

LOIS D'ÉCOULEMENT VISQUEUX DES GEOMATERIAUX APPLICATIONS A UN GRÈS

THESE No 741 (1988)

PRESENTÉE AU DÉPARTEMENT DE GENIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES TECHNIQUES

PAR

MOHAMED SAHLI

Ingénieur hydraulicien diplômé de
l'École Nationale Supérieure d'Hydraulique de Grenoble
de nationalité marocaine

acceptée sur proposition du jury :

Prof. F. Descoedres, rapporteur

M. P. Berest, corapporteur

Prof. E. Recordon, corapporteur

Lausanne, EPFL
1988

A Souad, nos parents et
ceux qui nous ont aidés

"Mathematicians are useful
animals who should be kept
in a golden cage and fed
problems judiciously !" [227] *

Karl TERZAGHI

* Les crochets renvoient aux références bibliographiques en fin
de texte.

REMERCIEMENTS

Ce travail est le fruit d'une collaboration. Il a été réalisé sous l'impulsion du professeur François DESCOEUDRES, Directeur du Laboratoire de Mécanique des Roches de l'Ecole. Je lui dois de m'avoir donné les moyens et le temps d'effectuer cette recherche dans les meilleures conditions, et d'en avoir piloté les grandes étapes.

C'est dans le cadre de la définition du sujet et des démarches préliminaires que j'ai rencontré le Docteur Félix DARVE, Directeur de l'Ecole d'Hydraulique de Grenoble. Il m'a permis de comprendre les développements actuels des lois de comportement de l'élastoplasticité; il en est lui-même désormais un artisan.

J'ai connu, au cours de "l'Ecole de Rhéologie des Géomatériaux", que F. DARVE a en partie animé en décembre 1984, M. Pierre BEREST du Laboratoire de Mécanique des Solides à l'Ecole Polytechnique de Palaiseau. Monsieur BEREST, sur ma proposition n'a pas hésité à accepter de suivre mon travail, de me consacrer du temps et de guider mes pas.

Le Docteur Peter EGGER, chef de recherche au laboratoire, m'a accompagné lors de la définition du sujet et a suivi parfois le déroulement des essais de laboratoire. Je garde de lui l'image d'un collègue disposé et encourageant.

Je suis reconnaissant au Professeur Edouard RECORDON d'avoir accepté de faire partie du jury de ma thèse.

Je dois à Jean MOTTIER d'avoir été habile à mener à terme la réalisation du programme d'essais concurremment à d'autres tâches tout aussi particulières et prenantes.

Mais quelle serait la portée d'un travail s'il n'était convenablement présenté au lecteur ? Et je dois à Fabienne SCHMIDELY, Karine MARITZ et Patricia FAILLETTAZ de l'avoir fait avec minutie. Gyslaine NEIDHART y a pris en charge certains dessins et illustrations avec humour et toujours la même minutie.

Tout le temps qu'à duré mon séjour à l'Ecole, Jean-François MATHIER m'a accompagné de bureau en bureau et de cours en colloque. Il m'a aidé par ses connaissances et son expérience en géologie. Une complicité parfaite due à sa convivialité et sa tolérance. Murat KARCA m'a donné une vraie aide dans la recherche bibliographique, Robert JORDAN pour utiliser au mieux les moyens informatiques de l'Institut, Sylvano MARIANI pour éluder certaines démarches théoriques.

Je dois mon entrée en Suisse à MM. BAHRAOUI et ROUSILHES du bureau MAROC-DEVELOPPEMENT à Rabat, ainsi qu'à MM. LAFITTE, JUGE et VILLEUMIER du bureau BONNARD & GARDEL à Lausanne.

Ce travail est le fruit d'une collaboration. Sans les personnes citées ainsi que d'autres, il n'aurait pu être.

A eux tous vont mes remerciements et ma reconnaissance.

TABLE DES MATIERES

	PAGE
RESUME - ABSTRACT	
AVERTISSEMENT	
NOTATIONS	
INTRODUCTION	1
1. Objectifs et limites de la thèse	3
2. Importance du comportement différé en géotechnique	5
3. Importance de la température en géotechnique	7
4. Couplage des comportements instantané et différé	9
I FACTEURS AFFECTANT LE COMPORTEMENT DES ROCHES COMPACTES NON-FISSUREES	11
I1 STRUCTURE DES ROCHES	13
I1.1 Dislocations	15
I1.2 Porosité et microfissuration	17
I1.3 Techniques d' observation des microstructures	19
I2 EFFET DE L' EAU	21
I2.1 Effet de la pression interstitielle	23
I2.2 Interaction chimique eau - roche	24
I3 EFFET DE LA TEMPERATURE	27
I3.1 Températures négatives	29
I3.2 Températures de fusion de roches testées	30
I3.3 Coefficients d' expansion thermique	31
I3.4 Fissuration thermique	33
I3.5 Seuil de fissuration thermique	34
I3.6 Sensibilité des roches	35
I4 MECANISMES DE DEFORMATION	37
I4.1 Mécanismes de déformation par dislocations	39
I4.2 Mécanismes de déformation par microfissuration	40
I4.3 Autres mécanismes de déformation	42
I4.4 Rupture en mode local	43
I4.5 Rupture en mode global (ou plastification)	46
I4.6 Mécanismes de déformation et dilatance	47

CONCLUSION	205
1. Résultats	207
2. Limites de ce travail	208
3. Prospective	209

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES A à H

CURRICULUM VITAE

RESUME

Cette recherche a pour but de contribuer à l'étude du comportement **différé** des roches compactes admises homogènes isotropes.

- Le chapitre I traite de l'étude des différents facteurs qui entrent dans ce comportement :
 - microstructures existantes de la matrice
 - eau
 - température
 - mécanismes à la base des déformations
 - dégénérescence du comportement homogène en rupture (localisation des déformations)
 - effet d'échelle, dispositifs d'essais, types d'essais.

- Le chapitre II traite de la rhéologie, ses bases, ses principes et ses aspects actuels :
 - nécessité d'une écriture **incrémentale** des lois de comportement
 - rappel de l'écriture incrémentale de l'élastoplasticité
 - extension de l'écriture incrémentale aux lois visqueuses
 - classement des lois visqueuses
 - comportement visqueux des roches

- Le chapitre III est d'abord expérimental. Il propose ensuite une **démarche** pour retrouver un modèle rhéologique à partir des essais. Cette démarche est effectuée pour la roche testée en **compression simple**. Les essais réalisés sont :
 - quasi statiques à **vitesse de déformation constante**
 - différés :
 - * essais de fluage sur **15 jours ou moins**
 - * quelques essais de relaxation sur une **durée courte** de quelques minutes ou dizaines de minutes



A B S T R A C T

The main purpose of this present research is to contribute to the understanding of time-dependent behaviour of homogeneous, isotropic hard rocks.

- Chapter I deals with the study of different parameters which influence rock behaviour :
 - existing microstructures of the Lattice
 - water content
 - temperature
 - deformation mechanisms
 - change of homogeneous to brittle behaviour (deformation localization)
 - scale effects, experimental setup, different test types

- Chapter II deals with rheology, its theoretical basis, principles and recent developments :
 - need of an incremental formulation of the behaviour laws in the lattice
 - review of the incremental formulation of elastoplastic laws
 - extension of the incremental formulation to time-dependent laws
 - classification of time-dependent laws
 - viscous behaviour of rocks

- Chapter III is, above all, experimental. It then proposes how to determine a rheological model by taking into account the uniaxial test results, that is :
 - quasi static tests, at constant rate
 - time dependent tests :
 - *creep tests during 15 days or less
 - *some relaxation tests, ranging from a few minutes to half an hour



AVERTISSEMENT

Dans le but d'alléger son contenu, le présent travail est écrit dans un style qui se veut résumé; et pour parer aux éventuelles insuffisances qui en résulteraient, j'ai fourni en fin de texte une liste bibliographique abondante pour étayer mes propos.

Le texte comprend une INTRODUCTION, trois CHAPITRES et une CONCLUSION, complétés par une ANNEXE. Cette dernière regroupe tout ce qui ne me paraît pas essentiel à la compréhension des idées et conclusions énoncées.

Le deuxième chapitre nécessite un commentaire : il traite des lois de comportement et a de ce fait nécessairement un caractère théorique. Cependant, en tant que géotechnicien, je me suis permis une certaine liberté vis-à-vis de la rigueur qu'un mathématicien exigerait d'un tel formalisme, en particulier de l'écriture tensorielle. Mon but se limitant à spécifier au mieux les particularités des modèles évoqués, existants ou supposés.

La notation tensorielle adoptée est discutée aux § III.2 et III.3. Les autres notations sont définies au fur et à mesure de leur apparition dans le texte.

Les variables fréquemment utilisées sont néanmoins rappelées dans les pages qui suivent.



NOTATIONS

• Scalaires et fonctions scalaires

τ	variable temps comprise entre 0 et t
t	temps actuel
f	paramètre de fluage
r	paramètre de relaxation
$\Psi(t)$	fonction de relaxation
$\phi(t)$	fonction de fluage
$f(\underline{\sigma})$	fonction donnant le critère élastoplastique
$g(\underline{\sigma})$	fonction potentiel
$V(\underline{\sigma})$	fonction donnant le critère viscoplastique
$\langle x \rangle$	= x si x > 0
	= x si x < 0
$\ \underline{A}\ $	norme du tenseur \underline{A}
$I_i \underline{A}$	ième invariant de \underline{A} i = 1 à 3

• Tenseurs

Ils sont spécifiés par le signe \sim .

$\overset{(n)}{\underline{A}}$	Dérivée d'ordre n de \underline{A}
\underline{B}	Déformations de Cauchy-Green à gauche
\underline{C}	Déformations de Cauchy-Green à droite
\underline{d}	Gradient des déplacements
\underline{D}	Gradient des déformations
$\underline{\mathcal{D}}$	Histoire des déformations

\mathcal{F}	Fonctionnelle
\tilde{Q}	Rotation globale
\tilde{R}	Tenseur des rotations
\tilde{T}	Translation globale
\tilde{T}_A	Transposée de A
\tilde{A}^T	Transposée de A
\tilde{u}	Déplacements
\tilde{U}	Gradient des déformations pures à droite
\tilde{v}	Vitesse matérielle
\tilde{V}	Gradient des déformations pures à gauche
\tilde{x}	Coordonnées d'un point géométrique
\tilde{X}	Coordonnées d'un point matériel
$\tilde{\varepsilon}$	Gradient des déformations infinitésimales
$\tilde{\omega}$	Gradient des rotations infinitésimales
$\tilde{\sigma}$	Contraintes

INTRODUCTION

Le souci d'assurer la stabilité des constructions au rocher, au moindre coût, oblige à connaître le comportement des massifs rocheux dans leur état naturel.

Au cours de l'histoire de la géotechnique, on a d'abord réduit le comportement des roches au modèle élastique de Hooke et du frottement de Coulomb. Puis l'évolution s'est faite peu à peu vers des lois plus sophistiquées, facilitée par l'emploi de l'analyse numérique et des capacités des calculateurs disponibles.

S'appuyant sur les résultats d'essais in situ parfois, la mise au point de ces lois a souvent été réduite au cas élastoplastique instantané du matériau.

Pourtant en géologie, on a depuis longtemps montré que l'écorce terrestre, d'aspect rigide à l'échelle humaine, n'en est pas moins un matériau à comportement visqueux déformable à l'échelle géologique, sinon les montagnes n'existeraient pas, pas plus que les fonds océaniques d'ailleurs. La théorie de la tectonique des plaques, dont on a observé les rides midocéaniques, les failles transformantes et les rifts médians dans les fonds des océans, justement là où la croûte est "fragile", met en évidence ce comportement différé ignoré dans la plupart des roches jusque là [ANDERSON, 1985 - GOGUEL, 1985 - ODQUIST, 1980].

Outre le comportement instantané, la géologie donne ainsi la preuve que la roche est le siège d'un autre comportement lent, qui fait intervenir l'influence du **temps**.

1. OBJECTIFS ET LIMITES DE LA THESE

Le comportement visqueux des roches a été peu étudié jusqu'ici. Compte tenu de l'intérêt qui lui est dévolu, notamment par l'ampleur des excavations souterraines réalisées et les exigences accrues vis-à-vis de la sécurité des ouvrages à moyen et long terme (par exemple pour le stockage des déchets nucléaires dans le sous-sol), le présent travail se propose de contribuer à l'étude de ce comportement.

Cette recherche, entreprise en 1984, comporte trois volets :

- **L'étude des mécanismes de déformations** dans le but de comprendre le couplage des comportements **instantané** (élastique, élastoplastique) et **différé** (visqueux pur, viscoélastique, viscoplastique). Les divers mécanismes dépendent de plusieurs facteurs dont l'effet est analysé.
- Une **étude théorique** qui fait le point sur les formulations des lois de comportement actuelles. Il y a désormais, en géotechnique, des travaux théoriques et expérimentaux importants, dont le point de mire est de décrire le comportement rhéologique des géomatériaux. Ces travaux sont un besoin de la géotechnique et des constructions de génie civil : des techniques numériques de simulation existent mais les modèles proposés ne sont pas encore à la hauteur des exigences des projets.

Pour qu'elle soit actuelle, cette recherche tient compte des critiques de la rhéologie classique des années 1960-70, amenant à une nouvelle formulation du principe de déterminisme. Cette formulation, adoptée d'abord en élastoplasticité, est étendue au comportement visqueux.

- Une **étude expérimentale** du comportement rhéologique d'un **grès** par des essais de laboratoire. Ces derniers offrent, par enregistrement des mesures, la réponse du matériau dans un cas de chargement simple et particulier. Il s'agit d'essais de fluage ou de relaxation et d'essais quasi statiques à vitesse de déformation constante, effectués en compression simple.

L'interprétation de ces essais permet ensuite de construire un modèle visqueux pour la roche étudiée.

Les limites de ce travail sont celles de toute simulation théorique de la réalité, qui veut que celle-ci soit idéalisée, continue et uniforme, ou alors discontinue et périodique : quand un massif rocheux est simulé par un milieu isotrope, l'idéalisation de la réalité est évidente, la genèse des roches étant une longue histoire d'épisodes calmes puis tumultueux, que celles-ci soient sédimentaires, ignées ou métamorphiques. Quand la simulation considère le massif comme étant fissuré, la périodicité de la fissuration est toujours supposée et l'idéalisation de la réalité est évidente encore parce que la fracturation des roches, due à des processus divers et mal connus, a lieu selon des chemins impossibles à quantifier. Ils font intervenir à la fois l'inhomogénéité de la matrice et l'état de contraintes et de températures subies au cours de la longue histoire de leur formation. On peut en dire autant des modèles discontinus ou anisotropes, successions de milieux isotropes ou milieux à anisotropie uniforme.

Nous n'avons considéré dans ce travail que les roches **homogènes isotropes**, idéalisation somme toute commune, qui constitue à notre avis une meilleure approximation d'une partie des roches de la nature, notamment en profondeur, où elles sont relativement peu fissurées.

2. IMPORTANCE DU COMPORTEMENT DIFFERE EN GEOTECHNIQUE

Les travaux au rocher intéressent de plus en plus de volumes d'excavations, à de plus grandes profondeurs. Ils imposent de ce fait à la roche de plus grandes perturbations [HEARD, 1982].

Dans les roches salifères le comportement différé est le mieux connu et le plus étudié, à cause de l'importance des déformations enregistrées dans le temps [LANGER, 1979 - BEREST, 1979 - MANSON et DAWSON, 1982].

Dans les cavités souterraines, parfois prennent place des déformations différées observées sur une longue période après la fin des travaux : on peut citer l'exemple des roches schisteuses [PANET, 1979], des schistes bitumineux [SINHA et al., 1982], des roches granitiques [ENGELDER, 1984] et diverses autres roches [KAISER et MORGENSTERN, 1981].

Dans les roches salifères, le stockage des produits gazeux nécessite la préservation de zones de roches entre les cavités jouant le rôle de piliers dans les mines souterraines. Bien que cette théorie soit discutée, la connaissance du comportement différé de la roche magasin est seule capable de prévoir la stabilité à moyen terme de ces zones qui assurent la stabilité de l'ensemble de la structure. Dans ces roches très fluantes, la gestion des réservoirs constitués par les cavités lessivées nécessitent la connaissance de leur comportement différé. [FINE et al., 1979].

Dans la rupture des piliers ou des toits de mines, fréquemment rencontrée dans les travaux souterrains, l'influence de la vitesse de charge et de déformation peut être un facteur déterminant [COOK et JAEGER, 1969 - RICHARD et ADVANI, 1982].

Les besoins d'entreposage de déchets nucléaires en profondeur ont amené à s'intéresser au comportement différé des roches magasins pour prévoir l'état des cavités creusées, à long

terme, et la possibilité de l'enserrement des déchets dans les roches déformables comme le sel [HANDIN et CARTER, 1979 - LAJTAI et SCHMIDTKE, 1986].

L'étude des effets différés en géotechnique est aussi d'un grand intérêt pour la bonne interprétation des essais au vérin plat et dans les essais de laboratoire, notamment ceux à vitesse de déformation (ou vitesse de charge) constante [COOK et JAEGER, 1969].

En dehors de la géotechnique, le comportement différé des roches est supposé jouer un rôle important à côté des autres précurseurs des tremblements de terre [MURELL et CHAKRAVARTY, 1973 - CARTER, 1979]. Enfin, dans l'étude des mouvements de la croûte terrestre l'existence des diaclases est vue comme une conséquence du comportement différé des roches de l'écorce. Le mouvement des plaques elles-mêmes serait la conséquence de déformations différées en leur sein et non plus seulement du manteau terrestre sur lequel elles seraient "posées" [WENK, 1982 - GOGUEL, 1985].

3. IMPORTANCE DE LA TEMPERATURE EN GEOTECHNIQUE

La température augmente avec la profondeur, et les couches profondes semblent plus déformables que celles superficielles. Bien que l'effet du confinement soit aussi présent, il est admis que la température augmente la déformabilité des roches [GRIGGS et al., 1960 - WEERTMAN et WEERTMAN, 1975 - KUZNETZOV et VASHCHILIN, 1970].

Outre la température naturelle de la roche en profondeur, l'exploitation du sous-sol entraîne parfois des augmentations locales de température lors de l'exécution des travaux ou de l'exploitation des ouvrages achevés.

C'est ainsi que dans le stockage saisonnier d'énergie, le sous-sol est soumis à des températures allant de 70°C pour le stockage des carburants, à 135°C pour le stockage de l'eau chaude [WAI et LO, 1982 - SUAREZ DEL RIO et NORIN, 1985], 250°C pour l'extraction de bitume [LO et al., 1982], 300°C pour l'extraction de l'eau des sources géothermiques [DESCOEUDRES, 1982].

Mais à l'heure actuelle, la température jouit d'un intérêt particulier en géotechnique à cause des projets d'entreposage des déchets nucléaires radioactifs dans le sous-sol. Les températures de stockage varient avec le type de projet. On distingue :

- L'entreposage des déchets moyennement radioactifs dans les sédiments océaniques profonds à des profondeurs d'eau jusqu'à 6'000 m, où la température à la surface des fûts atteindrait 200°C [HOUSTON et HOUSTON, 1985]. L'enfouissement des mêmes déchets à de moindres profondeurs atteindrait des températures de l'ordre de 250°C [HEUZE, 1983], voire 300°C [WAI et LO, 1982].
- L'entreposage profond des déchets hautement radioactifs avec fusion de la roche à des profondeurs de 2'000 à 3'000 m et des températures dépassant 1'000°C [HEUZE, 1982].

Par ailleurs, certains travaux miniers ou certaines techniques spéciales d'excavation font appel à la fragilisation thermique de la roche. L'application de cette méthode peu connue dépend de la roche et des conditions de chauffage à des températures pouvant dépasser 1'000°C [THIRUMALAI et CHEUNG, 1972 - THIRUMALAI, 1970].

4. COUPLAGE DES COMPORTEMENTS INSTANTANE ET DIFFERE

Quand la roche est considérée comme étant un corps **élastoplastique**, son comportement est **instantané** et sa loi de comportement s'exprime (en écriture incrémentale) en fonction des tenseurs contrainte, déformation et de leurs dérivées successives. L'existence de ces dérivées correspond à la nécessité de décrire les irréversibilités plastiques de la roche et pour que le temps n'intervienne pas dans l'expression de la loi, celle-ci doit vérifier certaines conditions mathématiques évoquées plus loin (cf. chapitre II).

En fait le comportement instantané de la roche sous un état de contraintes même constant est une approximation. Sous l'effet des mécanismes de déformation qui y prennent place, la roche se comporte de façon différée.

Le comportement des roches est ainsi un couplage entre l'état de contraintes, l'état des déformations et le temps [HANDIN et CARTER, 1979 - LANGER, 1979 - LAJTAI et SCHMIDTKE, 1985]. Dans l'expression des lois de comportement, le temps intervient soit de façon explicite, soit par l'intermédiaire des dérivées du tenseur contrainte ou/et du tenseur déformation.

Pour comprendre le couplage des comportements d'un massif rocheux, il est nécessaire de se pencher sur les mécanismes de déformations dans la matrice rocheuse soumise à un état de contraintes donné. Sur ces mécanismes, la structure et la composition des grains constitutifs jouent un grand rôle [LANGER, 1979].

**I FACTEURS AFFECTANT LE COMPORTEMENT
DES ROCHES COMPACTES NON-FISSUREES**

Le comportement des roches dépend des caractéristiques propres de leur matrice constitutive : sa composition et sa structure, mais aussi de sa température et de sa teneur en eau, ainsi que des conditions d'essais et de confinement.

La composition et la structure d'une roche est inhérente à l'histoire de sa formation au cours des siècles.

La température subie in situ change sa structure, et suivant la nature des minéraux, à un degré variable ses minéraux constitutifs aussi.

Outre son effet mécanique dans la matrice poreuse (pression interstitielle), l'eau altère la roche et la décompose, preuve que cette dernière est le siège de transformations chimiques.

Ainsi la constitution de la roche, sa température, sa teneur en eau affectent son comportement mécanique.

Du point de vue microscopique, ce comportement est un ensemble de transformations au sein de la matrice rocheuse que l'on doit percevoir selon des techniques d'observations et d'enregistrements indirects. Au niveau phénoménologique (macroscopique), le comportement doit s'exprimer sous forme de loi rhéologique écrite en un point courant fictif. Une telle loi s'exprime par des variables courantes (contraintes et déformations, température, teneur en eau, porosité, etc.) du matériau étudié.

I1 STRUCTURE DES ROCHES

La première caractéristique des roches est qu'elles sont en grande partie des matériaux cristallins. Leur résistance dépend donc de celle de leurs minéraux, des forces de liaison inter-cristalline et des discontinuités qui les caractérisent : vides intergranulaires, microfissures et micropores [291, 46].

Ces mêmes roches sont en effet souvent des corps complexes consistant en agrégats hétérogènes de minéraux polycristallins anisotropes. Leur genèse induit des irrégularités selon leurs conditions de formation :

- les roches ignées sont associées à une cristallisation à haute température et haute pression, avec création de défauts et inhomogénéités dans la structure matricielle
- les roches métamorphiques sont associées à des contraintes tectoniques aboutissant à des déformations élevées avec création des mêmes irrégularités matricielles et d'une forte anisotropie matérielle
- les roches sédimentaires, se formant par sédimentation, sont associées à l'existence d'une porosité et d'interstices qui à long terme aboutissent à des réseaux de fissures et défauts de la matrice rocheuse.

La structure cristalline devrait être, comme dans les métaux, le siège de défauts cristallins que sont les **dislocations**, alors que les défauts granulaires seraient la source de **micro-fissures**.

11.1 DISLOCATIONS

Le concept de dislocation est né des travaux sur les métaux. La science des matériaux et plusieurs développements modernes de la métallurgie doivent beaucoup à la théorie des dislocations [311].

Dans les roches, une **dislocation** dans la matrice cristalline peut être définie comme étant une **imperfection qui permet le glissement même à faible contrainte** [78].

Des travaux sur les cristaux de biotite montrent que les dislocations glissent sur un plan de base (de foliation) [253].

L'étude d'une granodiorite a permis de montrer que les dislocations évoluent principalement en bandes de cisaillement dans les cristaux de biotite favorablement orientés (par rapport à la contrainte appliquée) [98]. Dans les roches carbonatées, la calcite est soumise à des rotations intracristallines sous l'effet de contraintes appliquées [256].

La plupart des cristaux naturels, en effet, contiennent des défauts de structure, nés avec la nucléation ou la recristallisation des grains. Les frontières de ceux-ci sont des surfaces de discontinuité matérielle, de dimension atomique, et sur lesquelles des densités de dislocations fortes sont atteintes. Ce sont ces surfaces qui forment usuellement des plans de dislocations et des zones de fortes contraintes internes [78].

La théorie des dislocations fournit divers modèles pour expliquer la nature des mouvements des dislocations individuelles dans la matrice cristalline. Puisque la plupart des roches sont des matériaux cristallins, ces modèles, démontrés pour les métaux, devraient s'appliquer au moins en partie pour les massifs rocheux compacts.

On distingue [212, 75] :

- Le glissement, la rotation des dislocations individuelles, le long d'une ligne de dislocation, d'un plan de glissement et aussi le glissement "dévié".
- La diffusion d'atomes dans la matrice cristalline par vibrations thermiques, permettant la montée des dislocations (dans une direction distincte du plan de glissement) et la polygonisation.
- L'écroutissage de la matrice en déformation aboutissant à un durcissement de la structure par le jeu de l'interaction entre le mouvement des dislocations et les obstacles à leur mouvement.
- La recristallisation par augmentation locale d'énergie interne due à la concentration des dislocations dans une zone. Le mécanisme de recristallisation est une cause de recouvrement (ou de restauration) des déformations dans la roche.
- Le recouvrement ou restauration est défini comme un ensemble de processus qui ont lieu concurremment à l'écroutissage perpétuant ainsi la déformation de la matrice. Ces processus sont : création de dislocations, leur polygonisation, diffusion des grains fins des frontières granulaires, recristallisation. Le recouvrement relance la déformation, alors que l'écroutissage l'atténue.

11.2 POROSITE ET MICROFISSURATION

La porosité est la conséquence d'une grande variété de causes naturelles dont les intrusions gazeuses et les imperfections granulaires lors de la formation de la roche.

L'étude de certains grès par exemple montre l'existence de trois types de pores [41] :

- intergranulaires larges et de forme irrégulière
- connectifs, plus petits, reliant les pores intergranulaires
- micropores de dimension inférieure à quelques microns.

Les grains cristallins des roches sont cimentés entre eux par ionisation atomique et par ponts moléculaires formés de cristaux le long de tous les interfaces.

Les interfaces granulaires sont des surfaces de discordance immenses au sein de la roche. Ils délimitent les pores intergranulaires et les microfissures et facilitent les concentrations de contraintes et par conséquent la propagation de la microfissuration inter et/ou transgranulaire [181, 189, 253, 286, 291, 305].

Les microfissures sont de loin les microstructures les plus fréquemment observées dans une granodiorite [98], dans un granite [89, 166, 167]. Elles ont été mises en évidence dans un gneiss à l'état naturel, alors que le calcaire observé dans les mêmes conditions semble peu microfissuré [189]. Elles seraient la cause d'anisotropie de certains granites du Japon [170].

La concentration de la microfissuration a été montrée dans une granodiorite et un marbre au voisinage des frontières granulaires (c'est une fissuration intergranulaire), beaucoup moins à travers les grains [98, 284].

La structure des roches fait apparaître, en définitive, l'existence de micropores et/ou de microfissures, qui diffèrent par leur forme et l'histoire de leur formation mais dont la distinction est pratiquement impossible à faire.

11.3 TECHNIQUES D'OBSERVATION DES MICROSTRUCTURES

Plusieurs techniques d'observation des microstructures ont été utilisées pour étudier la roche. On peut citer :

- La méthode des répliques [291]
C'est une méthode de traitement de la surface polie d'un échantillon par un vernis. La réplique obtenue moule ainsi toutes les discontinuités de la matrice d'observation qui se fait ensuite par un microscope ordinaire.
- Observations au microscope pétrographique en utilisant des lames minces et des techniques pétrographiques standard [41, 311].
- Observations au microscope électronique à balayage [41, 98, 166, 167, 309].
- Spectrométrie à dispersion d'énergie aux rayons X [41, 118, 311].

Il semble cependant que, pour des déformations faibles, les méthodes optiques ne soient pas fructueuses dans la description des microstructures en cours de déformation [118, 313].

L'évolution de la microfissuration peut être mise en évidence par des méthodes acoustiques [122]. On distingue :

- la mesure des ondes sonores à travers la matrice rocheuse
- la détection des microbruits dus à l'évolution de la microfissuration de la roche en cours de chargement ou de chauffage.

Les mesures des bruits et des ondes acoustiques peuvent être effectuées dans diverses directions notamment axiales et radiales dans un échantillon cylindrique [79, 102, 122, 143, 159, 189, 190, 225, 242, 284, 304]. Il faut relever cependant que de telles mesures présentent encore de grandes difficultés d'interprétation [225, 304, 305].

I2 EFFET DE L'EAU

Hormis de rares exemples où le comportement de la roche semble peu sensible à l'effet de l'eau, notamment pour un marbre [307], la plupart des essais sur des roches même très peu perméables montrent leur grande sensibilité en présence d'eau. C'est le cas du **quartz** et d'autres **minéraux silicatés**, de l'**olivine**, du **verre**, de la **lherzolite** et de la **dunite** [127, 212, 308], du **granite** et du **gneiss** [7, 38, 130, 136, 177, 212], du **calcaire** et du **marbre** [112, 255], du **grès** [38, 78, 115, 307], du **charbon** et des **shales** [78, 115, 136], ainsi que de divers autres matériaux rocheux [7, 98, 115, 136, 138, 177, 179, 181, 217, 252].

Toutes ces roches affichent une grande sensibilité à l'eau. Leur résistance diminue entre 20 et 70 % de sa valeur à "sec". Une telle marge dans les pourcentages mesurés traduit certainement, au moins en partie, la difficulté de définir l'état réellement sec de la roche. En effet, pour certaines roches, l'eau serait présente dans les échantillons chauffés à 940°C et plus ! [212].

Dans certaines roches parmi celles citées, la teneur en eau à saturation ne dépasse pas 1 %, en poids [130].

I2.1 EFFET DE LA PRESSION INTERSTITIELLE

Terzaghi, en 1936, introduisait le fameux concept de contrainte effective dans les sols poreux. Ce concept suppose que la contrainte totale appliquée est, en tout point, égale à la somme de la contrainte effective (appliquée au squelette solide) et de la pression interstitielle de l'eau [115, 126, 180, 252]. Dans cette décomposition et en déformations modérées, seule la contrainte effective est prise en compte dans la déformation du squelette [255].

Skempton montre que, pour la roche, la contrainte totale est la somme de la contrainte effective et d'une partie de la pression interstitielle de l'eau. Cette partie se rapproche de l'unité pour les roches dont la porosité est significative [115]. Cette décomposition de la contrainte totale est valable aussi quand le matériau n'est pas saturé, et dans ce cas la pression interstitielle est négative.

Cependant toutes les roches ne sont pas poreuses au sens hydrogéologique de par leur densité forte malgré la grande surface de contacts granulaires qui les caractérisent. Il semble alors que pour ce type de matériau (exemple : les argiles), le concept de contrainte effective ne soit pas vraiment valable.

12.2 INTERACTION CHIMIQUE EAU - ROCHE

Quand la roche est suffisamment compacte et que les microstructures sont de très faibles dimensions, la microporosité de la matrice ne permet plus à l'eau libre de circuler dans les interstices. La notion de pression interstitielle ne peut plus être admise.

La microporosité ne favorise pas l'écoulement d'eau libre mais elle n'empêche pas la diffusion d'eau adsorbée par les microstructures et les frontières granulaires. Un tel échange hydrique est de nature statistique. Il est expliqué par ailleurs [83, 92]. Cette présence d'eau, négligeable en volume, sous forme d'équilibre liquide-vapeur, va altérer les liaisons chimiques intercrystallines et lubrifier les frontières granulaires [181].

L'eau est en effet une substance chimiquement agressive. Son action sur les roches est, au moins en partie, un phénomène de catalyse chimique, comme c'est le cas pour certains alliages [308].

Le radoucissement des cristaux de silicates en présence d'eau s'explique ainsi par l'hydrolyse du pont chimique silice-oxygène par la réaction :



puisque la liaison chimique $H \cdot H$ est plus fragile que la liaison $S_i - O$. Ce schéma peut être évoqué de façon analogue pour certains autres minéraux dont la liaison est plus forte que la liaison $H \cdot H$ [7, 127, 157, 308].

Il est admis par ailleurs que l'eau contenue dans un géomatériau ne possède pas des propriétés physiques homogènes. On distingue [47, 138] :

- L'eau structurelle fixée autour des grains ou dans les cristaux, résultat d'une réaction chimique comme la catalyse décrite ci-avant. Cette eau ne serait pas conductrice d'électricité et ne constituerait pas une solution pour les substances normalement solubles dans l'eau.

En définitive cette eau n'obéit pas aux concepts classiques de changements d'état thermodynamique de l'eau. En particulier, dans un sol congelé, cette eau reste toujours à l'état liquide.

- L'eau adsorbée, en rétention à la surface des grains. Cette eau peut être extraite par dessiccation ou centrifugation du géomatériau et a la faculté d'être en état de phase variable dans un sol congelé selon la pression et la température négative appliquées.
- L'eau gravifique ou libre dans les microstructures, la plus facile à extraire par chauffage. C'est elle qui transmet la pression interstitielle si toutefois le géomatériau a une perméabilité significative (difficile à définir dans l'état actuel des connaissances).

Dans la roche non saturée, il y a équilibre entre les états liquide et gazeux de l'eau adsorbée ou/et gravifique .

I3 EFFET DE LA TEMPERATURE

L'intérêt de la température dans les roches est ancien. Les géologues, s'intéressant à l'état des roches en profondeur où la température est élevée, ont fait des essais sur diverses roches pour tenter de définir la transition entre l'état cassant et l'état ductile de la croûte terrestre en profondeur [112, 113, 125].

Ces essais ont été effectués à des confinements et parfois aussi des températures record, dépassant largement les conditions requises pour les besoins actuels de la géotechnique en contraintes de confinement. Cependant, ils ont l'avantage de mettre en relief les valeurs ultimes de changement d'état des roches testées ou de certains de leurs minéraux constitutifs (point de fusion, transition $\alpha - \beta$ du quartz ...).

Aujourd'hui, certains projets de constructions souterraines supposent des températures de contact avec la roche de 1'000°C ou plus et réhabilitent ainsi ces travaux, dont le but initial était purement géologique [119].

L'étude de la température revêt un intérêt pratique aussi pour les valeurs négatives (stockage de gaz, congélation des sols, etc.).

Au même titre que les autres matériaux, les roches conduisent et emmagasinent à des degrés divers de l'énergie quand elles sont soumises à un flux thermique. Les paramètres thermiques de quelques roches sont donnés en annexe A.

13.1 TEMPERATURES NEGATIVES

Des roches soumises à des températures négatives jusqu'à -196°C [139, 140] et -160°C [144] ont été testées en compression ou en traction.

Ces essais ont permis de mettre en évidence l'augmentation systématique de la résistance en compression et en traction du basalte, de granites, de l'andésite, quand la température diminue. Cette augmentation est plus forte quand la roche est plus humide.

L'effet de la température négative sur les microstructures des roches est expliqué comme suit :

- L'augmentation de la résistance en traction est due à l'adhésion de la glace aux grains cristallins.
- Dans son état refroidi, les minéraux constitutifs de la roche rétrécissent, l'eau libre devenue glace participe à la résistance, qui augmente en conséquence.
- Le changement d'état de l'eau libre en glace s'accompagne d'une augmentation de volume dans les microstructures. Celles-ci augmentent ainsi de dimensions et quand la roche est ramenée à température ambiante, elle est dans un état plus fragile parce que plus microfissuré.

I3.2 TEMPÉRATURES DE FUSION DE ROCHES TESTÉES

Le tableau ci-après résume quelques températures de fusion de roches testées en laboratoire. Ces valeurs doivent être prises comme des ordres de grandeur, tant la nature des massifs rocheux varie d'un site à un autre.

MINERAL OU ROCHE	TEMPERATURE DE FUSION [°C]		REFERENCES
Feldspath	> 900°C	roche mouillée	[FRIEDMAN et al., 1982]
	> 1'000°C	roche sèche	" "
Biotite	400°C		" "
Dolérite	1'240°C		[MURRELL et CHAKRAVARTY, 1973]
Microgranodiorite	1'220°C		" "
Péridotite (dunite)	1'560°C	estimation	" "
Anhydrite	1'450°C		[MISRA et MURRELL, 1965]
Dolomite	1'340°C		" "
Grès	1'500-1600°C		" "
Marbre	1'340°C		" "
Microgranodiorite	1'300°C		" "
Péridotite	1'550°C		" "
Sel	200°C	P _C = 35 MPa	[HANDIN et CARTER, 1979]
Granodiorite	1'050°C	P _C = 35 MPa	" "
Granit	1'050°C	roche sèche	[HEUZE, 1983]
Sel	801°C		[LANGER, 1979]

Tableau 1 : Températures de fusion de quelques roches et minéraux

La température de fusion devrait en outre dépendre de plusieurs paramètres dont la teneur en eau de la roche et la contrainte de confinement [7, 98]. Il est probable que dans une roche polycristalline, la fusion soit progressive, les cristaux les plus sensibles fondant en premier, mais peu de données sont disponibles dans ce domaine.

13.3 COEFFICIENTS D'EXPANSION THERMIQUE

Pour des températures faibles entre 20 et 100°C, le coefficient d'expansion linéaire des calcaires et des granites est de l'ordre de $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ [8, 189]. Il semble augmenter avec la température [129, 189]. Le tableau ci-après donne les valeurs α du coefficient d'expansion thermique de certaines roches.

Roches	Coefficient d'expansion thermique $10^6/^{\circ}\text{C}$			Références
	20°C	100°C	400°C	
basalte	5.4	5.4	--	[SWAN, 1977]
calcaire	2.5	20	--	"
granite	7.5	9	--	"
grès	10	10	--	"
marbre	5.4	7	--	"
sel gemme	40	40	--	"
granite de Stripa	11.3	11.3	11.3	[CARLSSON, 1978]
granite de Chelmsford	7.2	--	24.4	[SWAN, 1977]
granite de Westerly	8.2	--	22.3	"
granite de Wausau	6.6	--	23.8	"
granite de Graniteville	8.4	--	25.6	"
monzonite quartzique de Red River	7.0	--	25	"
gabbro de Mellen	7.0	--	12.2	"
granite	7.6	--	--	[FEUGA ET VOUILLE, 1984]
granite	8	--	--	[BEREST, 1984]
sel	4.3	--	--	[BEREST, 1984]
cristaux				
- quartz	11.3	--	23	[CARLSSON, 1978]
- oligoclase	4.3	--	5.7	"
- orthose	5	--	6.6	"
- muscovite	(6.6)	--	(8.3)	"
- biotite	(6.6)	--	(8.3)	"
- opaques	9.7	--	15	"

Tableau 2 : Coefficients d'expansion thermique de quelques roches et minéraux

Le quartz se caractérise par un coefficient d'expansion fort et joue ainsi un rôle prépondérant comme facteur de microfissuration thermique des roches silicatées. La calcite très dilatable suivant son axe ternaire se contracte faiblement normalement à cet axe et présente donc une anisotropie de dilatation. La microfissuration thermique des calcaires est donc très importante. Il en est de même des roches telles que syénites, riches en feldspaths, caractérisés aussi par une anisotropie de dilatation [231, 232].

13.4 FISSURATION THERMIQUE

Les contraintes thermiques dans la roche chauffée apparaissent à partir de deux causes :

- le gradient thermique qui provoque des contraintes thermiques
- la disparité des constituants minéraux.

On montre que l'effet du gradient thermique peut souvent être négligé [189].

Les différents constitutants minéraux ont des coefficients d'expansion différents. Les déformations différentes des divers grains cristallins adjacents créent de ce fait des contraintes internes et quand la frontière granulaire cède il y a fissuration thermique de la roche.

La microfissuration thermique est ainsi une conséquence de l'hétérogénéité de la roche à l'échelle des cristaux. Cette hétérogénéité est soit minéralogique soit due à l'anisotropie des constituants [118, 140, 181, 189].

Les basaltes, les ophytes, les rhyolites sont des roches polycristallines - mais dont les constituants ont des coefficients d'expansion comparables - peu sensibles à la température jusqu'à 400 - 500°C. D'autres roches hétérogènes, mais à coefficients de dilatation différents, comme les granites, sont très microfissurables y compris à des températures faibles. Les calcaires sont aussi très microfissurables, parce que la calcite est un minéral anisotrope très dilatable selon son axe ternaire. Il en est de même des feldspaths [231, 232]. La microfissuration thermique est observée dans plusieurs types de roches [7, 98, 113, 212, 231, 232, 255, 256, 264, 277, 291].

Le degré de fissuration thermique est fonction de la température maximale atteinte dans la roche ainsi que de la vitesse de chauffe jusqu'à cette température et des conditions de confinement [98, 113, 118, 189, 255, 256, 305]. Cependant, l'effet du confinement sur le degré de fissuration est controversé [284].

13.5 SEUIL DE FISSURATION THERMIQUE

Le seuil de fissuration d'une roche est la température de chauffe pour laquelle commence le phénomène de fissuration.

La détermination d'un tel seuil pour une roche donnée est donc liée à la capacité de détecter le début de sa fissuration thermique.

La valeur d'un tel seuil serait variable selon les roches et se situerait à des valeurs inférieures à 100°C pour les roches thermiquement hétérogènes (comme les granites) et supérieures à 400°C pour des roches thermiquement homogènes (comme les basaltes, les rhyolites, les ophytes) [231, 232].

Ainsi le seuil de fissuration d'un gneiss à gros grain serait de 130°C, à grain moyen de 110°C. Pour le calcaire ce seuil serait de 210°C [190]. Dans les roches granitiques le seuil serait de 60 à 75°C seulement [277].

Il est possible qu'en dessous du seuil de fissuration d'une roche, la vitesse de chauffe ne joue aucun rôle [190], mais ceci reste à confirmer.

13.6 SENSIBILITE DES ROCHES

Il convient de distinguer la zone des températures faibles et le domaine complémentaire jusqu'à la valeur de fusion de la roche.

Quand la température est faible ($T < 0.25 T_m$, T_m température de fusion), il semble que les roches deviennent plus résistantes quand la température augmente. Il en serait ainsi d'un gneiss granitique dont le module "élastique" augmenterait légèrement jusqu'à 120°C pour diminuer par la suite, pour un calcaire dont la diminution de résistance est observée après 350°C seulement [304]. Ce comportement est probablement dû, pour partie du moins, à l'évaporation de l'eau libre de la roche qui voit ainsi sa résistance augmenter tant que le seuil de microfissuration thermique n'est pas atteint.

Pour des valeurs plus grandes que le seuil de fissuration, la température a pour effet de diminuer la résistance des roches jusqu'à leur fusion partielle ou même complète [98, 106, 113, 118, 126, 129, 130, 140, 181, 189, 205, 212, 231, 232, 264, 304], et d'accélérer l'apparition de la dilatance [264].

Le degré de leur sensibilité dépend de la composition minéralogique des roches et de leur structure [118, 140].

La température change l'aspect des divers minéraux, notamment dans la dunite et la dolérite au-delà de 500°C, dans la microgranodiorite au-delà de 400°C; mais il n'y a pas nécessairement de relation entre l'altération des couleurs et le comportement d'une roche [212].

La fusion du granite commence à 800°C quand la roche est mouillée, 900°C quand elle est sèche [7]. Dans la dolérite et la microgranodiorite la fusion partielle débute à 1'050°C [212].

Entre 100 et 300°C au moins, la température affecte, dans de grandes proportions, la résistance des roches salines (la résistance est divisée par 4 à 300°C [100]).

I4 MECANISMES DE DEFORMATION

La déformation dans les roches fait appel à un processus de mécanismes complexes, difficiles à mettre au évidence. La connaissance de tels mécanismes est pourtant essentielle à une bonne compréhension du comportement des roches et à une formulation théorique de celui-ci. Les efforts entrepris dans cette partie de la géotechnique ont quand même permis de décrire certains aspects des déformations à l'échelle microscopique de la matrice rocheuse [211].

A l'instar des métaux, les microstructures (dislocations, microfissures, micropores) et leur(s) orientation(s) préférentielle(s) déterminent la résistance et la rupture des roches.

Il y a donc un rapport étroit entre l'échelle microscopique et les propriétés mécaniques des roches compactes [7, 28, 277, 311]. S'inspirant du mécanisme des déformations des métaux, la mécanique des roches a puisé dans la théorie des dislocations (cf I1.1) pour tenter d'expliquer les déformations des roches sous charge ou en décharge. Mais les roches se caractérisent aussi par la microfissuration et la microporosité naturelles ou induites (cf. I1.2), et il serait étonnant que la théorie des dislocations soit le seul mécanisme de déformation des massifs rocheux compacts.

I4.1 MECANISMES DE DEFORMATION PAR DISLOCATIONS

Le mouvement des dislocations dans la matrice cristalline est un processus **plastique et différé**. Les déformations par dislocations sont donc irréversibles et fonction du temps. C'est sans doute pour cette raison que la théorie des dislocations a été surtout invoquée en mécanique des roches pour interpréter les essais de fluage et de relaxation [111, 118, 119, 146, 181, 205, 211, 212, 233, 253, 305, 307, 308, 311].

Dans le sel, la roche la mieux étudiée en fluage, les dislocations ont été observées et admises comme étant la cause du processus du fluage si important dans cette roche [181, 211].

Le comportement mécanique observé peut être expliqué par un ou plusieurs types de mouvements des dislocations (évoqués en I1.1) selon les conditions d'essais. Ainsi :

- Dans le fluage transitoire, le mouvement des dislocations a lieu sur leur plan de glissement. Si la densité des dislocations est faible, le mouvement est accéléré jusqu'à l'atteinte du régime permanent. Autrement, le mouvement est écroui jusqu'à ce que la concentration des dislocations arrêtées amène au recouvrement par recristallisation par exemple [119, 308].
- Si la température est faible il n'y aurait pas de diffusion de matière, donc pas de montée de dislocations ni de polygonisation (en dessous de $0.35 T_m$) [181]. Le glissement sur les frontières granulaires serait au contraire dû à une forte température [181, 205, 212, 253, 311] mais tout ceci est controversé [181].

I4.2 MECANISMES DE DEFORMATION PAR MICROFISSURATION

Quand la charge est appliquée, les concentrations de contraintes internes sont modifiées. Celles-ci, habituellement situées aux extrémités pointues des microfissures, provoquent une ouverture supplémentaire des microfissures existantes, selon la théorie de Griffith [17, 214].

Cette amplification de la microfissuration se manifeste par l'émission acoustique, la diminution de la vitesse des ondes sonores, l'augmentation de la perméabilité, entre autres. L'augmentation de la microfissuration s'accompagne aussi de la dilatance volumique [84, 118, 272]. Ainsi, le mécanisme de déformation des roches par microfissuration inter- et transgranulaire peut être évoqué comme processus de déformation de façon analogue aux mécanismes de dislocations [253]. Ceci aboutit à la coalescence possible des microfissures le long de lignes ou de plans pour former une zone de discontinuité et amener à la rupture du massif rocheux par cisaillement le long de cette ligne ou de ce plan.

La création et/ou la fermeture de la microfissuration dépendent de l'état de contraintes appliqué. Habituellement la microfissuration est fermée normalement à la direction de charge dans un essai de compression, amplifiée parallèlement à celle-ci [98, 118, 229]. Ainsi, la résistance à la rupture dans certaines roches carbonatées (grès et shales sableux) est plus grande normalement à la direction des couches que parallèlement à celles-ci [78]. La microfissuration joue un rôle important dans la déformation d'un granite [7, 229], d'un marbre et d'une granodiorite [284], d'un sel [27].

Le développement de la microfissuration commencerait quand la charge atteint une part de la résistance de la roche [23]; peut-être débiterait-elle dès la mise en charge [102].

Les microfissures se ferment en charge et s'ouvrent en décharge, donnant à la roche un comportement en partie réversible donc **élastique** [89, 313].

Le phénomène d'hystérésis peut être expliqué par le glissement et le frottement le long des microfissures fermées en charge [313].

Il y a une analogie entre le mécanisme de déformation par microfissuration inter- et transgranulaire et la théorie des dislocations [253]. Ceci a amené à introduire en mécanique des roches des modèles de déformabilité par fissuration en s'inspirant des hypothèses et schémas établis pour le comportement des métaux [68, 108, 223, 316].

Dans les déformations **différées** d'un granite et d'un marbre en charge, on a observé par analyse microscopique et par acoustique un développement de la microfissuration [167, 307].

La rupture en conditions **quasi statiques** (essais $\sigma - \epsilon$) et en essais **différés** (fluage et relaxation) fait apparaître des configurations de microfissuration semblables [307].

On peut expliquer le fluage et la relaxation par l'expansion progressive parallèlement à la charge appliquée de la microfissuration [122, 228, 230]. Quand on annule la charge, il y a des microfissures qui s'ouvrent "instantanément" et d'autres qui le font lentement par le jeu des modifications progressives des contraintes internes. Il semble cependant qu'une seconde microfissuration en jeu explique la relaxation différée [89, 313].

I4.3 AUTRES MECANISMES DE DEFORMATION

Il y a au moins deux autres types de déformations, qui peuvent expliquer la part **réversible**, probablement faible, des déformations observées dans les roches [181] :

- L'élasticité instantanée dans une roche est due aux vibrations atomiques ou moléculaires, ainsi qu'à la distorsion des minéraux de la matrice [111, 181]
- L'élasticité différée serait due aux déformations différées recouvrables des grains cristallins de la roche [181]. Ce type de déformation n'est totalement récupéré qu'au bout d'un temps théorique infini [308].

L'élasticité différée est aussi parfois appelée **anélasticité** [308], terme que l'on adoptera dans ce travail bien que cette appellation ne soit pas généralisée.

Actuellement, certains travaux évoquent la **corrosion chimique progressive** des extrémités des fissures comprimées par les fluides y compris l'eau, conduisant ainsi à une fissuration différée [118].

I4.4 RUPTURE EN MODE LOCAL

Le mécanisme de rupture fragile des roches est encore un sujet d'hypothèses et de supputations [265]. Cependant, on peut affirmer que l'amorce de la **rupture fragile** des massifs rocheux a lieu par extension de la microfissuration qui se développe dans la matrice en déformation [78, 98, 102, 118, 181, 221, 284, 291, 311].

A partir des microfissures en évolution et de la plastification des minéraux tendres [311], des fissures macroscopiques se forment peu à peu le long de lignes de glissement et de bandes de cisaillement [265]. Il y a donc **localisation** des microstructures dans la matrice le long d'une ligne ou d'un plan par concentration de celles-ci, préférentiellement dans une zone faible de la roche. Le(s) mécanisme(s) de déformation, au départ homogène(s), concerne(nt), à l'approche de la rupture, une zone limitée : la roche est dite rompue en **mode local** ou par **localisation des déformations** [62, 73, 200, 209, 235, 283].

D'abord intergranulaire, la microfissuration traverse de plus en plus de grains cristallins à l'approche de la rupture [118, 255, 284]. Ce mode de rupture en mode local semble valide dans les essais quasi statiques comme les essais de fluage, au moins pour certaines roches [307].

Les essais de laboratoire et la rupture de pentes naturelles en équilibre limite donnent la preuve des ruptures localisées en géotechnique.

La localisation des déformations de rupture est l'objet de la théorie de la bifurcation [63, 66, 73, 209, 296].

On sait en effet que certaines lois de comportement du matériau amènent à la perte de l'unicité de la solution du problème aux limites. Autrement dit quand on simule un état de charge avec des conditions aux frontières sur un échantillon par exemple, les déformations ne peuvent pas être déterminées de façon unique en un point courant, même si l'échantillon est supposé homogène [66, 73, 209]. C'est d'ailleurs cette perte d'unicité de la solution théorique qui définit la théorie de la bifurcation.

L'interprétation physique de la théorie de la bifurcation est parfois envisagée comme suit : des **hétérogénéités** locales préexistantes favorisent les concentrations de contraintes le long de zones (ligne, plan ou surface) dans le massif. Ces zones sont des lieux de faiblesse favorables. Elles deviennent le siège de déformations préférentielles par cataclase [61, 84, 98, 118, 255, 256, 311].

La rupture des échantillons en compression met en évidence deux types de fractures [112,, 126] :

- les fractures de cisaillement, inclinées par rapport à la direction de la contrainte de compression. Les surfaces y sont lisses.
- les fractures de traction, parallèles à la direction de la compression, les surfaces y sont "coupées" franches, sans altération des lèvres. L'explication de ce type de fractures est spéculative : celles-ci seraient dues à la formation d'un coin, formé par intersection des lignes de cisaillement de Lüder qui, par poinçonnement, provoque des contraintes de traction [112, 126].

Sollicitées en traction, les roches sont peu résistantes. La valeur de la contrainte de traction, faible, semble reliée à celle en compression par une loi empirique de la forme [158] :

$$\sigma_t = \alpha P_a \left[\frac{\sigma_c}{P_a} \right]^\beta \quad (\text{I-1})$$

σ_t = contrainte de traction

σ_c = contrainte en compression

P_a = pression atmosphérique

α, β = paramètres de la roche

Roche	α	β
ignée	-0,53	0.7
sédimentaire	-0.22	0.75
métamorphique	$-0.8 \cdot 10^{-3}$	1.6

Tableau 3 : Ordres de grandeur des coefficients α et β

I4.5 RUPTURE EN MODE GLOBAL (OU PLASTIFICATION)

La plastification des roches est définie par l'irréversibilité de leurs déformations (cf. le chapitre II).

Nous définissons provisoirement la plastification des roches comme étant leur perte de résistance **sans localisation** des déformations.

Dans la théorie de la bifurcation, la plastification correspond donc à la rupture homogène de la matrice rocheuse, appelée encore rupture en **mode global**. Dans les essais de laboratoire, la plastification des échantillons se manifeste par une perte de résistance et des déformations "en tonneau", sans apparition de surface ou plan de rupture.

Si la rupture localisée dans les matériaux denses fait apparaître un pic prononcé de la courbe $\sigma - \epsilon$ [73], la plastification correspond elle à une rupture **homogène** et progressive, susceptible d'être décrite mathématiquement par des lois de plastification en tout point de la matrice en déformation.

D'un point de vue pratique, la contrainte de confinement joue un rôle essentiel dans le type de rupture de la roche [98, 102, 111, 112, 117, 126, 135, 136, 212, 284]. Il en est d'ailleurs de même de la température qui provoque la ductibilité de la roche par fusion partielle des cristaux les plus sensibles (cf. I3), ainsi que de la pression hydrostatique subie par la roche [45].

I4.6 MECANISMES DE DEFORMATION ET DILATANCE

Les changements de volume sont reliés à l'importance de la porosité et au type de mécanisme apparu dans la déformation des roches compactes.

Ainsi, quand la porosité est "nulle", on admet que le mécanisme de déformation par dislocations intracristallines n'engendre pas de changement de volume sauf éventuellement en essais différés sous faible confinement. Ceci est expliqué par le faible volume engendré par l'accumulation des dislocations individuelles dans la matrice rocheuse [84].

Dans les déformations par cataclase, le jeu de la microfissuration amène à des mouvements granulaires qui changent inévitablement le volume matriciel initial. En compression simple au moins, un tel changement volumique est alors toujours une dilatance [53, 84, 122, 229, 242]. Les confinements importants semblent cependant favoriser la contractance de la roche [84].

Quand la roche a une porosité initiale appréciable, il y a ambiguïté dans l'interprétation des changements de volume.

