

# LAGE- UND KRAFTREGELUNG STRUKTURVARIABLER MECHANISCHER SYSTEME

Werner Schiehlen  
Institut B für Mechanik  
Universität Stuttgart

## Zusammenfassung

Strukturvariable mechanische Systeme sind in der Fertigungstechnik und bei Transportvorgängen häufig zu finden. Eine wichtige Aufgabe besteht darin, geeignete Regelgesetze für einen sanften Bewegungsablauf ohne Kraftsprünge und Kraftimpulse (Stöße) zu finden. Es werden zunächst die Bewegungs- und Reaktionsgleichungen von Mehrkörpersystemen mit Minimalkoordinaten aufgestellt. Dann werden geeignete Regelgesetze entworfen, welche die Sollbewegung sicherstellen und kleine Störungen in den Sensorsignalen ausregeln. Die Methode wird am Beispiel einer ebenen, aus sieben starren Körpern aufgebauten Gehmaschine verdeutlicht. Der Bodenkontakt des abhebenden Fußes erweist sich als vollständig steuerbar, so daß Kraftsprünge beim Übergang von der Stützphase in die Schwingphase vermieden werden können. Der auftretende Fuß erreicht den Boden ohne Stoß.

## 1 Einleitung

Strukturvariable mechanische Systeme sind durch eine zeitlich veränderliche Anzahl von Freiheitsgraden gekennzeichnet. In der Fertigungstechnik treten solche Systeme beim Fügen mit Robotern auf, in der Natur lassen sich Geh- und Laufbewegungen durch strukturvariable Systeme beschreiben. Aber auch die Ursache von Lärm und Verschleiß in Getrieben und Motoren läßt sich mit der Theorie strukturvariabler mechanischer Systeme beschreiben wie z.B. Pfeiffer [1] und Weidner [2] gezeigt haben. All diesen Systemen ist gemeinsam, daß Kraftsprünge und Stöße auftreten, welche Erschütterungen und Geräusche verursachen. Es ist deshalb wichtig, das Bewegungs- und Reaktionsverhalten zu untersuchen. Bei den passiven Systemen, zu denen die Getriebe gehören, findet man sehr unregelmäßige, häufig auch chaotische Bewegungen wie Drenovac [3], Pfeiffer [4] und Kleczka [5] gezeigt haben. Für aktiv geregelte Systeme – als Beispiel seien hier die Gehmaschinen genannt – besteht die Aufgabe darin, eine geeignete Regelung zu entwerfen, welche eine stoßfreie Bewegung gestattet. Beiträge zu diesen Themen haben Daberkow, Gao, Schiehlen [6] und Blajer und

Schiehlen [7, 8, 9] verfaßt. In dieser Arbeit sollen allgemeine Grundlagen für die Lage- und Kraftregelung strukturvariabler mechanischer Systeme zusammengestellt werden. Als Beispiel dient eine ebene siebengliedrige Gehmaschine.

## 2 Bewegungs- und Reaktionsgleichungen

Zur Modellierung von strukturvariablen mechanischen Systemen wird die Methode der Mehrkörpersysteme herangezogen. Diese Methode hat sich in den letzten zwei Jahrzehnten weltweit zu einem Entwurfs- und Untersuchungswerkzeug für die Ingenieur- und Naturwissenschaften entwickelt. Aufbauend auf den Arbeiten über Kreiselsysteme, siehe Magnus [10], und mit ersten Anwendungen in der Rotordynamik, siehe Schweitzer u.a. [11], fand die Methode der Mehrkörpersysteme rasch Eingang in die Fahrzeugtechnik und den allgemeinen Maschinenbau. Die stürmische Entwicklung ist durch eine Reihe internationaler Symposien belegt, die von Magnus [12], Haug [13], Bianchi und Schiehlen [14] und Banichuk, Klimov und Schiehlen [15] veranstaltet wurden. Darüber hinaus steht heute auch eine ganze Reihe von Lehrbüchern über die Mehrkörperdynamik zur Verfügung, von denen einige genannt seien: Wittenburg [16], Schiehlen [17], Roberson und Schwertassek [18], Bremer [19], Nikravesh [20], Haug [21] und Shabana [22].

