【 論文 】

児童における算数問題解決，ワーキングメモリ，および プランニング能力の関連

中道　圭人

静岡大学（教育学部）

要旨

本研究は小学生における算数問題解決，ワーキングメモリ（WM），プランニング能力の関連を検討した。小学6年生48名（12歳）が調査に参加した。算数問題解決，WM容量，プランニング能力の測度として，全国学力・学習状況調査に基づいた算数文章題（基礎問題，応用問題），リーディングスパンテスト，Porteus迷路課題がそれぞれ用いられた。その結果，基礎的な文章題の遂行，WM，プランニング能力は応用的な文章題の遂行に有意に関連すること，そして，月齢と基礎的文章題の遂行を統制した場合でさえ，WMやプランニング能力の寄与が持続することが示された。また，WM の相対的に小さい児童は問題文の誤読や計算ミスをなす傾向があった。本データは，算数文章題の遂行におけるWMとプランニング能力の重要性を示している。

キーワード

小学生，算数文章題，作動記憶，メタ認知，実行機能

問題・目的

「34＋27」や「12×6」といった計算問題を解くことはできるが，日常的な題材での算数文章題を解くことが苦手な子どもは少なくない。特にその傾向は，OECDの学習達成度調査（PISA調査）での問題や全国学力・学習状況調査の「活用」問題のような，応用的な算数文章題で見られる。たとえば，PISA調査の結果（国立教育政策研究所, 2010）では，日本の子ども達の算数の成績は65カ国中9位で，OECDの平均を上回っている。しかし，第1位の中国（上海）と比較すると，習熟度の高い子ども（レベル5およびレベル6）の割合は上海で50.4%，日本では20.9%，習熟度の低い子ども（レベル1未満およびレベル1）の割合は上海で4.8%，日本では12.5%であり，応用的な文章題を苦手とする子ども達が多いことが示されている。算術計算や基礎的な数学的知識（例：公式）の習得はもちろんだが，それらを基に思考していくような応用的な文章題を解決する能力の育成は，近年の教育上の課題の1つとなっている。算数文章題を解決する際の子ども達の思考プロセスや解決に関わる認知的要因を知ることは，そのような数学的問題解決能力を育成する上での手がかりを提供することになる。そこで本研究では，子ども達の応用的な算数文章題の解決に関わる認知的要因を心理学的な視点から検討していく。

心理学研究の中で，算数文章題の解決のプロセスは，変換過程（問題文に含まれる各単文の理解），統合過程（問題文の全体的な理解），計画過程（解決までの道筋のプランニング），実行過程（計画に基づいた計算）の4つの下位過程からなると考えられている（e.g. 岡本, 2008）。これらを大きく分けると，前者の2つが問題理解の過程，後者の2つが問題解決の過程である。この文章題の解決プロセスを支える認知的要因は，どのようなものなのであろうか。

この数学的な問題解決のプロセスと関わる認知的要因の1つとして，ワーキングメモリ（working memory: WM）がある。WMは“ある情報を保持しながら，他の情報を処理する”記憶システムで，音韻ループ（音声情報の保持に関わるシステム）と視空間スケッチパッド（視覚情報や空間情報の保持に関わるシステム）という2つの下位システムと，それらの下位システムの制御や情報の処理に関わる中央実行系からなる（e.g. Baddely, 1986; 苧坂, 2002）。たとえば，イングランドの7・11・14歳児を対象にしたGathercoleらの研究（e.g. Gathercole & Pickering, 2000; Gathercole, Pickering, Knight, & Stegmann, 2004; Jarvis & Gathercole, 2003）は，WM課題の遂行の良さが算数等の全国統一試験の成績の良さと関連することを示している。また，Swansonらの算数文章題に焦点を当てた研究（e.g. Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004;

Swanson & Sachse-Lee, 2001）は，児童の算数文章題の遂行が WM, 特に実行中央系と関連することを示している。これらの研究は，WM が数学的問題解決のプロセスに関与していることを明らかにしている。

しかしながら，このような児童における数学的問題解決と WM の関連は，日本においてほとんど検討されていない。また，これまでの欧米の研究では以下のような問題点が混在しているため，応用的な算数文章題の解決と WM の関連は明確に検討されてはいない。たとえば，Gathercole らの一連の研究は全国統一試験の全体的な成績，つまり基礎的な算術計算や文章題等の様々な算数問題での成績を包括した数学的問題解決能力を指標としている。そのため，基礎や応用といった問題の難易度に関わらず，WM との関連が同一であるかどうかは明確ではない。また，算数文章題に注目した Swanson らの研究では小学校の低～中学年を対象とすることが多く，全国学力・学習状況調査の算数 A（知識）に含まれるような基礎的な文章題の遂行と WM の関連を検討している。そのため，算数 B（活用）で問われているような応用的な文章題の解決と WM の関連は明らかではない。

応用的な文章題を解決する能力の育成という観点からすると，もし WM が応用的な文章題の遂行に直接関わるなら，子どもの WM の状態に合わせた応用的な文章題の教授方法や，WM 自体の向上を促すような働きかけを考える必要がある。このため，WM が応用的な文章題の遂行に直接的に関与しているのかを明らかにすることが重要であろう。また，WM は応用的な文章題の遂行には直接関与していない可能性も考えられる。たとえば, Zheng, Swanson, & Marcoulides（2011）は小学 2～4 年生を対象とした研究から，WM は基礎的な算術計算等の遂行を媒介し，口頭での文章題解決の遂行の正確さに影響することを示している。これは，WM が基礎的な算数問題の解決を支え，その解決の能力が応用的な算数問題の解決に関与することを示唆している。このプロセスを本研究で扱う算数文章題に適用すると，WM が基礎的な文章題の解決能力を支え，その基礎的な文章題の解決能力が応用的な文章題の遂行に関わるというプロセスが想定されうる。もしこの可能性が正しいなら，応用的な文章題を苦手とする子どもには，まず基礎的な文章題の解決能力を向上させることが不可欠となる。上記の諸点を踏まえ，本研究では基礎的な文章題と応用的な文章題を区別し，小学校高学年での WM と基礎的・応用的な文章題の遂行の関連を検討していくこととした。

