

上越数学教育研究, 第 15 号, 上越教育大学数学教室, 2000 年, pp. 75-84.

整数の乗法の理解過程に関する研究

: 茂男君と和男君へのインタビューを通して

上越教育大学大学院修士課程 2 年

高島 純

1 はじめに

一般に乗法の指導は乗数が有理数に拡張される部分が難しいとされ、先行研究も多い。しかし、筆者の経験では小学校 2 年生の整数の乗法の段階でもに学習に困難を感じる児童が存在し、一般には次のような姿がみえる。

- ・文章題が解けない・立式ができない
- ・場面に適した絵図などが描けない

筆者はこれらの児童の理解を支援するために、授業の時間以外にも、個別に指導の時間を取ったり、家庭学習に頼ったりしてきた。しかし、それだけでは解決しない現状があった。原因は多様であるが、1 つに筆者自身が児童の実態について明確な視点で捉えられないまま指導していたことがある。

そこで、乗法の学習後、乗法の意味の理解が不十分とみられる児童を対象に実態を捉えながら再指導を行い理解過程を探っていくことで乗法の概念形成における指導の改善の示唆を得ることができるのではないかと考えた。

2 乗法の意味指導に関する考察

乗法の意味に関する先行研究の多くは指導法についてなされている。指導の時期に照らし合わせると導入時に行われる乗法の意味づけの指導、九九の構成活動における意味を深める指導がある。従来の指導を考察することで指導の目標とする乗法の意味理解の視点が見えてくる。第 1 に乗法の必要性である。我々が日常生活に立ち返った場合、無意識に比例の考えを使っていることが多く、乗法の必

要性は進んで比例の考えを使っていこうとすることにあると筆者は考える。つまり、異なる 2 量(以上)が等しい割合で変化していくという暗黙の感覚を持ったとき乗法を使うのである。整数の乗法の範囲では、比例的な見方の素地を作っていくことが重要であると考えられる。児童にとっての必要性は簡便性になる。繰り返して加えるより、簡単に処理するために乗法的操作を用いようとするところにある。第 2 に乗法の定義である。整数の乗法を単位が決まったときに、その単位を基にして、それを繰り返し加えて全体の数量を求めるための計算方法や表現方法とする。例えば、文章題の場面で、四則計算のどれにあてはまるかと考える場合にそこから単位(1 つ分の大きさ)にあたる数といくつ分にあたる繰り返しの数を読みとり乗法で立式ができることである。この定義については導入時に学習する。鶴飼(1994)、人見(1997)の実践に見られるように同数同士の加法と他の加法との比較により、1 つ分に注目させたり、峰崎(1995)や山崎(1988)の実践に見られるように、乗数、被乗数にあたる部分を未知にすることによって 1 つ分、いくつ分に注目させる指導がある。いずれにしても、被乗数と乗数にあたる数の意味が異なることを理解させる必要がある。第 3 に乗法の性質である。2 年生の段階では、乗法の答えが累加で求められること、全体の数は乗数が 1 増えると被乗数分増えるということ、交換法則などがある。理解を深めるた

めに、それぞれの九九の構成活動においても多くは石塚(1990)が留意点として示した指導や大野(1995)の提案するアレイによるものがなされてきている。これらの内容については教科書にも盛り込まれていることから、児童はかなりの細かいステップで指導されていることが予想される。

筆者も類似の指導はしてきたが、そのときは解決できたようにみえても少しパターンを変えたり、時間が経つと再びできなくなってしまような児童も中には多く、児童自身の理解の実態について疑問視していた。

一方、子どもの乗法の概念の様相についての研究は少なく、実態を把握しようとしたものは調査紙によるものがほとんどである(文部省, 1954; 日数教小学校部会, 1991、山下, 1962)。山下(1962)は、小数・分数の乗法への

