

EBERHARD, P.; BESTLE, D.

**Mehrkriterienoptimierung von Mehrkörpersystemen**

MSC (1991): 70E15, 70B15, 73K40, 90C31

Für die Formulierung des Mehrkriterien- oder Vektoroptimierungsproblems für Mehrkörpersysteme sind verschiedene Schritte erforderlich:

- Das zu optimierende technische System muß zunächst durch eine geeignete mechanische Modellierung in ein mathematisches Modell übergeführt werden. Für viele Anwendungen in der Fahrzeug- oder Roboterdynamik, bei denen die großen Bewegungen unter Vernachlässigung der Verformungen interessant sind, hat sich die Methode der Mehrkörpersysteme bewährt. Mit dem Programmpaket NEWEUL [3] können, ausgehend von einer geometrischen Beschreibung des Systems, die Bewegungsdifferentialgleichungen in symbolischer Form berechnet werden.
- Das Ziel einer Optimierung ist es, Wünsche und Anforderungen an ein System zu realisieren. Dazu müssen diese Anforderungen quantifiziert werden und in Form von im allgemeinen mehreren, mathematischen Kriterien formuliert werden. Eine wichtige Klasse von Kriterien, wie beispielsweise die in der Regelungstechnik häufig verwendeten quadratischen Regelflächen, lassen sich in der Form

$$\psi = G^1(t^1, \mathbf{y}^1, \mathbf{z}^1, \mathbf{p}) + \int_{t^0}^{t^1} F(t, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{p}) dt \quad (1)$$

darstellen [1]. Dabei stehen  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}$ ,  $\dot{\mathbf{z}}$  für die Lage, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, der Index „1“ für Größen zur Endzeit  $t^1$  und  $\mathbf{p}$  für die Entwurfsvariablen. Für die Mehrkriterienoptimierung ist entscheidend, daß jedes der Kriterien sowohl als Gütefunktional wie auch als einzuhaltende Nebenbedingung betrachtet werden kann.

- Um das Modell optimieren zu können, muß es in parametrisierter Form vorliegen. Hierfür sind die von NEWEUL generierten symbolischen Bewegungsgleichungen sehr günstig.

Das daraus resultierende *Mehrkriterienoptimierungsproblem* kann also wie folgt formuliert werden:

Suche aus dem durch die Nebenbedingungen definierten Raum der zulässigen Entwurfsvariablen denjenigen Parameterpunkt, der das vektorielle Gütekriterium minimiert.

Bei der Lösung dieser Aufgabe ergibt sich meist das Problem, daß gleichzeitig einander widersprechende Kriterien minimiert werden sollen. Man findet also in der Regel keinen einzelnen Parameterpunkt, für den gleichzeitig alle Kriterien minimal werden, sondern nur eine Menge von Pareto-optimalen Punkten, d. h. Parameterpunkten, von denen aus kein einzelnes Kriterium verbessert werden kann, ohne gleichzeitig mindestens ein anderes Kriterium zu verschlechtern.

Es ist nun Aufgabe der Mehrkriterienoptimierungsstrategien, aus dieser Menge mathematisch gleichwertiger Punkte nach den Präferenzen des Anwenders eine einzelne optimale Lösung zu ermitteln. Hierzu gibt es mehrere grundlegende Konzepte, vgl. [4]:

- **Skalarisierung:** Aus mehreren Gütekriterien wird ein skalares Ersatzgütekriterium berechnet und mit einem skalaren Optimierungsalgorithmus minimiert, Bild 1a. Die einfachste Methode dieses Typs ist die Methode der gewichteten Kriterien:

$$\psi = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\psi_i}{\psi_i^*} \quad (2)$$

Dabei sind  $w_i$  und  $\psi_i^*$  zu wählende Gewichts- bzw. Skalierungsfaktoren,  $\psi$  ist das skalare Ersatzgütekriterium.

- **Hierarchisierung:** Die Gütekriterien werden nach ihrer Wichtigkeit klassifiziert und in aufeinanderfolgenden Optimierungsläufen minimiert, Bild 1b. Durch Überführung der erreichten Minima in Nebenbedingungen wird sichergestellt, daß bereits erzielte Optimierungserfolge in nachfolgenden Schritten nicht mehr verletzt werden.