さらに，従来の研究では文章題の正誤と WM の関連が検討されてきた。だが，WM の小ささがどのような誤りをもたらすのかは明らかではない。文章題での誤答傾向を分析した研究（e.g. Cummins, Kintsch, Reusser, & Weimer, 1988; 石田・多鹿, 1993）は，文章題での誤答の原因の多くが問題理解過程にあることを示している。これらの研究知見と，WM が文章読解のために必要な能力であること（e.g. Daneman & Carpenter, 1980; 高橋, 1996）を踏まえると，WM の小さい児童が問題理解過程で誤りをなす可能性は高い。しかし，その後の問題解決の過程で誤りをなしている可能性もある。算数文章題が苦手な児童に指導・支援する上で，どの段階でつまづくのかを明らかにすることは重要であろう。そこで本研究では，児童の WM の個人差による誤答傾向の分析も行っていく。

また，算数文章題に関わる別の認知的要因として，プランニング能力が考えられる。特に応用的な文章題では解に至るまでの筋道が必ずしも 1 つではなく，そのような応用的な問題での解決プロセスでは問題理解の後の計画段階も重要な要素となる（Okamoto & Kitao, 1992）。しかし従来の研究（e.g., 岡田, 1987; 岡本, 1992）では，ある算数文章題の遂行時のプランニングやモニタリングの内容を検討しているものの，様々な問題で共通するような領域一般的なプランニング能力と文章題の遂行の関連は検討されていない。そこで本研究では，ある問題に固有のプランニングではなく，領域一般的なプランニング能力と文章題の遂行を検討した。なお，プランニング能力には WM の中央実行系が関与すると考えられており（e.g. 苧阪, 2007），WM と概念的に重複する部分がある。しかし，WM の測度（e.g. オペレーションスパンテスト）とプランニングの測度（e.g. ハノイの塔）の遂行には必ずしも同一の中央実行系の能力が必要とされるわけではなく（e.g. Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, Howerter, & Wager, 2000），完全に同一の能力とはいえないものである。そこで本研究では，WM とプランニング能力を区別して扱っていく。

最後に，具体的な課題内容に関して述べていく。まず算数文章題に関して, 応用的な文章題として平成 22 年度全国学力・学習状況調査（文部科学省, 2010）の問題の一部を用いた。また，基礎的な文章題として小学校 4 年生までの既習内容から文章題を作成して用いた。次に WM 測度はリーディングスパンテスト（Reading Span Test: RST）を用いた。WM の構成要素の中でも，中央実行系は算数文章題の遂行に最も関与している（e.g. Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; Swanson & Sachse-Lee, 2001）。RST は，特に中央実行系の処理を要求する課題と考えられている（e.g. 苧坂, 2002）ことや，日本の児童でも実施可能な知見が示されていること（e.g. 樋口・高橋・小松・今田, 2001, 2003）から，本研究で用いることとした。また，プランニング能力に関しては，Pennington & Ozonoff（1996）によって特にプランニング能力を測定しているとされている Porteus 迷路テスト（Porteus, 1965）に基づいて作成した課題（迷路課題）を用いた。

まとめると，本研究では WM やプランニング能力といった認知的要因と算数文章題の遂行の関連を明らかにするため，小学校高学年の児童を対象に基礎的・応用的な算数文章題，RST，迷路課題を実施することとした。

方　法

参加児

静岡県内の公立小学校 2 校に通う 6 年生 48 名（男 20 名，女 28 名；平均月齢＝144.33 ヶ月，*SD*＝3.07）。発達障害等の診断を受けている参加児はおらず，すべて定型発達の児童であった。

