichtung für Nägel und Schrauben die Bestimmung nach SIA 265:

$$f_{h,k} = 0,15 \cdot d^{-0,3} \cdot \rho_k \quad \text{Gl. 5-14}$$

Kommt es bei einer schlanken Verbindung zusätzlich zu einer plastischen Verformung im Holz auch noch zur Ausbildung zweier Fließgelenke $M_{y,k}$ im metallischen Stift, wie sie in Abbildung 62 dargestellt sind (Versagensmechanismus 3), lassen sich, analog zur oben geschilderten Vorgehensweise, die Gleichungen Gl. 5-15 bis Gl. 5-18 schreiben. Infolge der antisymmetrischen Belastung des Stiftes ist auch hier das Biegemoment M_k in der Symmetrieachse gleich Null.

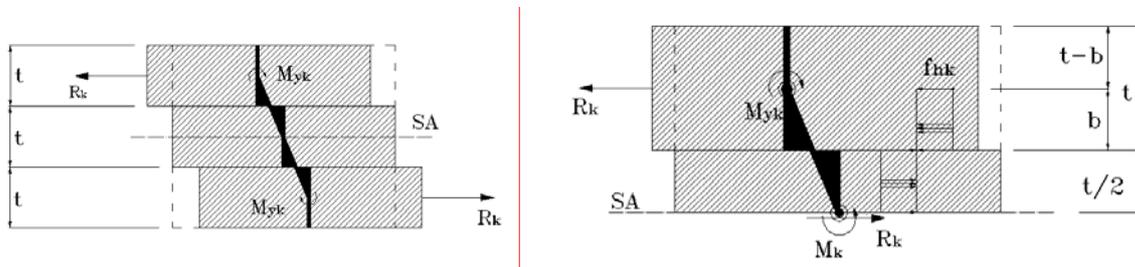


Abbildung 62: Dreiteiliger Verbundquerschnitt; Versagensmechanismus 3

$$M_k = M_{y,k} + f_{h,k} \cdot d \cdot \left[-\frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}bt + \frac{1}{8}t^2 \right] = 0 \quad \text{Gl. 5-15}$$

$$b^2 + bt - \frac{1}{4}t^2 - \frac{2 \cdot M_{y,k}}{f_{h,k} \cdot d} = 0 \quad \text{Gl. 5-16}$$

$$b_{1,2} = -\frac{1}{2}t \pm \sqrt{\frac{1}{4}t^2 + \frac{2 \cdot M_{y,k}}{f_{h,k} \cdot d}} \quad \text{Gl. 5-17}$$

$$R_k = f_{h,k} \cdot d \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot M_{y,k}}{f_{h,k} \cdot d} + \frac{1}{2} t^2} - \frac{1}{2} t \right) \quad \text{Gl. 5-18}$$

Für Holzschrauben mit einer Stahlqualität von 4.6 und für selbstbohrende Schrauben mit einer Mindestzugfestigkeit $f_{u,k}$ von 800 N/mm² darf der charakteristische Wert des Fließmomentes nach Gl. 5-19 angenommen werden. Auch hier entspricht die Stahlzugfestigkeit dem 5%-Fraktilwert.

$$M_{y,k} = 0,26 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,7} \quad \text{Gl. 5-19}$$

Entsprechend kann für den vierteiligen Verbundquerschnitt vorgefahren werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zusammengefasst. Der kleinere Wert ist jeweils maßgebend.

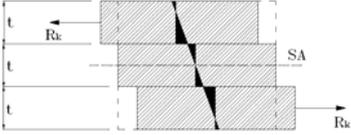
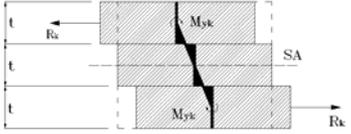
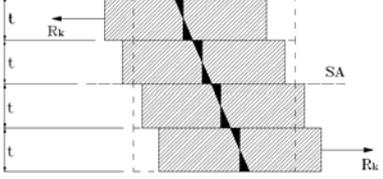
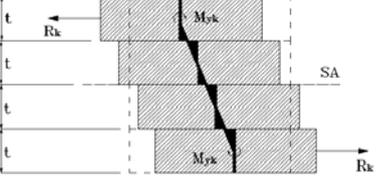
Versagensmechanismus	Skizze	Tragfähigkeit des Verbindungsmittels
1		$R_k = 0,345 \cdot f_{h,k} \cdot t \cdot d$ Gl. 5-11
3		$R_k = f_{h,k} \cdot d \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot M_{y,k}}{f_{h,k} \cdot d} + \frac{1}{2} t^2} - \frac{1}{2} t \right)$ Gl. 5-18
1		$R_k = 0,464 \cdot f_{h,k} \cdot t \cdot d$ Gl. 5-20
3		$R_k = f_{h,k} \cdot d \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot M_{y,k}}{f_{h,k} \cdot d} + 2 \cdot t^2} - t \right)$ Gl. 5-21

Tabelle 4: Modifizierte Traglasten [N] je Scherfuge für glattschaftige Verbindungsmittel für zwei- (Gl. 5-11, Gl. 5-18) und dreischnittige Verbindungen (Gl. 5-20, Gl. 5-21) mit gleichen Teilen bei Annahme der Versagensmechanismen 1 und 3

Beim Auftreten eines oder mehrerer Fließgelenke kommt es auf Grund der damit verbundenen großen Verschiebungen in der Verbindung zu einem Schiefstellen der Stifte und dadurch zu einer Mobilisierung der Mantelreibung (Seilwirkung). Die Vergrößerung der Tragfähigkeit kann bei Schraubverbindungen durch eine zehnpromtente Erhöhung des Rechenwertes berücksichtigt werden.

5.5 ANFANGSVERSCHIEBUNGSMODUL K_{ser}

Die Verbindungssteifigkeit für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird durch den Anfangsverschiebungsmodul K_{ser} des einzelnen stiftförmigen Verbindungsmittels und der Anzahl m der beteiligten Scherfugen bestimmt. Der im Versuch ermittelte Verschiebungsmodul kennzeichnet die Sekantensteigung des aufsteigenden Last-Verformungsastes bei einer Verformung unter der Kraft, die einem Wert von 10% bzw. 40% der mittleren Bruchlast F_u entspricht. Der Sekantenmodul bezieht sich demzufolge auf den elastischen Gebrauchsbereich einer Verbindung, das heißt auf Beanspruchungen von bis zu 40% der Tragfähigkeit. Nach der schweizerischen und der deutschen Holzbaunorm dürfen die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit mit einem um den Faktor $2/3$ abgeminderten Steifigkeitswert K_{ser} geführt werden. Dies entspricht einer Geraden durch den Koordinatenursprung der Last-Verschiebungskurve und den Punkt F_u/w_u . Der Verschiebungsmodul K_u hängt also wesentlich von der Duktilität der Verbindung ab. Da im vorliegenden Fall eine sehr duktile Verbindung vorliegt, fällt dieser Wert entsprechend geringer aus. Er kann direkt aus den aufgezeichneten Last-Verschiebungskurven ermittelt werden.

Auf Grund ausgedehnter Versuchsreihen an verschiedenen Verbindungen wurden empirische Rechenwerte für den Anfangsverschiebungsmodul in die Normen übernommen. Bestimmende Einflussparameter sind die Rohdichte des Holzes ρ_k und der Stiftdurchmesser d . Die in der schweizerischen und in der deutschen Holzbaunorm angegebenen Rechenwerte weichen jedoch zum Teil erheblich voneinander ab. Tabelle 5 zeigt die unterschiedlichen Berechnungsansätze dieser Richtwerte. Als Verbindungsmitteldurchmesser der Schraubverbindungen werden die Nenndurchmesser angesetzt.

Verbindungsmittel	SIA 265	DIN 1052
SDü, Sr, Na (vb)	$3 \cdot \rho_k^{0,5} \cdot d^{1,7}$	$\frac{\rho_k^{1,5}}{20} \cdot d$
Na (nvb)	$60 \cdot d^{1,7}$	$\frac{\rho_k^{1,5}}{25} \cdot d^{0,8}$

Tabelle 5: Verschiebungsmoduln $K_{\text{ser},0}$ in Faserrichtung je Verbindungsmittel und Scherfläche von Holz-Holz-Verbindungen in [N/mm] nach SIA 265 [111] und DIN 1052 [14]

Während die Rechenwerte der Verbindungsmittelsteifigkeiten für vorgebohrte Schrauben und Nägel nach der schweizer Norm in Abhängigkeit des Verbindungsmitteldurchmessers d exponentiell zunehmen, weisen die Werte nach der deutschen Norm bei gleich bleibender Rohdichte des Holzes einen linearen Verlauf auf. Abbildung 63 zeigt graphisch den Verlauf beider Steifigkeiten unter Ansatz einer konstanten Rohdichte des Holzes von 380 kg/m^3 . Für Stiftdurchmesser unterhalb von 14 mm liefert die schweizer Norm konservativere Werte, die zum Teil nur 50% der deutschen Rechenwerte ausmachen. Bei einem Durchmesser von 14 mm schneiden sich beide Kurven. Darüber errechnen sich nach SIA 265 höhere Steifigkeitswerte.

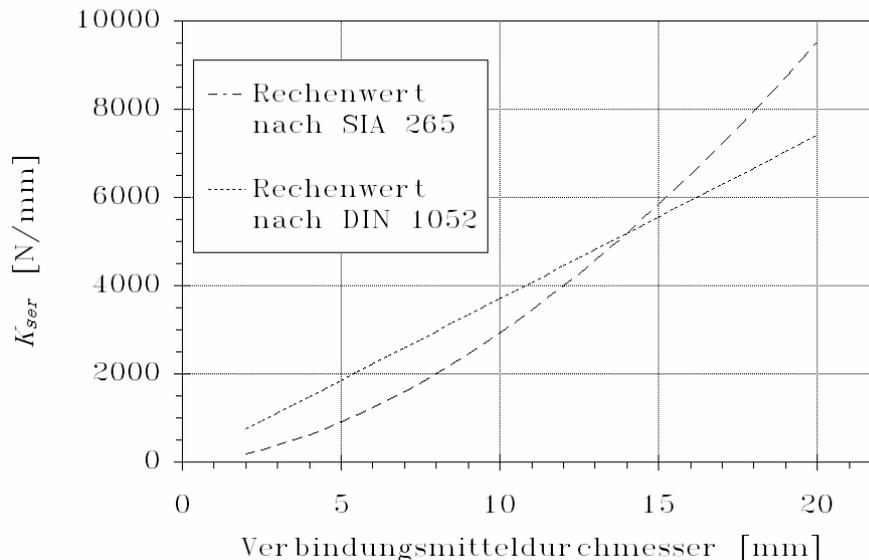


Abbildung 63: Vergleich der Rechenwerte für K_{ser} nach SIA 265 und DIN 1052 bei einer Holz-Rohdichte von 380 kg/m^3 für vorgebohrte Schrauben und Nägel sowie für Stabdübel

Die Versuche zur Bestimmung der empirischen Rechenwerte wurden in erster Linie an den klassischen zweischmittigen Zangenanschlüssen ausgeführt. Bei Verwendung von Schrauben und Nägel ergeben sich dabei in der Regel vergleichsweise geringe Verbindungsschlankheiten. Infolge der dadurch möglichen Einspannung des Verbinders in die Seitenhölzer kann in der elastischen Anfangsphase der Belastung näherungsweise von einer konstanten Druckbeanspruchung des Verbindungsmittels bis zum Erreichen der Lochleibungsspannung im Holz ausgegangen werden. Diese anfangs über die Stiftlänge konstant verlaufende Einbettung im Holz ermöglicht es dem Verbindungsmittel, auf Grund des relativ hohen inneren Hebelarmes dem äußeren Moment ein entsprechend großes inneres Moment entgegenzusetzen. Entsprechend groß ist die Anfangssteifigkeit.

Durch das Fehlen dieser Einspannung des Stiftes bei den Verbindungen der Brettrippenbauweise (vergleichsweise gedrungene Verbindung) tritt hier bereits in der Anfangsphase der Belastung ein punktsymmetrisches Schiefstellen des Stiftes auf. Dadurch verkleinert sich der innere Hebelarm und somit der Widerstand gegen das äußere Moment. In diesem Fall muss im Vergleich zum traditionellen Zangenanschluss bei gleicher Belastung mit einer größeren globalen Verschiebung

der einzelnen Verbindungsmittel und mit einer geringeren Verbindungssteifigkeit gerechnet werden. Darüber hinaus kommt es infolge der Verdrehung zur Ausbildung dreiecksförmiger Bettungsspannungen im Holz, welche wesentlich schneller zu einem Erreichen der Grenzspannung führen.

Eine Klärung dieser Unsicherheit in Bezug auf die Anfangssteifigkeit der behandelten Verbindung sowie deren Traglast soll eine entsprechende Versuchsreihe bringen.

5.6 DRUCKSCHERVERSUCHE

5.6.1 VERSUCHSBESCHREIBUNG

Die Kurzzeitversuche werden an dreiteiligen Versuchskörpern mit zwei unterschiedlichen Brettquerschnitten von 27x80 mm² und 16x50 mm² aus schweizerischem Fichtenholz (*Picea abies*) durchgeführt. Abbildung 64 zeigt die Konstruktionszeichnung der verwendeten Versuchskörper. Eine Übersicht ist in Tabelle 6 aufgeführt.

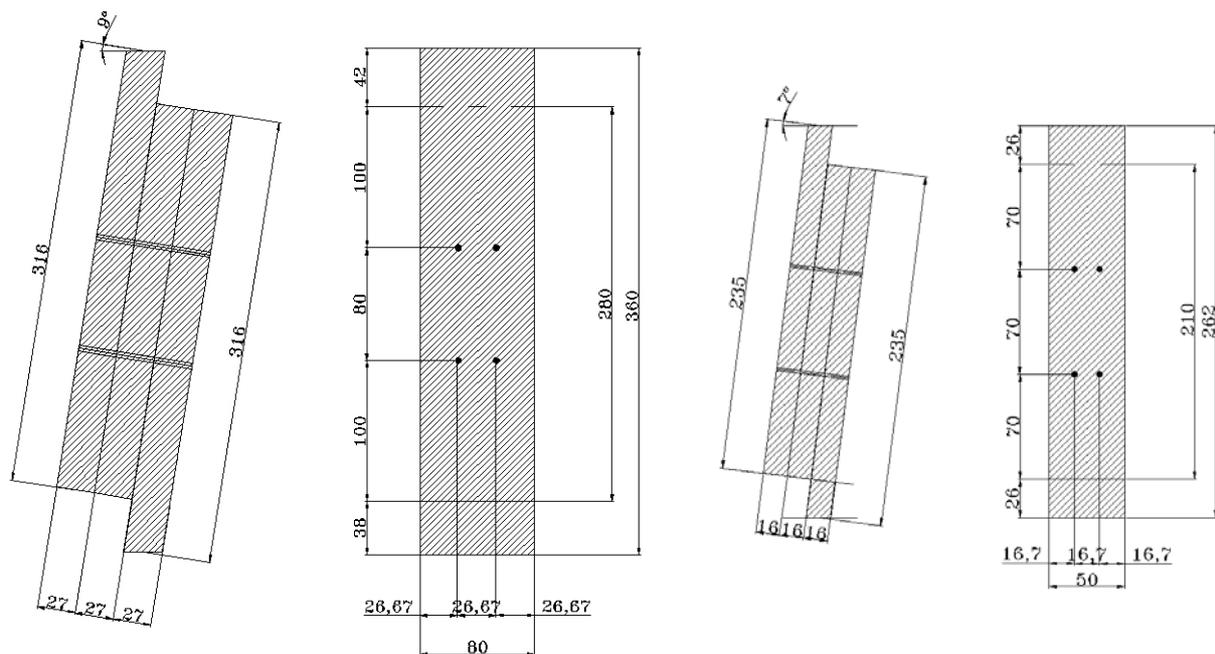


Abbildung 64: Konstruktionszeichnung der verwendeten Druckscherproben: Große Probekörper der Versuchsreihe A1-3 (links); kleine Probekörper der Versuchsreihe B1-3 (rechts); Maße in mm

Versuchsreihe	Dimension	Verbindungsmittel	Schlankheit λ	Versagensmechanismus	Gleitfolie	Anzahl
A1		4 Sr Ø 7,5 mm	3,6	1	mit ohne	10 5
A2	27x80 mm ²	4 Na Ø 6,5 mm	4,2	1	mit ohne	13 5
A3		4 Na Ø 3,8 mm	7,1	3	mit ohne	10 5
B1		4 Sr Ø 4,0 mm	4,0	1	mit ohne	4 5
B2	16x50 mm ²	4 Na Ø 3,8 mm	4,2	1	mit	5
B3		4 Na Ø 2,3 mm	7,0	3	mit	5

Tabelle 6: Durchgeführte Druckscherversuche

Die Versuche werden als Druckscherversuche ausgeführt. Dies hat den Vorteil, dass sich die Versuchskörper schnell und ohne Zuhilfenahme eines Einspannmechanismus in die Testmaschine einbringen lassen. Graf [30] und Gehri [24] fordern zwar stets die Ausführung von Zugscherversuchen, da diese kleinere Tragfähigkeiten liefern als entsprechende Druckscherversuche. Die Forderung bezieht sich allerdings auf Zangenverbindungen, bei der sich auf Grund des spröden Materialverhaltens des Holzes unter Zugbeanspruchung tatsächlich kleinere Traglasten ergeben. Bei der untersuchten Verbindung trifft dies nicht zu, zumal sich durch die in realen Schalentragsystemen wirkende Normaldruckkraft keine auf Zug beanspruchten Rippenabschnitte ergeben. Die Durchführung von Druckscherversuchen anstelle von Zugscherversuchen ist im vorliegenden Fall also mechanisch vertretbar.

Insgesamt werden 67 Einzelversuche durchgeführt. 48 Probekörper (Versuchsreihe A1 bis A3) weisen große Holzquerschnitte von 27x80 mm² auf und 19 Probekörper (Versuchsreihe B1-B3) besitzen kleine Querschnitte von 16x50 mm². Die Holzteile für jeweils einen Versuchskörper wurden aus einem Brett gefertigt. Das Holz wurde einer sehr sorgfältigen visuellen Sortierung unterzogen, um etwaige Fehlstellen wie Astlöcher, Harzgallen oder störenden Drehwuchs weitgehend auszuschließen. Anschließend wurden die Probekörper über einen Zeitraum von etwa vier Wochen bei einer relativen Umgebungsfeuchte von 65% und einer Raumtemperatur von 20°C auf eine angenommene Ausgleichsfeuchte des Holzes von 12% konditioniert. Parallel wurde mittels Darrtrocknung von kleinen Probewürfeln die Rohdichte jedes Brettabschnittes bestimmt und für die einzelnen Probekörper gemittelt.

Die Versuchskörper werden leicht schräg in die Maschine eingebracht, so dass die Wirkungslinie der äußeren Kraft zentrisch durch den Anschluss führt. Das Biegemoment aus Exzentrizität wird somit vernachlässigbar klein. Die entsprechende Abtriebskraft übt eine Druckkraft quer zur Fuge aus. Bei der Bestimmung der Verbindungssteifigkeit hätte dies zwar etwas günstigere Werte zur Folge. Durch das Einlegen einer Gleitfolie in die Verschiebungsfugen kann dieser Einfluss jedoch

vernachlässigt werden. Eine weitere Möglichkeit zur Zentrierung des Momentes aus Exzentrizität ist die Verwendung eines metallischen Korsetts. Auf Grund des vergleichsweise großen Aufwandes wurde diese Maßnahme verworfen. Vergleichende Zugscherversuche unter Verwendung einer entsprechenden Zentriervorrichtung bestätigen die Zulässigkeit der Schiefstellung der Versuchskörper.

Die Versuche werden unter Verwendung der stiftförmigen Verbindungsmittel Nagel und Schraube durchgeführt. Bei den beiden Schraubverbindungen werden für die Versuchsreihe A1 Fensterbauschrauben der Firma Würth vom Typ AMO III Ø 7,5/182 mm verwendet. Bei den Probekörpern der Versuchsreihe B1 kamen Spanplattenschrauben Wüpfast 4,0/50 mm, ebenfalls der Firma Würth, zum Einsatz. Diese Wahl wurde getroffen, da beide Schrauben über ein durchgehendes Gewinde verfügen. Die Schrauben werden derart eingebracht, dass sie beidseitig überstehen. So wird ein möglichst symmetrischer Versuchskörper erzeugt (Abbildung 65). Die Nagelverbindungen werden mit verzinkten, glattschaftigen Nägeln Ø 6,5/216 mm (Versuchsreihe A2), Ø 3,8/108 mm (Versuchsreihe A3 und B2) und Ø 2,3/62 mm für die Versuchsreihe B3 durchgeführt. Auch hier werden die Verbinder durchgeschlagen, damit sie beiderseits überstehen. Lediglich bei den kleinen geschraubten Einzelbrettquerschnitten 16x50 mm² der Versuchsreihe B1 steht die Ermittlung der mechanischen Kennwerte der ebenfalls durchgeführten Kriechversuche von verschraubten Bogenträgern im Vordergrund, die allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter ausgeführt werden. Die hier verwendeten Schrauben weisen einen Pfannenkopf auf, der sich nach dem Einbringen der Schrauben auf die Holzfläche schmiegt und somit einen zusätzlichen Widerstand leistet. Die Ergebnisse können aus diesem Grund nur bedingt mit den Ergebnissen der in etwa gleich schlanken Verbindung der Reihe A1 verglichen werden. Die Nagel- und Schraubenlöcher werden mit etwa dem 0,8fachen ihres Durchmessers vorgebohrt. Alle Versuchskörper werden mit vier Verbindungsmitteln ausgeführt.

Um die beiden Versagensarten „Überschreitung der Lochleibungsfestigkeit im Holz bei gleichzeitigem Schiefstellen der Verbinder“ (Versagensmechanismus 1) sowie „Ausbildung von Fließgelenken in den Verbindern“ (Versagensmechanismus 3) zu berücksichtigen und um den eventuellen Einfluss eines Maßstabeffektes bei den unterschiedlich groß gewählten Probekörpern zu untersuchen, werden verschiedene Schlankheiten λ ausgeführt. Dabei besitzen die beiden geschraubten Verbindungen der Versuchsreihen A1 sowie B1 mit 3,6 und 4,0 in etwa die gleiche Schlankheit. Die genagelten Verbindungen der Reihe A2 und B2 werden ebenfalls mit der gleichen Schlankheit von 4,2 ausgeführt. Die vergleichsweise schlanken Verbindungen A3 und B3 weisen einen Lambdawert von 7,1 bzw. 7,0 auf.

Die Kurzzeitbelastungsversuche werden unter strenger Vorgabe des in der deutschen Prüfnorm DIN EN 26 891 [15] angegebenen Belastungsverfahrens (Abbildung 65) an einer Universalpresse vom Typ ZWICK 1495 durchgeführt. In einem ersten Belastungszyklus wird eine Last aufgebracht, die etwa 40% der zu erwartenden Versagenslast F_{est} beträgt, die näherungsweise durch Vorversuche bestimmt wurde. Die Laststufe ist über eine Zeitdauer von 30 Sekunden konstant zu halten. Anschließend wird die Last bis auf den Wert $0,1 \cdot F_{est}$ reduziert und wiederum 30 Sekunden konstant gehalten. Danach wird die Last wieder gesteigert, bis entweder die Versagenslast oder eine gewisse Grenzverschiebung erreicht ist. Die Gesamtprüfzeit soll zwischen 10 und 15 Minuten betragen. Die Last-Verschiebungskurven, anhand derer die Steifigkeit und die Tragfähigkeit der Verbindung ermittelt werden, werden aufgezeichnet. Alle ermittelten Last-Verschiebungskurven sind im Anhang in Kapitel A 1 abgedruckt.

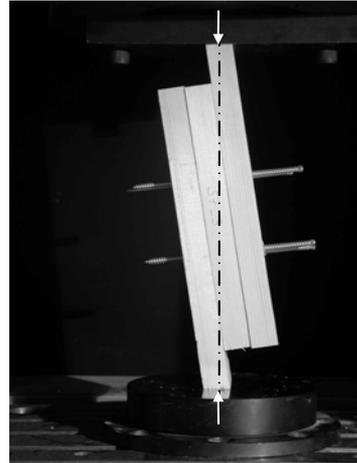
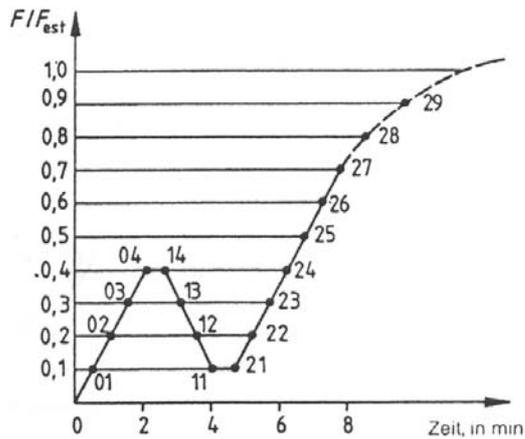


Abbildung 65: Belastungsverfahren gemäß Prüfnorm [15] (links); geschraubter Versuchskörper der Reihe A1 vor dem Abdrücken (rechts)

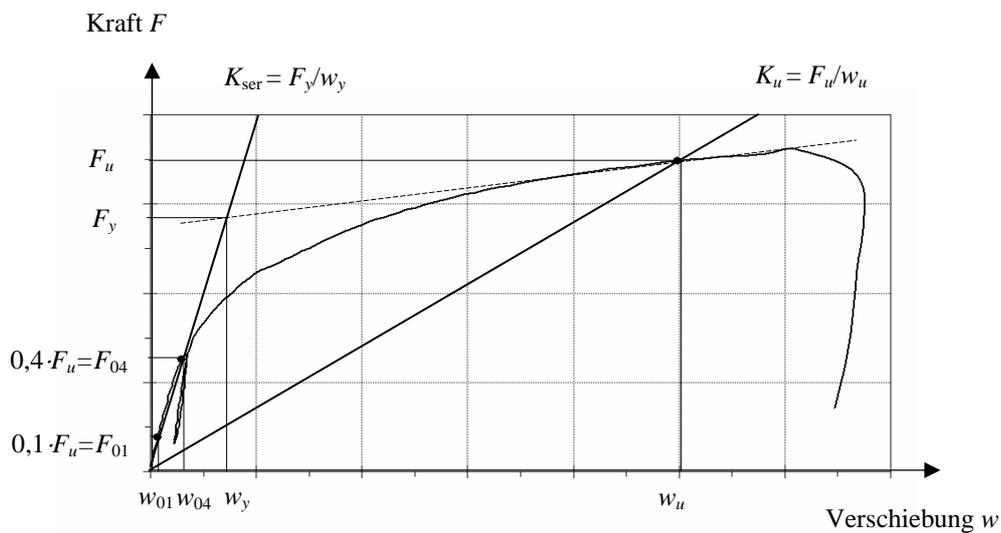


Abbildung 66: Bestimmung der Steifigkeit und der Tragfähigkeit einer Verbindung anhand einer charakteristischen Kraft-Verschiebungskurve

Der Anfangsverschiebungsmodul K_{ser} der Verbindung wird nach Gl. 5-22 als Sekantenmodul des Anfangszyklus bei einer Verschiebung von w_{04} und w_{01} unter einer entsprechenden Last von $0,4 \cdot F_u$ respektive $0,1 \cdot F_u$ bestimmt (Abbildung 66).

$$K_{\text{ser}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{F_{04}}{w_{04} - w_{01}} \quad \text{Gl. 5-22}$$

Vereinfachend wird bei den durchgeführten Versuchen lediglich die Gesamtverschiebung w in Form der aufgezeichneten Maschinenverformung und nicht die Einzelverschiebungen in jeder Fuge aufgenommen. Es kann jedoch näherungsweise davon ausgegangen werden, dass sich die Gesamtverschiebung zu gleichen Teilen auf die beiden Scherfugen aufteilt. Das Anfangsverschiebungsmodul $K_{\text{ser},1}$ des einzelnen Verbindungsmittels bestimmt sich nach Gl. 5-4 mit $m=2$ und $n=4$.

$$K_{\text{ser},1} = \frac{m}{n} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{1}{2} \cdot K_{\text{ser}} \quad \text{Gl. 5-23}$$

5.7 INTERPRETATION DER VERSUCHSERGEBNISSE

5.7.1 VORBEMERKUNG

Auf Grund des relativ kleinen Probenumfangs der Versuchsreihen ist eine gefestigte statistische Aussage in Bezug auf die Tragfähigkeit des einzelnen Verbindungsmittels und dessen Steifigkeit nur bedingt möglich. Die Darstellung der Versuchswerte über entsprechende Häufigkeitsverteilungen liefert für fast alle untersuchten Fälle einen unsymmetrischen Verlauf. Über die Angabe der Standardabweichung kann das Vertrauen in die einzelnen Versuchsreihen abgeschätzt werden.

Die Angabe eines durchschnittlichen Duktilitätsmaßes D_s nach SIA 265 für jede Versuchsreihe ist, ebenfalls auf Grund des geringen Versuchsreihenumfanges, nur als grobe Näherung möglich. Erschwerend kommt hinzu, dass die meisten Versuche infolge der großen Verschiebungen bereits vor dem Erreichen der eigentlichen Bruchlast abgebrochen wurden. Es lässt sich aber konstatieren, dass bei allen untersuchten Verbindungen ein ausgesprochen duktiles Last-Verschiebungsverhalten festzustellen ist und dass das entsprechende Duktilitätsmaß in allen Fällen über dem Wert fünf liegt.

5.7.2 TRAGFÄHIGKEIT

Die charakteristische Tragfähigkeit der Verbindung F_u entspricht gemäß Prüfnorm entweder der maximal im Versuch aufnehmbaren Last oder der sich bei einer aufgezeichneten Grenzverschiebung w_u von 15 mm ergebenden Last. Zwar setzt sich die gemessene Gesamtverschiebung aus der Summe der näherungsweise als gleich angenommenen Einzelfugenverschiebungen zusammen; als Abbruchkriterium müsste folglich eine Verschiebung von 30 mm angesetzt werden. Infolge der vergleichsweise großen Nachgiebigkeit der untersuchten Verbindung wird jedoch das in der Prüfnorm festgelegte Kriterium von 15 mm Verschiebung beibehalten. Unter der Betrachtung der einzelnen, aus den Versuchen gewonnenen Energiekurven scheint diese Annahme allerdings gerechtfertigt. Bis auf die Versuchsreihe A1 und B3 verlaufen alle Kurven bei dieser Verschiebung bereits in ihrem dritten, horizontal liegenden Bereich oder befinden sich unmittelbar davor.

Die Tragfähigkeit des einzelnen Verbindungsmittels $F_{u,1}$ berechnet sich aus der Gesamttragfähigkeit der Verbindung F_u nach Gl. 5-24.

$$F_{u,1} = \frac{F_u}{n} = \frac{1}{4} \cdot F_u \quad \text{Gl. 5-24}$$

Zur besseren Vergleichbarkeit mit den theoretischen Rechenwerten werden die Mittelwerte der Tragfähigkeiten $F_{u,1}$ aus den Versuchen auf eine Bezugsdichte von 380 kg/m³ normiert. Dies ist zulässig, da die Tragfähigkeit des einzelnen Verbindungsmittels in etwa linear mit der Rohdichte des Holzes in Zusammenhang steht. Für den Versagensmechanismus 1 trifft dies voll zu, für den Mechanismus 2 zumindest näherungsweise. Die Mittelwerte der normierten Tragfähigkeiten $F_{u,1, \text{norm}}$ der einzelnen Verbindungsmittel können mit den ebenfalls normierten Mittelwerten der Rechenwerte $R_{k,1, \text{norm}}$ nach den modifizierten Tragmodellen (siehe Kapitel 5.4) verglichen werden. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 7 wiedergegeben.