移行期の素地について調べている。例えば、児童の倍概念の実態を探るために、視覚的に不連続な場合と連続的な場合、各々

問	題	学年	正答率 (%)
問題 1	●○○○ ぜんぶのまるのか ●○○○ ずは、くろいまる ●○○○ いかずのなんばい ●○○○ ですか。	3	55
問題 2	●●○○ しろいまるのか ●●○○ ずは、くろいまる ○○○○ いかずのなんばい すか。	3	58
問題 3	●●○○○○ しろいまるの ○○○○ かずは、くろ ○○○○ いまるのか のなんばいですか。	3	62
問題 4	□□□□ ぜんたいの大き □□□□ きさは、くろ □□□□ いところのな んばいですか。	3	64
問題 5	□□□□ しろいところ □□□□ の大きさは、 □□□□ くろいところ の大ききのなんばい ですか。	3	57
問題 6	□□□□ 上の大きい方 □□□□ は、下の小さ □□□□ い方のなんば いですか。	3	56

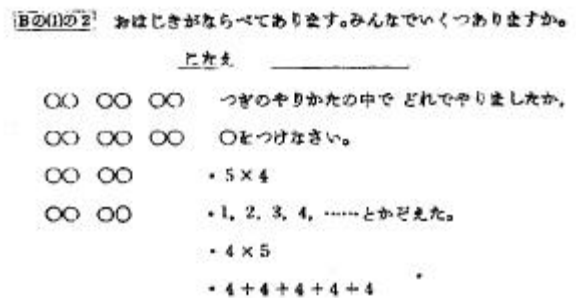
について全体と部分の関係、部分と部分の関係、対立した二重の関係を取り上げた問題を3年生対象に調査を実施している。

調査問題と正答率は上図に示した通りである。倍概念に関する実態は、約4割の児童が不安定であることを示している。まとまりを1と見ることにかなりの児童が困難を感じていることが予想される。

児童の解決思考から乗法の意味の理解の実

態を探ろうとしたものに文部省(1954)の調査がある。そこでは、児童が様々な乗法の場面をどのように捉えているかをストラテジーを選択させている。

例えば次のおはじきの数え方について、 4×5 を選択すれば乗法の意味を理解しているとみなし、それ以外を選択した場合は理解をしていないとみなすわけである。



調査の結果では乗法的操作を選択しない解答が約50%という実態でかなり多い。もちろん、これらの児童の全てが乗法の意味を理解していないと捉えるのではない。乗法の意味は理解し、乗法の計算はできたとしても、その場面において乗法的操作の必要性を感じなかったに過ぎない可能性もあるからである。しかし、少なくとも児童が積極的に乗法を使おうとはしないことがわかる。そのような児童に対しては調査結果に基づく理解の段階別の指導で効果をあげたことが報告されている。

確かに理解が不十分とみられる児童に対しては個に応じた指導は効果がある。しかし、児童自身がどのようなプロセスを経て理解に至ったかについての研究は報告はない。我々、現場の教員にとって、児童が学んでいるその瞬間にどんな手だてを講じたらいいかということは非常に重要な問題であり、児童が乗法の場面をどのように捉え、乗法的操作を用いるまでのさらなる細かな思考プロセスをみていく必要がある。

3 思考過程分析の枠組み

乗法の意味指導では場面から、「1つ分」に

あたるまとまりとしての単位を読みとり、累加で求めることが意味の理解の前提となるが、児童によっては、乗法の場面で1つずつ数えたり、加法を組み合わせたたりするなどの多様性が見られる。まとまりとしての数の認識については、全ての児童にとって必ずしも自明ではない。

そこで、子どもの乗法の概念形成における単位の認識に着目した Steffe(1994)と子どもの直観のモデルを分類しストラテジーに着目した Mulligan ら(1997)の研究を援用し、数える活動から思考過程を探っていく。単位の認識という観点を入れたのは、児童にとってまとまりを作る活動が乗法の意味理解に重要であると考えたからである。また、数える活動を取り入れたのは、対象が学習が進んでいない児童なので数える段階で問題があるという予想があったからである。