手続き・測度

初めに，参加児は各小学校のクラス単位で算数文章題を行った。その後，3～4 名の小集団でリーディングスパンテスト，迷路課題を行った。各課題の内容を以下に示す。

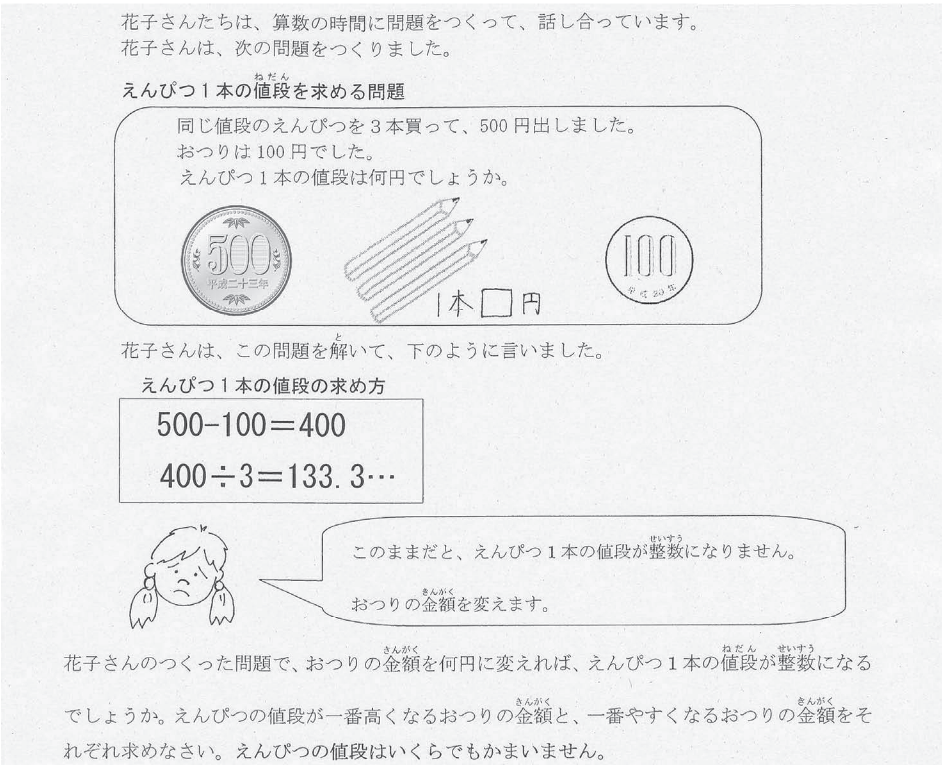
(1) 基礎的・応用的な算数文章題

課題・手続き　基礎的な算数問題解決能力を測定する問題（基礎問題）と応用的な算数問題解決能力を測定する問題（応用問題）を冊子に記載し，参加児に筆記式で解答させた。

まず基礎問題に関して，小学校学習指導要領解説 算数編（文部科学省，2008）等を参考に，小学 4 年生までの既習内容に基づいた文章題 5 問を作成した。文章題の具体的な内容を Table 1 に示す。最初の 2 問は，変化量が未知数となっている加算問題と減算問題で，3 問目は“重なり”に関する問題であった。これら 3 問は，特定の数学的知識を必要とせず，加算・減算で解答が導き出せる問題と

Table 1　基礎問題での問題文

	問題文
加算 （a+?=b）	花子さんの身長は139cmです。花子さんがイスにのって床からの高さを測ると，花子さんとイスを合わせた高さは165cmでした。イスの高さは何cmですか？（正答=26cm）
減算 （a−?=b）	太郎君は釘を53本持っています。本棚を作るために何本か使ったので，今37本残っています。使った釘は何本ですか？（正答=16本）
重なり	皆で列を作って並んでいます。太郎君は前から5人目で後から8人目です。この列には全部で何人並んでいますか？（正答=12人）
四角形の面積と周りの長さ	面積が36cm^{2}の長方形があります。この長方形の周りの長さは何cmですか？（正答=26，30，40，74cm）
分数の減算と大きさの比較	花子さんは自分の1mのリボンから$\frac{1}{5}$ mとり，太郎君は自分の1mのリボンから$\frac{1}{4}$ mとりました。どちらが長く残っていますか？（正答=花子さん）


花子さんたちは、算数の時間に問題をつくって、話し合っています。
花子さんは、次の問題をつくりました。

えんぴつ１本の値段を求める問題

同じ値段のえんぴつを３本買って、500 円出しました。
おつりは 100 円でした。
えんぴつ１本の値段は何円でしょうか。

花子さんは、この問題を解いて、下のように言いました。

えんぴつ１本の値段の求め方

500−100＝400
400÷3＝133.3…

花子さんのつくった問題で、おつりの金額を何円に変えれば、えんぴつ１本の値段が整数になるでしょうか。えんぴつの値段が一番高くなるおつりの金額と、一番やすくなるおつりの金額をそれぞれ求めなさい。えんぴつの値段はいくらでもかまいません。

Figure 1　応用問題 I の内容

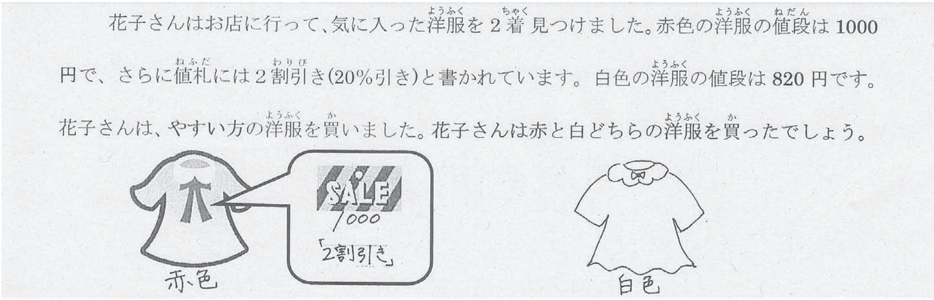


Figure 2　応用問題Ⅱの内容

なっていた。残りの2問は“四角形の面積と周りの長さ”に関する問題と，“分数の減算と大きさの比較”に関する問題であった。これら2問は，特定の数学的知識（四角形の面積の求め方，通分）を必要とし，解答を導くために加算・減算だけでなく乗算・除算を必要とする問題（例：前者＝乗算/除算と加算，後者＝減算と乗算）となっていた。また，基礎問題5問はいずれも解決までの筋道が一定である問題となっていた。

次に応用問題に関して，平成22年度全国学力・学習状況調査（文部科学省, 2010）の算数B問題の中から，特に“数学的な考え方”に関わるとされていた1-（1）および5-（2）を筆記式に改変した問題2問を用いた（それぞれ応用問題Ⅰ，Ⅱ）。具体的な内容をFigure1，Figure 2にそれぞれ示す。いずれの問題でも，必要とされる数学的知識は既習の内容であるが，解答を導くために複数の四則演算を必要とし，なおかつ解答に至るまでの筋道が複数存在する問題となっていた。

得点化　基礎問題に関して，各問題で正解の場合に1点を与え，それらの合計を基礎得点とした（5点満点）。応用問題に関して，応用問題Ⅰでは一番高くなるおつり（正答＝497円）・一番安くなるおつり（正答＝2円）の両方を正しく解答できた場合に2点を与えた。1本の値段が整数となっており，計算上は算出されうる解答の場合（例：一番安くなるおつりが5円，8円）には1点を与え，それ以外の解答には0点を与えた。応用問題Ⅱでは，計算・解答の両方が正しい場合（正答＝赤い服）に2点，計算式がなく解答が正しい場合に1点を与え，それ以外の解答には0点を与えた。応用問題Ⅰ・Ⅱの得点の合計を応用得点とした（4点満点）。