Les essais effectués sur des roches compactes (granite, diorite quartzique, grès, marbre) semblent montrer que l'initiation de la dilatance ne dépend pas du chemin suivi dans l'espace des contraintes [279], ni de l'élançement de l'échantillon, au moins pour les essais uniaxiaux [33].

I5 ESSAIS DE LABORATOIRE

Pour connaître le comportement des massifs rocheux, il est nécessaire d'effectuer des essais de laboratoire avec des conditions aux limites particulières.

La description et la critique des essais est développée par ailleurs [34, 52, 85, 86, 118, 127, 131, 134, 179, 181, 183, 188, 269, 291, 310, 314].

La première difficulté des essais de laboratoire est que l'échantillon, soustrait à l'état de contraintes naturel, se trouve dans des conditions remaniées. La deuxième difficulté, liée aux dimensions de l'échantillon nécessairement petit, pose le problème de l'effet d'échelle [136, 179, 235, 237].

Ces deux remarques montrent la difficulté de représenter le terrain naturel par le comportement de ces échantillons testés en laboratoire et expliquent le besoin d'essais in situ, exécutés parfois malgré leur coût onéreux.

Dans les essais de laboratoire, les résultats dépendent encore des caractéristiques mécaniques du dispositif expérimental, de la forme de l'échantillon (cylindrique, cubique, plan ...), de son élancement et du contact entre celui-ci et les plateaux de la presse (problème du frettage).

15.1 CONTRAINTE INTERMEDIAIRE - CONFINEMENT

L'effet de la contrainte principale intermédiaire sur le comportement d'un échantillon ne semble pas encore compris [117, 136, 275]. Les quelques résultats d'essais en enceinte triaxiale "vraie" ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$) semblent confirmer que le comportement de l'échantillon dépend en effet de la contrainte intermédiaire appliquée [37, 126, 206, 276].

La contrainte de confinement dans un triaxial axisymétrique augmente la ductilité de l'échantillon (sauf peut-être dans les sels [100]), mais aussi sa résistance [5, 102, 118, 264] et le début de la dilatance [264]. Outre cela, si l'élancement (hauteur divisée par le diamètre) est supérieur à 1, l'effet de frettage des extrémités planes de l'échantillon semble négligeable pour des confinements relatifs (valeur de confinement rapportée à la contrainte appliquée) de valeur 0.1 [36].

La valeur de la contrainte de confinement au-delà de laquelle il y a plastification dans les essais de laboratoire dépend de la roche elle-même, sa structure et sa composition [112]. Les quelques essais effectués sur quelques roches montreraient que la transition entre les deux modes de rupture a lieu pour un rapport entre les contraintes effectives en compression simple σ'_{1c} et latérale σ'_3 compris entre 3 et 5 [135, 136] :

$$\frac{\sigma'_{1c}}{\sigma'_3} = 3 \text{ à } 5 \quad (\text{I-2})$$

Cependant l'observation minutieuse des échantillons montre que cette transition est difficile à définir. Il arrive en effet que, même quand l'échantillon est déformé en tonneau, celui-ci présente une localisation de la rupture [73, 111].

15.2 VITESSES DE DEFORMATION

Les essais quasi statiques sont habituellement faits à vitesse de **déformation** constante; plus rarement à vitesse de **chargement** constante [78, 136, 207].

Si l'on exclut tout effet parasite du dispositif expérimental, la sensibilité du comportement de l'échantillon à la vitesse de déformation qui lui est imposée exprime en principe son caractère **différé**.

Quand la vitesse de déformation augmente, la résistance des échantillons testés en essais quasi statiques augmente. Tel est le cas d'un shale [248], du marbre [125, 140, 142, 255, 264, 307], d'un calcaire [140, 255], d'un granite et d'un grès [140, 261, 307], du béton [125], des sels [90], d'un tuf [228].

L'effet constaté est vrai pour les essais uniaxiaux [125, 140, 142, 248, 307], mais aussi pour les essais triaxiaux [113, 125, 255, 264].

L'explication de l'effet de la vitesse de déformation sur la résistance des roches n'est pas claire. On peut attribuer cet effet à la composante visqueuse des déformations, nécessairement faible quand la vitesse augmente, mais ceci reste à démontrer.

Il semble que l'augmentation de la vitesse de déformation en présence de haute température active le phénomène de recristallisation au moins pour la calcite [113].

L'augmentation de la vitesse de déformation augmente la valeur de déformation pour laquelle débute la dilatance dans un marbre. Cet effet serait dû à une moins grande évolution de la microfissuration, résultat d'une augmentation associée de la résistance au cisaillement de la roche [264].

15.3 COMPORTEMENT DIFFERE ET ESSAIS QUASI STATIQUES

Un groupe d'essais quasi statiques, effectués à différentes vitesses de déformation, constantes dans un même essai, permet de définir la variation des caractéristiques de l'échantillon (module, résistance de pic, etc.) avec la vitesse de déformation.

Si les mécanismes de déformation des essais différés sont les mêmes que ceux mis en jeu dans les essais quasi statiques, l'influence des vitesses de déformation est une manifestation du comportement visqueux sur un chemin de sollicitation particulier (chemin à vitesse constante). Cette conclusion serait alors d'un grand intérêt en rhéologie parce qu'elle permettrait de substituer aux essais de fluage (ou de relaxation), lents et moins courants, les essais plus classiques et mieux connus que sont les essais quasi statiques [113, 118, 307]. Malheureusement, prouver que de tels mécanismes de déformation sont identiques dans les deux types d'essais est loin d'être une tâche facile.

Il est vrai que, pour l'instant, de rares essais ont permis de conforter un comportement rhéologique basé à la fois sur des essais quasi statiques et différés. Les quelques travaux de recherche effectués semblent pourtant confirmer l'identité des mécanismes de déformation [181, 307] et des modes de rupture dans les roches testées en laboratoire [272].

I6 CONCLUSION

On peut énoncer en résumé que les roches se comportent en fonction de **trois** facteurs essentiels et d'importance comparable :

- la structure microscopique et la composition minéralogique de la matrice
- la présence d'eau même sous forme de traces
- la température à laquelle la roche est - ou a été - soumise, qu'elle soit positive ou négative.

Ces trois facteurs influencent la constitution initiale de la matrice et modifient la résistance et la déformabilité des roches compactes. Ils sont la cause de la **dispersion** des résultats dans les essais mécaniques.

Les dislocations, les microfissures et micropores sont à la base des mécanismes, des déformations possibles au sein de la matrice, que le comportement soit instantané ou différé. Mais les techniques d'observation de telles microstructures ne semblent pas encore au point. Ceci explique les difficultés d'interprétation du comportement rhéologique des roches à partir de leurs microstructures.

Quand un massif est sollicité jusqu'à sa résistance, les mécanismes de déformation en mode local sont cependant attribués à la coalescence de la microfissuration induite, pour former des zones de glissement potentielles au sein de la matrice rocheuse.

Dans les essais différés, les mécanismes de déformation restent mal connus. Il est possible qu'en fluage transitoire il y ait compétition entre les déformations par dislocations et par microfissuration. Alors que le fluage permanent ne peut être dû qu'à des mouvements de dislocations, le fluage tertiaire a lieu par amplification de la microfissuration au moins pour des confinements faibles.

II LOIS DE COMPORTEMENT

La rhéologie, mot introduit par BINGHAM en 1928, est la science de la déformation et de l'écoulement [29, 39, 181].

Actuellement, le but principal de la rhéologie est l'établissement des lois de comportement des géomatériaux (sols, roches et bétons).

Dans un sens large, le comportement rhéologique de la matière inclut le comportement de déformation qui dépend du **temps** et de l'état de **charge** ainsi que l'évolution de la structure (fissuration par exemple), dans des conditions de température et de teneur en eau données [22, 181].

La rhéologie fait appel à l'analyse tensorielle [87, 101, 273]. Un tenseur s'exprime dans un référentiel donné par ses composantes scalaires. Ces dernières changent quand on change de référentiel mais l'entité tensorielle, elle, est invariante. Un nombre (scalaire) est dit tenseur d'ordre 0, un vecteur d'ordre 1 et une matrice d'ordre 2. Le module de HOOKE en élasticité généralisée est un tenseur d'ordre 4.

L'invariance tensorielle en rhéologie revêt un intérêt particulier parce que cette invariance correspond à un concept physique concret du comportement de tous les matériaux de la nature (cf. §II2.2).

Les lois qui expriment ce comportement s'écrivent par l'intermédiaire d'opérations d'addition et de multiplication des variables tensorielles de la rhéologie (cf. §III1.2).

Selon l'ordre et la nature de ces variables (tenseurs covariants, contravariants ou mixtes) ainsi que du type de phénomène décrit, les opérations algébriques d'addition et de multiplication prennent un sens différent. C'est cela la difficulté de l'analyse tensorielle en rhéologie.

III RAPPELS DE RHEOLOGIE

Toute étude rhéologique d'un milieu matériel nécessite l'existence :

- d'un temps universel
- de points matériels, différents des points géométriques qu'ils sont supposés occuper à un instant
- de la continuité matérielle du corps étudié; cette hypothèse doit être compatible avec l'existence des microstructures internes inhérentes aux milieux cristallins notamment.

Ces considérations amènent à définir plusieurs échelles d'observation du matériau étudié :

- **l'échelle** microscopique, **moléculaire** et discontinue, puisque la matière contient plus de vide que de particules
- l'échelle des grains et des microstructures qui composent le matériau, ou **échelle locale**
- l'échelle à laquelle le matériau est "vu" comme un milieu continu avec une infinité de grains et de microstructures; cette échelle, qui reste petite par rapport aux dimensions du matériau, est appelée **échelle semi-locale**
- l'échelle de l'objet étudié, macroscopique, appelée **échelle réelle**.

L'approche phénoménologique de la rhéologie suppose l'existence de l'échelle semi-locale dans laquelle on définit des points matériels. A cette échelle sont écrites les équations de comportement du matériau. Les microstructures sont - éventuellement - exprimées par leur densité ou distribution au sein de la matrice matérielle prise comme un milieu continu.

Quand les lois de comportement sont écrites sous forme incrémentale, la rhéologie suppose en outre la continuité temporelle : le matériau déformé passe par une infinité d'états intermédiaires avant d'atteindre l'état final.

III.1 CONCEPTS RHEOLOGIQUES DE BASE

Il est nécessaire de préciser certains concepts et définitions pour la bonne compréhension de la suite de ce travail.

Quand le volume matériel, sous l'effet des forces agissantes change de forme et de dimensions, on parle de **déformation** du corps.

Les déformations peuvent être **instantanées** (cas de l'élasto-plasticité) ou **différées** (cas de la viscoélasticité et visco-plasticité).

Le comportement **élastoplastique** est défini par la stabilisation des déformations dès que la cause qui leur donne naissance est constante dans le temps. Si l'état de contraintes est variable, les déformations qui en résultent sont aussi variables dans le temps. Cependant l'on verra que les vitesses des contraintes et des déformations ne sont pas indépendantes (cf. §II4.2). Le comportement élastique pur est un exemple particulier; il est défini par le retour à l'état initial du matériau quand on relâche l'état de contrainte :

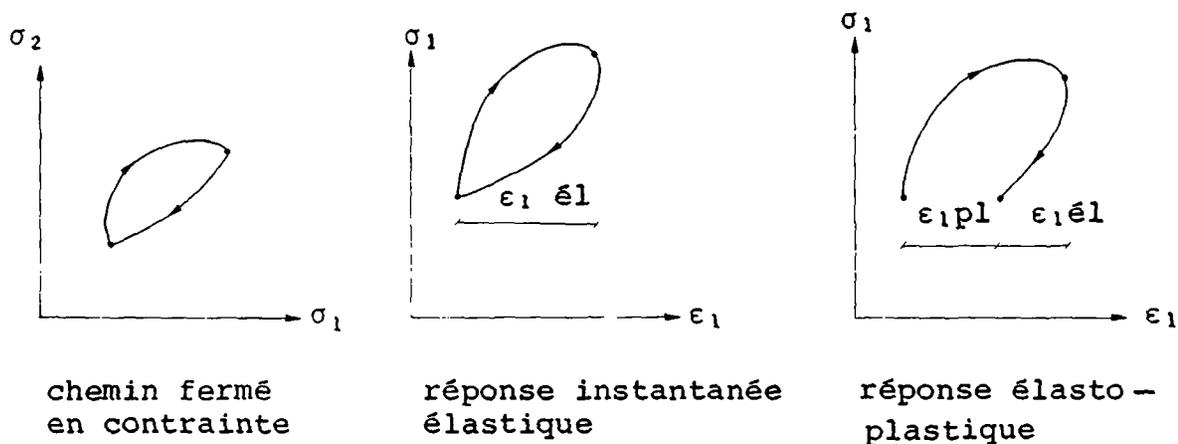


Fig. II.1 : Réponse d'un milieu non visqueux à un chemin fermé en contraintes

Si l'état initial n'est pas retrouvé, on parle de comportement **élastoplastique**, dont une part seulement des déformations est retrouvée (part des déformations élastiques), l'autre part étant irrécupérable : elle est dite déformation **plastique** ou **irréversible**.

La notion de réversibilité des déformations en milieu **visqueux** est plus complexe, puisque les déformations visqueuses ne sont recouvrées qu'au bout d'un temps infini s'il en est : dans ce cas le matériau est parfois dit **anélastique** (cf. §14.3). Mais les déformations visqueuses doivent être parfois considérées en partie irréversibles même aux temps infinis.

On utilise parfois le terme **inélasticité** pour désigner le comportement en partie ou en totalité irréversible des matériaux en général, qu'ils soient élastoplastiques ou visqueux [186].

Le tableau ci-après résume les notions évoquées dans ce paragraphe :

Comportement	réversible	irréversible	intermédiaire
instantané	élasticité générale	plasticité parfaite	élastoplasticité
différé ou visqueux	$t \rightarrow \infty$ anélasticité	viscosité pure	viscoélasticité et viscoplasticité
		inélasticité	

Tableau 4 : Différents types de comportements géomatériels

Qu'en est-il des matériaux réels ?

L'observation montre que ceux-ci sont, selon leur état naturel, leur composition et leur structure, réversibles seulement pour un état de charge faible; et en général leur comportement doit être considéré comme intermédiaire.

III.2 NOTATIONS TENSORIELLES ADOPTEES

On distingue dans ce chapitre les scalaires des grandeurs tensorielles d'ordre supérieur par la notation classique suivante :

A scalaire (tenseur d'ordre 0)

\tilde{A} tenseur

On n'a affaire généralement ici qu'à des grandeurs tensorielles d'ordre 1 ou 2. Cela permet d'alléger les écritures en laissant au lecteur le soin de vérifier l'ordre des grandeurs qui expriment les diverses relations tensorielles écrites.

Quand la variable tensorielle est d'ordre supérieur à 2, elle est définie explicitement dans le texte.

Les opérations d'addition et de multiplication tensorielles sont notées comme suit :

$$C_i^j = A_i^j + B_i^j \quad \text{que l'on écrit } \tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B}$$

$$C_{ij}^{kl} = A_{ij}^{kl} \cdot B^{kl} \quad \text{que l'on écrit } \tilde{C} = \tilde{A} \times \tilde{B} \quad \text{produit extérieur}$$

$$C_i^l = A_i^j B_j^l \quad \text{que l'on écrit } \tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B} \quad \text{produit simplement contracté}$$

$$C^k = A_i^{jk} B_j^i \quad \text{que l'on écrit } \tilde{C} = \tilde{A} : \tilde{B} \quad \text{produit doublement contracté}$$

Il va de soi que des tenseurs d'ordre supérieur à 2 peuvent être composés de la même façon.

Les notations de type \tilde{C}^n sont définies par rapport au produit tensoriel simplement contracté.

III.3 TENSEURS CINEMATIQUES ET DYNAMIQUES

Le mouvement d'un corps est défini par celui de chacun de ses points dans un référentiel donné.

A tout instant τ , la particule matérielle X_i occupe le point spatial de coordonnées x_i . On définit le mouvement du milieu par la donnée d'une fonction tensorielle \mathcal{D} telle que :

$$x_i = \mathcal{D}_i (X_j, \tau) \quad (\text{II-1})$$

ou, de façon schématique

$$\underline{x} = \underline{\mathcal{D}} (\underline{X}, \tau) \quad (\text{II-2})$$

La vitesse de la particule dans le repère de référence est

$$v_i \equiv \frac{\partial \mathcal{D}_i}{\partial \tau} \quad (\text{II-3})$$

v_i s'exprime ainsi en fonction de \underline{X} et τ . Mais, on peut aussi exprimer \underline{X} en fonction de \underline{x} et τ :

$$\underline{X} = \underline{\mathcal{D}}^{-1} (\underline{x}, \tau) \quad (\text{II-4})$$

et par conséquent écrire v_i en fonction de x_i et τ .

En considérant \underline{X} et τ comme des variables indépendantes par lesquelles s'exprime v_i ainsi que toutes les autres grandeurs du mouvement, on dit que la **description est lagrangienne ou matérielle.**

En choisissant \underline{x} et τ , on parle de **description eulérienne ou spatiale.**

En mécanique des roches, on s'intéresse en principe aux variations entre les états initial et final (ceci n'est pas toujours le cas : en hydraulique par exemple). La description lagrangienne y est donc indiquée [124, 220].

III.3.1 VARIABLES CINEMATIQUES

Dans une description **lagrangienne**, on définit le **gradient des déformations**, $\underline{D}(\tau)$, à l'instant τ , par :

$$\underline{D}(\tau) = \nabla \underline{\mathcal{D}}(\underline{X}, \tau) = \frac{\partial \underline{\mathcal{D}}}{\partial \underline{X}} \quad (\text{II-5})$$

\underline{D} possède un inverse \underline{D}^{-1} et correspond à un tenseur 2×2 , qui est une transformation linéaire de l'espace vectoriel tridimensionnel euclidien dans lui-même.

\underline{D} décrit la configuration à l'instant τ et dépend de la **configuration de référence adoptée**. Le temps τ est considéré évoluer entre l'instant de départ 0 et l'instant dit **actuel** t . L'histoire des déformations est définie par $\underline{\mathcal{D}}$ ou son inverse, pour chaque τ entre 0 et t .

Si \underline{D} ne dépend pas de \underline{X} , la configuration courante, à l'instant τ et celle de référence sont dites reliées par des **déformations homogènes**.

Puisque \underline{D} est inversible, le théorème de décomposition polaire stipule que ce tenseur peut être décomposé de deux façons comme étant un produit d'un tenseur symétrique défini positif et un tenseur orthogonal :

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{R}} \quad (\text{II-6})$$

$\underline{\underline{U}}$: tenseur des déformations pures à droite

$\underline{\underline{V}}$: tenseur des déformations pures à gauche

$\underline{\underline{R}}$: tenseur rotation

Il est parfois plus facile de représenter l'état des déformations par les deux tenseurs suivants :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{U}}^2 = \underline{\underline{T}}_{\underline{\underline{D}}} \cdot \underline{\underline{D}} \quad \text{tenseurs de Cauchy-Green à droite} \quad (\text{II-7})$$

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{V}}^2 = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{T}}_{\underline{\underline{D}}} \quad \text{tenseurs de Cauchy-Green à gauche} \quad (\text{II-8})$$

Ces définitions montrent à l'évidence qu'il n'y a pas de façon unique de mesurer les déformations **finies**.

On note $\underline{\underline{v}}$, tenseur des vitesses de déformations comme suit :

$$\underline{\underline{v}} = \underline{\underline{D}} \dot{\underline{\underline{D}}} \equiv \frac{\partial \underline{\underline{D}}}{\partial \tau} \quad (\text{II-9})$$

Les tenseurs cinématiques définis sont d'ordre 2 et sont liés à une configuration de référence, qui peut, au choix, être celle du corps à un instant donné mais quelconque (instant $t_0 = 0$ ou $t_0 = t$ instant actuel par exemple).

Dans l'écriture des lois de comportement, il est nécessaire de connaître les règles de changement de référentiels (changement défini par une translation et une rotation d'ensemble du corps matériel). Nous appellerons $\underline{\underline{Q}}(t)$ la rotation de l'espace, $\underline{\underline{T}}(t)$ la translation. Si \mathcal{D}^* est la configuration dans le référentiel d'arrivée on a (cf. aussi §II2.2) :

$$\underline{\underline{D}}^*(t) = \underline{\underline{T}}(t) + \underline{\underline{Q}}(t) \cdot \underline{\underline{D}}(t) \quad (\text{II-10})$$

Le tenseur \underline{D} se transforme dans un changement de référentiel par la relation :

$$\underline{D}^* = \underline{Q}(t) \cdot \underline{D} \quad (\text{II-11})$$

(la translation n'a pas d'influence sur \underline{D})

III.3.2 DEFORMATIONS FAIBLES

La fonction tensorielle \underline{C} définit les allongements des particules individuelles à partir d'une valeur de référence **quelconque** (éventuellement non nulle à l'instant 0).

On définit les **déplacements** de ces mêmes particules par la fonction tensorielle :

$$\underline{u} = \underline{D}(\underline{X}, \tau) - \underline{X} \quad (\text{II-12})$$

et si \underline{I} est le tenseur unité, le tenseur **gradient des déplacements** est donné par :

$$\underline{d} = \underline{C} - \underline{I} \quad (\text{II-13})$$

Considérons maintenant les valeurs du tenseur de 2^{ème} ordre \underline{d}

et notons :

$$\alpha = \sup_{\tau} \{ \underline{d}(\tau) \} \quad (\text{II-14})$$

si α est petit, on dira que le tenseur gradient des déformations \underline{D} est infinitésimal.

On définit dans ce cas :

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\underline{d} + \underline{T}_d) \quad (\text{II-15})$$

$$\underline{\omega} = \frac{1}{2} (\underline{d} - \underline{T}_d) \quad (\text{II-16})$$

et l'on montre que [51] :

$$\underline{D} = \underline{I} + \underline{d} = \underline{I} + \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-17})$$

$$\underline{R} = \underline{I} + \underline{\omega} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{I} + \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-18})$$

$$\underline{D}^{-1} = \underline{I} - \underline{d} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{I} + \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-19})$$

$$\underline{R}^{-1} = \underline{T}_R = \underline{I} - \underline{\omega} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{I} + \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-20})$$

$$\underline{U} - \underline{I} = \underline{\varepsilon} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-21})$$

$$\underline{V} - \underline{I} = \underline{\varepsilon} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-22})$$

$$\underline{C} - \underline{I} = 2\underline{\varepsilon} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-23})$$

$$\underline{B} - \underline{I} = 2\underline{\varepsilon} + \underline{O}(\alpha^2) = \underline{O}(\alpha) \quad (\text{II-24})$$

avec $\underline{O}(\alpha^n)$ infiniment petit d'ordre n , c'est-à-dire :

$$|\underline{O}(\alpha^n)| < K \alpha^n \quad (\text{II-25})$$

K : réel constant

$$|\underline{A}^2| = \text{tr}(\underline{A} \cdot \underline{T}_A)$$

Ces résultats montrent qu'en déformations faibles, on peut approximer \underline{C} et \underline{B} par $2\underline{\varepsilon} + \underline{I}$ et ainsi de suite :

$$\underline{C} \approx 2\underline{\varepsilon} + \underline{I} \quad (\text{II-26})$$

$$\underline{B} \approx 2\underline{\varepsilon} + \underline{I} \quad (\text{II-27})$$

$$\underline{R} \approx \underline{\omega} + \underline{I} \quad (\text{II-28})$$

$$\underline{R}^{-1} = \underline{T}_R = -\underline{\omega} + \underline{I} \quad (\text{II-29})$$

Ainsi, en déformations faibles, les tenseurs $\underline{\varepsilon}$ et $\underline{\omega}$ suffisent à décrire l'état des déformations à tout instant. Si u^i est une composante du vecteur (ou tenseur) déplacement, on a :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} \right] \quad (\text{II-30})$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u^i}{\partial x^j} - \frac{\partial u^j}{\partial x^i} \right] \quad (\text{II-31})$$

L'hypothèse de petitesse des déformations ne permet pas de différencier les deux descriptions lagrangienne et eulérienne.

ε_{ij} représente les gradients de déformations (que l'on appellera déformations) **pures**, ω_{ij} représente les gradients de rotation (appelés rotations).

Dans un repère cartésien, ε_{11} représente pour nous la déformation dans la direction (1). Cette déformation est une **dilatation** si ε_{11} est **négatif**, une **contraction** (ou **compression**) sinon; le signe de la contrainte est défini de façon analogue [99] (Cette convention n'est pas générale). ω_{12} est la rotation élémentaire de la particule élémentaire perpendiculairement au plan (1,2). Le sens de la rotation est donné par la convention de la trigonométrie orientée (négative dans le sens des aiguilles d'une montre).

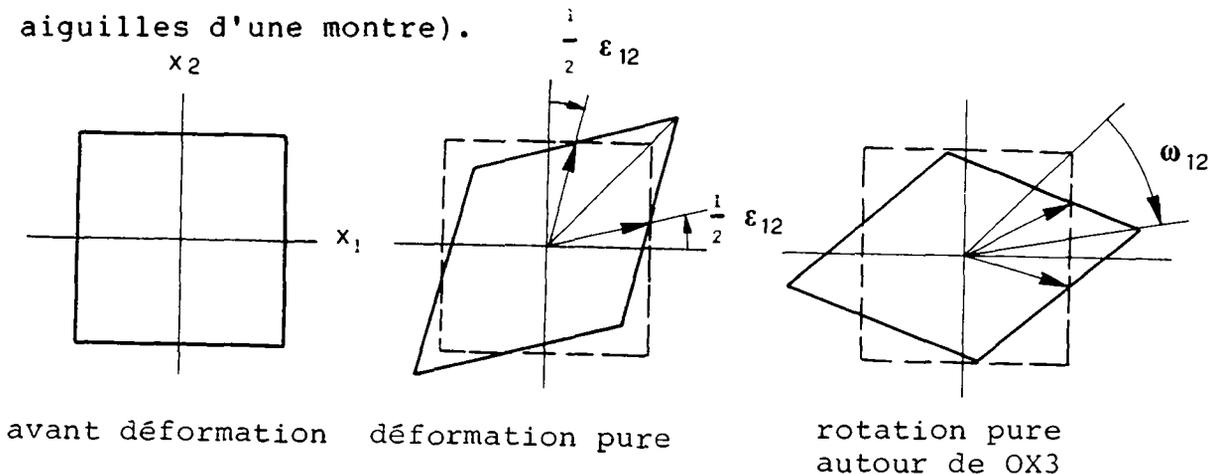


Figure II.2 : Interprétation géométrique de ε et ω

On peut, en déformations faibles, définir les vitesses de déformations $\dot{\underline{\varepsilon}}$ et de rotation $\dot{\underline{\omega}}$ par :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right] \quad (\text{II-32})$$

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{\partial \omega_{ij}}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v^i}{\partial x^j} - \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right] \quad (\text{II-33})$$

III.3.3 TENSEURS DYNAMIQUES

Le mouvement du point courant d'un corps matériel est la cause (ou la conséquence) de l'existence d'un système de forces qu'il induit (ou qui lui est appliqué).

Pour un tel corps, il y a lieu de différencier **deux** types de forces :

- Des forces dont l'origine est en dehors du corps lui-même : tel est le cas des forces dues à un champ (gravifique, électrique, magnétique, etc.), des forces d'inertie, dues aux référentiels non fixes. Ces forces sont dites **de volume**.

Le corps matériel peut aussi subir des forces d'origine extérieure transmises par contact avec d'autres corps matériels. Ces forces sont dites de **contact** et concernent la frontière du corps uniquement.

Ainsi les forces de contact et de volume sont des **forces extérieures**.

- Des forces internes, qui se manifestent à l'échelle réelle par la **compacité** et la **cohésion** du corps matériel. L'existence de telles forces est évidente dans les géomatériaux cohérents, a fortiori dans les roches compactes.

Intégrées sur le volume entier, ces forces ont une résultante nulle pour l'ensemble du corps considéré. Néanmoins, leur effet dans les mécanismes de déformation des géomatériaux est

d'une grande importance. C'est leur concentration autour des défauts individuels qui serait à l'origine de la localisation des déformations ainsi que des mouvements des dislocations dans la matrice cristalline (cf. §I4).

Le tenseur dynamique défini dans la rhéologie des géomatériaux ne prend en compte que **l'effet des forces extérieures** au corps matériel étudié. Cette hypothèse souligne la contradiction de la rhéologie classique, qui veut exprimer le comportement matériel par des lois ignorant l'effet des contraintes internes, alors même que celles-ci sont à la base des mécanismes de déformations, donnant naissance à ce comportement.

Si l'on considère un point **matériel** courant, on peut définir la force exercée par l'élément ponctuel sur le milieu extérieur à travers la surface (fictive) de séparation qui le délimite.

Le tenseur contrainte est défini par le rapport de cette force rapportée à l'élément de surface qu'elle concerne. Son expression, écrite dans l'une ou l'autre des descriptions eulérienne et lagrangienne amène à définir deux types de tenseurs dynamiques en rhéologie :

- En description eulérienne soit \tilde{S} l'élément de surface limitant le point matériel et \tilde{n} sa normale extérieure. On définit le tenseur dynamique de Cauchy-Green $\tilde{\sigma}$ par :

$$d\tilde{F} = \tilde{\sigma} \cdot d\tilde{S} \cdot \tilde{n} \quad (\text{II-34})$$

$d\tilde{F}$ étant l'incrément de la force appliquée par l'élément matériel sur l'incrément de surface $d\tilde{S}$.

$\tilde{\sigma}$ est un tenseur de deuxième ordre. On montre en outre qu'il est symétrique :

ou $\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (\text{II-35a})$

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}^T \quad (\text{II-35b})$$

- En description lagrangienne, la surface S_0 , la normale \underline{n}_0 en un point à cette surface n'ont pas la même expression qu'en description eulérienne. On définit de façon analogue le premier tenseur dynamique de Piola-Kirchhoff par :

$$d\tilde{F} = \underline{\tilde{\sigma}}_0 \cdot d\underline{S}_0 \cdot \underline{n}_0 \quad (\text{II-36})$$

On montre que [293] :

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \frac{1}{\det \underline{D}} \cdot \underline{\tilde{\sigma}}_0 \cdot \underline{D}^T \quad (\text{II-37})$$

$\underline{\tilde{\sigma}}_0$ n'est pas symétrique. On définit pour cette raison le deuxième tenseur de Piola-Kirchhoff par :

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \underline{D}^{-1} \cdot \underline{\tilde{\sigma}}_0 \quad (\text{II-38})$$

qui est symétrique.

En déformations faibles, les tenseurs dynamiques définis par les deux descriptions sont approximativement les mêmes.

L'introduction des tenseurs dynamiques en rhéologie est faite de diverses manières, et avec plus de détails par ailleurs [44, 49, 91, 220, 293].

Si maintenant dans un géomatériau les grains constitutifs ne sont pas de faible dimension par rapport à l'échelle de l'objet étudié, la notion de contrainte soulève des difficultés [76, 118, 235]. Tel est le cas de certains bétons, mais aussi de roches à gros grains cimentés comme les conglomérats.

II2 GENERALITES SUR LES LOIS

La recherche des lois rhéologiques est une discipline en plein développement. On s'intéresse notamment à la prédiction de la réponse des géomatériaux, soumis à des états de charge **monotones** mais aussi **dynamiques**, sur des **temps courts** (essais rapides) ou des **périodes plus longues** (essais différés).

Les lois proposées sont nombreuses, surtout pour décrire le comportement élastoplastique (essais très courts) mais le choix d'un modèle adapté aux besoins de la géotechnique est encore incertain [64, 265].

Il y a des bases théoriques sur lesquelles ces développements sont désormais appuyés, dus aux travaux de W. NOLL et C. TRUESDELL dès les années 1960 [293]. Toute formulation mathématique d'une loi doit ainsi obéir à certains principes généraux [114, 220, 276, 293] :

- le principe de déterminisme
- le principe d'objectivité matérielle
- le principe d'action locale.

Pour ce travail qui cherche à comprendre l'aspect viscoélastique des roches compactes, il est nécessaire de préciser ces concepts.

II2.1 PRINCIPE DE DETERMINISME

Le principe de déterminisme fixe la forme de la loi de comportement et les tenseurs qui l'expriment. Il stipule que l'histoire des déformations, depuis le début de chargement jusqu'à l'instant actuel t détermine l'état de contraintes actuel.

Mathématiquement, ce principe s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \mathcal{F} \int_{\tau=0}^t [\underline{\underline{\mathcal{D}}}(\underline{\underline{X}}, \tau)] \quad (\text{II-39})$$

\mathcal{F} est un opérateur tensoriel dont l'argument $\underline{\underline{\mathcal{D}}}$ est le tenseur déformation. \mathcal{F} peut être vu aussi comme une application qui à la fonction tensorielle $\underline{\underline{\mathcal{D}}}$, associe une valeur dans \mathcal{R} , soit $\underline{\underline{\sigma}}(t)$. \mathcal{F} peut donc être considérée comme une fonctionnelle.

Ecrire que $\underline{\underline{\sigma}}$ est déterminé par l'histoire des déformations est un choix dont la réciproque est généralement fautive : il n'y a en principe pas de bijection entre les déformations et les contraintes sauf en élasticité (cf. §II3.1).

Il peut arriver que $\underline{\underline{\sigma}}$ ne dépende pas de toute l'histoire des déformations mais seulement de celle voisine de l'état actuel t . On exprime ceci en disant que la mémoire du matériau est évanescence, ce qui amène à définir une fonction d'influence caractéristique du matériau, notée $\underline{\underline{\psi}}(\tau)$, qui modère l'effet des déformations dans l'expression de la loi [51].

II2.2 PRINCIPE D'OBJECTIVITE

Avant de définir ce principe, il y a lieu de préciser la notion d'objectivité tensorielle qu'il subordonne.

Un changement de référentiel (ou d'observateur) est défini par l'ensemble d'une translation $\tilde{T}(t)$ et d'une rotation $\tilde{Q}(t)$ (cf. II1.2.1). \tilde{T} est un tenseur d'ordre 1, \tilde{Q} une transformation orthogonale, donc

$$\text{dét } \tilde{Q} = 1 \quad (\text{II-40})$$

La translation \tilde{T} n'intervient pas dans les formules de changement de référentiels des tenseurs cinématiques gradients (de déformation, déplacement, etc.)

Tout tenseur s'exprime dans la configuration transformée à partir de son expression dans la configuration de départ et de \tilde{Q} , selon sa nature mathématique. Exemples [293] :

- 1) Une grandeur scalaire se transforme en elle-même
- 2) Un vecteur \tilde{K} se transforme en un vecteur \tilde{K}^* selon la formule :
le :
- 3) Un tenseur d'ordre 2, \tilde{L} se transforme en un tenseur d'ordre 2 par :

$$\tilde{K}^* = \tilde{Q} \cdot \tilde{K} \quad (\text{II-41})$$

$$\tilde{L}^* = \tilde{Q} \cdot \tilde{L} \cdot \tilde{Q}^T \quad (\text{II-42})$$

\tilde{Q}^T étant la transposée de \tilde{Q} .

Cependant, certains tenseurs d'ordre 2 en rhéologie se transforment de façon différente. Un exemple est donné par le tenseur gradient des déformations \tilde{D} qui se transforme selon l'expression :

$$\tilde{D}^* = \tilde{Q} \cdot \tilde{D} \quad (\text{II-43})$$

Une grandeur tensorielle qui se transforme selon les formules usuelles de changement de référentiel sont dites **objectives** [51, 220, 276].

De cette définition découle que le tenseur gradient des déformations \underline{D} n'est pas objectif. Certains auteurs redéfinissent la notion d'objectivité tensorielle pour rendre \underline{D} objectif [220], ce que nous ne suivrons pas ici.

Les lois de comportement font intervenir souvent les dérivées par rapport au temps des tenseurs cinématique et dynamique. Il est donc nécessaire d'examiner l'objectivité des dérivées. On peut montrer [220] qu'en général les dérivées successives d'un tenseur objectif ne sont pas objectives. Cependant :

- Le tenseur des déformations pures \underline{U} ainsi que ses dérivées temporelles $\overset{(n)}{\underline{U}}$ sont objectives. Il en est de même des tenseurs de Cauchy-Green à droite \underline{C} et de ses dérivées successives.
- Le tenseur contrainte $\underline{\sigma}$ est objectif parce que les forces qui le définissent sont admises vectorielles, donc indépendantes du changement de référentiel tel que défini dans ce paragraphe. Les dérivées, dites corotationnelles, de $\underline{\sigma}$ écrites ci-après sont objectives [220, 276, 293] :

$$\overset{\circ}{\underline{\sigma}} = \dot{\underline{\sigma}} - \dot{\underline{R}} \cdot \underline{\sigma} + \underline{\sigma} \cdot \dot{\underline{R}} \quad \text{dérivée de Jaumann} \quad (\text{II-44})$$

$$\overset{\Delta}{\underline{\sigma}} = \dot{\underline{\sigma}} - \underline{v} \cdot \underline{\sigma} + \underline{\sigma} \cdot \underline{v} \quad \text{dérivée d'Oldroyd} \quad (\text{II-45})$$

$$\overset{+}{\underline{\sigma}} = \dot{\underline{\sigma}} - \underline{v} \cdot \underline{\sigma} - \underline{\sigma} \cdot \underline{v}^T + \underline{\sigma} \cdot \text{tr}(\underline{v} + \underline{v}^T) \quad \text{dérivée de Truesdell} \quad (\text{II-46})$$

Les dérivées successives définies par :

$$\overset{\circ}{\underline{\sigma}}^{(n)} = \frac{\partial^n}{\partial t^n} [\dot{\underline{R}}^T \cdot \underline{\sigma} \cdot \dot{\underline{R}}] \quad n > 1 \quad (\text{II-47})$$

sont objectives.

Partant de ces rappels, on peut énoncer le principe d'objectivité matérielle [220, 276, 293] :

Toute loi de comportement d'un matériau est indépendante de tout changement de référentiel qui l'exprime.

Si \mathcal{F}_{t^*} est cette loi, on doit avoir :

$$\mathcal{F}^* [\mathcal{D}^*(\tilde{x}, \tau)] = \mathcal{F}_{\tau=0}^t [\mathcal{D}(\tilde{x}, \tau)] \quad (\text{II-48})$$

le signe (*) donnant l'expression de la loi ou de ses arguments dans le référentiel transformé.

\mathcal{F}^* et \mathcal{D}^* se transformeront selon leur nature. En général \mathcal{F} est un tenseur d'ordre 2, et \mathcal{D} d'ordre 1.

Le principe d'objectivité est simplifié pour les matériaux simples décrits dans le paragraphe qui suit.

II2.3 MILIEUX MATERIELLEMENT SIMPLES

Le **principe d'action locale** pour un matériau suppose que l'histoire des déformations en un point est déterminée par celle des déformations au voisinage de ce point uniquement : on ne considère que les interactions intermoléculaires qui s'évanouissent sur des courtes distances.

L'argument de \mathcal{F} est alors approximativement donné par le tenseur gradient des déformations $\underline{\underline{U}}$ (ou $\underline{\underline{C}}$). D'où, par exemple :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \mathcal{F}_{\tau=0}^t [\underline{\underline{U}}(\tau)] \quad (\text{II-49})$$

Un tel matériau est dit **simple** et tous les matériaux sont considérés ainsi en rhéologie.

Un matériau est dit **isotrope**, pour une loi de comportement, si toute rotation $\underline{\underline{Q}}_0$, des arguments de celle-ci ne change pas son expression et ce pour une configuration de référence particulière inchangée.

L'hypothèse d'isotropie matérielle, jointe au principe d'objectivité impose à toute loi de comportement d'un matériau **isotrope** d'être isotrope [220, 276, 293]. Pour une fonctionnelle, on aura en conséquence :

$$\underline{\underline{Q}} \cdot \mathcal{F}_{\tau=0}^t [\underline{\underline{U}}(\tau)] \cdot \underline{\underline{Q}}^T = \mathcal{F}_{\tau=0}^t [\underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{U}}(\tau) \cdot \underline{\underline{Q}}^T] \quad \forall \underline{\underline{U}}(\tau), \underline{\underline{Q}} \quad (\text{II-50})$$

cette conclusion est a fortiori vraie quand \mathcal{F} se réduit à une fonction **tensorielle** (cf. II 5.1.)

II3 FORMULATION GLOBALE DES LOIS

L'écriture des lois de comportement sous la forme

$$\underline{\sigma}(t) = \mathcal{F} \int_{\tau=0}^t [\underline{U}(\tau)]$$

est appelée **écriture globale**.

En géotechnique, \mathcal{F} est souvent un opérateur intégral qui dépend, outre $\underline{U}(\tau)$, du point courant et éventuellement de façon explicite de l'état de déformations actuel $\underline{U}(t)$.

\mathcal{F} fait parfois intervenir une fonction d'influence $\underline{\Psi}(\tau)$ d'ordre 4 qu'il faut considérer comme une caractéristique intrinsèque du matériau visqueux. Un exemple de fonctionnelle \mathcal{F} est donné par les lois viscoélastiques linéaires de Boltzmann, sous la forme :

$$\mathcal{F} [\underline{\varepsilon}(\tau), t] = \underline{\varepsilon}(0) : \underline{\Psi}(t) + \int_0^t \dot{\underline{\varepsilon}}(\tau) : \underline{\Psi}(t - \tau) d\tau \quad (\text{II-54})$$

De telles fonctions sont assurément trop particulières pour décrire l'ensemble des géomatériaux. Les paragraphes qui suivent rappellent quelques résultats concernant l'écriture globale des lois de comportement.

II3.1 QUELQUES PROPRIETES DE \mathcal{F}

L'écriture globale des lois de comportement a été suivie par des recherches théoriques pour caractériser la forme de \mathcal{F} pour les matériaux de la rhéologie.

On suppose connues les notions de continuité et de différentiabilité des fonctionnelles, définies par ailleurs [51, 249].

La forme de \mathcal{F} par elle-même peut décrire soit un comportement différé, soit un comportement élastoplastique. L'exemple des lois viscoélastiques linéaires écrit précédemment est instructif pour les raisons suivantes :

- Si l'on maintient les déformations constantes $\underline{\varepsilon}(\tau) = \underline{\varepsilon}(0)$ et que la fonction d'influence dépend effectivement du temps, on voit facilement que le comportement est différé puisque dans ce cas :

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\varepsilon}(0) : \underline{\Psi}(t) \quad (\text{II-55})$$

- Si maintenant la fonction $\underline{\Psi}$ est une constante, la fonctionnelle est réduite à l'expression simple

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\Psi}_0 : \underline{\varepsilon}(t) \quad (\text{II-56})$$

et le comportement est élastique linéaire.

La fonction d'influence $\underline{\Psi}$ apparaît ainsi comme étant un paramètre du matériau. En élastoplasticité elle correspond à son module élastique, alors qu'en comportement différé elle est une **fonction caractéristique** du matériau, dont l'interprétation physique est plus subtile.

- a) En élastoplasticité, si \mathcal{F} est une fonctionnelle **différentiable**, la réponse du matériau ne dépend pas du chemin suivi et correspond donc à un comportement sans irréversibilités plastiques. Le matériau dont \mathcal{F} est différentiable est donc élastique en élastoplasticité [63]. Dans le cas général d'un comportement différé, le matériau est dit viscoélastique.

b) Si \mathcal{F} est une fonctionnelle linéaire, c'est-à-dire

$$\mathcal{F} [\underline{U}_1 + \lambda \underline{U}_2] = \mathcal{F}[\underline{U}_1] + \lambda \mathcal{F}[\underline{U}_2] \quad (\text{II-57})$$

le matériau obéit au principe de superposition dit de Boltzmann [185]. La linéarité implique la différentiabilité. En élastoplasticité le comportement est alors élastique linéaire. Dans le cas des matériaux visqueux, le comportement est viscoélastique linéaire.

c) Si \mathcal{F} est une **fonction** de l'état des déformations \underline{U} , le comportement est réversible et le matériau est élastique pur. Si la fonction est linéaire, il s'agit de l'élasticité linéaire classique.

II3.2 APPROXIMATIONS DE LA FONCTIONNELLE \mathcal{F}

La difficulté de mise en oeuvre de l'expression exacte de l'écriture

$$\underline{\sigma}(t) = \int_{\tau=0}^t \mathcal{F} [\underline{U}(\tau)]$$

a amené à rechercher des simplifications à l'écriture du principe de déterminisme [51, 191, 249, 290].

II3.2.1 APPROXIMATION PAR UNE FONCTION

A condition que le gradient des déformations $\underline{U}(\tau)$ pour $0 < \tau < t$ soit une fonction développable en série de Fourier et susceptible d'être approximée à l'ordre n , on montre que l'existence de la fonctionnelle \mathcal{F} est équivalente à celle d'une fonction \mathbf{F} telle que

$$\underline{\sigma}(t) \approx \underline{\mathbf{F}} [\underline{U}(t), \dot{\underline{U}}(t), \ddot{\underline{U}}(t), \dots, \underline{U}^{(n)}(t)] \quad (\text{II-58})$$

\mathbf{F} n'est a priori ni différentiable, ni même continue [249]. \mathbf{F} doit être uniformément continue en $\underline{U}(\tau)$.

- En s'arrêtant au premier terme, on obtient

$$\underline{\sigma}(t) \approx \underline{\mathbf{F}} [\underline{U}(t)] \quad (\text{II-59})$$

on retrouve le comportement élastique général.

- En s'arrêtant au deuxième terme, on obtient

$$\underline{\sigma}(t) \approx \underline{\mathbf{F}} [\underline{U}(t), \dot{\underline{U}}(t)] \quad (\text{II-60})$$

écriture qui regroupe certains modèles visqueux.

On est tenté d'admettre la différentiabilité de la fonction \underline{F} et de chercher une loi liant l'incrément $\dot{\underline{\sigma}}$ aux incréments $\underline{\dot{U}}$ et \underline{U} par exemple. Mais si \underline{F} est une approximation de $\underline{\sigma}$, il n'en est pas en général de même de la dérivée de \underline{F} et de celle de $\underline{\sigma}$ [292]. Autrement dit, l'écriture globale des lois de comportement n'est pas très simplifiée par ses approximations.

II3.2.2 VISCOELASTICITE LINEAIRE

On décompose habituellement l'expression de $\underline{\mathcal{F}}$ en deux termes [51] :

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{H}[\underline{B}(t)] + \int_{\tau=0}^t \underline{\mathcal{F}}_1 [\underline{C}(t - \tau) - \underline{I}, \underline{B}(t)] \quad (\text{II-61})$$

\underline{H} est une fonction tensorielle de $\underline{B}(t)$, appelée terme "d'équilibre". \mathcal{F}_1 est une fonctionnelle a priori quelconque mais objective, qui s'annule pour des déformations nulles :

$$\underline{\mathcal{F}}_1[\underline{0}, \underline{B}(t)] = \underline{0} \quad (\text{II-62})$$

\underline{I} tenseur identité

(cf. §II1.2 pour les autres notations)

- Si l'on considère toutes les fonctionnelles $\underline{\mathcal{F}}_1$ **différentiables** on décrit des comportements **viscoélastiques généralisés**.
- Si $\underline{\mathcal{F}}_1$ est **linéaire** par rapport à $\underline{C}(t - \tau)$, la viscoélasticité est dite **linéaire finie**.

On montre que si le matériau admet une fonction d'influence $\underline{\Psi}(\tau)$ telle que

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \tau^r \underline{\Psi}(\tau) = \underline{0} \quad r > \frac{1}{2} \quad (\text{II-63})$$

la viscoélasticité est approximée par la viscoélasticité linéaire finie, dès que les déformations sont finies. [51, 185].

- Si les déformations sont **infinitésimales**, on montre que \mathcal{F}_1 peut être approximée par l'expression :

$$\int_0^t \dot{\Psi}(\tau) : \underline{\varepsilon}(t - \tau) d\tau \quad (\text{II-64})$$

et

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\Psi}(0) : \underline{\varepsilon}(t) + \int_0^t \dot{\Psi}(\tau) : \underline{\varepsilon}(t - \tau) d\tau \quad (\text{II-65})$$

à condition que la configuration de référence soit l'état naturel du matériau (la position de celui-ci dans l'intervalle des temps $]-\infty, 0[$) [51, 185].

Cette loi s'écrit encore :

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\varepsilon}(0) : \underline{\Psi}(t) + \int_0^t \underline{\Psi}(\tau) : \dot{\underline{\varepsilon}}(t - \tau) d\tau \quad (\text{II-66})$$

Il est intéressant de noter que le comportement visqueux newtonien, de loi :

$$\underline{\sigma} = \underline{\eta} : \dot{\underline{\varepsilon}} \quad (\text{II-67})$$

n'est pas viscoélastique linéaire en écriture globale bien que l'on puisse définir une fonction d'influence $\phi(\tau)$:

$$\underline{\phi}(\tau) = \underline{\eta}^{-1} \tau \quad (\text{II-68})$$

donnant sa déformation à tout instant sous la forme simple :

$$\underline{\varepsilon}(t) = \underline{\sigma}(0) : \underline{\phi}(t) + \int_0^t \dot{\underline{\sigma}}(\tau) : \underline{\phi}(t - \tau) d\tau \quad (\text{II-69})$$

Dans la loi de comportement viscoélastique linéaire infinitésimale, considérons une réponse du matériau pour un état de déformation $\varepsilon(0^+)$ imposé pour les temps positifs. On obtient :

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\varepsilon}(0^+) : \underline{\Psi}(t) \quad (\text{II-70})$$

On dit que le matériau est relaxant.

II3.2.3 VISCOELASTICITE LINEAIRE INFINITESIMALE ISOTROPE

En milieu isotrope, la viscoélasticité linéaire infinitésimale présente un intérêt particulier en rhéologie parce qu'elle s'exprime analytiquement de façon simple.

Si l'on décompose $\underline{\sigma}$ et $\underline{\varepsilon}$ en partie isotrope et déviatoire, on obtient :

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \sigma_m \delta_{ij} \quad (\text{II-71})$$

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \varepsilon_m \delta_{ij} \quad (\text{II-72})$$

Nous admettons que les comportements volumique et déviatoire sont viscoélastiques linéaires infinitésimaux, décrits par les fonctions Ψ_m et Ψ_d . On montre alors que le comportement global est aussi viscoélastique linéaire infinitésimal, décrit dans le repère principal par une fonction Ψ .

A cause de l'hypothèse de l'isotropie du matériau, la fonction d'influence est une fonction **scalaire** et non pas tensorielle. On écrit (cf. §II5.3):

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\varepsilon}(0) \Psi(t) + \int_0^t \dot{\underline{\varepsilon}}(\tau) \Psi(t - \tau) d\tau \quad (\text{II-73})$$

II3.3 NECESSITE D'UNE REFORMULATION DU PRINCIPE DE DETERMINISME

Une alternative à l'écriture globale des lois de comportement consiste à admettre l'existence d'une **fonction** qui relie l'état de contraintes actuel, l'état des déformations actuel et leurs dérivées objectives à l'instant actuel.

Une telle reformulation a été d'abord faite en élastoplasticité, s'écartant ainsi de la rhéologie "classique". On doit à F. Darve [64] d'avoir reformulé les lois élastoplastiques en les classant, ce qui offre un avantage indéniable pour une meilleure compréhension du comportement réel des matériaux de la nature. Les lois visqueuses n'ont pas profité du même intérêt en géotechnique peut-être parce que le comportement rhéologique y est plus complexe. On doit à P. Berest [25] une tentative de classification de ce type de lois.

La reformulation des lois de comportement ainsi proposée exprime la mémoire du matériau non pas par des **fonctionnelles** difficiles à imaginer et à mettre en oeuvre, mais par une **fonction** des dérivées objectives des contraintes et des déformations. Elle permet par conséquent à la rhéologie des géomatériaux de s'adapter aux progrès de l'analyse numérique et des capacités de calcul des ordinateurs actuels.

II4 LOIS ELASTOPLASTIQUES

L'élastoplasticité stipule que le comportement du matériau est **instantané**. Une telle hypothèse est évidemment discutable parce que, au moins pour les métaux et les géomatériaux, le comportement est fonction du temps. Mais l'élastoplasticité reste une approximation justifiée du comportement général des géomatériaux, sur une courte durée d'observation.

Ceci dit, il existe des matériaux dont le comportement différé est dominant. Tel est le cas des évaporites et des boues argileuses rencontrées parfois dans les mouvements de terrain superficiels [300]. Pour ces milieux là, la rhéologie se doit de développer des modèles plus généraux qui tiennent compte de l'effet différé (cf. § II5).

II4.1 REFORMULATION DU PRINCIPE DE DETERMINISME

Ce principe est, en élastoplasticité, énoncé comme suit [64] :

L'incrément des déformations actuel est une fonction de l'incrément de contraintes actuel, des tenseurs cinématique et dynamique actuels et éventuellement de variables de mémoire et d'érouissage du matériau.

On l'écrit :

$$d \underline{U} = \underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, d \underline{\sigma}) \quad (\text{II-74a})$$

ou

$$\dot{\underline{U}} = \underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \dot{\underline{\sigma}}) \quad (\text{II-74b})$$

L'avantage de cette formulation incrémentale est de pouvoir inclure la plupart des lois élastoplastiques rencontrées en géotechnique. Certes, pour décrire quelques rares lois récentes, il faut écrire ce principe sous la forme :

$$\dot{\underline{\sigma}} = \underline{F}'(\underline{\sigma}, \underline{U}, \dot{\underline{U}}) \quad (\text{II-74c})$$

Cette écriture n'étant pas équivalente à celle donnée par F , parce que cette dernière fonction n'est en général pas inversible.

Remarquons enfin que l'écriture incrémentale des lois élastoplastiques ainsi proposée devrait pouvoir représenter des chemins de déformations et/ou de contraintes quelconques. Elle ne doit pas être confondue avec l'approximation de la loi de comportement globale quand les mouvements sont lents.

II4.2 CONDITION D'HOMOGENEITE DE F [62, 64]

L'existence de dérivées de \underline{U} et $\underline{\sigma}$ et la non-linéarité de \underline{F} nécessitent de définir des restrictions pour que le comportement exprimé soit **non visqueux**.

Considérons un matériau élastoplastique dont la loi de comportement est représenté par la fonction \underline{F} . Soit un chemin dans l'espace de contraintes suivi, pendant la transformation de l'échantillon dans un sens, à la vitesse $\dot{\underline{\sigma}}_1$. Il lui correspond une vitesse $\dot{\underline{U}}_1$ calculée par :

$$\dot{\underline{U}}_1 = \underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \dot{\underline{\sigma}}_1)$$

Imaginons maintenant que l'on parcourt le même chemin, dans le même sens, à la vitesse $\lambda \dot{\underline{\sigma}}_1$. λ est donc positif. Si le comportement est élastoplastique pur, le temps mis pour parcourir est le même que celui nécessaire dans l'espace des déformations. La vitesse des déformations est donc aussi multipliée par λ . Autrement dit :

$$\forall \lambda \in \mathcal{R}^+ \quad \underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \lambda \dot{\underline{\sigma}}_1) = \lambda \underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \dot{\underline{\sigma}}_1) \quad (\text{II-75})$$

La fonction \underline{F} est donc homogène d'ordre 1 dans $\dot{\underline{\sigma}}$ pour l'argument $\dot{\underline{\sigma}}$.

Que se passerait-il si l'homogénéité était vérifiée dans au lieu de \mathcal{R}^+ seulement ?

- On montrerait alors que, à tout trajet fermé dans l'espace des contraintes, il correspondrait un trajet fermé dans l'espace des déformations et inversement : le matériau aurait un comportement élastique, réversible ! Ainsi :

Toute expression incrémentale \underline{F} de la loi de comportement d'un matériau élastoplastique est homogène d'ordre 1 dans \mathcal{R}^+ mais non linéaire par rapport à l'incrément $\dot{\underline{\sigma}}$.