Das betrachtete Mehrkörpersystem sei aus  $p$  starren Körpern aufgebaut, die durch Gelenke und Lagerungen untereinander und mit der Umwelt so verbunden sind, daß  $q$  holonome Bindungen bestehen, Bild 1. Das System kann Ketten-, Baum-, oder Schleifenstruktur haben. Wird dieses System zunächst freigeschnitten, so kann seine Lage durch  $3 \times 1$ -Ortsvektoren und  $3 \times 3$ -Drehtensoren,

$$r_i = r_i(x) \quad , \quad S_i = S_i(x) \quad , \quad i = 1(1)p, \quad (1)$$

beschrieben werden. Dabei ist

$$x = [ r_{1x} \ r_{1y} \ r_{1z} \ r_{2x} \ \cdots \ r_{px} \ \alpha_1 \ \beta_1 \ \gamma_1 \ \cdots \ \gamma_p ]^T \quad (2)$$

der  $6p \times 1$ -Vektor der kartesischen Koordinaten der Massenmittelpunkte  $C_i$ ,  $i = 1(1)p$ , und der Kardanwinkel des freien Systems. Schreibt man den Impuls- und Drallsatz für die einzelnen Teilkörper an, so erhält man nach Symmetrisierung entsprechend dem d'Alembertschen Prinzip die Bewegungsgleichungen

$$M(x)\ddot{x} + k(x, \dot{x}) = q(x, \dot{x}, u, t). \quad (3)$$

Dabei ist  $M(x)$  die symmetrische  $6p \times 6p$ -Massenmatrix,  $k(x, \dot{x})$  der  $6p \times 1$ -Vektor der verallgemeinerten Kreiselkräfte und  $q(x, \dot{x}, u, t)$  der  $6p \times 1$ -Vektor der verallgemeinerten eingepprägten Kräfte, die auch den  $r \times 1$ -Vektor  $u$  der Kraftstellglieder des Systems umfassen. Eine ausführliche Herleitung ist in [17] zu finden.

Berücksichtigt man nun die  $q$  Bindungen, so genügen  $f = 6p - q$  verallgemeinerte Koordinaten zur eindeutigen Beschreibung des Systems. Die Bindungen lassen sich mathematisch in impliziter oder expliziter Form darstellen,