Versuchsreihe	Verbindungsmittel	λ	Versagensmech.	Folie	Anzahl	$F_{u,1, \text{norm}}$ [N]	Stabw. [%]	$R_{k,1, \text{norm}}$ [N]	$F_{u,1}/R_{k,1}$ [%]
A1	Sr Ø 7,5	3,6	1	mit	10	2259	10,7	2014	-10,8
				ohne	5	2386	7,2		-15,6
A2	Na Ø 6,5	4,2	1	mit	13	1533	7,2	1764	15,1
				ohne	5	1583	5,2		11,4
A3	Na Ø 3,8	7,1	3	mit	10	826	6,3	849	2,75
				ohne	5	849	10,7		846
B1	Sr Ø 4,0	4,0	1	mit	4	946	2,4	660	-30,1
				ohne	5	1146	5,6		-42,4
B2	Na Ø 3,8	4,2	1	mit	5	556	5,6	629	13,1
B3	Na Ø 2,3	7,0	3	mit	5	570	2,8	322	-43,5

Tabelle 7: Versuchsauswertung: Mittlere Tragfähigkeit der Verbindungsmittel

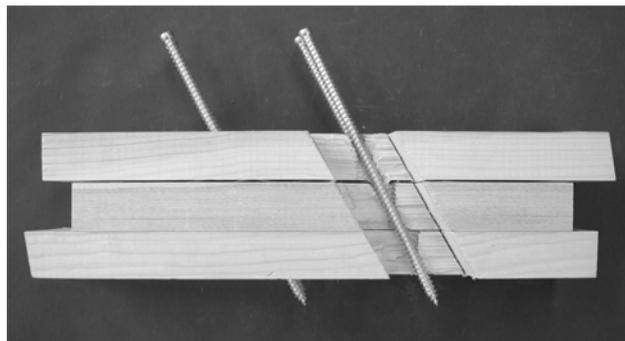
Die Streuung der gemessenen Tragfähigkeiten fällt trotz des kleinen Probenumfangs der Versuchsreihen sehr gering aus, die maximale Standardabweichung beträgt 10,7%. Bei den großen Probekörpern (A1 bis A3) liegt sie zwischen 5,2% und 10,7%. Bei den kleinen Probekörpern (B1 bis B3) sind Standardabweichungen zwischen 2,4% und 5,6 % festzustellen.

Die Übereinstimmungen zwischen den mittleren Versuchswerten und den mittleren Rechenwerten nach den modifizierten Tragmodellen sind im Allgemeinen zufrieden stellend. Sie fallen bei den großen Versuchskörpern der Reihen A1 bis A3 besser aus als bei den Versuchsreihen B1 und B3, obschon letztere kleine Streuungen der Versuchswerte aufweisen. Ein allgemeingültiger Trend ist indes, auch hinsichtlich des geringen Probenumfangs, nicht festzustellen. So etwa ergibt sich bei

der schlanken, zehn genagelte Probekörper umfassenden Versuchsreihe A3 (mit Folie) eine mittlere Abweichung von lediglich 2,75%, was eine sehr gute Übereinstimmung der theoretischen Werte mit den Versuchswerten bedeutet. Allerdings ist hier eine weitere Laststeigerung nach dem Überschreiten der Grenzverformung von 15 mm festzustellen. Bei den kleinen Versuchskörpern mit etwa der gleichen Schlankheit (Reihe B3) wird hingegen, trotz einer äußerst geringen Standardabweichung von 2,8% in der insgesamt fünf Proben umfassenden Versuchsreihe mit einer Abweichung von immerhin knapp 44% das schlechteste Ergebnis erzielt.

Die theoretisch ermittelten Rechenwerte der genagelten Verbindungen liegen, bis auf die Versuchsreihe B3 allesamt auf der unsicheren Seite. Es werden also Rechenwerte der Tragfähigkeit ermittelt, die größer sind als die entsprechenden Versuchswerte. Bei den geschraubten Verbindungen hingegen wird sowohl bei den kleinen als auch bei den großen Probekörpern eine theoretische Tragfähigkeit ermittelt, die kleiner ist als der entsprechende Versuchswert und somit günstig auf der sicheren Seite liegt. Die vergleichsweise große Abweichung der Versuchsreihe B1 ist auf die Verwendung der unsymmetrisch eingebrachten Schrauben zurückzuführen. Der zusätzlich über den Pfannenkopf aktivierte Eindrückwiderstand sowie das nicht vollständige Durchdringen des Schraubenschaftes der dritten Brettlamelle bleibt im theoretischen Modell unberücksichtigt. Dieser Einfluss ist auch anhand der Last-Verschiebungskurven gut auf Grund einer eintretenden Wiederverfestigung bei einer Verschiebung von etwa 15 mm zu beobachten (Abbildung A 4).

Um das Eintreten des unterstellten Versagensmechanismus zu überprüfen, werden stichprobenartig einzelne Probekörper nach den Versuchen aufgetrennt. Es kann gezeigt werden, dass bei allen gedrunenen Versuchskörpern ein Versagen durch Schiefstellen des Verbindungsmittels infolge Überschreitung der Lochleibungsfestigkeit (Versagensmechanismus 1) stattfindet. Dabei kommt es zu keiner plastischen Verformung im Verbindungsmittel selbst. Abbildung 67 zeigt einen entsprechenden Probekörper aus der Versuchsreihe A1 unter Verwendung von Schrauben $\varnothing 7,5$ mm. Gut zu erkennen ist die treppenförmige Eindrückung des Holzes durch den Stift.



*Abbildung 67: Versagensmechanismus 1 durch Schiefstellen des Verbindungsmittels:
Versuchsreihe A1*

Bei den schlanken Versuchskörpern ist der prognostizierte Versagensmechanismus zwar nicht allzu ausgeprägt. Dennoch ist die erwartete Ausbildung zweier Fließgelenke im letzten Drittel der beiden äußeren Lamellen zum Teil deutlich festzustellen. Abbildung 68 zeigt einen genagelten Versuchskörper der Reihe A3. Während der Stift im unteren Teil einen deutlich erkennbaren

Knick aufweist, ist das Fließgelenk im oberen Abschnitt nur vergleichsweise leicht ausgebildet. Dieses Phänomen war bei mehreren aufgeschnittenen Probekörpern festzustellen. Es ist auf eine höhere Holzdicke der Lamelle zurückzuführen, in der sich das ausgeprägtere Fließgelenk befindet. Bei der Herleitung der theoretischen Tragmodelle wird vereinfachend von gleichen Holzdichten in den beteiligten Brettlamellen ausgegangen.

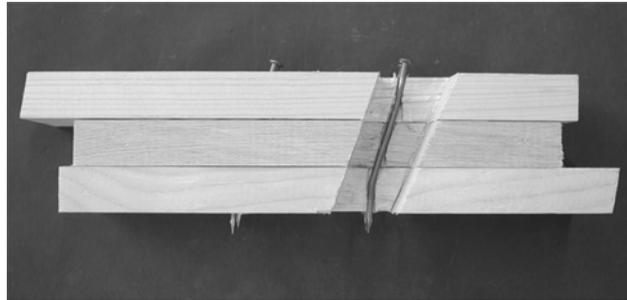


Abbildung 68: Versagensmechanismus 3 durch Ausbildung zweier Fließgelenke im metallischen Stift (Versuchsreihe A3)

Gemäß der Prüfnorm zur Bestimmung des Fließmomentes eines stiftförmigen Verbindungsmittels [13] tritt erst bei einem Knick von 45° das volle rechnerische Fließmoment auf. Bei geringeren Winkeln ist mit einem Plastizieren des Stiftes lediglich in den äußeren Querschnittsbereichen zu rechnen. Die Bildung der Fließgelenke ist noch nicht ganz abgeschlossen, die maximale Biegetragfähigkeit des Stiftes nicht erreicht. Die in der deutschen Holzbaunorm angegebenen Rechenwerte berücksichtigen implizit ein solches, nicht vollständig abgeschlossenes Stiftplastizieren [7].

Bei den genagelten Versuchskörpern der Reihen A2 und A3 sind zwischen den Versuchsreihen mit Gleitfolie und denen ohne Gleitfolie mit 3,3% bzw. 2,8% nur unwesentlich höhere Werte der Tragfähigkeit festzustellen. Lediglich bei den beiden geschraubten Versuchsreihen A1 und B1 ist der Einfluss der Gleitfolie durch entsprechende Minimierung der Fugenreibung aus den Effekten der Seilwirkung deutlich erkennbar. Hier liegen die Werte der Probekörper mit Gleitfolie um 5,3% bzw. um 17,5% höher. Abbildung 69 zeigt den Zusammenhang zwischen der Verbindungsschlankheit und den festgestellten Abweichungen zwischen den theoretischen und den im Versuch ermittelten Tragfähigkeiten. Eine positive Abweichung bedeutet dabei, dass der Versuchswert kleiner als der theoretische Wert ist. Die Rechenwerte liegen also auf der unsicheren Seite. Sind die Abweichungen hingegen negativ, lässt dies auf größere Versuchswerte schließen, als es die Rechenwerte prognostiziert hätten. Sie liegen damit also günstig auf der sicheren Seite.

Die modifizierten Tragmodelle nach Kapitel 5.4 ergeben Rechenwerte der Verbindungstragfähigkeit, die, zumindest für eine baupraktisch relevante Anwendung auf die Brettrampenbauweise mit entsprechenden Verbindungsschlankheiten gut mit den aus den Versuchen ermittelten Tragfähigkeiten übereinstimmen und auf der sicheren Seite liegen.

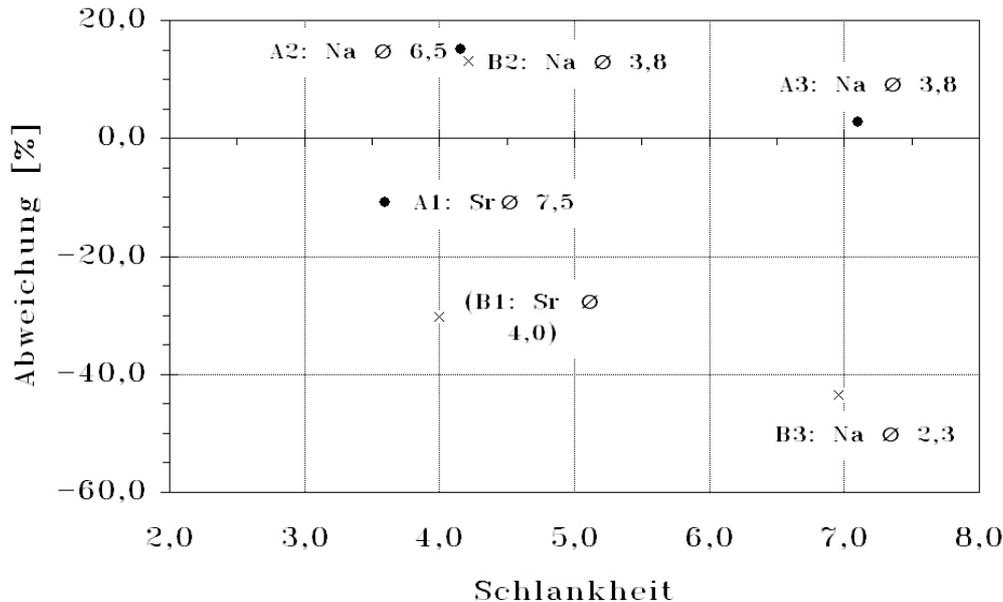


Abbildung 69: Abweichungen der mittleren normierten Tragfähigkeiten gegenüber den modifizierten Rechenwerten in Abhängigkeit der Verbindungsschlankheit

Für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Werte entsprechend den Vorgaben der Norm abzumindern (siehe auch Kapitel 5.2). Die charakteristische Tragfähigkeit ermittelt sich gemäß Normung unter Ansatz der 5%-Fraktilwerte der Materialeigenschaften Holzdichte und Stahlzugfestigkeit. Der Bemessungswert der Tragfähigkeit R_d ergibt sich durch Division des charakteristischen Rechenwertes mit dem Teilsicherheitsbeiwert γ_M und unter Berücksichtigung des entsprechenden Modifikationsfaktors k_{mod} . Nach Meinung des Autors ist auf Grund des ausgesprochen duktilen Verhaltens beider betrachteten Versagensmechanismen der Ansatz eines Teilsicherheitsfaktors von $\gamma_M=1,10$ zulässig.

5.7.3 STEIFIGKEITEN

Die Anfangsverschiebungsmoduln $K_{ser,1}$ je Verbindungsmittel werden als Sekantenmoduln nach Gl. 5-23 ermittelt und einzeln anhand der aufgezeichneten Last-Verschiebungskurven auf Plausibilität geprüft. Die Mittelwerte jeder Versuchsreihe werden den mittleren Rechenwerten nach SIA 265 und DIN 1052 vergleichend gegenübergestellt. Sie sind in Tabelle 8 veranschaulicht. Bei der Ermittlung der Rechenwerte der Verbindungssteifigkeiten wird jeweils die mittlere Dichte der drei verwendeten Holzteile angesetzt.

Die Versuchswerte unterliegen hohen Streuungen. Bei den Versuchsreihen unter Verwendung einer Gleitfolie liegt die Standardabweichung der einzelnen Reihen zwischen 23,1% (B3) und 43,2% (B1). Tendenziell scheinen die Werte der kleinen Probekörper größeren Schwankungen zu unterliegen, als die Werte der großen Probekörper. Generell kann im betrachteten Bereich ein linearer Zusammenhang zwischen der Holzdichte und den ermittelten Steifigkeitswerten konstatiert werden.

Versuchsreihe	Verbindungsmittel	λ	Versagensmech.	Folie	Anz.	$K_{ser,1,sek}$ [N/mm]	Stabw. [%]	$K_{ser,1,SIA}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN}$ [N/mm]
A1	Sr Ø 7,5	3,6	1	mit	10	669	27,0	1886	3215
				ohne	5	776	20,6	1890	3238
A2	Na Ø 6,5	4,2	1	mit	12	1067	25,3	1481	2797
				ohne	5	1081	8,9	1478	2780
A3	Na Ø 3,8	7,1	3	mit	10	1152	28,2	634	1983
				ohne	5	1146	44,4	631	1955
B1	Sr Ø 4,0	4,0	1	mit	4	290	43,2	614	1462
				ohne	5	275	22,1	661	1820
B2	Na Ø 3,8	4,2	1	mit	5	1187	23,1	600	1679
B3	Na Ø 2,3	7,0	3	mit	5	637	39,9	276	1283

Tabelle 8: Versuchsauswertung; Mittelwerte der Verbindungsmittelsteifigkeiten

Ein merklicher Einfluss der Gleitfolie ist lediglich bei der geschraubten Versuchsreihe A1 festzustellen. Hier liegt die Anfangssteifigkeit bei den Versuchsproben ohne Folie etwa 16% höher als bei denen mit Folie. Die geschraubte Versuchsreihe B1 ist in dieser Hinsicht weniger aussagefähig, da der Stichprobenumfang zu klein ist und darüber hinaus eine hohe Standardabweichung bei den Proben mit Folie festzustellen ist.

Die bei den Versuchen ermittelten Steifigkeitswerte weichen, wie dies bereits prognostiziert wurde, zum Teil erheblich und auf der unsicheren Seite liegend von den Normwerten ab. Die Rechenwerte nach SIA 265 sind in allen Fällen bis auf die genagelten Versuchsreihen mit entsprechend kleinen Schlankheiten weit größer als die Versuchswerte und liegen damit auf der unsicheren Seite. Es kommt zu Abweichungen um einen Faktor von bis zu drei. Die Rechenwerte nach DIN 1052, Anhang G liegen in allen untersuchten Fällen weit höher als die Versuchswerte. Hier ergeben sich Steifigkeitswerte, die im ungünstigsten Fall sogar bis um den Faktor fünf größer sind als die ermittelten Versuchswerte. Abbildung 70 zeigt exemplarisch die Gegenüberstellung der Versuchswerte der Reihe A1 mit den genormten Rechenwerten. Damit ist gezeigt, dass, zumindest für die untersuchten Fälle, eine Berechnung der Anfangssteifigkeit dieser Verbindungen nach den in den Normen angegebenen Rechenwerten zu Ergebnissen auf der unsicheren Seite führt.

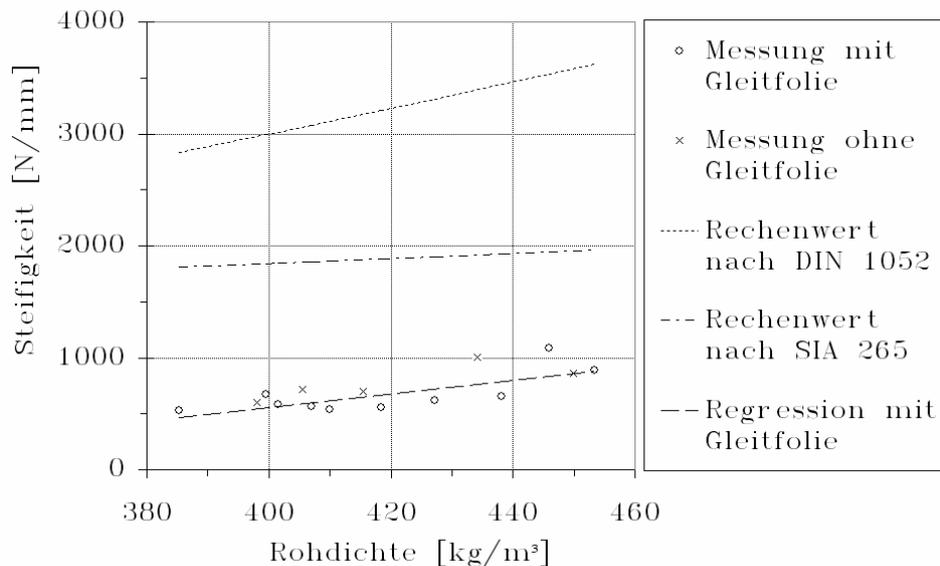


Abbildung 70: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ der einzelnen Verbindungsmittel in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A1

Bei der Analyse der Abweichungen wird die Schlankheit λ als Bewertungskriterium herangezogen. Tendenziell zeigt sich, dass die Höhe der Diskrepanz zwischen den Rechen- und Versuchswerten bei kleiner werdendem Schlankheitsverhältnis größer wird. Abbildung 71 zeigt die entsprechenden Abweichungen der Versuchswerte gegenüber den Rechenwerten nach SIA 265 in Abhängigkeit der Verbindungsschlankheit. In Abbildung 72 werden die Versuchswerte mit den entsprechenden Rechenwerten nach der DIN 1052 verglichen. Liegen die Abweichungen im positiven Bereich, wurden Versuchswerte ermittelt, die kleiner sind, als die entsprechenden Rechenwerte. Ergeben sich negative Abweichungen, liegen die Versuchswerte über den Rechenwerten. Eine Modifikation der Rechenwerte in Abhängigkeit der Schlankheitsverhältnisse der untersuchten Verbindungen ist schwierig. Einerseits liegt das am vergleichsweise kleinen Stichprobenumfang der sechs untersuchten Schlankheitsverhältnisse von insgesamt lediglich 67 Probekörpern. Andererseits scheint auch ein gewisser Maßstabeffekt eine Rolle zu spielen, da für ein und dieselbe Schlankheit von $\lambda=4,2$ im Fall der großen Versuchskörper (Versuchsreihe A2) die Ergebnisse im Schnitt um etwa 39% unterhalb der von der SIA 265 prognostizierten Werte liegen. Im anderen Fall, bei Verwendung kleiner Probekörper (Versuchsreihe B2), liegen die Werte bei gleicher Schlankheit wesentlich günstiger zwischen den Rechenwerten der DIN 1052 und der SIA 265 (Abbildung A 27). Bei kleiner werdendem Verbindungsmitteldurchmesser nimmt darüber hinaus die Streuung der Versuchsergebnisse zu. Dies ist mit dem größeren Einfluss der Inhomogenität des Holzes hinsichtlich des Verhältnisses zwischen Stiftdurchmesser und Jahrringbreite zu begründen.

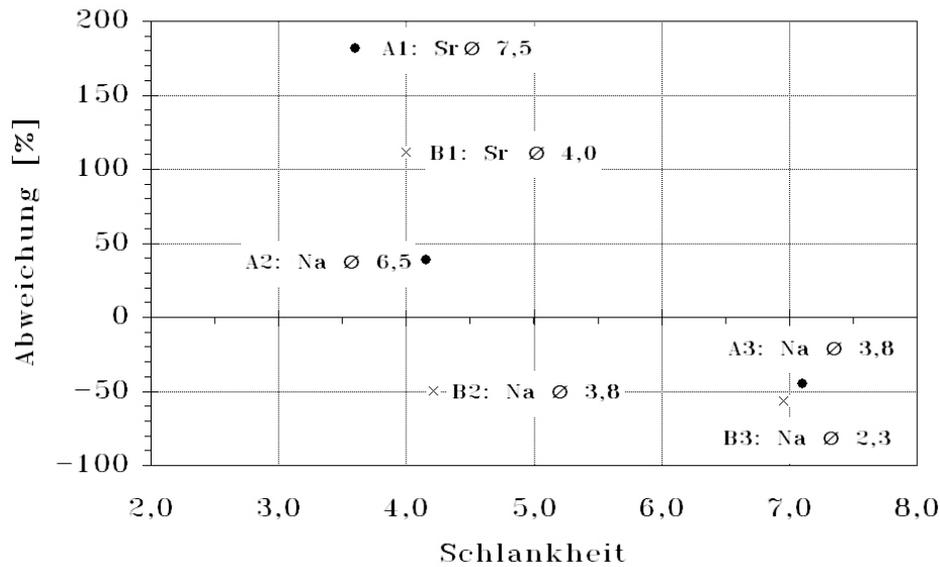


Abbildung 71: Abweichungen der mittleren Anfangsverschiebungsmoduln aus den Versuchen gegenüber den Rechenwerten nach SIA 265 in Abhängigkeit der Schlankheit

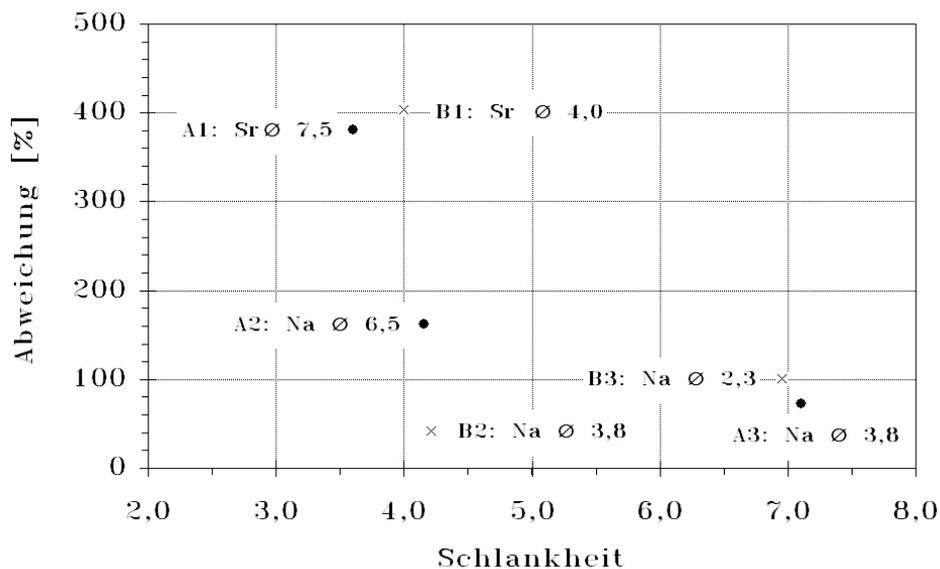


Abbildung 72: Abweichungen der mittleren Anfangsverschiebungsmoduln aus den Versuchen gegenüber den Rechenwerten nach DIN 1052 in Abhängigkeit der Schlankheit

Bei der untersuchten Verbindung kommt es infolge der fehlenden Einspannung in der mittleren Lamelle zu einem punktsymmetrischen Schiefstellen des Verbindungsmittels. Dabei wird ein dreiecksförmig verlaufender Spannungsbereich in den Querschnitten erzeugt, der zu den Rändern hin zunimmt. Infolge dieser dreiecksförmigen Verteilung und einer entsprechend hohen Kantenpressung kommt es zu einem wesentlich schnelleren Erreichen der Lochleibungsspannung und somit zu einem früheren Knick in der Last-Verschiebungskurve, als dies beim gleichen

Versagensmechanismus der Standardverbindung durch die konstante Eindrückung des Verbindungsmittels zu erwarten wäre. Der elastische Bereich ist, wie dies auch aus den Last-Verschiebungskurven ersichtlich wird, wesentlich kleiner.

Für die einschnittige Verbindung, wie sie in den Holzbaunormen behandelt wird, müsste dieses vergleichsweise weiche Verschiebungsverhalten bei der Ermittlung der Verbindungsmittelsteifigkeit ebenfalls berücksichtigt werden. Weder in der schweizerischen Holzbaunorm SIA 265, noch in der deutschen DIN 1052 wird indes eine Unterscheidung zwischen ein- und zweischnittigen Verbindungen gemacht. Lediglich bei der Ermittlung der Verbindungsmitteltragfähigkeit wird diesbezüglich unterschieden. Unter Einhaltung einer geforderten Mindesteinschlagtiefe t_{req} in das Mittelholz verhält sich die einschnittige Verbindung bezüglich der Tragfähigkeit je Scherfuge wie eine zweischnittige Laschenverbindung mit einem entsprechend dicken Mittelholz. Das heißt, es kommt zu einer Einspannung des Verbindungsmittels und im Grenzzustand der Tragfähigkeit zur Ausbildung zweier Fließgelenke. Nach DIN 1052 darf die Verbindungsmitteltragfähigkeit für diesen Fall vereinfachend wie für eine zweischnittige Verbindung mit einer genügend großen Einspannung des Verbindungsmittels ermittelt werden.

Näherungsweise soll diese Forderung für die Ermittlung der Tragfähigkeit auch auf die Steifigkeitsermittlung angewandt werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass bei der Einhaltung einer bestimmten Einschlagtiefe t_{req} das Verschiebungsverhalten einer einschnittigen Verbindung mit dem der zweischnittigen Standardverbindung übereinstimmt. Somit müssen auch die im Versuch ermittelten Steifigkeitswerte mit den Rechenwerten übereinstimmen. Damit dies der Fall ist, muss die mittlere Lamelle folglich eine Dicke von $2 \cdot t_{\text{req}}$ aufweisen. Die erforderliche Einschlagtiefe nimmt etwa linear mit dem Verbindungsmitteldurchmesser zu. Es existiert eine Grenزشlankheit λ_{lim} , unterhalb derer die Beschreibung der Steifigkeit auf Grund des differenzierten Verschiebungsverhaltens nicht mehr unter Ansatz der in den Normen angeführten Rechenwerten durchgeführt werden kann.

Stellt man die für den untersuchten Fall nach DIN 1052 maßgebende Beziehung (Gl. 5-25) für t_{req} nach dem Verbindungsmitteldurchmesser um und setzt für t_{req} die halbe vorhandene Lamellendicke t_{vorh} ein, kann die Grenزشlankheit λ_{lim} nach Gl. 5-27 geschrieben werden. Näherungsweise werden für alle Lamellen die gleichen Lochleibungsfestigkeiten $f_{h,k}$ angesetzt ($\beta=1$).

$$t_{\text{req}} = 1,15 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,k} \cdot d}} = 1,15 \cdot (\sqrt{2} + 2) \cdot \sqrt{\frac{0,15 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}}{0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} \cdot d}} \quad \text{Gl. 5-25}$$

$$t_{\text{req}}^2 = \left(1,15 \cdot (\sqrt{2} + 2) \right)^2 \cdot \frac{0,15 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6}}{0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} \cdot d} = 28,1 \cdot \frac{f_{u,k}}{\rho_k} \cdot d^{1,9} = 28,1 \cdot \alpha \cdot d^{1,9} \quad \text{Gl. 5-26}$$

$$\lambda_{\text{lim}} \approx 2 \cdot \sqrt{28,1 \cdot \alpha} \quad \text{Gl. 5-27}$$

Wird eine Mindestzugfestigkeit $f_{u,k}$ des metallischen Verbindungsmittels von 400 N/mm² und eine mittlere Dichte ρ_k von 400 kg/m³ angenommen, ergibt sich mit dem Verhältniswert $\alpha = 1$ eine Grenزشlankheit von etwa 10,6. Für die untersuchten Fälle der Versuchsreihe A1 bis A3 mit einer Lamellenstärke von 27 mm entspricht dies einem Verbindungsmitteldurchmesser von $d_{\text{lim}} = 2,7$ mm. Bei Unterstellen der Richtigkeit der getroffenen Annahmen wird geschlossen, dass

alle kleineren Schlankheiten zu einem abweichenden Verschiebungsverhalten führen, als es mit den Rechenwerten der Steifigkeiten nach Norm zu beschreiben wäre. Bei allen Versuchsreihen ist tatsächlich eine Abnahme der Abweichungen zwischen Rechenwert und Versuchswert bei zunehmender Schlankheit festzustellen (Abbildung 71 und Abbildung 72). Die Einhaltung der ermittelten Grenzschlankheit führt bei der Verwendung dünner Lamellen indes zu sehr kleinen Verbindungsmitteldurchmessern, wie sie statisch und wirtschaftlich wenig Sinn ergeben. Bei einer Vergrößerung der Lamellendicke hingegen kommt es zu einer ungewollten Erhöhung des konstruktionsbedingten Biegespannungszustandes.

Die Angabe eines Rechenwertes der Steifigkeit für Verbindungsschlankheiten, die unterhalb der ermittelten Grenzschlankheit liegen, ist an dieser Stelle nicht möglich. Dazu, oder gar zur Evaluierung eines entsprechenden theoretischen Modells, fehlt das erforderliche Vertrauen in die statistische Aussagekraft der Versuchsergebnisse. Die Rechenwerte der Anfangssteifigkeit nach DIN 1052 liegen in allen untersuchten Fällen viel zu hoch. Von einer Anwendung dieser Werte beim Nachweis der Grenzzustände von Konstruktionen mit mehrschichtigem Verbundquerschnitt und entsprechenden Verbindungsschlankheiten wird abgeraten. Der Autor schlägt vor, in diesem Fall die konservativen Rechenwerte nach SIA 265 zu verwenden. Kann die Verbindung die Anforderung an die Grenzschlankheit nach Gl. 5-27 einhalten, so ist sie, zumindest in Bezug auf die Ermittlung des Anfangsverschiebungsmoduls, einer gedrungeneren Verbindung vorzuziehen. Ob diese dann über eine ausreichende Steifigkeit und Tragfähigkeit verfügt und ob sie wirtschaftlich vertretbar ist, muss von Fall zu Fall geprüft werden.

Auf Grund der hohen Duktilität der Verbindung ergeben sich für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit Anfangsverschiebungsmoduln K_u , die wesentlich weicher sind als der in der schweizerischen Norm angegebenen Wert von $2/3 \cdot K_{ser}$. Bei der baupraktisch relevanten Versuchsreihe A1 beträgt die Steifigkeit K_u etwa $1/5 \cdot K_{ser}$. Wird allerdings die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel nicht ganz ausgenutzt, so kann dieser Steifigkeitswert entsprechende höher gewählt werden. Dies ist, insbesondere bei verformungsempfindlichen Tragwerken, angemessen.

5.8 SCHRÄGVERSCHRAUBUNG

Durch die wechselseitige Neigung von Schrauben mit durchgehendem Gewinde kann durch die Aktivierung der Seilwirkung des Verbindungsmittels bei gleichzeitiger Verminderung der Biegebeanspruchung eine wesentliche Kapazitätssteigerung sowohl in Bezug auf die Tragfähigkeit als auch auf die Anfangssteifigkeit erzielt werden. Blaß und Bejtka führen in [6] entsprechende Abscherversuche an traditionellen, zweischnittigen Zangenverbindungen aus Brettschichtholz durch. Die Seitenhölzer weisen dabei eine Dicke von 80 mm, das Mittelholz von 200 mm auf. Die verwendeten Schrauben des Durchmessers 7,5 mm besitzen ein durchgehendes Gewinde. Der Einschraubwinkel wird in 15°-Schritten zwischen 45° und 90° variiert. Allerdings wird die Länge der verwendeten Schrauben konstant gehalten, wodurch die Einbindetiefe des Schraubengewindes abnimmt. Im Vergleich zu einer konventionellen Verbindung mit rechtwinklig zur Krafrichtung angeordneten Schrauben kann eine Tragfähigkeitssteigerung von 50% erzielt werden. Dieses Maximum tritt bei einer Neigung von 60° auf. Bei einer Schraubenneigung von 45° wird gar von einer Steigerung der Verbindungssteifigkeit um mehr als Faktor 12 berichtet.

In Anlehnung an die von Blaß und Bejtka durchgeführten Versuche an zweischnittigen Verbindungen mit geneigten Schraubverbindern wurden am Lehrstuhl für Holzkonstruktionen der ETH Lausanne im Rahmen einer Nachdiplom-Studienarbeit [69] entsprechende Versuche an einschnittigen Probekörpern aus schweizerischem Fichtenholz (*Picea abies*) durchgeführt. Die Abmessungen der verwendeten Brett lamellen betragen, ebenfalls wie bei den zweischnittigen Versuchsreihen A1-A3, 27x80 mm². Das Holz wurde entsprechend den Normbedingungen konditioniert. Es werden die gleichen Schrauben vom Typ AMO III Ø 7,5/182 mm mit durchgehendem Gewinde wie bei der Versuchsreihe A1 verwendet. Ein direkter Vergleich ist somit möglich.