II4.3 CAS DES FONCTIONS ANALYTIQUES

Puisque \underline{F} est homogène dans \mathcal{R}^+ , on a en particulier :

$$\underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \underline{0}) = \underline{0} \quad (\text{II-76})$$

Si maintenant \underline{F} est une fonction analytique (continue et infiniment dérivable), on démontre que :

$$\underline{F}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \underline{\dot{\sigma}}) = \underline{G}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \underline{\dot{\sigma}}) : \underline{\dot{\sigma}} \quad (\text{II-77})$$

\underline{G} étant une fonction homogène d'ordre 0 en $\underline{\dot{\sigma}}$ dans \mathcal{R}^+ \underline{F} n'est pas incrémentalement linéaire en $\underline{\dot{\sigma}}$ puisque \underline{G} dépend de $\underline{\dot{\sigma}}$.

Cette décomposition offre la possibilité de classer les lois de comportement proposées selon la forme et l'expression de \underline{G} . On distingue en effet :

- La classe des lois incrémentalement linéaires pour lesquelles \underline{G} ne dépend pas de $\underline{\dot{\sigma}}$. Quand \underline{G} dépend seulement de $\underline{\sigma}$, cette classe de lois est dite hypoélastique. On a démontré qu'elle exprime un comportement élastique.
- La classe des lois incrémentalement non linéaires en $\underline{\dot{\sigma}}$ pour lesquelles \underline{F} est une fonction non linéaire de $\underline{\dot{\sigma}}$. Cette classe de lois, introduite récemment en géotechnique, exprime l'irréversibilité du comportement par la forme de la fonction tenseur \underline{G} .

II4.4 LOIS INCREMENTALEMENT LINEAIRES

Ce sont les lois écrites sous forme incrémentale

$$\dot{\underline{U}} = \underline{G}(\underline{\sigma}, \underline{U}) : \dot{\underline{\sigma}} \quad (\text{II-78})$$

et dans lesquelles \underline{G} est fonction des valeurs actuelles de l'état de contrainte et/ou de déformation.

En géotechnique, une classe particulière de lois de ce type est d'usage, dans laquelle \underline{G} dépend de l'état de contraintes uniquement :

$$\dot{\underline{U}} = \underline{G}(\underline{\sigma}) : \dot{\underline{\sigma}} \quad (\text{II-79})$$

C'est l'expression générale des lois dites **hypoélastiques**, développées et commentées dans divers articles et ouvrages géotechniques [44, 45, 46, 76, 91, 97, 114, 208, 220, 289].

Les lois hypoélastiques ne sont pas dissipatives et de ce fait, elles ne peuvent pas représenter les irréversibilités plastiques du comportement des matériaux [44, 114]. Ce sont en fait des lois élastiques dont l'hyperélasticité et l'élasticité linéaire sont des cas particuliers.

En élasticité incrémentalement linéaire isotrope, la fonction tensorielle d'ordre 4, \underline{G} , se simplifie considérablement [120, 280].

Les limites d'application de ce type de lois sont donc celles de l'élasticité, en particulier l'impossibilité de différencier entre les chemins de charge et décharge. Néanmoins, elles sont largement adoptées, jointes parfois à d'autres critères (charge, décharge, plastification et/ou rupture notamment) en géotechnique à cause de la relative simplicité de leur mise en oeuvre.

L'élasticité linéaire isotrope peut être une approximation suffisante pour certains matériaux, dans une gamme de contraintes éventuellement limitée au voisinage de l'état d'équilibre actuel [16, 209]. Dans ce cas, le matériau est décrit par deux paramètres seulement, par exemple le module de Young et le coefficient de Poisson, constantes faciles à déterminer [208].

Mais l'élasticité isotrope suppose un comportement contractant, alors que les géomatériaux sont essentiellement dilatants [208, 215].

L'anisotropie [110, 294] nécessite plus de deux constantes du matériau, mais pourrait permettre, au moins pour certains chemins, de reproduire la dilatance sans violer les conditions issues de la thermodynamique [DARVE].

L'élasticité non linéaire est une première généralisation du comportement réversible. Elle nécessite seulement deux paramètres, fonctions de l'état actuel du matériau. Un exemple de matériau élastique non linéaire est le matériau de Hertz, formé de billes sphériques de comportement élastique linéaire [116, 152].

Les lois non linéaires ont été utilisées en géotechnique, pour représenter les chemins **monotones** des essais quasi statiques classiques. Un travail de recherche a été soutenu dans notre Laboratoire dans ce sens [297]. On a aussi parfois fait varier les deux modules (de rigidité et de cisaillement) avec l'état actuel du matériau et pris des modules différents pour la charge et la décharge [16, 44, 91, 208, 215].

Ces lois ne simulent pas non plus la dilatance quand elles sont isotropes, soulèvent des difficultés concernant la continuité des déformations pour un cycle en contraintes même infinitésimal et ne respectent pas toujours les bilans d'énergie, qui sont conservés en élasticité.

II4.5 LOIS A POTENTIEL(S)

La carence des lois hypoélastiques à décrire par elle-mêmes les irréversibilités plastiques a amené à leur adjoindre un critère de charge-décharge pour pouvoir simuler le comportement réel des géomatériaux.

L'idée est de définir une surface dans l'espace des contraintes au-delà de laquelle le comportement est en partie plastique. Le caractère irréversible du travail plastique effectué sur cette surface impose à celle-ci d'être convexe par application du postulat de stabilité de Drücker [194, 198, 215].

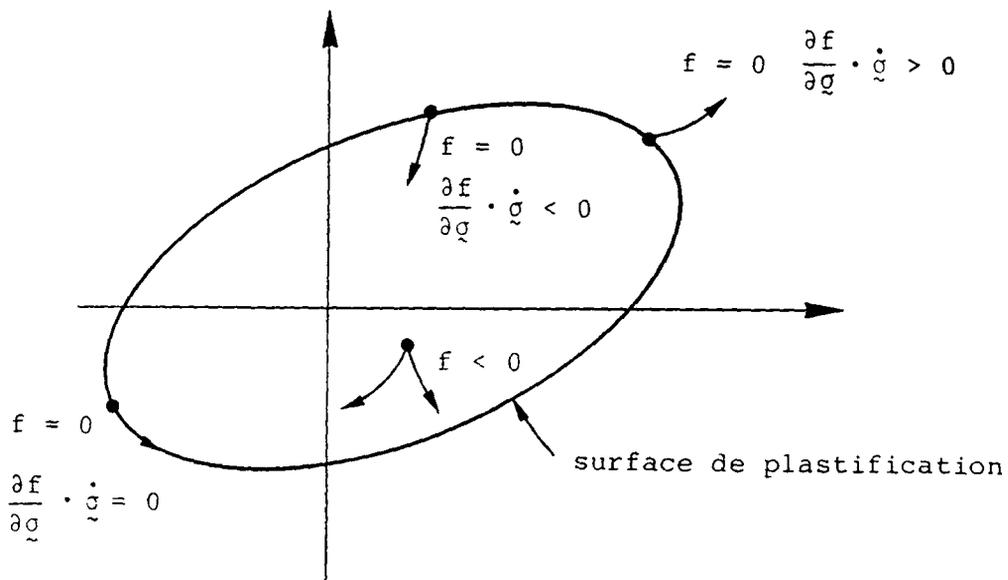


Figure II-3 : Incrément des déformations au voisinage de la surface de plastification

A l'intérieur de la surface de plastification, le comportement est élastique pur en charge comme en décharge.

La surface de plastification est définie par une équation de la forme

$$f(\sigma) = 0 \quad (\text{II-80})$$

et si le matériau est isotrope, f dépend seulement des trois contraintes principales ou de leurs invariants [260].

Quand l'incrément de contrainte $d\tilde{\sigma}$ sur la surface de plastification est dirigé vers l'intérieur de la surface de plastification ($d\tilde{\sigma} : \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} < 0$), l'incrément de déformation est purement élastique.

Quand l'incrément $d\tilde{\sigma}$ est sur la surface de plastification ($d\tilde{\sigma}$ est alors tangent à la surface au point courant), le comportement est encore admis élastique pur, pour raison de continuité [194].

Si maintenant l'incrément $d\tilde{\sigma}$ est dirigé vers l'extérieur de la surface de plastification, l'incrément de déformation total $d\tilde{U}$ est supposé être la somme de deux parts :

- une part élastique comme à l'intérieur de la surface de plastification $d\tilde{U}^e$
- une part plastique irréversible $d\tilde{U}^P$, telle que

$$d\tilde{U} = d\tilde{U}^e + d\tilde{U}^P \quad (\text{II-81})$$

$d\tilde{U}^P$ est calculé en admettant que :

la direction de $d\tilde{U}^P$ est normale à une surface dite de charge définie par une équation de la forme

$$g(\tilde{\sigma}) = 0 \quad (\text{II-82})$$

De nouveau, pour un matériau isotrope, g dépend seulement des contraintes principales ou de leurs invariants.

L'expression générale de $d\tilde{U}^P$ est :

$$d\tilde{U}^P = \lambda \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (\text{II-83})$$

$$= \frac{1}{h(\tilde{\sigma})} \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}} \langle df \rangle \quad (\text{II-84})$$

$$\langle df \rangle = \begin{cases} df & \text{si } df > 0 \\ 0 & \text{si } df < 0 \end{cases} \quad \text{et } df = \frac{\partial f}{\partial g} : d\tilde{g} \quad (\text{II-85})$$

$h(\tilde{\sigma})$ est le module plastique

$g(\tilde{\sigma})$ est le potentiel plastique

$\lambda(d\tilde{\sigma})$ ou $\lambda(d\tilde{U})$ est le multiplicateur plastique positif ou nul.

La détermination expérimentale du potentiel plastique est discutée par ailleurs [91].

Parfois, on admet que

$$f \equiv g$$

et dans ce cas, on dit que le comportement est associé.

Lorsque la loi de comportement est associée, les équations de mouvement admettent une solution unique [66, 73, 215].

Quand la loi est non associée ($f \neq g$) l'unicité de la solution ne peut pas être démontrée.

Le comportement décrit est appelé **plasticité idéale**. Cependant, la réalité du comportement des géomatériaux amène à définir un changement de la position et/ou de la forme de la surface de plastification avec le point courant : c'est le phénomène d'**écrouissage** du matériau. Du point de vue physique, l'écrouissage décrit les modifications de la structure du matériau en déformation irréversible.

Les lois à potentiel(s) font ainsi intervenir une fonction g , dite potentiel, associée au mécanisme des déformations dans la matrice. Quand on admet que le mouvement est dû à plusieurs mécanismes de déformations, on définit plusieurs fonctions potentielles. La déformation plastique totale est alors la somme des

parts plastiques dues à la contribution de ceux des mécanismes qui sont actifs [10, 193]. Les lois à potentiel(s) sont présentées dans divers ouvrages et publications de géotechnique [10, 12, 42, 44, 46, 76, 91, 193, 194, 215, 234, 254, 265, 267].

Les lois à potentiel(s) peuvent représenter plus ou moins valablement le comportement réel des matériaux, selon leur nature et leur état de charge. Mais il semble que pour cela l'hypothèse d'associativité doit être abandonnée [63, 216].

Dans des trajets de chargement dynamique, les effets d'hystérésis et la dégradation matricielle par fatigue du géomatériau ne sont simulés qu'imparfaitement, au prix de règles d'écrouissage complexes et mal maîtrisées. Ceci amène parfois à définir des surfaces de charge multiples ou des chemins de chargement particuliers [209].

En définitive, les lois de comportement à potentiel(s) ne répondent pas toujours à l'exigence d'une description suffisamment précise du comportement des géomatériaux.

II4.6 LOIS INCREMENTALEMENT NON LINEAIRES [65]

Les lois de comportement écrites sous la forme :

$$\dot{\underline{U}} = \underline{G}(\underline{\sigma}, \underline{U}) : \dot{\underline{\sigma}}$$

sont incrémentalement linéaires et ne peuvent de ce fait pas décrire par elles-mêmes des irréversibilités plastiques. Dans le cas des lois élastoplastiques à potentiel(s), cette difficulté est résolue par l'introduction d'un critère de charge-décharge sur la courbe de plastification.

Pour qu'une loi incrémentale décrive, par sa formulation même, un comportement irréversible, il est nécessaire qu'elle soit incrémentalement **non linéaire**.

La forme générale des lois non linéaires est :

$$\dot{\underline{U}} = \underline{G}(\underline{\sigma}, \underline{U}, \dot{\underline{\sigma}}) : \dot{\underline{\sigma}}$$

où \underline{G} est une fonction homogène d'ordre 0 par rapport à $\dot{\underline{\sigma}}$.

Ainsi, les lois non linéaires associent au matériau une matrice constitutive tangente qui varie de façon continue avec la direction de l'incrément de contrainte.

II4.6.1 EXEMPLE DES MODELES ENDOCHRONIQUES

La loi de comportement du modèle de Cuellar s'écrit [60, 63] :

$$\dot{\underline{\underline{U}}} = \underline{\underline{M}}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{U}}) : \dot{\underline{\underline{\sigma}}} + \underline{\underline{c}}(\underline{\underline{\sigma}}) \dot{\underline{\underline{\xi}}} \quad (\text{II-86})$$

avec :

$$\dot{\underline{\underline{\xi}}}^2 = \frac{1}{2} \dot{e}_{ij} \dot{e}_{ij} \text{ (sommation d'Einstein)} \quad (\text{II-87})$$

$$\dot{e}_{ij} = \dot{U}_{ij} - \frac{I \dot{U}}{3} \delta_{ij} \quad (\text{II-88})$$

$\underline{\underline{M}}$ tenseur d'ordre 4.

Cette écriture se ramène à :

$$\dot{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{M}}^{-1} : [\dot{\underline{\underline{U}}} - \dot{\underline{\underline{\xi}}} \underline{\underline{c}}(\underline{\underline{\sigma}})] \quad (\text{II-89})$$

$\underline{\underline{c}}$ est une fonction de l'état actuel.

On vérifie facilement l'homogénéité d'ordre 1 dans \mathcal{R}^+ et la non-linéarité de cette loi par rapport à $\underline{\underline{U}}$.

Il existe d'autres variantes de ce type de modèles [19, 21, 82].

Les modèles endochroniques sont historiquement les premières lois incrémentalement non linéaires présentées en géotechnique.

On a montré qu'ils violent le postulat de stabilité de Drücker [215] et ne vérifient pas le deuxième principe de la thermodynamique, se caractérisant ainsi par une réponse instable aux chargements cycliques [216].

Des recherches sont entreprises pour remédier à ces insuffisances inacceptables du point de vue physique, mais les modèles endochroniques ne sont pas encore suffisamment exploités pour juger de leur avenir en géotechnique [44, 215, 216].

II4.6.2 AUTRES MODELES

Il existe d'autres modèles qui explicitent la forme de \tilde{G} (ou de \tilde{G}' associée à \tilde{F}') en fonction de $\tilde{\sigma}$, \tilde{U} et $\dot{\tilde{U}}$ (ou de $\tilde{\sigma}$, \tilde{U} et $\dot{\tilde{\sigma}}$).

On peut citer les modèles de Kolymbas [65, 161], de Krawietz et Rettig [65, 169], qui proposent des expressions explicites, plus ou moins arbitraires mais qui semblent donner de bons résultats dans des sables et des argiles.

La loi de comportement de Darve [63, 64, 65], de Chambon et Darve [43, 64, 65], de Robinet [251] est de type interpolation et la matrice constitutive tangente est explicitement fonction,

non pas de $\dot{\tilde{U}}$ (ou $\dot{\tilde{\sigma}}$), mais de $\frac{\dot{\tilde{U}}}{\|\dot{\tilde{U}}\|}$ (ou $\frac{\dot{\tilde{\sigma}}}{\|\dot{\tilde{\sigma}}\|}$).

Les paramètres de la loi sont calculés à partir de chemins expérimentaux préalablement effectués [43, 63, 65, 250].

Il existe d'autres formulations incrémentales non linéaires [99, 281].

L'inconvénient majeur actuel des lois incrémentalement non linéaires vient de la complexité de leurs expressions littérales et de la difficulté de leur mise en oeuvre dans les codes de calcul numérique.

Pour le reste, leur application en géotechnique est encore trop récente pour juger de leur intérêt dans la pratique du génie civil.

II4.7 L'ELASTOPLASTICITE DANS LES ROCHES

On a longtemps admis que les bétons et les roches compactes sont des matériaux sans résistance en traction et fragiles en compression [46].

Le comportement était admis élastique linéaire, parfois non linéaire [46, 76, 215, 316] jusqu'à leur résistance maximum. Au-delà les roches étaient admises rompre brutalement, la résistance devenant résiduelle, éventuellement nulle.

Les développements des lois de comportement dans les métaux, puis dans les sols ont cependant peu à peu profité à la mécanique des roches. Aujourd'hui encore, les calculs y sont subordonnés aux avancées réalisées dans le domaine des géomatériaux dans leur ensemble.

Pourtant sur bien des points, les roches compactes non fissurées peuvent être considérées plus simples à modéliser que les sols parce que les déformabilités y sont plus faibles. En outre, diverses roches peuvent être considérées avec une approximation suffisante comme des matériaux homogènes isotropes [46].

II4.7.1 CRITERES DE RUPTURE

La limite élastique évoquée dans le comportement des roches est définie par une surface de rupture, habituellement dessinée dans l'espace des contraintes, mais pas nécessairement [20].

Le caractère local du mode de rupture en mécanique des roches, au moins pour les confinements faibles laisse cependant planer un doute sur la validité des critères de rupture ainsi définis [201].

Aussi, est-il courant en mécanique des roches de confondre la plastification et la rupture, la courbe ultime correspondante étant l'enveloppe des pics ou des valeurs résiduelles de la courbe $\sigma - \epsilon$.

Des modèles théoriques ont permis des interprétations physiques des critères de rupture ou de plastification en mécanique des roches.

Ainsi, la rupture par traction est décrite par le critère de Griffith ou de Rankine, la rupture par cisaillement octaédrique par le critère de Tresca. Il y a aussi le critère mixte de Mohr-Coulomb et le critère de Lade.

A ces critères, il faut en ajouter d'autres, empiriques [50, 135, 136, 178, 254].

Ces critères, classiques pour la plupart, sont rappelés par ailleurs [12, 17, 22, 45, 46, 69, 76, 126, 135, 136, 158, 174, 176, 193, 202, 215, 259, 262, 265, 297].

II4.7.2 LOIS D'ECOULEMENT

Pour décrire le comportement avec irréversibilités plastiques des roches et des bétons, des lois hypoélastiques avec critère de charge-décharge ont été adaptées à la mécanique des roches. La surface de plastification est construite de la même façon que la limite élastique, et la surface de charge est soit distincte, soit confondue avec la surface de plastification.

Des programmes de calcul commencent à être développés en géotechnique; mais si leur application n'est pas encore répandue, cela provient des difficultés à proposer une loi unique, avec un critère de plastification qui décrit un comportement à la rupture bien défini.

Des tentatives de modélisations des matériaux rocheux et des bétons ont été faites à partir de la microfissuration et de son développement le long du trajet de charge ou de décharge [68, 316]. Mais ces modèles sont trop récents, ils n'aboutissent pas encore à des applications concrètes.

Les lois incrémentalement non linéaires s'affranchissent de la surface de plastification, de rupture ou de charge-décharge. Ceci est indéniablement un avantage de taille à mettre à leur actif. Cependant, leur existence récente ne permet pas d'affirmer qu'elles seront dans un avenir proche une alternative intéressante dans la description des géomatériaux, en particulier les bétons et les roches.

II5 LOIS VISQUEUSES

On a montré dans le cadre de ce travail que les roches, et de façon plus générale les géomatériaux et les métaux, doivent être considérés comme étant des milieux à comportement différé ou visqueux (cf. § 2 de l'INTRODUCTION).

Un tel comportement n'est pas de même ampleur pour toutes les roches : les évaporites sont très sensibles à l'effet du temps, les roches granitiques beaucoup moins. Pour une roche donnée, les déformations différées sont plus importantes quand la durée d'observation est longue. Ceci justifie parfois - mais pas toujours - l'interprétation des essais quasi statiques par des lois élastoplastiques.

Considérer les géomatériaux comme des corps élastoplastiques est dès lors généralement une approximation injustifiée. D'ailleurs les mécanismes de déformations (dislocations et microfissurations) sont des phénomènes progressifs et vont dans le sens d'une justification du comportement visqueux des géomatériaux.

Il reste à évoquer un autre point : le comportement visqueux et le comportement plastique irréversible ne sont pas indépendants puisque le premier, à un instant donné, se confond avec le second.

II5.1 ÉCRITURE INCREMENTALE DES LOIS VISQUEUSES

Les recherches théoriques en rhéologie ont montré de façon claire que les lois visqueuses ne peuvent pas s'écrire selon le principe de déterminisme incrémental des lois élastoplastiques.

La diversité des comportements visqueux existants ou supposés des milieux continus amène cependant, de façon analogue à l'élastoplasticité, à une écriture incrémentale des lois, adaptant ces comportements aux calculs numériques et évitant du même coup les difficultés rencontrées en écriture globale de ces lois.

Une telle écriture incrémentale n'émerge pas de façon claire des travaux existants bien que ceux-ci parfois la laisse supposer [199, 293]. Ce paragraphe se propose donc de dégager un principe de déterminisme incrémental pour les lois visqueuses, qui doit de ce fait représenter l'ensemble des modèles existants, en laissant la porte ouverte à d'autres types de lois non encore exploitées ou proposées. Ce principe se doit aussi d'incorporer le principe énoncé pour l'élastoplasticité puisque celle-ci est un cas particulier du comportement visqueux (obtenu au voisinage du temps initial).

Nous proposons de reformuler le principe de déterminisme des matériaux simples comme suit :

Il existe une fonction tensorielle \tilde{F} qui exprime la dérivée d'ordre n du tenseur des déformations pures \tilde{U} en fonction des dérivées du tenseur contrainte à l'ordre n et de celui des déformations à l'ordre $n-1$:

$$\tilde{U}^{(n)} = \tilde{F} \left[\tilde{U}^{(1)}, \tilde{U}^{(2)}, \dots, \tilde{U}^{(n-1)}, \tilde{\sigma}^{(1)}, \tilde{\sigma}^{(2)}, \dots, \tilde{\sigma}^{(n)} \right] \quad (\text{II-90})$$

L'expression de \tilde{F} est a priori quelconque. Elle ne doit pas être confondue avec les approximations de la loi globale et est supposée représenter des chemins de déformations et/ou de contraintes quelconques.

Le principe d'objectivité impose à \tilde{F} d'être symétrique, c'est-à-dire :

$$\tilde{Q} \cdot \tilde{F} \left[\tilde{U}^{(1)}, \tilde{U}^{(1)} \dots, \tilde{\sigma}^{(1)}, \tilde{\sigma}^{(1)}, \dots \right] \cdot \tilde{Q}^T = \\ \tilde{F} \left[\tilde{Q} \cdot \tilde{U} \cdot \tilde{Q}^T, \tilde{Q} \cdot \tilde{U}^{(1)} \cdot \tilde{Q}^T, \dots, \tilde{Q} \cdot \tilde{\sigma} \cdot \tilde{Q}^T, \tilde{Q} \cdot \tilde{\sigma}^{(1)} \cdot \tilde{Q}^T \dots \right] \quad (\text{II-91})$$

et aux arguments $\tilde{U}^{(i)}$ et $\tilde{\sigma}^{(j)}$ d'être objectifs.

La condition d'objectivité est vérifiée pour $\tilde{U}^{(i)}$; elle l'est pour $\tilde{\sigma}^{(j)}$ à condition de choisir des dérivées corotationnelles du tenseur contrainte (cf. § II.2.2)

Les paragraphes qui suivent s'attachent à décrire certains modèles visqueux particuliers rencontrés en rhéologie des géomatériaux.

II5.2 COMPORTEMENTS VISQUEUX ELEMENTAIRES

On distingue :

- le comportement de fluage sous état de contrainte maintenu constant
- le comportement de relaxation sous état de déformation maintenu constant.

En fluage, la variation du tenseur déformation peut s'écrire :

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{U}} (\underline{\underline{\sigma}}^0, t) \quad \underline{\underline{\sigma}}^0 \text{ constant} \quad (\text{II-92})$$

Si $\underline{\underline{U}}$ est linéaire en $\underline{\underline{\sigma}}^0$ on note

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{U}} (\underline{\underline{\sigma}}^0, t) = \underline{\underline{\sigma}}^0 : \underline{\underline{\phi}}(t) \quad (\text{II-93})$$

$\underline{\underline{\phi}}$, tenseur d'ordre 4, caractéristique du matériau étudié, est appelé **fonction de fluage**. Si le matériau est isotrope, ϕ est une fonction scalaire de la variable temps, notée

$$\phi(t)$$

En relaxation, la variation du tenseur contrainte peut s'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} (\underline{\underline{U}}^0, t) \quad \underline{\underline{U}}^0 \text{ constant} \quad (\text{II-94})$$

De nouveau, si $\underline{\underline{\sigma}}$ est linéaire en $\underline{\underline{U}}^0$ on définit une fonction tensorielle $\underline{\underline{\Psi}}(t)$ telle que

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} (\underline{\underline{U}}^0, t) = \underline{\underline{U}}^0 : \underline{\underline{\Psi}}(t) \quad (\text{II-95})$$

$\underline{\underline{\Psi}}$ est un autre tenseur d'ordre 4 caractéristique du matériau, appelée **fonction de relaxation**. Si le matériau est isotrope, $\underline{\underline{\Psi}}$ est une fonction scalaire de la variable temps, notée

$$\Psi(t)$$

Quand ϕ (respectivement Ψ) est une constante par rapport au temps éventuellement nulle, on dira que le matériau est non fluant (respectivement non relaxant). Et dans ce cas le comportement à contrainte constante (respectivement à déformation constante) est instantané donc élastoplastique.

Les comportements de fluage et/ou de relaxation sont décrits par des lois rhéologiques particulières puisque celles-ci concernent des chemins simples.

On appellera **matériaux visqueux purs** tous les corps visqueux fluants et dont la fonction de relaxation est identiquement nulle.

Les matériaux pour lesquels les fonctions caractéristiques ϕ et Ψ sont des fonctions du temps uniquement sont dits de Boltzmann.

Pour de tels matériaux la loi de comportement globale est **linéaire**. Elle peut être déterminée de façon simple à partir de ses fonctions caractéristiques (cf. § II5.3.4).

EXEMPLES DE CORPS VISQUEUX PURS

- **Modèle de Newton :**

$$\dot{\underline{\underline{U}}} = \underline{\underline{\eta}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (\text{II-96})$$

$\underline{\underline{\eta}}$ est le tenseur viscosité d'ordre 4 constant

Les corps de Newton admettent une fonction de fluage

$$\phi(t) = \underline{\underline{\eta}}^{-1} t \quad (\text{II-97})$$

et une fonction de relaxation

$$\Psi(t) \equiv 0 \quad (\text{II-98})$$

- **Corps fluidifiants** : [54, 226]

$$\dot{\underline{\underline{U}}} = \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\sigma}}^n \quad n > 1 \quad \alpha \text{ tenseur constant d'ordre 4} \quad (\text{II-99})$$

Les corps fluidifiants admettent une fonction de fluage, fonction de l'état de contraintes et du temps, telle que :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\phi}}(\underline{\underline{\sigma}}_0, t) = \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{\sigma}}_0^n t \quad (\text{II-100})$$

et une fonction de relaxation

$$\underline{\underline{\Psi}}(t) \equiv \underline{\underline{0}} \quad (\text{II-101})$$

EXEMPLES DE CORPS VISQUEUX NON RELAXANTS ($\Psi = \text{constante}$)

- **Modèle de Kelvin-Voigt** (annexe C1) :

$$\dot{\underline{\underline{U}}} = \underline{\underline{\eta}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{\eta}}^{-1} : \underline{\underline{U}} \quad (\text{II-102})$$

$\underline{\underline{E}}$ et $\underline{\underline{\eta}}$ tenseurs d'ordre 4.

- **Modèle de Scheidegger** [263] de type logarithmique (cf. § II5.4.2) :

$$\ddot{\underline{\underline{U}}} = \underline{\underline{\eta}}^{-1} : \dot{\underline{\underline{\sigma}}} + \underline{\underline{\mu}} : \dot{\underline{\underline{U}}}^2 \quad (\text{II-103})$$

$\underline{\underline{\mu}}$ tenseur d'ordre 4.

- **Modèle de l'Ecole de Karlsruhe** [299] de type exponentiel :

$$\ddot{\underline{\underline{U}}} = \underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\sigma}}, \dot{\underline{\underline{U}}}) : \dot{\underline{\underline{U}}} + \underline{\underline{\beta}}(\underline{\underline{\sigma}}, \dot{\underline{\underline{U}}}) : \dot{\underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{II-104})$$

$\underline{\underline{\alpha}}$ et $\underline{\underline{\beta}}$ fonctions tensorielles d'ordre 4.

II5.3 MODELES VISCOELASTIQUES LINEAIRES

Si la fonction \tilde{F} (cf. § II5.1) est linéaire par rapport à ses arguments, on définit des coefficients tensoriels d'ordre 4 \tilde{a}_i et \tilde{b}_j comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{U}^{(n)} = \tilde{a}_0 : \tilde{\sigma}^{(0)} + \dots + \tilde{a}_n : \tilde{\sigma}^{(n)} + \tilde{b}_0 : \tilde{U}^{(0)} + \dots + \tilde{b}_{n-1} : \tilde{U}^{(n-1)} \end{aligned} \quad (\text{II-106})$$

ou de façon contractée :

$$\tilde{U}^{(n)} = \sum_{i=0}^n \tilde{a}_i : \tilde{\sigma}^{(i)} + \sum_{j=0}^{n-1} \tilde{b}_j : \tilde{U}^{(j)} \quad (\text{II-107})$$

Ces modèles linéaires ont été discutés par ailleurs [49, 184, 240].

Ils définissent, sous certaines conditions initiales, des comportements viscoélastiques linéaires infinitésimaux évoqués aux chapitres II3.2.2 et II3.2.3. Ces comportements sont simples et intéressants et permettent de définir la loi de comportement globale à partir de la connaissance des conditions initiales et de la fonction de relaxation $\tilde{\Psi}(t)$, qui ne dépend pas de la valeur de la déformation \tilde{U}_0 qui la définit.

II5.3.1 EXEMPLES DE MODELES LINEAIRES SIMPLES

- **Modèle de ZENER** (annexe B1)

En milieu **isotrope**, il s'écrit comme suit :

$$\dot{\tilde{U}} = a_0 \tilde{\sigma} + a_1 \dot{\tilde{\sigma}} + b_0 \tilde{U} \quad (\text{II-108})$$

a_0 , a_1 et b_0 sont ici des scalaires constants.

- **Modèle d'ordre 2** (annexe B2)

Il s'écrit en milieu **isotrope** :

$$\ddot{\tilde{U}} = a_0 \tilde{\sigma} + a_1 \dot{\tilde{\sigma}} + a_2 \ddot{\tilde{\sigma}} + b_0 \tilde{U} + b_1 \dot{\tilde{U}} \quad (\text{II-109})$$

Ce modèle se ramène à celui d'Oldroyd (annexe B3) quand :

$$a_2 = 0$$

$$b_0 = 0$$

- Modèles "rhéologiques"

La viscoélasticité est parfois interprétée par des modèles, dits rhéologiques, vus comme étant des assemblages à partir de trois comportements fondamentaux simples :

- le comportement **élastique linéaire de Hooke** représenté par un ressort
- le comportement **visqueux linéaire de Newton**, représenté par un amortisseur
- le comportement **plastique idéal de Saint Venant**, représenté par un patin, qui simule l'existence d'un **seuil** de contraintes au-dessous duquel les déformations ne peuvent avoir lieu.

On peut combiner en série et/ou en parallèle ces trois éléments en totalité ou en partie pour tenter de reproduire le comportement réel du matériau.

On évoque en annexe C deux modèles simples obtenus de cette manière et un modèle conçu avec un patin, donné comme exemple. Mais la représentation des modèles rhéologiques pose des difficultés de généralisation à trois dimensions. En considérant un milieu isotrope, on peut garder la notation tensorielle évoquée jusqu'ici, à condition d'exprimer l'écriture proposée dans des repères principaux. C'est ce qui est fait ici.

II5.3.2 MODELES PLUS GENERAUX

Tout modèle visqueux dont la fonction de relaxation est indépendante de l'état de contrainte et de déformation est un modèle dont la loi de comportement globale est obtenue par le principe de superposition de Boltzmann [54]. La réciproque est aussi vraie. Un tel matériau est dit de Boltzmann. Si $\Psi(t)$ est la fonction de relaxation en question, on peut écrire pour un corps **isotrope** (cf. § II3.2.3) :

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\sigma}(0) \Psi(t) + \int_0^t \dot{\underline{\sigma}}(t-\tau) \Psi(\tau) d\tau \quad (\text{II-110})$$

Si l'on peut définir une fonction de fluage $\phi(t)$ qui vérifie la même condition d'indépendance que Ψ , on peut déduire deux résultats importants :

- a) Les transformées de Laplace $\bar{\phi}(p)$ et $\bar{\Psi}(p)$ de $\phi(t)$ et $\Psi(t)$ sont liées par la relation :

$$p^2 \bar{\phi}(p) \bar{\Psi}(p) = 1 \quad (\text{II-111})$$

Par conséquent, les fonctions ϕ et Ψ ne sont pas indépendantes.

- b) On peut inverser l'écriture globale de la loi de comportement visqueux. On obtient :

$$\underline{\sigma}(t) = \underline{\sigma}(0) \phi(t) + \int_0^t \dot{\underline{\sigma}}(t-\tau) \phi(\tau) d\tau \quad (\text{II-112})$$

Du point de vue pratique, les essais de fluage permettent d'avoir l'expression empirique de $\phi(t)$. Faits à différents paliers $\underline{\sigma}_0$, on peut savoir si $\phi(t)$ dépend ou non de $\underline{\sigma}_0$. Une telle démarche permet de décider si le comportement du matériau est décrit par un modèle de Boltzmann. Si oui, on peut établir la loi de comportement inversée par des essais de fluage, la loi donnant l'expression de l'état de contraintes, par des essais de relaxation.

Il est intéressant de voir comment se comporte un matériau de Boltzmann le long d'un chemin fermé en contrainte.

Imposons au matériau, dès l'instant 0, un créneau de charge tridimensionnel que nous représentons ici à une dimension uniquement par commodité :

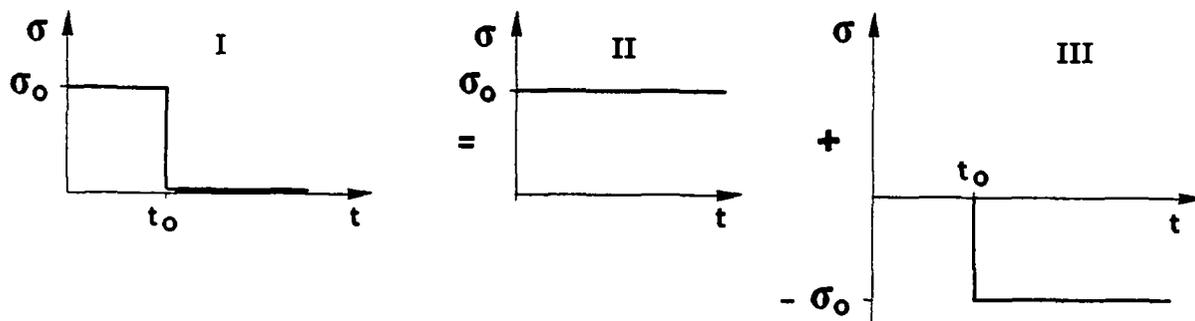


Figure II-4 : Décomposition d'un chemin fermé en contrainte pour un matériau de Boltzmann

Puisque la réponse en déformations est linéaire par rapport à l'état de contraintes, celle-ci peut aussi se décomposer comme suggéré par le schéma et l'on obtient :

$$\underline{U}_I(t) = \underline{U}_{II}(t) + \underline{U}_{III}(t) \quad (\text{II-113})$$

$$\underline{U}_{II}(t) = \underline{g}_0 \phi(t) \quad (\text{II-114})$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{III}(t) &= -\underline{g}_0 \phi(t-t_0) \text{ si } t > t_0 & (\text{II-115}) \\ &= 0 & \text{si } t < t_0 \end{aligned}$$

Pour $t > t_0$, on a :

$$\tilde{U}_I(t) = \tilde{\sigma}_0 [\phi(t) - \phi(t-t_0)] \quad (\text{II-116})$$

On s'intéresse à $\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{U}_I(t)$

1^{er} cas : On suppose que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \phi(t) = \lambda$

λ est un nombre fini, éventuellement nul. Dans ce cas, les déformations accumulées dans le cycle fermé sont récupérées avec le temps puisque :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{U}_I(t) = \tilde{0}$$

Le comportement est **anélastique**.

2^e cas : Si $\phi(t)$ a une limite infinie, la limite de $\tilde{U}_I(t)$ est indéterminée. Les déformations ne sont alors pas nécessairement en partie ou en totalité récupérées.

Exemples :

- les corps visqueux purs et les corps à fluage en exponentiel ($\phi(t) = (1 + a^2)^t$) sont inélastiques (les déformations visqueuses γ sont irrécupérables dans un cycle fermé)
- les corps à fluage logarithmique ou en puissance ($\phi(t) = t^{-\alpha^2}$) sont anélastiques (les déformations sont réversibles au temps infini).

Remarque : Tout modèle visqueux incrémentalement linéaire définit, sous réserve de conditions initiales adéquates (cf. § II5.3) un matériau de Boltzmann. La réciproque est fautive : il existe des matériaux de Boltzmann dont la loi de comportement incrémentale n'est pas linéaire. Exemple : les matériaux à fluage logarithmique (cf. § II5.4.2).

II5.4 MODELES VISCOELASTIQUES NON LINEAIRES

Les matériaux linéaires de Boltzmann sont caractérisés par des fonctions de fluage et de relaxation indépendantes de l'état de contraintes et de déformations. Mais l'expérience sur les géomatériaux ne confirme pas toujours cette propriété particulière.

Aussi, va-t-on passer en revue ci-après quelques propositions de modèles visqueux en écriture incrémentale qui tiennent compte de fonctions ϕ et Ψ à la fois dépendantes de l'état de contraintes et de déformations et conformes aux résultats d'essais de fluage sur les matériaux naturels. Ces derniers semblent en effet mettre en évidence essentiellement deux types de lois (cf. § II6) :

- un type de fonctions de fluage exponentiel laissant deviner parfois un comportement linéaire de Boltzmann, parfois un comportement non linéaire
- un type de fonctions de fluage logarithmique, correspondant à un comportement incrémentalement non linéaire, comme on va s'attacher à le montrer ci-après.

II5.4.1 GENERALISTION DU MODELE D'OLDROYD

Le modèle d'Oldroyd, généralisé comme cela va être expliqué ci-après, permet d'avoir à la fois une loi de fluage en exponentiel et un fluage permanent avec une pente variable avec l'état de charge.

Considérons donc la loi de comportement incrémentale suivante, généralisation du modèle linéaire d'Oldroyd, pour un matériau **isotrope** :

$$\ddot{\underline{\underline{U}}} = b_1(\underline{\underline{\sigma}}) \dot{\underline{\underline{U}}} + a_0(\underline{\underline{\sigma}}) + a_1 \dot{\underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{II-117})$$

b_1 et a_0 sont deux fonctions de l'état de contraintes principales ou de leurs invariants.

Dans un essai de fluage, dans lequel un état de charge constant σ_0 est appliqué, on a en réponse, un état de déformation :

$$\tilde{U}_0(t) = \tilde{U}(0) + \frac{a_0(\sigma_0)}{b_1(\sigma_0)} t + \left[\frac{\tilde{U}(0)}{b_1(\sigma_0)} + \frac{a_0(\sigma_0)}{b_1^2(\sigma_0)} \right] \left[e^{b_1(\sigma_0)t} - 1 \right]$$

(II-118)

L'exposant b_1 et la pente du régime permanent sont fonctions de l'état de contraintes appliqué.

Les divers paramètres peuvent être en principe déduits expérimentalement des essais de fluage à plusieurs paliers à condition d'enregistrer aussi bien le régime transitoire (vers les temps faibles) et le régime permanent (temps loin de l'origine).

II5.4.2 EXEMPLE DE MODELE A FLUAGE LOGARITHMIQUE

Un tel modèle présente un réel intérêt en géotechnique, parce que les essais de fluage de plusieurs matériaux semblent indiquer que le fluage de ces derniers est logarithmique.

Considérons un matériau isotrope dont la loi de comportement s'écrit :

$$\ddot{\tilde{U}} = - A(\sigma) \cdot \dot{\tilde{U}}^2 + B(\dot{\sigma}, \sigma) \quad (\text{II-119})$$

Si B est une fonction isotrope, la loi incrémentale écrite obéit au principe d'objectivité et constitue une loi rhéologique possible.

Si maintenant pour $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_0$ constante, la fonction \underline{B} est nulle, ($\underline{B}(0, 0) = 0$) la loi de fluage du matériau s'écrit (pour $A(\underline{\sigma}_0) \neq 0$) :

$$\phi(\underline{\sigma}_0, t) = A^{-1}(\underline{\sigma}_0) \log [a(\underline{\sigma}_0) + b(\underline{\sigma}_0)t] \quad (\text{II-120})$$

a et b étant deux fonctions quelconques.

On peut éventuellement inclure un comportement linéaire correspondant au fluage secondaire de vitesse $v(\underline{\sigma}_0)$. On obtient une loi de la forme :

$$\ddot{\underline{U}} = - A(\underline{\sigma}_0) [\dot{\underline{U}} - v(\underline{\sigma}_0)]^2 + \underline{B}(\dot{\underline{\sigma}}, \ddot{\underline{\sigma}}) \quad (\text{II-121})$$

II5.4.3 MODELE ISOTROPE DE BODNER-PARTOM

Il s'écrit sous la forme :

$$\dot{\underline{U}} = \frac{1}{E} \dot{\underline{\sigma}} + \lambda(\underline{\sigma}, \underline{U}) \underline{\sigma} \quad (\text{II-122})$$

avec

$$\lambda^2 = \frac{I_2 e^P}{I_2 \underline{\sigma}} \quad (\text{II-123})$$

$I_2 e^P$: est le deuxième invariant des déformations déviatoires plastiques

$I_2 \underline{\sigma}$: est le deuxième invariant de l'état de contraintes

Cette expression est obtenue par analogie avec l'élastoplasticité à potentiel et en se basant sur les résultats de la théorie des dislocations dans la matrice cristalline des métaux [30, 31].

II5.5 MODELES VISCOPLASTIQUES

L'existence d'un seuil en deça duquel le comportement visqueux ne peut avoir lieu a été montré pour certains matériaux artificiels, mais pas (encore !) pour les géomatériaux, sauf peut-être pour des roches salines [3].

Un tel seuil, dit visqueux, est habituellement exprimé dans l'espace des contraintes et y correspond à une surface courbe qui sépare le comportement matériel de part et d'autre de cette surface. Il y a, de ce point de vue une certaine analogie entre le seuil plastique de l'élastoplasticité à potentiels et le seuil visqueux du comportement différé. Cependant, contrairement au premier cité, ce dernier peut être franchi par le point courant [25]. D'ailleurs, outre un seuil visqueux, le comportement matériel peut aussi prendre en compte un seuil de plastification différé, mais ce type de comportement n'a pas été bien développé sans doute à cause de la complexité de son application pour un matériau réel.

Le comportement visqueux est appelé viscoélastique dès que le milieu étudié est un corps matériellement simple [185]. Un tel matériau, même quand sa loi de comportement est incrémentalement linéaire, peut développer des déformations irréversibles dans un cycle fermé. Bien entendu la notion d'irréversibilité des déformations en viscoélasticité doit être entendue pour des temps infinis.

L'existence d'un seuil visqueux correspond par définition au comportement **viscoplastique**, dont l'exemple le plus simple est peut-être la loi visqueuse pure de Bingham. Cette définition est unanimement adoptée en rhéologie des géomatériaux [3, 25].

Parfois la notion de seuil visqueux correspond à une discontinuité du comportement visqueux de part et d'autre de la surface représentative et non plus à une absence de comportement visqueux en deça de celle-ci.

En deça de la surface représentative, on admet parfois que les comportements volumique et déviatorique sont identiques, alors qu'au-delà, le comportement volumique est non visqueux [3, 210, 312].

Le seuil visqueux est parfois appelé critère viscoplastique.

II5.5.1 SEUIL VISQUEUX SIMPLE

Le modèle isotrope de Hohenemser et Prager [25] prend en compte un critère viscoplastique d'équation :

$$V(\underline{\sigma}) = 1 - \frac{k}{I_2 \underline{\sigma}} \quad (\text{II-124})$$

k : constante

$I_2 \underline{\sigma}$: deuxième invariant de l'état des contraintes.

La loi de comportement, en écriture incrémentale est :

$$\dot{\underline{U}} = \frac{1}{E} \underline{\underline{\delta}} + \frac{1}{\eta} \underline{\underline{\sigma}} \langle V(\underline{\sigma}) \rangle \quad (\text{II-125})$$

avec :

$$\langle x \rangle = x \text{ si } x > 0$$

$$\langle x \rangle = 0 \text{ si } x < 0$$

Le modèle de Hohenemser-Prager est non linéaire. Les déformations se décomposent, à tout instant, en deux parties :

- une part instantanée, élastique linéaire
- une part différée, visqueuse pure non newtonienne au-delà du seuil.

Ce modèle, ainsi que d'autres sont développés par ailleurs [25]. Nous n'y reviendrons pas.

II5.5.2 VISCOPLASTICITE A POTENTIEL

Par analogie avec l'élastoplasticité à potentiel, la loi d'écoulement viscoplastique est définie par l'intermédiaire de deux fonctions comme suit [13, 25, 56, 155, 234] :

- une fonction $V(\underline{\sigma})$ qui définit le critère visqueux. Les expressions possibles de V sont analysées par ailleurs [13, 25, 77, 155]

- une fonction v donnant l'écoulement visqueux, dont l'argument est $V(\underline{\sigma})$. v est telle que

$$v(V) = 0 \quad \text{si} \quad V(\underline{\sigma}) < 0 \quad (\text{II-126})$$

$v(V)$ monotone croissante avec V si $V(\underline{\sigma}) > 0$

- un paramètre γ , propriété du matériau et appelée paramètre de fluidité. $\eta = \frac{1}{\gamma}$ est alors sa viscosité.

On admet la décomposition des déformations, comme en élastoplasticité, en une partie élastique linéaire et une partie visqueuse. Cette dernière s'écrit :

$$\dot{\underline{U}}_v = \frac{1}{\eta} \langle v(V) \rangle \frac{\partial V}{\partial \underline{\sigma}} \quad (\text{II-127})$$

Ceci pour la viscoplasticité parfaite [1, 2, 25, 234].

L'écrouissage, comme en élastoplasticité, est introduit par un paramètre α , lui-même fonction des déformations viscoplastiques [234] :

$$\alpha = \alpha(\underline{U}_v) \quad (\text{II-128})$$

et l'on a alors $V = V(\underline{\sigma}, \alpha)$

Dans le modèle de Perzyna [1, 2] $v(f)$ prend la forme

$$v(V) = \left[\frac{\xi^2}{\frac{\partial V}{\partial \sigma} : \frac{\partial V}{\partial \sigma}} \right]^{1/2} \quad (\text{II-129})$$

$$\xi^2 = \underset{\sim}{U}^P : \underset{\sim}{U}^P$$

Dans un exemple de modèle à cap [155], l'expression de v est

$$\text{soit} \quad v(V) = \left(\frac{V}{V_0} \right)^n \quad (\text{II-130})$$

$$\text{soit} \quad v(V) = e \left(\frac{V}{V_0} \right)^n - 1 \quad (\text{II-131})$$

V_0 et n constantes.

La loi d'écoulement global est

$$\underset{\sim}{\dot{U}} = \frac{1}{E} \underset{\sim}{\dot{\sigma}} + \frac{1}{\eta} \langle v(V) \rangle \frac{\partial V}{\partial \underset{\sim}{\sigma}} \quad (\text{II-132})$$

Les déformations visqueuses sont donc normales à la surface viscoplastique et l'on peut par analogie avec l'élastoplasticité, parler de loi associée, dans laquelle V est le potentiel visqueux.

Il est possible de définir un potentiel visqueux g qui détermine la direction de $\underset{\sim}{\dot{U}}$ comme en élastoplasticité [25]. On obtient alors des lois d'écoulement non associées qui amènent aux mêmes difficultés d'unicité de la solution.

Le modèle à seuil de Perzyna est élastique linéaire à l'intérieur de la surface viscoplastique, viscoélastique non linéaire à l'extérieur, avec une fonction V de la forme [25] :

$$V(\underline{\sigma}) = \frac{S(\underline{\sigma})}{y} - 1 \quad (\text{II-133})$$

avec y constante

S fonction homogène d'ordre 1 en $\underline{\sigma}$

Il y a d'autres seuils visqueux proposés dans la littérature (13)].

II5.6 COMPORTEMENT DIFFERE DES ROCHES

Les essais de laboratoire ont depuis longtemps conclu à la nature différée du comportement des massifs rocheux [111, 112]. Mais si l'intérêt géologique a seul suscité les premières investigations, aujourd'hui les besoins de la géotechnique imposent des recherches nouvelles avec des conditions de contraintes et de température plus modérées [118] (voir aussi § 2 de l'INTRODUCTION).

On exécute habituellement trois types d'essais :

- des essais sous état de contraintes constantes ou **essais de fluage**
- des essais sous état de déformations constantes ou **essais de relaxation**
- des essais quasi statiques à vitesse des déformations (parfois des contraintes) **constante**. Ces essais sont habituellement faits pour déterminer le comportement élastoplastique du matériau. Bien que les déformations visqueuses y soient a priori présentes, elles sont en général négligées.

Les essais quasi statiques traduisent aussi - en principe - le caractère visqueux des roches testées. Mais les dispositifs expérimentaux ainsi que les conditions initiales des échantillons (teneur en eau, température, état plus ou moins remanié) amènent souvent de grandes dispersions des résultats et masquent de ce fait l'effet différé.

II5.6.1 ROCHES TESTEES

Différentes roches ont été soumises à des essais différés, surtout à des essais de fluage, pendant quelques heures ou quelques jours pour la plupart, plusieurs mois dans des cas isolés et rares.

La plupart des essais évoqués ci-après ont été effectués en compression simple, mais quelques-uns l'ont été en triaxial axisymétrique [251].

On a ainsi testé en fluage des **dolérites**, des **microgranodiorites**, des **dunités** [125, 212, 213], des **calcaires**, des **marbres** [112, 125, 140, 181, 213, 307, 308], des **granites** [89, 103, 106, 140, 253, 307], des **grès** [72, 140, 213, 307], des **sels** [103, 125, 213, 233, 302, 308], ainsi que diverses autres roches [48, 103, 125, 160, 213, 247, 253, 271].

Les essais de relaxation plus délicats à obtenir sont moins nombreux [14, 140, 142, 230, 266, 271].

Tous ces essais confirment, à des degrés divers, le comportement visqueux des roches testées.

II5.6.2 DESCRIPTION DU FLUAGE

Les roches, les géomatériaux et même les métaux exhibent un comportement fluant qui semble mettre en évidence quatre états différents [103, 118, 149, 204, 210, 212, 233, 253, 298, 307] :

- Un comportement initial élastoplastique.

- Un fluage primaire ou transitoire pour lequel les vitesses de déformations sont décroissantes. Ce fluage est moins bien étudié parce que le début de la courbe est difficile à déterminer (l'évolution vers l'origine des temps est très rapide), mais aussi parce qu'il est d'intérêt limité en géologie. Ce fluage est de durée variable, de plusieurs semaines ou plus pour les roches salines [233], de quelques semaines, quelques heures ou moins pour les roches dures.

En géotechnique le fluage primaire présente un intérêt évident parce qu'il intervient dans les courbes d'essais, augmente la dispersion des résultats. Il peut être un obstacle majeur à l'application des lois élastoplastiques - sensées l'ignorer - en géotechnique.

- Un fluage secondaire ou permanent pour lequel les vitesses des déformations sont constantes. Ce fluage est obtenu à la suite du fluage primaire pour des temps suffisamment longs. Il est mieux connu parce qu'il est plus facile à traiter du point de vue théorique, qu'il permet de définir une viscosité newtonienne pour la roche et qu'il permet également des extrapolations aisées à long terme.
- Un fluage tertiaire accéléré pour lequel les vitesses de déformations augmentent soudainement à la suite du fluage secondaire; parfois de façon inopinée à la suite du fluage primaire déjà. Il n'est observé que pour certains états de contraintes proches de la résistance quasi statique des roches testées, ou alors peut-être pour des temps suffisamment longs.

Les essais de relaxation sont peu nombreux, et de ce fait, sont moins bien connus.

Les contraintes et les déformations de fluage (et de relaxation) sont normalement des grandeurs déviatoires. Pour les roches, le comportement différé volumique semble en effet bien moins significatif. Mais ceci reste à confirmer.

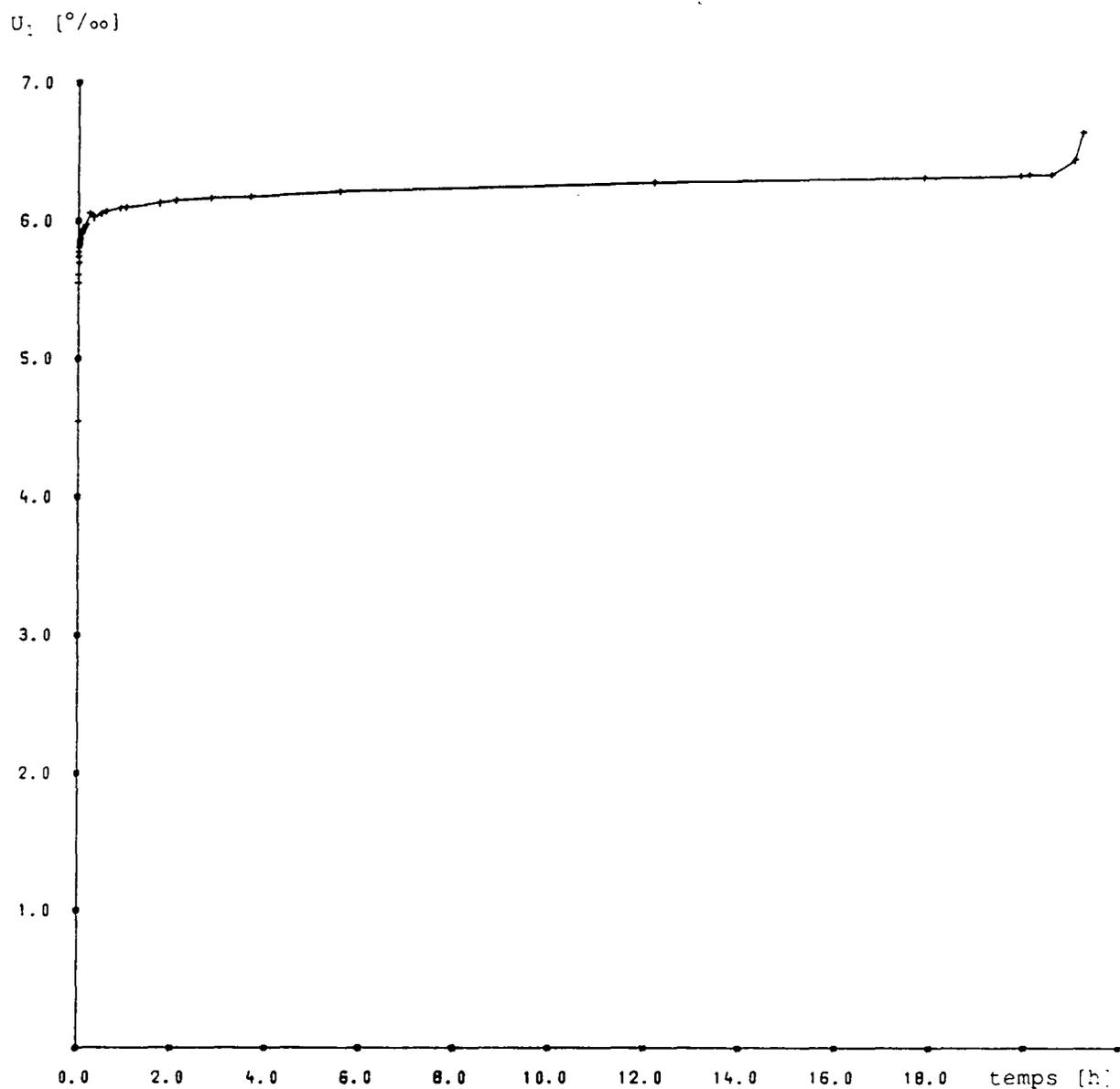


Figure II-5 : Exemple de comportement fluant jusqu'à la rupture d'un échantillon de grès en compression simple

- teneur en eau : environ 0.8 %
- rapport contrainte axiale σ_1^0 /résistance en compression simple : 91 %

II.5.6.3 LOIS DE FLUAGE EMPIRIQUES

De telles lois sont déterminées expérimentalement dans des essais de laboratoire et sont exprimées en contraintes et déformations principales (supposées coaxiales).