（2）リーディングスパンテスト（WMの測度）

課題・手続き　樋口ら（2001）の児童版集団式リーディングスパンテスト（以下，集団式RST）を実施した。集団式RSTは，プロジェクターを用い，複数の短文（例：「学校に，多くのパンを運ぶ。」，「毎日，好きなおやつをさがす。」）を1文ずつスクリーン上に提示し，それぞれの短文を参加児全員で音読させ，すべての短文を読み終わった後で，各短文の文頭のターゲット語（例：学校，毎日）を提示された順序で回答用紙に記入させる課題であった。

参加児に課題内容を説明した後，練習課題1試行を実施し，参加児を課題に慣れさせた。その後，本試行として2文課題，3文課題，4文課題（それぞれ2，3，4つの短文を提示）を3試行ずつ，合計9試行を実施した。

得点化　樋口ら（2001）の得点化に従い，各試行ですべてのターゲット語を提示された順序で再生できた場合に1点を与え，全試行の合計得点をRST得点とした（9点満点）。たとえば，2文課題で2試行，3文課題で2試行，4文課題で1試行を正しく再生できた場合，RST得点は5点となる。

（3）迷路課題（プランニング能力の測度）

課題・手続き　Porteus迷路テスト（Porteus, 1965）の手続きに基づいて作成した迷路課題を集団で実施した。迷路課題は，冊子に印刷された迷路を目視で探索させ，スタートからゴールまでの経路をプランニングさせた後，一定時間内にスタートからゴールまでの経路を鉛筆で記入させる課題であった。

参加児に課題内容を説明した後，練習課題1問を実施し，参加児を課題に慣れさせた。その後，本課題を3問実施した。本課題で使用した迷路は，日本版WISC-Ⅲの迷路課題から難易度を考慮して選定した：課題Ⅰ・Ⅱ・Ⅲはそれぞれ日本版WISC-Ⅲの問題4・問題6・問題7の迷路であった。各課題の目視時間・経路記入時間に関して，課題Ⅰは目視15秒，記入30秒，課題Ⅱは目視20秒，記入30秒，課題Ⅲは目視30秒，記入45秒であった。経路の記入時に袋小路に入ってしまった場合，消さずにそのまま来た道を戻り，記入を続けるよう指示した。

得点化　時間内にスタートからゴールまでの経路を正しく記入できた場合（迷路の区切りの壁を縦断していない）に1点を与え，3つの課題の合計得点（以下，迷路得点）を算出した（3点満点）。

結　果

予備分析において，文章題の遂行やWM・プランニング能力の性による違いを検討するため，算数文章題の基礎得点・応用得点，RST得点，迷路得点それぞれに関し

て独立の t 検定を行った。その結果，基礎得点（$t(46)=1.84$, $p<.10$）で有意傾向な性差が見られたものの，応用得点（$t(46)=.52$, *ns*），RST 得点（$t(45)=.84$, *ns*），迷路得点（$t(42)=1.40$, *ns*）では性差は見られなかった。そこで，以下では性の要因を込みにして分析を行った。各課題の平均を Table 2 に示す。

算数文章題・集団式 RST・迷路課題の遂行の関連

各課題の遂行の関連を検討するため，月齢を制御変数とした偏相関係数を算出した（Table 3）。その結果，基礎得点は RST 得点と正の，応用得点は RST 得点および迷路得点と正の相関を示した。また，RST 得点と迷路得点，算数文章題の基礎得点と応用得点の間にも正の相関が見られた。

次に WM やプランニング能力が基礎的あるいは応用的な数学的問題解決能力に及ぼす影響を検討するため，月齢，RST 得点，迷路得点を説明変数，算数文章題の基礎得点あるいは応用得点を目的変数とした重回帰分析（強制投入法）を行った。その結果，基礎的な文章題の遂行に関して，重決定係数（$R^2=.42$）が有意（$F(3, 44)=12.45$, $p<.01$）で，RST 得点（$\beta=.56$, $p<.01$）が有意に寄与していた。また，応用的な文章題の遂行に関しても重決定係数（$R^2=.38$）が有意（$F(3, 44)=10.58$, $p<.01$）で，RST 得点（$\beta=.69$, $p<.01$）が有意に，迷路得点（$\beta=.25$, $p<.10$）が有意傾向に寄与していた。

しかしながら，算数文章題の基礎得点と応用得点の相関係数や Zheng et al.（2011）の結果を踏まえると，WM やプランニング能力が応用的な文章題の遂行に及ぼす影響は，基礎的な数学的問題解決能力を媒介している可能性があった。そこで階層的重回帰分析を行った。応用得点を目的変数とし，説明変数としてモデル 1 で月齢を，モデル 2 で算数文章題・基礎得点を，モデル 3 で RST 得点および迷路得点を投入した。階層的重回帰分析の結果を Table 4 に示す。モデル 1 に比べて，モデル 2 は説明率が有意に増加し（$\triangle R^2=.40$; $F_{inc}(1,45)=32.35$, $p<.01$），基礎得点は応用得点の分散の多くを説明した。またモデル 2 と比べて，モデル 3 でも説明率が有意に増加し（$\triangle R^2=.14$; $F_{inc}(2,43)=7.70$, $p<.01$），基礎得点の影響を統制した場合でさえ，RST 得点や迷路得点は応用得点の分散の約 14%を説明していた。