Es werden zwei unterschiedliche Neigungswinkel zwischen der Schraubenachse und der Faserrichtung des Holzes untersucht. Bei der aus zwölf Einzelproben bestehenden Versuchsreihe C1 beträgt dieser Winkel 60°. Bei der ebenfalls zwölf Proben umfassenden Versuchsreihe C2 werden die Schrauben mit einer Neigung von 45° eingebracht. Die Verbindungsmitteltragfähigkeit sowie die Anfangssteifigkeit des einzelnen Verbindungsmittels werden unter der in Kapitel 5.6 erläuterten Vorgehensweise, bezogen auf eine entsprechende einschnittige Verbindung, ermittelt. Diese Versuchswerte sowie deren Streuungen sind, ebenso wie die Rechenwerte der Steifigkeiten nach Norm in Tabelle 9 abgedruckt.

Versuchsreihe	Neigung [°]	λ	Anz.	$F_{u,1}$ [kN]	Stabw. [%]	$K_{ser,1,sek}$ [N/mm]	Stabw. [%]	$K_{ser,1,SIA}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN}$ [N/mm]
C1	60	3,6	12	5139	7,6	1691	12,3	1853	3082
C2	45	3,6	12	5568	11,1	2789	19,6	1946	3551

Tabelle 9: Versuchsauswertung Schrägverschraubung

Im Vergleich zur Versuchsreihe A1 unter Verwendung einer zweiseitigen Verbindung mit rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes eingebrachten Verbindungsmitteln ist bei der Versuchsreihe C1 mit um 30° aus dieser Achse geneigten Schrauben eine Zunahme der Tragfähigkeit je Verbindungsmittel um 127% feststellbar. Bei der Versuchsreihe C2 liegt die Steigerung der Tragfähigkeit bei 146%. Es kann also in beiden Fällen von mehr als einer Verdopplung der Verbindungsmitteltragfähigkeit ausgegangen werden. Bei den ermittelten Anfangssteifigkeiten liegt die Steigerung sogar noch höher. Hier wird bei der Versuchsreihe C1 in Bezug auf die entsprechenden Werte der Reihe A1 eine Erhöhung um den Faktor 2,53 erreicht. Bei einer Neigung der Verbindungsmittel von 45° kann eine Erhöhung der Steifigkeit um den Faktor 4,17 erzielt werden. Dies entspricht einer Steigerung um 317%.

Bei der Betrachtung der Verbindungsmittelsteifigkeiten wird ersichtlich, dass der ermittelte Versuchswert mit relativ hoher Genauigkeit mit dem Rechenwert nach SIA 265 beschrieben werden kann. Es wird daher vorgeschlagen, bei der Konstruktion von Flächentragwerken in Brettrampenbauweise eine wechselseitige Neigung der Schrauben um mindestens 30° gegenüber der rechtwinklig auf den Brettlamellen stehenden Achsen vorzusehen. Damit kann für den hier diskutierten und baupraktisch relevanten Fall einer Schraubverbindung mit entsprechender Schlankheit der in der schweizerischen Holzbaunorm festgelegte Rechenwert für den Anfangsverschiebungsmodul K_{ser} angesetzt werden. Allerdings ist anzumerken, dass die Duktilität bei den schräg verschraubten Verbindungen weit geringer ausgeprägt ist, als es bei den rechtwinklig verschraubten Verbindungen der Fall war. Die hat entsprechende Konsequenzen auf die Wahl der Teilsicherheitsfaktoren, so dass für beide untersuchte Einschraubneigungen ein Faktor von $\gamma_M=1,3$ vorgeschlagen wird.

6 ZUR STATISCHEN BERECHNUNG VON HOLZRIPPENSCHALEN

6.1 VORBEMERKUNG

Rippenschalen stellen hochgradig statisch unbestimmte Systeme dar. Das Tragverhalten wird in erster Linie durch den günstigen Abtrag der äußeren Lasten über Normaldruckkräfte bestimmt. Doppelt gekrümmte Formen (z.B. Kugelabschnitt, Sattelfläche) weisen in der Regel bessere Trageigenschaften auf als einfach gekrümmte (z.B. Zylinder, Konoid). Im günstigen Fall einer Stützlinienbelastung treten nur Normalkräfte auf. Ungünstige Querkräfte und Biegemomente verschwinden gänzlich. Die Geometrie der Stützlinie kann jedoch lediglich für ständige Lasten angesetzt werden. Bemessungsrelevant hingegen sind meist die infolge einseitiger Vertikallasten in Kombination mit Horizontallasten verursachten Biegemomente sowie Stabilitätsversagen.

Trotz der Komplexität im Tragverhalten von Rippenschalen sollte sich das zur Berechnung der Kraft- und Verformungsgrößen angesetzte Tragmodell auf eine gerade noch vertretbare und auf der sicheren Seite liegende Einfachheit reduzieren. Es muss imstande sein, das reale Tragverhalten von Rippenschalen mit einer geforderten Genauigkeit abzubilden. Dabei ist die Kenntnis des Einflusses einzelner, sich auf die Berechnung auswirkender Parameter von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Berechnung. So ist etwa der Einfluss der geschwächten Knotenbereiche auf das Tragverhalten und das Zusammenspiel der Beplankung mit den Verbundrippen weitgehend unbekannt. In der folgenden Untersuchung soll anhand einer einfach gekrümmten Tonnenschale beispielhaft eine Parameterstudie durchgeführt werden, um einige dieser Einflüsse zu quantifizieren. Dabei werden Berechnungen unter Variation bestimmter Einflussgrößen durchgeführt und die Verformungen der Struktur in diskreten Punkten miteinander verglichen. Die Berechnung wird unter Ansatz des Schubanalogieverfahrens durchgeführt.

6.2 BERECHNUNGSMODELL DER TONNENSCHALE

Die Abmessung der umlaufend horizontal unverschieblich gelagerten Tonnenschale beträgt im Grundriss 13,6x18 m². Das Kreissegment mit einer Bogenlänge von 15 m besitzt einen Öffnungswinkel von 87,2° bei einem Radius von 9,86 m (Abbildung 73). Die Rippen sind derart angeordnet, dass sie als Helix den Schraublinien auf dem Zylindermantel folgen. Dies hat den Vorteil, dass die Bretter lediglich herstellungsbedingte Spannungen um ihre schwache Achse sowie eine Torsion erfahren. Die Anfangsspannungen aus der konstruktionsbedingten Krümmung der Brett lamellen können minimiert werden. Die Ganghöhe $2 \cdot \pi b$ der Schraublinien, die sich durch die zurückgelegte Strecke parallel zur Zylinderachse bei einer vollen Umdrehung von $2 \cdot \pi$ definiert, beträgt:

$$2 \pi b = \frac{360^\circ}{87,2^\circ} \cdot 12 \text{ m} = 49,54 \text{ m}$$

Mit der Ganghöhe und dem Zylinderradius R lässt sich über den effektiven Radius R_s die effektive Krümmung κ_s der Schraubenlinie sowie die Verwindung g' berechnen:

$$\kappa_s = \frac{1}{R_s} = \frac{R}{R^2 + b^2} = \frac{9,86}{9,86^2 + 7,88^2} = 6,189\text{E} - 2 \text{ m}^{-1} \quad \text{Gl. 6-1}$$

$$g'_s = \frac{b}{R^2 + b^2} = \frac{7,88}{9,86^2 + 7,88^2} = 4,946\text{E} - 2 \text{ m}^{-1} \quad \text{Gl. 6-2}$$

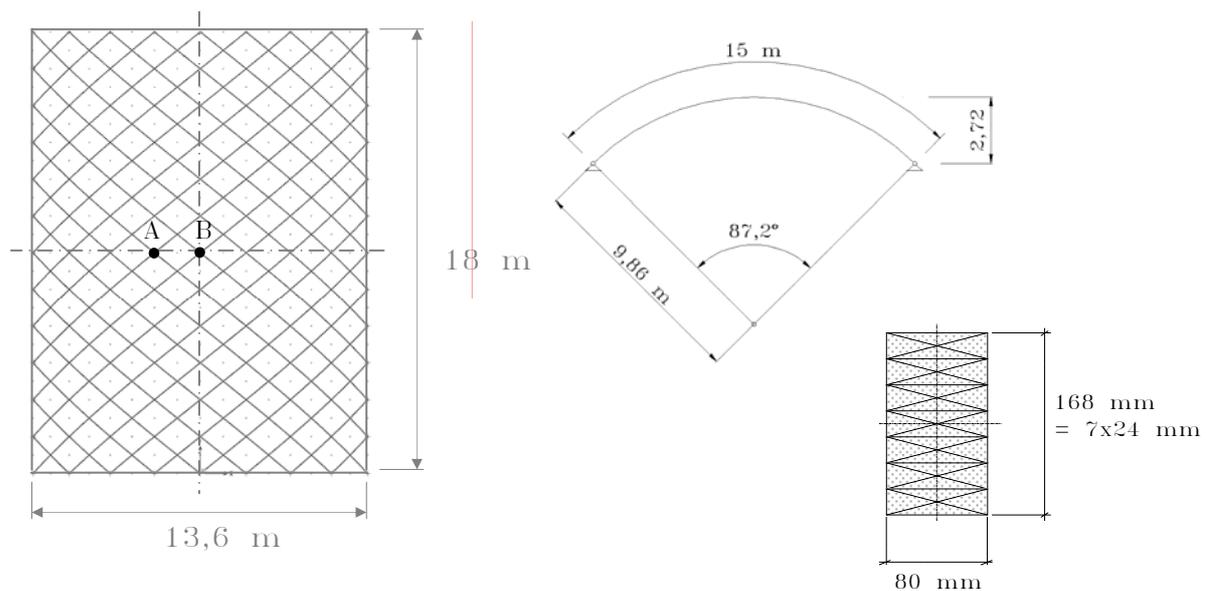


Abbildung 73: Untersuchte Tonnenschale: Grundriss mit untersuchten Knoten A und B (links); Systemskizze Aufriss (mitte); elastischer Verbundquerschnitt (rechts)

Der Rippenquerschnitt wird mit sieben elastisch miteinander verbundenen Brettlamellen aus Nadelholz der Festigkeitsklasse C24 mit Abmessungen von $24 \times 80 \text{ mm}^2$ angesetzt. Die Fugensteifigkeit des Verbundquerschnitts wird im Rahmen der Untersuchungen von „sehr weich“ bis „sehr steif“ variiert. Eine baupraktisch relevante Verschiebungssteifigkeit stellt dabei ein Wert von 10 N/mm^2 dar. Nach den Angaben der SIA 265 entspricht dies für den Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bei Ansatz einer Holzrohddichte von 380 kg/m^3 beispielsweise einer Schraubverbindung mit einem Nenndurchmesser von $7,5 \text{ mm}$ und einem effektiven Verbindungsmittelabstand von 180 mm . Werden hingegen die Ergebnisse der durchgeführten Druckscherversuche angesetzt (Kapitel 5.7.3), kommt man bei der Verwendung der gleichen, rechtwinklig eingebrachten Schrauben auf einen effektiven Verbindungsmittelabstand von lediglich etwa 67 mm .

Für das Verhältnis zwischen dem effektiven Krümmungsradius R_s und der Brettstärke d ergibt sich ein Wert von etwa 670 . Die bei der Konstruktion aufgezwängte Anfangsrandspannung σ_0 in jedem Brett beträgt demnach:

$$\sigma_0 = \frac{E \cdot d}{2R_0} = \frac{1,1E4}{2 \cdot 670} = 8,21 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Gl. 6-3}$$

Dies entspricht bereits 58,6% des Bemessungswertes $f_{m,d}=14 \text{ N/mm}^2$ der Biegefestigkeit nach SIA 265. Nach Gl. 4-6 muss davon ausgegangen werden, dass lediglich etwa 30% dieser Anfangsspannungen durch rheologische Prozesse abgebaut werden. Es verbleiben also langfristig rund 41% der Spannungen aus Vorkrümmung.

Die Struktur wird mit dem von Scholz in [108] vorgeschlagenen Dreischichtmodell nach dem Schubanalogieverfahren generiert. Die dritte Schicht C übernimmt die Aufnahme der Drucknormalkräfte und damit die Stabilitätsaufgaben. Ihr wird die volle Dehnsteifigkeit EA zugeordnet. Oberhalb und unterhalb dieser Schicht werden die bereits bekannten Schichten A zur Berücksichtigung der Einzelanteile der Steifigkeiten und die Schicht B zur Erfassung der Steiner-Anteile sowie der Ersatzschubsteifigkeit angesetzt. Zusätzlich dazu wird eine vierte Schicht eingeführt, welche die äußere Beplankungslage modelliert. Die Schichten werden über einen Bewegungszwang (constraint-equal), der die drei Verschiebungsgrößen, nicht aber die Verdrehungsgrößen der jeweils koinzidenten Knoten einer jeder Schicht koppelt, verbunden. Somit ist die Forderung nach affinen Knotenverschiebungen erfüllt. Die vier Einzelschichten des Berechnungsmodells sind, nebeneinander liegend, in Abbildung 74 gezeigt.

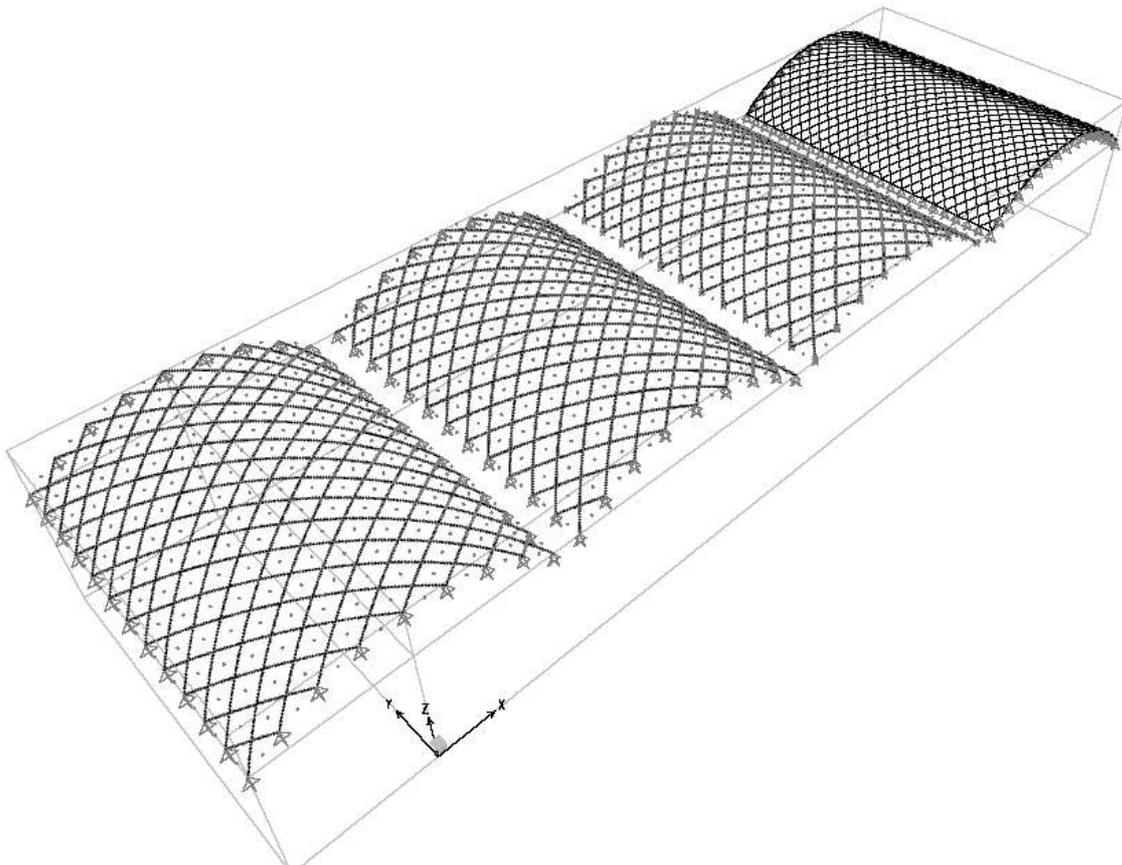


Abbildung 74: Tonnenschalenmodell: Schicht A, C, B, Beplankung (v.l.n.r.)

Die Rippen werden als umlaufend horizontal unverschieblich gelagert angenommen. Der entstehende Bogenschub ist durch eine entsprechende Unterkonstruktion aufzunehmen. Dem Anschluss der Brettrippen an die Randbögen und der konstruktiven Ausbildung im Auflager kommen eine besondere Bedeutung zu. In der Regel geschieht sowohl die mittelbare als auch die unmittelbare Festhaltung der Rippen derart, dass dort keine Verschiebung zwischen den einzelnen Brettlamellen auftreten kann. Dies bedingt im Bereich der Festhaltungen eine Normalkraft in den Teilquerschnitten. Die konstruktionsbedingte Behinderung der Fugenverschiebung am Auflager ist durch die Randbedingung zu berücksichtigen. Dazu wird eine Einspannung der ideellen Schicht B um die entsprechende lokale Achse vorgesehen. Dadurch wird an dieser Stelle ein Einspannmoment M_B erzeugt, das wiederum einer entsprechenden, in der Realität gegebenen, Mobilisierung von Normalkräften in den Einzelgurten entspricht. Eine Verdrehung der Rippen um den Auflagerpunkt wird hingegen nicht behindert. Diese Randbedingung wird durch eine entsprechend gelenkige Lagerung der Schichten A und C berücksichtigt. Die Einspannung der Schicht B und die dreiwertige Lagerung der Schichten A und C geschieht umlaufend.

Die Schichten A, B und C werden über Rahmenstäbe generiert. Diesen Rahmenstäben können programmbedingt nur isotrope Materialeigenschaften zugeordnet werden [101]. Da die Eingabe der Stabsteifigkeiten manuell geschieht, kommt es zu keiner Kopplung zwischen dem Elastizitätsmodul und dem Schubmodul. Im Zuge der vorliegenden Modellierung der Rippenschale als Netzstabwerk liefert diese Näherung ausreichend genaue Ergebnisse. Die Beplankung wird über Schalenelemente modelliert. Diesen wird sowohl eine Membraneigenschaft als auch eine gewisse Biegesteifigkeit zugeordnet. Die Schalendicke wird mit 25 mm angesetzt. Die viereckigen Schalenelemente sind derart angeordnet, dass jeweils vier Elemente eine Raute der Gitternetzstruktur abdecken und in ihren Eckpunkten mit den Rippen verbunden sind.

Die punktförmigen, vertikalen Lasten werden in den Knotenpunkten der Schicht A eingeleitet. Da zwischen den Einzelschichten eine Kopplung der Verschiebungen besteht, ist es grundsätzlich ohne Bedeutung, auf welcher Schicht die Knotenlasten aufgebracht werden. Es werden die zwei Lastfälle „vollständige Belastung“ der gesamten Struktur mit Vertikallasten von je 2,5 kN in den Knoten und „halbseitige Belastung“ mit der gleichen Lastamplitude unterschieden. Die Darstellung der belasteten Schicht A ist in Abbildung 75 dargestellt. Diese Belastung entspricht einer über die Fläche verschmierten, gleichmäßig verteilten Gravitationslast von 2,2 kN/m².

Die statische Berechnung wird mit dem Stabstatikprogramm SAP 2000 NL, Version 7.1 der Firma CSI-Berkeley unter Berücksichtigung der Effekte nach Theorie II. Ordnung, also geometrisch nichtlinear, durchgeführt. Die Generierung der Struktur erfolgt mit Hilfe einer Eingabedatei, die in Kapitel A 2 des Anhangs abgedruckt ist. Aus Gründen der Zeit- und Recheneinsparnis sollte stets darauf geachtet werden, Struktursymmetrien auszunutzen. Da im vorliegenden Fall eine zur Querachse symmetrische Belastung vorliegt, wird lediglich die halbe Struktur unter Ansatz entsprechender Übergangsbedingungen berechnet.

Die ideellen Querschnittswerte nach Schubanalogieverfahren errechnen sich gemäß Kapitel 2.2.2 und unter Einführung der Schicht C zur Berücksichtigung der Einflüsse nach Theorie II. Ordnung. Sie beziehen sich auf das lokale Koordinatensystem nach Abbildung 76. Näherungsweise werden die Schubverformungen des Holzes vernachlässigt.

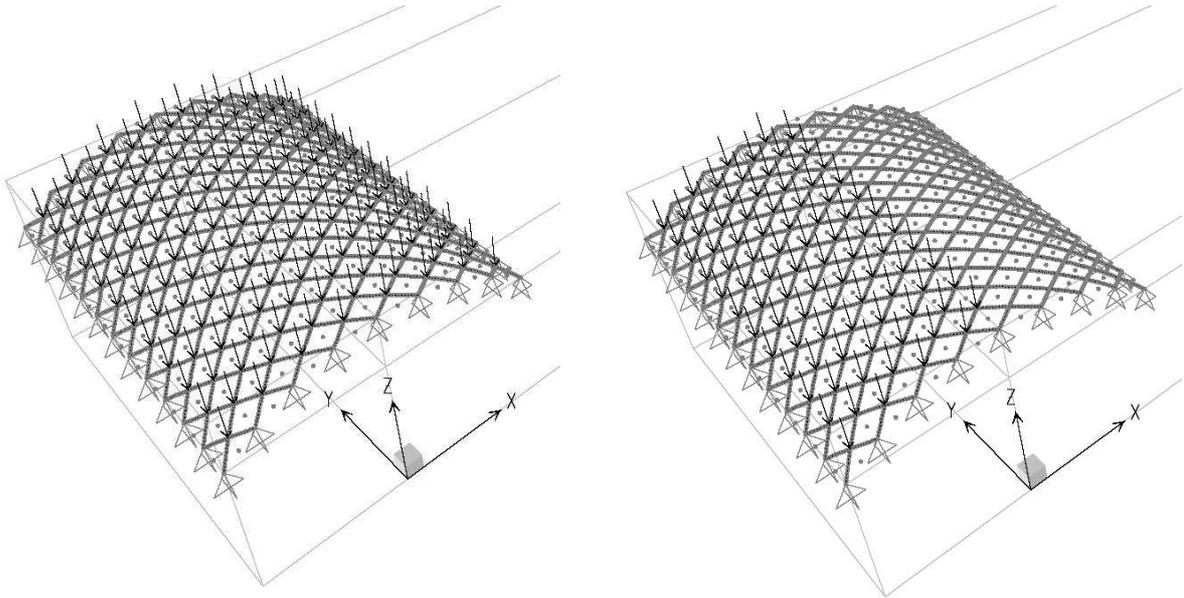


Abbildung 75: Angesezte Belastung: LF Volllast (links); LF einseitige Lasten (rechts)

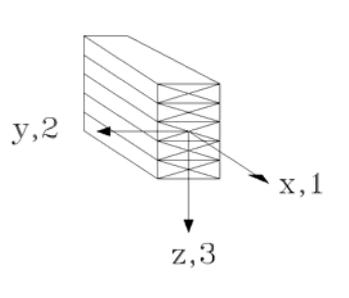


Abbildung 76: Angewendetes Koordinatensystem

Vollquerschnitt:
$$EI_{2,voll} = E \cdot (n \cdot d)^3 \cdot \frac{b}{12} = 1,1E4 \cdot (7 \cdot 0,024)^3 \cdot \frac{0,080}{12} = 0,3477 \text{ MNm}^2$$

Schicht A:
$$EA_{1,A} \rightarrow 0$$

$$EI_{1,A} = E \cdot 0,263 \cdot n \cdot d^3 \cdot b = 1,1E4 \cdot 0,263 \cdot 7 \cdot 0,024^3 \cdot 0,080 = 0,0240 \text{ MNm}^2$$

$$EI_{2,A} = EI_{2,voll} \cdot \frac{1}{n^2} = 0,3477 \cdot \frac{1}{49} = 0,0071 \text{ MNm}^2$$

$$EI_{3,A} = E \cdot n \cdot b^3 \cdot \frac{d}{12} = 1,1E4 \cdot 7 \cdot 0,080^3 \cdot \frac{0,024}{12} = 0,0789 \text{ MNm}^2$$

$$S_{2,A} = S_{3,A} \rightarrow \infty$$

Schicht B:

$$EA_{1,B} \rightarrow 0$$

$$EI_{2,B} = EI_{2,voll} \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = 0,3477 \cdot \frac{48}{49} = 0,3406 \text{ MNm}^2$$

$$EI_{1,B} = EI_{3,B} \rightarrow 0$$

$$S_{2,B} \rightarrow \infty$$

$$S_{3,B} = (n-1) \cdot d^2 \cdot k = 6 \cdot 0,024^2 \cdot 10 = 0,0346 \text{ MN}$$

Schicht C:

$$EA_{1,C} = E \cdot n \cdot b \cdot d = 1,1E4 \cdot 7 \cdot 0,024 \cdot 8 = 147,8 \text{ MN}$$

$$EI_{1,C} = EI_{2,C} = EI_{3,C} \rightarrow 0$$

$$S_{2,C} = S_{3,C} \rightarrow \infty$$

Bei einem siebenteiligen Querschnitt beträgt die Biegesteifigkeit der Schicht A, die den Anteilen der Eigenbiegesteifigkeit entspricht, lediglich ein 49stel der Steifigkeit des Vollquerschnitts. Sie könnte daher prinzipiell vernachlässigt werden, was zudem Rechenaufwand verringern würde. Der Vollständigkeit halber bleibt sie allerdings in den folgenden Berechnungen berücksichtigt.

Programmtechnisch ist es nicht möglich, Steifigkeitswerte von Null einzugeben, da die Steifigkeitsmatrix dann nicht mehr lösbar wird. Vielmehr müssen kleine Werte angegeben werden. Klein bedeutet hier aber, klein in Bezug auf die übrigen Steifigkeiten, da es auf Grund von numerischen Problemen zu Abweichungen der Rechenergebnisse kommen kann. Das heißt, erst ab einem bestimmten Wert konvergiert das Rechenergebnis gegen einen festen Wert. Im Fall der Biegesteifigkeit $EI_{3,B}$ des Trägers B, die auf Grund der nicht existenten Verbundwirkung bei Biegung um diese Achse als klein anzunehmen ist, ist dieser Einfluss in Abbildung 77 gezeigt. Bei der Variation dieses Wertes in Bezug auf die sich ergebende Scheitelabsenkung ist sowohl unterhalb, als auch oberhalb eines bestimmten Wertes eine Konvergenz der Verformung festzustellen. Da jedoch bei der Eingabe von Steifigkeitswerten, die kleiner als 1E-3 sind, keine wesentliche Beteiligung des Trägers B am Abtrag der Lasten festzustellen ist, werden im Folgenden Werte von 1000 angesetzt. Eine entsprechende Parameterstudie ist auch bei Verwendung anderer Berechnungsprogramme ratsam, um diesem numerischen Problem zu begegnen, da beträchtliche Unterschiede zwischen den Berechnungsergebnissen auftreten können.

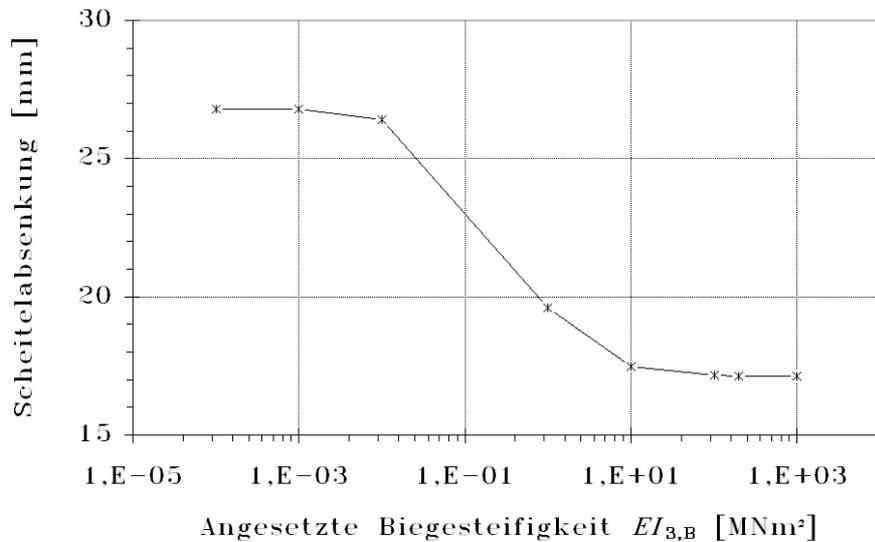


Abbildung 77: Variation eines „kleinen“ Steifigkeitswertes und deren Auswirkung auf die Scheiteldurchbiegung der untersuchten Tonnenschale

6.3 PARAMETERSTUDIE

6.3.1 VORBEMERKUNG

Die Parameterstudie wird unter Variation der betrachteten Einflussgrößen durchgeführt. Zum Vergleich dienen Verschiebungsgrößen. Bei der Betrachtung des Lastfalls „Volllast“ werden dazu die vertikalen Durchbiegungen in der Scheitelmitte herangezogen (Knotenpunkt B nach Abbildung 73). Beim Lastfall „halbseitige Last“ werden die vertikalen Verschiebungen des Knotens A miteinander verglichen.

6.3.2 VARIATION DER STEIFIGKEITEN IM BEREICH DER KNOTENPUNKTE

Da bei der diskutierten Konstruktionsweise im Bereich der Knoten nur jede zweite Brettlamelle als durchlaufend ausgebildet wird, kommt es an diesen Stellen zu einer Schwächung des Querschnittes. Der Knotenbereich verjüngt sich dabei auf einen Mehrpunktquerschnitt, wie er in Abbildung 78 dargestellt ist. Werden jeweils die beiden äußeren Brettlamellen als durchlaufend ausgebildet, ist kein allzu großer Steifigkeitsunterschied zwischen Feld- und Knotenbereich zu verzeichnen. Vor und nach dem Knotenbereich lagern sich die Kraftgrößen der durchlaufenden Lamellen auf die zur Verfügung stehenden Füllbretter des Feldbereiches um. Über welche Länge diese Umlagerung effektiv stattfindet, ist jedoch weitgehend unbekannt und hängt in erster Linie von der Verbundsteifigkeit im Feldbereich ab. Je geringer diese ist, desto kleiner kann der mobilisierte Feldabschnitt angenommen werden.

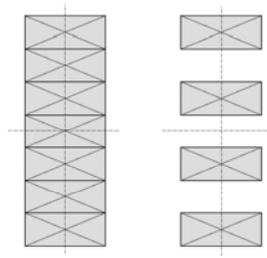


Abbildung 78: Rippenquerschnitt mit Feldbereich (links) und geschwächtem Knotenbereich (rechts)

Eine Vernachlässigung der Knotenbereiche könnte erheblichen Modellierungsaufwand einsparen. Die durchgeführte Studie soll am Beispiel der vorgestellten Tonnenschale zeigen, welchen Einfluss der geschwächte Steifigkeitsbereich auf die Gesamtsteifigkeit besitzt. Der steifere Feldquerschnitt wird dazu wahlweise mit 100%, 80%, 60% und 40% des Abstandes zwischen zwei Knotenpunkten angesetzt. Dabei bedeuten 100% Feldquerschnitt, dass die geschwächten Knotenquerschnitte bei der Modellierung gänzlich unberücksichtigt bleiben. Bei einem zu 40% angesetzten Feldbereich erstrecken sich die geschwächten Knotenbereiche von den Knoten zu beiden Enden des Feldes jeweils 30% in den Feldbereich hinein. Zusätzlich wird für jeden Fall die Fugensteifigkeit variiert. Die Untersuchung wird unter Ansatz eines siebenteiligen Verbundquerschnittes durchgeführt.

Es kann angenommen werden, dass sich die durchlaufenden Brettlamellen in die benachbarten Feldbereiche einspannen (Abbildung 79). Vergleichsrechnungen haben diese Annahme bestätigt. Der Restquerschnitt trägt als Mehrpunktquerschnitt zu einer entsprechenden Mobilisierung der Steiner-Anteile bei. Die Ersatzschubsteifigkeit des geschwächten Knotenbereiches wird bei der Modellierung somit entsprechend der Schubsteifigkeit im Feldbereich angesetzt. Die Bolzen, die im Knotenpunkt zur konstruktiven Lagesicherung dienen, bleiben unberücksichtigt, da sie meist über Langlöcher eingebracht werden.