$$\varphi(x) = 0 \quad \text{oder} \quad x = x(y), \quad (4)$$

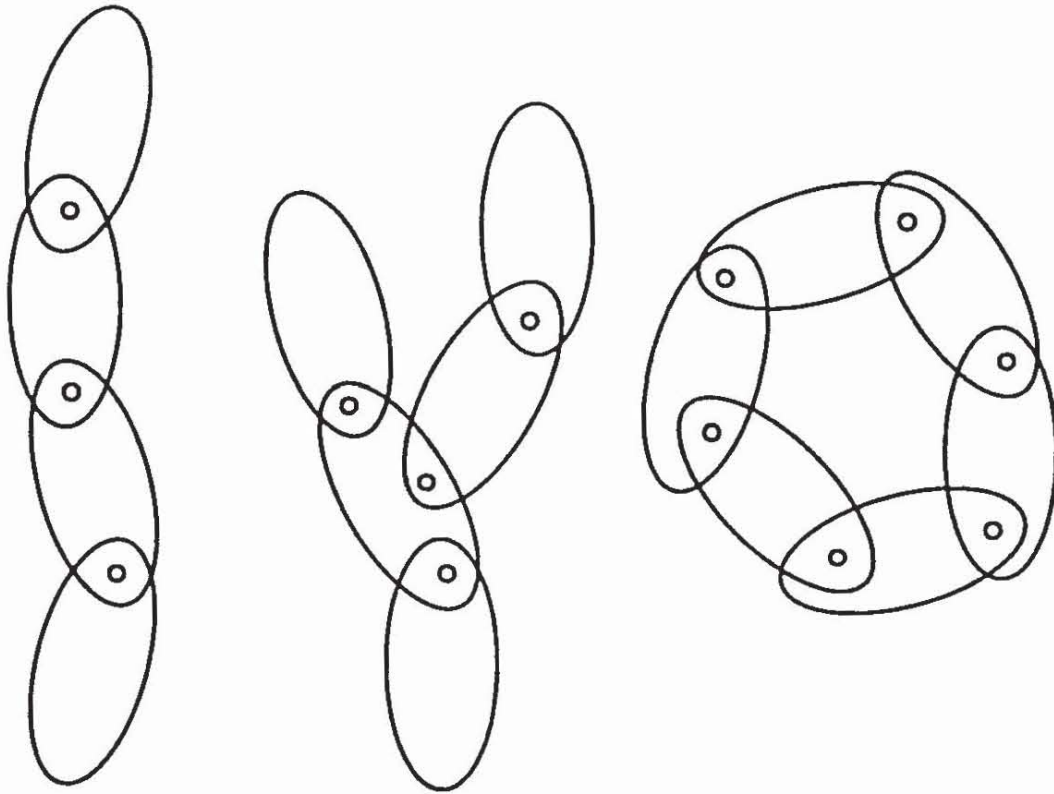


Bild 1: Freie und gebundene Mehrkörpersysteme

wobei  $\varphi$  eine  $q \times 1$ -Vektorfunktion ist und  $y$  den  $f \times 1$ -Lagevektor des gebundenen Systems darstellt. Durch Differentiation nach der Zeit findet man aus (4) die Beziehungen

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x^T} \dot{x} = G^T \dot{x} = 0 \quad \text{oder} \quad \dot{x} = \frac{\partial x}{\partial y^T} \dot{y} = I \dot{y}, \quad (5)$$

wobei die  $6p \times q$ -Jacobimatrix  $G$  und die  $6p \times f$ -Jacobimatrix  $I$  auftreten, die zueinander orthogonal sind,  $G^T I = 0$  bzw.  $I^T G = 0$ . Die Bewegungsgleichungen (3) müssen noch durch die Reaktionen ergänzt werden, so daß

$$M(x)\ddot{x}(t) + k(x, \dot{x}) = q(x, \dot{x}, u, t) + Gg(t) \quad (6)$$

bleibt, wobei die Jacobimatrix  $G$  als Verteilungsmatrix erscheint und  $g$  den  $q \times 1$ -Vektor der verallgemeinerten Zwangskräfte bestimmt. Setzt man nun (4) und (5) in (6) ein und multipliziert mit  $I^T$  von links, so ergeben sich die Bewegungsgleichungen des gebundenen Systems als

$$M(y)\ddot{y}(t) + k(y, \dot{y}) = q(y, \dot{y}, u, t) \quad (7)$$

mit der symmetrischen  $f \times f$ -Massenmatrix  $M(y) = I^T M(x) I$ , dem  $f \times 1$ -Vektor der verallgemeinerten Kreiselkräfte  $k(y, \dot{y}) = I^T (k(x, \dot{x}) + M(x) \ddot{y})$  und dem  $f \times 1$ -Vektor der verallgemeinerten Kräfte  $q(y, \dot{y}, u, t) = I^T q(x, \dot{x}, u, t)$ . Die verallgemeinerten Zwangskräfte fallen in den Bewegungsgleichungen heraus; sie lassen sich jedoch ebenfalls aus (6) gewinnen, wenn diese Gleichungen mit  $G^T M^{-1}(x)$  von links multipliziert werden. Dann bleiben die Reaktionsgleichungen

$$N(y)g(t) = \hat{k}(y, \dot{y}) - \hat{q}(y, \dot{y}, u, t), \quad (8)$$

in denen die Beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{y}}(t)$  eliminiert sind. Die symmetrische  $q \times q$ -Reaktionsmatrix  $\mathbf{N}(\mathbf{y}) = \mathbf{G}^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{G}$  und die  $q \times 1$ -Vektoren  $\hat{\mathbf{k}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) = \mathbf{G}^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}) [\mathbf{k}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}) + \dot{\mathbf{I}}\dot{\mathbf{y}}]$  und  $\hat{\mathbf{q}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) = \mathbf{G}^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{q}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t)$  sind durch die inverse Massenmatrix des freien Systems bestimmt.