WM の個人差による誤答傾向の違い

子ども達の認知的要因の個人差が応用問題でのどのような間違いをもたらすのかを検討するため，誤答分析を行った。特に本研究では，基礎問題と応用問題のいずれとも関連し，先行研究でも検討されてきた WM（集団式 RST）に焦点を当てた。まず Gathercole らの分析手法に従って，各参加児の RST 得点を標準得点化した。具体的には，本実験の参加児 48 名の RST 得点の平均（$M=5.88$, $SD=1.83$）を 100 とし，1*SD* を 15 として変換した。その後，標準得点が 85 以下の参加児を WM 低群，85-115 の範囲内の参加児を WM 中群，115 以上の参加児を WM 高群に振り分けた。その結果，WM 低群に 14 名が，WM 中群に 24 名が，WM 高群に 10 名が振り分けられた。この WM の群分けに基づいて，基礎問題・応用問題別に誤答傾向の分析を行った。

Table 2　男女別の各課題の得点

	算数文章題 基礎得点	算数文章題 応用得点	RST得点	迷路得点
男子（n=20）	3.60 (0.94)	2.00 (1.38)	5.90 (1.48)	2.90 (0.31)
女子（n=28）	3.00 (1.22)	1.79 (1.45)	5.86 (2.07)	2.71 (0.60)
全体（N=48）	3.25 (1.14)	1.88 (1.41)	5.88 (1.83)	2.79 (0.50)

カッコ内は*SD*

Table 3　各課題の偏相関係数（制御変数＝月齢）

	算数文章題 基礎	算数文章題 応用	RST得点	迷路得点
基礎得点	1.00			
応用得点	.65 **	1.00		
RST得点	.64 **	.60 **	1.00	
迷路得点	.03	.41 **	.40 **	1.00

** $p<.01$ N=48

Table 4　応用得点を従属変数とした階層的重回帰分析

	算数文章題・応用得点 *B*	*SD*	β	*t*
ﾓﾃﾞﾙ1				
月齢	.07	.07	.15	1.01
$F(1, 46)=1.03$, *ns*, $R^2=.01$				
ﾓﾃﾞﾙ2				
月齢	.01	.05	.01	.11
基礎得点	.81	.14	.65	5.69 **
$F(2, 45)=17.04$, $p<.01$, $R^2=.41$				
ﾓﾃﾞﾙ3				
月齢	−.02	.05	−.05	−.49
基礎得点	.68	.17	.55	4.08 **
RST得点	.30	.10	.39	2.96 **
迷路得点	.97	.31	.35	3.12 **
$F(4, 42)=14.90$, $p<.01$, $R^2=.54$				

** $p<.01$

Table 5　誤答カテゴリ

問題理解不足：問題で求められている解答とは異なる解答を導き出す

（重なり）5人と8人を足した解答　　（分数）リボンの短い方を解答

（四角形）タテ・ヨコの辺の長さを解答　　（おつり）鉛筆の値段を解答，鉛筆の値段やお釣を小数で解答

（割合）定価の2割の値段と比較した解答

演算・立式ミス：問題文に不適切な演算・立式を行う，あるいは必要な演算・立式が足りない

（重なり）5×8と立式　　（分数）$1 \div \frac{1}{5}$（あるいは $\frac{1}{4}$），$\frac{1}{5} - \frac{1}{4}$ 等と立式

（四角形）36に数値を乗ずる，辺の長さを除する　　（おつり）鉛筆一本の値段に2を乗ずる，500円を鉛筆の値段で除する

（割合）割引の値段を減じない，1000円を20で除する

計算ミス：四則演算の計算の誤り

・足し算や引き算の間違い　・九九の間違い

その他：上記以外の内容

・無関係な図や絵を記述　・記述が一切ない　・立式や計算をしているが，解答欄に記述がない

基礎問題での誤答分析　各参加児の基礎問題5問での誤答傾向に関して，文章題の筆記内容に基づいて，Table 5の誤答カテゴリ（問題理解不足，演算・立式ミス，計算ミス，その他）の有無を問題別にカウントした（1つの問題で同じ誤りが複数ある場合も，カウント数は1とした）。その後，参加児の誤答傾向を検討するため，それらの誤答カテゴリのカウント数を用いたクラスター分析（word 法）を行ったところ，4タイプが見出された。タイプ別の各誤答カテゴリのカウント数をTable 6に示す。タイプ1ではほとんど誤答カテゴリのカウントがなかったため，“正答タイプ”と名付けた。タイプ2では問題理解不足のカウントが多かったため，“問題理解不足タイプ”と名付けた。タイプ3では問題理解不足に加え，演算・立式ミスや計算ミスも多かったため，“全体的ミスタイプ”と名付けた。タイプ4ではその他（特に無記入）が多かったため，“白紙タイプ”と名付けた。

WMの高低による誤答タイプの違い（Table 7）を検討するため，WM群（3）×誤答タイプ（4）の直接確率法を行った。その結果，有意な人数の偏りが見られ（p = .001），残差分析によるとWM低群で全体的ミスタイプが，WM中群で問題理解不足タイプが，WM高群で正答タイプが有意に多かった。

Table 6　各クラスター（タイプ）での誤答の平均数

誤答ﾀｲﾌﾟ	問題理解不足	演算・立式ﾐｽ	計算ﾐｽ	その他
ﾀｲﾌﾟ1：正答ﾀｲﾌﾟ（n=16）	0.13 (0.34)	0.00 (0.00)	0.63 (0.50)	0.25 (0.45)
ﾀｲﾌﾟ2：問題理解不足ﾀｲﾌﾟ（n=18）	2.67 (0.59)	0.89 (0.76)	1.11 (1.02)	0.11 (0.32)
ﾀｲﾌﾟ3：全体的ﾐｽﾀｲﾌﾟ（n=6）	3.33 (1.03)	2.83 (0.98)	1.67 (0.52)	1.67 (1.86)
ﾀｲﾌﾟ4：白紙ﾀｲﾌﾟ（n=8）	1.75 (0.89)	0.50 (0.53)	0.75 (0.46)	2.38 (0.74)
合計（N=48）	1.75 (1.39)	0.77 (1.06)	0.96 (0.80)	0.73 (1.16)