Soit donc σ_i et U_i les déviateurs de contrainte et de déformation principales dans la direction i . En fait, la plupart des lois proposées dans la littérature s'intéressent aux valeurs axiales de $\underline{\sigma}$ et \underline{U} .

Nous écrirons ces lois sous la forme :

- en fluage : $U_i = U_i(\sigma_i^0, t) \quad \sigma_i^0 \text{ constant} \quad (\text{II-134})$

- en relaxation : $\sigma_i = \sigma_i(U_i^0, t) \quad U_i^0 \text{ constant} \quad (\text{II-135})$

On rappelle ci-après quelques lois empiriques proposées souvent, d'abord pour les roches salines, même si elle ne donnent pas encore les résultats escomptés [4, 187].

A. Fluage transitoire

On a retenu pour les roches deux lois de comportement en régime transitoire :

- La loi en puissance est généralisée dans l'expression suivante [48, 57, 58, 59, 106, 118, 128, 212, 271] :

$$\dot{U}_i = a(\sigma_i^0) t^{-n} \quad (\text{II-136})$$

$$= \frac{\partial U_i}{\partial t} \Big|_{\sigma_i = \sigma_i^0} \quad (\text{II-137})$$

Cas particulier

$n = 1$: on obtient le fluage logarithmique

$$U_i = a(\sigma_i^0) \log t + b(\sigma_i^0) \quad (\text{II-138})$$

cette expression n'est pas définie pour $t = 0$.

On lui substitue l'expression :

$$U_i = a(\sigma_i^0) \log [1 + \alpha(\sigma_i^0) t] + b(\sigma_i^0) \quad (\text{II-139})$$

qui prolonge la courbe à l'origine des temps.

Le fluage logarithmique est obtenu dans les roches à des températures faibles, inférieures à $0.25 T_m$, T_m étant leur température de fusion.

La relaxation logarithmique est obtenue dans certains sels [14].

Les lois en puissance peuvent être justifiées par la théorie des dislocations [137, 182, 205].

- La loi exponentielle a été vérifiée par certains auteurs dans un **granite** et un **gabbro** sur un essai de flexion qui a duré une année [145] mais aussi d'autres types de roches [59, 118, 308], surtout des **sels** [32, 100, 119, 128, 182, 187, 204, 210, 295, 298].

L'expression généralement proposée est sous la forme :

$$U_i = a(\sigma_i^0)(\alpha + \beta e^{-\delta^2 t}) \quad (\text{II-140})$$

α , β et δ ne dépendent pas de σ_i^0 .

En relaxation les rares essais reportés semblent indiquer que la loi s'écrit [139, 228, 266] :

$$\sigma^0 = b(U^0) e^{-v^2 t} \quad (\text{II-141})$$

v étant une constante.

La loi exponentielle peut aussi être justifiée par la théorie des dislocations [182].

Le coefficient $a(\sigma_i^0)$ des lois en puissance et en exponentiel dépend de σ_i comme suit [181, 205, 212, 213, 251] :

$$a(\sigma_i^0) = K \sigma_i^0{}^n \quad (\text{II-142})$$

$n = 1$ pour des températures $T < 0.25 T_m$

$n = 2$ à 3 pour des températures $T > 0.25 T_m$

B. Fluage permanent

Les données sont plus abondantes pour ce type de fluage. L'essai le plus spectaculaire, en flexion, effectué sur une barre de granite pendant 24 ans [146] confirme, si nécessaire, l'existence de ce comportement.

Un comportement fluant à vitesse constante sur une si longue période ne peut être expliqué par l'évolution de la microfissuration : avec des déformations toujours croissantes, le seuil de rupture serait atteint.

On pense donc que le mécanisme à l'origine du fluage secondaire est de type diffusion des dislocations avec écrouissage et recouvrance ayant lieu à même vitesse [145, 146].

Une vitesse de déformation constante, "vue" sur une courte période d'observation est une approximation, voire une illusion dans les roches compactes : le fluage primaire observé dans le granite dure environ 200 à 300 jours [145].

Une vitesse de déformation constante a cependant un grand intérêt en géologie et même en géotechnique : elle permet d'assimiler la roche dure à un matériau visqueux newtonien, dont la loi de comportement simple permet toutes les extrapolations voulues :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\eta}} : \underline{\underline{\dot{U}}}$$

$\underline{\underline{\eta}}$ tenseur visqueux d'ordre 4.

Pour qu'il en soit ainsi, $\underline{\underline{\eta}}$ doit être indépendant de $\underline{\underline{\sigma}}$; or les résultats rapportés sur les roches montrent justement que $\underline{\underline{\eta}}$ est une fonction, complexe parfois, de $\underline{\underline{\sigma}}$.

Les lois de fluage en régime permanent pour les roches peuvent être résumées comme suit :

- loi d'Eyring [149]

$$\dot{U}_i^0 = k \sinh \frac{\sigma_i^0}{\sigma_i^c} \quad k, \sigma_i^c \text{ constantes} \quad (\text{II-143})$$

- loi exponentielle [181]

$$\dot{U}_i^0 = k e^{\alpha \sigma_i^0} \quad \alpha, k \text{ constantes} \quad (\text{II-144})$$

- loi en puissance [48, 118, 128, 129, 130, 212, 233, 238, 239, 271, 308, 311]

$$\dot{U}_i^0 = k \sigma_i^0{}^n \quad 0 < n < 5 \text{ et } k, n \text{ constantes} \quad (\text{II-145})$$

Une tentative de généralisation de la loi en puissance a été effectuée sous la forme :

$$I_{2\dot{U}} = k [I_{2\underline{\underline{\sigma}}}]^n \quad (\text{II-146})$$

et appliquée aux essais de fluage triaxiaux sur la potasse et le sel [67].

C. Fluage tertiaire

Il y a peu de résultats sur le fluage tertiaire parce que la rupture n'a pas toujours lieu dans les essais de fluage au bout d'un temps fini.

En fluage tertiaire, la contrainte de rupture semble proportionnelle au logarithme du temps à la rupture [103]. Dans des essais précédemment effectués (et non publiés) par notre Laboratoire, sur le grès utilisé pour le présent travail, une telle loi s'écrit (pour la roche saturée) :

$$\sigma_1^0 = 6.85 - 0.4 \log_{10} t_r \quad (\text{II-147})$$

pour

$$\frac{\sigma_1^0}{\sigma_1^c} > 60 \%$$

σ_1^0 : contrainte de fluage [MN/m^2]

σ_1^c : résistance en compression simple de la roche [MN/m^2]

t_r : temps à la rupture, compté à partir de la mise en charge, compris entre 0 et 100 mn

Existe-t-il un seuil en contraintes, en deça duquel le fluage tertiaire n'a pas lieu ? Des essais sur un tuf semblent confirmer l'existence d'un tel seuil [6]. Certains travaux stipulent par ailleurs que le fluage tertiaire se produit à la suite du fluage secondaire quand la vitesse de déformation atteint une certaine valeur critique [203].

Les lois de probabilités ont été utilisées pour exprimer la distribution de la probabilité de rupture d'échantillons de laboratoire, comme cela est d'usage en hydraulique pour le calcul des crues notamment.

Ainsi, la loi de Weibull permet de retrouver la rupture logarithmique du fluage tertiaire [105, 162, 171, 177, 196].

II5.6.4 INTERPRETATION DU FLUAGE ET DE LA RELAXATION

L'interprétation physique du comportement différé des roches est encore spéculative. Il y a au moins deux mécanismes possibles qui régissent le mouvement de la matrice rocheuse (cf. § I1 et I4) :

- Les dislocations cristallines comme dans les métaux qui expliqueraient le fluage permanent et en partie le fluage primaire.
- La microfissuration intra- et intergranulaire par le jeu des contraintes internes (cf. § I4.2). Ce type de mécanisme pourrait expliquer le fluage primaire. Il est sûrement à la base du fluage tertiaire ou la localisation des déformations a lieu pour des confinements faibles.

Dans l'état actuel des connaissances, ces mécanismes semblent être même en compétition dans les déformations des roches [57, 137].

II5.6.5 INFLUENCE DE L'EAU ET DE LA TEMPERATURE

On sait que la teneur en eau affecte le comportement rhéologique des roches mais dans des proportions non encore éclaircies.

Par contre, l'effet de la température sur le fluage des roches a été étudiée de façon systématique et détaillée [119, 129, 181, 205, 212, 253, 307, 308, 311].

Ces études intéressent des températures entre la valeur ambiante et celle de fusion de la roche. Pour de telles échelles thermiques, le mécanisme d'altération de la matrice rocheuse est un processus d'activation thermique et de fusion partielle des minéraux constitutifs.

Les déformations de fluage enregistrées sont donc proportionnelles à un terme qui s'écrit :

$$e^{-\frac{Q}{RT}}$$

appelé loi d'Arrhénius, et dans lequel :

Q est l'énergie d'activation thermique

T est la température absolue de la matrice rocheuse

R est la constante des gaz parfaits.

Malheureusement, la loi d'Arrhénius intéresse peu la géotechnique "classique", où la plage des températures est entre la température ambiante et environ 200°C. Dans cette plage, on n'arrive pas à définir une énergie d'activation thermique, peut-être parce que ce mécanisme d'activation n'y est pas dominant [212].

En fait, le chauffage des roches en-dessous de 200°C aboutit parfois, non pas à une augmentation du fluage comme prévue par l'activation thermique, mais à une diminution de celui-ci. Cette diminution est imputée à l'effet de la présence d'eau même sous forme de traces (cf. § I2).

L'effet de la température ne semble pas se limiter à l'activation thermique de la roche, puisqu'il change aussi les paramètres du fluage (cf. § II5.6.3).

II6 CONCLUSIONS

L'abandon de l'écriture globale au profit d'une reformulation incrémentale des lois rhéologiques est dictée par le besoin de s'adapter aux progrès du calcul numérique par ordinateur.

En élastoplasticité cette reformulation est définitivement adoptée. On propose une écriture analogue pour les lois visqueuses, sans oublier que les lois élastoplastiques en sont un cas particulier. Cette écriture incrémentale permet de représenter l'ensemble des modèles viscoplastiques de la littérature à notre connaissance.

Parmi les lois élastoplastiques, les lois à potentiel trouvent une application plus importante en géotechnique, surtout en mécanique des sols. Les lois élastoplastiques non linéaires sont récentes et ne donnent de ce fait pas encore de résultats qui puissent juger de leur intérêt pratique.

Parmi les lois visqueuses, les modèles "rhéologiques" et les modèles linéaires de Boltzmann ont été largement utilisés pour décrire le comportement fluant des sols et des roches. Sur la trace des lois à potentiel en élastoplasticité, des tentatives d'application des lois viscoplastiques à potentiel en géotechnique ne semblent pas prometteuses à l'heure actuelle.

Il y a abondance des résultats d'essais de fluage dans les roches, une carence évidente mais justifiée en essais de relaxation. L'ajustement des points expérimentaux est parfois ambigu, parce qu'un tel ajustement n'est pas unique et l'on peut parfois aboutir à plusieurs lois de fluage différentes qui approximent également ces points.

Les lois évoquées sont de type puissance, logarithme ou exponentiel, ces diverses formulations n'aboutissant pas aux mêmes résultats d'extrapolation. Elles doivent cependant être considérées comme étant des lois de comportement sur des chemins simples.

III ETUDE D'UN GRES

La réalisation d'essais de laboratoire aide à la compréhension du comportement mais

- les essais de laboratoire ne représentent en général pas les chemins de chargement divers observés ou supposés in situ
- les essais quels qu'ils soient ne permettent pas à eux seuls de déduire le comportement général; ils peuvent tout au plus aider à le suggérer.

A contrario, quel peut être l'intérêt en géotechnique d'un modèle de comportement qui n'ait pas été appliqué aux résultats d'essais effectués parallèlement ?

La recherche d'un modèle ne peut se limiter ainsi à l'exécution d'essais pas plus qu'à des considérations théoriques seules. Une telle recherche doit se situer à mi-chemin entre ces deux pôles : c'est bien cette idée qui guide le travail réalisé dans cette troisième partie.

III1 GENERALITES

La première difficulté de l'interprétation des essais provient de la **dispersion** de leurs résultats. Le problème de la dispersion a été évoqué par ailleurs dans ce travail (cf. § I6).

Une dispersion importante a pour premier inconvénient de masquer la tendance soupçonnée des résultats expérimentaux. Pour remédier à cette insuffisance des dispositions pratiques sont prises :

- échantillonnage effectué dans un même bloc
- utilisation de presses rigides
- mesures en continu des contraintes et des déformations
- contrôle des paramètres constants : teneur en eau, température ...
- calcul de l'erreur commise dans la détermination de la contrainte par la déformation de l'échantillon en tonneau (annexe H).

III1.1 ESSAIS EFFECTUES

- Essais d'identification
 - densité
 - composition minéralogique
 - porosité
 - teneur en eau

- Essais uniaxiaux à vitesse de déformation constante
 - essais de chargement monotone
 - effet de la vitesse de déformation sur la courbe contrainte-déformation
 - essais de charge-décharge

- Essais uniaxiaux différés
 - essais de fluage en charge-décharge
 - quelques essais de relaxation en charge pendant quelques dizaines de minutes, voire quelques minutes seulement.

III1.2 ROCHE TESTEE

La roche étudiée est une molasse gréseuse constituant le plateau suisse entre le Jura et les Préalpes.

Elle a été choisie par son abondance et la fréquence de son apparition dans les travaux souterrains exécutés dans la région.

D'aspect homogène, non fissurée et de consistance friable, la roche provient des carrières de Villarlod et de Massonens dans le canton de Fribourg. Elle est extraite par blocs de l'ordre du mètre cube chacun.

Au laboratoire des échantillons \varnothing 55 et d'éclatement 2 y sont ensuite taillés dans des conditions semblables. On ne retrouve évidemment pas l'état de la roche in situ, mais le stockage et le contrôle des échantillons a permis de limiter la plage de température et de teneur en eau dans des marges étroites.

III.1.3 DISPOSITIONS PRATIQUES ADOPTÉES

- a. Les **déformations en essais quasi statiques** sont mesurées entre plateaux par comparateur magnétique et pour comparaison, aussi parfois par jauges.

La presse utilisée est de type rigide, d'une capacité de 50 tonnes-forces. Le vérin y est asservi en déformation.

- b. En essais de fluage les mesures de déformations sont effectuées par jauges seulement : deux jauges axiales et deux latérales dont on prend les **moyennes axiale et latérale**.

Les inconvénients de ce type de mesure sont :

- difficultés de collage sur une roche friable et granuleuse
- manque de fiabilité à l'approche de la rupture ainsi qu'aux temps relativement longs (au-delà de quelques jours).

Les avantages sont :

- une meilleure définition du début de la courbe de fluage excluant les effets de bord des plateaux
- la possibilité de mesurer les déformations latérales.

Ces essais ont nécessité la réalisation de quatre cadres rigides pour essais uniaxiaux par l'intermédiaire de vérins de 5 tonnes-force de capacité unitaire.

La pression fournie par un réservoir d'azote est modulée par un détendeur, augmentée par un multiplicateur de pression puis envoyée en parallèle sur les vérins. La contrainte est mesurée en continu (Fig. III.1).

c. Les quelques essais de relaxation ont été réalisés sur la presse rigide de 50 tonnes-force et les déformations y sont mesurées par un comparateur.

Dans tous les cas, l'acquisition des données est effectuée de façon automatique. Tous les calculs ont été réalisés sur ordinateur. Il en est de même d'une grande partie des graphiques présentés.

Légende

1. régulateur de pression
2. multiplicateur de pression
3. manomètre
4. cadre de fluage :
 - a. échantillon
 - b. chemise
 - c. plaque métallique supérieure
 - d. fluide caloporteur
 - e. tige métallique rigide
 - f. vérin de 5 tonnes-force
 - g. isolant

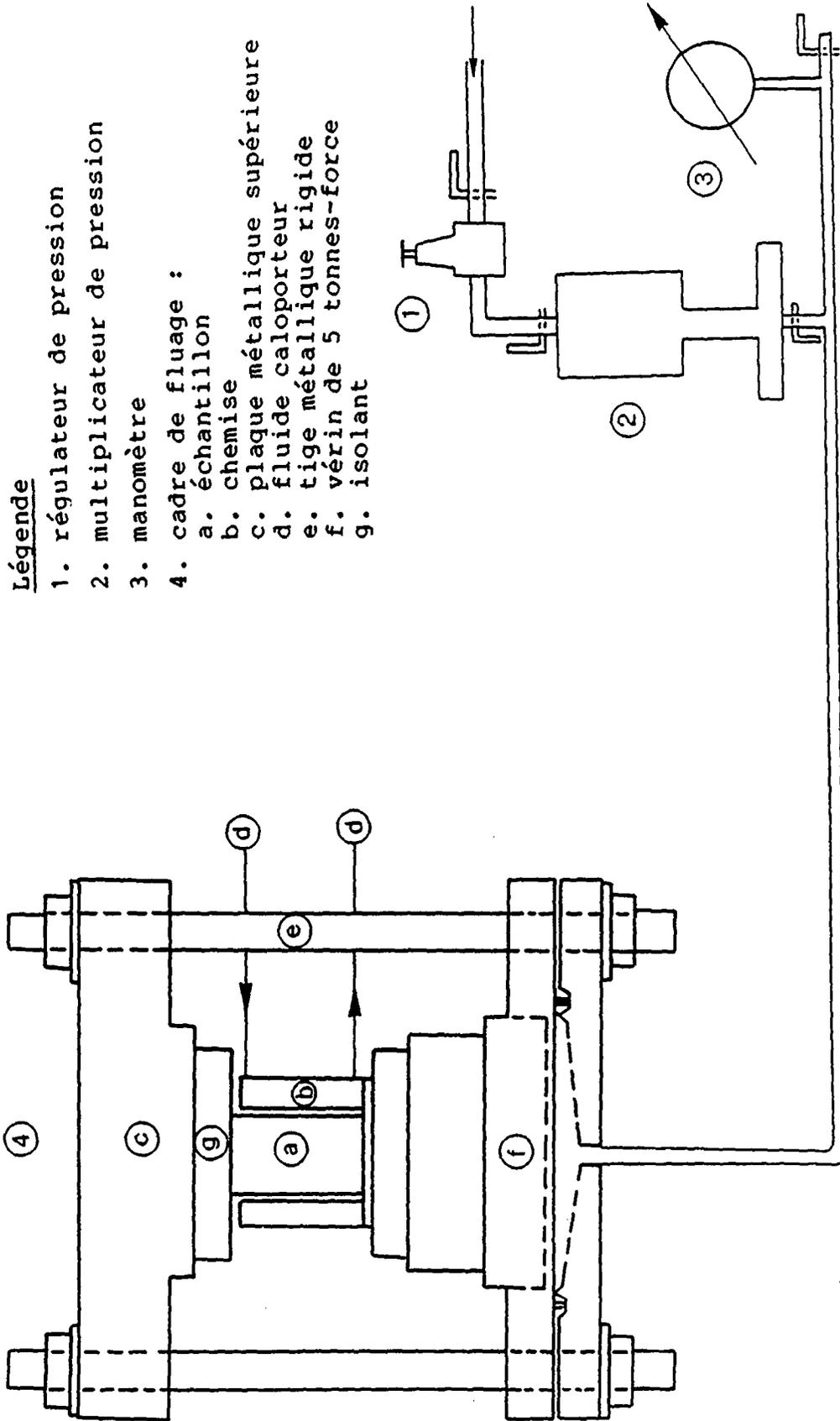


Fig. III.1 : Installation de fluage

III1.4 ESSAIS D'IDENTIFICATION DE LA ROCHE

Poids volumique sec 22 kN/m³
 Poids spécifique 26.5 kN/m³
 Teneur en eau à saturation 6 % environ
 Porosité équivalente 17 % environ
 Perméabilité hydraulique 1.2 10⁻⁹ m/s
 Composition minéralogique :
 • quartz 67 %
 • carbonates 28 %
 • argiles 5 %

TENEUR EN EAU

Date	Echantillon	Teneur en eau en %			
		20°C	50°C	80°C	105°C
10.10.86	A	0.80	0.30	0.07	0
20.10.86	B1	0.85	--	--	0
	B2	0.90	--	--	0
	B3	0.69	--	--	0
	B4	0.62	--	--	0
04.12.86	C1	0.62	0.26	0.07	0
	C2	0.62	0.26	0.08	0
	C3	0.68	0.24	0.08	0
	C4	0.70	0.26	0.08	0
23.06.87	D1	1.00	--	--	0
	D2	1.03	--	--	0
10.07.87	E1	0.92	--	--	0
	E2	0.96	--	--	0
12.10.87	F1	0.90	--	--	0
	F2	0.80	--	--	0
	F3	0.80	--	--	0

Tableau 5 : Contrôle de la teneur en eau des échantillons

EFFET DE L'HUMIDITE RELATIVE

Humidité relative en %	0	9	33	55	81	93	100
Teneur en eau en %	0	0.2	0.5	0.6	0.8	0.9	5.8

Tableau 6 : Humidité relative et teneur en eau

Conclusion :

La roche étudiée est sensible aux conditions hydriques de stockage. Cependant, en cours d'essais, la teneur en eau a pu être gardée dans une fourchette étroite : 0.6 à 1 % qui correspond à une variation de l'humidité relative de stockage entre 55 et 95 %.

.

III2 ESSAIS QUASI STATIQUES

Les essais uniaxiaux effectués sont de deux sortes :

- les essais à **charge monotone** pour plusieurs vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}_1^0$ de la presse. Ces essais donnent l'évolution de la résistance en compression simple σ_1^C et du module en charge E_C (défini entre 20 % et 80 % de σ_1^C) avec $\dot{\varepsilon}_1^0$.
- des essais de **charge-décharge** donnant le module de charge E_C et les modules de décharge E_D , de recharge E_R ou moyen E_M . Ces essais ont pour but notamment de vérifier la réversibilité du comportement de la roche au laboratoire.

Dans le cas des mesures par jauges, on peut déterminer encore le coefficient d'expansion latérale ν par ajustement de la courbe $(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$ entre 20 % et 60 % de la charge de rupture.

Sur les fissures III.2 et III. 3 l'ajustement linéaire des points expérimentaux est représenté en pointillés. En dépit de l'exemple donné en III.2 b, on peut douter du fonctionnement des jauges de contraintes au voisinage de la rupture.

Par ailleurs, les résultats de l'essai X3355 sont imputés à une hétérogénéité locale du bloc de prélèvement.

III.2.1 EXEMPLE DE COURBES QUASI STATIQUES OBTENUES

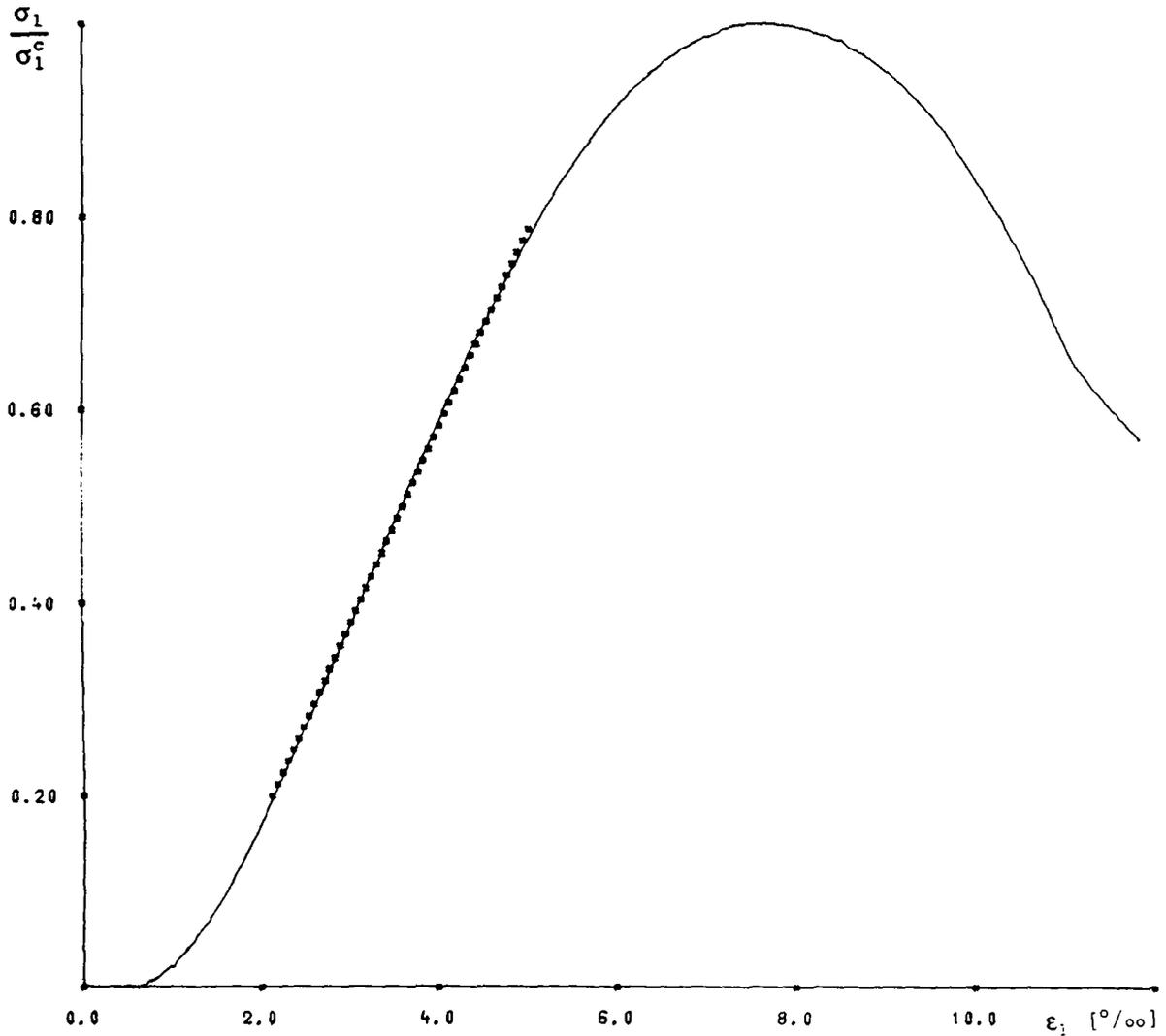


Fig. III.2 a : Exemple de courbe de charge monotone

Echantillon X0331

$$\sigma_1^C = 12.5 \text{ MN/m}^2$$

$$\dot{\epsilon}_1^0 = 0.4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$E_C = 2540 \text{ MN/m}^2 \text{ (mesures au comparateur)}$$

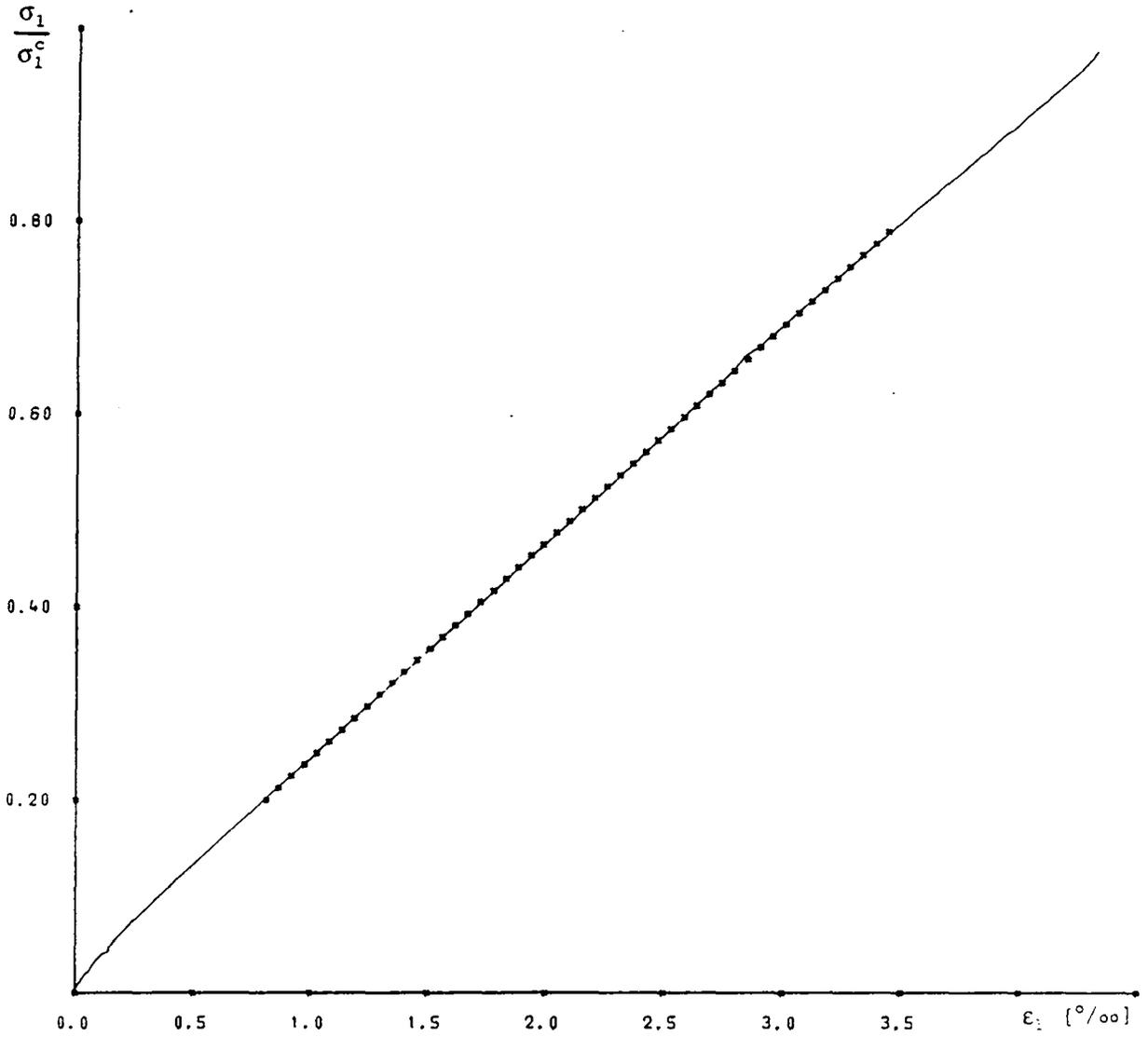


Fig. III.2 b : Exemple de courbe de charge monotone

Echantillon X0331

$$\sigma_1^C = 12.5 \text{ MN/m}^2$$

$$\dot{\epsilon}_1^0 \approx 0.4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$E_C \approx 2800 \text{ MN/m}^2 \text{ (mesures par jauges)}$$

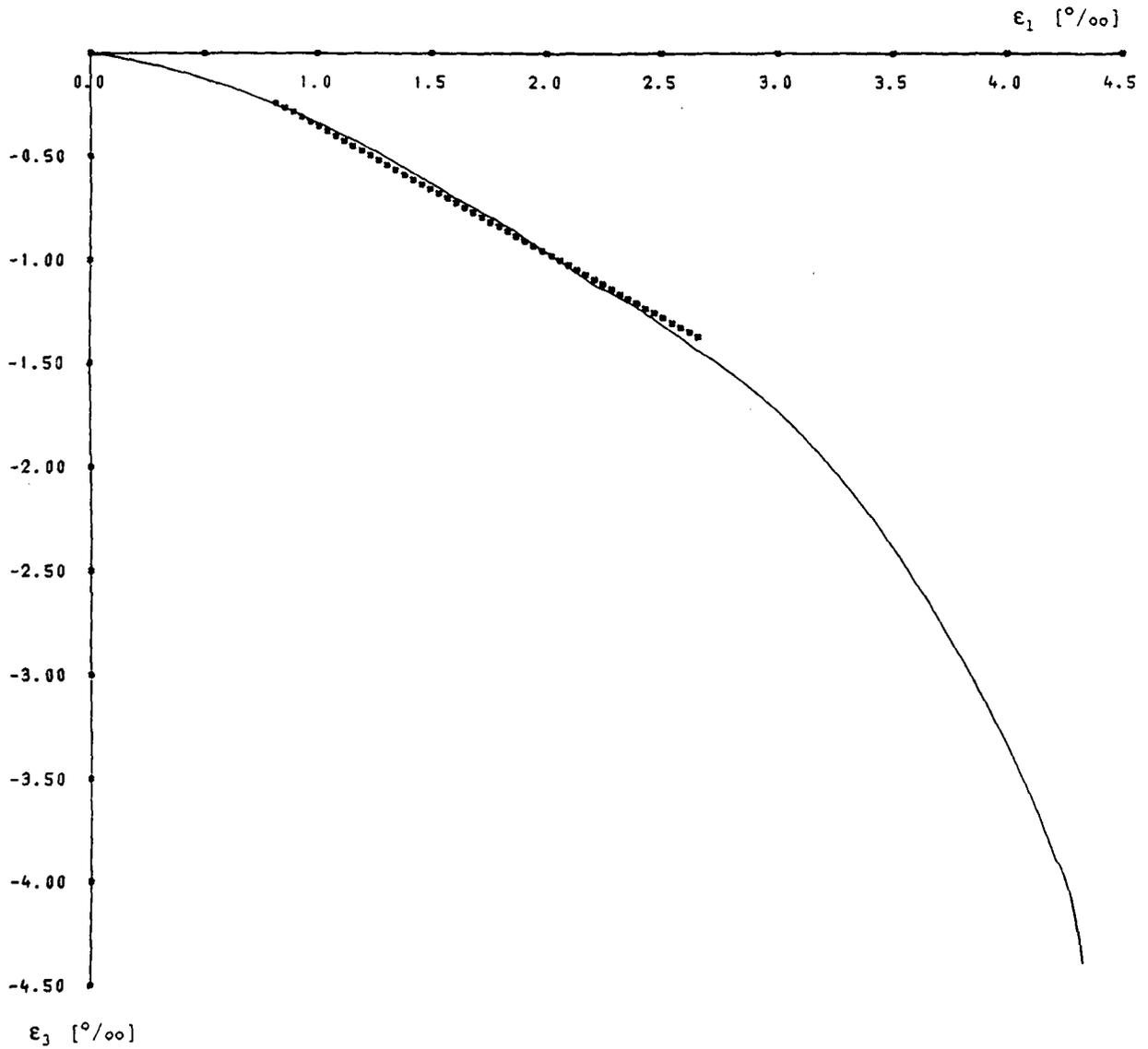


Fig. III.2 c : Exemple de courbe de charge monotone

Echantillon X0331

$$\sigma_1^C = 12.5 \text{ MN/m}^2$$

$$\dot{\epsilon}_1^0 = 0.4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\nu_C = 0.60 \text{ (mesures par jauges)}$$

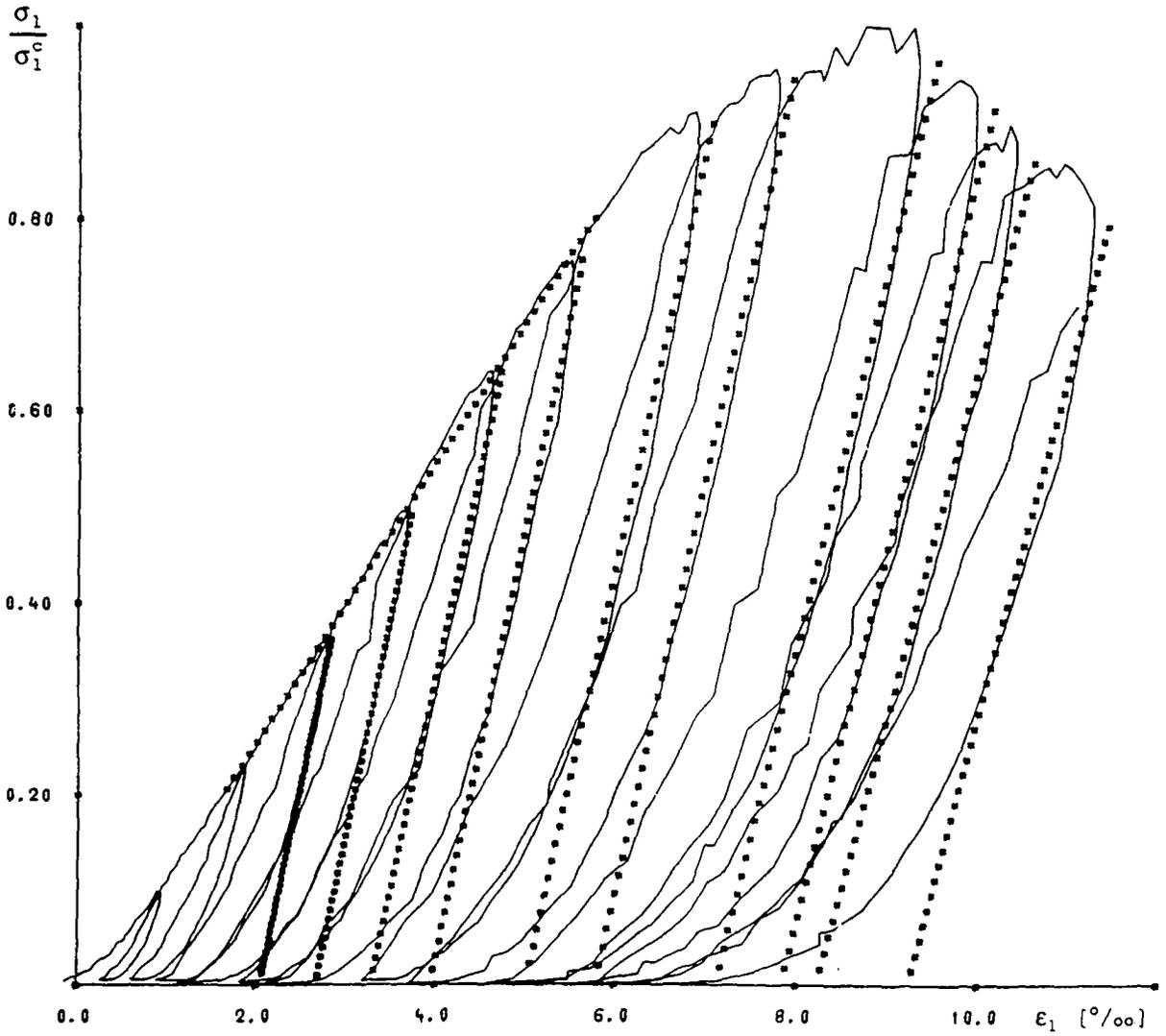


Fig. III.3 : Exemple de courbe de charge-décharge

Echantillon XCD4

$\sigma_1^C = 15.9 \text{ MN/m}^2$ (mesures par jauges)

III.2.2 EFFET DE LA VITESSE DE DEFORMATION

Les résultats des mesures en charge monotone sont donnés en annexe D et résumés dans le tableau 7 ci-après :

$\dot{\epsilon}_1^0$ [s ⁻¹]	nombre d'essais	σ_1^C		E_c		$E_{ad}=E_c/\sigma_1^C$	
		$\bar{\sigma}_1^C$ [MN/m ²]	CV [%]	\bar{E}_c	CV [%]	\bar{E}_{ad}	CV [%]
$3.6 \cdot 10^{-3}$	7	12.7	4	2270	8	180	7
$1.4 \cdot 10^{-3}$	4	13.0	2	2350	7	180	5
$0.4 \cdot 10^{-3}$	8	12.7	3	2150	5	170	7
$0.4 \cdot 10^{-4}$	6	12.1	3	2350	9	195	8
$0.3 \cdot 10^{-6}$	7	11.0	3	2280	6	200	6

Tableau 7 : Paramètres de charge en fonction de la vitesse de presse

On a reporté graphiquement figures III.4 à III.6 l'évolution des paramètres du tableau 7 avec la vitesse de déformation.

De ce tableau ainsi que des graphiques reportés, il découle que la vitesse de déformation joue un rôle sur la résistance à la rupture alors que les modules de charge semblent inchangés. En considérant l'échantillon formé par l'ensemble des modules mesurés, le coefficient de variation, de 7.3 % confirme cette invariante constatée graphiquement.

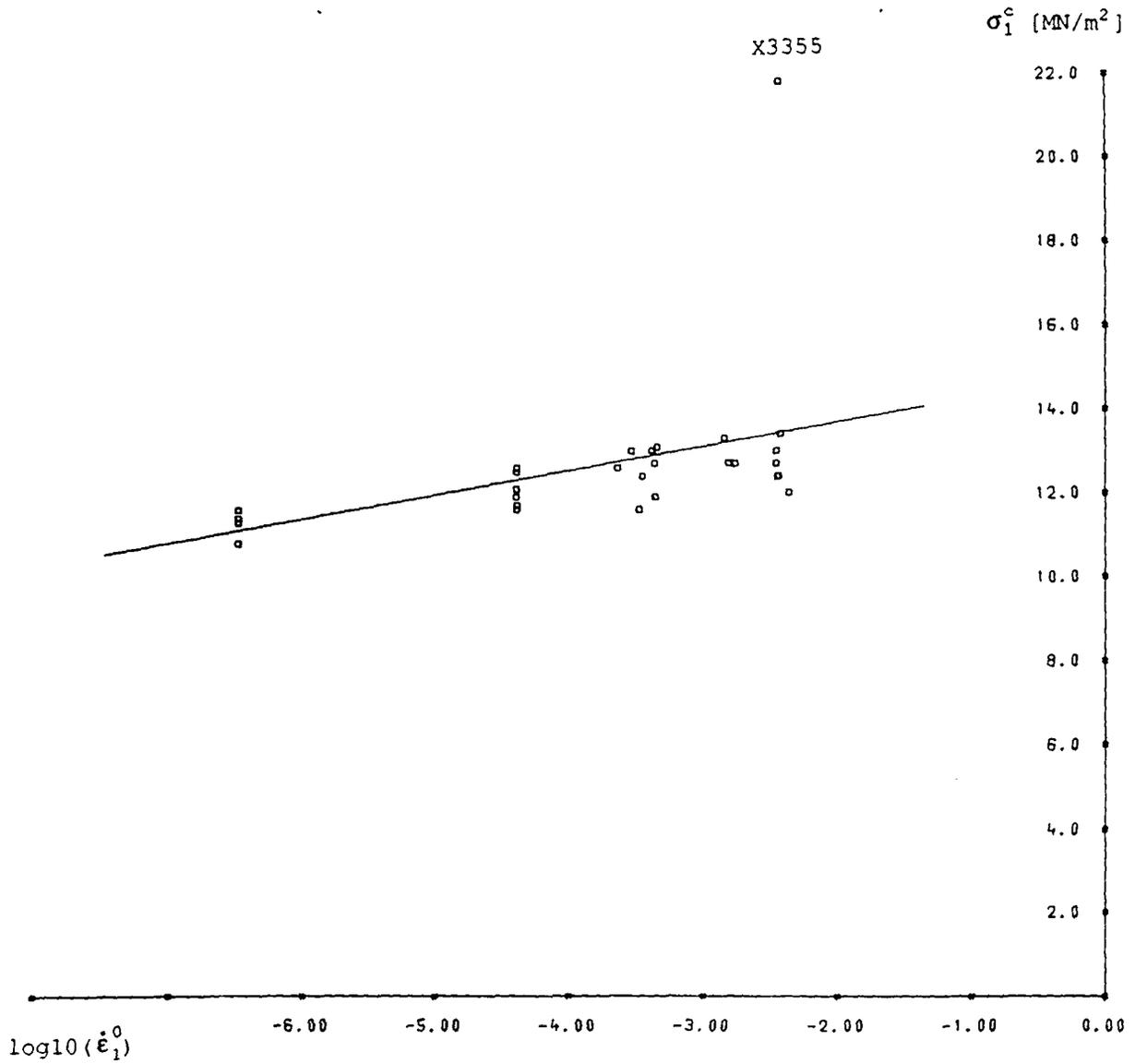


Fig. III.4 : Variation de σ_1^C avec $\dot{\epsilon}_1^0$

$$\sigma_1^C = 0.58 \log_{10} (\dot{\epsilon}_1^0) + 14.9$$

σ_1^C en MN/m²

$\dot{\epsilon}_1^0$ en s⁻¹

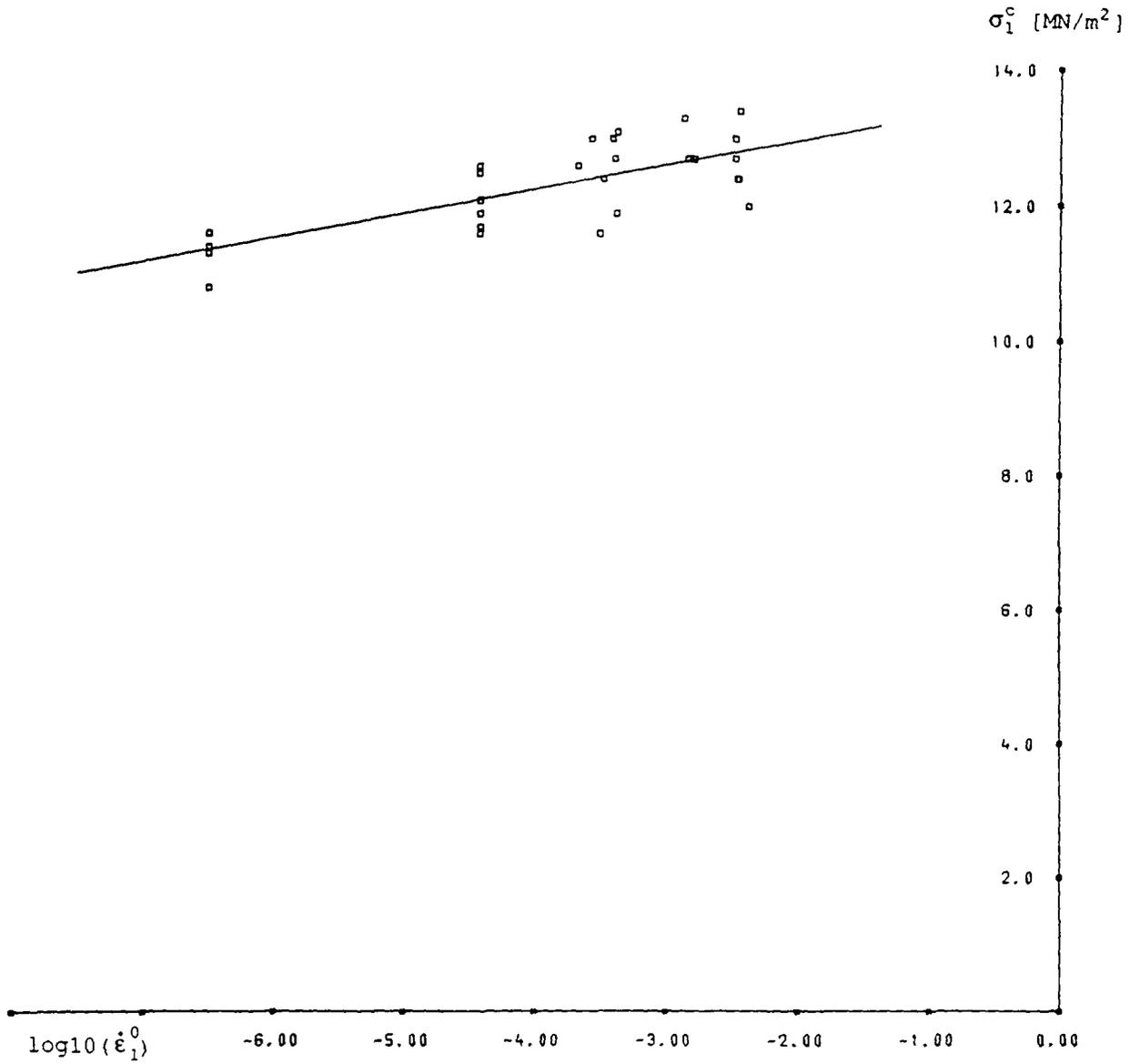


Fig. III.5 : Variation de σ_1^C avec $\dot{\epsilon}_1^0$ (sans l'échantillon X3355)

$$\sigma_1^C = 0.36 \log_{10} (\dot{\epsilon}_1^0) + 13.7$$

σ_1^C en MN/m²

$\dot{\epsilon}_1^0$ en s⁻¹

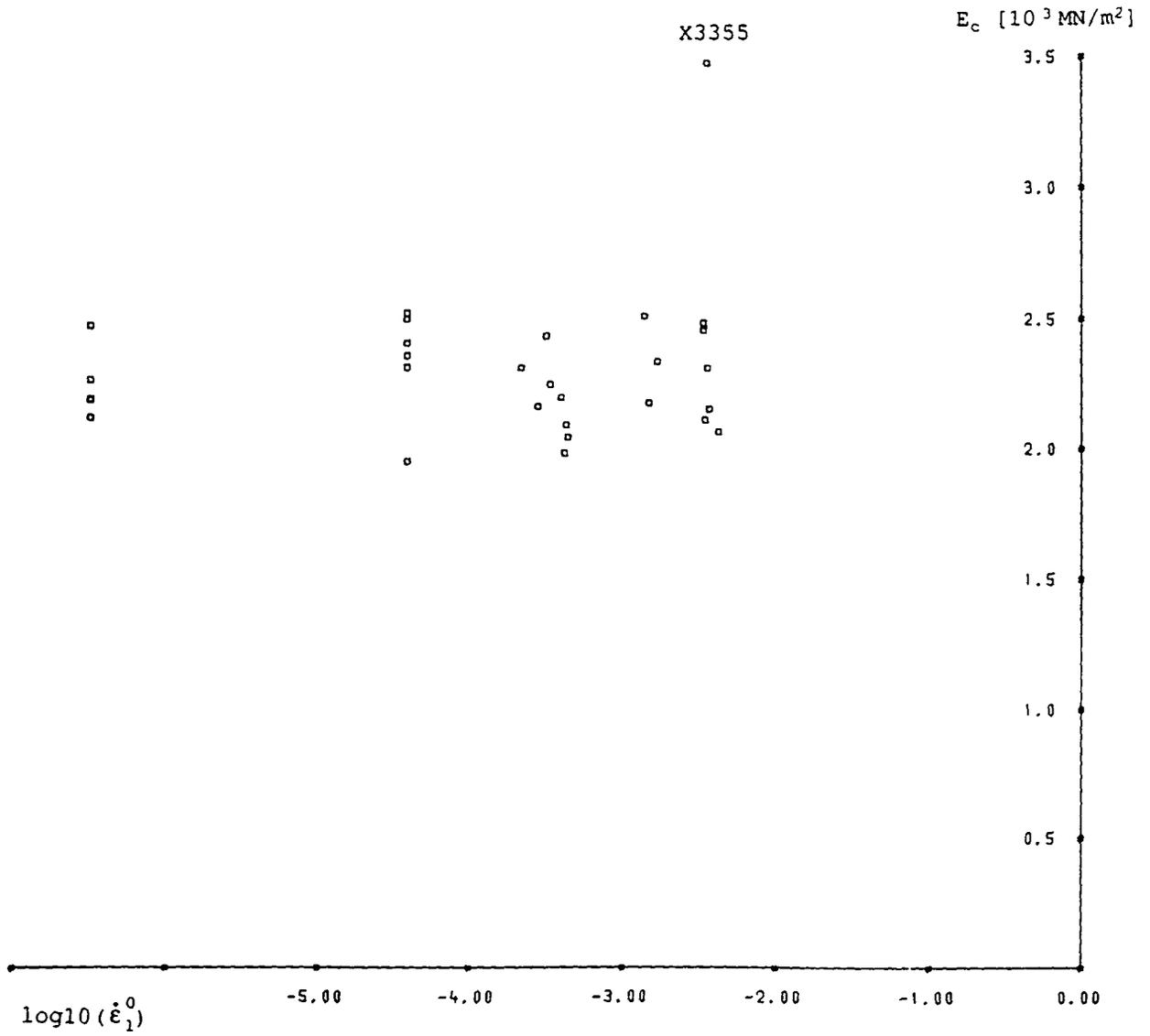


Fig. III.6 : Modules de charge E_C et $\dot{\epsilon}_1^0$

Les modules de charge ne semblent pas évoluer quand $\dot{\epsilon}_1^0$ varie

III.2.3 ESSAIS EN CHARGE-DECHARGE

Les résultats d'essais uniaxiaux en charge-décharge sont donnés en annexe E. Le tableau 8 ci-après en donne un résumé :

Essai	σ_1^c [MN/m ²]	E_c [MN/m ²]	E_c / σ_1^c	Décharge		Recharge		Moyenne ¹⁾	
				E_d [MN/m ²]	E_d / σ_1^c	E_r [MN/m ²]	E_r / σ_1^c	E_m [MN/m ²]	E_m / σ_1^c
XCD1	9.6	1806	189	4971	520	3176	333	3415	357
XCD2	11.1	1994	180	5092	461	3366	304	3174	287
XCD3	9.8	1717	176	4730	484	2926	299	2922	299
XCD4	15.9	2321	146	7029	442	4591	289	4467	281
XCD5	11.4	2152	189	6097	536	3784	333	3424	301
XCD6	12.3	2316	188	7321	594	4058	329	4191	340
XCD7	12.5	2387	191	7539	602	4189	334	4227	337
XCD8	11.5	3263	283	7533	653	3656	317	3493	303
XCD9	11.4	1826	160	6603	578	3649	319	3315	290
Moyenne	11.7	2198	189	6304	541	3711	317	3625	311
Ec. Type	1.85	470	38	1171	71	519	17	535	23
C.V. %	16	21	20	19	13	14	5	15	9

Tableau 8 : Résultats d'essais uniaxiaux en charge-décharge, mesure des déformations par comparateur

$$\dot{\epsilon}_1^0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

¹⁾ Ajustement de l'ensemble des points de décharge et de recharge

III.2.4 INFLUENCE DU SYSTEME DE MESURE DES DEFORMATIONS

Le tableau ci-après donne les résultats condensés des mesures comparées par **jauge** et **comparateur** sur quelques échantillons testés de cette manière.

$\dot{\epsilon}_1^0$ [s ⁻¹]	Essai	ν	E_{cc} [MN/m ²] comparateur	E_{cj} [MN/m ²] jauges	Rapport E_{cj}/E_{cc}
$0.4 \cdot 10^{-4}$	X0331	0.61	2531	2786	1.10
	X0332	--	2507	2805	1.12
	X0333	0.50	2365	3356	1.42
$0.3 \cdot 10^{-6}$	X0336	0.23	2277	2999	1.32
	X0337	0.23	2487	3172	1.28
	X0338	0.24	2441	3108	1.27

Tableau 9 : Résultats d'essais comparatifs
jauge et comparateur

Ce tableau montre, en dépit de variations notables du rapport E_{cj}/E_{cc} , que les déformations sont surestimées d'environ 25% quand elles sont mesurées par un comparateur magnétique.