### 3 Strukturvariable Systeme

In einem strukturvariablen System sind die Bindungen diskret zeitveränderlich. Es genügt dabei, ohne Verlust an Allgemeinheit, nur eine Strukturveränderung während des Zeitraums  $t_A \leq t \leq t_E$  zu betrachten:

Struktur I:  $q$  Bindungen  $t_E < t < t_A$ , Phase I:  $t < t_A$ ,  
Phase III:  $t > t_E$ ,

Struktur II:  $q + q_c$  Bindungen  $t_A \leq t \leq t_E$ , Phase II:  $t_A \leq t \leq t_E$ .

Für die Struktur I gelten die Bewegungs- und Reaktionsgleichungen (7) und (8) in unveränderter Form. Im Zeitraum  $t_A \leq t \leq t_E$  (Phase II) treten dagegen  $q_c$  zusätzliche Bindungen auf, die sich wiederum implizit oder explizit anschreiben lassen,

$$\psi(\mathbf{y}) = 0 \quad \text{oder} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y}_c(\mathbf{z}) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

wobei  $\psi$  und  $\mathbf{y}_c$   $q_c \times 1$ -Vektorfunktionen sind und  $\mathbf{z}$  den  $f_c \times 1$ -Lagevektor der Struktur II darstellt,  $f_c = f - q_c$ . Für die zusätzlichen Bindungen gilt  $q_c \leq 6$  bei Greif- und Kontaktproblemen, die zusätzlichen Bindungen (9) können mit Hilfsmitteln der Rotordynamik, Eppinger und Kreuzer [23], bestimmt werden. Die Ableitungen nach der Zeit liefern

$$\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{y}^T} \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{Q}_c^T \dot{\mathbf{y}} = 0 \quad \text{oder} \quad \dot{\mathbf{y}} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{z}^T} \dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \quad (10)$$

mit der  $q_c \times f_c$ -Jacobimatrix  $\mathbf{I}_c$ . Auch hier besteht eine Orthogonalität,  $\mathbf{Q}_c^T [\mathbf{E} \quad \mathbf{I}_c^T]^T = \mathbf{0}$ . Die Bewegungsgleichungen (7) von Struktur I werden während der Phase II zunächst durch die zusätzlichen Reaktionen ergänzt

$$\mathbf{M}(\mathbf{y}) \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) = \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{Q}_c \mathbf{g}_c(t). \quad (11)$$

Die Bewegungsgleichungen der Struktur II stimmen wegen der speziellen Wahl des Lagevektors  $\mathbf{z}$  gemäß (9) mit den Bewegungsgleichungen überein, wenn sie durch die zusätzlichen verallgemeinerten Zwangskräfte ergänzt werden

$$\ddot{\mathbf{z}} = [\mathbf{E} \quad \mathbf{0}] \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{y}) \{ \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{u}, t) - \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) + \mathbf{Q}_c \mathbf{g}_c(t) \}. \quad (12)$$

Der  $q_c \times 1$ -Vektor  $\mathbf{g}_c(t)$  der verallgemeinerten Zwangskräfte folgt dabei aus den Reaktionsgleichungen der Struktur II,

$$\mathbf{N}_c(\mathbf{z}) \mathbf{g}_c = \mathbf{Q}_c^T \left\{ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{y}) \left( \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{u}, t) - \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}) - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{I}}_c \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \right) \right\}, \quad (13)$$

wobei für die symmetrische  $q_c \times q_c$ -Reaktionsmatrix  $\mathbf{N}_c(\mathbf{z}) = \mathbf{Q}_c^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{y}) \mathbf{Q}_c$  gilt. Weitere Einzelheiten sind in [24] zu finden.