単位の認識の深化

Steffe による単位の認識についての深化の水準は以下に示される。

Composite Unit

集合数としてのまとまりの単位

部分 - 全体のシエマ

全体が の繰り返しの連続でできているという概念

Abstract Composite Unit

経験上のまとまりの単位ともいい、視覚的に見えない状況でも があることを前提に心的に見ることができる Unit

部分 - 全体 単位 - 協応のシエマ

全体が、繰り返しの数とまとまりの単位で構成されているという概念で乗法の暗黙のモデルはダブルカウンティングに見られるような、1 対多のカウンティング活動が特徴的であり、乗法概念の素地になる。

ストラテジーの分類

Mulligan らは分類された乗法の方略のモデルをもとに文章題における場面の状況と子どもの解決ストラテジーを次のように分類し、

グループ化することを提案している。

直接的に数える。単位を数える。

繰り返して足す。リズムをもって前向きに数える。繰り返して足す。スキップして前向きに数える。加法的にダブルする。

乗法的操作、既知の乗法的事実。導かれた乗法的事実

Mulligan らの調査によると、児童の解決ストラテジーは場面の状況に依存し、変容していく事実が示されている。そこでは、乗法の計算が未習の段階で乗法的操作を行う子どもから、既習にも関わらず や のストラテジーを用いる子どもが存在することがわかる。日本でも計算は習熟しているが、現実の場面乗法的操作を使えない児童が存在する。そのような児童に対して、乗法の必要性を持たせていくためには、単位の認識や比例感覚を高めていくために意図的な指導が必要になってくる。そこで、指導にあたっては単位の認識の深化に沿った計画をしていく。

単位の認識の水準とそこから予想されるストラテジー

単位の認識	乗法の場面で数える活動
数をまとまりとして認識する	*まとまりの数の累加 1つずつ数える まとまりとして数える
まとまりの単位を構成する	*まとまりの数の累加 まとまりごとに区切って数える まとまりごとに加えて数える
抽象のまとまりの単位と繰り返しの数に着目する。	*繰り返しの数とまとまりの数を対応づけた累加 繰り返しの数に対応させ、まとまりごとに区切って数える 繰り返しの数に対応させ、まとまりごとに加える
乗法の記号の意味を知る	*乗法的操作を活用する

上記の枠組みの中で、 の活動をしていれば、その段階の単位の認識があるとみなす。また、 の活動をした場合は移行期とみなし、 の活動ができるような働きかけを促していく。

4 調査の時期、対象学年、方法

新潟県の公立小学校の同一の学級で2年生の3学期、3年生の1学期に乗法の意味理解について事前調査及びインタビュー調査を行った。単位の認識とストラテジーに着目し、児童の活動にともなって、予定した活動を修正しながら解決のプロセスを探っていった。

3月20日	調査紙による事前調査	11名
6月2,3,4日	インタビュー調査	1名
6月18,21日	インタビュー調査	4名
7月15,16日	インタビュー調査	2名
9月10日	インタビュー調査	2名

インタビュー調査にあたっては、乗法九九の学習後、乗法の記事題で、加法や減法を立式した児童の中から、学級担任と相談して児童を数名抽出した。

本稿では、数をまとまりとしてある程度自由に扱った茂男の事例とまとまりとしての扱い方が数値に依存する和男の事例について述べる。

茂男、和男は次の乗法の問題で以下のように乗法の場面で不適切な加法や減法の立式を行い、解答をしていた。

いろがみを 1人に7まいずつ くばります。4人に くばるには いろがみはなんまい いるでしょう。

茂男 $7 + 4 = 11$ 11まい

和男 $7 - 4 = 3$ 3まい

4まいの ふうとうに えんぴつが 5本ずつはいつて います。えんぴつはなん本 いるでしょう。

茂男 $4 + 5 = 9$ 9本

和男 $5 - 4 = 1$ 1本

両者とも文章中の数値の意味をまとまりや繰り返しとして捉えていないことがわかる。

5 児童の活動と思考過程の分析

5.1 茂男の事例

5.1.1 茂男へのインタビュー調査の日程と主な内容

6月18日(30分)・おはじきを数える活動、他

6月21日(35分)・全体の数が視覚的に隠されたアレイ図の数を求める活動(4×12 、 6×12 、他)

7月15日(25分)・計算の意味について振り返る活動(20×80 、 20×8 、 2×8)