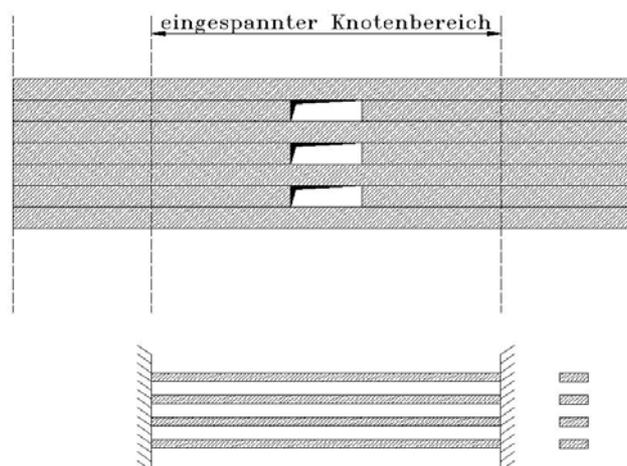


Abbildung 79: Knotenabschnitt: Angenommene Länge des eingespannten Mehrpunktquerschnittes

Abbildung 80 zeigt den Vergleich der vertikalen Durchbiegung des Knotenpunktes A unter dem maßgebenden Lastfall „halbseitige Last“. Dabei wird die Verschiebung auf den entsprechenden Referenzwert unter Ansatz eines 100%igen Feldquerschnittes bezogen. Die Reduzierung der mitwirkenden Länge für den Feldbereich verursacht, insbesondere bei schubstarreren Querschnitten, eine vergleichsweise ausgeprägte Zunahme der Verformung. Wird demnach bei einem Verbundquerschnitt mit einer Fugensteifigkeit von 1000 N/mm² nur 40% der Feldsteifigkeit aktiviert, liegt die Verformung des betrachteten Knotens um etwa 22% höher als bei 100%igem Ansatz der Feldsteifigkeit. Für baupraktisch relevante, wesentlich geringere Fugensteifigkeiten, zeigt sich eine weniger ausgeprägte Verformungszunahme. Bei 40% aktiviertem Feldbereich liegt diese bei etwa 14% des Referenzwertes. Bei allen durchgeführten Vergleichsrechnungen ist eine lineare Zunahme zu beobachten.

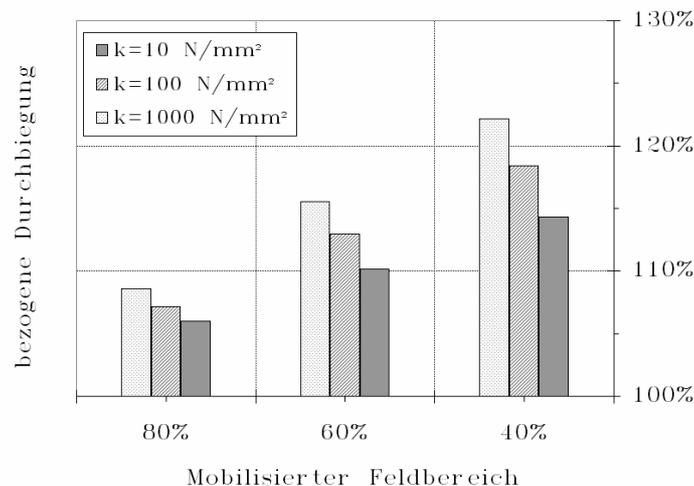


Abbildung 80: Durchbiegung des Knotens A bei Variation der mitwirkenden Länge des Feldbereichs: Lastfall „halbseitige Last“

Die Untersuchung zeigt, dass für den baupraktisch relevanten Fall mit geringen Fugensteifigkeiten bei einer Verkleinerung des mobilisierten Feldbereiches die Abnahme der Gesamtsteifigkeit vergleichsweise klein ausfällt. Bei Ansatz einer Fugensteifigkeit von $k=10$ N/mm² und unter Ansatz eines zu 40% mitwirkenden Feldbereiches wird eine maßgebende Verformungszunahme an der Gesamtstruktur von weniger als 15% verzeichnet (Abbildung 80). Wird wenigstens die Hälfte der Feldbereiche mobilisiert, kann sogar von einer gänzlichen Vernachlässigung der verminderten Knotensteifigkeiten bei der Modellierung ausgegangen werden. Alle weiteren Untersuchungen werden unter Ansatz dieser Vernachlässigung durchgeführt. Allerdings müssen die geschwächten Knotenbereiche bei den Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt werden.

6.3.3 EINFLUSS DER FUGENSTEIFIGKEIT

Prinzipiell kann festgestellt werden, dass je mehr die Struktur die äußeren Lasten über eine günstige Schalenwirkung abträgt, desto weniger wird die Verbundsteifigkeit maßgebend für das Tragverhalten. Für den Nachweis der Grenzzustände werden in der Regel einseitige Lasten in Kombination mit horizontalen Beanspruchungen bemessungsrelevant. Die sich dabei einstellende Krümmung der Querschnitte verursacht Fugenverschiebungen mit einer entsprechenden Beanspruchung der Verbindungsmittel. Um den Einfluss der Fugensteifigkeit auf das Gesamttragverhalten der Tonnenschale zu untersuchen, wurde eine entsprechende Rechnung unter Variation der Fugensteifigkeit durchgeführt. Die Anzahl der Brettlamellen wurde dabei ebenfalls variiert.

Abbildung 81 zeigt den Einfluss unterschiedlicher Fugensteifigkeiten auf die Gesamtsteifigkeit unter Ansatz einer halbseitigen Belastung für einen fünf-, sieben- und neunteiligen Verbundquerschnitt. Als Referenzwert dient jeweils die Durchbiegung des entsprechenden Vollquerschnitts.

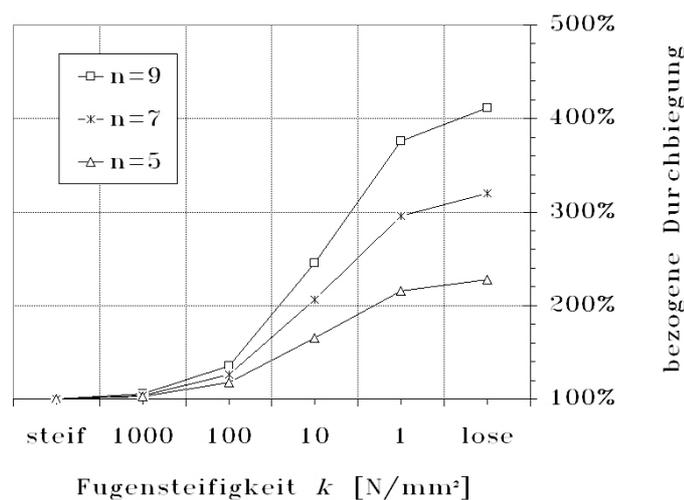


Abbildung 81: Einfluss der Fugensteifigkeit auf die Gesamtsteifigkeit: Lastfall „halbseitige Last“

Die betrachtete Knotenverschiebung des siebenteiligen Verbundquerschnitts unter Ansatz einer Fugensteifigkeit von 10 N/mm² beträgt rund das Doppelte der Verschiebung des entsprechenden Vollquerschnitts. Bei einem neunteiligen Querschnitt ist eine Zunahme um 150% festzustellen. Je mehr Einzellamellen also vorgesehen werden, desto größer fällt die Steifigkeitsabnahme bei Ausbildung schubweicher Verbundquerschnitte im Vergleich zum entsprechenden Vollquerschnitt aus.

6.3.4 EINFLUSS DER BEPLANKUNG

Zur Triangulation der rautenförmig ausgebildeten Rippenstruktur wird in der Regel eine zusätzliche Schalungslage aufgebracht. Diese kann aus kreuzweise verlegten Brettern oder aus Holzwerkstoffplatten bestehen. Da die Knotenpunkte eine Verschiebung der Rippen in der Schalfläche (Scherung) nur bedingt verhindern, wird die Gesamtsteifigkeit erst durch das Aufbringen dieser zusätzlichen Schalungslage erreicht. Bei der Modellierung wird näherungsweise davon ausgegangen, dass sich die Beplankung nicht im Verbund mit den Rippen direkt am Abtrag der Biegemomente beteiligt, sondern lediglich die Schubsteifigkeit der Konstruktion gewährleistet (keine Mobilisierung zusätzlicher Steiner-Anteile infolge der Dehnsteifigkeit der Beplankung).

Nachfolgend soll der Einfluss variierender Schalungsdicken d sowie unterschiedlicher Elastizitäten des verwendeten Werkstoffes auf die Tragwirkung der Gesamtstruktur unter Ansatz des siebenteiligen Verbundquerschnittes aufgezeigt werden. Der Wert ε berücksichtigt dabei das Verhältnis zwischen der Elastizität der Beplankung E_{BepI} und der Elastizität der Holzrippen E_H nach Gl. 6-4. Als Beplankungsmaterial wird vereinfachend eine homogene Werkstoffplatte angesetzt.

$$\varepsilon = \frac{E_{\text{BepI}}}{E_H} \quad \text{Gl. 6-4}$$

In Abbildung 82 ist die bezogene vertikale Durchbiegung des entsprechenden Knotens unter einer vollflächig verteilten Belastung bei Variation des Verhältniswertes ε und der Dicke der Beplankung gezeigt. Als Referenzwert (100%) dient jeweils die Verschiebung unter Ansatz einer Beplankungsstärke von 25 mm und eines Elastizitätsmoduls der Beplankung, der dem des Holzes entspricht. Gleiches gilt für Abbildung 83 unter Betrachtung des unsymmetrischen Lastfalls „halbseitige Last“.

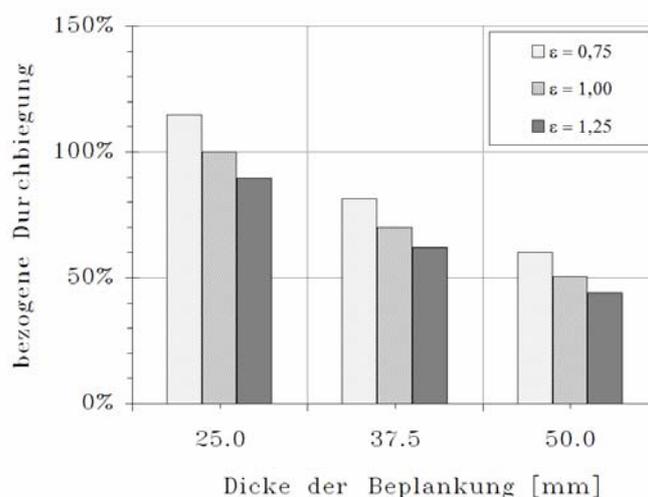


Abbildung 82: Durchbiegung unter Variation der Dicke und der Elastizitätsverhältnisse der Beplankung: Lastfall „halbseitige Last“

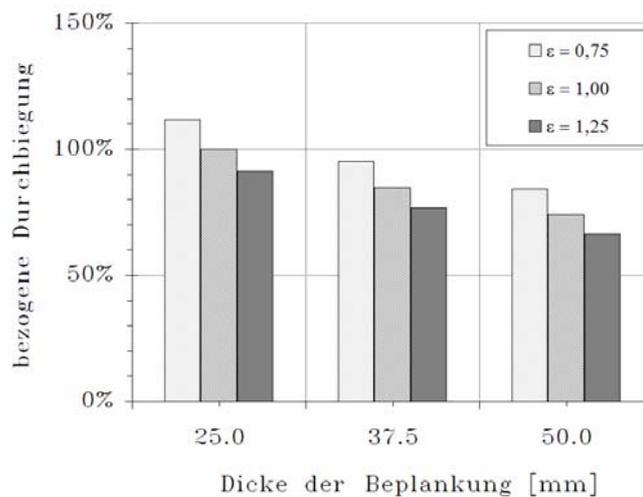


Abbildung 83: Durchbiegung unter Variation der Dicke und der Elastizitätsverhältnisse der Beplankung: Lastfall „Volllast“

Während die Erhöhung der Steifigkeit der Beplankung bei beiden untersuchten Lastfällen keine wesentliche Erhöhung der Gesamtsteifigkeit der Struktur mit sich bringt, ist der Einfluss der Schalungsdicke erwartungsgemäß größer. Hier kann bei der unsymmetrischen Belastung der Struktur näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen der Beplankungsdicke und der vertikalen Scheitelabsenkung festgestellt werden. Eine Verdopplung der Dicke der Beplankung führt hier zu einer Halbierung der Verschiebung.

6.4 VERFORMUNGEN UND SCHNITTGRÖßEN

Im Folgenden sollen Verformungen und Schnittgrößen der mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens berechneten Tonnenschale dargestellt werden. Die Berechnung wurde unter Vernachlässigung der geschwächten Knotenbereiche und unter Ansatz des siebenteiligen Verbundquerschnitts mit einer Fugensteifigkeit von $k=10 \text{ N/mm}^2$ durchgeführt. Abbildung 84 zeigt die Verformungsfigur unter Ansatz der Symmetrie für die beiden gewählten Lastfälle. Trotz des scheinbar ungünstigen Verbundquerschnitts fallen die berechneten Verformungen vergleichsweise gering aus. So liegt die maximale Kurzzeitabsenkung des untersuchten Punktes B unter dem Lastfall Volllast bei lediglich 4,5 mm. Dies ist auf die günstige Bogentragwirkung zurückzuführen. Beim unsymmetrischen Lastfall liegen die Verformungen erwartungsgemäß höher. Hier stellt sich eine Kurzzeitverformung des Punktes A von 18,4 mm ein. Dies entspricht einer auf die Spannweite bezogenen Durchbiegung von $L/730$.

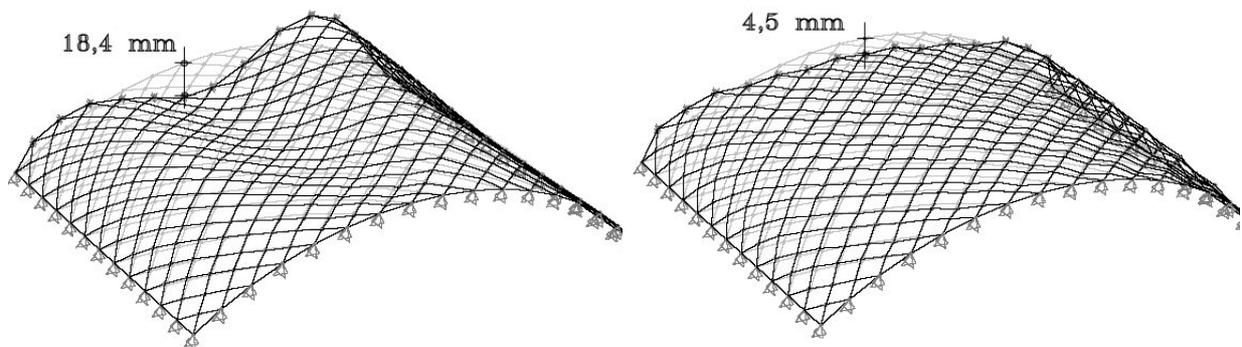


Abbildung 84: Verformungen der Tonnenschale (halbes System): Lastfall „halbseitige Last“ (links); Lastfall Volllast (rechts)

Abbildung 85 zeigt qualitativ den Verlauf der Biegemomente $M_{A,2}$ um die lokale 2-Achse unter Belastung der halben Struktur. Diese entsprechen den Eigenanteilen der Biegemomente, die von den Einzellamellen ohne Mitwirken des Verbundes übernommen werden. In Abbildung 86 sind die entsprechenden Momente $M_{B,2}$ der Schicht B dargestellt. Diese entsprechen den durch den Verbund aktivierten Anteilen und somit den infolge der Dehnsteifigkeiten mobilisierten Gurtnormalkräften aus Biegung. Gut zu erkennen ist dabei der Wechsel im Vorzeichen der Momente im Bereich der Krümmungswechsel (vergl. Abbildung 84).

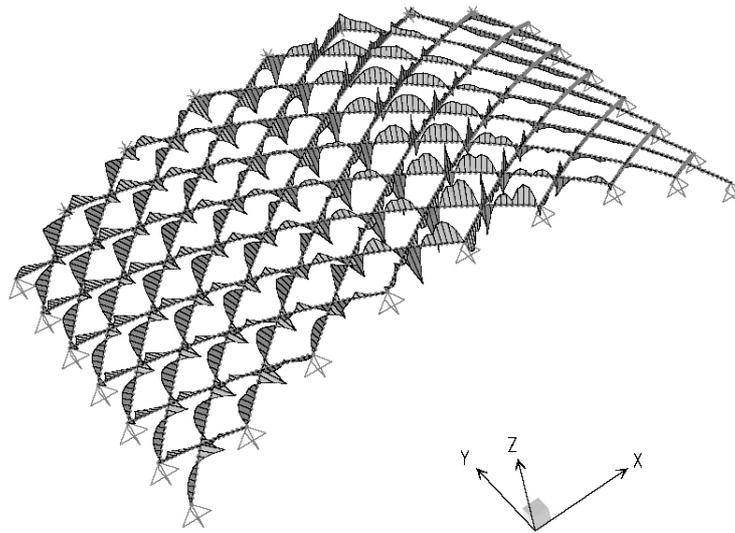


Abbildung 85: Momentenbeanspruchung $M_{A,2}$ der Schicht A (Lastfall „halbseitige Last“)

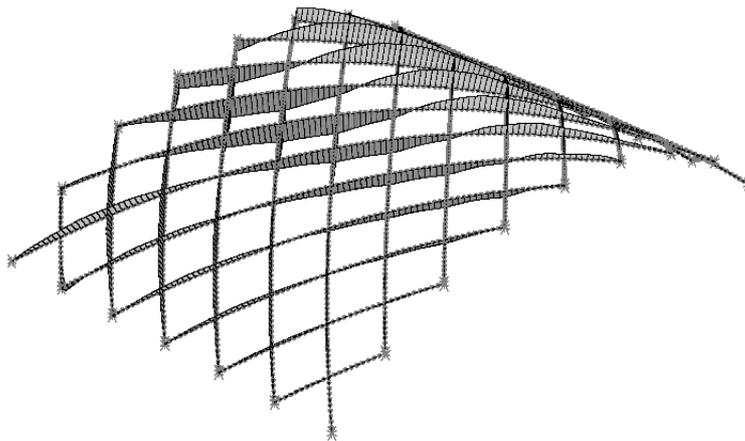


Abbildung 86: Momentenbeanspruchung $M_{B,2}$ der Schicht B (Lastfall „halbseitige Last“)

Der Verlauf der Schubkräfte $V_{B,3}$ der Schicht B ist in Abbildung 87 dargestellt. Die Beanspruchungen der Fugen lassen sich direkt ablesen. Diese sind im Bereich der maximalen Krümmung erwartungsgemäß am größten.

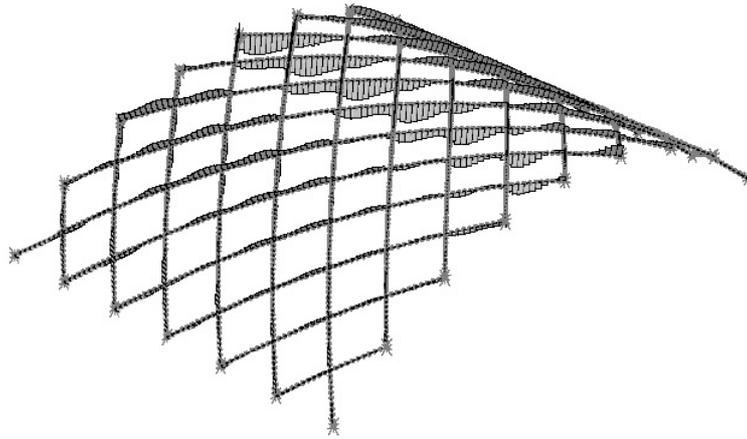


Abbildung 87: Schubbeanspruchung $V_{B,3}$ der Schicht B (Lastfall „halbseitige Last“)

Die Verteilung der Normalkräfte $N_{C,1}$ infolge der günstigen Bogentragwirkung ist in Abbildung 88 gezeigt.

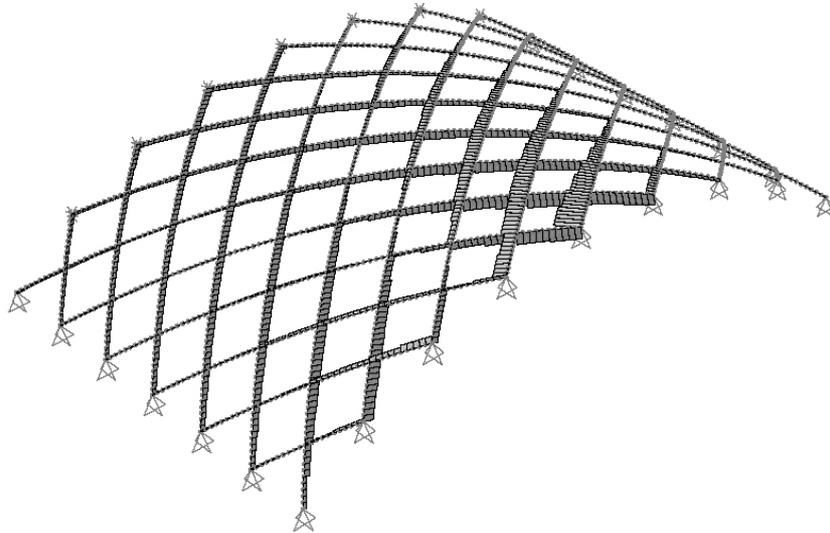


Abbildung 88: Normalkraftbeanspruchung $N_{C,1}$ der Schicht C (Lastfall „halbseitige Last“)

6.5 NACHWEISE IN DEN GRENZZUSTÄNDEN DER TRAGFÄHIGKEIT UND DER GEBRAUCHSTAUGLICHKEIT

Die Normen schreiben bei den Nachweisen in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit die Verwendung von 5%-Fraktilwerten für die charakteristischen Festigkeitskenngrößen und Verbindungsmitteltragfähigkeiten vor. Die Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit sind mit den Mittelwerten der Steifigkeiten zu führen.

Bei Querschnitten aus mehreren Schichten müssen nach SIA 265 bei gleichzeitiger Wirkung von Druck- und Biegespannungen für die Beanspruchungen in Faserrichtung für jede Schicht die Bedingungen nach Gl. 6-6 erfüllt sein. Die Spannungen beziehen sich auf lokale Achsen.

$$\left(\frac{\sigma_{c,1,d}}{f_{c,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,2,d} + \Phi_t \cdot \sigma_{m0,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,3,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{Gl. 6-5}$$

Dabei sind die Beanspruchungen aus der konstruktionsbedingten Krümmung $\sigma_{m0,d}$ zu berücksichtigen. Diese setzen sich aus der Überlagerung der Spannungen aus dem eingefrorenen Initialzustand σ_0 (Biegung der losen Brettlamellen) mit dem Spannungszustand infolge Rückverformung der Struktur nach dem Verbinden (Aufatmen) zusammen. Infolge des Spannungsabbaus dieses ständigen Anteils wird der Relaxationsbeiwert Φ_t zum entsprechenden Bemessungszeitpunkt t eingeführt. Die so abgeminderte, konstruktionsbedingte Spannung wird mit den Spannungen aus den maßgebenden Lastfällen überlagert.

Das gleichzeitige Auftreten von Schub- und Torsionsbeanspruchung ist nach Gl. 6-6 zu berücksichtigen.

$$\left(\frac{\tau_d}{f_{v,d}}\right)^2 + \frac{\tau_{\text{tor},d}}{f_{v,d}} \leq 1 \quad \text{Gl. 6-6}$$

Infolge der Schnittkraftumlagerung und des zur Verfügung stehenden reduzierten Tragwiderstandes im Bereich Knoten kommt es zu einer signifikanten Erhöhung der Spannungen. Dies muss bei den Nachweisen in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit berücksichtigt werden.

Die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind mit dem Bemessungswert der Verschiebungssteifigkeit K_u zu führen. Dieser wird in der schweizerischen und der deutschen Holzbaunorm näherungsweise mit dem um den Faktor 2/3 abgeminderten Rechenwert der Anfangssteifigkeit K_{ser} angegeben. Es hat sich gezeigt, dass dieser Ansatz für die meisten Verbindungen zutrifft. Der Bemessungswert der Verschiebungssteifigkeit hängt allerdings im Wesentlichen von der Duktilität der Verbindung ab. Bei den betrachteten Verbindungen fällt er aus diesem Grund geringer aus. Eine allgemeingültige Angabe auf der Basis der Versuchsergebnisse, wie sie die Norm vorgibt, ist hier nicht möglich. Der Autor schlägt näherungsweise den Ansatz nach Gl. 6-7 vor. Werden Abscherversuche von Verbindungen durchgeführt, kann K_u direkt aus den Last-Verschiebungskurven nach Abbildung 66 bestimmt werden.

$$K_u = \frac{1}{2} \cdot K_{ser} \qquad \text{Gl. 6-7}$$

Auf Grund des rheologischen Verhaltens des Holzes ist infolge einer ständigen Beanspruchung mit einer zeitabhängigen Zunahme der Verformungen zu rechnen. In der schweizerischen Norm SIA 265 wird diese durch eine entsprechende Kriechzahl φ berücksichtigt. Die deutsche Norm DIN 1052 erfasst den Kriecheinfluss durch den Verformungsbeiwert k_{def} . Für den ungünstigen Fall eines im feuchten Zustand eingebauten Holzes beträgt $\varphi = 1,0$ und $k_{def} = 0,8$. Das bedeutet, dass die Verformungen infolge ständiger Einwirkung praktisch eine Verdoppelung erfahren. In den durch die stiftförmigen Verbindungsmittel gestauchten Zonen des Holzes kommt es ebenfalls zu zeitabhängigen Kriechverformungen bei den ständigen Anteilen. Näherungsweise können hier die gleichen Beiwerte verwendet werden.

7 SCHLUSSBEMERKUNGEN

Mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens können Kraft- und Verschiebungsgrößen mehrschichtiger Verbundsysteme berechnet werden. Für Querschnitte, die aus bis zu drei gleichen, elastisch gefügten Einzelteilen bestehen, stimmt die Lösung mit der analytischen Lösung überein. Bei der Rücktransformation der Kraftgrößen des ideellen Rechensystems kommt es auf Grund des linearen Ansatzes zu einem Fehler. Diese Abweichung wirkt sich insbesondere bei der Bestimmung der Gurtnormalkräfte der Einzelquerschnitte und der Fugenschubflüsse bei schubweichen Verbundquerschnitten aus. Je mehr sich das zu berechnende schubweiche Verbundsystem der Scheibe nähert, desto mehr weicht die sich ergebende Normalkraftverteilung von der linearen Verteilung ab und desto weniger kann diese mit dem Timoshenko-Balken dargestellt werden.

Mit Hilfe eines Stabwerk-Feder-Modells wurde eine Parameterstudie am geraden Biegeträger unter Variation der maßgeblichen Einflussgrößen durchgeführt und die Abweichungen quantifiziert. Während der Fehler bei den Fugenschubkräften günstig auf der sicheren Seite liegt, können sich für die Gurtnormalkräfte aus Biegung Werte ergeben, die sehr viel geringer sind als die reellen Werte. In ungünstigen, aber baupraktisch noch realistischen Fällen ergeben sich Werte, die nur rund der Hälfte der reellen Normalkräfte entsprechen. Das komplexe Zusammenspiel der Einflussparameter macht die Angabe eines allgemeingültigen Korrekturfaktors zur Erfassung der Abweichungen schwierig. Eine Abschätzung muss vom Tragwerksplaner operativ vorgenommen werden.

Die Anwendung des Schubanalogieverfahrens auf gekrümmte Mehrschichtsysteme unterliegt den gleichen Genauigkeiten wie auf gerade, durch Biegung mit Querkraft beanspruchte Träger und Schichten. Da die äußeren Lasten allerdings zu einem Großteil über Normaldruckkräfte abgetragen werden, verkleinert sich der Fehler bei der Ermittlung der Biegenormalspannungen. Die Gurtnormalkräfte aus Biegung überlagern sich mit den Drucknormalkräften. Die Abweichung bei der Bestimmung der Fugenschubkräfte liegt auf der sicheren Seite und kann nach Meinung des Autors vernachlässigt werden. Auch hier ist eine allgemeingültige Angabe von Korrekturfaktoren kaum möglich. Die Beurteilung der Genauigkeit des Rechenansatzes muss vielmehr von Fall zu Fall vorgenommen werden.

Versuche zum Relaxationsverhalten von Biegespannungen in konstant gekrümmten Brettlamellen zeigen eine eindeutige Abhängigkeit des Spannungsabbaus von der Elastizität der Brettlamellen. Die Versuche wurden über einen Zeitraum von 286 Tagen (6864 Stunden) durchgeführt. Nach diesem Zeitraum wird von einem weitgehenden Abschluss der Spannungsrelaxation ausgegangen, was durch eine entsprechende Konvergenz der aufgezeichneten Relaxationskurven bekräftigt wird. Demnach verbleiben in einer Brettlamelle der Festigkeitsklasse C35 noch etwa 76% der Anfangsbiegespannungen, bei einer Festigkeitsklasse C20 noch 64%. Dem Zusammenhang kann, zumindest in dem für die baupraktische Anwendung relevanten Bereich, Linearität unterstellt werden. Die Beschreibung durch eine entsprechende Näherungskurve wird vorgeschlagen. Der in der Literatur oft postulierte Zusammenhang zwischen dem Endmaß der Relaxation und der anfänglichen Querschnittsausnutzung konnte hingegen bei den durchgeführten Versuchsreihen nicht bestätigt werden.

Um die geforderten Sicherheiten einzuhalten, ist der verbleibende Spannungszustand infolge Anfangskrümmung beim Nachweis des Grenzzustandes der Tragfähigkeit zu berücksichtigen. Wird von einem Spannungsabbau von 30% und einer langfristigen zulässigen Querschnittsausnutzung infolge dieser Spannungen von 50% ausgegangen, ergibt sich für den zulässigen Krümmungsradius einer Brettlamelle ein Wert von $R/d \approx 550$.

Bei der Brettrippenbauweise sowie bei auf Biegung mit Querkraft beanspruchten mehrschichtigen Verbundkonstruktionen, bei denen zum Fügen der Einzelquerschnittsteile stiftförmige Verbindungsmittel zur Anwendung kommen, liegen oft vergleichsweise gedrungene Verbindungsschlankheiten vor. Auf Grund fehlender Einspannung des Verbindungsmittels und infolge des punktsymmetrischen Verschiebungsverhaltens des Stiftes weicht das mechanische Verhalten des einzelnen Verbindungsmittels sowohl in Bezug auf seine Tragfähigkeit als auch hinsichtlich seiner Verschiebungssteifigkeit von den in den Normen angegebenen Rechenwerten ab. Diese können daher nur bedingt zum Nachweis der Grenzzustände angesetzt werden. Eine Modifizierung der Tragmodelle nach Johansen wurde für die maßgebenden Versagensfälle für entsprechende zwei- und dreischnittige Verbindungen vorgenommen. Zur Evaluation der theoretischen Rechenwerte wurden Abscherversuche unter Ansatz verschiedener Verbindungsschlankheiten durchgeführt. Die Mittelwerte der Tragfähigkeiten stimmen gut mit den theoretischen Werten überein. Bei den Nachweisen in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit sind für die Materialeigenschaften die Fraktilwerte zu verwenden. Auf Grund der ausgeprägten Duktilität der untersuchten Verbindung und des sehr hohen Grades an statischer Unbestimmtheit scheint es gerechtfertigt, diese Nachweise mit einem Teilsicherheitsbeiwert auf der Materialseite von $\gamma_M=1,10$ zu führen.

Die Mittelwerte der Anfangsverschiebungsmoduln aus den Versuchsreihen wurden den empirischen Werten nach SIA 265 und DIN 1052 gegenübergestellt. Es zeigen sich zum Teil erhebliche Unterschiede. Für die baupraktisch relevanten Fälle ergeben sich bei allen untersuchten Verbindungen Steifigkeitswerte, die sehr viel kleiner sind als die Rechenwerte nach den Normen. Es konnte eine Grenzschlankheit ermittelt werden, ab der sich die Anfangssteifigkeit der vorliegenden Verbindungen mit den Rechenwerten nach SIA 265 bestimmen lässt. Diese ist vergleichsweise hoch und hat für die behandelte Brettrippenbauweise kaum baupraktische Bedeutung. Die allgemeingültige Angabe eines der Verbindung angepassten Wertes anhand der Versuchsergebnisse ist auf Grund des vergleichsweise kleinen Umfanges der einzelnen Versuchsreihen und der vorgefundenen Komplexität kaum möglich. Für den baupraktisch relevanten Fall unter Verwendung von Brettlamellen mit einer Abmessung von 27x80 mm² und selbstbohrenden Schrauben mit einem Durchmesser von 7,5 mm können die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit näherungsweise mit einem Drittel des Rechenwertes des Anfangsverschiebungsmoduls K_{ser} nach SIA 265 geführt werden.