Max = 5.　ｶｯｺ内は*SD*

Table 7　WM群別の各誤答タイプの人数

	正答ﾀｲﾌﾟ	問題理解不足ﾀｲﾌﾟ	全体的ﾐｽﾀｲﾌﾟ	白紙ﾀｲﾌﾟ	合計
WM低群	2 (14.3)	2 (14.3)	6 (42.9)	4 (28.6)	14 (100.0)
WM中群	6 (25.0)	14 (58.3)	0 (0.0)	4 (16.7)	24 (100.0)
WM高群	8 (80.0)	2 (20.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	10 (100.0)
合計	16 (33.3)	18 (37.5)	6 (12.5)	8 (16.7)	48 (100.0)

ｶｯｺ内は割合

Table 8　応用問題・WM 群別の各誤答カテゴリの有無

		問題理解不足		演算・立式ミス		計算ミス		その他	
		無	有	無	有	無	有	無	有
応用問題Ⅰ（お釣）	WM低群（n=14）	6 (42.9)	8 (57.1)	14 (100.0)	0 (0.0)	8 (57.1)	6 (42.9)	8 (57.1)	6 (42.9)
	WM中群（n=24）	15 (62.5)	9 (37.5)	22 (91.7)	2 (8.3)	14 (58.3)	10 (41.7)	20 (83.3)	4 (16.7)
	WM高群（n=10）	10 (100.0)	0 (0.0)	10 (100.0)	0 (0.0)	10 (100.0)	0 (0.0)	10 (100.0)	0 (0.0)
	全体（N=48）	31 (64.6)	17 (35.4)	46 (95.8)	2 (4.2)	32 (66.7)	16 (33.3)	38 (79.2)	10 (20.8)
応用問題Ⅱ（割引）	WM低群（n=14）	8 (57.1)	6 (42.9)	8 (57.1)	6 (42.9)	12 (85.7)	2 (14.3)	12 (85.7)	2 (14.3)
	WM中群（n=24）	21 (87.5)	3 (12.5)	22 (91.7)	2 (8.3)	20 (83.3)	4 (16.7)	20 (83.3)	4 (16.7)
	WM高群（n=10）	8 (80.0)	2 (20.0)	8 (80.0)	2 (20.0)	10 (100.0)	0 (0.0)	10 (100.0)	0 (0.0)
	全体（N=48）	37 (77.1)	11 (22.9)	38 (79.2)	10 (20.8)	42 (87.5)	6 (12.5)	42 (87.5)	6 (12.5)

カッコ内はそれぞれの度数を各群の人数で割った割合

応用問題での誤答分析　応用問題Ⅰ・Ⅱそれぞれに関して，WM 群別に各誤答カテゴリのカウントの有無を Table 8 に示す。WM の高低による応用問題での誤答の仕方の違いを検討するため，応用問題・カテゴリ別に WM 群（3）×カテゴリの有無（2）の直接確率法を行った。

応用問題Ⅰでは演算・立式ミス（p = .705）を除き，問題理解不足（p = .010），計算ミス（p = .035），その他（p = .031）で有意な人数の偏りが見られた。残差分析によると，WM 高群では問題理解不足，計算ミス，その他のミスをしていない参加児が多く，WM 低群は問題理解不足やその他のミスをしている参加児が多かった。

応用問題Ⅱでは演算・立式ミス（p = .038）のみで有意な人数の偏りが見られ，残差分析によると WM 低群で演算・立式ミスをしている参加児が多かった。問題理解不足（p = .121），計算ミス（p = .447），その他（p = .447）ではいずれも有意な偏りは見られなかった。

考　察

本研究では小学 6 年生を対象に，基礎的・応用的な算数文章題の遂行と WM およびプランニング能力の関連や，WM の個人差による誤答傾向の違いを検討した。

まず，算数文章題の成績と WM 課題（集団式 RST）・プランニング課題（迷路課題）の遂行に関する相関分析を行った。その結果，WM は基礎問題・応用問題の両方の遂行と関連していた。この結果は，WM と全般的な数学的問題解決能力の関連（e.g. Gathercole & Pickering, 2000; Gathercole et al., 2004; Jarvis & Gathercole, 2003）や，小学校の低～中学年における WM と基礎的な文章題の遂行の関連（e.g. Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; Swanson & Sachse-Lee, 2001）を示した欧米の研究結果と一致すると共に，小学校高学年での応用的な文章題の遂行と WM の関連に関して，それらの研究知見を拡張したといえる。また，これまでの日本の児童を対象とした研究では WM と文章読解能力の関連が注目され（e.g. 樋口ら, 2003; 高橋, 1996），WM と数学的問題解決能力の関連はほとんど検討されていなかった。この点においても，本研究は日本での WM と数学的問題解決の関連についての新たな情報を提供したと考えられる。

続いて，プランニング能力は応用問題の遂行とのみ関連していた。基礎問題と比べて，応用問題は解決までの筋道が複数存在するような問題であった。そのような問題の解決では，算数文章題の解決プロセスの中の計画段階が重要となる（Okamoto & Kitao, 1992）。このため，情報の保持・処理に関わる WM だけでなく，領域一般的なプランニング能力が関連したと考えられる。これは，算数文章題での問題解決には単一の認知的要因だけが関与しているのではないこと，そして問題の内容・難易度などによって関与する認知的要因が変化することを示している。問題の内容や難易度を考慮した上で，それに関わる認知的要因を考えていく必要があろう。また本研究では，WM とプランニング能力を区別する立場をとった。WM やプランニング能力が算数文章題の遂行と異なる関連を示した本研究の結果は，それらの認知的要因を区別することの妥当性を強めたといえよう。