7月16日(35分)・演算決定、文章題解決(12×6 、 15×12 、 14×16)

9月10日(20分)・単位の単位を構成する活動(2:3の単位を構成する課題)

5.1.2 おはじきで数える活動

茂男はおはじきを数える活動でまとまり同士を加えたり、倍にして加えたりするなどまとまりを使って数えていた。

茂男：31個

I：今度はどうしたの。

茂男：7こずつ、4個にした。

I：どうして31個になったの。

茂男：7と7で、7に3たして14で、こっちと同じで28で、29、30、31。

I：なるほど、7と違うまとまりで数えてみよう。

茂男：9のかたまりで作った。

I：全部でいくつですか。

茂男：58個。

I：どうやったの。

茂男：9と9を合体させて18で、36で40で。

5.1.3 単位の認識の深化を促すための問題設定

単位の認識の深化を促すために視覚的に全体が見えない下記のような、アレイの問題を設定する。

問題の意図は、全体の数を求めるために児童自身が抽象のまとまりの単位を構成し、その単位と繰り返しの数を関係づけた累加の活動と乗法の式に結びつけることをねらいとする。例えば、次のアレイの問題で1列分の6があることを前提に列数の8と関係づけて累

加する活動を 6×8 と定義するのである。



5.1.4 茂男の理解過程

単位の認識の深化

茂男の単位の認識の深化のプロセスでは単位を取り直す活動が重要に働いている。アレイの問題では、1列分と2列分のそれぞれの単位を取り直す活動を繰り返しながら、茂男の単位の認識が深まっていった。

5.1.4.1 2列分を単位とした加法

6×8 の場面

6×8 のアレイの問題では、6のまとまりに着目し倍々で加えていき、最後は累加で調整した。

茂男：分かった、48

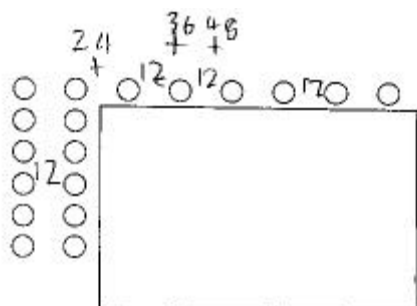
I：どうやってやった。

茂男： $6 + 6$ は12, $12 + 12$ は24, そして36, で48

I：これかけざんで考えるとどうなる。

茂男：6, 8, 48

視覚的に見えない部分でも単位があることを前提に2列分を単位とし、12を4つ学習プリントに描き込み、加法を行った後、教師の示唆で、九九と結びつけている。しかし、茂男の行った活動と乗法はここでは結びついてはいない。



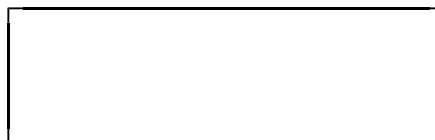
5.1.4.2 抽象のまとまりの単位の構成

4×12 の場面

九九の範囲を超えた状況を設定する。 $4 \times$

12のアレイの問題では、まず、4のまとまりに着目し、4の段の九九を使おうと考え、次に2列分の8を単位として新しく取り直して乗法の式と結びつけ全体の数を求めた。

I：全部でいくつでしょう。



茂男は問題を数秒間眺め、鉛筆で列を叩いて数え、再びじいっと眺め、発話した。

茂男：あっわかった。

I：いくつ。

茂男：56。

I：どうやった。

茂男：最初、わかんなかったけど、かけざんでやろうとした。

I：どんなかけ算でやろうとした。

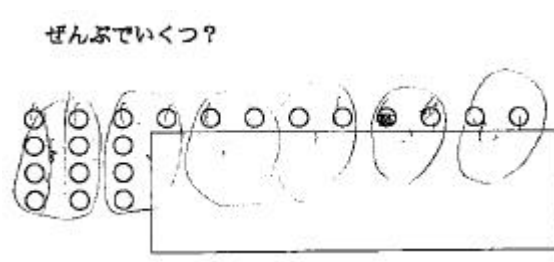
茂男：まず、4と4と4と4と4と4とじゃ、12になるからだめで、 $4 + 4$ は8でってやりました。