Bei geschraubten Verbindungen kann durch das wechselseitig geneigte Einbringen der Verbindungsmittel eine erhebliche Steigerung der mechanischen Eigenschaften erzielt werden. Bei einer Neigung um 30° von der Brettnormalen kann bereits mehr als eine Verdoppelung sowohl der Tragfähigkeit als auch der Anfangssteifigkeit festgestellt werden. Für diesen Fall scheinen die Steifigkeitswerte nach SIA 265 anwendbar zu sein. Allerdings sind die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf Grund der vergleichsweise geringen Duktilität dieser Verbindungen mit einem erhöhten Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_M=1,3$ zu führen.

Zur Abschätzung des Einflusses bestimmter Parameter auf die Gesamtsteifigkeit einer Rippenschale wurde eine Studie am Beispiel einer einfach gekrümmten Tonnenschale in Rippenbauweise durchgeführt. Die Struktur wurde unter Ansatz des Dreischichtenmodells nach dem Schubanalogieverfahren berechnet. Es konnte gezeigt werden, dass für den untersuchten Fall und bei einer Verwendung von vergleichsweise schubweichen Verbundquerschnitten auf eine Berücksichtigung der verminderten Steifigkeit im Bereich der Knoten dann verzichtet werden kann, wenn die jeweils äußeren Brettlamellen als durchlaufend ausgebildet werden. Die Zunahme der Verformung unter Ansatz eines zu 60% mobilisierten Feldbereiches betragen im untersuchten Fall etwa 10%. Infolge der Spannungskonzentrationen im Bereich der geschwächten Knoten müssen diese Stellen aber bei den Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit ihrem verminderten Widerstand berücksichtigt werden.

8 AUSBLICKE

Bei der Rücktransformation der Schnittgrößen aus den Ersatzsystemen des Schubanalogieverfahrens kommt es infolge des linearen Ansatzes zu einem Fehler. Dieser wirkt sich besonders bei schubweichen Systemen mit elastischen Verbundquerschnitten aus mehr als drei Einzelteilen aus. Im Rahmen künftiger Arbeiten sollte das Schubanalogieverfahren dahin gehend erweitert werden, dass der s-förmige Verlauf der Querschnittsverzerrung bei schubweichen Querschnitten durch den Ansatz entsprechender Korrekturfaktoren allgemeingültig berücksichtigt wird.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche zu den Verbindungen haben die erwarteten Abweichungen der mechanischen Kennwerte Steifigkeit und Tragfähigkeit gegenüber den Rechenwerten nach den Normen bestätigt. Allerdings umfassen die durchgeführten Versuchsreihen allesamt eine vergleichsweise kleine Anzahl von Einzelversuchen, so dass eine gefestigte statistische Aussage zur Ausarbeitung entsprechender empirischer Rechenwerte für den Anfangsverschiebungsmodul nicht möglich ist. Für baupraktisch relevante Schlankheiten der diskutierten Verbindungen sind weitere Versuche durchzuführen, ebenso für geneigt eingebrachte Verschraubungen.

Bei der Verwendung von nichtlinearen Finiten-Verbundelementen zur Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verschiebungsverhaltens in den Fugen können die Kraft-Verschiebungsgesetze der Verbindungsmittel aus Versuchen angesetzt werden. Dabei kann der Verlauf entweder durch eine entsprechende bi- oder trilineare Annäherung oder durch den Ansatz des aus dem Steifigkeitswertes K_u beschrieben werden.

9 LITERATURVERZEICHNIS

- [1] AITC 117-2004: Standard Specifications for Structural Glued Laminated Timber of Softwood Species, Design and Manufacturing Requirements. American Institute of Timber Construction, Centennial, Colorado 2004
- [2] Anderson, J.A.; Booth, L.G.: Bending Strength of Curved Glued Laminated Timber. Journal of the Structural Division 105 (1979) 6, S. 1167-1186
- [3] Bach, L.; Rovner, B.: Stress Relaxation in Wood at Different Grain Angles. Canadian Forest Production Laboratory, Information Report VP-X-14, Vancouver 1967
- [4] Becker, H.; Reiter, L.: Über den Einfluss von Temperatur und Holzfeuchtigkeit auf die Relaxation der Biegespannungen in Rotbuchenholz. Holz- als Roh- und Werkstoff 28 (1970) 7, S. 264-270
- [5] Bergfelder, J.: Näherungsverfahren zur Berechnung allgemeiner zusammengesetzter hölzerner Biegeträger mit elastischem Verbund. Der Bauingenieur 49 (1974), S. 350-357
- [6] Blaß, H.J.; Bejtka, I.: Verbindungen mit geneigt angeordneten Schrauben. Bauen mit Holz 105 (2003) 10, S. 28-36
- [7] Blaß, H.J.; Bienhaus, A.; Krämer, V.: Ermittlung des Biegewiderstandes stiftförmiger Verbindungsmittel. Der Bauingenieur 75 (2000) 6, S. 296-299
- [8] Blaß, H. J.: Zum Einfluss der Nagelanzahl auf die Tragfähigkeit von Nagelverbindungen. Bauen mit Holz 93 (1991) 1, S. 21-26
- [9] Blumer, H.: Spannungsberechnung an anisotropen Kreisbogenscheiben und Sattelträgern konstanter Dicke. Veröffentlichung des Lehrstuhls für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Bruderverlag, Karlsruhe 1979
- [10] Bodig, J.; Jayne, B.A.: Mechanics of Wood and Wood Composites. VNR-Verlag, New York 1982
- [11] Bonfield, P.W.; Mundy, J.; Robson, D.J.; Dinwoodie, J.M.: The modelling of time-dependant deformation in wood using chemical kinetics. Wood Science and Technology, 30 (1996) 2, S. 105-115
- [12] Buchmann, W.: Beitrag zur Berechnung polarorthotroper Kreisbogenscheiben konstanter Dicke unter reiner Biegebeanspruchung. Dissertation, TU Wien 1967
- [13] DIN EN 409: Holzbauwerke; Prüfverfahren; Bestimmung des Fließmoments von stiftförmigen Verbindungsmitteln; Nägel. Ausgabe:1993-10
- [14] DIN 1052: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. Ausgabe: 2004-08
- [15] DIN EN 26 891: Holzbauwerke - Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln; Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit und des Verformungsverhaltens. Ausgabe: 1991-02
- [16] DIN 52186: Prüfung von Holz: Biegeversuch. Ausgabe: 1978-6
- [17] Echenique-Manrique, R.: Stress Relaxation of Several Levels of Strain. Wood Science and Technology 3 (1969), S. 49-73
- [18] Ehlbeck, J.; Görlacher, R.: Querkraftbeanspruchung bei Anschlüssen. STEP1/C2 Verbindungen. Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf 1995

- [19] Ehlbeck, J.; Malinowski, C.: Versuche über das Kraft-Eindrückungs-Verhalten von Nadelholz bei Nagelplatten. Holz als Roh- und Werkstoff 44 (1986) 1, S. 23-29
- [20] Engesser, F.: Über verdübelte Balken. Der Bauingenieur 3 (1922) 8, S. 226-229
- [21] Ewald, G.: Zur Ausbildung der Knotenpunkte bei Rauten- und Lamellenkonstruktionen. Bauen mit Holz 87 (1985) 4, S. 222-223
- [22] Freingruber H.Ch.: Beitrag zum Einfluss von Relaxation und Kriechen auf die Herstellungsspannungen von gekrümmtem Brettschichtholz aus Fichtenholz. Dissertation, TU Wien 1985
- [23] Gehri, E.: Betrachtungen zum Tragverhalten gekrümmter Brettschichtträger konstanten Querschnittes. SAH-Bulletin 4 (1976), S. 17-36
- [24] Gehri, E.: Zur Tragfähigkeit von Stabdübelverbindungen. Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis, S. 107-115, Karlsruhe 1982
- [25] Girkmann, K.: Flächentragwerke. Springer-Verlag, Wien 1974
- [26] Gliniorz, K.U.; Mosalam, K.M.; Natterer, J.: Modeling of Layered Timber Beams and Ribbed Shell Frameworks. Composites 33 (2002) 5, S. 367-381
- [27] Gliniorz, K.U.; Natterer, J.; Kreuzinger, H.: Tonnenschalen aus Holz in Kreuzrippenbauweise. Bautechnik 78 (2001) 7, S. 464-471
- [28] Gliniorz, K.U.; Hübner, L.; Natterer, J.: Berechnung von Holzrippenschalen – Forschung und Entwicklungen an der ETH Lausanne. Bautechnik 78 (2001) 3, S. 156-163
- [29] Gollwitzer, T.; Gebbeken, N.: Ein neues FEM-Stabelement für nachgiebige Verbundquerschnitte. Bautechnik 81 (2004) 7, S. 549-554
- [30] Graf, O.: Dauerfestigkeit von Holzverbindungen. Mitteilungen des Fachausschusses für Holzfragen, Heft 22, 1938
- [31] Gressel, P.: Kriechverhalten von Holz und Holzwerkstoffen – Auswirkungen auf den Formänderungsnachweis. Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis, S. 55-66. Bruderverlag, Karlsruhe 1982
- [32] Gross, D.; Hauger, W.; Schnell, W.: Technische Mechanik 1-4. Springer-Verlag, Darmstadt 1993
- [33] Grossman, P.U.A.; Kingston, R.S.T.: Creep and Stress Relaxation in Wood during Bending. Australian Journal of applied science, 5 (1954), S. 403-417
- [34] Grossman, P.U.A.: Stress Relaxation in Wood. Nature 173 (1954) 4392, S. 42-43
- [35] Halsey, G.; White, H.J.; Eyring, H.: Mechanical Properties of Textiles, Part I. Textile Research Journal 20 (1945) 9, S. 295-311
- [36] Happold, E.: Timber Lattice Roof for the Mannheim Bundesgartenschau. The Structural Engineer 53 (1975) 3, S. 99-135
- [37] Hartmann, H.: Die Berücksichtigung elastisch-plastischer Verformungseigenschaften mechanischer Verbindungsmittel bei Verbundkonstruktionen im Ingenieurholzbau. Dissertation, TU München 1999
- [38] Heilig, R.: Theorie des elastischen Verbunds. Der Stahlbau 22 (1953) 4, S. 104-108
- [39] Heimeshoff, B.; Spengler, R.: Praktische Berechnung von Einfeldträgern mit Kragarm und von Zweifeldträgern, die aus durch mechanische Verbindungsmittel - insbesondere auch Nagelplatten - miteinander verbundenen Querschnittsteilen bestehen. Holz als Roh- und Werkstoff 49 (1991) 12, S. 465-475

- [40] Heimeshoff, B.: Nachweis der Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit von Einfeldträgern, die aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen bestehen, im Ingenieurholzbau. Holz als Roh- und Werkstoff 49 (1991) S. 243-249
- [41] Heimeshoff, B.: Näherungsverfahren zur Berechnung von Einfeldträgern mit Kragarm und von Zweifeldträgern, die aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen bestehen, im Ingenieurholzbau. Holz als Roh- und Werkstoff 49 (1991) 7/8, S. 277-285
- [42] Heimeshoff, B.: Zur Berechnung von Biegeträgern aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen im Ingenieurholzbau. Holz als Roh- und Werkstoff 45 (1987), Seite 237-241
- [43] Heimeshoff, B.: Praktische Spannungsberechnung für den gekrümmten Träger mit Rechteckquerschnitt. Die Bautechnik 44 (1967) 4, S. 135-140
- [44] Heimeshoff, B.: Probleme der Stabilitätstheorie und Spannungstheorie II. Ordnung im Holzbau - Teil 1. Bauen mit Holz 85 (1983) 11, S. 716-723
- [45] Heimeshoff, B.: Spannungsberechnung für den gekrümmten Träger mit einfach symmetrischem Querschnitt. Holz als Roh- und Werkstoff 31 (1973) 12, S. 475-480
- [46] Hilson, B.O.: Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln. STEP1/C1, Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf 1995
- [47] Hoefl, M.: Zur Berechnung von Verbundträgern mit beliebig gefügten Querschnitt. Dissertation, ETH Lausanne 1994
- [48] Hoefl, M.; Kaelin, J.F.: Ausstellungspavillon in Brettstapelbauweise. Fachbeitrag zum Schweizer Baublatt (1992) 2
- [49] Hoischen, A.: Beitrag zur Berechnung zusammengesetzter Vollwandträger mit elastischen Verbindungsmitteln. Dissertation, TU Karlsruhe 1952
- [50] Homberg, H.: Brücke mit elastischem Verbund zwischen den Stahlhauptträgern und der Betonfahrbahntafel. Der Bauingenieur 27 (1952), S. 213
- [51] Hudson, M.W.: The effect of initial bending on the strength of curved laminated timber beams. Wood 25 (1960), S. 234-236
- [52] Informationsdienst Holz: Brücken aus Holz: Konstruieren, Berechnen, Ausführen. Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf 1999
- [53] Johansen, K.W.: The Theory of Timber Connections. IABSE - International Association of Bridge and Structural Engineering, Bern. Publikation No. 9 (1949), S. 249-262
- [54] Kelly, O.J.; Harris, R.J.L.; Dickson, M.G.T.; Rowe, J.A.: Construction of the Downland Gridshell. The Structural Engineer 79 (2001) 17, S. 25-33
- [55] Kingston, R.S.T.; Clarke, N.L.: Some Aspects of the Rheological Behaviour of Wood. Australian Journal of Applied Science 12 (1961) 2, S. 211-240
- [56] Kitazawa, G.: Relaxation of Wood under Constant Strain. The New York State College of Forestry, Technical Publication No.67, New York 1947
- [57] Kneidl, R.; Hartmann, H.: Träger mit nachgiebigem Verbund. Eine Berechnung mit Stabwerksprogrammen. Bauen mit Holz 97 (1995) 4, S. 285-290
- [58] Kneidl, R.: Ein Beitrag zur linearen und nichtlinearen Berechnung von Schichtbalkensystemen. Dissertation, TU München 1991
- [59] Kollmann, F.: Technologie des Holzes und Holzwerkstoffe, Band I, II. Springer Verlag, Berlin 1984

- [60] Kollmann, F.: Rheologie und Strukturfestigkeit von Holz. Holz als Roh- und Werkstoff, 19 (1961) 3, S. 73-80
- [61] Kollmann, F.: Über das rheologische Verhalten von Buchenholz verschiedener Feuchtigkeit bei Druckbeanspruchung längs zur Faser. Materialprüfung, 4 (1962) 9, S. 313-319
- [62] Krabbe, E.; Niemann H.-J.: Tragverhalten eines hölzernen Zollbau-Lamellendaches am Beispiel der Halle Münsterland. Bauingenieur 58 (1983), S. 277-284
- [63] Krawczyk, P.: Layered beams with small slips. LSC Report 05-01, ETH Lausanne 2005
- [64] Kreuzinger, H.: Mechanically Jointed Beams – Possibility of Analysis and some special Problems. International Council For Research and Innovation in Building and Construction, Venedig 2001
- [65] Kreuzinger, H.: Verbundbauteile aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen. Ingenieurholzbau; Karlsruher Tage 2000, Forschung für die Praxis 28 (2000), S. 42-55
- [66] Kreuzinger, H.: Flächentragwerke: Platten, Scheiben und Schalen, Berechnungsmethoden und Beispiele. Informationsdienst Holz: Brücken aus Holz: Konstruieren, Berechnen, Ausführen. Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf 1999
- [67] Kuipers, J.: Langzeitversuche mit Holzverbindungen. Bauen mit Holz (1983) 5, S. 296-300
- [68] Lauber, B.; Jakob, S.: Neue Messe Rimini – Zollinger in Italien. Bauen mit Holz 104 (2002) 2, S. 10-15
- [69] Lecomte, C.: Performances des assemblages bois sur bois pas vis inclinées – Essais et applicabilité. Diplomarbeit, ETH Lausanne 2004
- [70] Linse, T.: Comportement rhéologique des poutres lamellées vissées courbées. Diplomarbeit, ETH Lausanne 2004
- [71] Ljungberg, K.: Einiges über gegliederte Balken und Druckstäbe. Der Bauingenieur 23 (1942) 27/28, S. 195-202
- [72] Marguerre, K.: Technische Mechanik II - Elastostatik. Springer-Verlag, Darmstadt 1976
- [73] Meschke, H.J.: Baukunst und -technik der hölzernen Wölbkonstruktionen – Vom Bogentragwerk zum Stabnetzwerk. Dissertation, RWTH Aachen 1989
- [74] Meyers kleine Enzyklopädie Mathematik, 14. Auflage. Meyers Lexikonverlag, Mannheim 1995
- [75] Mischler, A.: Bedeutung der Duktilität für das Tragverhalten von Stahl-Holz-Bolzenverbindungen. Dissertation, ETH-Zürich 1998
- [76] Möhler, K.: Grundlagen der Holz-Hochbaukonstruktionen. Holzbau-Atlas, München 1978
- [77] Möhler, K.; Maier, G.: Kriech- und Relaxationsverhalten von luftgetrocknetem und nassem Fichtenholz bei Querdruckbeanspruchung. Holz als Roh- und Werkstoff 28 (1970) 1, S. 14-20
- [78] Möhler, K.: Die Bemessung der Verbindungsmittel bei zusammengesetzten Biege- und Druckgliedern im Holzbau. Bauen mit Holz 68 (1966) 4, S. 162-164
- [79] Möhler, K.: Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebigen Verbindungsmitteln. Habilitation, TH Karlsruhe 1956
- [80] Natterer, J.; Burger, N.; Müller, A.: The Roof Structure „Expodach“ at the World Exhibition Hanover. Proceedings of the Fifth International Conference on Space Structures, University of Surrey, Guildford 2002, S. 185-193
- [81] Natterer, J.; Burger, N.; Müller, A.; Natterer, Jo.: Holzrippendächer in Brettstapelbauweise – Raumerlebnis durch filigrane Tragwerke. Bautechnik 77 (2000) 11, S. 783-792

- [82] Natterer, J.: Space and Shell Structures in Timber. Proceedings of the World Conference on Timber Engineering, Montreux 1998
- [83] Natterer, J.; Hoeft, M.: Zum Tragverhalten von Holz-Beton-Verbund-Konstruktionen. Forschungsbericht CERS 1345, 1987
- [84] Navarette, R.; Rechy, M.: Lamellierte Bogenträger mit mechanischem Verbund – Emy-Bogenbinder in Mexiko. Bautechnik 81 (2004) 3, S. 201-205
- [85] Neuber, H.: Technische Mechanik, Teil 2: Elastostatik und Festigkeitslehre. Springer Verlag 1971
- [86] Neuhaus, H.: Lehrbuch des Ingenieurholzbau. Teubner-Verlag, Stuttgart 1994
- [87] Nimtz, P.: Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe. DWR-Verlag, Leinfeld-Echterdingen 1993
- [88] Noak, D; v. Roth, W.: Berechnung gekrümmter Brettschichtträger unter Belastung durch Momente, Normal- und Querkkräfte. Holz als Roh- und Werkstoff 30 (1972), S. 220-233
- [89] Otto, F.: Gitterschalen. SFB 64, Mitteilungen des IL, Universität Stuttgart, Karl Krämer Verlag, Stuttgart 1974
- [90] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. Vieweg Verlag, Braunschweig 1982
- [91] Pfefferkorn, W.: Beitrag zur Berechnung stark gekrümmter Kreisbogenträger. Maschinenbautechnik 1 (1959), S. 40-45
- [92] Pirazzi, C.: Leichte Flächentragwerke aus Holz - Beschreibung geodätischer Linien auf Freiformflächen. Holzforschung Schweiz 12 (2004) 2, S. 4-7
- [93] Pirazzi, C.: Experimente an Tonnenschalen. SAH-Fortbildungskurs Weinfelden 2002, S. 165-176
- [94] Pischl, R.: Die praktische Berechnung zusammengesetzter Biegeträger mit Hilfstafeln zur Berechnung der Abminderungsfaktoren. Der Bauingenieur 44 (1969) 5, S. 181-185
- [95] Racher, P.: Mechanische Holzverbindungen - Allgemeines. STEP1/C1 Verbindungen. Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf 1995
- [96] Rentenaar, R.A.: The Modelling and Preliminary Design of Timber Cross-Rib Shells. Postgrad Studienarbeit, ETH Lausanne 2002
- [97] Roš, M.: Ergebnisse der Belastungsversuche in Arth-Goldau an einem einstieligen Versuchsbinder der Keisdirektion Luzern der SBB. EMPA-Bericht Nr. 152, Zürich 1945
- [98] Roth von, W.; Epple, A.: Vergleichende isotrope und orthotrope Berechnung gekrümmter Brettschichtträger. Holz als Roh- und Werkstoff 1 (1981), S. 25-31
- [99] Rozsnyo, R.; Semmler, K.D.: Optimal Control of Geodesics in Riemannian Manifolds. Applied Numerical Analysis and Computational Mathematics 3 (2004), S. 507–515
- [100] Salinas, J.G.: Über die Konstruktion von Gitterschalen. SFB 64, Mitteilung 63 (1982), Universität Stuttgart 1982
- [101] SAP2000 - User Manual, Analysis Reference. CSI-Berkeley, Berkeley 1998
- [102] Sattler, K.: Ein allgemeines Berechnungsverfahren für Tragwerke mit elastischem Verbund. Veröffentlichung des Deutschen Stahlbauverbandes, Heft 8, Köln 1955
- [103] Scheer, C.; Purnomo, J.: Weiterentwicklung der Zollinger- Lamellenbauweise mit Ermittlung von vereinfachten Berechnungsverfahren und statischen Nachweisen. Forschungsbericht, TU Berlin 1980

- [104] Schelling, W.: Die Berechnung nachgiebig verbundener, zusammengesetzter Biegeträger im Ingenieurholzbau. Dissertation, TH Karlsruhe 1968
- [105] Schelling, W.: Berechnung gekrümmter Brettschichtträger mit Biegebeanspruchung. *Bauen mit Holz* 69 (1967) 4, S. 158-160
- [106] Schelling, W.: Zur Berechnung nachgiebig zusammengesetzter Biegeträger aus beliebig vielen Einzelquerschnitten. *Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis*, S. 163-169, Karlsruhe 1982
- [107] Schickhofer, G.: Starrer und nachgiebiger Verbund bei geschichteten, flächenhaften Holzstrukturen. Dissertation, TU Graz 1994
- [108] Scholz, A.: Eigenspannungszustände an Verbundquerschnitten infolge von Dehnungsunterschieden. *Bautechnik* 81 (2004) 3, S. 180-188
- [109] Scholz, A.: Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz. Dissertation, TU München 2004
- [110] Schuler, G.: Durchlaufträger mit elastischem Verbund mit abschnittsweise veränderlichen Steifigkeiten. Dissertation, TU Karlsruhe 1986
- [111] SIA 265: Holzbau. Ausgabe 2003
- [112] Stamm, K.; Witte, H.: Sandwichkonstruktionen - Berechnung, Fertigung, Ausführung. Springer Verlag, Wien 1974
- [113] Steck, G.: Euro-Holzbau – Teil 1: Grundlagen. Werner-Verlag, Düsseldorf 1997
- [114] Stüssi, F.: Über den verdübelten Balken. *Schweizerische Bauzeitung* 122 (1943) 21, S. 271-274
- [115] Szalai, J.: Ermittlung der während der Herstellung auftretenden Eigenspannungen und Verformungen bei gekrümmten Brettschichtträgern. *Bautechnik* 60 (1983) 2, S. 37-41
- [116] Szalai, J.: Ermittlung der während der Herstellung auftretenden Eigenspannungen und Verformungen bei gekrümmten Brettschichtträgern. *Bautechnik* 60 (1983) 3, S. 87-90
- [117] Szalai, J.: Theoretische und experimentelle Untersuchung der herstellungsbedingten Eigenspannungen von gekrümmten Brettschichtträgern. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 44 (1986), S. 69-75
- [118] Szalai, J.: Ermittlung der während der Herstellung auftretenden Eigenspannungen und Verformungen von gekrümmten Brettschichtträgern. Dissertation, Universität Sopron 1980
- [119] Werner, H.: Tragfähigkeit von Holz-Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln unter Berücksichtigung streuender Einflussgrößen. Dissertation, TH Karlsruhe, 1993
- [120] Winkler, E.: Formänderung und Festigkeit gekrümmter Körper, insbesondere der Ringe. *Der Civilingenieur* 4 (1858), S. 323
- [121] Wilson, T.R.C.: The Glued Laminated Wooden Arch. Technical Bulletin No. 691, United States Department of Agriculture, Washington D.C. 1939
- [122] Zahn, J.J.: Residual Stresses in Curved Laminated Wood Beams. *Journal of the Structural Division* 95 (1969) 12, S. 2873-2890

10 ABBILDUNGS- UND TABELLENVERZEICHNIS

Abbildung 1:	Holzschirme der EXPO 2000, Hannover (links); Reithalle in Uzwil, Kanton St. Gallen (rechts)	1
Abbildung 2:	Historische Verbundbauweisen: Delormscher Bogenbinder (links); Verbundsystem von Emy mit Lehrgerüst zur Krümmung der Bohlen (rechts), aus [73]	2
Abbildung 3:	Zollinger-Lamellendach, aus [102]	2
Abbildung 4:	Konstruktionsprinzip der Brettrippenbauweise, aus [81]	3
Abbildung 5:	Montage des Polydôme auf dem Campus der ETH in Lausanne (links); Downland Gridshell, Chichester (GB) (rechts)	4
Abbildung 6:	Verdübelter Bogenträger nach Leonardo da Vinci, aus [52]	7
Abbildung 7:	Verbundquerschnitt: Verteilung der Normalspannung aus Biegebeanspruchung	8
Abbildung 8:	Verhältnis zwischen der effektiven Steifigkeit eines Verbundquerschnitts und der des entsprechenden Vollquerschnitts in Abhängigkeit der Schichtenzahl	8
Abbildung 9:	Stabwerkmodelle: Fachwerk (Modell A); Rahmen (Modell B), aus Kneidl/Hartmann [57]	11
Abbildung 10:	Stabwerk-Feder-Modell eines zweiseitigen Verbundquerschnitts; Belastung in den Knotenpunkten	12
Abbildung 11:	Ersatzstabmodell nach dem Schubanalogieverfahren: Mehrschichtiger Träger mit elastischem Verbundquerschnitt (links); ideelles System mit Knotenlasten (rechts)	13
Abbildung 12:	Schnittgrößenverteilung an einem dreiteiligen Verbundträger über zwei Felder unter unsymmetrischer Gleichstreckenlast: Belastung (oben); Biegemomente (unten links); Querkräfte (unten rechts), aus [93]	15
Abbildung 13:	Schichtenmodell des Schubanalogieverfahrens, nach [14]	15
Abbildung 14:	Dreiteiliger Verbundquerschnitt: Zweireihige Ausbildung der Verbindungsmittel	18
Abbildung 15:	Überlagerung der Spannungsverläufe nach Schubanalogieverfahren für einen fünfteiligen Verbundquerschnitt: Normalspannungen aus Moment (links); Schubspannungen aus Querkraft (rechts)	20
Abbildung 16:	Biegeträger mit sinusförmig verteilter Auflast (links); Federmodell nach Kreuzinger, aus [65] (rechts)	21
Abbildung 17:	Untersuchtes Einfeldsystem: Gleichstreckenlast (links); Einzellast (rechts)	23
Abbildung 18:	Ersatzsysteme zur Berechnung von Verbundträgern am Beispiel eines zehnteiligen Einfeldträgers unter Gleichstreckenbelastung: Stabwerk-Feder-Modell unter Ausnutzung der Symmetrie (oben); Schubanalogiemodell (unten)	24
Abbildung 19:	Abweichungen der vertikalen Durchbiegungen in Feldmitte: Lastfall Gleichstreckenlast	26
Abbildung 20:	Abweichungen der vertikalen Durchbiegungen in Feldmitte: Lastfall Einzellast	27
Abbildung 21:	Abweichungen der Normalkräfte aus Biegung in den äußeren Lamellen: Lastfall Gleichstreckenlast	28
Abbildung 22:	Abweichungen der Normalkräfte aus Biegung in den äußersten Lamellen: Lastfall Einzellast	28
Abbildung 23:	Vergleich der Gurtnormalkräfte nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Schlanker Träger $L/d=120$	29
Abbildung 24:	Vergleich der Gurtnormalkräfte nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Gedrungener Träger $L/d=30$	29
Abbildung 25:	Abweichungen des Fugenschubes in der hauptbeanspruchten Fuge: Lastfall Gleichstreckenlast	30
Abbildung 26:	Abweichungen des Fugenschubes in der hauptbeanspruchten Fuge: Lastfall Einzellast	30
Abbildung 27:	Vergleich der Schubflüsse nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Schlanker Träger $L/d=120$	31
Abbildung 28:	Vergleich der Schubflüsse nach Analogieverfahren mit den Referenzwerten für einen zehnteiligen Verbundquerschnitt ($k=9 \text{ N/mm}^2$): Gedrungener Träger $L/d=30$	31
Abbildung 29:	Abweichungen der Einzelgurtmomente: Lastfall Gleichstreckenlast	32
Abbildung 30:	Abweichungen der Einzelgurtmomente: Lastfall Einzellast	32
Abbildung 31:	Abweichungen der maximalen Normalspannungen: Lastfall Gleichstreckenlast	33
Abbildung 32:	Abweichungen der maximalen Normalspannungen: Lastfall Einzellast	33
Abbildung 33:	Verlauf der Normalkräfte aus Biegung eines gedrungenen Trägers mit zehnteiligem Verbundquerschnitt über die Querschnittshöhe	34
Abbildung 34:	Verlauf der Schubflüsse eines gedrungenen Trägers mit zehnteiligem Verbundquerschnitt über die Querschnittshöhe	35
Abbildung 35:	Stützlinienformen eines Bogenträgers bei unterschiedlicher Beanspruchung, aus [90]: Kreis (links); Parabel (Mitte); Katenoid (rechts)	37
Abbildung 36:	Verschiebungsbeziehung eines kreisförmigen Bogenabschnitts, aus [72]	38
Abbildung 37:	Tangential- und Radialspannungen eines orthotropen Kreisbogenträgers unter reiner Momentenbeanspruchung, aus Buchmann [12]	39
Abbildung 38:	Einfluss der Krümmung auf die tangentialen Randspannungen des orthotropen gekrümmten Trägers mit konstanter Höhe: Abweichung gegenüber der linearen Spannungsverteilung, nach Blumer [9]	41