Die Erfahrung hat gezeigt, daß es schwierig ist, mit einfachen Methoden wie den gewichteten Kriterien oder der Grundform der hierarchischen Optimierung alle Anforderungen an ein System zu erfüllen. Man muß also Methoden verwenden, bei denen es für den Anwender einfacher ist, seine Wünsche an das System zu formulieren. Man verwendet daher auch Methoden wie die

- **Zieloptimierung:** Die Zieloptimierung verwendet sowohl Elemente der Hierarchisierung, bei der die Kriterien in mehrere, nacheinander zu optimierende Ebenen eingeteilt werden, als auch Elemente der Skalarisierung, durch die innerhalb jeder Ebene mehrere Kriterien gleicher Wichtigkeit mit Wichtungsfaktoren bewertet werden können. Dabei wird jedoch nicht mehr der Kriterienwert selbst, sondern die Abweichung dieses Wertes von zu wählenden Zielen minimiert. Ist ein Ziel erreicht, so kann man, selbst wenn der Kriterienwert noch weiter verringert werden könnte, zur nächsten Optimierungsebene übergehen. Wichtig ist jedoch, daß in den folgenden Optimierungsschritten ein einmal erreichtes Ziel nicht mehr verschlechtert werden darf.

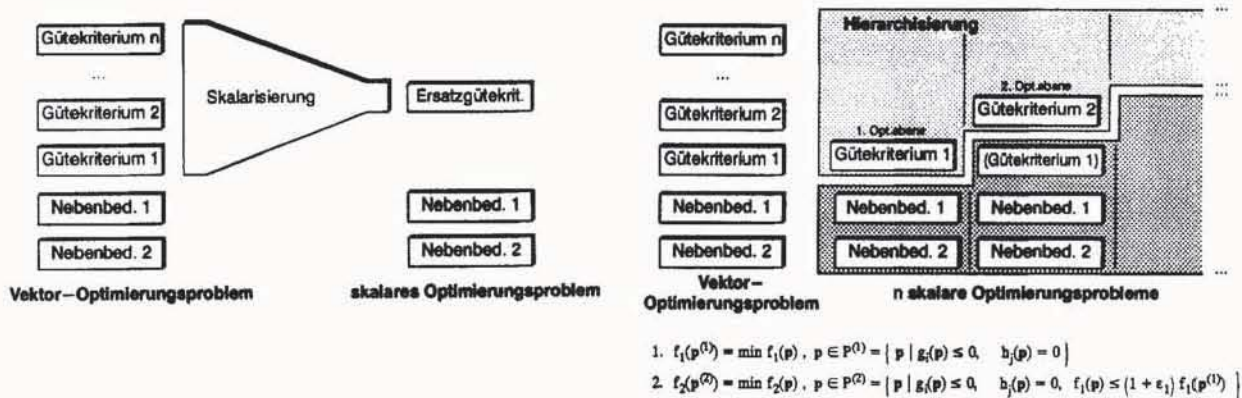


Abb. 1. Konzepte der Mehrkriterienoptimierung: a) Skalarisierung und b) Hierarchisierung

Mit Strategien wie der Zielloptimierung kann man Konflikte zwischen verschiedenen Gütekriterien erkennen und es läßt sich durch geeignete Wahl der Optimierungsziele für jedes Kriterium ein für den Anwender ‚optimales‘ Ergebnis ermitteln. Alle Verfahren sind jedoch nur als wertvolle Hilfsmittel anzusehen, die es ermöglichen, das Wissen über den mehrdimensionalen Kriterienraum zu erweitern. Die Entscheidung für einen bestimmten Entwurf ist und bleibt eine echte Ingenieuraufgabe.

#### Literatur

- 1 BESTLE, D.; EBERHARD, P.: Analyzing and optimizing multibody systems. *Mechanics of Structures and Machines* **20** (1992), 67–92.
- 2 BESTLE, D.; EBERHARD, P.; SCHIEHLEN, W.: Optimization of an actively controlled vehicle system. (Zur Veröffentlichung eingereicht 1992).
- 3 KREUZER, E.; LEISTER, G.: Programmsystem NEWEUL '89. Institut B für Mechanik, Universität Stuttgart, Stuttgart 1989.
- 4 STADLER, W.: Multicriteria optimization in mechanics. *Appl. Mech. Reviews* **37** (1984), 277–286.

*Anschrift:* Dipl.-Ing. PETER EBERHARD, Dr.-Ing. DIETER BESTLE, Universität Stuttgart, Institut B für Mechanik, Pfaffenwaldring 9, D-70550 Stuttgart, Deutschland