I：うん、もう1回教えて。

茂男：・・・。

I：8ってどれ、困らねえ。

茂男：(2列を囲む)。



I：それで。

茂男：1, 2, 3, 4, 5, 6で。

I：うん。

茂男：・・・48だ。

I：どうやって出した。

茂男：1, 2, 3, 4, 5, 6だから、6, 8。

I：8, 6, 48ってやった。

茂男：最初、4ずつやったらできなくなった。

I：どこで止まったの。

茂男：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。

I：9で止まっちゃった。

ここでの茂男の活動の特徴は、念頭で単位を取ろうとしていることである。

茂男は4のまとまりを単位として乗法で全体の数を求めようとしたが、乗数が九九の範囲を超えた時点であきらめ、単位としてのまとまりの数を2列分の8に取り直している。このとき、茂男は抽象のまとまりの単位を構成し、九九に結びつけた可能性がある。

5.1.4.3 単位 - 協応の概念

6 × 12の場面

6 × 12の状況を設定した。この問題の特徴は単位を取り直しても九九で処理できない点である。

6 × 12のアレイの問題における活動では、一旦は2列分のまとまりを単位とした加法で全体を求めた後、再度、1列分の6をまとまりの単位として見直し、列の数の1 ~ 12を対応づけた。

茂男：できた

I：いくつ

茂男：72

I：今度はどうやった。

茂男：6 + 6は12

I：今度は12のまとまりで考えた。

茂男：はい。

I：さっきはかけ算でしょう。今度はどうしたの。

茂男：足し算。

I：今度は足し算にした、かけ算にするとどうなる。

茂男：(首をひねって、下記のようにプリントに書き込む。)

24 30 36 42 48 54 60 66 72

茂男：やっぱり、そうだ。6, 1が6.....6

× 12は72

I：これは、何のまとまりで考えた。

茂男：6のまとまり。

I：6のまとまりがいくつあるの。

茂男：12個。

I：かけ算の式になるとどんな式になる。

茂男：6 × 12

茂男は、九九で処理できない状況から乗法の性質を使おうとしていることがわかる。6の段をプリントに描き込み累加の活動を乗法の式に結びつけた。

茂男は同様の問題を解いた後、茂男はインタビューの直後に以下の文章題を、6個のを8列描き、1列が6個の団子の図と、列の数の8を、乗法の式と結びつけ、6 × 8と立式し、48こと解答している。

問題

きょうは、だんご6きょうだいです。8本ぶんでは、だんごはいくつできるでしょうか。

I：6個ね、それが8本あるの、このちっちゃい団子いくつ作ったらいいかなって問題。

茂男は、縦に6個団子を描いて、6列作り、列数を数えて2列付け加えた。

I：さあ、いくつだ、数えないで考えられる。

茂男は約30秒、頭を縦に6回振る。

茂男：できた。

I：できた。

茂男：48個。

I：式書いてごらん。

茂男：“6 × 8 = 48”と書く)

茂男は、絵図に場面を再現したが、念頭で6を単位とした累加で念頭で数えていることから、団子の数と串の数を協応させて数えていることがわかる。アレイの問題を解く活動と団子の問題が結びついた。

5.1.5 ストラテジーの発展

茂男は、倍々の加法を媒介として累加、九九の適用、再構成した単位の累加、ダブルカ

ウンティングなど数えるストラテジーを場面の状況に応じて使い分けながら全体を数えていた。しかし、現実の場面に置き換えた状況では、まず、まとまりの数(1つ分)や繰り返しの数(いくつ分)にあたる部分を、絵図に再現し、おはじきを数えたときと同様の2倍のまとまりに再構成したものを単位とする倍々の加法のストラテジーに戻っていた。例えば、茂男は 15×12 と乗法の式を立式するが、計算できないため、絵図に描いて状況を再現した。そこから、30の累加で求めている。