On retiendra pour la suite du travail le rapport suivant liant les modules :

$$\frac{E_{cj}}{E_{cc}} \approx 1.25$$

(III.1)

III2.5 CONCLUSIONS AUX ESSAIS QUASI STATIQUES

- L'effet de la vitesse de déformation est manifeste sur le **pic de la rupture** en compression simple mais pas en amont. Ce résultat confirme les études effectuées antérieurement (cf. § I5.2). Cependant, l'effet de la vitesse ne peut pas être nécessairement attribué à l'effet visqueux de la roche. Cet effet peut en effet être imputé aux mécanismes des déformations en compétition au sein de la roche.
- Les **modules de charge** ne semblent pas dépendre de la vitesse de déformation en essai quasi statique. Cette particularité de la roche ne semble pas avoir été reconnue dans les travaux expérimentaux antérieurs.
- Les essais de **charge-décharge** mettent en évidence le comportement irréversible de la roche au laboratoire.

Dans un projet, quand le chemin en contraintes est de type charge-décharge, l'hypothèse d'un comportement élastique de module E_c surestime les déformations dans un rapport qui peut atteindre 3.
- Les mesures des déformations par comparateur majorent celles-ci d'un facteur 25 % environ.
- Les coefficients d'expansion latérale ne semblent pas comparables d'un échantillon à un autre.

III3 ESSAIS DIFFERES

On a effectué des essais de **fluage** ainsi que quelques essais courts en **relaxation**.

La première difficulté des essais différés est due au choix de leur **durée** : à partir de quel moment le fluage permanent puis le fluage tertiaire sont-ils atteints ?

On ne sait pas encore avec certitude si tout fluage permanent se termine par la rupture. Il semble que le temps à la rupture ne soit pas toujours une donnée finie [ITO, 1983].

Pour des raisons pratiques évidentes les essais présentés ici sont de courte durée : 15 jours ou moins. La limite à l'interprétation de tels essais s'impose d'elle même : le fluage permanent ne pourra pas être précisé.

Le but de ces essais se limite donc à modéliser le comportement immédiat de la roche. Il est vrai que celle-ci ne flue que modestement dans les conditions décrites, en comparaison des roches salines et des sols.

Le fluage permanent se caractérise par une constante : sa vitesse de déformation en fin de fluage primaire.

Cette constante peut être estimée à la suite du fluage primaire par le prolongement de la pente de ce dernier en fin d'essai. Une telle estimation dépend grandement de la loi d'ajustement retenue. C'est pour cela aussi que celle-ci doit être choisie judicieusement.

III.3.1 CHOIX DE LA LOI D'AJUSTEMENT

Le paragraphe II5.6.3 s'est attaché à mettre en évidence pour les roches, trois types de lois de fluage (ou de relaxation) possibles :

- les lois en exponentiel
- les lois en puissance
- les lois logarithmiques.

L'ajustement des essais de fluage pour les trois types de lois a permis de choisir la loi logarithmique qui donne la meilleure estimation de la courbe expérimentale.

En relaxation, la loi logarithmique a été retenue pour ajuster aussi les quelques essais effectués en relaxation.

Ainsi :

- en fluage $\epsilon_k = \epsilon_k^i + \alpha_k \log (1 + \beta_k t)$ $k = 1$ ou 3 (III.2)
- pour t grand $\epsilon_k \approx \epsilon_k^i + \alpha_k \log \beta_k + \alpha_k \log t$ (III.3)

ϵ^i déformation instantanée correspondant à la mise en charge de la contrainte axiale σ .

Remarques relatives à α :

- $\alpha = \alpha (\sigma - \sigma_0)$ σ_0 contrainte de référence
- α est indépendant de l'unité des temps
- α a la dimension de ϵ .

- en relaxation $\sigma_1 = \sigma_1^i + a \log (1 + At)$ (III.4)
- si t grand $\sigma_1 \approx \sigma_1^i + a \log A + a \log t$ (III.5)

σ^i contrainte instantanée correspondant à la mise en déformation axiale ϵ constante.

Remarques relatives à a :

- $a = a (\epsilon - \epsilon_0)$ ϵ_0 déformation de référence
- a ne dépend pas de l'unité de temps
- a a la dimension de σ

III.3.2 EXEMPLES DE COURBES EXPERIMENTALES OBTENUES

On présente les fissures III.7 et III.8 ci-après comme des exemples de courbes expérimentales obtenus (en trait continu) ainsi que leur ajustement logarithmique.

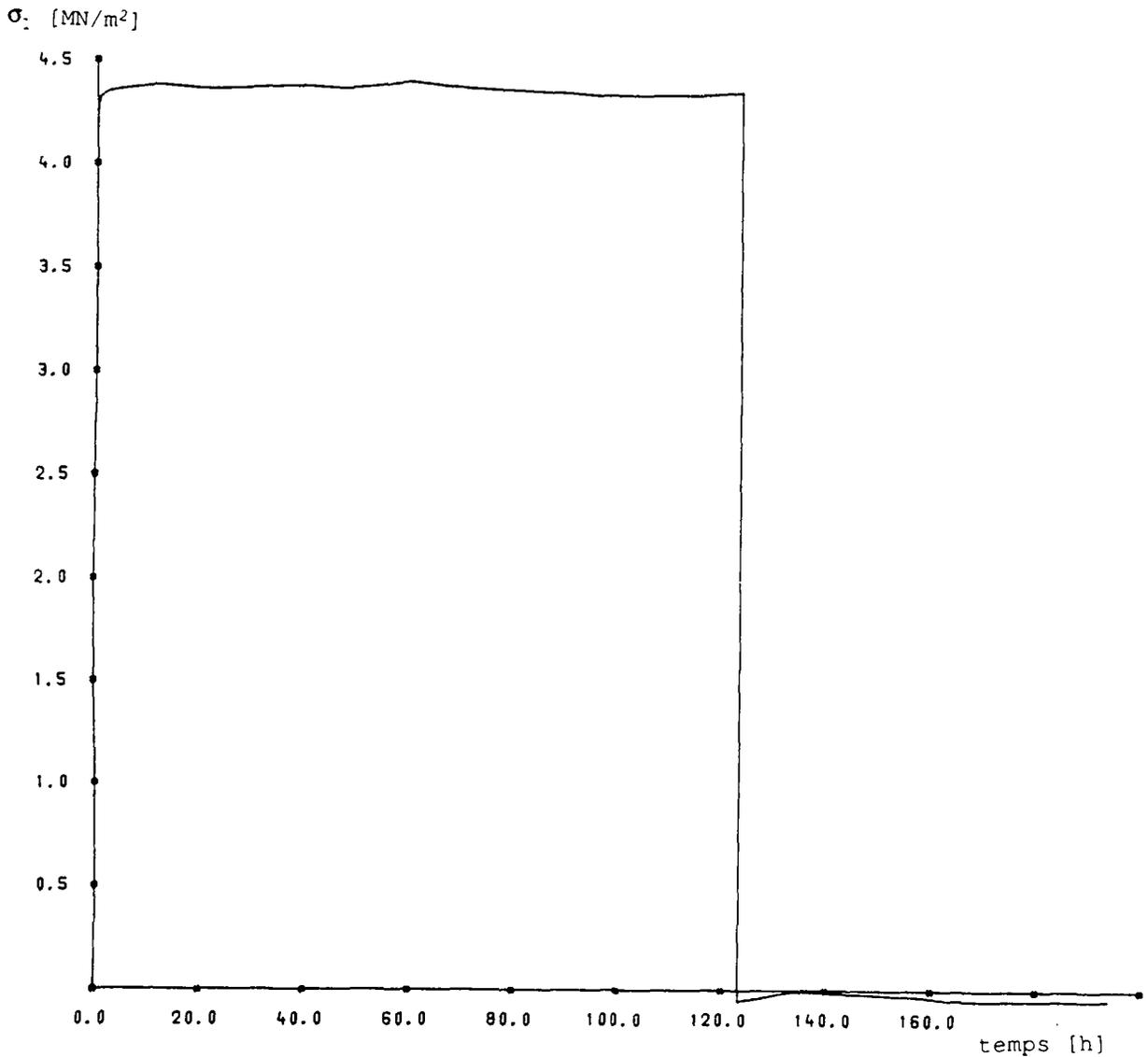


Fig. III.7a : Courbe de charge puis décharge dans un essai de fluage - Echantillon 10

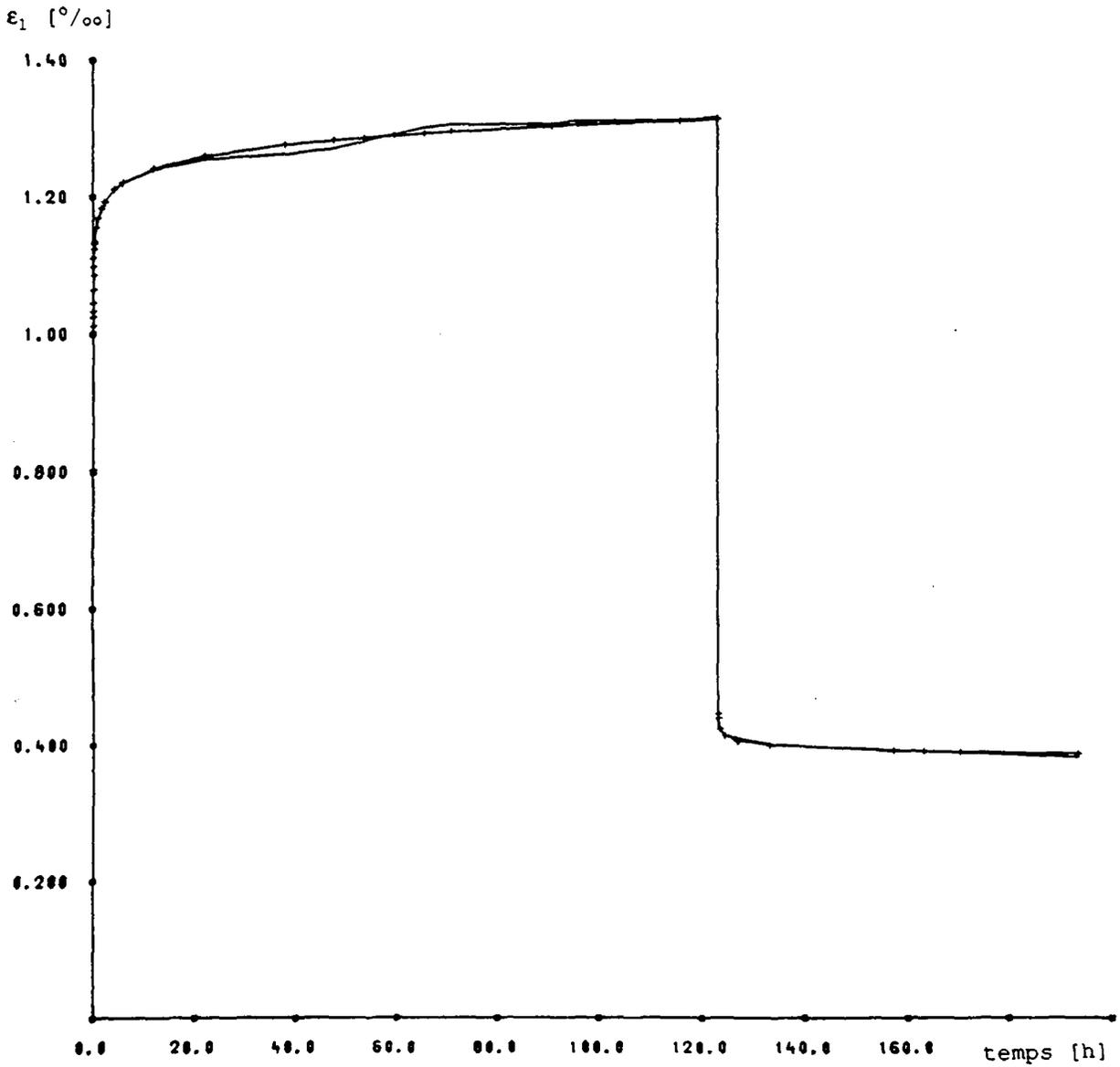


Fig. III.7b : Courbe de charge puis décharge dans un essai de fluage - Echantillon 10

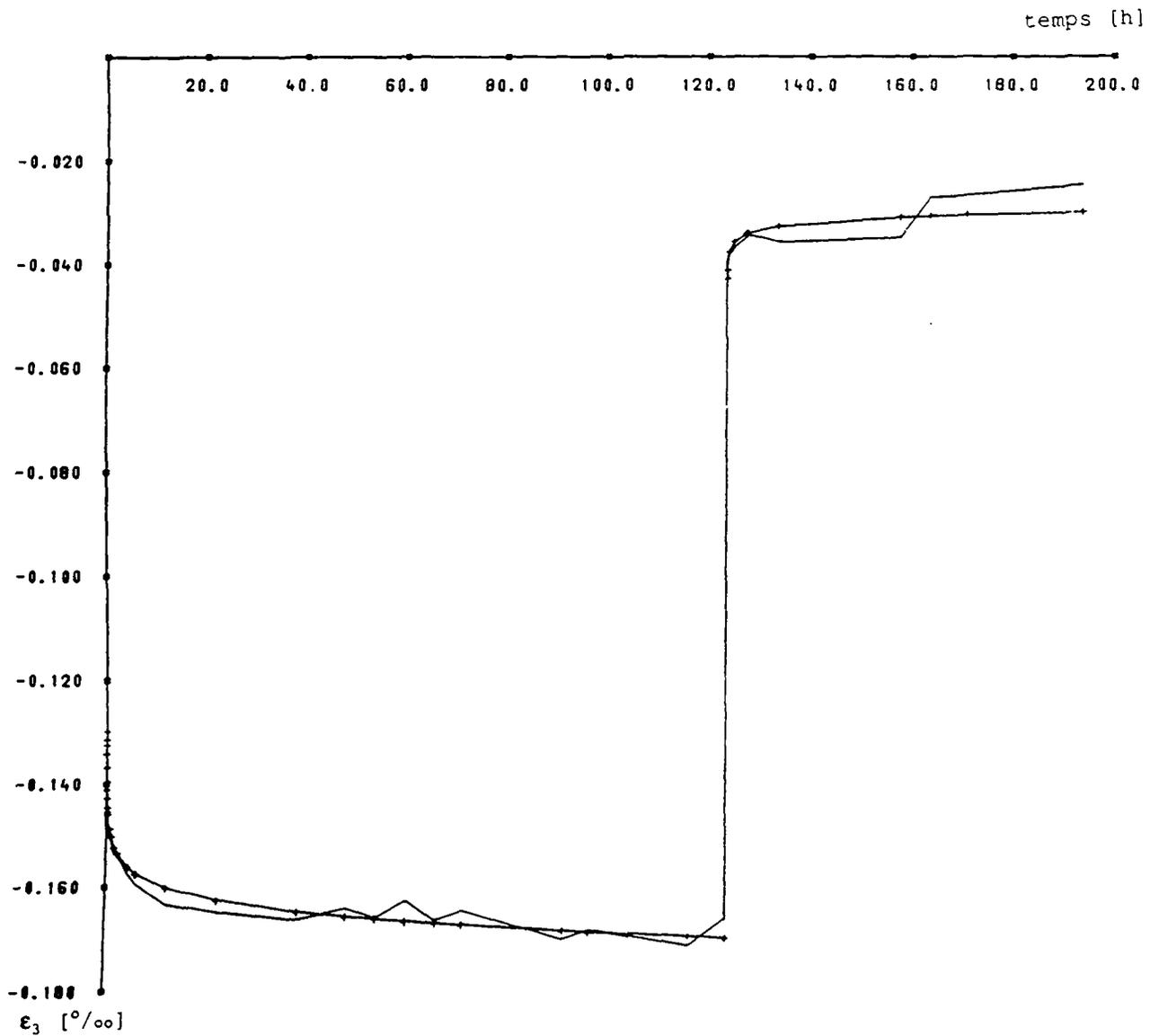


Fig. III.7c : Courbe de charge puis décharge dans un essai de fluage - Echantillon 10

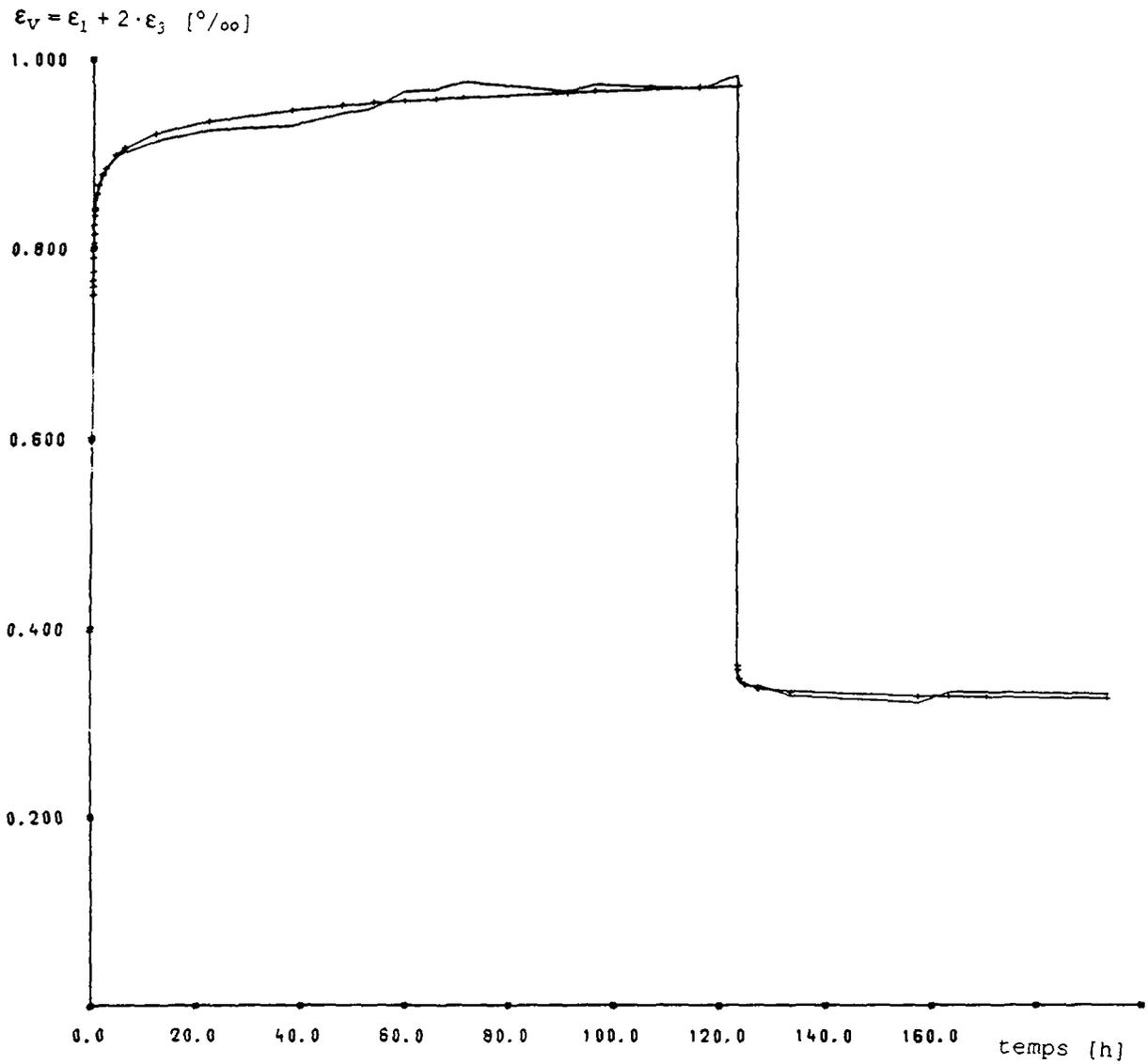


Fig. III.7d : Courbe de charge puis décharge dans un essai de fluage - Echantillon 10

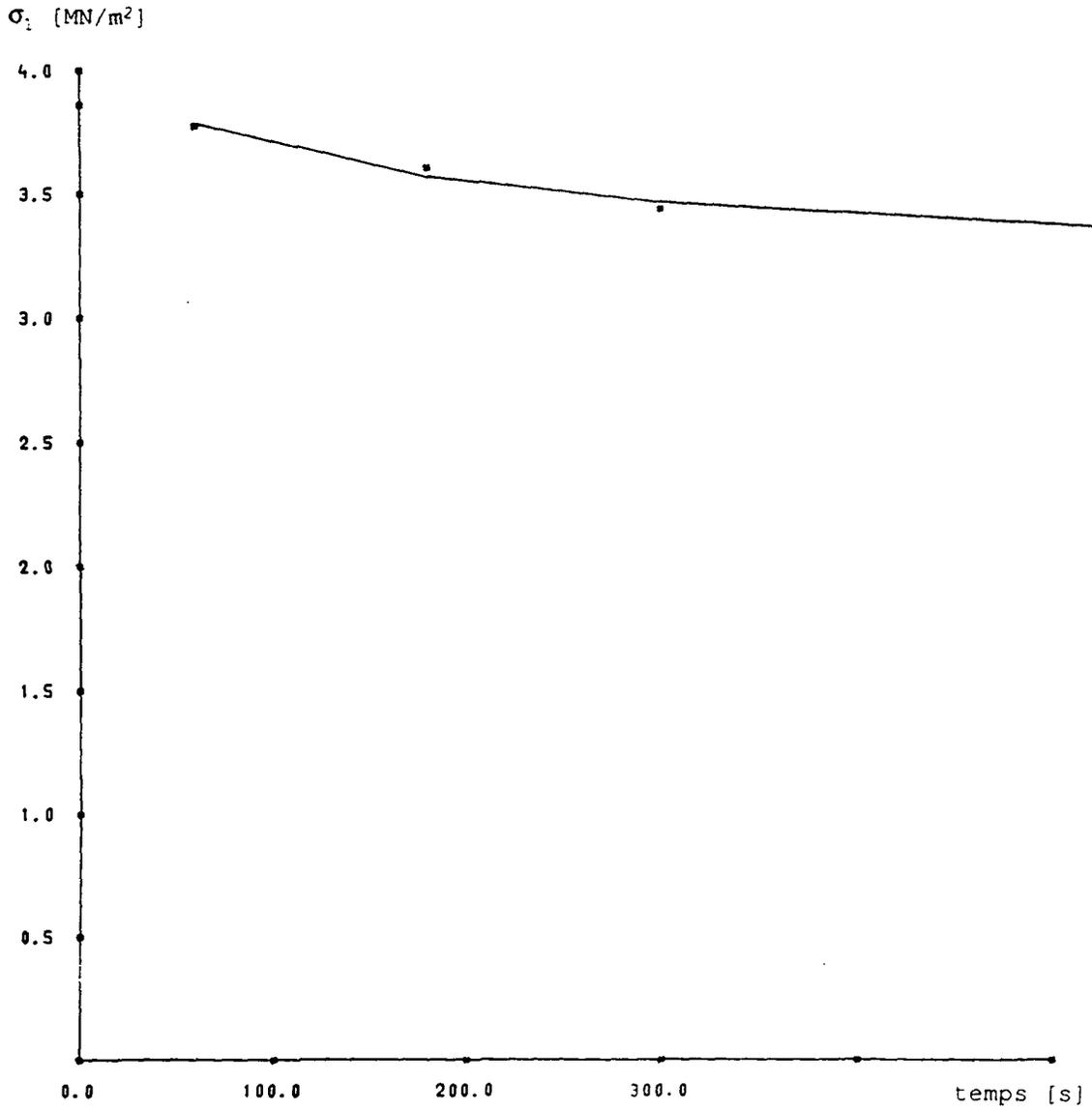


Fig. III.8a : Courbe de relaxation pour $\varepsilon_1 = 2.2 \cdot 10^{-3}$
Echantillon 7

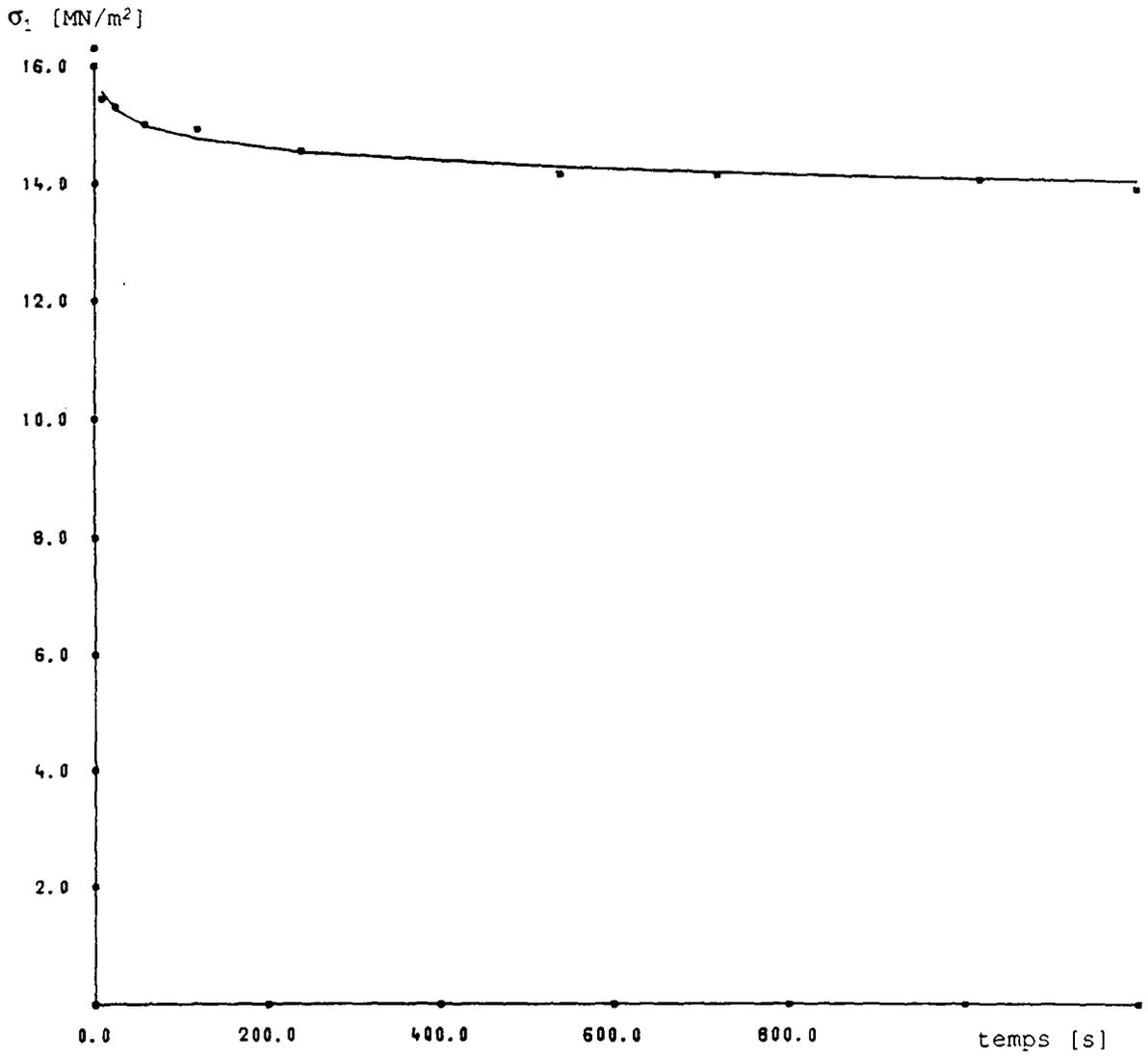


Fig. III.8b : Courbe de relaxation pour $\epsilon_1 = 5.5 \cdot 10^{-3}$
Echantillon 7

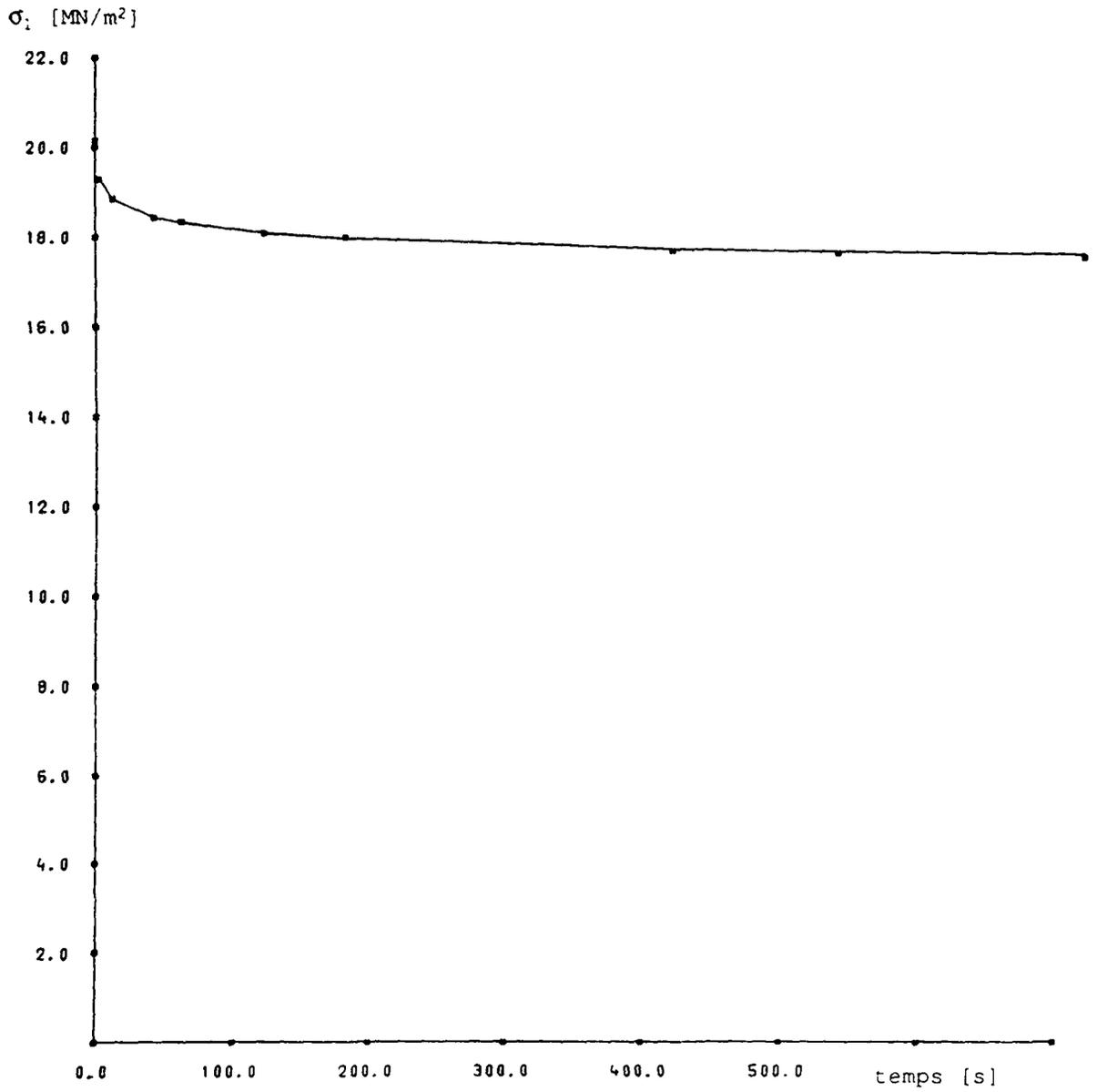


Fig. III.8c : Courbe de relaxation pour $\epsilon_1 = 6.8 \cdot 10^{-3}$
Echantillon 7

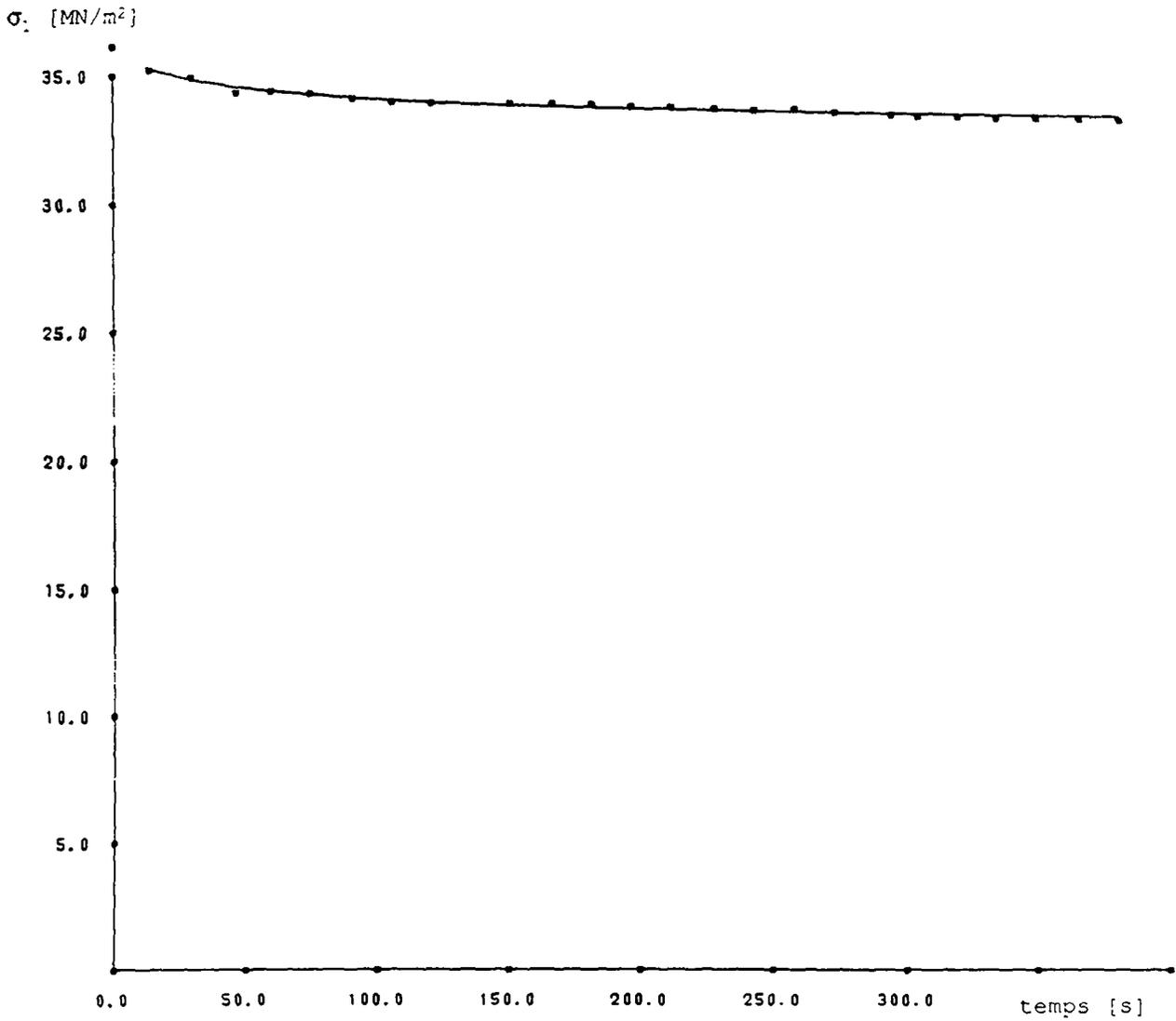


Fig. III.8d : Courbe de relaxation pour $\varepsilon_1 = 0.01$
Echantillon 8
Sous étreinte latérale $\sigma_3 = 3 \text{ MN/m}^2$

III.3 INTERPRETATION

a. Paramètres quasi statiques

- Les modules de charge et de décharge E_c et E_d sont estimés par approximations successives.
- Les coefficients d'expansion latérale tangents ν , en essais de fluage, sont obtenus par ajustement des points (ϵ_1, ϵ_3) . De tels coefficients sont constants en charge comme en décharge mais varient d'un échantillon à un autre.

Les résultats d'interprétation sont donnés en annexe F. Les paramètres quasi statiques sont donnés dans les tableaux 10 et 11 ci-après :

Echantillon en fluage	ν tangent	E_c [MN/m ²] Jauge	E_d [MN/m ²] Jauge
10	0.16	2125	6000
11	0.25	4125	11875
12	0.25	4125	11875
13	0.19	2375	6875
14	0.44	2750	7875
15	0.50	2375	6875
16	0.35	2500	7500
17	0.35	2750	7875

Tableau 10 : Essais de fluage - paramètres quasi statiques obtenus

Echantillon en relaxation	E_c [MN/m ²] comparateur	E_d [MN/m ²] comparateur
7	2400	6900
8	2800	8000

Tableau 11 : Essais de relaxation - paramètres quasi statiques obtenus

b. Paramètres de fluage et de relaxation

Le modèle rhéologique proposé au chapitre III.4 dispense de la prise en compte de l'ordonnée à l'origine des courbes d'ajustements en essais différés.

Les paramètres de fluage et de relaxation se réduisent ainsi aux deux fonctions :

$$\alpha (\sigma - \sigma_0) \text{ en fluage}$$

$$a (\varepsilon - \varepsilon_0) \text{ en relaxation}$$

l'indice 0 correspondant à l'état de référence avant essai (état admis en équilibre).

La détermination expérimentale de α et de a amène à assimiler ces fonctions approximativement à des droites comme présenté graphiquement ci-après :

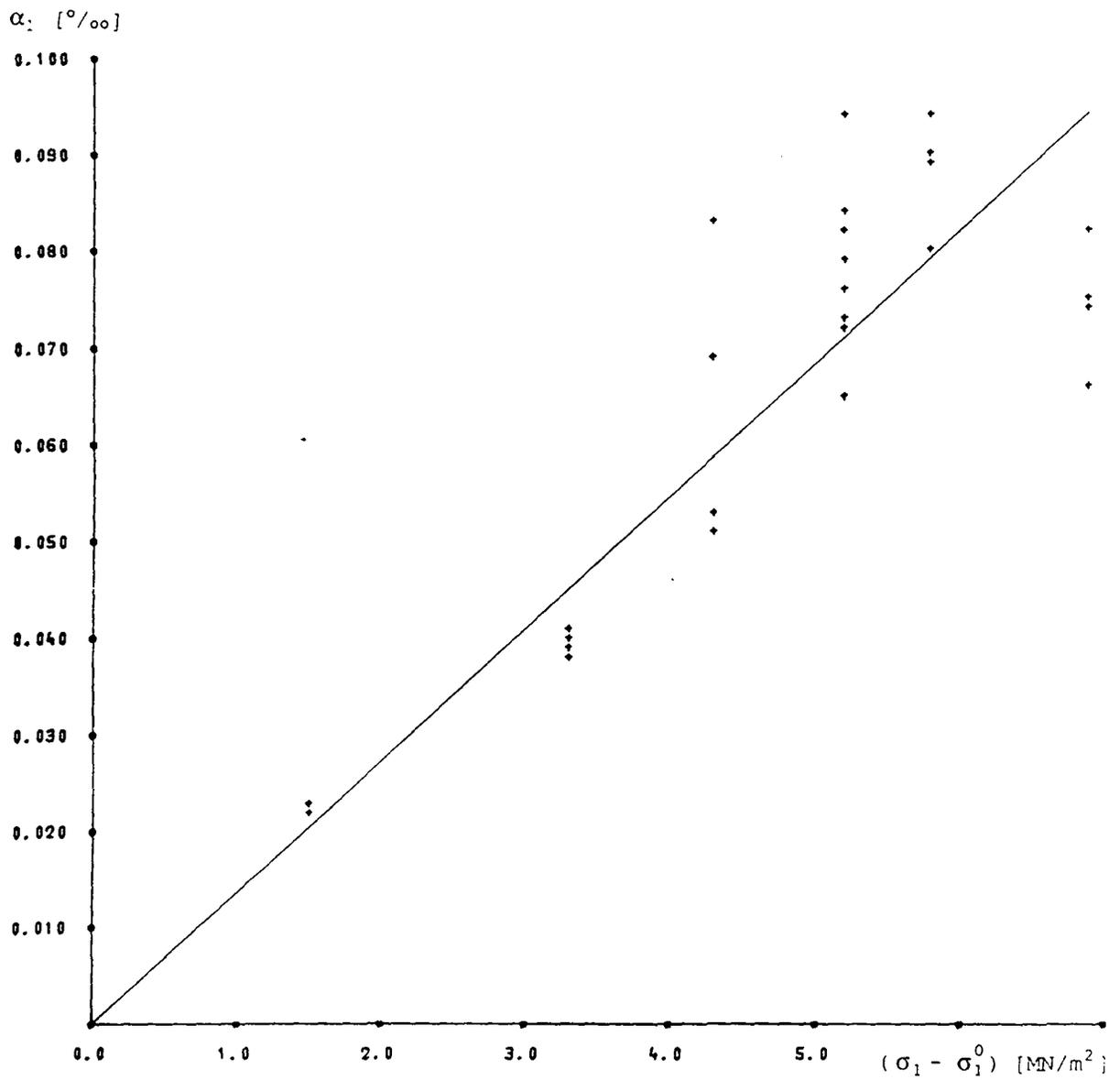


Fig. III.9 : Evolution du paramètre de fluage α_1 en charge
 $\alpha_1 \approx 1.4 \cdot 10^{-5} (\sigma_1 - \sigma_1^0)$

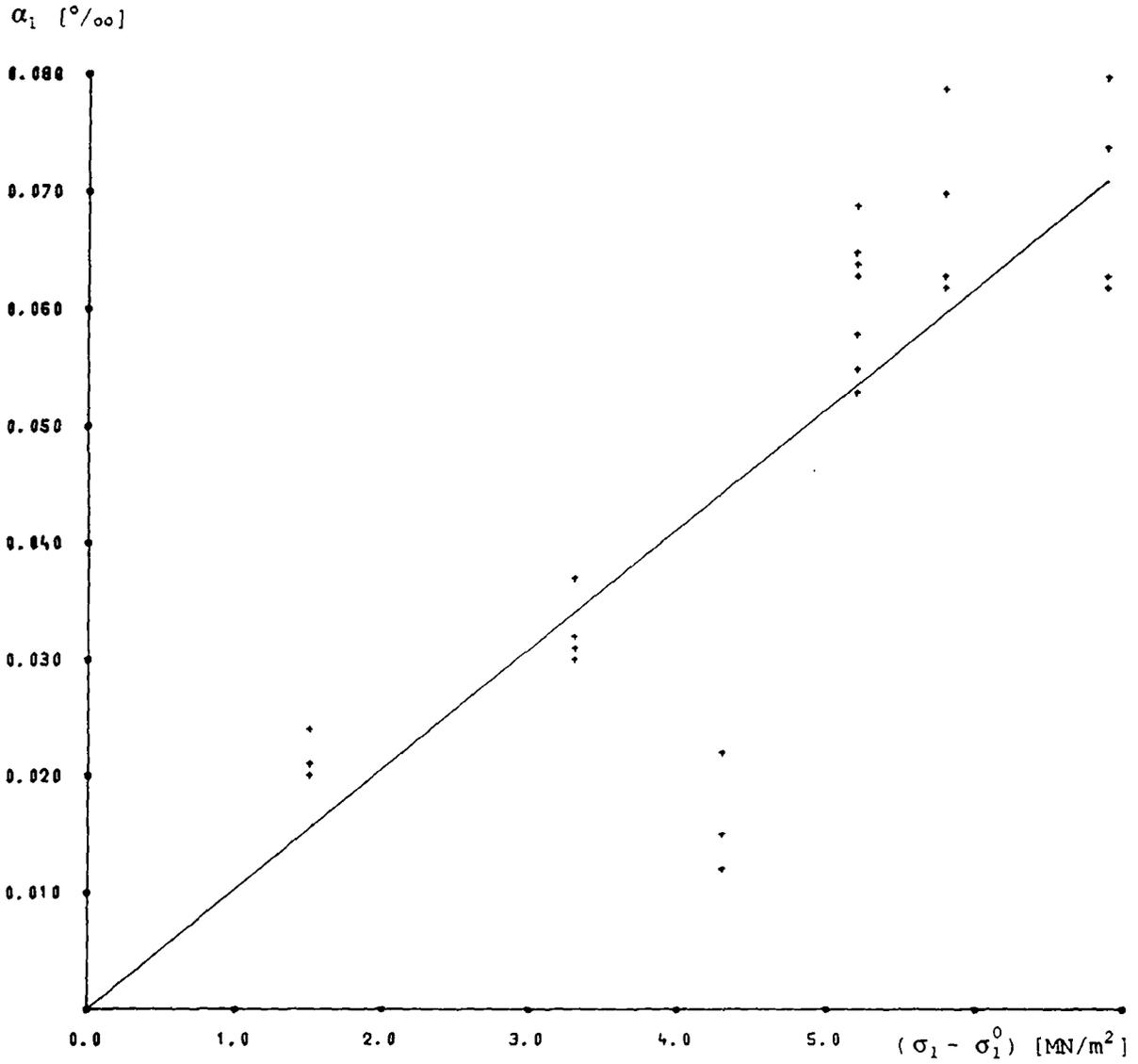


Fig. III.10 : Evolution du paramètre de fluage α_1 en décharge
 $\alpha_1 \approx 10^{-5} (\sigma_1 - \sigma_1^0)$

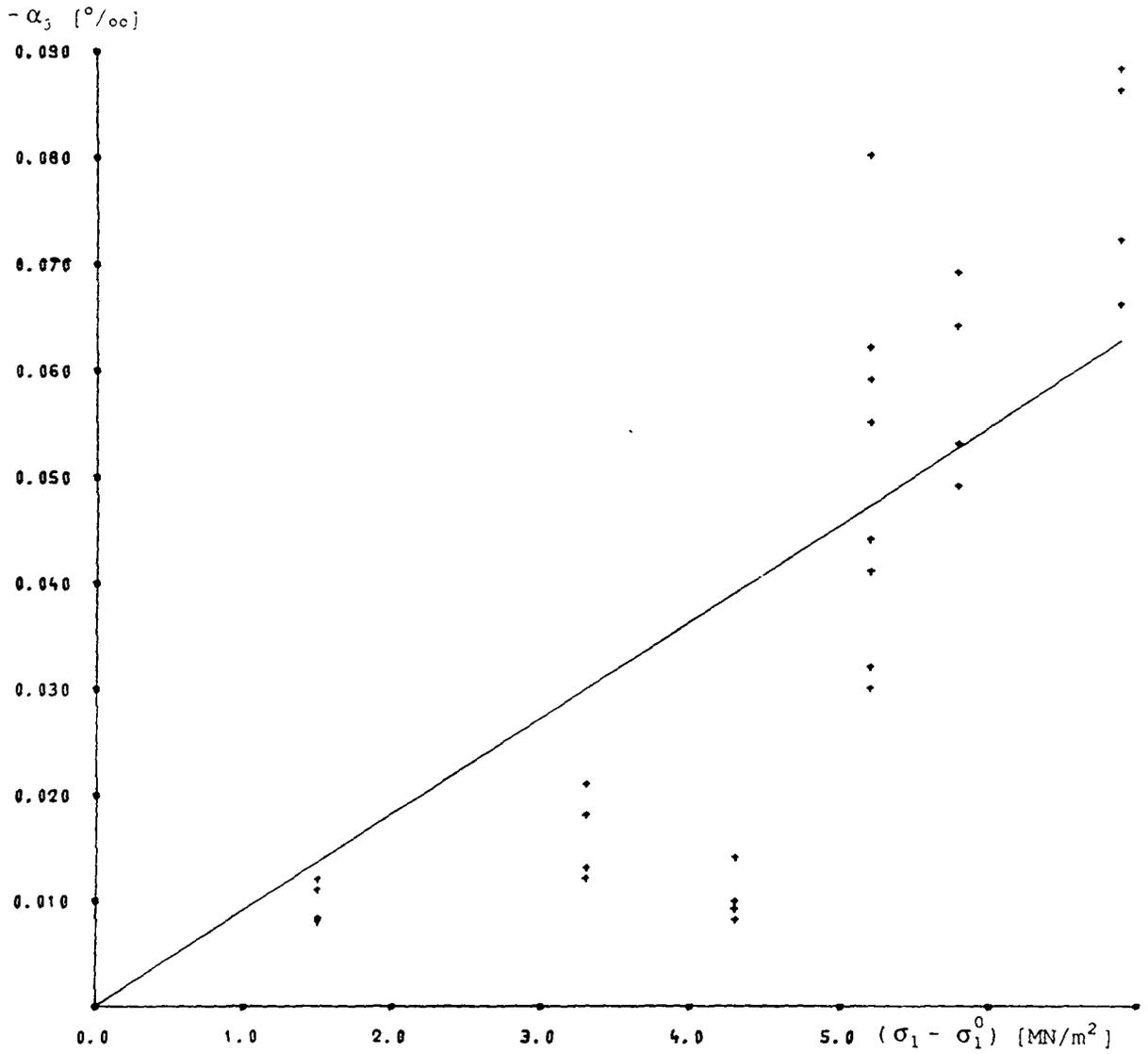


Fig. III.11 : Evolution du paramètre de fluage α_3 en charge
 $\alpha_3 \approx -0.9 \cdot 10^{-5} (\sigma_1 - \sigma_1^0)$

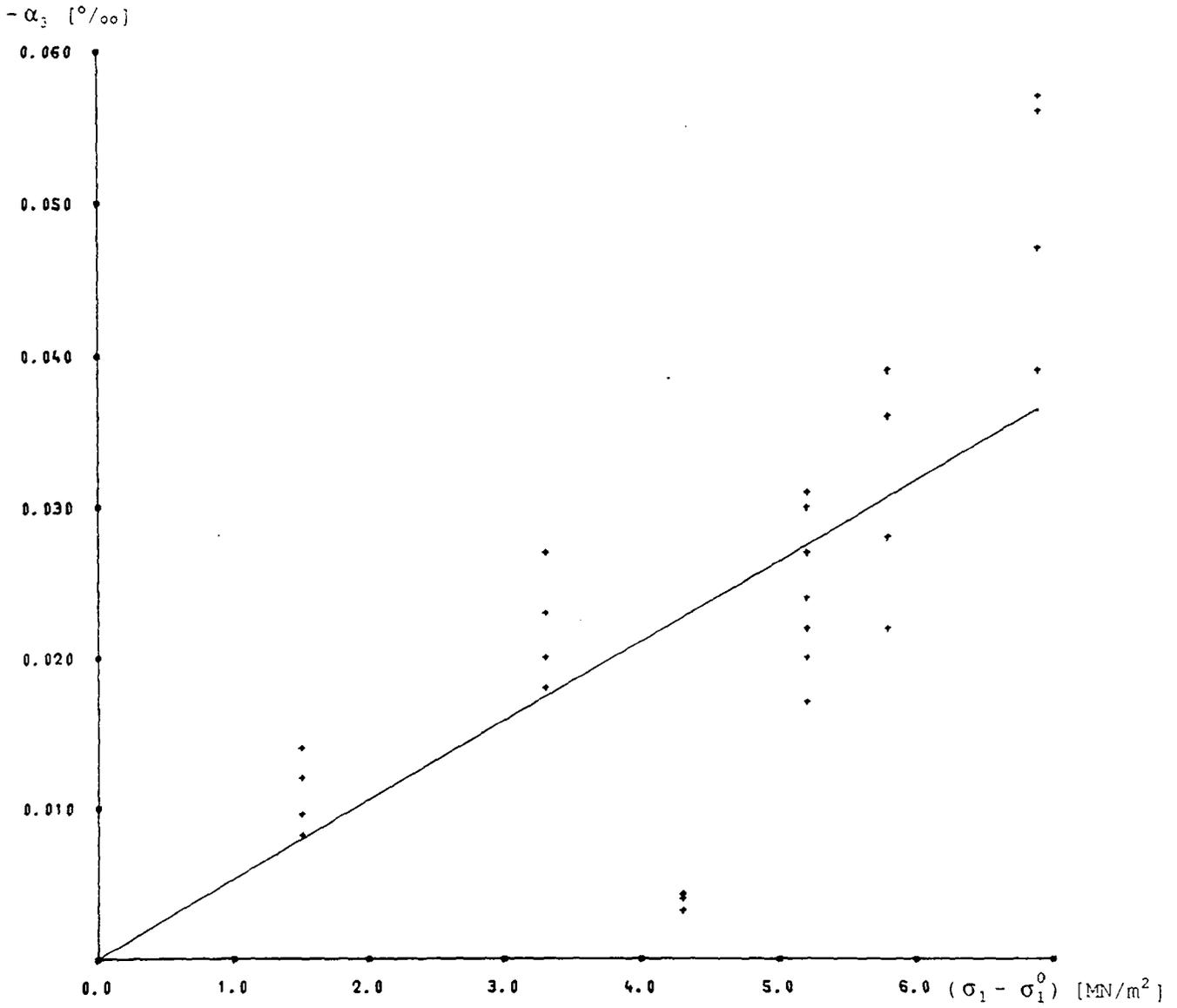


Fig. III.12 : Evolution du paramètre de fluage α_3 en décharge
 $\alpha_3 = -0.5 \cdot 10^{-5} (\sigma_1 - \sigma_1^0)$

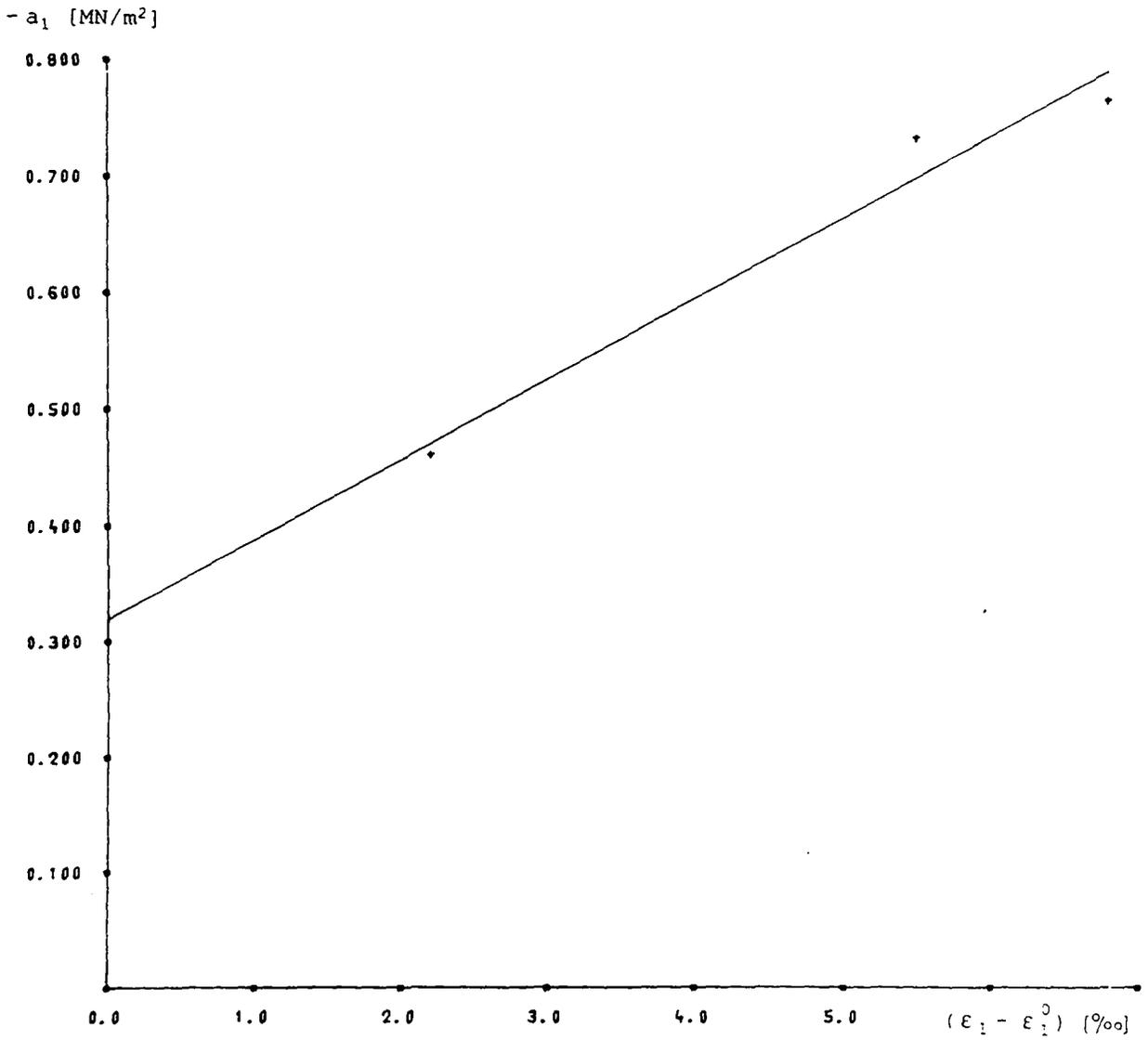


Fig. III.13 : Evolution du paramètre de relaxation a_1 en charge
 $a_1 \approx -68 (\epsilon_0 - \epsilon_1^0)$

III.3.4 CONCLUSION AUX ESSAIS DIFFERES

- Le choix de mesures des déformations par **jauges** a permis de montrer la similitude des comportements axial et latéral dans un échantillon.
- Les déformations latérales semblent plus difficiles à mesurer même par jauges. Les ajustements sont en conséquence moins précis que ceux axiaux.
- Le fluage peut être en moyenne caractérisé par un paramètre, noté f , dont la valeur n'est pas la même en charge et en décharge, et tel que

$$\alpha_k = f_k (\sigma_1 - \sigma_1^0) \quad (\text{III.6})$$

- en déformations axiales :

$$f_1 = 0.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN} \text{ en charge}$$

$$f_1 = 0.10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN} \text{ en décharge}$$

- en déformations latérales :

$$f_3 = -0.9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{MN} \text{ en charge}$$

$$f_3 = -0.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{MN} \text{ en décharge}$$

- La relaxation peut être caractérisée par un paramètre analogue, noté r , dont la valeur axiale est, en ordre de grandeur $r_1 = -68 \text{ MN/m}^2$, et l'on a :

$$a_1 = r_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_1^0) \quad (\text{III.7})$$

- Les déformations volumiques, que l'on peut calculer à partir des mesures axiale et radiale, ne semblent pas indiquer une tendance moyenne pour l'ensemble des échantillons.