さらに階層的重回帰分析の結果では，まず基礎問題の

遂行が応用問題の遂行の約 40%を説明していた。Zheng et al.（2011）では，算術計算などの基礎的な数学的能力が口頭での文章題の遂行に影響していた。本研究の結果はこの Zheng et al.（2011）とも部分的に一致するものであり，応用的な文章題の遂行を促す上での基礎的な文章題の解決能力の重要性を示している。また，その基礎問題の遂行を統制した場合でさえ，WM とプランニング能力は応用問題の遂行の約 14%を説明していた。従来の研究では，WM やプランニング能力といった認知的要因が応用的な文章題の遂行に直接的に寄与する程度は明らかではなかった。本研究の結果は，応用的な数学的問題解決に WM やプランニング能力が直接的に影響するという新たな証拠を示したといえる。これらの結果はまた，ある児童が応用的な文章題に困難さを示す場合，基礎的な文章題の解決能力に原因があるのか, それとも WM やプランニング能力といった認知的要因に原因があるのかを見極めた上で，それぞれの原因に沿った指導・支援が必要であることを示唆している。

次に，WM の個人差による誤答傾向の違いについて論じていく。本研究では RST の遂行に基づいて参加児を分類し，各群での誤答傾向を分析した。まず基礎問題では，WM の高低による基礎問題での全体的な誤答タイプの違いを検討した。その結果，WM 低群は他の群に比べて問題理解だけでなく，演算・立式ミスや計算ミスもするタイプ（全体的ミスタイプ）が多かった。これは，算数文章題の解決プロセス（e.g. 岡本, 2008）での問題理解（変換・統合）段階だけでなく，問題解決（計画・実行）段階でのミスも多いことを意味している。文章題での誤答の原因の多くは問題理解の段階で生じる（e.g. Cummins et al., 1988; 石田・多鹿, 1993）と考えられているが，WM の相対的に小さい児童の文章題遂行を指導・支援する上では，問題理解以後の問題解決の段階にも目を向ける必要があると考えられる。たとえば岡本（1992）は，小学 5 年生の文章題の問題解決プロセスの分析を行い，計画・実行段階での遂行の良さが「どのような点に気をつけるか」といったメタ認知と関連することを示している。これを踏まえると, WM の相対的に小さい児童に対して，計画・実行段階で注意すべき点を特に意識させることが有効かもしれない。

続いて，応用問題Ⅰ・Ⅱ別に WM の個人差による誤答傾向の違いを検討した。まず応用問題Ⅰでの誤答の原因としては，問題理解不足が WM 低群で多かった。具体的には，おつりの金額ではなく鉛筆の値段を解答したり，鉛筆やおつりの金額を小数で解答する児童が多かった。これは，「鉛筆の値段を整数にする」「おつりの金額を求める」といった問題の前提条件を忘れてしまい生じたと考えられる。応用問題Ⅱの誤答の原因としては，演算・立式ミスが WM 低群で多かった。具体的には，割引の値段を定価から減じていないことや，1000 円を 20 で除することが多かった。これは，「定価の 20%引きの値段」という問題の前提条件を忘れてしまうことや，%（パーセント）自体の知識の欠如によって生じたと考えられる。

これら応用問題Ⅰ・Ⅱでの WM 低群の誤答傾向の共通点は，問題の前提条件に沿わない解決を行ってしまうことである。WM は“ある情報を保持しながら，他の情報を処理する”ことを支える記憶システムである（Baddely, 1986; 苧坂, 2002）。WM が相対的に小さい児童は，計算などの問題の処理を進めるうちに，問題の前提条件を保持できなくなったのかもしれない。このような WM 低群での誤答傾向は，平成 19-21 年の 3 回の全国学力・学習状況調査の結果から見い出された小学校算数での課題「与えられた複数の条件を整理して, すべての条件を満たす結論を導き出すこと」（文部科学省, 2009, p.3）とも関連する事柄である。こう考えると，応用問題の遂行を指導・支援する上では，問題理解に加えて，前提条件をどのように保持させるかが重要点の 1 つとなる。たとえば, WM の相対的に小さい児童に対しては解答時に問題文を再度確認することを習慣づけることや，求められている解答（例：おつり）や重要な情報（例：20%引き）に下線を引くなどの外的に情報を保持する方略を学ばせることが必要であろう。

ここまで，各結果について考察してきた。最後に，これらの結果から考えられる，応用的な文章題の遂行を指導・支援する際の全体的な示唆について述べていく。まず，応用問題の遂行には基礎問題の遂行が大きく寄与していた。このため，まず基礎的な文章題を解決する能力を育成することが不可欠である。そして，その能力を十分に持つ子ども達に関しては，WM やプランニング能力といった認知能力の向上を促す働きかけや，それらの認知能力の状態に合わせた指導・支援が必要となる。たとえば，WM が相対的に小さい子どもに対して，前述のように情報を外的に補助する方略を教授することも有効な方法の 1 つである。また，授業の中心的な目標に合わせて，問題の負荷を軽減させるという方法も考えられる。たとえば，応用的な文章題で子ども達に学ばせたいことの 1 つは「筋道を立てて考える」ことである。しかし，応用的な文章題を実際に遂行する際には，「筋道を立てて考える」こと以外にも，文の理解や計算などの様々な処理が行われる。問題文の文法構造の単純化や，計算を補助する道具（例：九九表，計算機）を使用することによって，問題の遂行に関わる負荷を減少させながら，中心的な目標を学習できるようにすることも必要かもしれない。いずれにせよ，応用的な文章題を解決する能力を育成する方法を考える上で，子ども達の学習を支えている認知能力の個人差・発達差を考慮することはより効果的な教授方法の創出に役立つであろう。