## 4 Lage- und Kraftregelung

Das Übergangsverhalten zwischen Struktur I und Struktur II zur Zeit  $t_A$  (Fügen der Bindung) und der Wechsel in umgekehrter Richtung zur Zeit  $t_E$  (Lösen der Bindung) ist in der Regel mit Stößen und Kraftsprüngen verbunden. Dies hängt damit zusammen, daß die Struktur I in der Phase I volle Bewegungsfreiheit in  $f$  Koordinatenrichtungen hat und die Bindungen der Struktur II somit eine Kollision bedeuten. Andererseits können die Reaktionen während der Phase II beliebige Werte annehmen, so daß beim Übergang zur Struktur I und Phase III Reibungserscheinungen ein Lösen der Bindungen erschweren. In Bild 2 sind diese Vorgänge skizziert. Fügen und Lösen einer Bindung müssen also in geeigneter Weise eingeleitet werden. Dies soll durch eine entsprechende Regelung erfolgen.

Das betrachtete Mehrkörpersystem sei, wie in der Robotik üblich, vollständig steuerbar, die Anzahl der Aktoren sei gleich der Zahl der Freiheitsgrade,  $r = f$ . Dann lassen sich die Bewegungsgleichungen nach (7) und (11) wie folgt schreiben.

Struktur I:

$$M(y)\ddot{y}(t) + k(y, \dot{y}) = q(y, \dot{y}, t) + S(y)u(t), \quad (14)$$

Struktur II:

$$M(y) \begin{bmatrix} E \\ I_c \end{bmatrix} \ddot{z}(t) + k(y, \dot{y}) + M(y) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} \dot{z} = q(y, \dot{y}, t) + Q_c g_c(t) + S(y)u(t). \quad (15)$$

Die vollständige Steuerbarkeit bedeutet, daß die  $f \times f$ -Stellmatrix  $S$  regulär ist,  $\det S \neq 0$ . Damit können bei vorgegebenen Bewegungen  $y_s(t)$  die Steuergesetze aus (14) und (15) eindeutig bestimmt werden.

Struktur I:

$$u_s(t) = S^{-1}(y_s) \{M(y_s)\ddot{y}_s(t) + k(y_s, \dot{y}_s) - q(y_s, \dot{y}_s, t)\}, \quad (16)$$

Struktur II:

$$u_s(t) = S^{-1}(y_s) \{M^*(z_s)\ddot{z}_s(t) + k^*(z_s, \dot{z}_s) - q(z_s, \dot{z}_s, t) - Q_c g_c(t)\}. \quad (17)$$

In den Gleichungen (17) wurde (9) berücksichtigt und  $M^*(z_s)$  bzw.  $k^*(z_s, \dot{z}_s)$  als Abkürzungen eingeführt. Damit ist die Steuerung ebenso wie das Mehrkörpersystem strukturvariabel. Es verbleibt die Aufgabe, geeignete Sollbewegungen für das Fügen während der Phase I und das Lösen während der Phase II zu bestimmen. Der Fügevorgang soll zur Zeit  $t_F < t_A$  beginnen, seine Dauer beträgt  $T_F = t_A - t_F$ . Der Lösevorgang soll während der gesamten Phase II vorbereitet werden, seine Dauer ist dann  $T_L = t_E - t_K$ . Der Fügevorgang beginnt in einem Zustand