En admettant un coefficient d'expansion latérale moyen constant pour la roche, on peut calculer ce coefficient d'expansion par le quotient :

$$v = - \frac{f_3}{f_1} \quad (\text{III.8})$$

soit

$\nu \approx 0.6$ en charge

$\nu \approx 0.5$ en décharge

et l'on peut en conclure que le fluage de la roche a lieu en moyenne à **volume constant**.

Les valeurs du coefficient d'expansion latérale supérieures à 0,5, obtenues parfois peuvent s'expliquer de deux façons :

- par le foisonnement de la roche, composée de grains cristallins cimentés entre eux.
- par l'incertitude constatée dans les mesures de déformation obtenues par des jauges latérales.

III4 CONSTRUCTION D'UN MODELE VISQUEUX

On propose de construire théoriquement un modèle rhéologique qui s'appuie sur les résultats d'essais quasi statiques et différés réalisés.

Cette construction est générale et peut être adaptée aux comportements éventuellement différents des autres matériaux de la rhéologie.

Dans le cadre de la roche étudiée, on retient les paramètres expérimentaux suivants :

- En essais quasi statiques, un comportement décrit par deux paramètres E_c et E_d et un coefficient d'expansion latérale ν .
- En essais différés, un comportement **logarithmique** avec un paramètre de fluage f et un paramètre de relaxation r .

Les paragraphes qui suivent montrent la démarche et les résultats obtenus par comparaison des courbes théoriques (calculées par le modèle) et expérimentales en essais de fluage ou de relaxation et en essais quasi statiques.

Pour alléger les écritures on omet volontairement l'indice de la direction principale étudiée. La déformation de la direction perpendiculaire est donnée par le coefficient d'expansion ν . On admet pour cela que les contraintes principales perpendiculaires sont nulles, comme cela est le cas en compression simple.

III.4.1 CONSTRUCTION DU MODELE RHEOLOGIQUE

- La première démarche consiste à déterminer les équations différentielles du comportement en fluage et en relaxation par **élimination des paramètres temps**. On obtient (en partant du repos) :

- en fluage

$$F(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}, \ddot{\varepsilon}) = f \sigma \ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon}^2 = 0 \quad (\text{III.9})$$

- en relaxation

$$R(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}, \ddot{\varepsilon}) = r \varepsilon \ddot{\sigma} + \dot{\sigma}^2 = 0 \quad (\text{III.10})$$

- La deuxième démarche consiste à supposer l'existence d'une loi de comportement dans laquelle F et R interviennent explicitement, sous la forme

$$R = \mathcal{K}[F, \sigma, \varepsilon, \dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}, \dots] \quad (\text{III.11})$$

est une fonction qui doit obéir aux principes de déterminisme et d'objectivité évoqués au chapitre II.

- La condition de relaxation impose la relation :

$$\mathcal{K}[F, \sigma, \dots] = F \mathcal{H}[F, \sigma, \dots] \quad (\text{III.12})$$

et la condition de fluage :

$$\mathcal{H}(F = 0, \sigma, \dots) \neq 0 \quad (\text{III.13})$$

- Parce que F est fonction des mêmes variables, peut s'écrire :

$$H(\sigma, \varepsilon, \dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}, \dots) = \mathcal{H}(F, \sigma, \varepsilon, \dots) \quad (\text{III.14})$$

et le modèle s'explicité comme suit :

$$r \varepsilon \ddot{\sigma} + \dot{\sigma}^2 = H(\dots) [f \sigma \ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon}^2] \quad (\text{III.15})$$

- Qu'en est-il d'un matériau élasto-plastique ? On aurait :

$$r = 0$$

$$f = 0$$

d'où

$$\dot{\sigma}^2 = \dot{\varepsilon}^2 H (..) \quad (III.16)$$

H est donc positif.

On note

$$H = E^2 \quad (III.17)$$

d'où

$$\dot{\sigma} = E(\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon}) \dot{\varepsilon} \quad (III.18)$$

H comme E sont des fonctions des trois variables $\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon}$ seulement à cause du principe de déterminisme des lois élastoplastiques.

Le modèle visqueux proposé s'écrit en définitive :

$$r(\varepsilon - \varepsilon_0) \ddot{\sigma} + \dot{\sigma}^2 = [f(\sigma - \sigma_0)\ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon}^2] E^2(\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon})$$

avec $E(\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon} = 0) \neq 0$

(III.19)

ε_0 et σ_0 étant la configuration de référence du matériau.

Il fait intervenir trois paramètres :

- une fonction de fluage $\alpha(\sigma - \sigma_0)$ grossièrement linéaire de pente notée f dans la roche étudiée
- une fonction de relaxation $a(\varepsilon - \varepsilon_0)$ grossièrement linéaire de pente notée r dans la roche étudiée
- une fonction "module élastoplastique" $E(\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon})$ qui exprime la composante instantanée du comportement; E peut prendre toutes les expressions évoquées au chapitre II dans le cadre de l'élastoplasticité; pour le grès étudié E est assumé être E_C ou E_D selon le signe de $\dot{\sigma}$ et de la contrainte σ actuelle par rapport à sa valeur maximum subie antérieurement par l'échantillon.

III.4.2 REPONSES A DES CHEMINS UNIAXIAUX SIMPLES

Le modèle peut être résolu explicitement de façon simple dans le cas unidimensionnel.

On a testé sa réponse à des chemins mixtes comme présenté dans les deux exemples des figures III.14 et III.15.

Les courbes obtenues montrent que :

- la réponse en $\sigma - \epsilon$ n'est pas sensible à la vitesse de déformation imposée
- le module apparent, pente moyenne de la courbe $\sigma - \epsilon$ est légèrement inférieur à la valeur paramétrique introduite dans le modèle rhéologique proposé (écart de l'ordre de 10 %).

Pour tester plus précisément la réponse du modèle à de grandes variations de la vitesse de déformation, on a représenté les chemins et les réponses correspondantes du modèle comme résumés à la figure III.16.

Ces résultats montrent indiscutablement que les caractéristiques du matériau ne permettent pas de mettre en évidence l'effet de la vitesse de déformation sur le module apparent. Ce résultat important confirmé expérimentalement est vérifié théoriquement en annexe G.

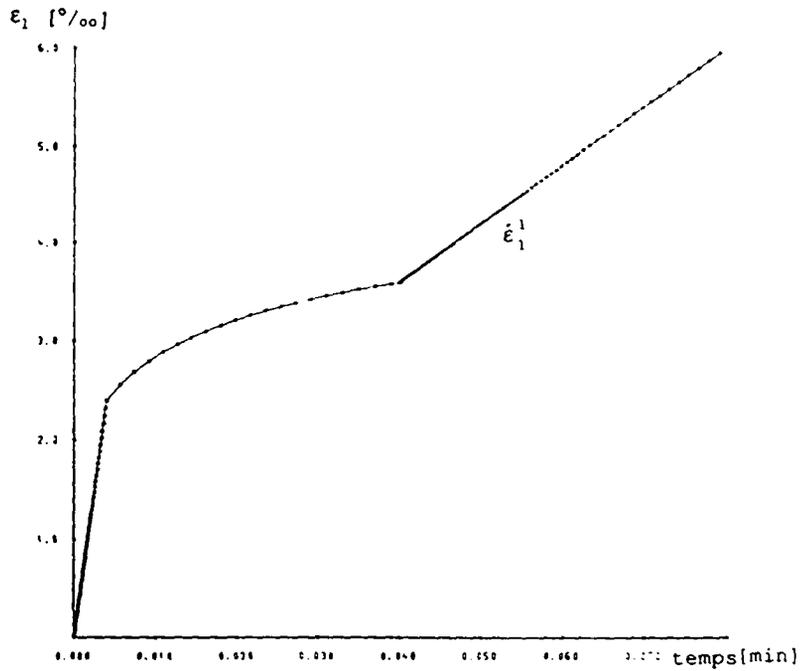
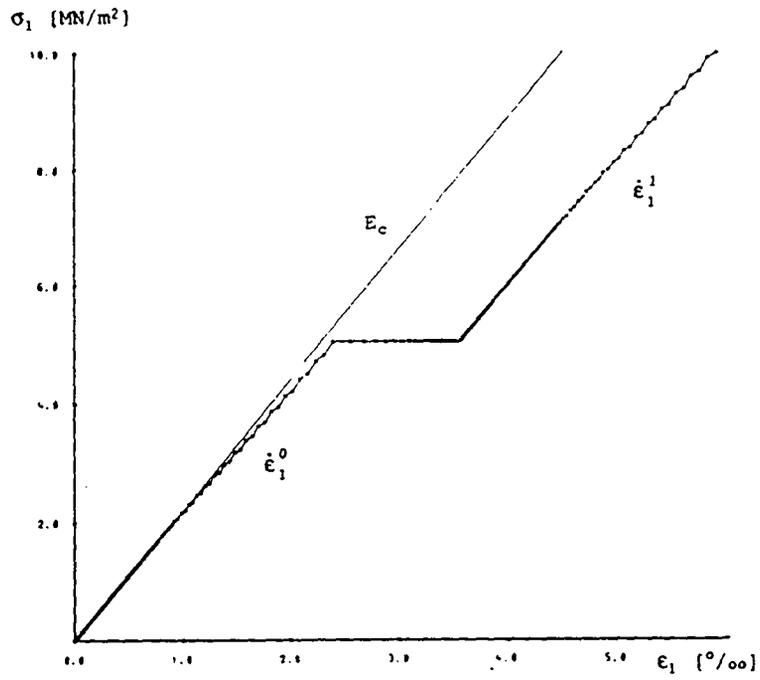


Figure III.14 : Réponse théorique du modèle à un chemin mixte
 $\dot{\epsilon}_1^0 = 0.01 \text{ s}^{-1}$ $E_c = 2200 \text{ MN/m}^2$
 $\dot{\epsilon}_1^1 = 0.001 \text{ s}^{-1}$ $r = -68 \text{ MN/m}^2$

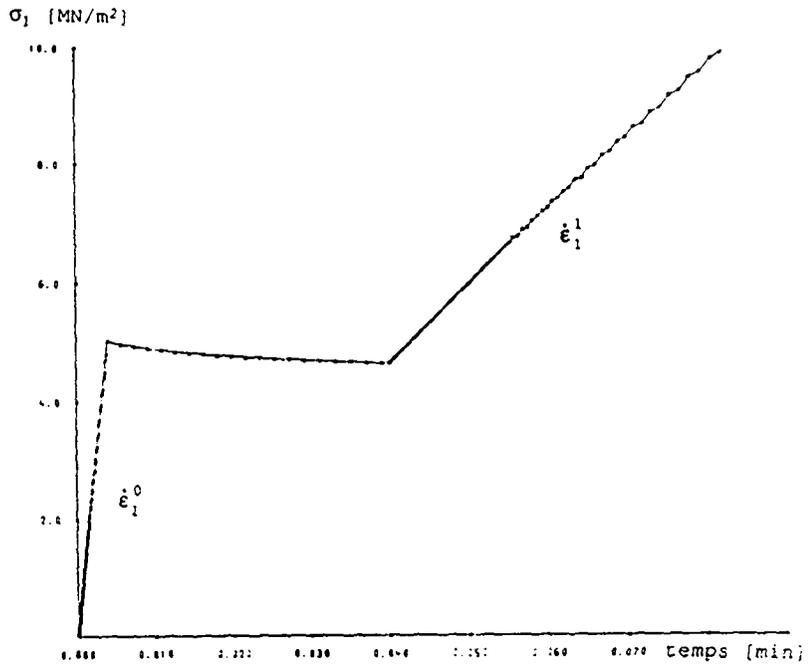
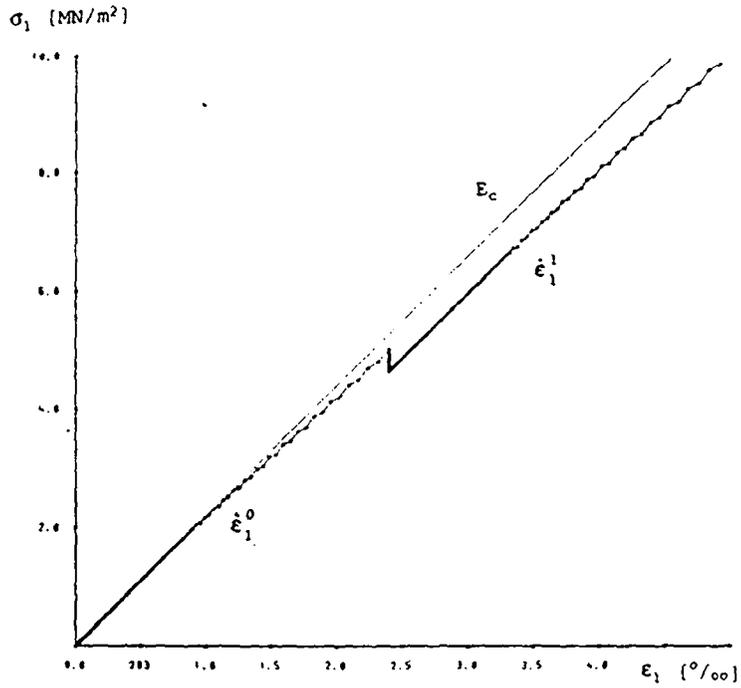


Figure III.15 : Réponse théorique du modèle à un chemin mixte

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1^0 &= 0.01 \text{ s}^{-1} & E_c &= 2200 \text{ MN/m}^2 \\ \dot{\epsilon}_1^1 &= 0.001 \text{ s}^{-1} & r &= -68 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

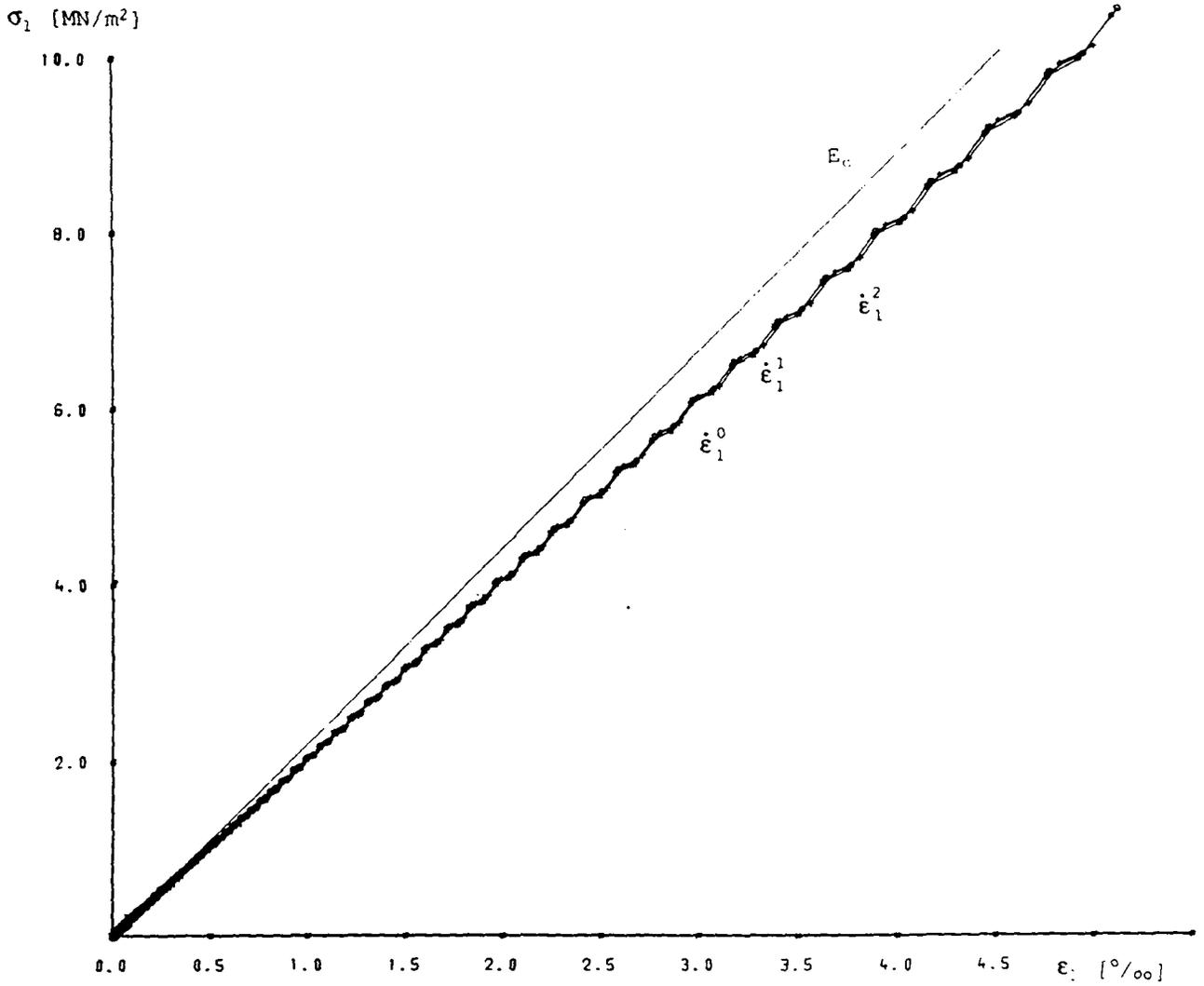


Figure III.16 : Réponse théorique du modèle à des vitesses de déformations différentes

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1^0 &= 10^{-3} \text{ s}^{-1} & E_c &= 2200 \text{ MN/m}^2 \\ \dot{\epsilon}_1^1 &= 10^{-6} \text{ s}^{-1} & r &= -68 \text{ MN/m}^2 \\ \dot{\epsilon}_1^2 &= 10^{-9} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

III.4.3 EXEMPLES DE COURBES COMPARATIVES ESSAIS-MODELE

On a effectué plusieurs essais dont le report intégral rendrait ce texte volumineux et encombrant.

On s'est limité par conséquent à donner quelques exemples de courbes comparatives des essais et de leur prévision par le modèle proposé. Toutes les autres courbes sont d'aspect similaire et aboutissent aux mêmes résultats.

Ces courbes sont données dans les figures III.17 à III.21.

La comparaison de ces résultats suscite les commentaires suivants :

- En essais quasi statiques, le modèle proposé représente bien la réalité du comportement jusqu'à environ 80 % de la charge de rupture uniaxiale. Au-delà, le modèle ne représente plus la physique de la fracturation des échantillons.
- En essais de fluage :
 - Le modèle représente relativement bien le début des courbes de fluage. Mais au-delà de quelques jours il apparaît des effets parasites (ex. température) ainsi que des problèmes de fiabilité des jauges
 - Par ailleurs, le choix des modules de charge et de décharge peut affecter dans une certaine mesure la position relative de la courbe expérimentale et du modèle proposé. Les valeurs des modules donnés dans les tableaux 10 et 11 sont le reflet d'un tel choix fait après plusieurs essais successifs.

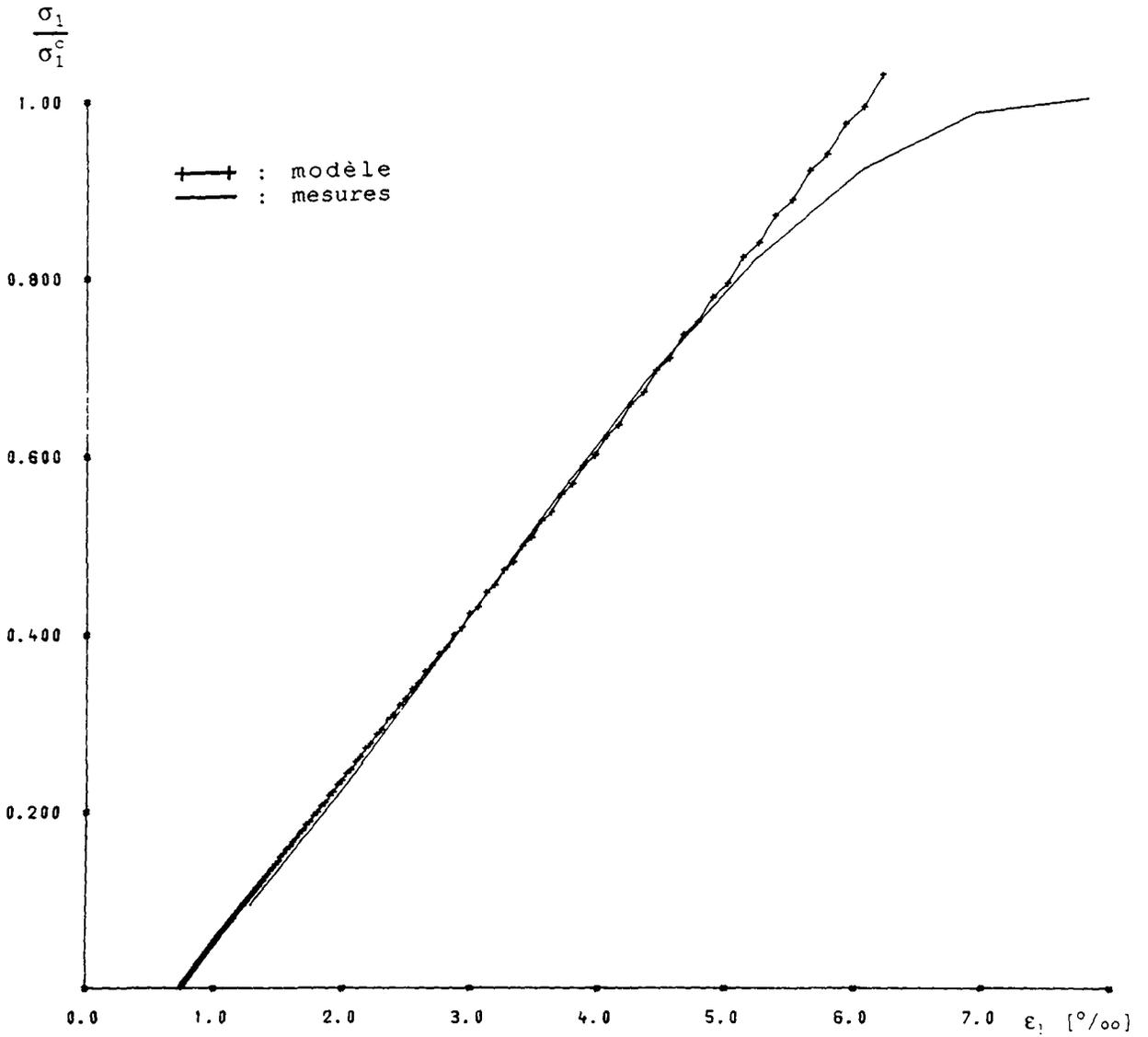


Fig. III.17 : Comparaison entre les courbes théorique et expérimentale dans un essai quasi statique (mesures au comparateur)

Echantillon X3346

$$\sigma_1^c = 13.3 \text{ MN/m}^2$$

$$E_c = 2600 \text{ MN/m}^2 \text{ (courbe expérimentale)}$$

$$E_0/E_c = 1.10 \text{ (} E_0 \text{ module théorique)}$$

$$r_1 = -68 \text{ MN/m}^2$$

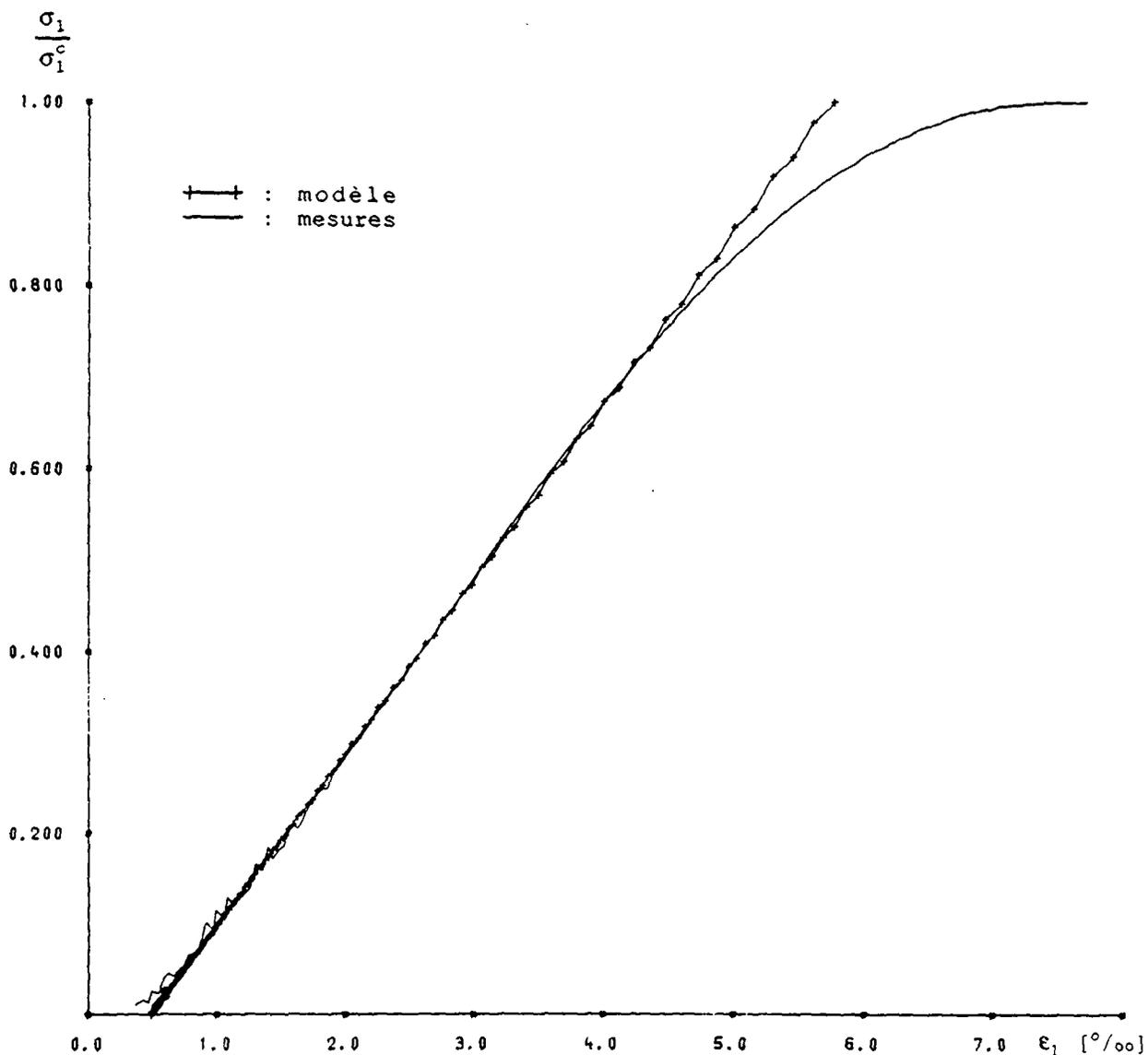


Fig. III.18 : Comparaison entre les courbes théorique et expérimentale dans un essai quasi statique (mesures au comparateur)

Echantillon X3318

$$\sigma_1^C = 11.6 \text{ MN/m}^2$$

$$E_C = 2300 \text{ MN/m}^2 \text{ (courbe expérimentale)}$$

$$E_0/E_C = 1.10 \text{ (} E_0 \text{ module théorique)}$$

$$r_1 = -68 \text{ MN/m}^2$$

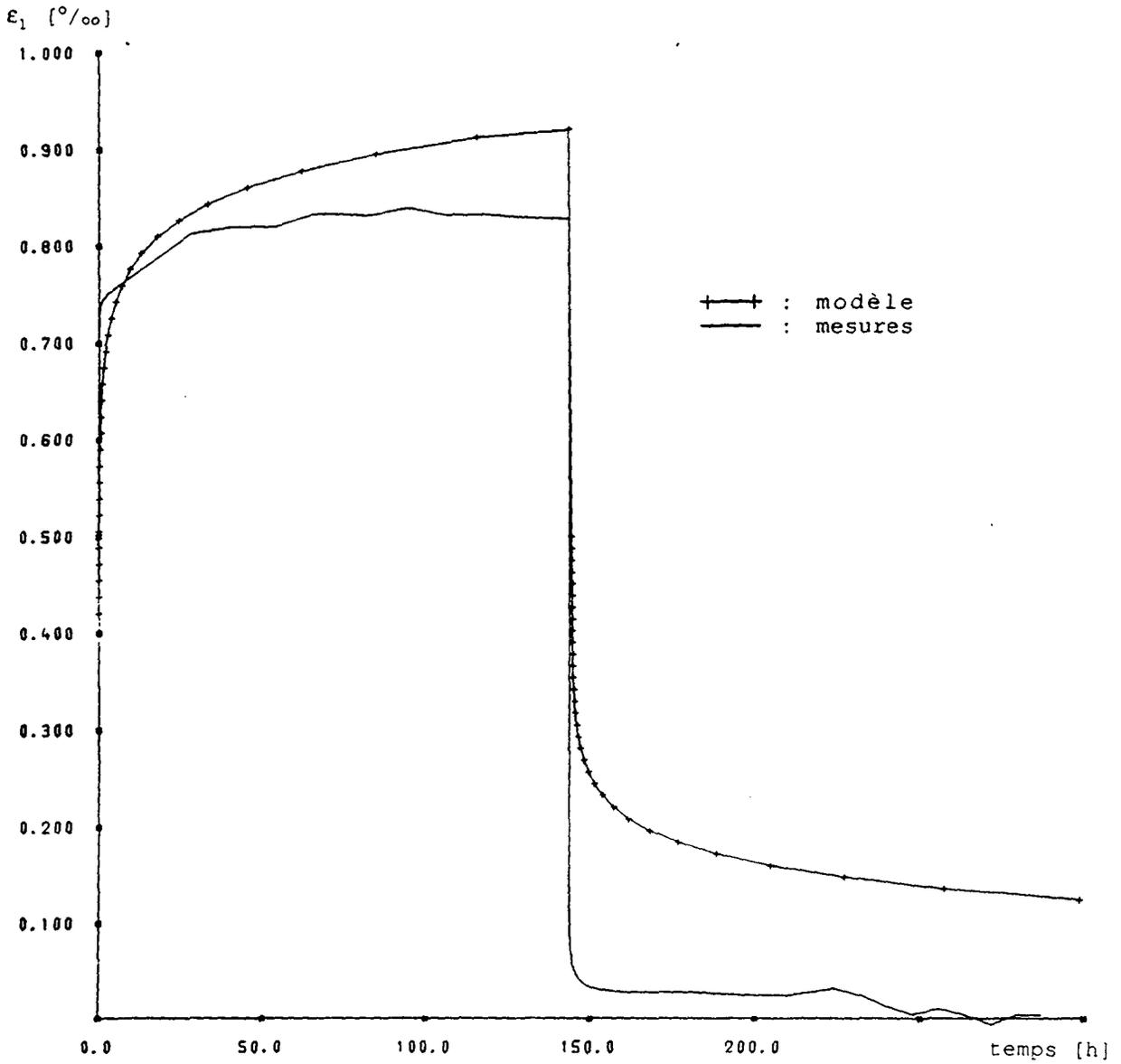


Fig. III.19 : Comparaison entre les courbes théorique et expérimentale dans un essai de fluage (mesures par jauges)

Echantillon 14

Contrainte de fluage 3.3 MN/m^2

$E_c = 2750 \text{ MN/m}^2$

$f_l^c = 0.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN}$

$E_d = 7875 \text{ MN/m}^2$

$f_l^d = 0.10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN}$

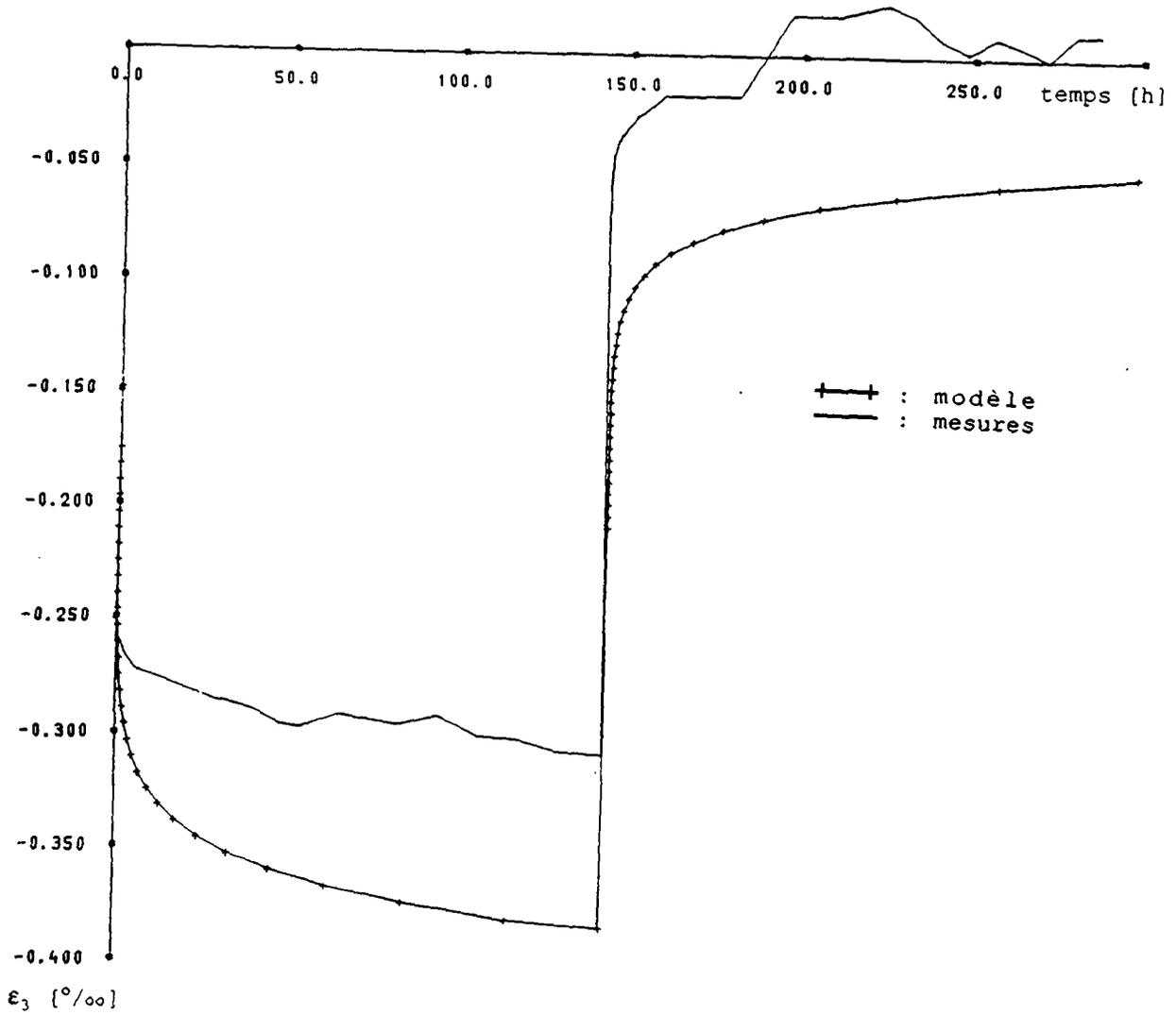


Fig. III.20 : Comparaison entre les courbes théorique et expérimentale dans un essai de fluage (mesures par jauges)

Echantillon 14

Contrainte de fluage 3.3 MN/m^2

$$E_c = 2750 \text{ MN/m}^2 \quad f_1^c = 0.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN}$$

$$E_d = 7875 \text{ MN/m}^2 \quad f_1^d = 0.10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN}$$

$$\nu = 0.4 \quad (\epsilon_3 = -\nu \epsilon_1)$$

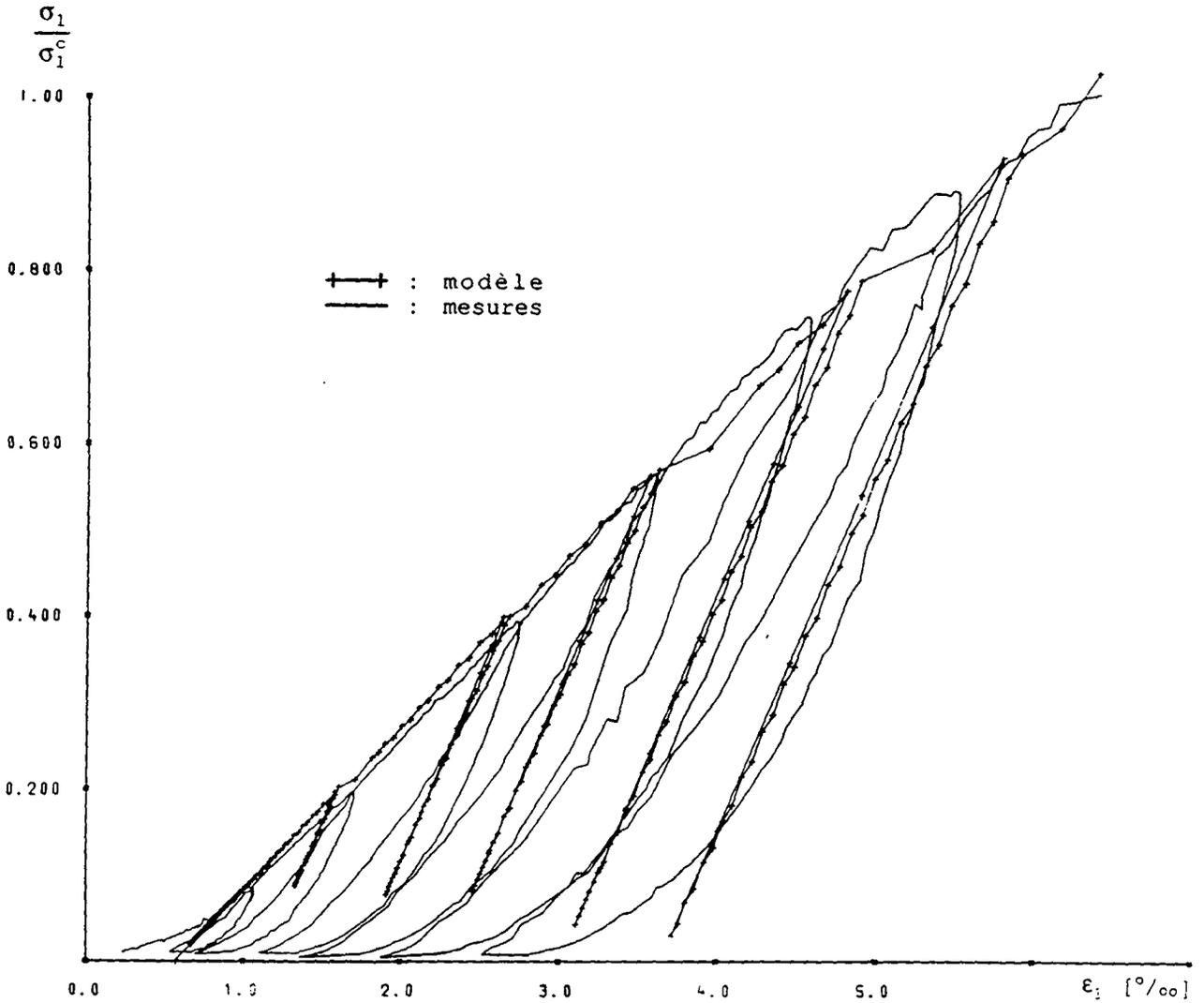


Fig. III.21 : Comparaison entre les courbes théorique et expérimentale dans un essai de charge-décharge (mesures au comparateur)

Echantillon XCD1

$$\sigma_1^c = 9.6 \text{ MN/m}^2$$

$$E_c = 1900 \text{ MN/m}^2$$

$$r_1^c = -68 \text{ MN/m}^2$$

$$\dot{\epsilon}_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$E_d = 4100 \text{ MN/m}^2$$

$$r_1^d = 0$$

CONCLUSION

Ce travail propose une démarche de construction d'un modèle rhéologique dont le point de départ est constitué par les essais. Cette construction s'adapte à divers comportements fluants, relaxants et élastoplastiques. L'écriture du modèle dans le cas du grès étudié devient une simple application de cette démarche théorique au comportement - a priori particulier - de la roche.

Pour aboutir à la proposition d'une telle démarche, à mi-chemin entre la théorie et la pratique, il a fallu passer en revue les connaissances actuelles en élastoplasticité et par induction décrire une nouvelle approche au comportement visqueux des géomatériaux.

L'étude phénoménologique du problème du comportement amène naturellement à s'intéresser aux mécanismes intimes à l'origine des mouvements granulaires de la matrice. Ces mécanismes, qui ne font pas l'objet d'un travail expérimental ici, sont décrits, leurs conséquences sur le comportement global discutées.

Les essais, unidimensionnels, ne permettant pas de déduire un comportement écrit à trois dimensions.

Néanmoins, la démarche permet d'aborder quantitativement tous les problèmes de sollicitations unidimensionnels (semelles des fondations, piliers de mines, périmètres de cavités non revêtues...).

1. RESULTATS

Le modèle obtenu en compression simple permet d'énoncer les conclusions suivantes :

- les comportements fluant et relaxant de la roche sont logarithmiques
- le comportement à vitesse de déformation constante ne fait pas intervenir le paramètre de fluage
- de façon analogue, le comportement à vitesse de contrainte constante ne fait pas intervenir le paramètre de relaxation.
- en essai quasi statique, la variation de la vitesse de déformation ou de contrainte n'affecte pas le module de charge **apparent** du grès étudié
- le module de charge est affecté par le comportement différé (de 10 % environ pour le grès étudié) indépendamment de la vitesse de l'essai; ce résultat, confirmé expérimentalement, s'explique par la petitesse du paramètre $\frac{K}{E}$ qui caractérise la part différée du comportement de la roche (cf. annexe G).

2. LIMITES DE CE TRAVAIL

- La roche est admise homogène isotrope, non fissurée.
- Le comportement relaxant n'a pas été suffisamment précisé et le paramètre qui le caractérise doit être considéré sur des temps courts. A long terme la relaxation reste encore délicate à appréhender en laboratoire.
- La généralisation à trois dimensions nécessite des essais triaxiaux. C'est pour cette raison qu'elle n'a pas été discutée plus avant.
- La température, dont les effets sont discutés et explicités ici, semble être couplée à la présence d'eau au sein des échantillons. Son rôle en devient ambigu en-dessous de 200°C.
- Les essais n'ont pas mis en évidence un seuil visqueux pour la roche. Si ce seuil existe, il est de faible importance en compression simple et peut être négligé dans ces conditions.
- Il en va autrement du seuil de rupture visqueux. Celui-ci n'a pu être étudié parce que les jauges mesurant les déformations ne peuvent pas donner le point de rupture. Le seuil de rupture visqueux devrait faire intervenir le temps de rupture de façon explicite dans son écriture mathématique.

3. PROSPECTIVE

- Etudier sur des temps plus longs le comportement relaxant de la roche notamment en décharge.
- Envisager la généralisation tridimensionnelle du modèle.
- Formuler le critère de rupture (ou de plastification lors de confinements importants) de la roche visqueuse.
- L'effet de la fissuration peut être étudié par la mise au point d'un comportement différé le long de joints.
- Confronter les prévisions du modèle avec un cas réel in situ avec des conditions aux limites bien contrôlées.

FICHIER BIBLIOGRAPHIQUE

DATE: 17-MAR-88 / 08:42:59

NOMBRE DE REFERENCES : 318

CLASSEMENT PAR ORDRE ALPHABETIQUE

NUMEROTATION SEQUENTIELLE

BIBLIOGRAPHIE
Classement alphabétique

- [1] ADACHI T. , OKA F. , (1984), Constitutive equations for sands and over consolidated clays , and assigned works for sand ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Results of the Int. Workshop of Grenoble / 6-8 sept 1982 , Balkema
- [2] ADACHI T. , OKA F. , (1984), Constitutive equations for normally consolidated and assigned works for clays ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Results of the International Workshop of Grenoble / 6-8 sept 1982 , Balkema
- [3] ADACHI T. , SERATA S. , SAKURAI S. , (1969), Determination of underground stress field based on inelastic properties of rocks ; Rock Mechanics - Theory and Practice , Proceedings , 11th Symposium held at the University of California , Berkeley , June 16-19
- [4] AFROUZ A. , HARVEY J. M. , (1974), Rheology of rocks within the soft to medium strength range ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 11 , pp 281-290 , Pergamon Press
- [5] AGAR J. G. , MORGENSTERN N. R. , SCOTT J. D. , (1987), Shear strength and stress-strain behaviour of Athabasca oil sand at elevated temperatures and pressures ; Canadian Geotechnical Journal , Vol. 24 , No 1 , Febr. 1987 , pp 1-11
- [6] AKAI K. , OHNISHI Y. , (1983), Strength and deformation characteristics of soft sedimentary rock under repeated and creep loading ; Int. Congress on Rock Mech. , Proceedings , ISRM , Tome 1 , pp A121-A124 , Melbourne
- [7] ALM O. , (1982), The effect of water on the mechanical properties and microstructures of granitic rocks at high pressures and high temperatures; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [8] ANDERSON C. A. , (1985), Creep and thermal effects in ageing solids ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 405-424 , John Wiley and Sons
- [9] AROUTOUNIAN N.KH. , (1957), Applications de la théorie du fluage ; éditions Eyrolles , Paris 5
- [10] AUBRY D. , HUJEUX J. C. , LASSOUDIÈRE F. , MEIMOM Y. , (1984), Prediction with an elastoplastic model including multiple mechanisms for cyclic soil behaviour ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema
- [11] BAECHER G. B. , (1982), Playing the odds in rock mechanics ; Issues in Rock Mechanics , 23rd Symposium on Rock Mechanics , Berkeley

- [12] BAKER L. E. , SANDHU R. S. , SHIEH W. Y., (1969), Application of elasto-plastic analysis in rock mechanics by finite element method ; Rock Mechanics - Theory and practice , Proceedings , 11th Symposium held at the University of California , Berkeley , pp 237-251
- [13] BALADI G. Y. , ROHANI B., (1984), Development of an elastic-viscoplastic constitutive relationship for earth materials ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [14] BALTHASAR K. , HAUPT M. , LEMPP Ch. , NATAU O., (1987), Stress relaxation behavior of rock salt : comparison of in situ measurements and laboratory test results ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 11-13
- [15] BANERJEE P.K., CATHIE D.N., (1980), A direct formulation and numerical implementation of the boundary element method for two-dimensional problems of elastoplasticity; Int. Journ. of Mech. Sci., volume 22, Pergamon Press
- [16] BARLA G., (1969), Some constitutive equations for rock materials ; Rock Mechanics - Theory and Practice , Proceedings , 11th Symposium held at the University of California , Berkeley , June 16-19 , pp 221-236
- [17] BARRON K., (1971), Brittle fracture initiation in and ultimate failure of rocks . Part I - isotropic rock ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp 541-551 , Pergamon Press
- [18] BAZANT Z.P., WITTMANN F.H., (1982), Creep and shrinkage in concrete structures; John Wiley and Sons
- [19] BAZANT Z.P., SHIEH C.L., (1980), Hysteretic fracturing endochronic theory for concrete ; Journal of the Engineering Mechanics Division , october 1980
- [20] BAZANT Z. P., (1984), Microplane model for strain-controlled inelastic behaviour ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [21] BAZANT Z. P., (1978), Endochronic inelasticity and incremental plasticity ; Int. J. of Solids Structures , Vol. 14 , pp 691-714 , Pergamon Press
- [22] BELLET D., (1973), Panorama des milieux continus entre solides et liquides; Rheologica Acta 12, 299-310
- [23] BEREST P., BERGUES J., NGUYEN MINH DUC, (1979), Comportement des roches au cours de la rupture: application à l'interprétation d'essais sur tubes épais; Revue Française de Géotechnique, no 9,
- [24] BEREST P., (1979), Effets thermiques dans les cavités en couche salifère ; Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches , Montreux

- [25] BEREST P., (1987), Viscoplasticité en mécanique des roches ; Manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [26] BEREST P., (1984), Modèles analytiques pour les contraintes thermiques dans le cas des milieux granitiques ; Communications de la "journée sur le granite " du 26 juin , Orléans-la-Source , document du BRGM , no 84
- [27] BERGUES J. , CHARPENTIER J. P. , DAO M., (1987), Etude expérimentale du comportement mécanique du sel en extension ; Comptes- rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 805-808
- [28] BERGUES J. , CHARPENTIER J. P. , HABIB P., (1984), Influence de la fissuration sur le comportement mécanique du granite et effets de la température ; Journées sur le granite , Orléans-la Source , 26 juin , pp 203-212 , Document BRGM
- [29] BIRD R.B., STEWART E., LIGHTFOOT E.N., (1960), Transport phenomena ; John Wiley and sons (voir aussi la réf. 39)
- [30] BODNER S. R. , PARTOM Y., (1972), A large deformation elastic-viscoplastic analysis of a thick-walled spherical shell ; J. of Appl. Mech. published by the Amer. Soc. of Mech. Engineers , Vol. 39 , Series E , No 1 , pp 751-757 , March 1972
- [31] BODNER S. R. , PARTOM Y., (1975), Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain hardening materials ; J. of Appl. Mech. published by the Amer. Soc. of Mech. Engineers , Vol. 42 , Series E , No 1 , March 1975
- [32] BORCHERT K. M. , HEBENER H. , RICHTER T., (1984), Creep calculation on salt by using an endochronic material law compared to other creep formulations ; Proc. of 1st conf. on the mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , nov. 1981 , pp 573-587 , Trans Tech Publ.
- [33] BORDIA S. K., (1971), The effects of size and stress concentration on the dilatancy and fracture of rock ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp 629-640 , Pergamon Press
- [34] BOYLE J.T., (1980), Approximations in the reference stress method for creep design; Int. journ. of mech. Sci., volume 22, 1980 , Pergamon Press
- [35] BRADY B.H.G., ST JOHN C.M., (1982), The role and credibility of computational methods in engineering rock mechanics; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [36] BRADY B. T., (1971), The effect of confining pressure on the elastic stress distribution in a radially end constrained circular cylinder ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , Pergamon Press

- [37] BRADY B. T., (1969), Effect on the intermediate principal stress on the fracture of brittle rock ; Rock Mechanics - theory and practice , Proceedings , 11th Symposium on Rock Mech. held at the University of California , pp 267-279 , Berkeley
- [38] BROCH E. , FRANKLEIN J. A., (1972), The point load strength test ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 669-697 , Pergamon Press
- [39] BYRON BIRD R., WARREN E. STEWART, EDWIN N. LIGHTFOOT, (1960), Transport phenomena; Wiley International Edition
- [40] CARLSSON H., (1978), A pilot heater test in the Stripa granite ; Division of Rock Mechanics , University of Lulea , Sweden , LBL-7086/SAC-06 , August 1978
- [41] CARUSO L., SIMMONS G., WILKENS R., (1985), The physical properties of a set of sandstones - part I. the samples ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , vol.22 , NO.6
- [42] CASEY J. , NAGHDI P. M., (1984), Strain-hardening response of elastic plastic materials ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [43] CHAMBON R., (1984), A directionally linearizable incremental constitutive equation ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema
- [44] CHEN W. F. , BALADI G. Y., (1985), Soil plasticity - theory and implementation ; Developments in geotechnical engineering , vol. 38 , Elsevier
- [45] CHEN W. F., (1984), Constitutive modelling in soil mechanics ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [46] CHEN W. F., (1985), Constitutive relations for concrete , rock and soils : discussor's report ; Mechanics of Geomaterials , rocks , concrete , soils edited by Z. P. Bazant , pp 65-128 , John Wiley and Sons
- [47] CHENEVERT M. E., (1969), Adoptive pore pressures of argillaceous rocks ; Rock Mechanics - theory and practice , Proceedings , 11th Symposium held at the University of California , Berkeley , pp 267-279
- [48] CHIN H.-P. , ROGERS J. D., (1987), Creep parameters of rocks on an engineering scale ; Rock Mechanics and Rock Engineerings , Vol. 20 , pp 137-146
- [49] CHRISTENSEN R. M., (1982), Theory of viscoelasticity - an introduction ; 2nd edition , Academic Press

- [50] CHU H. S. , BRANDT H., (1987), Short communication : constants for an elastoplastic cap model for limestone ; Int. J. for Num. and Analyt. Methods in Geomech. , Vol. 11 , pp 193-202
- [51] COLEMAN B. D. , NOLL W., (1974), Foundations of linear viscoelasticity ; The Foundations of Mechanics and Thermodynamics - selected papers , edited by W. Noll , pp 113-122 , Springer Verlag
- [52] COOK N.G.W., (1982), Questions on experimental rock mechanics; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [53] COOK N. G. W., (1970), An experiment proving that dilatancy is a persuasive volumetric property of brittle rock loaded to failure ; J. of the Int. Soc. for Rock Mech. , Vol. 2
- [54] COUARRAZE G., GROSSIORD J.L., (1984), Initiation à la rhéologie ; Technique et Documentation , 11 rue Lavoisier 75008 Paris
- [55] CRAWFORD A.M., CURRAN J.H., (1983), A displacement discontinuity approach to modelling the creep behaviour of rock and its discontinuities; Int. Journ. for Num. and analyt. methods in geomechanics, volume 7, number 3, July-Sept , John Wiley and Sons
- [56] CRISTESCU N., (1985), Fluage , dilatance ou compressibilité des roches autour des puits verticaux et de forages pétroliers ; Revue Française de Géotechnique , No 31
- [57] CRUDEN D. M., (1971), Single-increment creep experiments on rock under uniaxial compression ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp 127-142 , Pergamon Press
- [58] CRUDEN D. M., (1971), The form of the creep law for rock under uniaxial compression ; Int. J. of Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp 105-126 , Pergamon Press
- [59] CRUDEN D. M. , MASOUMZADEH S., (1987), Accelerating creep of the slopes of a coal mine ; Rock Mechanics and Rock Engineering , Vol. 20 , pp 123-135
- [60] CUELLAR V., (1984), An endochronic model for dense sand ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema
- [61] CURRAN D. R. , SEAMAN L. , DEIN J., (1984), Constitutive laws for failing material ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [62] DAFALIAS A. Y. F., (1985), A Summary of discussions on constitutive modelling of nonlinear triaxial behaviour (part II) ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 569-570 , John Wiley and Sons

- [63] DARVE F., (1984), An incrementally non-linear constitutive law of second order and its application to localisation ; in Mechanics of engineering materials , edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [64] DARVE F., (1987), L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [65] DARVE F., (1987), Les lois incrémentales non linéaires ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [66] DARVE F., (1983), Rupture d'argiles naturelles par surfaces de cisaillement à l'essai triaxial ; Revue Française de Géotechnique , No 23 , pp 27-38
- [67] DAWSON P. R. , MUNSON D. E., (1983), Numerical simulation of creep deformations around a room in a deep potash mine ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 20 , No 1 , pp 33-42 , Pergamon Press
- [68] DAYRE M., (1987), Incidence de la fissuration sur la déformabilité et la rupture ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [69] DESAI Ch. S. , SALAMI M. R., (1987), Constitutive model for rocks ; J. of Geotechn. Engin. , Vol. 113 , No 5 , May 1987 , pp 407-423
- [70] DESCOEUDRES F., (1982), Utilisation de l' énergie géothermique ; Publications de la Société Suisse de Mécanique des Sols et des Roches , No.107 , GEOTHERMIE , journée d'étude du 5 novembre , Zurich
- [71] DESCOEUDRES F., (1971), Comportement mécanique non linéaire des sols et roches et application de la méthode des éléments finis ; Bulletin Technique de la Suisse Romande , No.25 , 11 décembre
- [72] DESCOEUDRES F., (1975), Comportement mécanique des massifs rocheux autour d'une cavité ; journée d' études organisée par la SIA , Zurich , décembre 1975
- [73] DESRUES J., (1987), Naissance des bandes de cisaillement dans les milieux granulaires : expérience et théorie ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , PARIS
- [74] DOE T.W., LONG J.C.S., ENDO H.K., WILSON C.R., (1982), Approaches to evaluating the permeability and porosity of fractured rock masses; Issues in Rock Mechanics, symposium on rock mechanics, Berkeley

- [75] DORN J.E., (1954), Some mechanical experiments on high temperature creep; Journal of the Mechanics and Physics of Solids, volume 8, pp 85-116, Pergamon Press Ltd, London
- [76] DOUGILL J. W., (1985), Constitutive relations for concrete and rock : applications and extensions of elasticity and plasticity theory ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete and Soils edited by Z. P. Bazant , pp 21-46 , John Wiley and Sons
- [77] DRAGON A. , MROZ Z., (1979), A model for plastic creep of rock-like materials accounting for the kinetics of fracture ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 16 , pp 253-259 , Pergamon Press
- [78] DREYER W., (1972), The science of rock mechanics - part I : the strength properties of rocks ; Trans Tech Publications , Jan. 1972
- [79] DRNEVICH, GRAY editeurs, (1981), Acoustic emissions in geotechnical engineering practice; a Symposium sponsored by ASTM Committee D-18 on soil and rock for engineering purposes , Detroit, Michigan, 24 June
- [80] DUDDECK H.W., NIPP H.-K., (1982), Time and temperature dependent stress and displacement fields in salt domes; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [81] DUNBAR W.S., (1982), Implementation of finite element boundary integral linkage algorithms for rock mechanics application; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [82] DUNGAR R., NUH S., (1980), Endochronic-critical state models for sand; Journal of the Engineering Mechanics Division , October 1980
- [83] ECKERT PH., (1985), Mécanismes de transport d'eau dans la pâte de ciment durcie ; Chronique des Matériaux de Construction , revue CHANTIERS/SUISSE , vol.16 , mars 1985
- [84] EDMOND J. M. , PATERSON M. S., (1972), Volume changes during the deformation of rocks at high pressures ; Int. J. of Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 161-182 , Pergamon Press
- [85] EGGER P., (1975), Le rôle des mesures et auscultations dans la construction souterraine ; journée d'études organisée par la SIA , Zurich
- [86] EINSTEIN H.H., DESCOEUDRES F., (1972), Inventaire des essais in situ de mécanique des roches (principes et critiques) ; Bulletin Technique de la Suisse Romande , No.22 du 28 octobre , Lausanne
- [87] EISELE J. A. , MASON R. M., (1970), Applied matrix and tensor analysis ; Wiley - Interscience , a division of John Wiley and Sons

- [88] EL RABAA A.W.M.A., AUSTRULID W.A., UBBES W.F., (1982), Spatial distribution of deformation moduli around the CSM/ONWI room, Edgar mine, Idaho Springs, Colorado; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [89] ENGELDER T., (1984), The time dependent strain relaxation of Algerie granite; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., vol.21
- [90] FARMER I. W., GILBERT M. J., (1984), Time dependent strength reduction of rock salt; Proc. of the 1st conf. on mech. behavior of salt, Pennsylvania State University, 1981, pp 4-18, Trans Tech Publ.
- [91] FEDA J., (1982), Mechanics of particulate materials - the principles; Developments in geotechnical engineering, Vol. 30, Elsevier
- [92] FELIX C., (1984), Essais de dilatation linéaire isotherme par absorption d'eau sur des grès; Chronique des Matériaux de Construction, revue CHANTIERS/SUISSE, vol.15, décembre 1984
- [93] FINE J., TIJANI S.M., VOUILLE G., BOUCLY P., (1979), Détermination expérimentale de quelques paramètres élastoviscoplastiques des roches; Société Internationale de Mécanique des Roches, Montreux
- [94] FINNIE L., HELLER W., (1959), Creep of engineering materials; Mc Graw-Hill Book Company, Inc.
- [95] FISCHER F. J., (1984), An axisymmetric method for analysing cavity arrays; Proc. of the 1st conf. on the mech. behavior of salt, Pennsylvania State University, nov. 1981, pp 661-680, Trans Tech Publ.
- [96] FLAVIGNY E., (1987), Propriétés visqueuses des géomatériaux; manuel de rhéologie des géomatériaux, sous la direction de F. Darve, Presses de l'ENPC, Paris
- [97] FREDRICKSON A. G., (1964), Principles and applications of rheology; Printice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, New York
- [98] FRIEDMAN M., HANDIN J., BAUER S.J., (1982), Deformation mechanisms in granodiorite at effective pressures to 100 MPa and temperatures to partial melting; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [99] FROSSARD E., (1983), Une équation d'écoulement simple pour les matériaux granulaires; Géotechnique, volume 33, number 2, June 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [100] GANGI A. F., PARRISH D. K., HANDIN J., (1984), Transient and steady-state deformation of synthetic rock salt; Proc. of the 1st conf. on the mech. behavior of salt, Pennsylvania State University, nov. 1981, pp 37-51, Trans Tech Publ.