茂男：わかった。
 I：どうやった。
 茂男：1つずつじゃあ、時間がかかりすぎだから、こうやって、30ずつにして。
 I：30がいっぱいできたね。それで。
 茂男：(30を累加して、数字を重ねて書き込んでいった。) 30と30で60で、・・・180。
 I：30まとまり作って、順番に。
 茂男：足した。

アレイを数えるという文脈と現実の場面に適用するという文脈ではストラテジーは一致しない。

5.1.6 単位の認識の深化とストラテジーの関わり

茂男は単位と繰り返しの数を関係づけた累加の活動から単位 - 協応のシエマを構成していった。茂男の乗法の理解過程のプロセスを単位の認識とストラテジーに着目してまとめると以下の表のような関わりが見られ、互いに深化・発展していることがわかる。

茂男は解決に行き詰まると倍々の加法と累加に見直す活動を繰り返しながら単位を再構成を行い乗法の概念を形成していった。このことから、茂男の単位の認識の深化のプロセスに茂男自身が持っている倍々の加法のストラテジーが橋渡しとして働いていることがわ

かる。

茂男の理解過程

単位の認識	ストラテジー
視覚的に全体が見える状況 単位としてのまとまりの意識なし まとまりの単位の構成	<ul style="list-style-type: none"> ・1つずつ数える ・スキップして数える ・倍々の加法
視覚的に全体が見えない状況 抽象のまとまりの単位の構成(九九の範囲、 6×8)	<ul style="list-style-type: none"> ・2列分のまとまりの単位を基にした加法
(九九の範囲、 6×8)	<ul style="list-style-type: none"> ・1列分を単位とした乗法的操作(九九を適用)
(乗数の拡張、 4×12)	<ul style="list-style-type: none"> ・1列分を単位とした累加(失敗)
再構成した抽象のまとまりの単位の構成 (4×12)	<ul style="list-style-type: none"> ・2列分を単位とした乗法的操作(九九を適用)
(6×12 、倍で九九で処理できない課題)	<ul style="list-style-type: none"> ・2列分を単位とした加法
単位 - 協応のシエマの構成(6×12)	<ul style="list-style-type: none"> ・まとまりの単位と繰り返しの数を対応付けた累加(ダブルカウンティング)
	<ul style="list-style-type: none"> ・乗法の立式

5.1.7 意味理解の視点からの考察

調査における茂男の活動を意味理解の視点より考察する。

5.1.7.1 乗法の必要性

茂男が比例感覚から乗法を使おうとするように至ったかどうかについて、倍概念を探る調査は行っておらず、明らかにはなっていない。しかし、全体を求めるために単位とその繰り返しの数を対応づけることができるよう

になったことから比例の考えに発展していく可能性はある。

それでは、茂男にとっての必要性はどうか。

茂男は九九を始め、2 位数×1 位数の計算ができる。それにも関わらず、現実場面に適応した問題解決において、乗法的操作を使わないことから、茂男にとって必ずしも乗法の簡便性を感じているのではない。文章題からまとまりの単位にあたる「1 あたり分」と繰り返しの数にあたる「いくつ分」について読みとり、場面の状況を再現したとしても、乗法を立式するのではなく、茂男自身の持つ倍々の加法のストラテジーを活用するのである。このことより、文章題解決において乗法の意味を場面から定義し、立式させようとする教師の意図と、子どもの場面から全体を求める活動にはギャップがある場合があることがわかる。

乗法の必要性を意識させるためには、乗法の場面から式を定義するだけでなく、単位と繰り返しの数を関係づけた測定の活動を反省し、乗法の式に結びつけた方が有効な場合がある。

5.1.7.2 乗法の定義

アレイの問題では、茂男自身がまとまりの単位を構成し、倍々の加法を媒介にしながらも、繰り返しの数に着目できるようになる。そして、まとまりの数と繰り返しの数を対応させた累加の活動に発展していき、その活動を乗法の式に結びつけることができた。このことにより、単位と繰り返しが決まれば全体がわかるという定義については意識づけられたことがわかる。また、このまとまりの数と繰り返しの数の変化の関係の概念が比例の概念の基礎になると考える。