Abbildung 39: Höhe der Radialspannungen im orthotropen, gekrümmten Träger als prozentualer Anteil der Tangentialspannungen, nach Blumer [9]	41
Abbildung 40: Horizontal verschieblicher Kreisbogenträger: Lastfall Bogenschub	42
Abbildung 41: Horizontal verschieblicher Kreisbogenträger mit variablem Öffnungswinkel: Lastfall Bogenschub	45
Abbildung 42: Spannungsverteilung infolge „Aufatmen“ des starren Verbundquerschnitts: Eigenspannungen (links); Spannungsverteilung infolge Rückstellmoment (Mitte); resultierende Verteilung (rechts)	46
Abbildung 43: Federmodell: Rückfederung eines Verbundträgers. Vorverformung (links); Endzustand der Verformung in Gleichgewichtslage (rechts)	47
Abbildung 44: Rückfederung eines Bogenträgers mit starrem Verbundquerschnitt	50
Abbildung 45: Aufatmen eines Kragträgers; Rückstellmoment MOA wirkt auf den Ersatzträger A	53
Abbildung 46: Aufatmen eines Kragträgers; Verlauf der Biegemomente	53
Abbildung 47: Aufatmen eines Kragträgers; Querkraftverläufe	53
Abbildung 48: Rheologische Standardmodelle: Maxwell (links), Kelvin/Voigt (Mitte), Burgers (rechts)	60
Abbildung 49: Nichtlineares rheologisches Modell nach Halsey, White und Eyring [35]	60
Abbildung 50: Versuchskörper C2 mit induktiven Wegaufnehmern zur Messung der Rückverformung: Im eingespannten Grundzustand (oben); im losgelassenen Zustand (unten)	66
Abbildung 51: Spannungs-Dehnungsbeziehung für Nadelholz, aus [76]	67
Abbildung 52: Gemessene Relaxation der Biegerandspannungen über einen Zeitraum von 286 Tagen	68
Abbildung 53: Endmaßzahl der Spannungsrelaxation in Abhängigkeit von der Anfangsrandspannung σ_0 nach einer Versuchsdauer von 286 Tagen	69
Abbildung 54: Endmaßzahl der Spannungsrelaxation in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul nach einer Versuchsdauer von 286 Tagen; Annäherung durch Gl. 4-6	69
Abbildung 55: Elastizitätsmodul EII von Nadelholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchte u, nach Möhler [76]	71
Abbildung 56: Kriechkurven von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Belastungsart bei 20°C und 55% rLF; Belastungsgrad zwischen 20% und 30%, aus Gressel [31]	73
Abbildung 57: Definition von Steifigkeit und Duktilität, nach SIA 265 [110]	75
Abbildung 58: Einfluss der Schlankheit eines Stabdübels auf die Duktilität einer Holz-Holz-Verbindung bei Zugbeanspruchung parallel zur Faser, nach Racher [95]	77
Abbildung 59: Unterschiedliche Versagensmechanismen nach DIN 1052 [14]; angesetzte Teilsicherheitsbeiwerte	78
Abbildung 60: Schematisierte Federmodelle: Zweischichtige Zangenverbindung als Standardmodell (links); mehrschichtiges Verbundsystem mit punktsymmetrischem Verschiebungsverhalten (rechts)	80
Abbildung 61: Dreiteiliger Verbundquerschnitt; Versagensmechanismus 1	81
Abbildung 62: Dreiteiliger Verbundquerschnitt; Versagensmechanismus 3	82
Abbildung 63: Vergleich der Rechenwerte für Kser nach SIA 265 und DIN 1052 bei einer Holz-Rohdichte von 380 kg/m ³ für vorgebohrte Schrauben und Nägel sowie für Stabdübel	85
Abbildung 64: Konstruktionszeichnung der verwendeten Druckscherproben: Große Probekörper der Versuchsreihe A1-3 (links); kleine Probekörper der Versuchsreihe B1-3 (rechts); Maße in mm	86
Abbildung 65: Belastungsverfahren gemäß Prüfnorm [15] (links); geschraubter Versuchskörper der Reihe A1 vor dem Abdrücken (rechts)	89
Abbildung 66: Bestimmung der Steifigkeit und der Tragfähigkeit einer Verbindung anhand einer charakteristischen Kraft-Verschiebungskurve	89
Abbildung 67: Versagensmechanismus 1 durch Schiefstellen des Verbindungsmittels: Versuchsreihe A1	92
Abbildung 68: Versagensmechanismus 3 durch Ausbildung zweier Fließgelenke im metallischen Stift (Versuchsreihe A3)	93
Abbildung 69: Abweichungen der mittleren normierten Tragfähigkeiten gegenüber den modifizierten Rechenwerten in Abhängigkeit der Verbindungsschlankheit	94
Abbildung 70: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 der einzelnen Verbindungsmittel in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A1	96
Abbildung 71: Abweichungen der mittleren Anfangsverschiebungsmoduln aus den Versuchen gegenüber den Rechenwerten nach SIA 265 in Abhängigkeit der Schlankheit	97
Abbildung 72: Abweichungen der mittleren Anfangsverschiebungsmoduln aus den Versuchen gegenüber den Rechenwerten nach DIN 1052 in Abhängigkeit der Schlankheit	97
Abbildung 73: Untersuchte Tonnenschale: Grundriss mit untersuchten Knoten A und B (links); Systemskizze Aufriss (Mitte); elastischer Verbundquerschnitt (rechts)	104
Abbildung 74: Tonnenschalenmodell: Schicht A, C, B, Beplankung (v.l.n.r.)	105
Abbildung 75: Angesetzte Belastung: LF Volllast (links); LF einseitige Lasten (rechts)	107
Abbildung 76: Angewendetes Koordinatensystem	107
Abbildung 77: Variation eines „kleinen“ Steifigkeitswertes und deren Auswirkung auf die Scheiteldurchbiegung der untersuchten Tonnenschale	109
Abbildung 78: Rippenquerschnitt mit Feldbereich (links) und geschwächtem Knotenbereich (rechts)	110
Abbildung 79: Knotenabschnitt: Angenommene Länge des eingespannten Mehrpunktquerschnittes	110

Abbildung 80: Durchbiegung des Knotens A bei Variation der mitwirkenden Länge des Feldbereichs: Lastfall „halbseitige Last“	111
Abbildung 81: Einfluss der Fugensteifigkeit auf die Gesamtsteifigkeit: Lastfall „halbseitige Last“	112
Abbildung 82: Durchbiegung unter Variation der Dicke und der Elastizitätsverhältnisse der Beplankung: Lastfall „halbseitige Last“	113
Abbildung 83: Durchbiegung unter Variation der Dicke und der Elastizitätsverhältnisse der Beplankung: Lastfall „Volllast“	114
Abbildung 84: Verformungen der Tonnenschale (halbes System): Lastfall „halbseitige Last“ (links); Lastfall Volllast (rechts)	115
Abbildung 85: Momentenbeanspruchung MA,2 der Schicht A (Lastfall „halbseitige Last“)	116
Abbildung 86: Momentenbeanspruchung MB,2 der Schicht B (Lastfall „halbseitige Last“)	116
Abbildung 87: Schubbeanspruchung VB,3 der Schicht B (Lastfall „halbseitige Last“)	117
Abbildung 88: Normalkraftbeanspruchung NC,1 der Schicht C (Lastfall „halbseitige Last“)	117
Abbildung A 1: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe A1; $\lambda=3,6$	A 1
Abbildung A 2: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe A2; $\lambda=4,2$	A 2
Abbildung A 3: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe A3; $\lambda=7,1$	A 3
Abbildung A 4: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe B1; $\lambda=4,0$	A 4
Abbildung A 5: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe B2; $\lambda=4,2$	A 5
Abbildung A 6: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe B3; $\lambda=7,0$	A 6
Abbildung A 7: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe C1; $\lambda=3,6$	A 7
Abbildung A 8: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe C2; $\lambda=3,6$	A 8
Abbildung A 9: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe A1	A 9
Abbildung A 10: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe A2	A 9
Abbildung A 11: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe A3	A 10
Abbildung A 12: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe B1	A 10
Abbildung A 13: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe B2	A 11
Abbildung A 14: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe B3	A 11
Abbildung A 15: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe C1	A 12
Abbildung A 16: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe C2	A 12
Abbildung A 17: Tragfähigkeit Rk,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A1; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell	A 16
Abbildung A 18: Tragfähigkeit Rk,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A2; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell	A 16
Abbildung A 19: Tragfähigkeit Rk,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A3; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell	A 17
Abbildung A 20: Tragfähigkeit Rk,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B1; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell	A 17
Abbildung A 21: Tragfähigkeit Rk,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B2; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell	A 18
Abbildung A 22: Tragfähigkeit Rk,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B3; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell	A 18
Abbildung A 23: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A1; Rechenwerte nach Norm	A 19
Abbildung A 24: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A2; Rechenwerte nach Norm	A 19
Abbildung A 25: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A3; Rechenwerte nach Norm	A 20
Abbildung A 26: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B1; Rechenwerte nach Norm	A 20
Abbildung A 27: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B2; Rechenwerte nach Norm	A 21
Abbildung A 28: Anfangsverschiebungssteifigkeiten Kser,1 eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B3; Rechenwerte nach Norm	A 21

<i>Tabelle 1: Variationsgrößen der Vergleichsuntersuchung</i>	23
<i>Tabelle 2: Probekörper der durchgeführten Versuchsreihen mit Materialkennwerten</i>	65
<i>Tabelle 3: Duktilitätsmaße von Holzverbindungen, aus SIA 265 [110]</i>	76
<i>Tabelle 4: Modifizierte Traglasten [N] je Scherfuge für glattschaftige Verbindungsmittel für zwei- und dreischnittige Verbindungen mit gleichen Teilen bei Annahme der Versagensmechanismen 1 und 3</i>	83
<i>Tabelle 5: Verschiebungsmodul $K_{ser,0}$ in Faserrichtung je Verbindungsmittel und Scherfläche von Holz-Holz-Verbindungen in [N/mm] nach SIA 265 [110] und DIN 1052 [14]</i>	84
<i>Tabelle 6: Durchgeführte Druckscherversuche</i>	87
<i>Tabelle 7: Versuchsauswertung: Mittlere Tragfähigkeit der Verbindungsmittel</i>	91
<i>Tabelle 8: Versuchsauswertung; Mittelwerte der Verbindungsmittelsteifigkeiten</i>	95
<i>Tabelle 9: Versuchsauswertung Schrägverschraubung</i>	100
<i>Tabelle A 1: Ergebnisse der Versuchsreihe A1: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)</i>	A 13
<i>Tabelle A 2: Ergebnisse der Versuchsreihe A2: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)</i>	A 13
<i>Tabelle A 3: Ergebnisse der Versuchsreihe A3: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)</i>	A 14
<i>Tabelle A 4: Ergebnisse der Versuchsreihe B1: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)</i>	A 15
<i>Tabelle A 5: Ergebnisse der Versuchsreihe B2: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)</i>	A 15
<i>Tabelle A 6: Ergebnisse der Versuchsreihe B3: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)</i>	A 15

11 CURRICULUM VITAE

PIRAZZI, Claudio

- 08.01.1973 geboren in Darmstadt, Deutschland
- 1992 Allgemeine Hochschulreife, Justus-Liebig-Gymnasium, Darmstadt
- 1992-1999 Studium des Bauingenieurwesens, Technische Universität Darmstadt
Vertiefungsrichtung: Konstruktiver Ingenieurbau,
Schwerpunkt Ingenieurholzbau
Abschluss: Diplom-Bauingenieur (Dipl.-Ing.)
- 1999 Diplomarbeit am Lehrstuhl für Holzkonstruktionen an der ETH Lausanne
Thema: „Flächentragwerke in Brettstapelbauweise“
- 1999-2001 Mitarbeiter im Ingenieurbüro für Tragwerksplanung Professor Pfeifer und Partner, Darmstadt
- 2001-2005 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Holzkonstruktionen der ETH Lausanne, Prof. J. Natterer / Prof. Y. Weinand

ANHANG

A 1 ERGEBNISSE DER DRUCKSCHERVERSUCHE

A 1.1 KRAFT-VERSCHIEBUNGSKURVEN

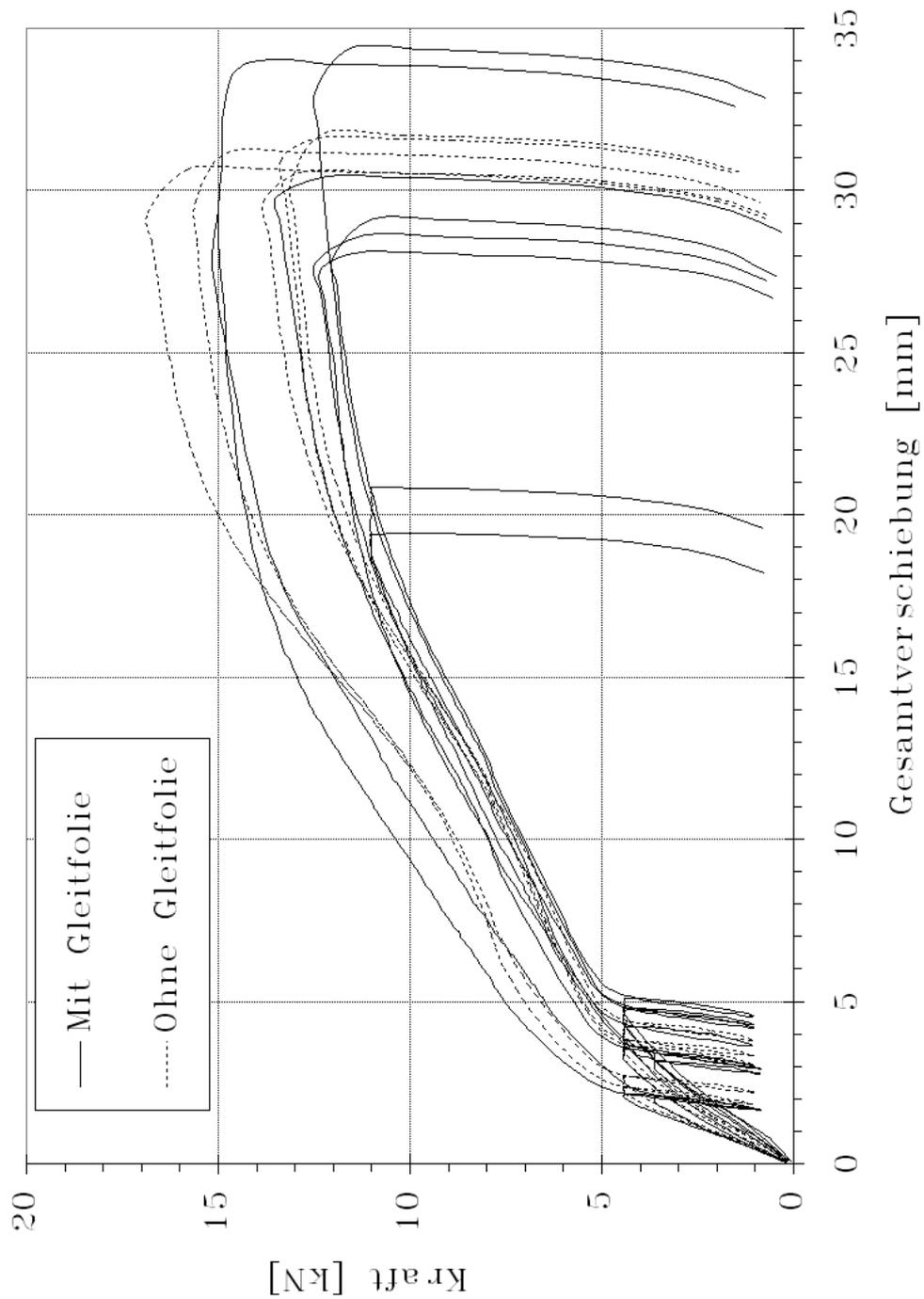


Abbildung A 1: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe A1; $\lambda=3,6$

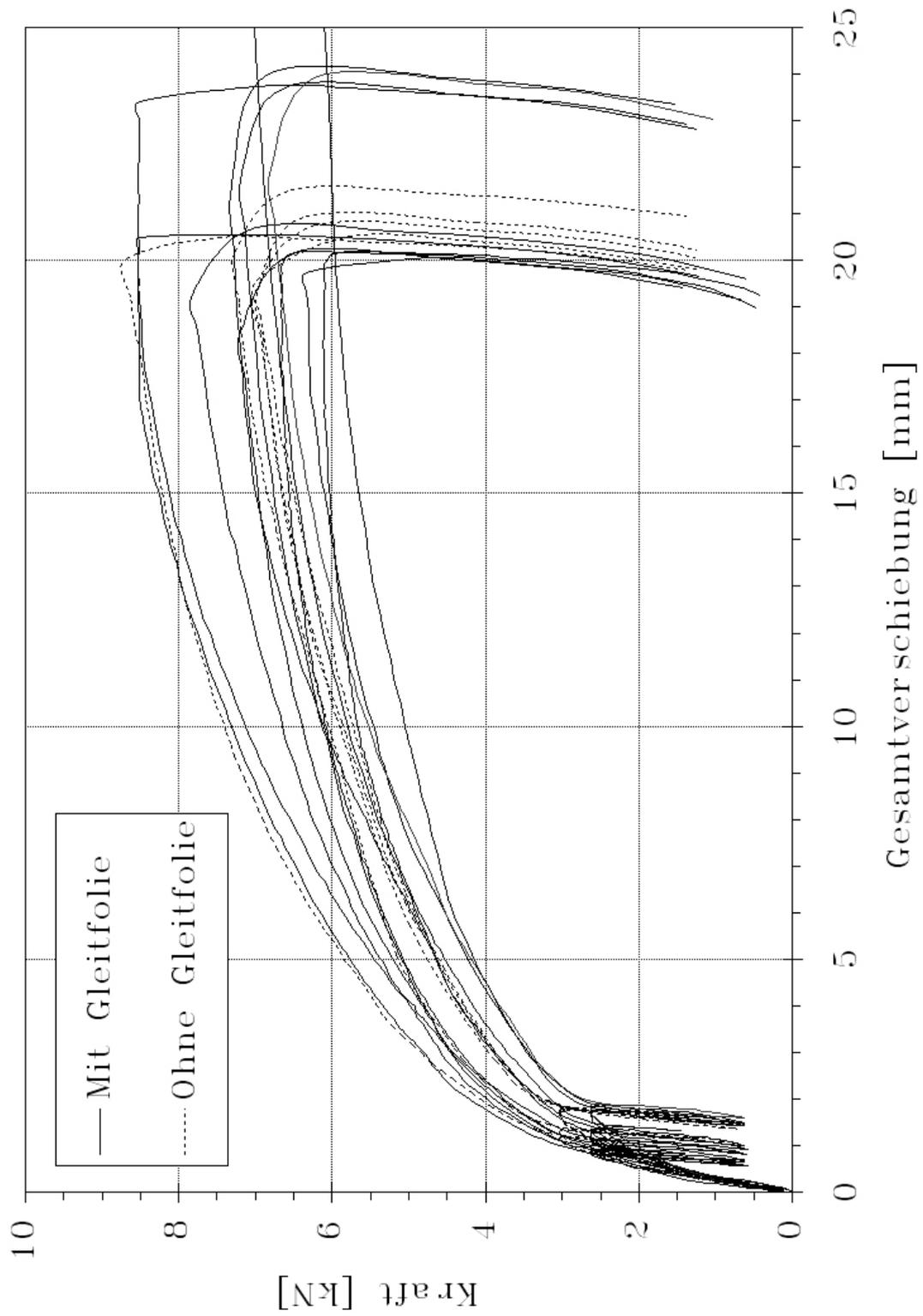


Abbildung A 2: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe A2; $\lambda=4,2$

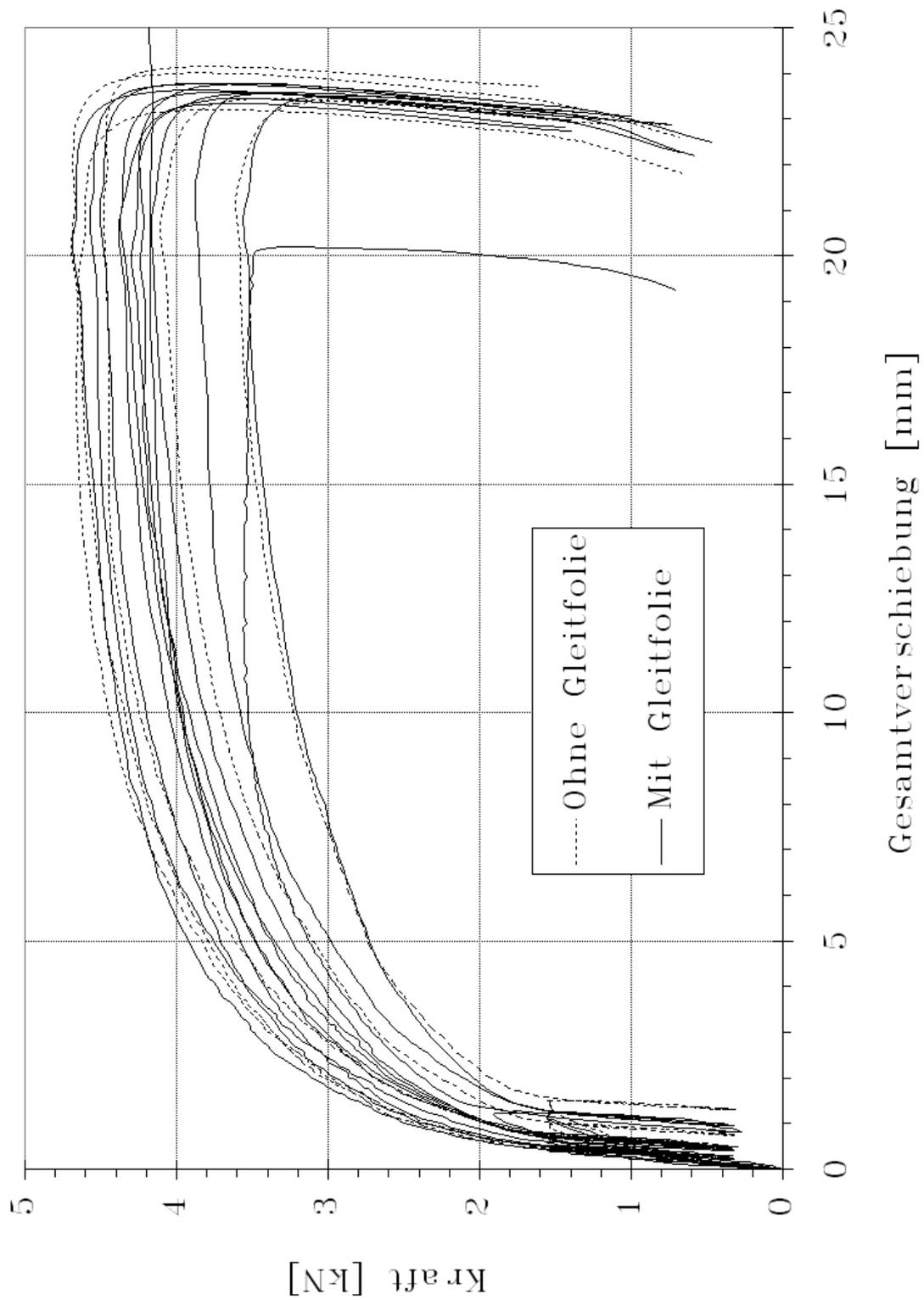


Abbildung A 3: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe A3; $\lambda=7,1$

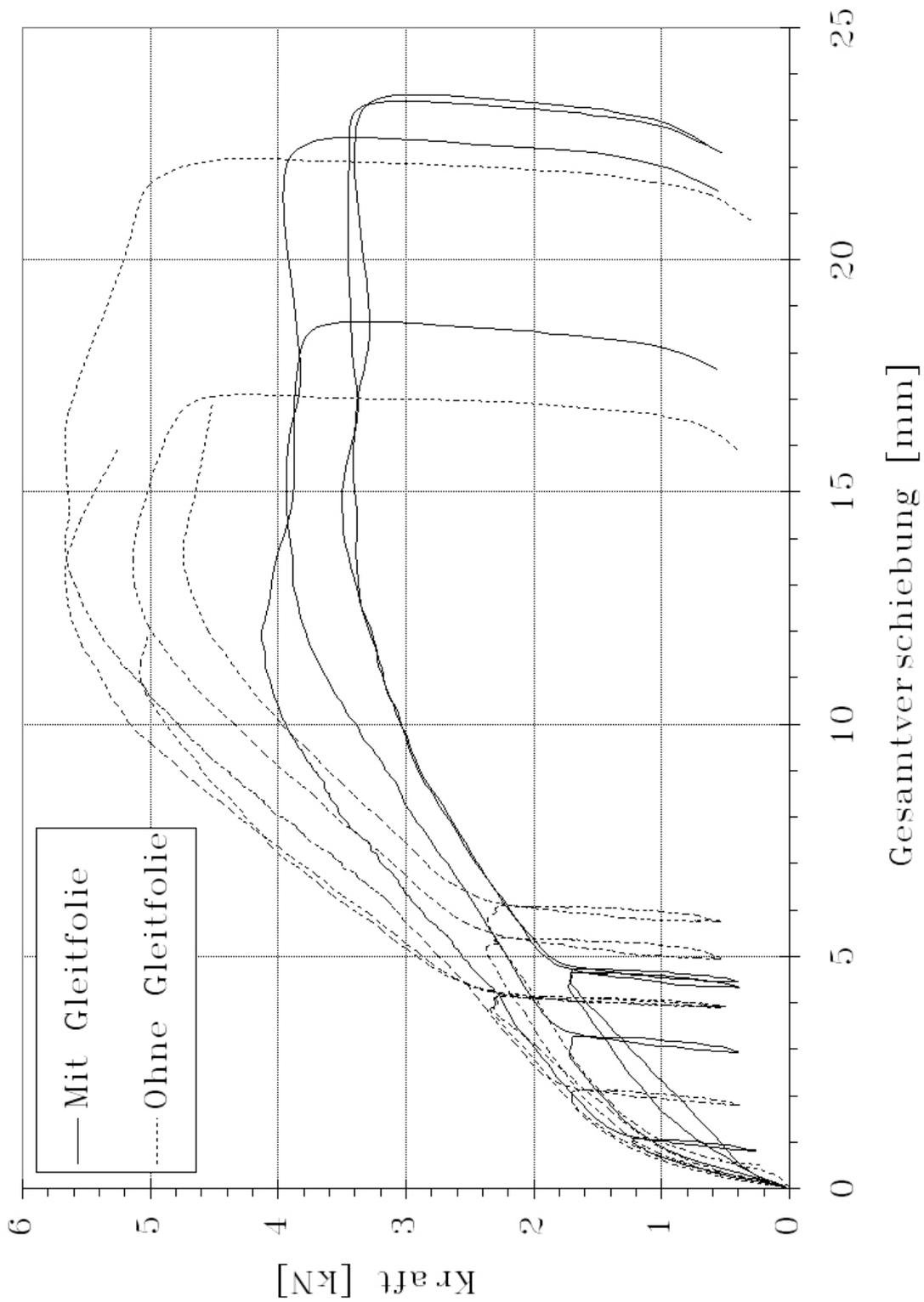


Abbildung A 4: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe B1; $\lambda=4,0$

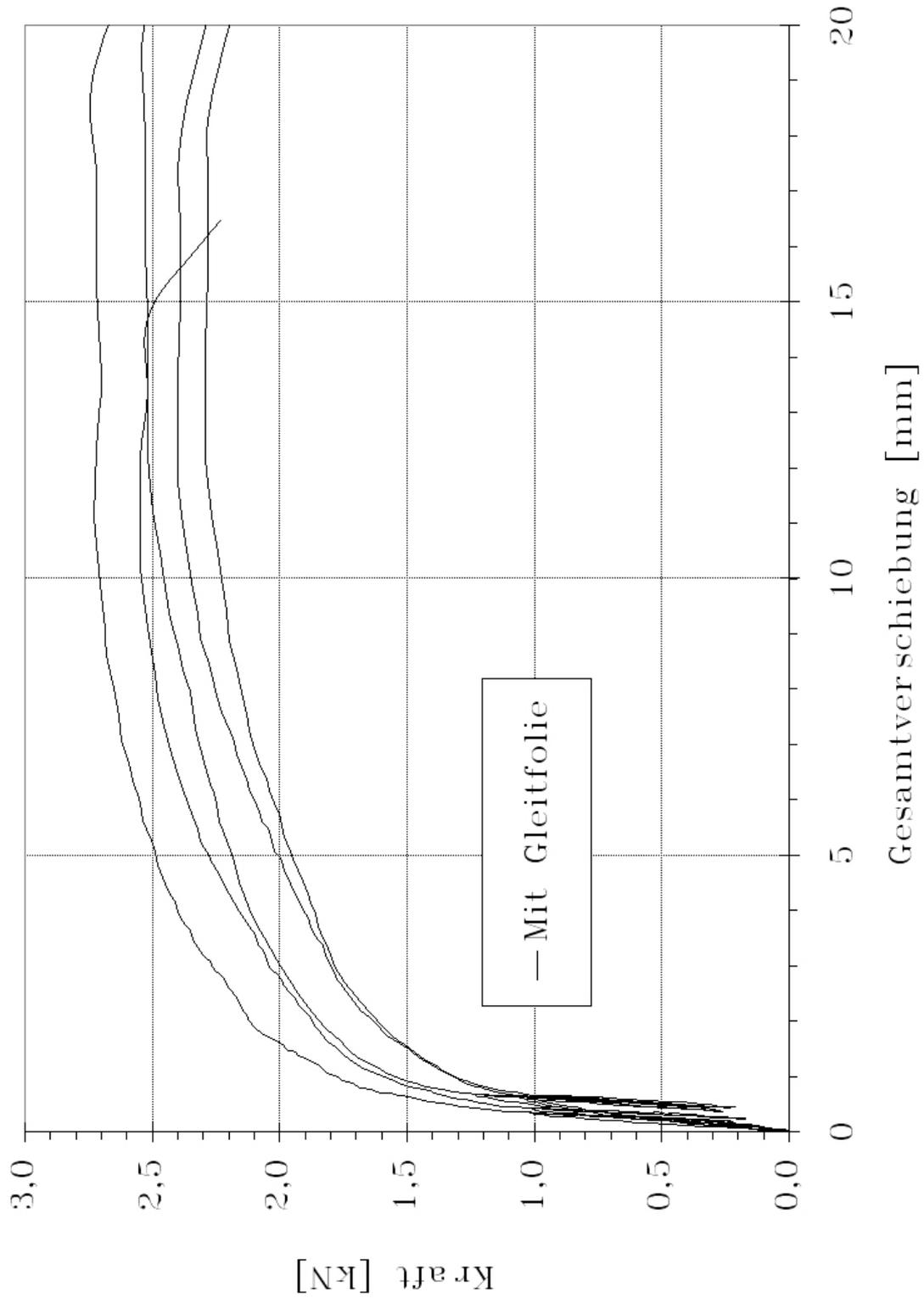


Abbildung A 5: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe B2; $\lambda=4,2$

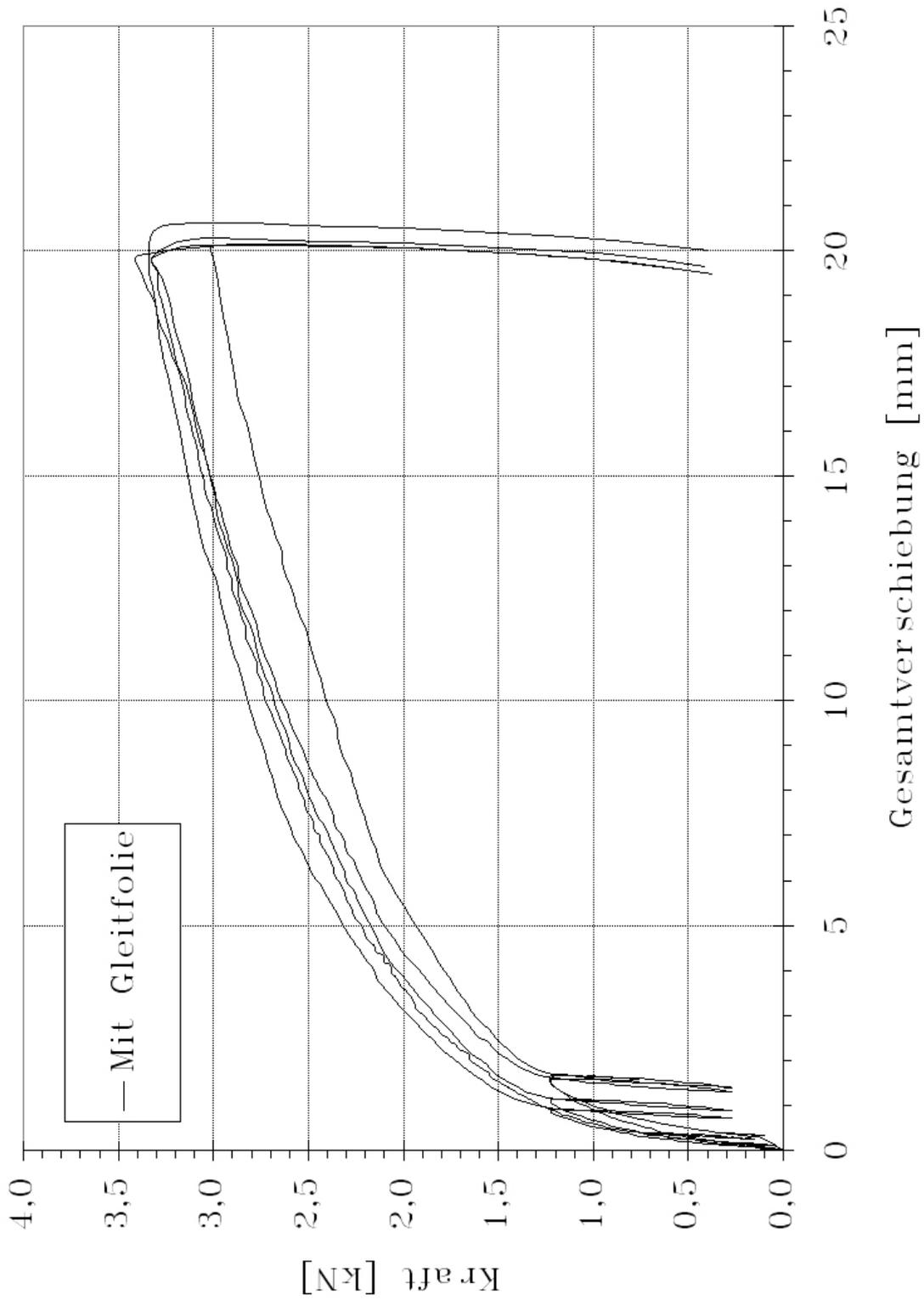


Abbildung A 6: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe B3; $\lambda=7,0$