- [101] GANTMACHER F. R., (1966), Théorie des matrices tome I : théorie générale ; traduit par Ch. Sarthou , Dunod , Paris
- [102] GAZIEV E., MOROZOV A., CHAGANIAN V., (1984), Comportement expérimental des roches sous contraintes et déformations triaxiales ; Revue Francaise de Géotechnique , No.29
- [103] GENEVOIS R., PRESTININZI A., (1979), Time dependent behavior of granitic rocks, related to their alteration grade; Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Montreux
- [104] GIECK K., (1979), Formulaire technique ; traduction française de G. Bendit , 6ème édition française , Gieck-Verlag , D 7100 Heilbronn
- [105] GLUSHKO V. T. , RUBETS G. T., (1973), Discussion of the paper : strength distribution in hard rock by KOSTAK and BIELENSTEIN ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 10 , pp 763-766 , Pergamon Press
- [106] GOETZE C., (1971), High temperature rheology of Westerly granite; Journal of Geophysical Research , vol. 76 , No 5 , February 10
- [107] GOGUEL J., (1985), Tectonique des plaques et mécanique des roches ; Revue Francaise de Géotechnique , No.30
- [108] GRADY D., (1985), The mechanics of fracture under high-rate stress loading ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 129-156 , John Wiley and Sons
- [109] GRAHAM J., CROOKS J.H.A., BELL A.L., (1983), Time effects on the stress strain behaviour of natural soft clays; Géotechnique, volume 33, number 3, sept 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [110] GRAHAM J., HOULSBY G.T., (1983), Anisotropic elasticity of a natural clay; Géotechnique, volume 33, number 2, june 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [111] GRIGGS D., (1939), Creep of rocks; The Journal of Geology, April-Mai 1939, volume 47, no 3
- [112] GRIGGS D.T., (1936), Deformation of rocks under high confining pressures; The Journal of Geology, volume 44, no 5, July-August 1936
- [113] GRIGGS D.T., TURNER F.J., HEARD H.C., (1960), Deformation of rocks at 500 to 800 oC ; Rock Deformation , Geol. Soc. Am. Mem. 79
- [114] GUDEHUS G., (1984), Evaluation of the workshop ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema

- [115] GUNSALLUS K. L. , KULHAWY F. H., (1984), A comparative evaluation of rock strength measures ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 21 , No 5 , pp 233-248 , Pergamon Press
- [116] HADJ HAMOU A., (1983), Contribution à l'étude du comportement des sols pulvérulents sous chargements cycliques et dynamiques ; Thèse présentée à l'ENPC le 24/12
- [117] HANDIN J., HEARD H.C., MAGOUIRK J.N., (1967), Effects of intermediate principal stress on the failure of limestone, dolomite, and glass at different temperatures and strain rates; Journal of Geophysical Research , volume 76, no 2, January 15
- [118] HANDIN J., CARTER N., (1979), Rheological properties of rocks at high temperatures; Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Montreux
- [119] HANSEN F. D. , CARTER N. L., (1983), Semibrittle creep of dry and wet Westerly granite at 1000 MPa ; 24th U. S. Symposium on Rock Mech. , pp 429-447 , Assoc. of Engin. Geologists , Texas University , June 1983
- [120] HARDIN B.O., (1983), Plane strain constitutive equations for soils; Journal of Geotechnical Engineering , volume 109, no 3, Mars 1983, Robert D. Holtz editor, Purdue University
- [121] HARDIN E., BARTON N., VOEGELE M., BOARD M., LINGLE R., PRATT H., UBBES W., (1982), Measuring the thermomechanical and transport properties of a rock mass using the heated block test; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [122] HARDY Jr H. R. , KIM R. Y. , STEFANKO R. , WANG Y. J., (1969), Creep and microseismic activity in geologic materials ; Rock Mechanics - Theory and Practice , Proceedings of the 11th Symposium held at the University of California , Berkeley , pp 377-412 , Wilbur H.
- [123] HARR M. E., (1981), Mécanique des milieux formés de particules ; Presses Polytechniques Romandes , Lausanne
- [124] HART R. D. , JOHN C. M. St., (1986), Formulation of a fully-coupled thermal-mechanical-fluid flow model for non-linear geological systems ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 23 , No 3 , pp 213-224
- [125] HEARD H.C., (1963), Effect of large changes in strain rate in the experimental deformation of Yule Marble; The Journal of Geology, volume 71, January 1963, the University of Chicago Press
- [126] HEARD H.C., (1960), Transition from brittle to ductile flow in Solenhofen limestone as a function of temperature , confining pressure , and interstitial fluid pressure ; Rock Deformation , Geol. Soc. Am. Mem. 79

- [127] HEARD H.C., (1982), Mechanical, thermal, and fluid transport properties of rocks at depth; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [128] HERRMANN W. , WAWERSIK W. R. , MONTGOMERY S. T., (1984), Review of creep modelling for rock salt ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [129] HEUZE F.E., (1982), On the modelling of nuclear waste disposal by rock melting; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [130] HEUZE F.E., (1983), High temperature mechanical , physical and thermal properties of granitic rocks - a review ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , vol.20 , No.1
- [131] HEUZE F. E., (1971), Sources of errors in rock mechanics field measurements , and related solutions ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp , Pergamon Press
- [132] HEYMAN J., LECKIE F.A. editors, (1968), Engineering plasticity; papers for a conference held in Cambridge, March 1968, Cambridge at the University Press
- [133] HILL R., (1971), The mathematical theory of plasticity; Oxford, at the Clarendon Press
- [134] HOEK E., LONDE P., (1974), Travaux de surface au rocher ; texte du rapport général du thème III au 3 ème congrès de la Société Internationale de Mécanique des Roches , Denver , USA , septembre 1974
- [135] HOEK E., BROWN E.T., (1980), Empirical strength criterion for rock masses ; Journal of Geotechnical Engineering Division , septembre 1980
- [136] HOEK E., (1983), Twenty third Rankine lecture : strength of joints rock masses; Geotechnique, volume 33, number 3, sept 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [137] HOFER K.-H. , KNOLL P., (1971), Investigations into the mechanism of creep deformation in corundum, and practical applications ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp 61-73 , Pergamon Press , 1971
- [138] HERRIGMOE G., (1985), Effect of pore water and its diffusion in concrete ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 349-377 , John Wiley and Sons
- [139] HOUPERT R., HOMAND-ETIENNE F., (1979), Influence de la température sur le comportement mécanique des roches; Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches , Montreux

[140] HOUPERT R., HOMAND-ETIENNE F., (1984), Comportement mécanique des roches en fonction de la température ; Revue Française de Géotechnique , No.28

[141] HOUSTON S.L., HOUSTON W.N., WILLIAMS N.D., (1985), Thermomechanical behaviour of seefloor sediments ; Journal of Geotechnical Engineering , vol.111 , No.11 , novembre 1985

[142] HUDSON J.A., BROWN E.T., (1972), Studying time dependent effects in failed rock; New Horizons in rock mechanics, Proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14

[143] HUGHSON D. R. , CRAWFORD A. M. , (1987), Kaiser effect gauging : the influence of confining stress on its response ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 981-985

[144] INADA Y., YOKOTA K., (1984), Some studies of low temperature rock strength - technical note ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , vol. 21 , no 3

[145] ITO H. , SASAJIMA S., (1987), A ten year creep experiment on small rock specimens ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. , Vol. 24 , no 2 , pp 113-121

[146] ITO H., (1983), Creep of rock based on long term experiments ; Int. Congress on Rock Mech. , Proceedings , Vol. 1 , pp A117-A124 , Melbourne

[147] ITO H. , SASAJIMA S., (1979), Long term creep experiments of rocks obtained for 4 years ; Rock Mech. in Japan , Vol. 3 , pp 32-34 , Japanese Committee for ISRM

[148] JAEGER J.C., (1969), Elasticity, fracture and flow; 3rd edition, Methuen and Co Ltd, London

[149] JAEGER J.C., COOK N.G.W., (1969), Fundamentals of rock mechanics; Chapman and Hall Ltd and Science Paperbacks

[150] JEFFREYS H., (1976), The earth; 6th edition, Cambridge University Press

[151] KAISER P. K. , MORGENSTERN N. R., (1981), Time-dependent deformation of small tunnels - I. experimental facilities II. typical test data III. phenomenological model for rock with dependent strength , Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 18 , pp 129-165

[152] KAMMERER A., (1983), Mécanique des milieux continus réels ; Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics , No.415 , juin 1983

[153] KAMMERER A., (1985), Mécanique des solides réels ; Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics , No.440 , décembre 1985

- [154] KATCHANOV L., (1975), Eléments de la théorie de la plasticité; traduit du Russe, éditions MIR
- [155] KATONA M. G., MULERT M. A., (1984), A viscoplastic cap model for soils and rock; Mechanics of engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher, John Wiley and Sons
- [156] KERN H., (1977), Preferred orientation of experimentally deformed limestone marble, quartzite and rock salt at different temperatures and states of stress; Tectonophysics, 139, p 103-120
- [157] KHAKIMOV Kh. R., (1966), Artificial freezing of soils - theory and practice; Translated from Russian, edited by V. F. Zhukov, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem
- [158] KIM M.K., LADE P.V., (1984), Modelling rock strength in three dimensions; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., vol.21
- [159] KING M. S., PAULSSON B. N. P., (1982), Acoustic borehole logging in a granitic rock mass subjected to heating; Issues in Rock Mechanics, 23rd Symposium on Rock Mechanics, Berkeley
- [160] KING M. S., (1973), Creep in model pillars of Saskatchewan potash; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 10, pp 363-371, Pergamon Press
- [161] KOLYMBAS D., (1984), A constitutive law of the rate type for soils - position, calibration and prediction; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus, Darve and Vardoulakis, Balkema
- [162] KOSTAK B., BIELENSTEIN H. U., (1971), Strength distribution in hard rock; Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 8, Pergamon Press
- [163] KOVACS G., (1981), Seepage hydraulics; Elsevier Scientific Publishing Co
- [164] KOVALLIS B.J., (1981), Velocity behavior of rocks related to microcracks, micropores, and porefillings; Facsimile printed by microfilm by University Microfilm International, Ann Arbor, Michigan, USA
- [165] KOVARI K., TISA A., ATTINGER R.O., (1983), Concept of 'continuous failure state' triaxial tests; Rock Mechanics and Rock Engineering 16, 117-131, by Springer-Verlag
- [166] KRANZ R. L., (1979), Crack-crack and crack pore interactions in stressed granite; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 16, pp 37-47, Pergamon Press

- [167] KRANZ R. L., (1979), Crack growth and development during creep of Barre granite ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 16 , pp 23-35 , Pergamon Press
- [168] KRAVTCHENKO J., SIRIEYS P.M. éditeurs, (1964), Rhéologie et mécanique des sols; IUTAM Symposium de Grenoble , Springer-Verlag
- [169] KRAWIETZ A. , RETTIG G., (1984), An incremental constitutive relation for sand ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema
- [170] KUDO Y. , HASHIMOTO K.-I. , SANO O. , NAKAGAWA K., (1987), Relation between physical anisotropy and microstructures of granitic rock in Japan ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 429-432
- [171] KUPPUSAMY T. , BUSLOV A., (1987), Elastic-creep analysis of laterally loaded piles ; J. of Geotechn. Engin. , Vol. 113 , No 4 , April 1987 , pp 351-365
- [172] KUSNETSOV YU.I., VASHCHILIN V.A., (1970), Rock creep at high temperatures; Soviet Mining Science, no 1, January-February 1970, translated from Russian, C/B Consultants Bureau, New York
- [173] KUSOV N.F., SHARIPDZHANOV I.I., (1970), Equation of state and isentropic compressibility of marble; Soviet Mining Science, no 1, January-February 1970, translated from Russian, C/B Consultants Bureau, New York
- [174] KWASNIEWSKI M., (1987), A new linear criterion of brittle failure for rocks ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 1031-1038
- [175] LADANYI B., (1982), Issues in rock mechanics : a personal view ; Issues in rock mechanics , 23 rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [176] LADE P. V., (1984), Failure criterion for frictional materials ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. M. Gallagher , John Wiley and Sons
- [177] LAJTAI E. Z. , SCHMIDTKE R. H., (1986), Delayed failure in rock loaded in uniaxial compression ; Rock Mech. and Rock Engineering , Vol. 19 , No 1 , pp 11-25 , Jan. - March 1986 , Springer - Verlag
- [178] LAJTAI E. Z., (1972), Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 569-578 , Pergamon Press
- [179] LAMA R.D., (1978), Handbook on mechanical properties of rocks, testing techniques and results; series on rock and soil mechanics, volume 3, no 2, Trans Tech Publications

- [180] LANE K. S., (1969), Engineering problems due to fluid pressure in rock ; Rock Mechanics - theory and practice , Proceedings , 11th Symposium on Rock Mech. held at the University of California , Berkeley , pp 501-541
- [181] LANGER M., (1979), Rheological behaviour of rock masses; Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Montreux
- [182] LANGER M., (1984), The rheological behaviour of rock salt ; Proc. of the 1st conf. on the mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , nov. 1981 , pp 201-240 , Trans Tech Publications
- [183] LANIER J., (1987), Développements récents des essais en laboratoire ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [184] LEE E. H., (1962), Viscoelasticity ; Chapter 53 , Handbook of Engineering Mechanics , edited by W. Flugge , 1st edition , Mc Graw-Hill Book Co.
- [185] LEITMAN M. J. , FISHER G. M. C., (1973), The linear theory of viscoelasticity ; Handbuch der Physik , édité par Flugge , Vol. 6 a/3 , Springer Verlag
- [186] LIN T. H., (1968), Theory of inelastic structures ; John Wiley and Sons , Inc.
- [187] LINDNER E. N. , BRADY B. H. G., (1984), Memory aspects of salt creep ; Proc. of the 1st conf. on the mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , nov. 1981 , pp 241-273 , Trans Tech Publications
- [188] LINGLE R., NELSON P.H., (1982), In situ measurement of stress change induced by thermal load: a case history in granitic rock; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [189] LO K.Y., WAI R.S.C., (1982), Thermal expansion, diffusivity and cracking of rock cores from Darlington, Ontario; Revue Canadienne de Géotechnique, volume 19, no 3, Août 1982
- [190] LO K.Y., WAI R.S.C., ROWE R.K., THAM L., (1982), Non linear thermomechanical behaviour and stress analysis in rocks; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [191] LOCKETT F. J., (1974), Assessment of linearity and characterization of nonlinear behavior (general lecture) ; Mechanics of Viscoelastic Media and Bodies , IUTAM Symposium , Gothenburg , Sweden
- [192] LOCKNER D.A., SUMMERS R., MOORE D., BYERLEE J.D., (1982), Laboratory measurements of reservoir rock from the Geysers geothermal field, California; Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. and Geomech. Abstr. , volume 19, no 2, April 1982 , Pergamon Press

- [193] LORET B., (1987), Application de la théorie des multimécanismes à l'étude du comportement des sols ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [194] LORET B., (1987), Elastoplasticité à simple potentiel ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [195] LOUREIRO-PINTO J., (1987), A rheological model of the behaviour of rocks and rock masses ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 1085-1088
- [196] LUNDQUIST R.G., HEINS R.W., (1972), Rock structure design by failure probabilities; New Horizons in rock mechanics, proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14
- [197] LUX K. H. , ROKAHR R., (1984), Laboratory investigations and theoretical statements as basis for the design of caverns in rock salt formations ; Proc. of 1st conf. , mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , 1981 , pp 276-310 , Trans Tech Publ. ,
- [198] MANDEL J., (1964) Conditions de stabilité et postulat de Drucker; IUTAM rhéologie et mécanique des sols , Symposium de Grenoble
- [199] MANDEL J., (1978), Propriétés mécaniques des matériaux ; Editions Eyrolles , Paris
- [200] MEHRABADI M.M., COWIN S.C., (1980), Prefailure and postfailure soil plasticity models; Journal of the Engineering Mechanics Division, October 1980
- [201] MICHELIS P., (1987), True triaxial yielding and hardening of rock ; J. of Geotechn. Engin. , Vol. 113 , No 6 , Juin 1987 , pp 617-635
- [202] MILLER T. W. , CHEATHAM Jr J. B., (1972), A new yield condition and hardening rule for rocks ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 453-474 , Pergamon Press
- [203] MINH D. N. , ROUSSET G., (1987), Rôle des effets à court terme sur le comportement différé des galeries souterraines ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 1153-1156
- [204] MIRZA U. A., (1984), Prediction of creep deformations in rock salt pillars ; Proc. of the 1st conf. on the mech. behavior of salt , Pennsylvania State University . 1981 , pp 312-337 , Trans Tech Publications
- [205] MISRA A.K., MURRELL S.A.F., (1965), An experimental study of the effect of temperature and stress on the creep of rocks; Geophys. J. Roy. Astr. Soc., volume 9, no 5, p 509-535

- [206] MOGI K., (1979), Anisotropic deformation under general triaxial compression ; Rock Mechanics in Japan , Vol 3 , Japanese Committee for ISRM , pp 38-40
- [207] MOKHNACHEV M.P., GROMOVA N.V., (1970), Laws of variation of tensile strength indices and deformation properties of rocks with rate and duration of loading; Soviet Mining Science ,no 1 , Jan.-Febr.1970 ,translated from Russian, C/B Consultants Bureau, New York
- [208] MROZ Z. , ZIENKIEWICZ O. C., (1984), Uniform formulation of constitutive equations for clays and sands ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H. Gallagher , John Wiley and Sons
- [209] MROZ Z., (1985), Current problems and new directions in mechanics of geomaterials ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 539-566 , John Wiley and Sons
- [210] MRUGALA M., (1984), Application of statistical methods to the determination of mechanical model parameters for salt ; Proc. 1rst conf. on mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , 1981 , pp 340-354 , Trans Tech Publications
- [211] MUNSON D.E., DAWSON P.R., (1982), A work hardening/recovery model of transient creep of salt during stress loading and unloading; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [212] MURRELL S. A. F. , CHAKRAVARTY S., (1973), Some new rheological experiments on igneous rocks at temperatures up to 1120 oC ; Geophysics , J. R. Astr. Soc. , Vol. 34 , pp 211-250
- [213] MURRELL S.A.F., (1967), An experimental study of the effect of temperature and stress on the creep of rocks, with a discussion of earth tide damping, isostasy and mantle convection; Geophys. J. R. Astr. Soc. 14, pp 51-55
- [214] NAKAGAWA K., (1979), On the fracture condition of rock like materials in compression ; Rock Mechanics in Japan , Vol. 3 , Japanese Committee for ISRM , pp 108-110
- [215] NELSON I., (1978), Constitutive models for use in numerical computations ; Int. Symposium on Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics , Proceedings , Karlsruhe , 5-16 sept 1977 , pp 45-97 , edited by G. Gudehus , A. A. Balkema
- [216] NEMAT-NASSER S., (1984), Rate type relations ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema
- [217] NIKOLAEVSKY V. N., (1985), Mechanics of fluid-saturated geomaterials : discussor's report ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 379-401 , John Wiley and Sons

- [218] NOVACKI W., (1965), Théorie du fluage; Eyrolles
- [219] ODQVIST F. K. G., (1981), Historical survey of the development of creep mechanics from its beginnings in the last century to 1970 ; Creep in Structures , IUTAM , 3rd Symposium , Leicester , UK , edited by A. R. S. Ponter and D. R. Hayhurst , pp 1-12 , Springer Verlag ,
- [220] OGDEN R. W., (1984), Non-linear elastic deformations ; Ellis Horwood Limited
- [221] OHNAKA M., (1983), Acoustic emission during creep of brittle rock; Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. and Geomech. Abstr., vol. 20, no 3, June 1983, Pergamon Press
- [222] OTTOSEN N. S., (1986), Viscoelastic-viscoplastic formulas for analysis of cavities in rock salt ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 23 , No 3
- [223] OUCHTERLONY F., (1985), D. Summary of discussions on fracture propagation and fracture energy (part V) ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 577-580 , John Wiley and Sons
- [224] PANET M., (1979), Les déformations différées dans les ouvrages souterrains; Symposium de la société Internationale de Mécanique des Roches, Montreux
- [225] PANIN V.I., TURCHANINOV A., (1970) How the state of stress and fissuring of rock mass affects the speed of propagation of elastic waves; Soviet Mining Science, no 1, January-February 1970, translated from Russian, C/B Consultant Bureau, New York
- [226] PASCAL H., (1983) Rheological behaviour effect of non-newtonian fluids on steady and unsteady flow through a porous medium ; Int. Journ. for num. and analyt. methods in geomechanics, volume 7, number 3, July-Sept 1983, John Wiley and Sons,
- [227] PECK R.B., (1983), Karl Terzaghi 1883-1963 thoughts occasioned by the centenary of his birth; Geotechnique, volume 33, number 3, sept 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [228] PENG S. , PODNIEKS E. R., (1972), Relaxation and the behavior of failed rock ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 699-712
- [229] PENG S. , JOHNSON A. M., (1972), Crack growth and faulting in cylindrical specimens of Chelmsford granite ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 37-86 , Pergamon Press
- [230] PENG S. S., (1973), Time dependent aspects of rock behavior as measured by a servocontrolled hydraulic testing machine ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 10 , pp 235-246 , Pergamon Press

- [231] PERAMI R., (1971), Comportement mécanique sous charge uniaxiale de roches déjà microfissurées thermiquement ; Symposium de la SIMR , Nancy
- [232] PERAMI R., (1971), Formation des microfissures dans les roches sous l'effet de variations homogènes de températures ; Symposium de la SIMR , Nancy
- [233] PFIEFLE T.W., SENSENY P.E., (1982), Steady state creep of rock salt in geoen지니어ing; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [234] PINSKY P. M. , PISTER K. S. , TAYLOR R. L., (1984), Formulation and numerical integration of elastoplastic and elastoviscoplastic rate constitutive equations ; Mechanics of Engineering Materials edited by C. S. Desai and R. H Gallagher , John Wiley and Sons
- [235] PISTER K. S., (1985), Some remarks on constitutive equations for concrete and geomaterials : discussor's report ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 461-468 , John Wiley and Sons
- [236] PRANDTL, TIETJENS, (1934), Fundamentals of hydro and aeromechanics; Dover Publications, Inc. New York
- [237] PRATT H. R. , BLACK A. D. , BROWN W. S. , BRACE W. F., (1972), The effect of specimen size on the mechanical properties of unjointed diorite ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 513-529 , Pergamon Press
- [238] PREECE D. S., (1987), Borehole creep closure measurements and numerical calculations at the Big Hill , Texas SPR storage site ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 219-224
- [239] PREECE D.S., STONE C.M., (1982), Verification of finite element methods used to predict creep response of leached salt caverns; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [240] RABOTNOV Yu. N., (1969), Creep problems in structural members ; translated from Russian , edited by F. A. Leckie , North-Holland Publishing Co. , Amsterdam , London
- [241] RAMIREZ A.L., DEADRICK F.J., LYTLE R.J., (1982), Cross borehole fracture mapping using electromagnetic geotomography; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [242] RAO M. V. M. , RAMANA Y. V., (1974), Dilatant behaviour of ultramafic rocks during fracture ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 11 , pp 193-203 , Pergamon Press

- [243] RAYNEAU C., JOUHANNA P., (1971), Influence de la température sur l'écoulement en milieux fissurés; Symposium de la Société Internationale de Mécanique des Roches, Nancy
- [244] REBELO N., KOBAYASHI S., (1980), A coupled analysis of viscoplastic deformation and heat transfer, theoretical considerations / applications; Int. Journ. of Mech. Sci., volume 22, Pergamon Press
- [245] REINER M., (1975), Selected papers on rheology; Elsevier Scientific Publishing Co.
- [246] REINER M., (1968), Rheologie; version allemande de 'deformation, strain and flow', paru en 1960
- [247] RENZHIGLOV N.F., PAVLISHCHEVA T.V., (1970), On the viscosity of rocks; Soviet Mining Science, Sept-Oct 1970
- [248] RICHARD T.G., ADVANI S.H., (1982), An experimental investigation of the combined effects of strain rate and moisture content on shale; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [249] RIVLIN R. S., (1974), On the foundations of the theory of non-linear viscoelasticity; Mechanics of Viscoelastic Media and Bodies, IUTAM Symposium, Gothenburg, Sweden
- [250] ROBINET J. C., MOHKAM M., DOANH T., DEFFAYET M., (1984), A nonlinear incremental constitutive law for soils; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus, Darve and Vardoulakis, Balkema
- [251] RONGZUN H., ZUHUI Z., JINGEN D., (1987), The creep characteristics of shale formation and the analysis of its loading on the oil casing; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches, Montréal, pp 137-139
- [252] RUDNICKI J. W., (1985), Effect of fluid diffusion on deformation and failure of rock; Mechanics of Geomaterials, Rocks, Concrete, Soils edited by Z. P. Bazant, pp 315-347, John Wiley and Sons
- [253] RUMMEL F., (1969), Studies of time dependent deformation of some granite and eclogite rock samples under uniaxial, constant compressive stress and temperatures up to 400 °C; Zeitschrift für Geophysik, Band 35, Seite 17-42, Physica-Verlag, Würzburg
- [254] RUNESSON K., (1987), Short communication: implicit integration of elastoplastic relations with reference to soils; Int. J. for Num. and Analyt. Meth. in Geomech., Vol. 11, pp 315-321
- [255] RUTTER E. H., (1972), The effects of strain rate changes on the strength and ductibility of Solenhofen limestone at low temperatures and confining pressures; Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 9, pp 183-189, Pergamon Press

- [256] RUTTER E. H., (1972), On the creep testing of rocks at constant stress and constant force ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 191-195 , Pergamon Press
- [257] SAHLI M. , MOTTIER J., (1988), Essais thermiques sur une molasse gréseuse ; Conférence Internationale "mesures et essais en Génie Civil" , 13-16 sept 1988 , CAST , INSA, 20 av. albert-einstein 69621 VILLEURBANNE (à paraître)
- [258] SANDLER I.S., DIMAGGIO F.L., BALADI G.Y., (1976), Generalised cap model for geological materials; Journal of Geotechnical Engineering Division, July 1976
- [259] SANDLER I. S. , DIMAGGIO F. L. , BARON M. L., (1984), An extension of the cap model-inclusion of pore pressure effects and kinematic hardening to represent an anisotropic wet clay ; Mech. of Eng. Materials edited by Desai and Gallagher , John Wiley and Sons
- [260] SANDLER I. , BARON M., (1985), Numerical models for dynamic loading ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 501-526 , John Wiley and Sons
- [261] SANGHA C. M. , DHIR R. K., (1972), Influence of time on the strength, deformation and fracture properties of a Lower Devonian sandstone ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 343-354 , Pergamon Press
- [262] SAUGY B., (1969), Contribution à l'étude théorique du comportement non linéaire des structures massives en béton armé sous charges rapides; Bulletin Technique de la Suisse Romande, no 22 du 01-11-69
- [263] SCHEIDEGGER A. E., (1970), On the rheology of rock creep ; J. of the Int. Soc. for Rock Mech. , Vol. 2
- [264] SCHRODT J. K. , HOLDER J.T., (1983), Temperature and strain rate effects on micromechanical behavior in triaxially compressed marbles ; 24th U. S. Symposium on Rock Mechanics edited by the Ass. of Eng. Geologists , June 1983
- [265] SCOTT R.F., (1985), Plasticity and constitutive relations in soil mechanics ; Journal of Geotechnical Engineering , vol.111 , No.5 , may 1985
- [266] SELVADURAI A. P. S., (1979), Some results concerning the viscoelastic relaxation of prestress in a surface rock anchor ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 16 , pp 309-317 , Pergamon Press
- [267] SENSENY P.E., FOSSUM A.F., PFEIFLE T.W., (1983), Non associative constitutive laws for low porosity rocks; Int. Journ. for Num. and Analyt. methods in geomechanics, volume 7, number 3, July-Sept 1983, John Wiley and Sons

- [268] SHAW M.C., (1980), A new mechanism of plastic flow; Int. Journ. of Mech. Sci., volume 22, Pergamon Press
- [269] SINGH M.M., HUCK P.J., (1972), Large scale triaxial tests on rock; New Horizons in rock mechanics, proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14
- [270] SINGH D. P., (1975), A study of creep of rocks ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , Vol. 12 , pp 271-276 , Pergamon Press
- [271] SINHA K.P., BORSCHEL T.F., SCHATZ J.F., DEMOU S., (1982), Triaxial creep of oil shale and deformation of pillars in the in situ restoring environment; Issues in Rock Mechanics; 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [272] SIRIEYS P., (1984), La dilatance des roches ; Revue Francaise de Géotechnique , No.27
- [273] SOKOLNIKOFF I. S., (1963), Tensor analysis : theory and application ; John Wiley and Sons , New York , London
- [274] SOMMERFIELD A., (1950), Mechanics of deformable bodies; lectures on theoretical physics, volume 2, Academic Press, New York, San Francisco, London
- [275] STAVROPOULOU V.G., (1982), Behaviour of brittle sandstone in plane strain loading condition; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [276] STUTZ P., (1987), Lois de comportement : principes généraux ; manuel de rhéologie des géomatériaux , sous la direction de F. Darve , Presses de l'ENPC , Paris
- [277] SUAREZ DEL RIO L.M., NORIN J., (1985), Bending tests and acoustic emissions for heated Avesta - gneiss - technical note ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , vol.22
- [278] SWAN G., (1978), The mechanical properties of Stripa granite ; Division of Rock Mechanics , University of Lulea , Sweden , LBL-7074/SAC-03 , reprinted by Lawrence Berkeley Laboratory , University of California , August 8
- [279] SWANSON S. R. , BROWN W. S., (1971), An observation of loading path independance of fracture in rock ; Int. J. of Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 8 , pp 277-281 , Pergamon Press
- [280] SZALWINSKI C.M., (1983), The particle stress tensor; Geotechnique, volume 33, number 2, June 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [281] SZYMANSKI M.B., (1983), Elastic plastic shear deformation of frictional granular materials; Int. Journ. for num. and analyt. methods in geomechanics, volume 7, number 3, July-Sept 1983, John Wiley and Sons

- [282] TASTAVI A., (1971), Thermodynamique technique ; tome II , cours de l'Ecole Technique Supérieure de Genève
- [283] TEUFEL L. W., (1985), C. Summary of discussions on shear localization faulting , and frictional slip (part IV) ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited by Z. P. Bazant , pp 575-756 , John Wiley and Sons
- [284] THILL R.E., (1972), Acoustic methods for monitoring failure in rock; New Horizons in rock mechanics, proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14
- [285] THIRUMALAI K., (1969), Process of thermal spalling behavior in rocks - an exploratory study ; Rock Mechanics - Theory and Practice , Proceedings , 11th Symposium held at the University of California , Berkeley , June 16-19 , 1969 , pp 705-727
- [286] THIRUMALAI K., CHEUNG J.B., (1972), A study on a new concept of thermal hard rock crushing; New Horizons in rock mechanics, proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14
- [287] THOMS R.L., CHAR C.V., BERGERON W.J., (1972), Finite element analysis of rock salt pillar models; New Horizons in rock mechanics, proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14
- [288] TIJANI S. M., (1987), Zones de traction au cours d'essais de compression ; Comptes-Rendus du 6ème Congrès International de Mécanique des Roches , Montréal , pp 1279-1281
- [289] TIMOSHENKO S.P., GOODIER J.N., (1970), Theory of elasticity; Mc Graw-Hill Book Co
- [290] TING T.C.T., (1974), Nonlinear effects on the propagation of all orders in viscoelastic media ; Mechanics of Viscoelastic Media and Bodies , IUTAM Symposium , Gothenburg , Sweden
- [291] TOURENQ C., (1969), Etude de la rupture des roches par la méthode des répliques; Colloque de géotechnique, Toulouse, Mars 1969
- [292] TRUESDELL C., (1974), Introduction à la mécanique rationnelle des milieux continus ; traduction française par D. Euvrard , Masson et Co , Paris
- [293] TRUESDELL C. , NOLL W., (1965), The nonlinear field theories of mechanics ; Handbuch der Physik publié par S. Flugge , Vol. 3 , Springer Verlag
- [294] VAN CAUWELAERT F., (1980), Contraintes et déplacements dans un massif semi-infini anisotrope à plan isotrope, application au compactage; extrait des Annales des Travaux Publics de Belgique, no 2

- [295] VAN EEKELEN H. A. , HULSEBOS T. , URAI J. L., (1984), Creep of bischofite ; Proc. of the 1rst conf. on the mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , nov. 1981 , pp 389-405 , Trans Tech Publications
- [296] VARDOULAKIS I., (1984), Stability and bifurcation of soil samples ; Constitutive Relations for Soils edited by Gudehus , Darve and Vardoulakis , Balkema
- [297] VILLEUMIER F., (1978), Contribution à l'étude des lois contrainte-déformation des milieux pulvérulents ; Thèse No 292 (1977) présentée au département de Génie Civil de l'EPFL , Lausanne
- [298] VOUILLE G. , TIJANI S. M. , de GRENIER F., (1984), Experimental determination of the rheological behavior of Tersanne rock salt ; Proc. of 1rst conf. on the mech. behavior of salt , Pennsylvania State University , 1981 , pp 408-449 , Trans Tech Publications
- [299] VUAILLAT P., (1980), Propriétés visqueuses d'une argile : expérience et formulation incrémentale ; Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale de l'Institut Polytechnique de Grenoble le 21/02
- [300] VULLIET L., (1986), Modélisation des pentes naturelles en mouvement ; Thèse No 635 (1986) présentée au département de Génie Civil , EPFL , Lausanne
- [301] VYALOV S. S., (1986), Rheological fundamentals of soil mechanics ; Elsevier
- [302] WAGNER R.A., MELLEGARD K.D., SENSENY P.E., (1982), Influence of creep law form on predicted deformation in salt; Issues on Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [303] WAI R.S.C., LO K.Y., ROWE R.K., (1982), Thermal stress analysis in rocks with nonlinear properties; Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. and Geomech. Abstr. , volume 19, no 5, October 1982, Pergamon Press
- [304] WAI S.C., LO K.Y., (1982), Temperature effects on strength and deformation behavior of rocks in southern Ontario; Revue Canadienne de Geotechnique, volume 19, no 3, Août 1982
- [305] WALSH J.B., (1980), Static deformation of rock; Journal of the Engineering Mechanics Division, October 1980
- [306] WARD W.H., TEDD P., BERRY N.S.M., (1983), The Kielder experimental tunnel : final results, Geotechnique, volume 33, number 3, Sept 1983, the Institution of Civil Engineers, London
- [307] WAWERSIK W.R., (1972), Time dependent rock behavior in uniaxial compression; New Horizons in rock mechanics, proceedings, 40th symposium on rock mechanics, Pennsylvania State University, June 11-14

- [308] WEERTMAN J., WEERTMAN J.R., (1975), High temperature creep of rock and mantle viscosity; Ann. Rec. Earth Planet Sci., 3
- [309] WEINBRANDT R. M. , FATT I., (1969), Scanning electron microscope study of the pore structure of sandstone ; Rock Mechanics - Theory and Practice , Proceedings of the 11th Symposium on Rock Mechanics held at the University of California , pp 629-641
- [310] WEISHEN Z., DONGJUN X., (1982), Some consideration of in situ testing on mechanical properties of rock mass; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [311] WENK H.R., (1982), Workshop on deformation mechanisms and texture development in rocks; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [312] WINKEL B. V. , GERSTLE K. H. , KO H. Y., (1972), Analysis of time-dependent deformations of openings in salt media ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. , Vol. 9 , pp 249-260 , Pergamon Press
- [313] WISSLER T.M., SIMMONS G., (1985), The physical properties of a set of sandstones - part II. permanent and elastic strains during hydrostatic compression to 200 MPa ; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr. , vol.22 , No.6
- [314] YAMADA S.E., (1982), A transient technique for in situ thermal property measurements; Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. and Geomech. Abstr., volume 19 , no 3, June 1982, Pergamon Press
- [315] YONGJIA W., CROUCH S.L., (1982), Boundary element methods for viscoelastic media; Issues in Rock Mechanics, 23rd symposium on rock mechanics, Berkeley
- [316] ZAITSEV Yu. V., (1985), Inelastic properties of solids with random cracks ; Mechanics of Geomaterials , Rocks , Concrete , Soils edited Z. P. Bazant , pp 89-128 , John Wiley and Sons
- [317] ZIENKIEWICZ O.C., (1979), La méthode des éléments finis; traduit de "the finite element method", 3ème édition révisée et augmentée de "the finite element method in structural and continuum mechanics", par ARMAND J.L., groupe Mc Graw-Hill
- [318] ZIMMERMANN TH., (1981), Introduction à la modélisation plastique des sols; IENER, Lausanne le 7 décembre



ANNEXES



ANNEXE A1

CARACTERISTIQUES THERMIQUES DES ROCHES .

La conduction et le stockage de chaleur sont caractérisés respectivement par le coefficient de conduction λ et la capacité calorifique C, dont le tableau ci-après donne des ordres de grandeur :

Roches et minéraux	λ [w/m/°C]	C [MJ/m ³ /°C]	Références
Roches cristallophyliennes (granite, etc.)	3.5	2.5	[Tastavi, 1971]
Granite	2.5	2.2	[Berest, 1984]
Terres sédimentaires (molasses, etc.)	2.3	2.1	[Tastavi, 1971]
Grès	1.5	2.1	[Gieck, 1979]
Grès molassique suisse saturé	2.8	2.1	[Sahli et Mottier, 1988]
Grès molassique suisse sec	1.9	1.8	[Sahli et Mottier, 1988]
Craie	1.1	1.8	[Gieck, 1979]
Houille	0.2	1.8	[Gieck, 1979]
Graphite	5.0	1.8	[Gieck, 1979]
Calcaire	1.6	2.1	[Gieck, 1979]
Marbre	2.8	2.1	[Gieck, 1979]
Marbre	2.8	2.1	[Tastavi, 1971]
Schiste	0.4	2.0	[Gieck, 1979]
Argile	0.8	2.0	[Gieck, 1979]
Argile	1.5	1.9	[Berest, 1984]
Sable sec	0.3	1.1	[Gieck, 1979]
Minéral quartz	1.1	2.1	[Gieck, 1979]
Sel pur	6.3	2.0	[Berest et al., 1979]
Sel	5.2	1.8	[Berest, 1984]
Sel	5.6	1.9	[Rolnik, 1984]

Tableau A-I : Paramètres thermiques de quelques roches et minéraux

ANNEXE A2

A titre de comparaison, le tableau ci-après donne les valeurs correspondantes pour l'eau, le béton et l'acier :

Roches et minéraux	λ [w/m/°C]	C [MJ/m ³ /°C]	Références
Glace	1.7	1.9	[Gieck, 1979]
Eau	0.6	4.2	[Gieck, 1979]
Béton armé	1.8	2.1	[Gieck, 1979]
Verre	0.8	2.4	[Tastavi, 1971]
Acier	52.3	3.6	[Gieck, 1979]

Tableau A-II : Paramètres thermiques de substances données en comparaison

La conductivité thermique λ semble évoluer plus vite avec la température de la roche, comparée à l'évolution de la capacité calorifique C, d'ailleurs plus difficile à déterminer expérimentalement.

L'expression de λ en w/m/°C est en fait proposée sous forme d'un polynôme d'ordre 3 au plus en T, température de la roche en °C :

$$\lambda(T) = \lambda_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3$$

Roche testée	λ_0	$a_1[10^{-3}]$	$a_2[10^{-6}]$	$a_3[10^{-9}]$	Références
Granite de Stripa	3.6	-3.8	0	0	[Carlsson, 1978]
Granites : T < 300°C	2.6	-2.8	1.4	0	[Heuze, 1983]
Grès suisse sec 20°C < T < 65°C	2.0	-6.3	0	0	[Sahli et Mottier, 1988]
75°C < T < 140°C	1.2	-2.7	0	0	[Sahli et Mottier, 1988]
Grès suisse saturé	2.8	-5.5	0	0	[Sahli et Mottier, 1988]
Sel gemme	6.1	-25.2	71.5	82.9	[Rolnik, 1984]
Roches sédimentaires	2.8	-11.	0	0	[Rolnik, 1984]

Tableau A-III : Paramètres d'évolution de la conductivité thermique avec la température

ANNEXE B1-1

MODELE DE ZENER

Il s'écrit en milieu isotrope :

$$\dot{\underline{U}} = a_0 \underline{\sigma} + a_1 \dot{\underline{\sigma}} + b_0 \underline{U}$$

En passant en transformées de Laplace, le modèle s'écrit :

$$p \overline{\underline{U}(p)} - \underline{U}(0) = a_0 \overline{\underline{\sigma}(p)} + b_0 \overline{\underline{U}(p)} + a_1 \left[p \overline{\underline{\sigma}(p)} - \underline{\sigma}(0) \right]$$

et après regroupement des termes :

$$\overline{\underline{U}(p)} = \frac{1}{p - b_0} \left[\underline{U}(0) - a_1 \underline{\sigma}(0) \right] + a_1 \frac{p + \frac{a_0}{a_1}}{p - b_0} \overline{\underline{\sigma}(p)}$$

Après passage en transformation inverse de Laplace, et réarrangement, on obtient :

$$\underline{U}(t) = a_1 \underline{\sigma}(t) + \left[\underline{U}(0) - a_1 \underline{\sigma}(0) \right] e^{b_0 t} + a_1 \left(b_0 + \frac{a_0}{a_1} \right) \int_0^t e^{b_0 \tau} \underline{\sigma}(t-\tau) d\tau$$

ou encore ou par un calcul analogue :

$$\underline{\sigma}(t) = \frac{1}{a_1} \underline{U}(t) + \left[\underline{\sigma}(0) - \frac{\underline{U}(0)}{a_1} \right] e^{-\frac{a_0 t}{a_1}} - \frac{1}{a_1} \left(b_0 + \frac{a_0}{a_1} \right) \int_0^t e^{-\frac{a_0 \tau}{a_1}} \underline{U}(t-\tau) d\tau$$

En posant :

$$\underline{\sigma}_0 = E \underline{U}(0) \quad \text{en fluage}$$

$$\underline{\sigma}(0) = E \underline{U}_0 \quad \text{en relaxation}$$

Annexe B1-2

les fonctions caractéristiques s'écrivent :

$$\phi(t) = \left[\frac{1}{E} + \frac{a_0}{b_0} \right] e^{b_0 t} - \frac{a_0}{b_0}$$

$$\Psi(t) = \left[a_1 - \frac{b_0}{a_0} - \frac{1}{a_1} \right] + \left[E + \frac{b_0}{a_0} \right] e^{-\frac{a_0 t}{a_1}}$$

MODELE D'ORDRE 2

Il s'écrit en milieu **isotrope** :

$$\ddot{\underline{U}} = a_0 \underline{\underline{g}} + a_1 \dot{\underline{\underline{g}}} + a_2 \ddot{\underline{\underline{g}}} + b_0 \underline{U} + b_1 \dot{\underline{U}}$$

La solution générale peut encore être obtenue en transformées de Laplace, a_i et b_i étant des scalaires constants. Les calculs analytiques ne sont pas repris ici. Ils ne font intervenir que des opérations algébriques classiques ainsi que les transformées des fonctions tensorielles $\underline{\underline{g}}$ et \underline{U} , de leurs dérivées et des expressions algébriques classiques que sont les fractions rationnelles.

Pour simplifier les écritures, l'on n'insistera pas sur les conditions de l'existence de la solution de l'équation différentielles du 2^{ème} ordre ainsi proposée, et l'on note :

- p la variable de Laplace
- i et j les solutions réelles de l'équation du deuxième degré

$$p^2 + \frac{a_1}{a_2} p + \frac{a_0}{a_2} = 0$$

et α, β celles réelles de l'équation

$$p^2 - b_1 p - b_0 = 0$$

qui s'écrivent donc respectivement

$$(p - i)(p - j)$$

et

$$(p - \alpha)(p - \beta)$$

- $I_{i,j}(x) = \frac{1}{i - j} (e^{ix} - e^{jx})$
- $J_{i,j}(x) = \frac{1}{i - j} (i e^{ix} - j e^{jx})$
- $K_{i,j}(x) = \frac{1}{i - j} \left(\frac{e^{ix}}{i} - \frac{e^{jx}}{j} \right)$

Annexe B2-2

- Conditions initiales :

$$E = \underline{\underline{\sigma}}(0) : \underline{\underline{U}}^{-1}(0) \quad B = \dot{\underline{\underline{\sigma}}}(0) : \underline{\underline{U}}^{-1}(0) \quad C = \underline{\underline{\sigma}}(0) : \dot{\underline{\underline{U}}}^{-1}(0)$$

La solution s'écrit, si $a_2 \neq 0$:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}(t) = & \frac{1}{a_2} \int_0^t \dot{\underline{\underline{U}}}(t-\tau) e^{j\tau} + \frac{i - b_1}{a_2} \int_0^t \underline{\underline{U}}(t-\tau) I_{i,j}(\tau) d\tau \\ & - \frac{b_0}{a_2} \int_0^t I_{i,j}(\tau) \underline{\underline{U}}(t-\tau) d\tau + \underline{\underline{\sigma}}(0) J_{i,j}(t) \\ & + \left[\dot{\underline{\underline{\sigma}}}(0) + \frac{a_1}{a_2} \underline{\underline{\sigma}}(0) - \frac{1}{a_2} \dot{\underline{\underline{U}}}(0) \right] I_{i,j}(t) \end{aligned}$$

ou, de façon équivalente :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{U}}(t) = & a_2 \int_0^t \dot{\underline{\underline{\sigma}}}(t-\tau) e^{\beta\tau} d\tau \\ & + (a_2 \alpha + a_1) \int_0^t \dot{\underline{\underline{\sigma}}}(t-\tau) I_{\alpha,\beta}(\tau) d\tau \\ & + a_0 \int_0^t \underline{\underline{\sigma}}(t-\tau) I_{\alpha,\beta}(\tau) d\tau + \underline{\underline{\varepsilon}}(0) J_{\alpha,\beta}(t) \\ & + \left[\dot{\underline{\underline{U}}}(0) - b_1 \underline{\underline{U}}(0) - a_2 \dot{\underline{\underline{\sigma}}}(0) \right] I_{\alpha,\beta}(t) \end{aligned}$$

Les fonctions Ψ et ϕ sont par conséquent :

$$\begin{aligned} \Psi(t) = & E I_{i,j}(t) + \left(B + \frac{a_1}{a_2} E - \frac{1}{a_2} \frac{E}{C} \right) J_{i,j}(t) - \frac{b_0}{a_2} K_{i,j}(t) \\ & - \frac{b_0}{a_2} \frac{1}{ij} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi(t) = & \left[\frac{1}{C} - \frac{b_1}{E} - a_2 \frac{B}{E} \right] I_{\alpha,\beta}(t) + \frac{1}{E} J_{\alpha,\beta}(t) + a_0 K_{\alpha,\beta}(t) \\ & + \frac{a_0}{\alpha\beta} \end{aligned}$$

ANNEXE B3-1

MODELE D'OLDROYD

C'est un modèle d'ordre 2 ($n = p = 2$) pour lequel $b_0 = a_2 = 0$, s'écrivant donc pour un corps isotrope :

$$\ddot{\tilde{U}} = a_0 \tilde{\sigma} + a_1 \dot{\tilde{\sigma}} + b_1 \dot{\tilde{U}}$$

La solution du modèle général n'est pas celle de ce modèle particulier à cause de la condition

$$a_2 = 0$$

Le calcul est effectué de façon analogue aux précédents et avec les mêmes notations. On obtient les solutions :

$$\begin{aligned} \tilde{U}(t) = & \frac{1}{b_1} \int_0^t [a_1 \dot{\tilde{\sigma}}(t-\tau) + a_0 \tilde{\sigma}(t-\tau)] [e^{b_1 \tau} - 1] d\tau \\ & + \frac{\dot{\tilde{U}}(0)}{b_1} [e^{b_1 t} - 1] + \dot{\tilde{U}}(0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}(t) = & \frac{1}{a_1} \dot{\tilde{U}}(t) + \left[\tilde{\sigma}(0) - \frac{\dot{\tilde{U}}(0)}{a_1} \right] e^{-\frac{a_0}{a_1} t} \\ & - \frac{1}{a_1} \left[\frac{a_0}{a_1} + b_1 \right] \int_0^t \dot{\tilde{U}}(t-\tau) e^{-\frac{a_0}{a_1} \tau} d\tau \end{aligned}$$

Annexe B3-2

Les fonctions caractéristiques ϕ et Ψ s'en déduisent. On obtient :

$$\phi(t) = \frac{1}{E} - \frac{a_0}{b_1} t - \frac{1}{b_1} \left(\frac{a_0}{b_1} + \frac{1}{C} \right) (e^{b_1 t} - 1)$$

$$\Psi(t) = E \left(1 - \frac{1}{a_1 C} \right) e^{-\frac{a_0}{a_1} t}$$

L'intérêt de ce modèle en géotechnique est de représenter le fluage permanent par sa pente $(-\frac{a_0}{b_1})$.