5.1.7.3 乗法の性質

茂男は九九の範囲を超えて単位の増減関係の性質を利用しようとした。乗法の性質については、主として九九の構成活動の時期に指導するが、九九の範囲では必ずしも性質に着

目しているとは限らない。性質に関する指導にあたっては、九九の範囲に限定しないような配慮が必要である。

5.2 和男の事例

5.2.1 調査の日程・内容

6月2日(40分)・2のまとまり、10のまとまりで数える活動・粘土の団子を作って乗法の状況を再現し、全体の数を数える活動

6月3日(40分)・場面の状況を再現し、全体の数を求める活動(6×8、6×12、)・おはじきで乗法の意味を構成する活動・全体の数が視覚的に隠されたアレイ図(図に描き込める状況、4×8他)

6月4日(40分)・全体の数が視覚的に隠されたアレイ図(図に描き込めない状況、7×11)・おはじきで7の段の意味を構成する活動

6月18日(30分)・おはじきを数える活動(まとまりの数に着目して)

6月21日(20分)・全体の数が視覚的に隠されたアレイ図(図に描き込める状況、2×9他)

7月15日(10分)・文章題(2×6)

7月16日(25分)・文章題(4×6、4×12、12×6)

9月10日(20分)・繰り返しの数に着目する活動

5.2.2 おはじきを数える活動

和男は、おはじきを数えるのに、まず1つずつ数えた後、まとまりの数を使って数える活動をした。和男は、まとまりの数によってストラテジーが異なっていた。2、10についてはまとまりとしての数える活動が見えるが、3、4などの数ではまとまりごとに区切り、基本的には1つずつ数えていた。

2のまとまり

2ずつまとめて並べて数える。

和男：できた。

I：どうやって数えた。

和男：に、し、ろ、は、と。

10のまとめり

10 のまとめりを単位として数えたりすることができる。

I : いくつ。

和男 : 31。

I : 10 と 10 と 10 と 1 で 31、すごいね、じゃあね、

3のまとめり

I : じゃあね、一緒にやろう。3 ずつやってみようか。

和男は 3 本の指でおはじきを 3 こずつ寄せながら、“3、4、5、6、7、8、9、・・・28、29、30、31” とつぶやきながら数えた。

4のまとめり

I : すごいすごい、できるじゃない、今度、4 こずつに挑戦。

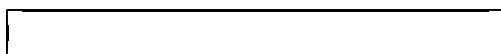
和男はまず 4 個まとめて取り、“4”、次に 1 つずつおはじきを 4 つ取って“5、6、7、8”次に 4 つまとめて取って“12”、その後、“13、14、15、16、・・・25、26、27、28、・・・29”と 1 つずつ寄せながら数えていった。

以下略

5.2.3 抽象のまとめりの単位の構成の困難性

アレイ図の一部を視覚的に隠して全体の数を求める活動では、視覚的に見える部分と見えない部分を分けて数えようとし、2 のまとめりを使って数えようとはしなかった。

I : これ全部でいくつでしょう (アレイ図の上を紙で隠す)。



I : 指を使っていいよ。

和男は、見えている部分を左下から右上まで 1 つずつ人差し指を使って追っていった。その後、上の段を左から人差し指で 1 つずつ見えないところを追っていった。

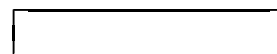
I : もうちょっと見せようか (横にずらす)。



和男は、左下から横に、上の左から右に 1 つずつ数えた。再度、見えている部分を数え、右上から、“12、13、14、15、16、17”と左方向に

指を追って数えた。

I : 17、もうちょっと見せようか (横にずらす)。



和男は、まず、人差し指で見える部分を追った後、右上から 4 番目まで左に戻った。その後、指を 2 本ずつ立てて、左から追って行って 5 番目で止まった。

このとき、和男は単位としての 2 のまとめりが見えなくなった可能性がある。

I : そのまま行ってもいいんだよ。

和男は、続けて 2 本ずつ追った後、再度、左から 2 本ずつ指で追い、“18”と答えた。

5.2.4 考察

その後の指導で、和男は 2 に関しては抽象のまとめりの単位を構成し、念頭で累加を行い乗法の式に結びつけるまでに至る。

しかし、それ以外の数がまとめりとなる状況では乗法の式で全体の数を求めた後でさえ、1 つずつ数えるストラテジーに戻っていた。抽象のまとめりの単位を構成し、念頭で累加ができるようになるには、視覚的に全体が見える状況でまとめりとして数を扱えることが前提にある。加法との関連もあるが、まとめりとして扱える数を増やすための指導に工夫する必要があったことが反省される。