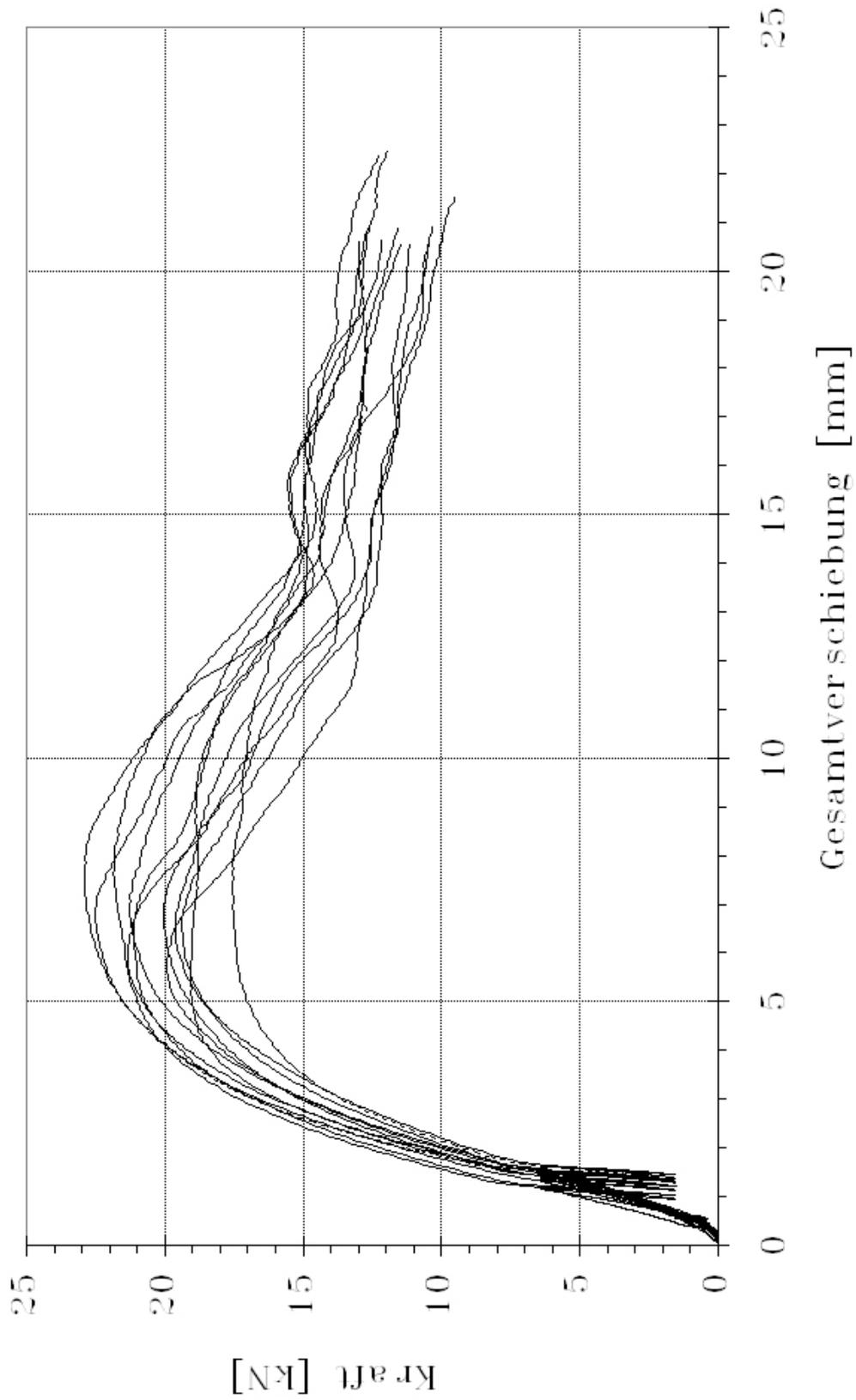


Abbildung A 7: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe C1; $\lambda=3,6$

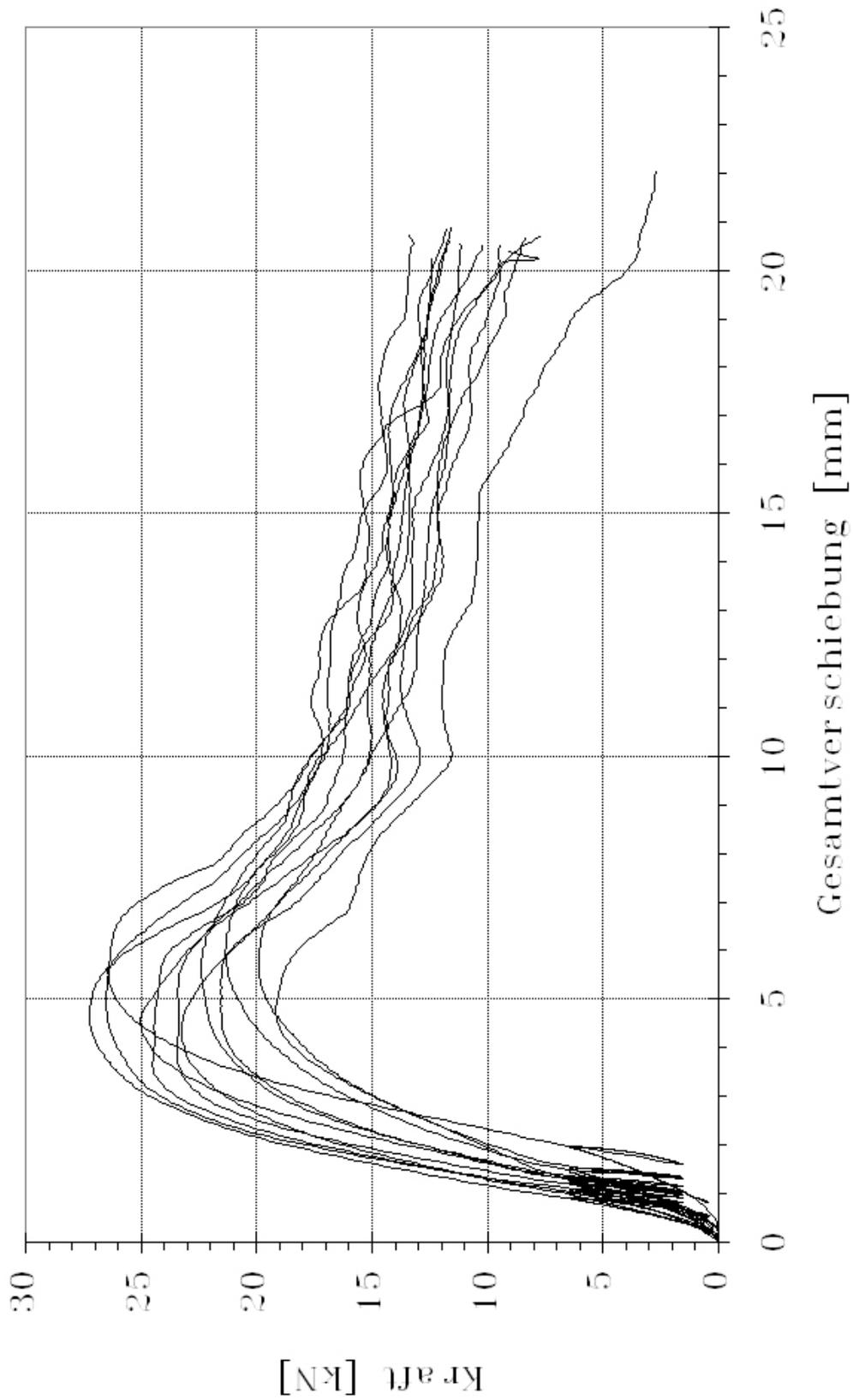


Abbildung A 8: Kraft-Verschiebungskurven der Verbindungen: Versuchsreihe C2; $\lambda=3,6$

A 1.2 ANFANGSBEREICHE DER KRAFT-VERSCHIEBUNGSKURVEN

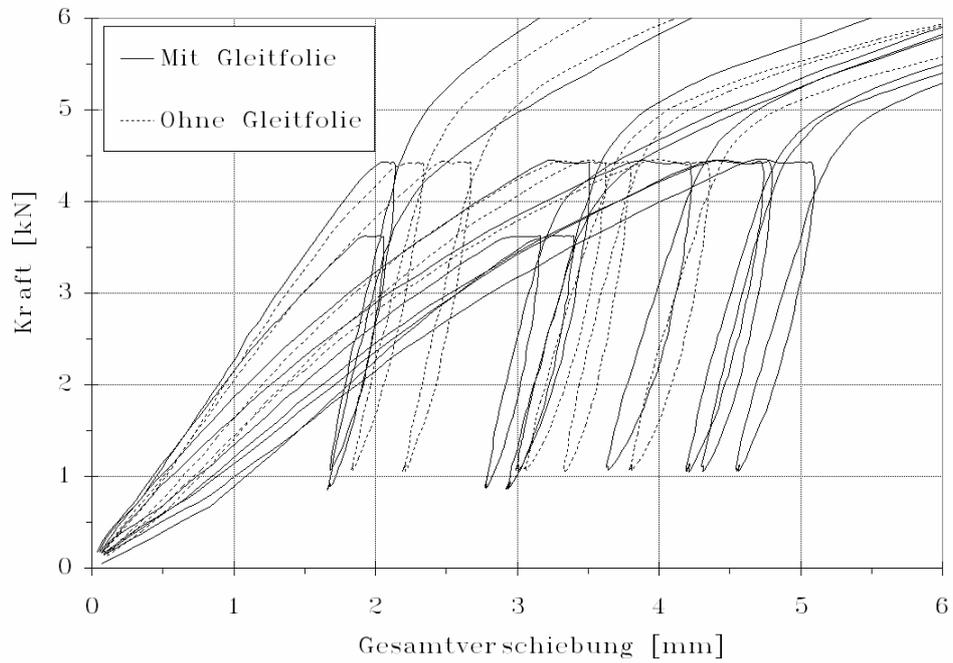


Abbildung A 9: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe A1

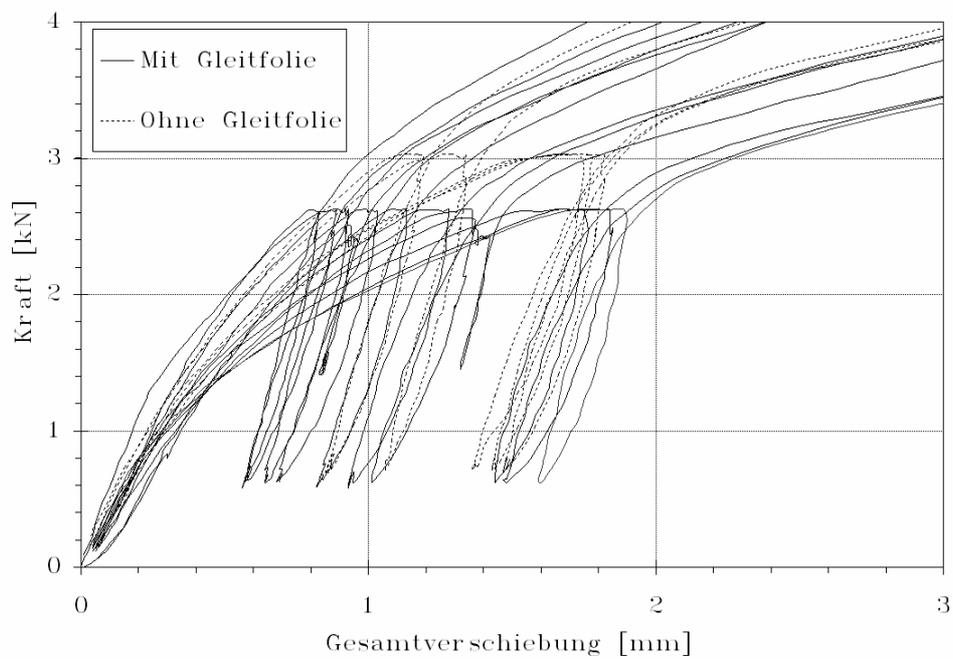


Abbildung A 10: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe A2

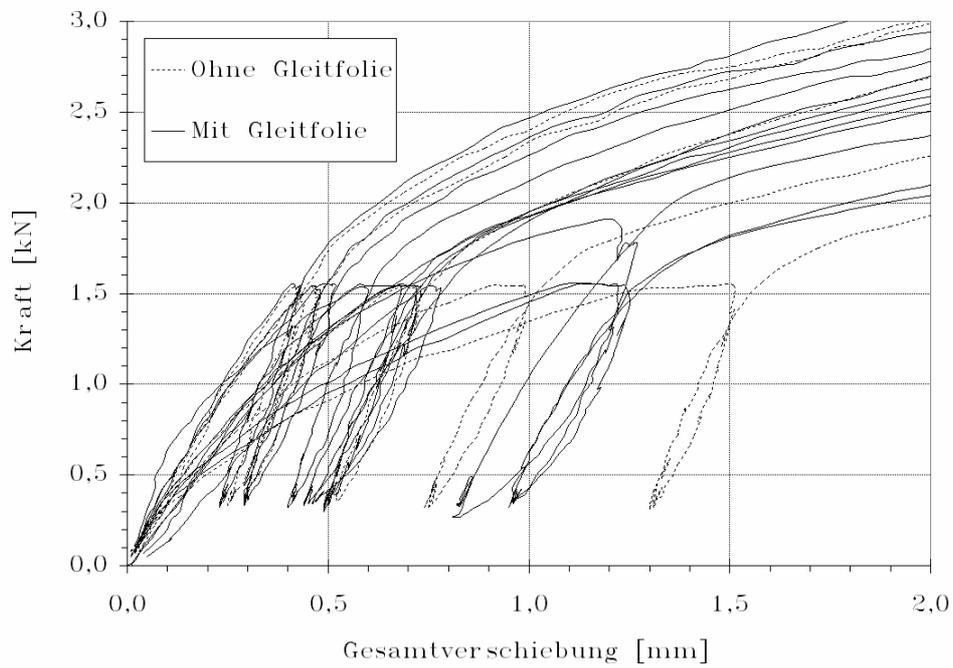


Abbildung A 11: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe A3

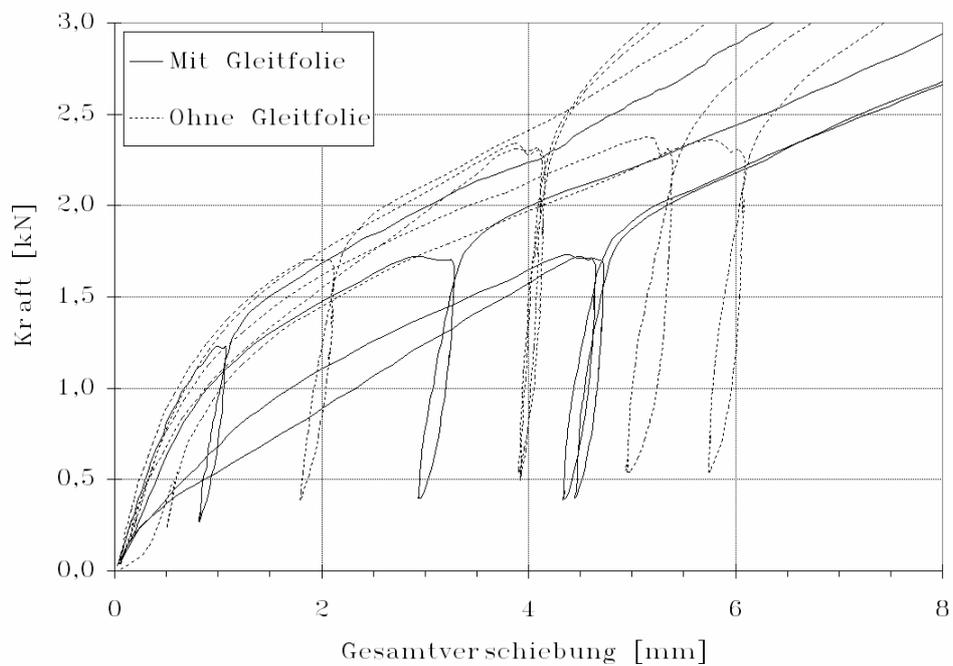


Abbildung A 12: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe B1

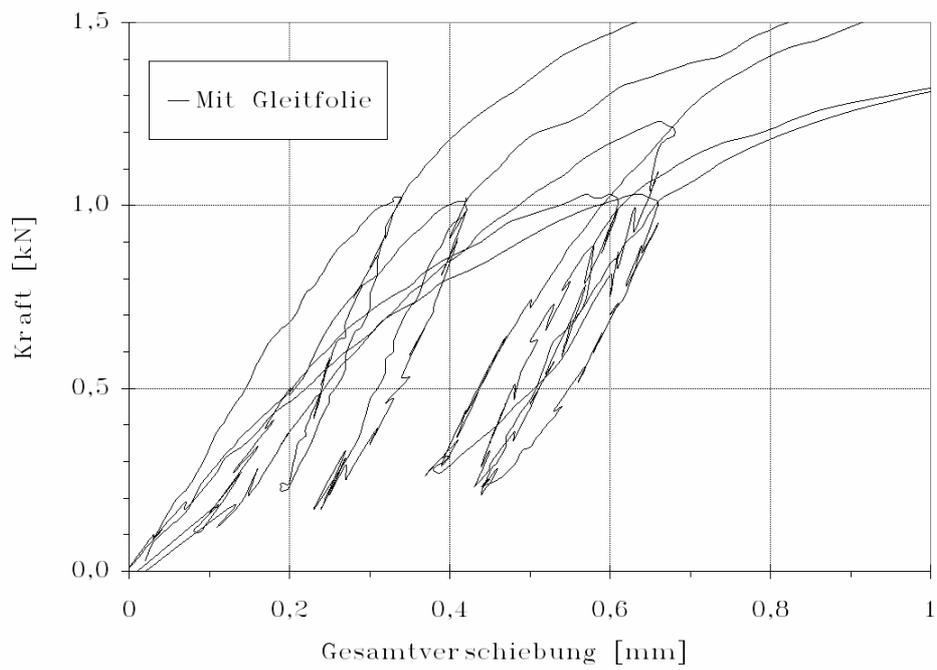


Abbildung A 13: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe B2

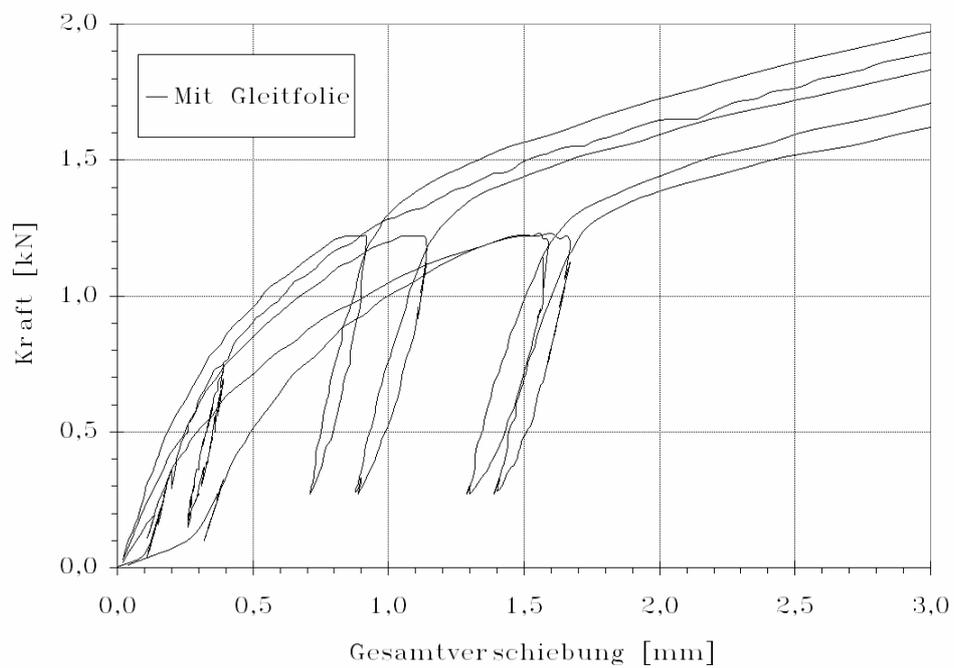


Abbildung A 14: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe B3

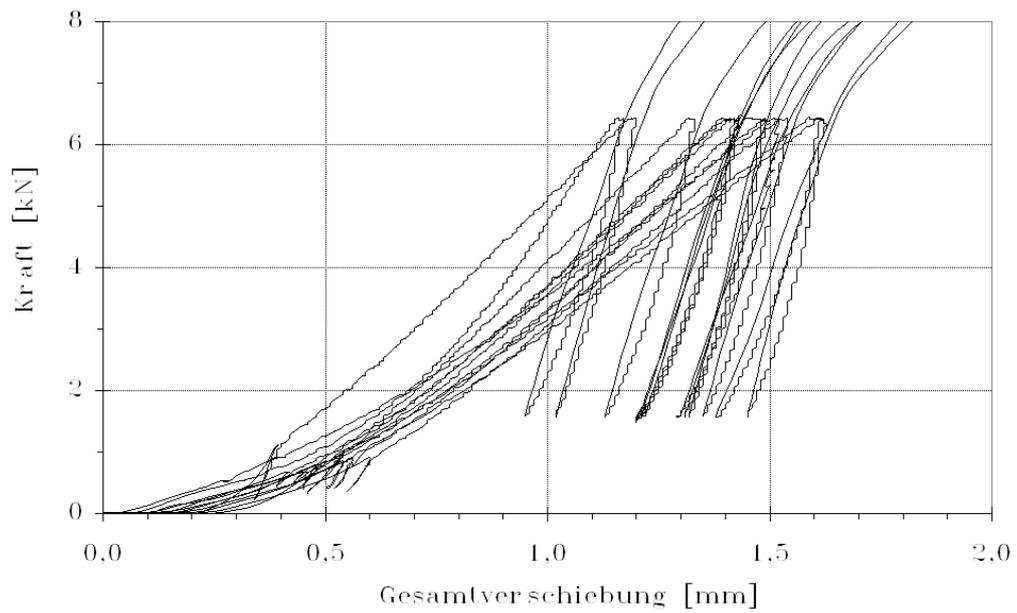


Abbildung A 15: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe C1

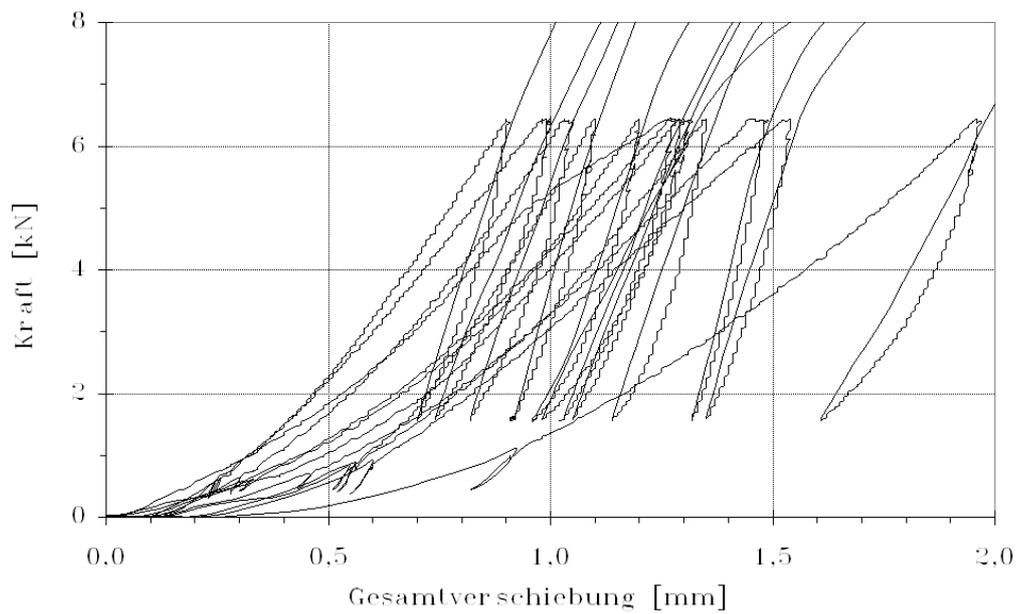


Abbildung A 16: Anfangsbereich der Kraft-Verschiebungskurven: Versuchsreihe C2

A 1.3 VERSUCHSERGEBNISSE TABELLARISCH

Probekörper (mit Folie)	Dichte [kg/m³]	$K_{ser,1,Vers,sek}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN 1052}$ [N/mm]	$K_{ser,1,SIA 265}$ [N/mm]	$F_{u,1}$ [kN]	$R_{k,1}$ [kN]	$F_{u,1,norm}$ [kN]	$R_{k,1,norm}$ [kN]
27S7F_1	385	527	2837	1810	2,265	2,042	2,234	2,014
27S7F_2	400	675	2994	1843	1,925	2,117	1,831	2,014
27S7F_3	402	584	3017	1847	2,430	2,128	2,300	2,014
27S7F_4	407	561	3079	1860	2,285	2,157	2,133	2,014
27S7F_5	410	537	3114	1867	2,420	2,173	2,243	2,014
27S7F_6	418	557	3210	1886	2,553	2,217	2,318	2,014
27S7F_7	427	615	3312	1906	2,378	2,264	2,114	2,014
27S7F_8	438	657	3440	1930	2,530	2,322	2,194	2,014
27S7F_9	446	1082	3532	1947	3,248	2,363	2,767	2,014
27S7F_10	453	892	3620	1963	2,925	2,402	2,452	2,014
Mittelwert	419	669	3215	1886	2,496	2,219	2,259	2,014
Standardabw. [%]	5,3	27,0			14,6		10,7	

Probekörper (ohne Folie)	Dichte [kg/m³]	$K_{ser,1,Vers,sek}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN 1052}$ [N/mm]	$K_{ser,1,SIA 265}$ [N/mm]	$F_{u,1}$ [kN]	$R_{k,1}$ [kN]	$F_{u,1,norm}$ [kN]	$R_{k,1,norm}$ [kN]
27S7O_1	398	598	2978	1839	2,398	2,109	2,289	2,014
27S7O_2	406	716	3063	1857	2,468	2,149	2,312	2,014
27S7O_3	415	696	3176	1879	2,418	2,202	2,211	2,014
27S7O_4	434	1006	3393	1921	3,015	2,301	2,639	2,014
27S7O_5	450	865	3579	1956	2,938	2,384	2,481	2,014
Mittelwert	421	776	3238	1890	2,647	2,229	2,386	2,014
Standardabw. [%]	5,1	20,6			11,4		7,2	

Tabelle A 6: Ergebnisse der Versuchsreihe A1: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)

Probekörper (mit Folie)	Dichte [kg/m³]	$K_{ser,1,Vers,sek}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN 1052}$ [N/mm]	$K_{ser,1,SIA 265}$ [N/mm]	$F_{u,1}$ [kN]	$R_{k,1}$ [kN]	$F_{u,1,norm}$ [kN]	$R_{k,1,norm}$ [kN]
27N6F_11	380	898	2407	1409	1,415	1,764	1,42	1,76
27N6F_12	400	1015	2600	1446	1,620	1,857	1,54	1,76
27N6F_13	403	682	2633	1452	1,580	1,872	1,49	1,76
27N6F_5	410	1331	2698	1464	1,698	1,903	1,57	1,76
27N6F_6	417	731	2764	1476	1,528	1,934	1,39	1,76
27na6_1	420	627	2797	1481	1,610	1,950	1,46	1,76
27na6_2	420	902	2797	1481	1,508	1,950	1,36	1,76
27na6_3	420	1352	2797	1481	1,663	1,950	1,50	1,76
27N6F_4	423	1256	2831	1487	1,740	1,965	1,56	1,76
27N6F_7	423	868	2831	1487	1,748	1,965	1,57	1,76
27N6F_8	443	1224	3034	1522	1,858	2,058	1,59	1,76
27N6F_9	443	1087	3034	1522	2,035	2,058	1,74	1,76
27N6F_10	453	1453	3137	1539	2,060	2,104	1,73	1,76
Mittelwert	420	1067	2797	1481	1,697	1,949	1,533	1,764
Standardabw. [%]	4,7	23,0			10,95		7,24	

Probekörper (ohne Folie)	Dichte [kg/m³]	$K_{ser,1,Vers,sek}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN 1052}$ [N/mm]	$K_{ser,1,SIA 265}$ [N/mm]	$F_{u,1}$ [kN]	$R_{k,1}$ [kN]	$F_{u,1,norm}$ [kN]	$R_{k,1,norm}$ [kN]
27N6O_1	393	1031	2535	1434	1,623	1,826	1,57	1,76
27N6O_2	403	981	2633	1452	1,668	1,872	1,57	1,76
27N6O_3	413	1033	2731	1470	1,655	1,919	1,52	1,76
27N6O_4	430	1213	2898	1499	1,715	1,996	1,52	1,76
27N6O_5	450	1147	3102	1533	2,063	2,089	1,74	1,76
Mittelwert	418	1081	2780	1478	1,745	1,940	1,583	1,764
Standardabw. [%]	5,4	8,9			9,27		5,20	

Tabelle A 7: Ergebnisse der Versuchsreihe A2: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links); Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)

Probekörper (mit Folie)	Dichte [kg/m ³]	$K_{ser,1,Vers,sek}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN 1052}$ [N/mm]	$K_{ser,1,SIA 265}$ [N/mm]		$F_{u,1}$ [kN]	$R_{k,1}$ [kN]	$F_{u,1,norm}$ [kN]	$R_{k,1,norm}$ [kN]
27NF3_1	502	1321	2139	650	27NF3_1	1,125	1,103	0,85	0,83
27NF3_2	496	1817	2097	646	27NF3_2	1,135	1,092	0,87	0,84
27NF3_3	490	1500	2060	642	27NF3_3	1,103	1,082	0,86	0,84
27NF3_4	485	1415	2031	639	27NF3_4	1,068	1,074	0,84	0,84
27NF3_5	477	1018	1976	634	27NF3_5	1,055	1,059	0,84	0,84
27NF3_6	473	675	1954	631	27NF3_6	0,858	1,053	0,69	0,85
27NF3_7	467	1038	1916	627	27NF3_7	1,048	1,072	0,85	0,87
27NF3_8	465	580	1904	626	27NF3_8	0,948	1,039	0,77	0,85
27NF3_9	461	1058	1883	623	27NF3_9	1,043	1,033	0,86	0,85
27NF3_10	459	1100	1870	622	27NF3_10	1,008	1,055	0,83	0,87
Mittelwert	477	1152	1983	634	Mittelwert	1,039	1,066	0,826	0,849
Standardabw [%]	3,0	30,8			Standardabw [%]	7,7			

Probekörper (ohne Folie)	Dichte [kg/m ³]	$K_{ser,1,Vers,sek}$ [N/mm]	$K_{ser,1,DIN 1052}$ [N/mm]	$K_{ser,1,SIA 265}$ [N/mm]		$F_{u,1}$ [kN]	$R_{k,1}$ [kN]	$F_{u,1,norm}$ [kN]	$R_{k,1,norm}$ [kN]
27NO3_1	491	1864	2066	643	27NO3_1	1,160	1,084	0,90	0,84
27NO3_2	483	731	2019	638	27NO3_2	0,993	1,071	0,78	0,84
27NO3_3	469	558	1930	629	27NO3_3	0,873	1,047	0,71	0,85
27NO3_4	462	956	1889	624	27NO3_4	1,113	1,035	0,91	0,85
27NO3_5	459	1621	1870	622	27NO3_5	1,143	1,030	0,95	0,85
Mittelwert	473	1146	1955	631	Mittelwert	1,056	1,053	0,849	0,846
Standardabw [%]	2,6	44,4			Standardabw [%]	10,3			

Tabelle A 8: Ergebnisse der Versuchsreihe A3: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links);
Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)

Sr Ø 4,0x50 mm								
(mit Folie)	Dichte	$K_{ser,1,Vers,sek}$	$K_{ser,1,DIN 1052}$	$K_{ser,1,SIA 265}$	$F_{u,1}$	$R_{k,1}$	$F_{u,1,norm}$	$R_{k,1,norm}$
	[kg/m ³]	[N/mm]	[N/mm]	[N/mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
16SF4_1	406	494	1637	638	1,033	0,706	0,966	0,660
16SF4_2	393	287	1556	627	0,988	0,682	0,956	0,660
16SF4_3	366	172	1403	606	0,875	0,637	0,907	0,660
16SF4_4	340	205	1253	584	0,853	0,591	0,953	0,660
Mittelwert	376	290	1462	614	0,937	0,654	0,946	0,660
Standardabw [%]	6,8	43,2			8,0			

Sr Ø 4,0x50 mm								
(ohne Folie)	Dichte	$K_{ser,1,Vers,sek}$	$K_{ser,1,DIN 1052}$	$K_{ser,1,SIA 265}$	$F_{u,1}$	$R_{k,1}$	$F_{u,1,norm}$	$R_{k,1,norm}$
	[kg/m ³]	[N/mm]	[N/mm]	[N/mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
16S04_1	470	392	2036	686	1,418	0,817	1,147	0,660
16S04_2	443	229	1863	666	1,283	0,769	1,101	0,660
16S04_3	426	263	1760	654	1,415	0,741	1,261	0,660
16S04_4	420	227	1720	649	1,185	0,730	1,073	0,660
16S04_5	420	261	1720	649	1,270	0,730	1,150	0,660
Mittelwert	436	275	1820	661	1,314	0,757	1,146	0,660
Standardabw [%]	4,4	22,1			6,8			