全体的に，本研究は児童における応用的な算数文章題の解決能力と WM，プランニング能力の関連や，WM の個人差による算数文章題での誤答傾向の違いを明らかにした。しかし，このような数学的問題解決と WM，プランニング能力等の認知的要因の関連は日本ではほとんど検討されていないため，今後も更なる研究知見の蓄積が必要とされる。たとえば，本研究では単元を限定せず，全国学力・学習状況調査（文部科学省, 2010）の“数学的思考”を必要とする問題に基づいた応用的な文章題を用いた。本研究の誤答分析の結果では，応用問題Ⅰ・Ⅱそれぞれで，WM の高低により誤答傾向が異なっていた。問題Ⅰは“小数の乗法・除法や余りの理解”, 問題Ⅱは“百分率の理解” の単元に関わる内容であった。これを踏まえると，WM やプランニング能力といった認知的要因が各単元の算数問題の誤答傾向とどのように関連するのかを検討していく必要があろう。また，WM やプランニング能力以外にも，算数文章題の遂行に関わる認知的要因は他にも存在する。たとえば岡本（1991）は，メタ認知的知識（e.g. 問題文を読み直す）の質の高さが，実際の文章題の遂行の良さと関連することを示している。このようなメタ認知的知識が WM やプランニング能力とどのように交互作用しながら，応用的な文章題の遂行に関わるのかを検討することも必要であろう。

文　献

Baddeley, A. (1986). *Working memory*. Oxford: Oxford University Press.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, **20**, 405-438.

Daneman, M., & Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, **19**, 450-466.

Gathercole, S. E., & Pickering, S. J. (2000). Assessment of working memory in six- and seven-year-old children. *Journal of Educational Psychology*, **92**, 377-390.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Knight, C., & Stegmann, Z. (2004). Working memory skills and educational attainment: Evidence from national curriculum assessments at 7 and 14 years of age. *Applied Cognitive Psychology*, **18**, 1-16.

樋口一宗・高橋和音・小松伸一・今田里佳 (2001). 児童版集団式リーディングスパンテスト及びリスニングスパンテストの開発．信州大学教育学部紀要，**103**, 219-228.

樋口一宗・高橋和音・小松伸一・今田里佳 (2003). 児童期の言語理解能力の説明要因．特殊教育学研究，**41**, 227-234.

石田淳一・多鹿秀継 (1993). 算数文章題解決における下位過程の分析．科学教育研究, **17**, 18-25.

Jarvis, H. L., & Gathercole, S. E. (2003). Verbal and non-verbal working memory and achievements on national curriculum tests at 11 and 14 years of age. *Educational and Child Psychology*, **20**, 123-140.

国立教育政策研究所 (2010). OECD 生徒の学習到達度調査〜PISA2009 年調査分析資料集〜.

Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The unity anddiversity of executive functions and their contributions to complex “frontal lobe” tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, **41**, 49-100.

文部科学省 (2008). 小学校学習指導要領解説 算数編.

文部科学省 (2009). 平成 21 年度 全国学力・学習状況調査 調査結果のポイント.

文部科学省 (2010). 平成 22 年度全国学力・学習状況調査.

岡田　猛 (1987). 問題解決過程の評価に関する発達的研究．教育心理学研究, **35**, 49-56.

岡本真彦 (1991). 発達的要因としての知能及びメタ認知的知識が算数文章題の解決に及ぼす影響．発達心理学研究, **2**, 78-87.

岡本真彦 (1992). 算数文章題の解決におけるメタ認知の検討．教育心理学研究, **40**, 81-88.

岡本真彦 (2008). 数学的問題解決におけるメタ認知．三宮真智子(編) メタ認知 学習力を支える高次認知機能 (pp.111-129). 京都: 北大路書房

Okamoto, M., & Kitao, N. (1992). The role of metacognitive knowledge and aptitude in arithmetic problem solving. *Psychologia*, **77**, 272-284.

苧阪満里子 (2002). 脳のメモ帳 ワーキングメモリ 東京: 新曜社

苧阪直行 (2007). 意識と前頭葉ーワーキングメモリからのアプローチー．心理学研究, **77**, 553-566.

Pennington, B. F., & Ozonoff, S. (1996). Executive functions and developmental psychopathologies. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, **37**, 51-87.

Porteus, S. D. (1965). *Porteus Maze Test: Fifty years application*. Palo Alto, CA: Pacific Books.

Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, **96**, 471-491.

Swanson, H. L., & Sachse-Lee, C. (2001). Mathematical problem solving and working memory in children with learning disabilities: Both executive and phonological processes are important. *Journal of Experimental Child*

Psychology, **79**, 294-321.
高橋　登 (1996). 学童期の子どもの読み能力の規定因について－componential approach による分析的研究. 心理学研究, **67**, 186-194.
Zheng, X., Swanson, H. L., & Marcoulides, G. A. (2011). Working memory components as predictors of children's mathematical word problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, **110**, 481-498.

【連絡先　中道　圭人
E-mail: eknakam@ipc.shizuoka.ac.jp】

The relationship among children's arithmetic problem solving, working memory, and planning ability.

Keito NAKAMICHI
Faculty of Education, Shizuoka University

Abstract

This study examined the relationship among elementary student's arithmetic problem solving, working memory (WM), and planning ability. Forty-eight 6th graders (12-year-olds) participated in this study. Arithmetic word problem based on national achievement test (basic problems and practical problems), reading span test, and Porteus maze test were used as the measures of arithmetic problem solving, WM capacity, and planning ability, respectively. The results showed that the achievement on basic word problem, WM, and planning ability were significantly related to the achievement on practical word problem, and that the contribution of WM and planning ability persisted even month old and the basic problem achievement were partialled out. Also, the results showed that the children with low WM tended to misread a problem statement and to mistake in calculation. The data showed the importance of WM and planning ability in the achievement on arithmetic word problems.

Keywords

elementary student, arithmetic word problem, working memory, meta cognition, executive function