5.3 調査から得られた知見

茂男と和男の調査を通して以下の知見を得ることができた。

数える活動が、累加や乗法的操作に発展していくためには下記の 2 点が重要である。

a 数を様々なまとめりの単位として扱えること。

b 単位としてのまとめりを再構成するプロセスを持っていること。

累加や乗法的操作への発展のプロセスでは、単位のアイデアに関連した児童自身のストラテジーが媒介として機能した。

6 おわりに

一律に文章題ができない、立式できないと

評価されてはいても今回の事例のように児童の活動は質的に異なっている場合がある。茂男の理解過程で概念の促進に有効であったのは、茂男自身の単位のアイデアに関連したストラテジーを媒介としてまとまりを再構成するプロセスを学習の中できちんと踏みながら累加の活動に進んでいったことが考えられる。本調査では、数える活動から乗法の理解過程を考察していったが、文章題解決への橋渡しに関しては未知である。可能性としては、ここで児童が捉えた概念と、問題作りなどの活動を結びつけていくことが1つの有効な手だてとして考えられる。一方、和男は、そこに含まれる視覚的に見えない単位をとれない。和男のような児童には数える活動を見直し、単位として自由に扱えるまとまりの数を増やしていく必要があり、そのための指導法や教材を開発していくことが今後の課題となる。

謝 辞

本研究に御協力頂いた三条市立旭小学校長 諸橋康二先生 同校教諭 佐久間利定先生に深く感謝致します。

引用・参考文献

- 人見みどり. (1997). かけざん(1). 新しい算数研究. 10月号.41-43.
- 石塚明子 他. (1990). 乗法の意味理解を深めるための指導法の工夫 - 2年「かけ算」において -. 日本数学教育学会誌, (72)2, 9-12.
- 峰崎寛. (1995). かけざん(1). 新しい算数研究. 12月号.46-49.
- 文部省. (1952). 算数,実験学校の研究報告(1). 明治図書.
- 文部省. (1953). 算数,実験学校の研究報告(3). 明治図書.
- 文部省. (1954). 算数,実験学校の研究報告(4). 明治図書.
- Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Children's Intuitive Models of Multiplication and

Division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 309-330.

- 日数教研究部小学校部会. (1991). これからの計算指導の在り方 - 「計算力」の見直しとその指導. 日本数学教育学会誌, 73(12), 2-7.
- 日数教研究部小学校部会. (1991). これからの計算指導の在り方 - 「計算力」の見直しとその指導. 日本数学教育学会誌, 74(2), 15-21.
- 大野忠雄. (1995). 数学的な考え方を育てる指導と評価 - かけ算九九の構成活動を通して. 日本数学教育学会誌, (77)12, 16-21.
- Steffe, L. P. (1994). Children's Multiplying schemes. In G. Harel & J. Confrey (eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp.3-41). Albany: State University of New York Press.
- 高島純. (1999). 整数の乗法の意味理解に関する研究 - S男君、O男君の事例を通して -. 第32回数学教育論文発表会論文集, 287-292.
- 高島純. (2000). 整数の乗法の理解過程に関する研究: 茂男君と和男君へのインタビューを通して. 上越教育大学学校教育研究科修士論文(未公開)
- 鵜飼英子. (1994). ならべ方から入るかけ算の導入. 新しい算数研究. 10月号. 38-48. 東洋館.
- 山下智. (1962). 整数の乗法・除法の意味の指導 - 小数・分数の乗法・除法への段階の研究. 日本数学教育学会誌, 44, (6), 24-28.
- 山崎康文. (1988). かけざん - 1. 新しい算数研究. 11月号. 38-41. 東洋館.