Tabelle A 9: Ergebnisse der Versuchsreihe B1: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links);
Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)

Na Ø 3,8 mm								
(mit Folie)	Dichte	$K_{ser,1,Vers,sek}$	$K_{ser,1,DIN 1052}$	$K_{ser,1,SIA 265}$	$F_{u,1}$	$R_{k,1}$	$F_{u,1,norm}$	$R_{k,1,norm}$
	[kg/m ³]	[N/mm]	[N/mm]	[N/mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
16NF4_1	448	1543	1801	614	0,683	0,741	0,579	0,629
16NF4_2	436	934	1731	606	0,600	0,722	0,523	0,629
16NF4_3	423	838	1653	597	0,573	0,700	0,514	0,629
16NF4_4	420	1440	1634	595	0,638	0,695	0,577	0,629
16NF4_5	410	1182	1576	588	0,633	0,678	0,587	0,629
Mittelwert	427	1187	1679	600	0,625	0,707	0,556	0,629
Standardabw [%]	3,1	23,1			5,9			

Tabelle A 10: Ergebnisse der Versuchsreihe B2: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links);
Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)

Na Ø 2,3 mm								
(mit Folie)	Dichte	$K_{ser,1,Vers,sek}$	$K_{ser,1,DIN 1052}$	$K_{ser,1,SIA 265}$	$F_{u,1}$	$R_{k,1}$	$F_{u,1,norm}$	$R_{k,1,norm}$
	[kg/m ³]	[N/mm]	[N/mm]	[N/mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
16NF2_1	513	1125	1337	280	0,768	0,432	0,568	0,320
16NF2_2	507	643	1311	278	0,783	0,428	0,587	0,321
16NF2_3	500	512	1286	276	0,755	0,423	0,574	0,322
16NF2_4	493	453	1260	275	0,755	0,419	0,582	0,323
16NF2_5	483	452	1222	272	0,688	0,413	0,541	0,325
Mittelwert	499	637	1283	276	0,750	0,423	0,570	0,322
Standardabw [%]	2,1	39,9			4,4	1,5		

Tabelle A 11: Ergebnisse der Versuchsreihe B3: Verbindungsmittelsteifigkeiten (links);
Verbindungsmitteltragfähigkeiten (rechts)

A 1.4 VERBINDUNGSMITTELTRAGFÄHIGKEITEN

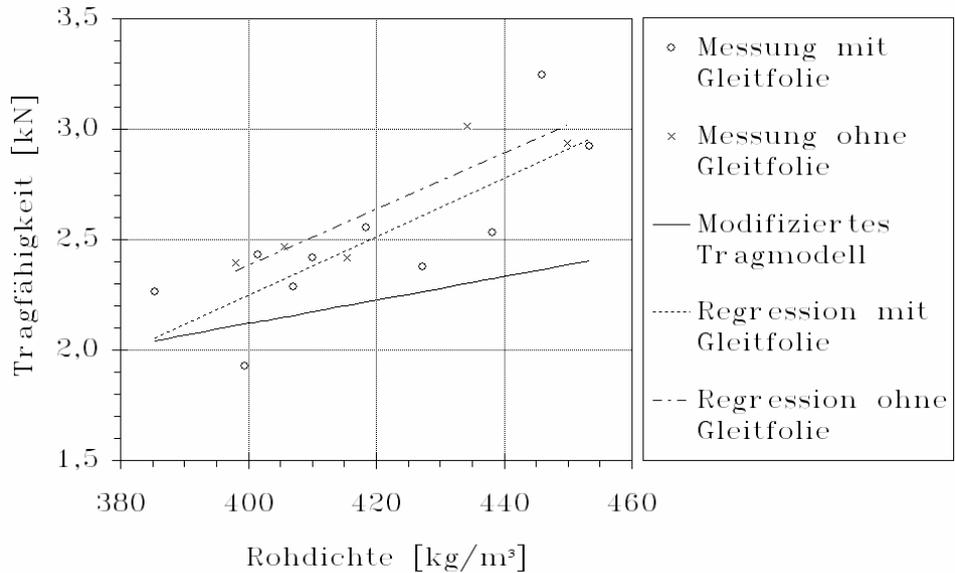


Abbildung A 17: Tragfähigkeit $R_{k,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A1; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell

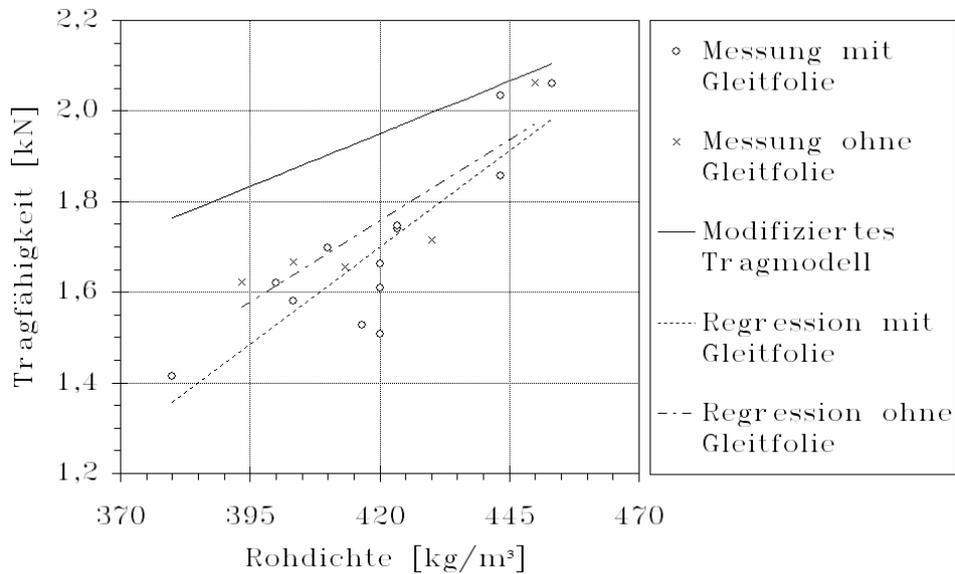


Abbildung A 18: Tragfähigkeit $R_{k,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A2; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell

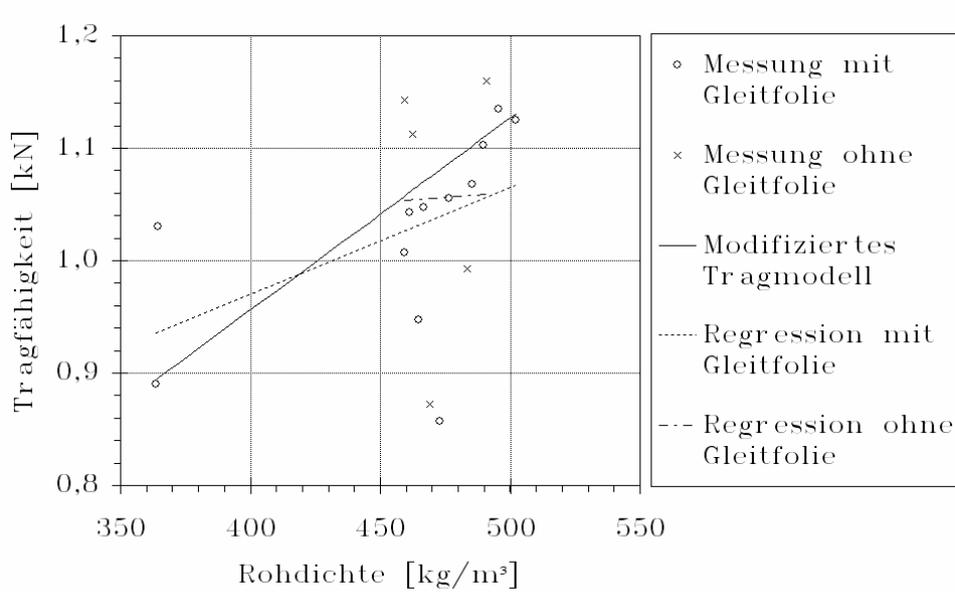
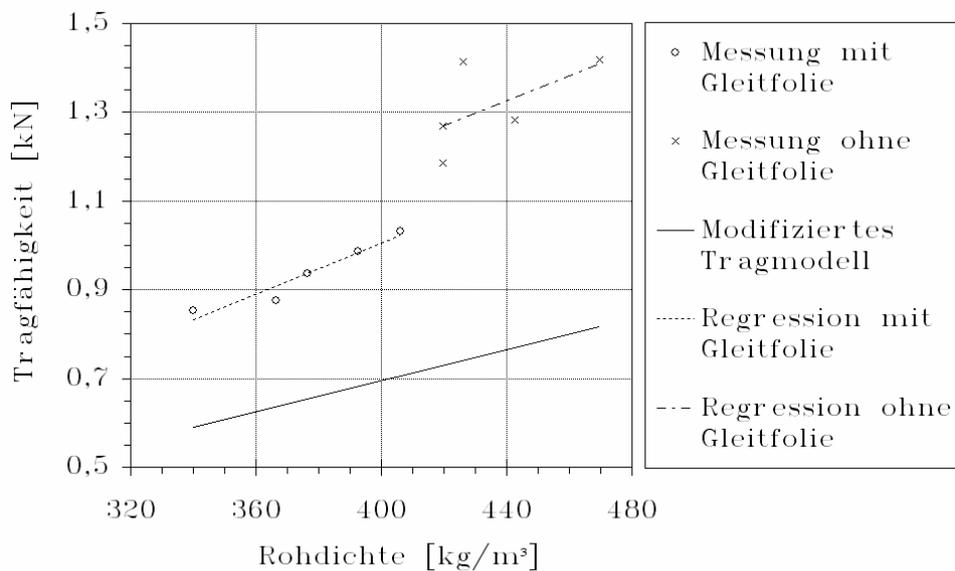


Abbildung A 19: Tragfähigkeit $R_{k,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A3; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell



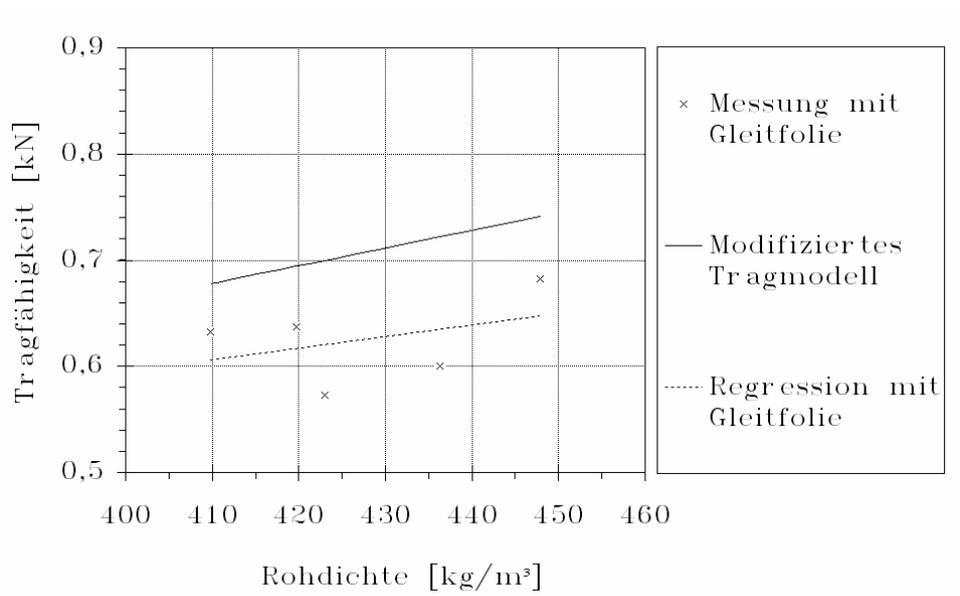


Abbildung A 21: Tragfähigkeit $R_{k,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B2; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell

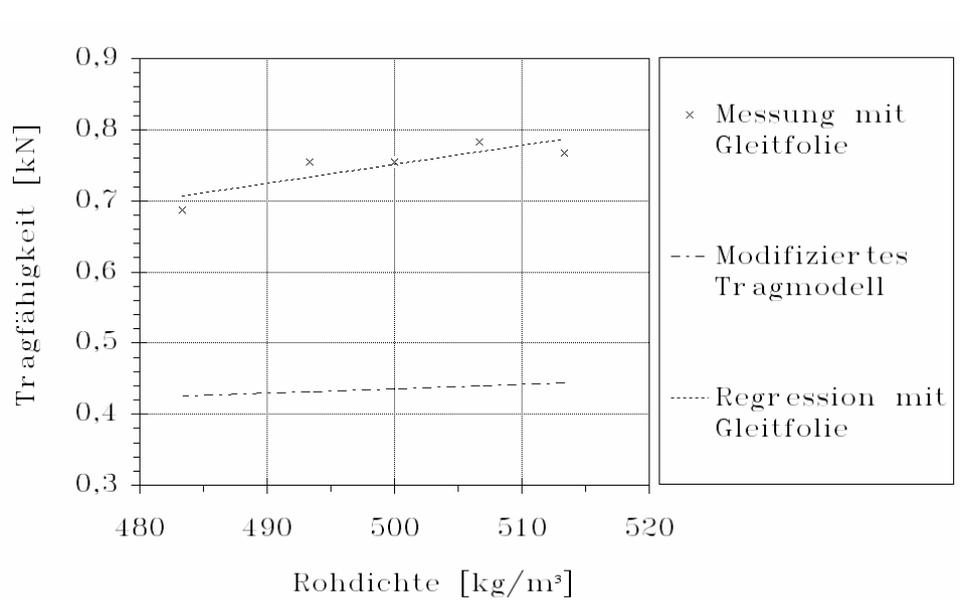


Abbildung A 22: Tragfähigkeit $R_{k,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B3; Rechenwerte nach modifiziertem Tragmodell

A 1.5 VERBINDUNGSMITTELSTEIFIGKEITEN

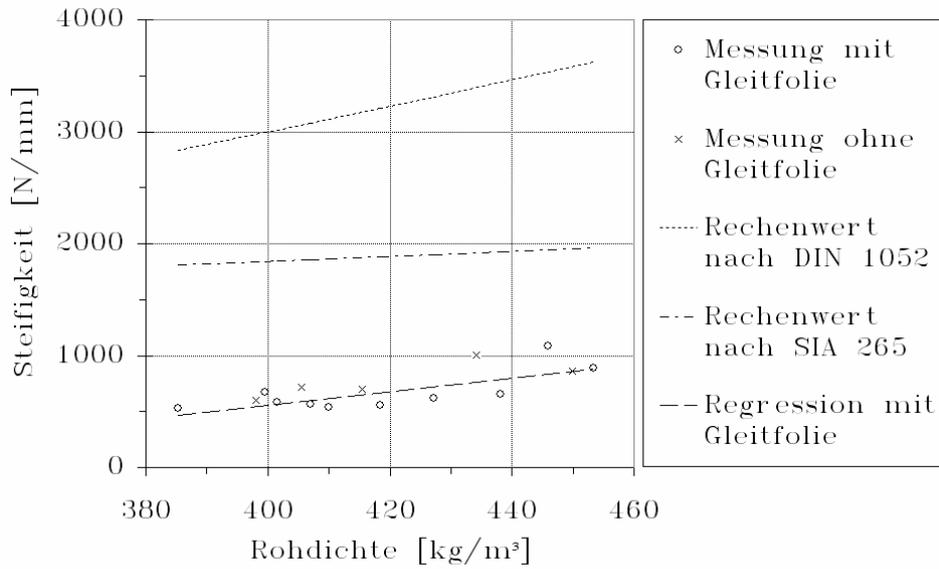


Abbildung A 23: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A1; Rechenwerte nach Norm

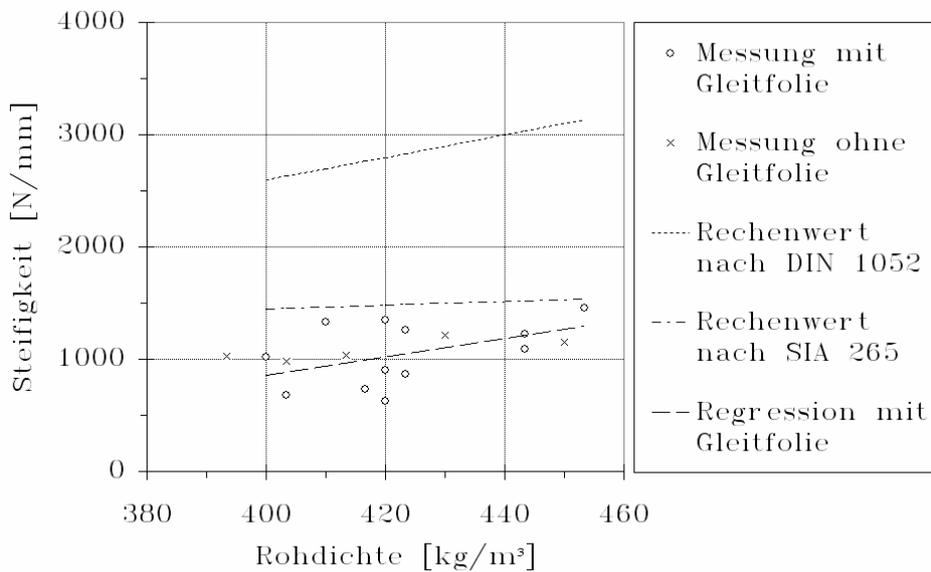


Abbildung A 24: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A2; Rechenwerte nach Norm

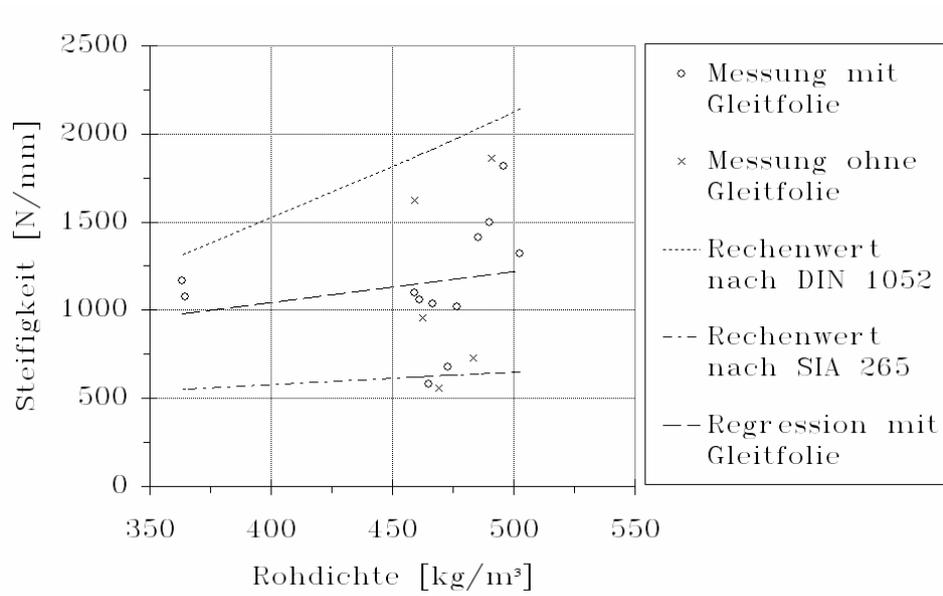


Abbildung A 25: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe A3; Rechenwerte nach Norm

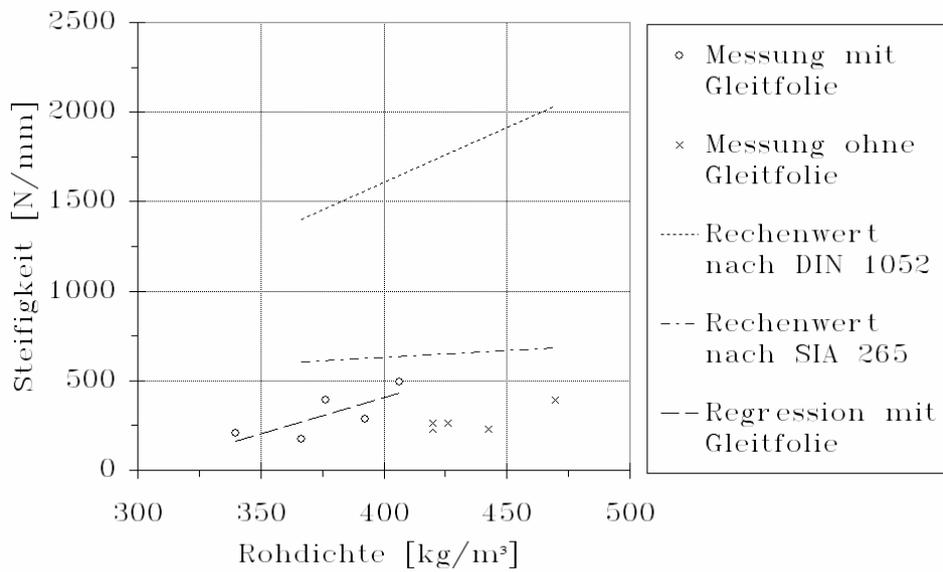


Abbildung A 26: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B1; Rechenwerte nach Norm

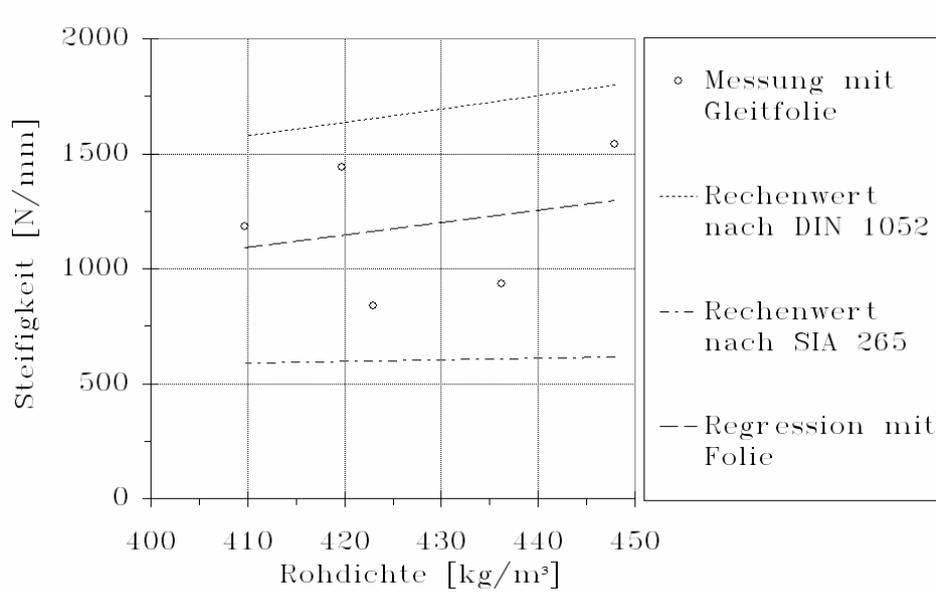


Abbildung A 27: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B2; Rechenwerte nach Norm

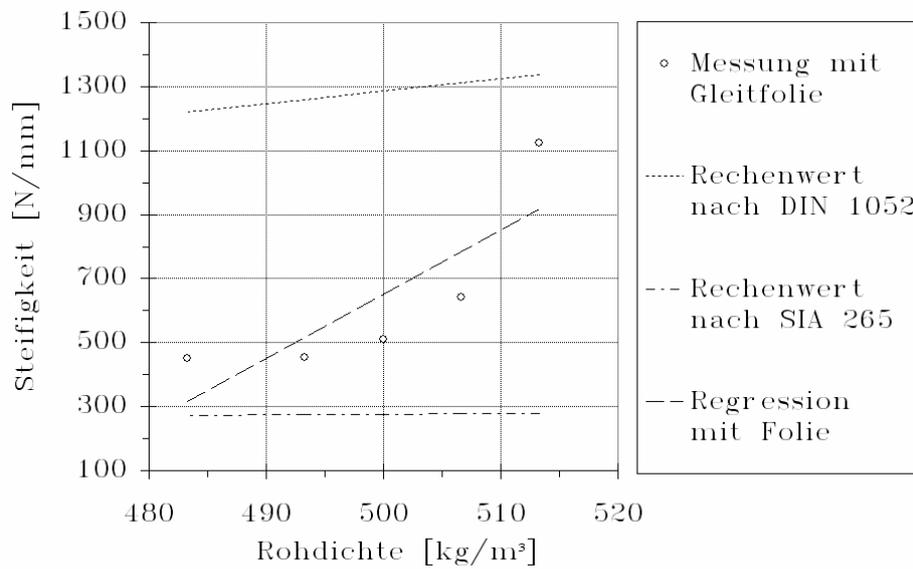


Abbildung A 28: Anfangsverschiebungssteifigkeiten $K_{ser,1}$ eines Verbindungsmittels in Abhängigkeit der Rohdichte: Versuchsreihe B3; Rechenwerte nach Norm

A 2 EINGABEDATEI DER TONNENSCHALE

Die Eingabe der Weggrößen geschieht in der Dimension Zentimeter, die der Kraftgrößen in der Dimension Kilonewton.

SYSTEM

dof=all length=cm force=kn

COORDINATE

name=A x=0 y=0 z=0

x=0 y=1 z=0

x=-1 y=-1 z=0

name=C x=1500 y=0 z=0

x=1500 y=1 z=0

x=-1501 y=-1 z=0

name=B x=3000 y=0 z=0

x=3000 y=1 z=0

x=-3001 y=-1 z=0

name=D x=4500 y=0 z=0

x=4500 y=1 z=0

x=-4501 y=-1 z=0

JOINT

; Zuteilung der Knotennummern

; 1.Ziffer: 1 Träger A

; 2 Träger C

; 3 Träger B

; 4 Träger Beplankung

; 2.,3.,4.Ziffer: 000-240 Punkte in Längsrichtung

; 4.,5.,6.Ziffer: 000-160 Punkte in Querrichtung

;Anlegen des Knotengrundrasters

csys=A

1000000,1000160,10,1120000,10000 cr=985.5 ca=46.395,133.605,46.395 cz=0,0,900

csys=C

2000000,2000160,10,2120000,10000 cr=985.5 ca=46.395,133.605,46.395 cz=0,0,900

csys=B

3000000,3000160,10,3120000,10000 cr=985.5 ca=46.395,133.605,46.395 cz=0,0,900

csys=D

4000000,4000160,10,4120000,10000 cr=985.5 ca=46.395,133.605,46.395 cz=0,0,900

4005005,4005155,10,4115005,10000 cr=985.5 ca=49.120,130.880,49.120 cz=37.5,37.5,862.5

;Generierung der restlichen Knoten entlang der Rippen

csys=A

1000000,1020020,1001,1000140,20,1100000,20000 cr=985.5,985.5,985.5,985.5 ca=46.395,57.295,122.695,46.395

cz=0,150,0,750

1020000,1000020,-999,1020140,20,1120000,20000 cr=985.5,985.5,985.5,985.5 ca=46.395,57.295,122.695,46.395

cz=150,0,150,900

csys=C

2000000,2020020,1001,2000140,20,2100000,20000 cr=985.5,985.5,985.5,985.5 ca=46.395,57.295,122.695,46.395

cz=0,150,0,750

2020000,2000020,-999,2020140,20,2120000,20000 cr=985.5,985.5,985.5,985.5 ca=46.395,57.295,122.695,46.395

cz=150,0,150,900

csys=B

3000000,3020020,1001,3000140,20,3100000,20000 cr=985.5,985.5,985.5,985.5 ca=46.395,57.295,122.695,46.395

cz=0,150,0,750

3020000,3000020,-999,3020140,20,3120000,20000 cr=985.5,985.5,985.5,985.5 ca=46.395,57.295,122.695,46.395

cz=150,0,150,900

RESTRAINT

```

add=1000000,1120000,20000,1000160,160,2000000,1000000 dof=ux,uy,uz
add=1000020,1000140,20,2000020,1000000 dof=ux,uy,uz
add=3000000,3120000,20000,3000160,160 dof=ux,uy,uz,ry
add=3000020,3000140,20 dof=ux,uy,uz,rx
add=4000000,4120000,10000,4000160,160 dof=ux,uy,uz
add=4000010,4000150,10 dof=ux,uy,uz

```

; Festhaltungen als Übergangsbedingung entlang der Symmetrieachse

```

add=1120020,1120140,20 dof=uy,rx
add=2120020,2120140,20 dof=uy,rx
add=3120020,3120140,20 dof=uy,rx
add=4120010,4120150,10 dof=uy,rx

```

CONSTRAINT

```

name=1001001 type=equal dof=ux,uy,uz
add=1001001,4001001,1000000
gen=1001001,1001159,1,1119001,1000

```

; Verschiebungszwang entlang der Symmetrieachse

```

name=1120020 type=equal dof=ux,uz
add=1120020,4120020,1000000
gen=1120020,1120140,20

```

MATERIAL

```

name=neutral type=aniso ides=n
T=0 E=1,1,1 G=1,1,1
name=holz type=aniso ides=n
T=0 E=1100,1100,600 G=60,60,60
name=holz125 type=aniso ides=n
T=0 E=1375,1375,750 G=75,75,75
name=holz075 type=aniso ides=n
T=0 E=825,825,450 G=45,45,45

```

FRAME SECTION

;im Feldbereich

```

;2-Achse zeigt in positive z-Richtung nach oben: i=i3,i2 as=as2,as3

name=tra mat=neutral a=100 j=2.2396e5 i=7.8848e5,7.0963e4 as=1e6,1e6
name=trb mat=neutral a=100 j=1000 i=1000,3.4062e6 as=1e6,34.56
name=trc mat=neutral a=1.4784e5 j=1000 i=1000,1000 as=1e6,1e6

```

FRAME

; Zuteilung der Stabnummern

```

; 1.Ziffer: 1 Träger A
; 2.Ziffer: 2 Träger C
; 3.Ziffer: 3 Träger B
; 2.,3.,4.Ziffer: 000-110 Rippen von links nach rechts
; 500-610 Rippen von rechts nach links
; 5.6. Ziffer: 1-20 Rippenabschnitte als Segmente mit 10 Unterteilungen zwischen den Knoten

```

csys=A

```

1001001 j=1000000,1001001 sec=tra
gen=1001001,1001020,1,1008001,1000,1051001,10000 iinc=1001,20,20000 jinc=1001,20,20000
1501001 j=1000020,1001019 sec=tra
gen=1501001,1501020,1,1508001,1000,1551001,10000 iinc=999,20,20000 jinc=999,20,20000

```

csys=C

```

2001001 j=2000000,2001001 sec=trc
gen=2001001,2001020,1,2008001,1000,2051001,10000 iinc=1001,20,20000 jinc=1001,20,20000
2501001 j=2000020,2001019 sec=trc

```

gen=2501001,2501020,1,2508001,1000,2551001,10000 iinc=999,20,20000 jinc=999,20,20000

csys=B

3001001 j=3000000,3001001 sec=trb

gen=3001001,3001020,1,3008001,1000,3051001,10000 iinc=1001,20,20000 jinc=1001,20,20000

3501001 j=3000020,3001019 sec=trb

gen=3501001,3501020,1,3508001,1000,3551001,10000 iinc=999,20,20000 jinc=999,20,20000

SHELL SECTION

name=bepl mat=holz type=shell th=2.5

SHELL

csys=D

;Dreieckselemente in der Peripherie

1 j=4000000,4000010,4005005 sec=bepl

gen=1,16,1 jinc=10

21 j=4000000,4005005,4010000 sec=bepl

gen=21,461,40 jinc=10000

37 j=4000160,4010160,4005155 sec=bepl

gen=37,477,40 jinc=10000

481 j=4120000,4115005,4120010 sec=bepl

gen=481,496,1 jinc=10

;Viereckselemente

22 j=4000010,4005015,4005005,4010010 sec=bepl

gen=22,36,1,462,40 jinc=10,10000

41 j=4005005,4010010,4010000,4015005 sec=bepl

gen=41,56,1,441,40 jinc=10,10000

LOAD

csys=A

name=svoll

type=force

add=1010010,1010150,20,1110010,20000 uz=-2.5

add=1020020,1020140,20,1100020,20000 uz=-2.5

add=1120020,1120140,20 uz=-1.25

name=shalb

type=force

add=1010010,1010070,20,1110010,20000 uz=-2.5

add=1020020,1020080,20,1100020,20000 uz=-2.5

add=1120020,1120080,20 uz=-1.25

PDELTA

; Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität

itmax=5 told=0.1 tolp=0.1

load=svoll sf=1

load=shalb sf=1

END