ANNEXE C1

MODELE DE KELVIN VOIGT

Il est constitué de deux éléments en parallèle comme indiqué dans le schéma :

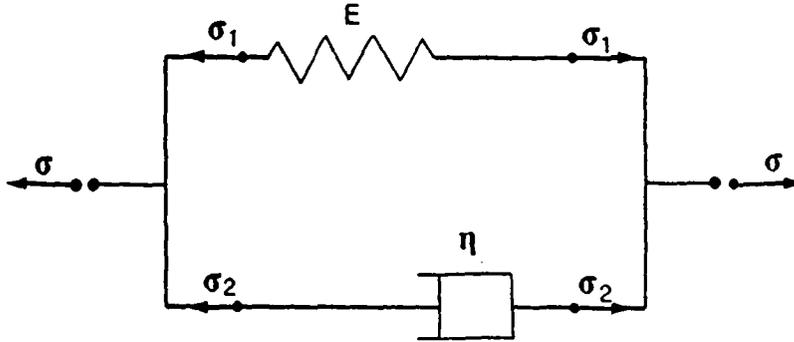


Fig. 1 : Modèle de Kelvin Voigt

Dans une telle association en parallèle, on a par convention :

$$\underline{U} = \underline{U}_1 = \underline{U}_2$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_1 + \underline{\sigma}_2$$

Et l'on en déduit les solutions générales :

$$\underline{\sigma} = E \underline{U} + \eta \dot{\underline{U}}$$

$$\underline{U}(t) = \frac{1}{\eta} \int_0^t \underline{\sigma}(t-\tau) e^{-\frac{E}{\eta} \tau} d\tau$$

La fonction de fluage correspondante est

$$\phi(t) = \frac{1}{E} \left[1 - e^{-\frac{E}{\eta} t} \right]$$

Le modèle de Kelvin-Voigt est un modèle linéaire de Boltzmann, non relaxant.

MODELE DE MAXWELL

Il est constitué de deux éléments en série selon le schéma ci-après :

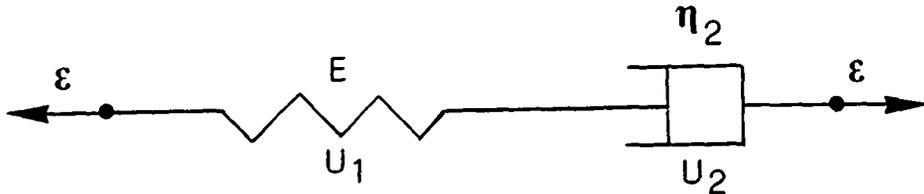


Fig. 2 : Modèle de Maxwell

Dans une association en série, on a par convention :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_1 = \underline{\underline{\sigma}}_2$$

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{U}}_1 + \underline{\underline{U}}_2$$

On en déduit la relation :

$$\dot{\underline{\underline{U}}} = \frac{1}{E} \dot{\underline{\underline{\sigma}}} + \frac{1}{\eta} \underline{\underline{\sigma}}$$

Les solutions de cette équation différentielle sont :

$$\underline{\underline{U}}(t) = \frac{1}{E} \underline{\underline{\sigma}}(t) + \frac{1}{\eta} \int_0^t \underline{\underline{\sigma}}(\tau) d\tau$$

et

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = E \underline{\underline{U}}(t) - \frac{E^2}{\eta} \int_0^t \underline{\underline{U}}(t-\tau) e^{-\frac{E}{\eta} \tau} d\tau$$

Les fonctions fluage et relaxation correspondantes sont :

$$\phi(t) = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}$$

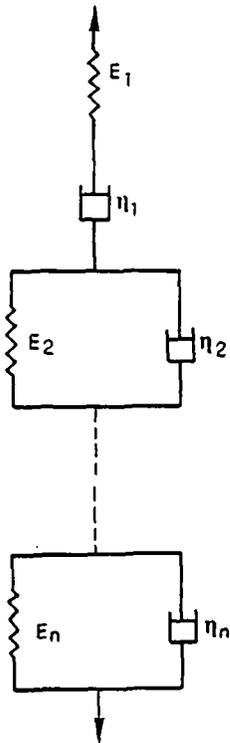
$$\Psi(t) = E e^{-\frac{E}{\eta} t}$$

Le modèle de Maxwell est un modèle viscoélastique linéaire de Boltzmann, à la fois fluant et relaxant.

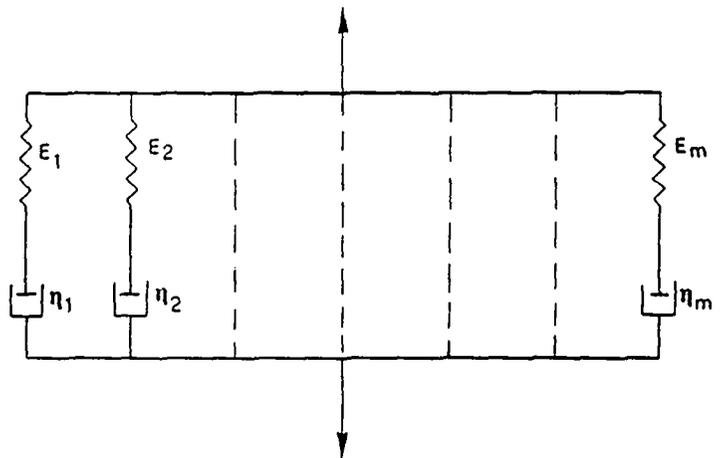
MODELES GENERALISES

On peut combiner en série et/ou en parallèle les modèles simples de Maxwell et de Kelvin-Voigt. On obtient de cette façon des modèles plus complexes mais l'on montre que [54] :

- toute association d'éléments simples aussi complexe soit-elle ne peut que simuler un comportement viscoélastique linéaire de Boltzmann
- plus encore, tout montage d'éléments simples est équivalent à l'un ou l'autre des deux modèles généralisés suivants :
 - modèle généralisé de Kelvin-Voigt constitué de l'association en série d'un modèle simple de Maxwell et d'un certain nombre de modèles simples de Kelvin-Voigt
 - modèle généralisé de Maxwell constitué par association en parallèle de modèles de Maxwell.



Modèle généralisé
de Kelvin-Voigt



Modèle généralisé
de Maxwell

Fig. 3 : Les deux types de modèles "rhéologiques" de base

ANNEXE C3-2

Dans les modèles généralisés, on peut montrer que la fonction de fluage d'un assemblage en série est égale à la somme des fonctions de fluage des éléments individuels de la série [54].

Dans les montages en parallèle, c'est la fonction de relaxation que l'on peut déduire ainsi, mais l'on s'arrêtera à ces généralités parce que les modèles rhéologiques restent d'intérêt limité en géotechnique.

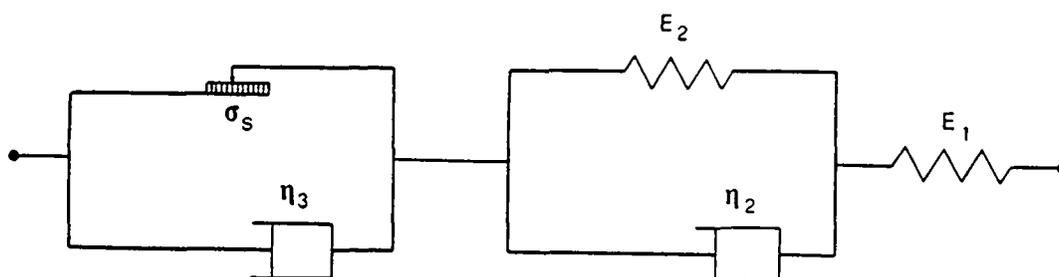
EXEMPLE D'UN MODELE VISCOPLASTIQUE SIMPLE [3, 95, 187]

Fig. 4 : Exemple de modèle "rhéologique" à seuil

Cet assemblage peut être considéré comme une série de comportements élémentaires :

- élastique pur
- viscoélastique linéaire sans seuil
- visqueux de Bingham de seuil $\underline{\sigma}_s$ constant, éventuellement nul.

La loi de comportement peut être établie de diverses manières.

Les fonctions fluage élémentaires sont respectivement :

$$\phi_1(t) = \frac{1}{E_1}$$

$$\phi_2(t) = \frac{1}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \right) \quad \theta = \frac{\eta_2}{E_2}$$

$$\phi_3(t) = k \frac{t}{\eta_3} \quad k = 0 \text{ si } \underline{\sigma} < \underline{\sigma}_s$$

$$k = 1 \text{ si } \underline{\sigma} > \underline{\sigma}_s$$

La fonction de fluage du montage dans son ensemble est :

$$\phi(t) = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \right) + k \frac{t}{2 \eta_3}$$

Annexe C4-2

Et le comportement en déformations s'écrit :

$$\underline{U}(t) = \phi(0) \underline{g}(t) + \int_0^t \dot{\phi}(t) \underline{g}(t-\tau) d\tau$$

soit :

$$\underline{U}(t) = \frac{g(t)}{E_1} + \int_0^t \underline{g}(t-\tau) \left[\frac{1}{\eta_2} e^{-\frac{\tau}{\theta}} + \frac{k}{\eta_3} \right] d\tau$$

L'avantage de ce modèle est de permettre la prise en compte d'un fluage permanent.

ANNEXE C5

TENDANCES ACTUELLES

On a proposé récemment la prise en compte de la fissuration par l'introduction d'un nouveau comportement fondamental simple [195], représenté comme suit :



Fig. 5 : Schéma de prise en compte de la fissuration en comportement "rhéologique"



ANNEXE D
Essais en compression simple

MESURE DES DEFORMATIONS ENTRE PLATEAUX ET / OU PAR JAUGES

LEGENDE

+++++++

- Rc : Résistance en compression simple
- Ec : Module de première charge dans la courbe contrainte - déformation , calculé par ajustement linéaire des mesures entre $0.2 \cdot Rc$ et $0.8 \cdot Rc$
- Ed,Er,Em : Modules en décharge , recharge ou moyen de la courbe contrainte - déformation
- E adim : Module (adimensionnel) de la courbe contrainte relative Rr - déformation
- R : contrainte
- Rr : R/Rc
- Rx : contrainte au déchargement de l'échantillon
- VD : vitesse de déformation de la presse
- NU : rapport : $(-1 \cdot \text{déf. latérale}) / \text{déf. axiale}$
- EPSi : intersection de la droite de charge Ec avec l'axe des déformations
- EPS1 RUPT : valeur (corrigée) de la déformation axiale à la rupture de l'échantillon



ANNEXE D
Essais en compression simple

GRES MOLASSIQUE DE VILLARLOD / MASSONENS
+++++

ESSAI	VD l/s	Rc MN/M2	Mesure par jauges			Mesure par comparateur		
			Ec MN/M2	E ad	NU	Ec MN/M2	E ad	EPSi
X3345	0.43E-02	12.0	+	+	+	2068.	172.	0.40E-03
X3356	0.34E-02	12.7	+	+	+	2488.	195.	0.65E-03
X3357	0.37E-02	13.4	+	+	+	2156.	161.	0.14E-02
X3358	0.35E-02	12.4	+	+	+	2116.	170.	0.11E-02
X3359	0.34E-02	13.0	+	+	+	2460.	190.	-.32E-03
X3360	0.34E-02	13.0	+	+	+			
X3361	0.36E-02	12.4	+	+	+	2316.	186.	0.77E-03
NB ECH.		7				6	6	
MOYENNE	0.36E-02	12.7				2267.	179.	
EC.TYPE	0.03E-02	0.5				181.	13.	
C. V. PCENT	8.	4.				8.	7.	
X3355	0.36E-02	21.8	+	+	+	3479.	160.	0.16E-02
NB ECH.		8				7	7	
MOYENNE	0.36E-02	13.8				2440.	176.	
EC.TYPE	0.03E-02	3.2				487.	14.	
C. V. PCENT	8.	24.				20.	8.	

ANNEXE D
 Essais en compression simple

+	+	+	+	Mesure par jauges			Mesure par comparateur		
				+	+	+	+	+	+
+	ESSAI	VD 1/s	Rc MN/M2	Ec MN/M2	E ad	NU	Ec MN/M2	E ad	EPSi
+	X0331	0.39E-04	12.5	2786.	224.	0.61	2531.	203.	0.11E-02
+	X0332	0.39E-04	11.9	2805.	235.		2507.	210.	0.50E-03
+	X0333	0.39E-04	11.6	3356.	290.	0.50	2365.	204.	0.25E-03
+	X3325	0.39E-04	12.6				2414.	192.	0.68E-03
+	X3327	0.39E-04	11.7				1957.	168.	0.37E-02
+	X3328	0.39E-04	12.1				2322.	192.	0.42E-03
+	NB ECH.	6	6	3	3		6	6	
+	MOYENNE	0.39E-04	12.1	2982.	249.		2349.	195.	
+	EC.TYPE	0.00E-04	0.4	324.	35.		208.	15.	
+	C. V. PCENT	0.	3.	11.	14.		9.	8.	
+	X0033	0.32E-06	11.4				2201.	192.	0.33E-03
+	X0336	0.32E-06	10.8	2999.	279.	0.23	2277.	212.	0.56E-03
+	X0337	0.32E-06	11.6	3172.	274.	0.23	2487.	215.	0.30E-03
+	X0338	0.32E-06	11.6	3108.	269.	0.24	2441.	211.	0.15E-03
+	X3317	0.32E-06	11.3				2130.	188.	0.31E-03
+	X3318	0.32E-06	11.6				2203.	190.	0.25E-03
+	X3320	0.32E-06	11.3				2200.	194.	0.14E-03
+	NB ECH.	7	7	3	3		7	7	
+	MOYENNE	0.32E-06	11.	3093.	274.		2277.	200.	
+	EC.TYPE	0.00E-06	0.3	88.	5.		135.	12.	
+	C. V. PCENT	0.	3.	3.	2.		6.	6.	



ANNEXE D
Essais en compression simple

GRES DE MASSONENS / VILLARLOD
+++++

+	VD 1/s	+	EPS1 RUPT	+	Rc MN/M2	+
+		+		+		+
+	0.43E-02	+	0.75E-02	+	12.0	+
+	0.34E-02	+	0.66E-02	+	12.7	+
+	0.37E-02	+	0.79E-02	+	13.4	+
+	0.35E-02	+	0.81E-02	+	12.4	+
+	0.34E-02	+	0.66E-02	+	13.0	+
+	0.36E-02	+	0.73E-02	+	12.4	+
+	0.36E-02	+	0.70E-02	+	21.8	+
+	0.14E-02	+	0.71E-02	+	13.3	+
+	0.15E-02	+	0.75E-02	+	12.7	+
+	0.17E-02	+	0.70E-02	+	12.7	+
+	0.34E-03	+	0.72E-02	+	12.4	+
+	0.43E-03	+	0.75E-02	+	11.9	+
+	0.22E-03	+	0.72E-02	+	12.6	+
+	0.28E-03	+	0.77E-02	+	13.0	+
+	0.42E-03	+	0.82E-02	+	12.7	+
+	0.40E-03	+	0.78E-02	+	13.0	+
+	0.44E-03	+	0.82E-02	+	13.1	+
+	0.39E-04	+	0.63E-02	+	12.5	+
+	0.39E-04	+	0.62E-02	+	11.9	+
+	0.39E-04	+	0.65E-02	+	11.6	+
+	0.39E-04	+	0.69E-02	+	12.6	+
+	0.39E-04	+	0.78E-02	+	11.7	+
+	0.39E-04	+	0.68E-02	+	12.1	+
+	0.32E-06	+	0.68E-02	+	11.4	+
+	0.32E-06	+	0.62E-02	+	10.8	+
+	0.32E-06	+	0.61E-02	+	11.6	+
+	0.32E-06	+	0.63E-02	+	11.6	+
+	0.32E-06	+	0.69E-02	+	11.3	+
+	0.32E-06	+	0.69E-02	+	11.6	+
+	0.32E-06	+	0.68E-02	+	11.3	+
+		+		+		+



GRES MOLASSIQUE DE VILLARLOD / MASSONENS
+++++

ESSAIS DE CHARGE-DECHARGE :

***** ESSAI *****	***** RC MN/M2 *****	***** EC MN/M2 *****	***** E adim. *****	***** Rx MN/M2 *****	***** Ed MN/M2 *****	***** E adim. *****	
XCD1.DAT	9.6	1806.	189.	3.7	5073.	531.	décharge
				5.4	5199.	544.	
				7.1	5008.	524.	
				8.4	4790.	501.	
				9.4	4783.	500.	
				3.7	2921.	306.	recharge
				5.4	3202.	335.	
				7.1	3269.	342.	
				8.4	3313.	347.	
				3.7	2736.	286.	moyenne
				5.4	2951.	309.	
				7.1	3307.	346.	
				8.4	3297.	345.	
				9.4	4783.	500.	

ANNEXE E
Essais en compression simple

***** ESSAI *****	***** RC MN/M2 *****	***** EC MN/M2 *****	***** E adm. *****	***** Rx MN/M2 *****	***** Ed MN/M2 *****	***** E adm. *****	
XCD2.DAT	11.1	1994.	180.	6.3 9.4 10.8	5310. 5139. 4827.	481. 465. 437.	décharge
				6.3 9.4 10.8	3320. 3537. 3240.	300. 320. 293.	recharge
				2.6 6.3 9.4 10.8	2637. 3402. 3513. 3143.	239. 308. 318. 284.	moyenne
XCD3.DAT	9.8	1717.	176.	3.9 7.2 9.4	4825. 4739. 4625.	494. 485. 473.	décharge
				3.9 7.2 9.4	2765. 3029. 2984.	283. 310. 305.	recharge
				3.9 7.2 9.4	2533. 3192. 3040.	259. 327. 311.	moyenne

ANNEXE E
Essais en compression simple

***** ESSAI *****	***** Rc MN/M2 *****	***** Ec MN/M2 *****	***** E adim. *****	***** Rx MN/M2 *****	***** Ed MN/M2 *****	***** E adim. *****	
XCD4.DAT	15.9	2321.	146.	5.8 7.8 10.2 12.1 14.3 15.0 15.3	7338. 7344. 7044. 7184. 7007. 6961. 6328.	462. 462. 443. 452. 441. 438. 398.	décharge
				5.8 7.8 10.2 12.1 14.3 15.0 15.3	4557. 4404. 4550. 5002. 4795. 4604. 4224.	287. 277. 286. 315. 302. 290. 266.	recharge
				5.8 7.8 10.2 12.1 14.3 15.0 15.3	4001. 3845. 4519. 4897. 4944. 4790. 4276.	252. 242. 284. 308. 311. 301. 269.	moyenne

ANNEXE E
Essais en compression simple

***** ESSAI *****	***** RC MN/M2 *****	***** EC MN/M2 *****	***** E adim. *****	***** RX MN/M2 *****	***** Ed MN/M2 *****	***** E adim. *****	
XCD5.DAT	11.4	2152.	189.	6.9	6503.	572.	décharge
				7.8	7059.	621.	
				9.0	6064.	533.	
				9.4	6033.	531.	
				9.9	5606.	493.	
				11.2	5318.	468.	
				4.7	3469.	305.	recharge
				4.7	3676.	323.	
				5.9	3994.	351.	
				6.9	3922.	345.	
				7.8	3827.	337.	
				9.0	4039.	355.	
				9.4	3786.	333.	
				9.4	3769.	331.	
				9.9	3862.	340.	
				11.2	3491.	307.	
				3.2	1375.	121.	moyenne
				4.7	3068.	270.	
				4.7	3393.	298.	
				5.9	3815.	336.	
				6.9	4090.	360.	
				7.8	4339.	382.	
				9.0	3834.	337.	
				9.4	3592.	316.	
				9.4	3457.	304.	
				9.9	3230.	284.	
				11.2	3471.	305.	

ANNEXE E
Essais en compression simple

***** ESSAI *****	***** RC MN/M2 *****	***** EC MN/M2 *****	***** E adim. *****	***** Rx MN/M2 *****	***** Ed MN/M2 *****	***** E adim. *****	
XCD6.DAT	12.3	2316.	188.	5.0 9.1 11.7	8840. 6796. 6326.	717. 551. 513.	décharge
				5.0 7.1 9.1 11.7	3597. 4596. 4301. 3737.	292. 373. 349. 303.	recharge
				5.0 7.1 9.1 11.7	4326. 4153. 4136. 4147.	351. 337. 335. 336.	moyenne

ANNEXE E
Essais en compression simple

***** ESSAI *****	***** Rc MN/M2 *****	***** Ec MN/M2 *****	***** E adim. *****	***** Rx MN/M2 *****	***** Ed MN/M2 *****	***** E adim. *****	
XCD7.DAT	12.5	2387.	191.	6.3 8.7 10.6 11.4	8048. 7080. 7666. 7361.	642. 565. 612. 587.	décharge
				6.3 8.7 10.6 11.4	4232. 4170. 4201. 4151.	338. 333. 335. 331.	recharge
				4.1 6.3 8.7 10.6 11.4	4922. 3747. 3975. 4184. 4305.	393. 299. 317. 334. 344.	moyenne
XCD8.DAT	11.5	3263.	283.	3.5 4.4 7.8 10.8	8524. 6211. 6818. 8578.	739. 538. 591. 743.	décharge
				3.4 3.5 4.4 7.8 10.8	3527. 3093. 3706. 4276. 3680.	306. 268. 321. 371. 319.	recharge
				3.4 3.5 4.4 7.8 10.8	3456. 2759. 3060. 4382. 3809.	299. 239. 265. 380. 330.	moyenne

ANNEXE E
Essais en compression simple

*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
ESSAI	RO	EC	E adim.	Rx	Ed	E adim.			
*****	MN/M2	MN/M2	*****	MN/M2	MN/M2	*****			
XCD9.DAT	11.4	1826.	160.	5.3	7025.	615.			décharge
				6.3	6767.	592.			
				7.4	7332.	641.			
				8.0	5843.	511.			
				8.8	6640.	581.			
				9.3	6334.	554.			
				9.9	7784.	681.			
				10.5	6078.	532.			
				10.6	6403.	560.			
				11.0	5837.	511.			
				5.3	3051.	267.			recharge
				6.3	3344.	293.			
				7.4	3521.	308.			
				8.0	4067.	356.			
				8.8	3721.	326.			
				9.3	3820.	334.			
				9.9	3768.	330.			
				10.5	3596.	315.			
				10.6	4148.	363.			
				11.0	3452.	302.			
				3.5	2286.	200.			moyenne
				4.0	2122.	186.			
				5.3	3463.	303.			
				6.3	3014.	264.			
				7.4	3269.	286.			
				8.0	4108.	359.			
				8.8	3603.	315.			
				9.3	3640.	318.			
				9.9	3430.	300.			
				10.5	3409.	298.			
				10.6	3886.	340.			
				11.0	3554.	311.			

MESURE DES DEFORMATIONS PAR JAUGES

LEGENDE

+++++++

- DU1 : (\approx EPS1 - EPS0) supplément de déformation imposé en relaxation
- DR : (\approx R - R0) supplément de contrainte imposé en fluage
- R : Contrainte de fluage
- R0 : Contrainte initiale
- Ti : Temps qui correspond à la mise en fluage ou en relaxation
- Ri : Contrainte instantanée accompagnant la relaxation
- EPS0 : Déformation avant fluage ou avant relaxation
- EPS1 : Déformation totale imposée en relaxation
- EPSi : Déformation instantanée accompagnant le fluage
- EPS : déformation mesurée en fluage fonction du temps
- A : Pente de la courbe d'ajustement logarithmique
- B : Ordonnée à l'origine de l'ajustement
- C. CORL. : Coefficient de corrélation de l'ajustement
- T : Température d'essai
- Ec : Module de première charge dans la courbe contrainte - déformation, estimé en essai de fluage
- Ed : Module de décharge de la courbe R - EPS
- C EX LAT : Coefficient d'expansion latérale calculé ainsi :
(-1. * variation de EPS3)/(variation de EPS1)

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

GRES MOLASSIQUE DE VILLARLOD / MASSONENS
+++++

ESSAI DE FLUAGE A TEMP. CONSTANTE
=====

$$\begin{aligned} \text{EPS} - \text{EPSO} &= \text{EPSi} + \text{A} * \text{Log10}[1+\text{k}(\text{T}-\text{Ti})] \\ &= \text{EPSi} + \text{A} * \text{Log10}(\text{T}-\text{Ti}) + \text{B} \quad \text{avec } \text{B} - \text{A} * \text{Log10}(\text{k}) \text{ si } \text{k} > 1 \end{aligned}$$

*DEF. AXIALES

ECH.	DR	MN/M2	Ti(H)	EPSO	EPSi	A	B	C. CORL.	T(OC)	EC	MN/M2	ED	MN/M2
10	4.3	0.0	0.00E+00	0.75E-03	0.69E-04	0.41E-03	0.999	0.999	20.	2125.	6000.		
	-4.3	123.4	0.13E-02	-0.72E-03	-0.15E-04	-0.18E-03	-0.971		20.				
11	4.3	0.0	0.00E+00	0.38E-03	0.51E-04	0.44E-03	0.995	0.995	20.	4125.	11875.		
	-4.3	123.4	0.93E-03	-0.37E-03	-0.12E-04	-0.33E-03	-0.915		20.				
12	4.3	0.0	0.00E+00	0.38E-03	0.53E-04	0.43E-03	0.996	0.996	20.	4125.	11875.		
	-4.3	123.4	0.93E-03	-0.37E-03	-0.12E-04	-0.31E-03	-0.933		20.				
13	4.3	0.0	0.00E+00	0.66E-03	0.83E-04	0.44E-03	0.996	0.996	20.	2375.	6875.		
	-4.3	123.4	0.13E-02	-0.63E-03	-0.22E-04	-0.28E-03	-0.969		20.				
14	5.2	0.0	0.00E+00	0.66E-03	0.82E-04	0.28E-03	0.980	0.980	20.	2750.	7875.		
	-5.2	433.6	0.12E-02	-0.69E-03	-0.64E-04	-0.30E-03	-0.971		20.				
	3.3	0.0	0.00E+00	0.42E-03	0.38E-04	0.33E-03	0.978	0.978	20.				
	-3.3	143.5	0.83E-03	-0.66E-03	-0.32E-04	-0.11E-03	-0.970		20.				
	5.2	0.0	0.00E+00	0.66E-03	0.73E-04	0.50E-03	0.996	0.996	20.				
	-5.2	239.1	0.13E-02	-0.66E-03	-0.58E-04	-0.33E-03	-0.995		20.				
	1.5	0.0	0.00E+00	0.20E-03	0.23E-04	0.12E-03	0.956	0.956	20.				
	-1.5	50.8	0.38E-03	-0.69E-03	-0.21E-04	0.35E-03	-0.971		20.				
	5.8	0.0	0.00E+00	0.83E-03	0.89E-04	0.43E-03	0.996	0.996	20.				
	-5.8	167.5	0.15E-02	-0.74E-03	-0.70E-04	-0.51E-03	-0.997		20.				
	6.9	0.0	0.00E+00	0.12E-02	0.74E-04	0.35E-03	0.997	0.997	20.				
	-6.9	268.8	0.17E-02	-0.87E-03	-0.74E-04	-0.53E-03	-0.995		20.				

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

ECH.	DR	MN/M2	Ti(H)	EPSI	A	B	C. CORL.	T(OC)	EC	MN/M2	ED	MN/M2
15	5.2	0.0	0.00E+00	0.75E-03	0.84E-04	0.26E-03	0.979	20.	2375.	6875.		
	-5.2	433.6	0.13E-02	-0.79E-03	-0.63E-04	-0.28E-03	-0.966	20.				
	3.3	0.0	0.00E+00	0.48E-03	0.39E-04	0.35E-03	0.975	20.				
	-3.3	143.5	0.91E-03	-0.75E-03	-0.30E-04	-0.86E-04	-0.971	20.				
	5.2	0.0	0.00E+00	0.76E-03	0.72E-04	0.49E-03	0.995	20.				
	-5.2	239.1	0.13E-02	-0.75E-03	-0.55E-04	-0.27E-03	-0.996	20.				
	1.5	0.0	0.00E+00	0.22E-03	0.23E-04	0.13E-03	0.946	20.				
	-1.5	50.8	0.41E-03	-0.79E-03	-0.21E-04	0.41E-03	-0.972	20.				
	5.8	0.0	0.00E+00	0.96E-03	0.90E-04	0.37E-03	0.997	20.				
	-5.8	167.5	0.15E-02	-0.84E-03	-0.63E-04	-0.46E-03	-0.997	20.				
	6.9	0.0	0.00E+00	0.14E-02	0.75E-04	0.25E-03	0.998	20.				
	-6.9	268.8	0.18E-02	-0.10E-02	-0.63E-04	-0.47E-03	-0.992	20.				
16	5.2	0.0	0.00E+00	0.69E-03	0.79E-04	0.27E-03	0.979	20.	2500.	7500.		
	-5.2	433.6	0.12E-02	-0.72E-03	-0.63E-04	-0.32E-03	-0.968	20.				
	3.3	0.0	0.00E+00	0.44E-03	0.40E-04	0.36E-03	0.975	20.				
	-3.3	143.5	0.88E-03	-0.69E-03	-0.31E-04	-0.11E-03	-0.979	20.				
	5.2	0.0	0.00E+00	0.69E-03	0.65E-04	0.49E-03	0.995	20.				
	-5.2	239.1	0.12E-02	-0.69E-03	-0.53E-04	-0.29E-03	-0.995	20.				
	1.5	0.0	0.00E+00	0.20E-03	0.22E-04	0.14E-03	0.949	20.				
	-1.5	50.8	0.40E-03	-0.72E-03	-0.20E-04	0.36E-03	-0.974	20.				
	5.8	0.0	0.00E+00	0.88E-03	0.80E-04	0.38E-03	0.995	20.				
	-5.8	167.5	0.14E-02	-0.77E-03	-0.62E-04	-0.48E-03	-0.996	20.				
	6.9	0.0	0.00E+00	0.13E-02	0.66E-04	0.26E-03	0.997	20.				
	-6.9	268.8	0.17E-02	-0.92E-03	-0.62E-04	-0.47E-03	-0.991	20.				

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

ECH.	DR	MN/M2	T1(H)	EPSO	EPSI	A	B	C. CORL.	T(OC)	EC	MN/M2	ED	MN/M2
17	5.2	0.0	0.00E+00	0.66E-03	0.94E-04	0.36E-03	0.985	20.	2750.	7875.			
	-5.2	433.6	0.13E-02	-0.69E-03	-0.69E-04	-0.36E-03	-0.976	20.					
	3.3	0.0	0.00E+00	0.42E-03	0.41E-04	0.39E-03	0.979	20.					
	-3.3	143.5	0.89E-03	-0.66E-03	-0.37E-04	-0.15E-03	-0.979	20.					
	5.2	0.0	0.00E+00	0.66E-03	0.76E-04	0.57E-03	0.996	20.					
	-5.2	239.1	0.13E-02	-0.66E-03	-0.65E-04	-0.37E-03	-0.995	20.					
	1.5	0.0	0.00E+00	0.20E-03	0.23E-04	0.14E-03	0.950	20.					
	-1.5	50.8	0.41E-03	-0.69E-03	-0.24E-04	0.32E-03	-0.978	20.					
	5.8	0.0	0.00E+00	0.83E-03	0.94E-04	0.48E-03	0.997	20.					
	-5.8	167.5	0.15E-02	-0.74E-03	-0.79E-04	-0.54E-03	-0.997	20.					
	6.9	0.0	0.00E+00	0.12E-02	0.82E-04	0.41E-03	0.998	20.					
	-6.9	268.8	0.18E-02	-0.87E-03	-0.80E-04	-0.55E-03	-0.994	20.					

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

*DEF. RADIALES

ECH.	DR	MN/M2	Ti(H)	EPSO	EPSI	A	B	C. CORL.	T(°C)	C EX	LAT
10	4.3	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.11E-03	-0.91E-05	-0.40E-04	-0.992	20.	0.15	
	-4.3	123.4	-0.17E-03	0.13E-03	0.13E-03	0.32E-05	0.51E-05	0.865	20.	0.17	
11	4.3	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.83E-04	-0.98E-05	-0.71E-04	-0.990	20.	0.22	
	-4.3	123.4	-0.17E-03	0.10E-03	0.10E-03	0.40E-05	0.40E-04	0.811	20.	0.28	
12	4.3	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.72E-04	-0.81E-05	-0.88E-04	-0.974	20.	0.19	
	-4.3	123.4	-0.17E-03	0.11E-03	0.11E-03	0.43E-05	0.31E-04	0.817	20.	0.30	
13	4.3	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.11E-03	-0.14E-04	-0.47E-04	-0.990	20.	0.17	
	-4.3	123.4	-0.19E-03	0.12E-03	0.12E-03	0.43E-05	0.15E-04	0.832	20.	0.20	
14	5.2	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.27E-03	-0.62E-04	-0.78E-04	-0.927	20.	0.42	
	-5.2	433.6	-0.54E-03	0.29E-03	0.29E-03	0.24E-04	0.45E-04	0.970	20.	0.43	
	3.3	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.18E-03	-0.18E-04	-0.87E-04	-0.988	20.	0.42	
	-3.3	143.5	-0.31E-03	0.29E-03	0.29E-03	0.23E-04	-0.25E-04	0.972	20.	0.44	
	5.2	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.28E-03	-0.41E-04	-0.17E-03	-0.998	20.	0.43	
	-5.2	239.1	-0.47E-03	0.31E-03	0.31E-03	0.27E-04	0.64E-04	0.987	20.	0.47	
	1.5	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.69E-04	-0.11E-04	-0.33E-04	-0.977	20.	0.35	
	-1.5	50.8	-0.10E-03	0.25E-03	0.25E-03	0.12E-04	-0.13E-03	0.991	20.	0.36	
	5.8	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.35E-03	-0.64E-04	-0.15E-03	-0.997	20.	0.42	
	-5.8	167.5	-0.63E-03	0.33E-03	0.33E-03	0.36E-04	0.16E-03	0.995	20.	0.45	
	6.9	0.0	0.00E+00	0.00E+00	-0.68E-03	-0.86E-04	-0.85E-04	-0.999	20.	0.55	
	-6.9	268.8	-0.97E-03	0.45E-03	0.45E-03	0.56E-04	0.18E-03	0.999	20.	0.52	

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

ECH.	DR	MN/M2	T1(H)	EPS0	EPS1	A	B	C. CORL.	T(OC)	C EX	LAT
15	5.2	0.0	0.00E+00	-0.37E-03	-0.80E-04	-0.53E-04	-0.936	20.	0.49		
	-5.2	433.6	-0.67E-03	0.42E-03	0.31E-04	-0.21E-05	0.976	20.	0.53		
	3.3	0.0	0.00E+00	-0.24E-03	-0.21E-04	-0.84E-04	-0.990	20.	0.51		
	-3.3	143.5	-0.38E-03	0.40E-03	0.27E-04	-0.69E-04	0.975	20.	0.54		
	5.2	0.0	0.00E+00	-0.35E-03	-0.44E-04	-0.17E-03	-0.998	20.	0.46		
	-5.2	239.1	-0.55E-03	0.43E-03	0.30E-04	0.12E-04	0.990	20.	0.56		
	1.5	0.0	0.00E+00	-0.89E-04	-0.12E-04	-0.38E-04	-0.972	20.	0.40		
	-1.5	50.8	-0.13E-03	0.32E-03	0.14E-04	-0.18E-03	0.992	20.	0.41		
	5.8	0.0	0.00E+00	-0.44E-03	-0.69E-04	-0.14E-03	-0.998	20.	0.46		
	-5.8	167.5	-0.72E-03	0.44E-03	0.39E-04	0.12E-03	0.995	20.	0.52		
	6.9	0.0	0.00E+00	-0.81E-03	-0.88E-04	-0.27E-04	-0.999	20.	0.58		
	-6.9	268.8	-0.11E-02	0.59E-03	0.57E-04	0.11E-03	0.999	20.	0.59		
16	5.2	0.0	0.00E+00	-0.24E-03	-0.55E-04	-0.50E-04	-0.895	20.	0.35		
	-5.2	433.6	-0.46E-03	0.23E-03	0.20E-04	0.72E-04	0.955	20.	0.32		
	3.3	0.0	0.00E+00	-0.16E-03	-0.13E-04	-0.57E-04	-0.985	20.	0.36		
	-3.3	143.5	-0.25E-03	0.22E-03	0.18E-04	-0.18E-05	0.969	20.	0.32		
	5.2	0.0	0.00E+00	-0.24E-03	-0.30E-04	-0.13E-03	-0.997	20.	0.34		
	-5.2	239.1	-0.38E-03	0.24E-03	0.17E-04	0.65E-04	0.975	20.	0.35		
	1.5	0.0	0.00E+00	-0.53E-04	-0.80E-05	-0.27E-04	-0.978	20.	0.26		
	-1.5	50.8	-0.70E-04	0.18E-03	0.82E-05	-0.91E-04	0.989	20.	0.25		
	5.8	0.0	0.00E+00	-0.32E-03	-0.49E-04	-0.87E-04	-0.996	20.	0.37		
	-5.8	167.5	-0.52E-03	0.28E-03	0.22E-04	0.13E-03	0.992	20.	0.36		
	6.9	0.0	0.00E+00	-0.62E-03	-0.66E-04	-0.14E-04	-0.998	20.	0.47		
	-6.9	268.8	-0.78E-03	0.39E-03	0.39E-04	0.14E-03	0.998	20.	0.43		

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

ECH.	DR	MN/M2	Ti(H)	EPSO	EPSI	A	B	C. CORL.	T(OC)	C EX	LAT
17	5.2	0.0	0.00E+00	-0.22E-03	-0.59E-04	-0.83E-04	-0.909	20.	0.34		
	-5.2	433.6	-0.49E-03	0.22E-03	0.22E-04	0.81E-04	0.966	20.	0.32		
	3.3	0.0	0.00E+00	-0.15E-03	-0.12E-04	-0.70E-04	-0.986	20.	0.36		
	-3.3	143.5	-0.25E-03	0.21E-03	0.20E-04	0.15E-04	0.970	20.	0.32		
	5.2	0.0	0.00E+00	-0.23E-03	-0.32E-04	-0.16E-03	-0.997	20.	0.34		
	-5.2	239.1	-0.39E-03	0.23E-03	0.22E-04	0.89E-04	0.983	20.	0.35		
	1.5	0.0	0.00E+00	-0.51E-04	-0.83E-05	-0.29E-04	-0.980	20.	0.26		
	-1.5	50.8	-0.75E-04	0.18E-03	0.96E-05	-0.83E-04	0.988	20.	0.26		
	5.8	0.0	0.00E+00	-0.31E-03	-0.53E-04	-0.12E-03	-0.996	20.	0.37		
	-5.8	167.5	-0.54E-03	0.27E-03	0.28E-04	0.16E-03	0.994	20.	0.36		
	6.9	0.0	0.00E+00	-0.58E-03	-0.72E-04	-0.74E-04	-0.998	20.	0.47		
	-6.9	268.8	-0.82E-03	0.38E-03	0.47E-04	0.17E-03	0.999	20.	0.43		

*DEF. VOLUMIQUES

ECH.	DR	MN/M2	T1(H)	EPSO	EPSI	A	B	C. CORL.	T(OC)	C EX LAT
10	4.3	0.0	0.00E+00	0.53E-03	0.51E-04	0.33E-03	0.996	20.	0.15	
	-4.3	123.4	0.99E-03	-0.47E-03	-0.89E-05	-0.17E-03	-0.893	20.	0.17	
11	4.3	0.0	0.00E+00	0.22E-03	0.31E-04	0.29E-03	0.981	20.	0.22	
	-4.3	123.4	0.59E-03	-0.16E-03	-0.39E-05	-0.25E-03	-0.594	20.	0.28	
12	4.3	0.0	0.00E+00	0.24E-03	0.37E-04	0.25E-03	0.984	20.	0.19	
	-4.3	123.4	0.58E-03	-0.14E-03	-0.34E-05	-0.25E-03	-0.597	20.	0.30	
13	4.3	0.0	0.00E+00	0.44E-03	0.56E-04	0.34E-03	0.994	20.	0.17	
	-4.3	123.4	0.91E-03	-0.39E-03	-0.13E-04	-0.25E-03	-0.921	20.	0.20	
14	5.2	0.0	0.00E+00	0.11E-03	-0.41E-04	0.12E-03	-0.572	20.	0.42	
	-5.2	433.6	0.10E-03	-0.98E-04	-0.15E-04	-0.21E-03	-0.649	20.	0.43	
	3.3	0.0	0.00E+00	0.68E-04	0.30E-05	0.16E-03	0.330	20.	0.42	
	-3.3	143.5	0.21E-03	-0.75E-04	0.15E-04	-0.16E-03	0.630	20.	0.44	
	5.2	0.0	0.00E+00	0.91E-04	-0.93E-05	0.17E-03	-0.631	20.	0.43	
	-5.2	239.1	0.33E-03	-0.33E-04	-0.46E-05	-0.20E-03	-0.569	20.	0.47	
	1.5	0.0	0.00E+00	0.57E-04	0.24E-05	0.56E-04	0.616	20.	0.35	
	-1.5	50.8	0.17E-03	-0.19E-03	0.33E-05	0.84E-04	0.549	20.	0.36	
	5.8	0.0	0.00E+00	0.13E-03	-0.39E-04	0.13E-03	-0.951	20.	0.42	
	-5.8	167.5	0.19E-03	-0.76E-04	0.26E-05	-0.19E-03	0.684	20.	0.45	
	6.9	0.0	0.00E+00	-0.13E-03	-0.98E-04	0.18E-03	-0.995	20.	0.55	
	-6.9	268.8	-0.19E-03	0.33E-04	0.38E-04	-0.18E-03	0.959	20.	0.52	

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

ECH.	DR	MN/M2	Tl(H)	EPSO	EPSi	A	B	C. CORL.	T(OC)	C EX	LAT
15	5.2	0.0	0.00E+00	0.16E-04	-0.76E-04	0.15E-03	-0.758	20.	0.49		
	-5.2	433.6	-0.57E-04	0.44E-04	-0.11E-05	-0.29E-03	-0.068	20.	0.53		
	3.3	0.0	0.00E+00	-0.58E-05	-0.28E-05	0.18E-03	-0.310	20.	0.51		
	-3.3	143.5	0.15E-03	0.56E-04	0.24E-04	-0.22E-03	0.789	20.	0.54		
	5.2	0.0	0.00E+00	0.54E-04	-0.15E-04	0.14E-03	-0.817	20.	0.46		
	-5.2	239.1	0.23E-03	0.96E-04	0.51E-05	-0.25E-03	0.595	20.	0.56		
	1.5	0.0	0.00E+00	0.45E-04	-0.17E-05	0.56E-04	-0.550	20.	0.40		
	-1.5	50.8	0.15E-03	-0.14E-03	0.74E-05	0.49E-04	0.816	20.	0.41		
	5.8	0.0	0.00E+00	0.79E-04	-0.48E-04	0.99E-04	-0.969	20.	0.46		
	-5.8	167.5	0.87E-04	0.32E-04	0.14E-04	-0.22E-03	0.974	20.	0.52		
	6.9	0.0	0.00E+00	-0.22E-03	-0.10E-03	0.19E-03	-0.992	20.	0.58		
	-6.9	268.8	-0.30E-03	0.18E-03	0.52E-04	-0.25E-03	0.976	20.	0.59		
16	5.2	0.0	0.00E+00	0.21E-03	-0.32E-04	0.17E-03	-0.471	20.	0.35		
	-5.2	433.6	0.29E-03	-0.26E-03	-0.22E-04	-0.17E-03	-0.824	20.	0.32		
	3.3	0.0	0.00E+00	0.12E-03	0.15E-04	0.24E-03	0.815	20.	0.36		
	-3.3	143.5	0.38E-03	-0.24E-03	0.39E-05	-0.11E-03	0.254	20.	0.32		
	5.2	0.0	0.00E+00	0.22E-03	0.57E-05	0.23E-03	0.469	20.	0.34		
	-5.2	239.1	0.49E-03	-0.21E-03	-0.20E-04	-0.16E-03	-0.939	20.	0.35		
	1.5	0.0	0.00E+00	0.10E-03	0.61E-05	0.84E-04	0.820	20.	0.26		
	-1.5	50.8	0.26E-03	-0.36E-03	-0.33E-05	0.18E-03	-0.556	20.	0.25		
	5.8	0.0	0.00E+00	0.23E-03	-0.18E-04	0.21E-03	-0.842	20.	0.37		
	-5.8	167.5	0.41E-03	-0.22E-03	-0.18E-04	-0.21E-03	-0.990	20.	0.36		
	6.9	0.0	0.00E+00	0.78E-04	-0.65E-04	0.23E-03	-0.984	20.	0.47		
	-6.9	268.8	0.15E-03	-0.14E-03	0.16E-04	-0.20E-03	0.794	20.	0.43		

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

ECH.	DR	MN/M2	Ti(H)	EPSO	EPSI	A	B	C. CORL.	T(OC)	C EX	LAT
17	5.2	0.0	0.00E+00	0.21E-03	-0.24E-04	0.19E-03	-0.372	20.	0.34		
	-5.2	433.6	0.33E-03	-0.25E-03	-0.25E-04	-0.20E-03	-0.856	20.	0.32		
	3.3	0.0	0.00E+00	0.12E-03	0.16E-04	0.25E-03	0.841	20.	0.36		
	-3.3	143.5	0.39E-03	-0.23E-03	0.39E-05	-0.12E-03	0.227	20.	0.32		
	5.2	0.0	0.00E+00	0.21E-03	0.11E-04	0.25E-03	0.717	20.	0.34		
	-5.2	239.1	0.55E-03	-0.19E-03	-0.22E-04	-0.19E-03	-0.951	20.	0.35		
	1.5	0.0	0.00E+00	0.94E-04	0.66E-05	0.84E-04	0.828	20.	0.26		
	-1.5	50.8	0.26E-03	-0.33E-03	-0.44E-05	0.15E-03	-0.613	20.	0.26		
	5.8	0.0	0.00E+00	0.22E-03	-0.11E-04	0.24E-03	-0.702	20.	0.37		
	-5.8	167.5	0.45E-03	-0.20E-03	-0.22E-04	-0.23E-03	-0.990	20.	0.36		
	6.9	0.0	0.00E+00	0.74E-04	-0.63E-04	0.26E-03	-0.980	20.	0.47		
	-6.9	268.8	0.17E-03	-0.12E-03	0.14E-04	-0.21E-03	0.750	20.	0.43		

ANNEXE F
Essais uniaxiaux différés

GRES MOLASSIQUE DE VILLARLOD / MASSONENS
+++++

ESSAI DE RELAXATION A TEMP. CONSTANTE
=====

$$R - RO = R1 + A * \text{Log}10[1+k(T-Ti)] \text{ soit } R1 + A * \text{Log}10(T-Ti) + B \text{ avec } B = A * \text{Log}10(k) \text{ si } k > 1$$

*CONTRAINTES AXIALES

ECH.	DU1	Ti(S)	RO	R1	A	B	C. CORL.	T(OC)	EC MN/M2	ED MN/M2
7	0.22E-02	0.0	0.00E+00	0.32E-06	-0.46	4.6	-0.978	20.	2400.	6900.
	0.55E-02	0.0	0.00E+00	0.79E-06	-0.73	16.	-0.984	20.		
	0.68E-02	0.0	0.00E+00	0.99E-06	-0.76	20.	-0.999	20.		
8	0.10E-01	0.0	0.00E+00	0.13E-05	-1.3	37.	-0.983	20.	2800.	8000.

ANNEXE G1

Résolution numérique du modèle :

$$r \varepsilon \ddot{\sigma} + \dot{\sigma}^2 = E^2 (\dots) [f \sigma \ddot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon}^2]$$

- A vitesse de déformation constante

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$$

$$\ddot{\varepsilon} = 0$$

$$r \varepsilon \ddot{\sigma} + \dot{\sigma}^2 = E^2 (\dots) \dot{\varepsilon}_0^2$$

- En charge monotone, on a encore

$$E (\dots) = E_C$$

- Discrétisation

$$r \varepsilon_n \frac{\dot{\sigma}_n - \dot{\sigma}_{n-1}}{\Delta t} + \dot{\sigma}_n^2 - E_C^2 \dot{\varepsilon}_0^2 = 0$$

soit

$$\dot{\sigma}_n^2 + B \dot{\sigma}_n + C = 0$$

avec

$$B = \frac{r \varepsilon_n}{\Delta t}$$

$$C = - \left[E_C^2 \dot{\varepsilon}_0^2 + \frac{r \varepsilon_n}{\Delta t} \dot{\sigma}_{n-1} \right]$$

La résolution de proche en proche permet de déterminer $\dot{\sigma}_n$ à partir de l'état précédent (n-1) et du discriminant de l'équation du second degré, dont l'expression est :

$$\Delta_n = B^2 - 4C$$

ANNEXE G2

Effet de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_0$ sur les courbes $\sigma - \varepsilon$ dans le cas de la roche étudiée :

$$r = -68 \text{ MN/m}^2$$

$$E = 2200 \text{ MN/m}^2$$

$$\left| \frac{r}{E} \right| \approx 3 \%$$

Le discriminant Δ a l'expression

$$\Delta_n = 4 E^2 \dot{\varepsilon}_0^2 (1 + \alpha)$$

avec

$$\alpha = \frac{r}{E} \frac{\varepsilon_n}{\delta \varepsilon_n} \frac{\dot{\sigma}_{n-1}}{E \dot{\varepsilon}_0} + \frac{r^2}{E^2} \left(\frac{\varepsilon_n}{2 \delta \varepsilon} \right)^2$$

α étant petit, on a à peu près :

$$\Delta_n \approx 2E \dot{\varepsilon}_0^2 \left(1 + \frac{\alpha}{2} \right)$$

et

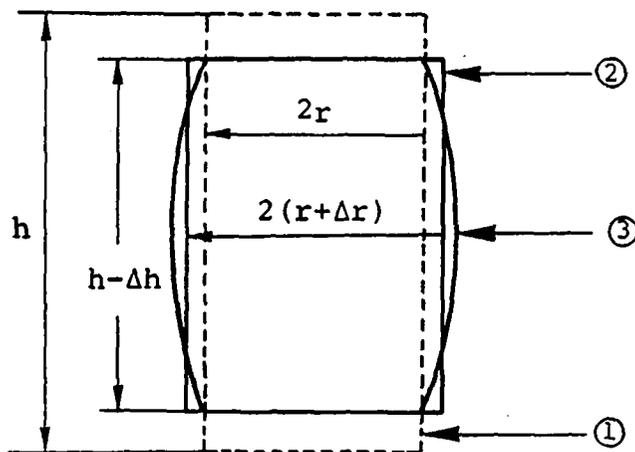
$$\delta \sigma_n - E \delta \varepsilon_0 \approx -r \varepsilon_n + \frac{r}{E} \frac{\varepsilon_n}{2} \frac{\delta \sigma_{n-1}}{\delta \varepsilon_n} + \frac{r^2}{E^2} \frac{\varepsilon_n^2}{8} \frac{E}{\delta \varepsilon}$$

L'effet de $\dot{\varepsilon}_0$ n'intervient que pour des termes en $\frac{r}{E}$ d'ordre supérieur.

VARIATION DE LA SECTION D'UN ECHANTILLON EN DEFORMATION

La plupart des essais de fluage sont faits à force constante. En grandes déformations, la condition d'une charge constante ne correspond pas à celle d'une contrainte constante.

L'échantillon en essai de fluage est en outre fretté aux surfaces de contact avec la presse et la déformation latérale qui en résulte n'est pas uniforme. On dit que l'échantillon se déforme en tonneau.



- 1 forme initiale de l'échantillon (non encore déformé)
- 2 forme approchée de l'échantillon en déformation
- 3 forme réelle de l'échantillon en déformation

Fig. : Déformation en tonneau d'un échantillon en compression simple

Appelons F_1 la force appliquée par le vérin sur l'échantillon, σ_1 la contrainte en résultant.

On a :

$$\sigma_1 = \frac{F}{\pi R^2}$$

ANNEXE H2

d'où

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = -2 \frac{dR}{R}$$

En passant en différences finies :

$$\frac{\Delta\sigma_1}{\sigma_1} \approx -2 \frac{\Delta R}{R}$$

comme $\varepsilon_2 = \frac{dR}{R}$ on a finalement

$$\boxed{\frac{\Delta\sigma_1}{\sigma_1} \approx -2 \varepsilon_2}$$

L'erreur relative commise sur la contrainte par le changement de la section est proportionnelle à la déformation latérale. Et ce, à condition que les déformations soient **faibles**.

Si maintenant les déformations de l'échantillon se font à volume constant, le matériau est incompressible et par conséquent le premier invariant des déformations nul. Il en résulte que

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{2} \varepsilon_1$$

d'où

$$\frac{\Delta\sigma_1}{\sigma_1} \approx \varepsilon_1$$

Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de mesurer les déformations latérales pour connaître l'erreur commise sur la contrainte σ_1 .

En conclusion, la conduite des essais de fluage nécessite la mesure des déformations axiales et latérales pour pouvoir corriger la contrainte calculée à partir d'une force imposée et vérifier que cette contrainte est approximativement constante.

CURRICULUM VITAE

NOM : SAHLI
Prénom : Mohamed
Naissance : 1947 à Debdou (Maroc)
Nationalité : Marocaine

COORDONNEES

Laboratoire de Mécanique des Roches
I S R F / E P F L
1015 - Lausanne / SUISSE
Tél : (021) 47 23 25

ou (après août 1988)

32, Tarik Almorabidine
OUJDA / MAROC
Tél : (068) 48 23

ETUDES - AFFECTATIONS

- 06 / 1969 BACCALAUREAT série Mathématiques
Lycée Omar Oujda (Maroc)
- 06 / 1973 D U E S Mathématique-Physique
Université de Grenoble (France)
- 06 / 1975 MAITRISE en Mécanique des Milieux Déformables
Université de Grenoble (France)
- 06 / 1977 Diplôme d'ingénieur HYDRAULICIEN
Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique de Grenoble
- 11 / 1977 SERVICE CIVIL à l'Office National d'Electricité (ONE)
(Casablanca). Etudes d'Equipement Hydroélectrique
- 12 / 1979 MAROC DEVELOPPEMENT, Bureau d' Ingénieurs Conseil
cellule hydraulique
- 01 / 1981 Cours Postgrades en 'OUVRAGES SOUTERRAINS', Institut des
Sols, Roches et Fondations de l' E P F Lausanne(Suisse)
- 08 / 1981 ASSISTANT de Mécanique des Roches, Laboratoire de
Mécanique des Roches à l'EPFL (Lausanne)
- 02 / 1984 Candidat au DOCTORAT ES SCIENCES TECHNIQUES au L M R
titre de la thèse : "Lois d'écoulement visqueux des
géomatériaux - Application à un grés". Soutenance: le
14 Juin 1988.

EXPERIENCE PROFESSIONNELLE
-----*** Eté 1976**

Etude de barrages en remblais, COYNE et BELLIER (Paris)

*** Eté 1977**

Stabilité de barrages en terre, COYNE et BELLIER (Paris)

*** Hiver 1977 à fin 1978**

Campagne de prospection géologique du site de Matmata (Maroc) en collaboration avec EDF (France)
Avant-projets de barrages hydroélectriques sur l'Oum Erbia (Maroc). En collaboration avec EDF (France)

*** Année 1979**

Projets d'installation de microcentrales hydroélectriques au Maroc montagneux. En collaboration avec l'U S A I D (USA)

*** Année 1980**

Avant-projet sommaire du barrage de Tétuan (Maroc) : calculs statistiques, apports et crues. Participation aux études d'implantation et stabilité des berges.
Projets d'assainissement urbain de villes au Maroc.

*** Eté 1981 à hiver 1988**

Enseignement et collaboration aux travaux de recherches et d'expertise : stockage thermique dans le sous-sol, calculs numériques de stabilité d'excavations souterraines, cours et travaux pratiques de géotechnique, au Laboratoire de Mécanique des Roches de l'EPFL.