$$r_{1F} = r_1(t_F) \quad , \quad S_{1F} = S_1(t_F),$$

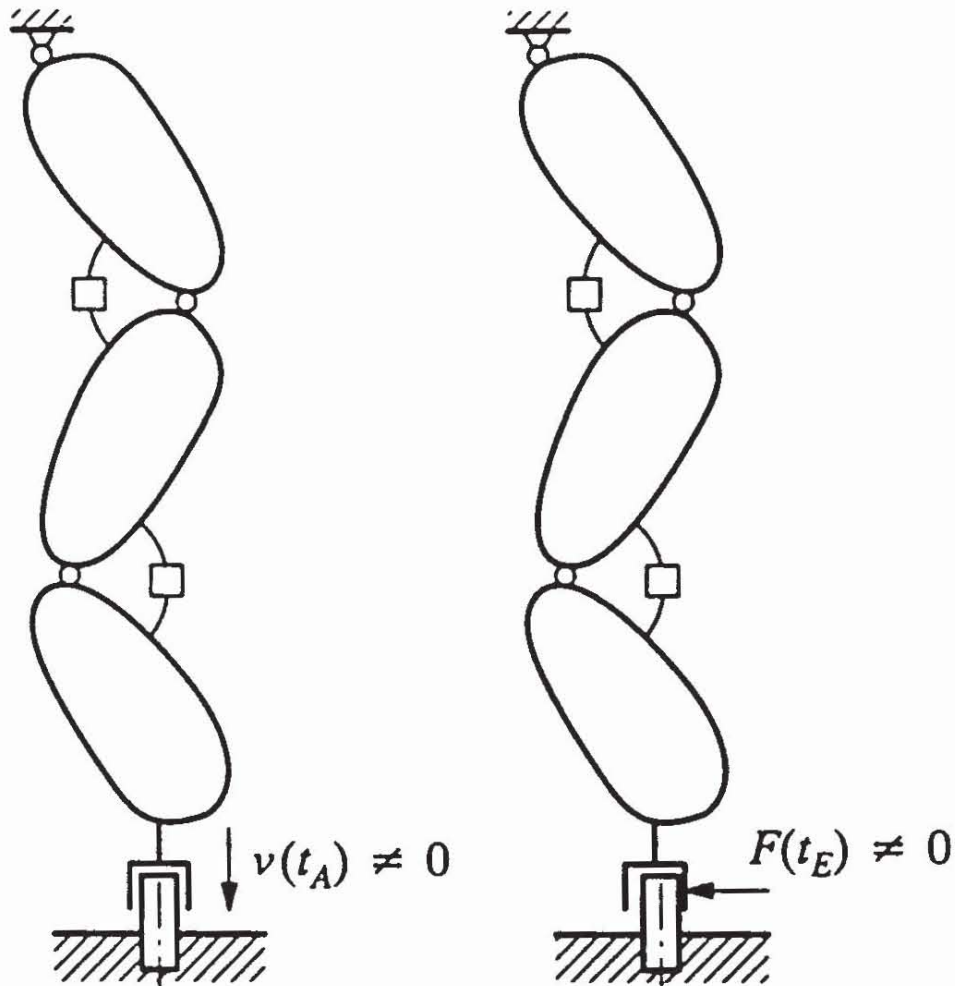


Bild 2: Stoß beim Fügen,  $v(t_A) \neq 0$ , und Reibung beim Lösen,  $F(t_E) \neq 0$ , einer Bindung

$$v_{iF} = v_i(t_F) \quad , \quad \omega_{iF} = \omega_i(t_F), \quad (18)$$

wobei  $v_i$  und  $\omega_i$  die  $3 \times 1$ -Geschwindigkeitsvektoren der Translation und Rotation des Greifkörpers  $i$  darstellen. Der Vorgang endet in Greifposition

$$r_{iA} = r_i(t_A) \quad , \quad S_{iA} = S_i(t_A)$$

$$v_{iA} = v_i(t_A) = 0 \quad , \quad \omega_{iA} = \omega_i(t_A) = 0 \quad (19)$$

mit verschwindenden Geschwindigkeiten. Mit (1) erhält man den  $q_c \times 1$ -Vektor  $\Delta x_A$  der relativen kartesischen Koordinaten des Fügevorgangs, welche den Randbedingungen (18) und (19) genügen und damit am Ende des Fügevorgangs verschwinden

$$\Delta x_A = \Delta x(t_A) = 0 \quad , \quad \Delta \dot{x}_A = \Delta \dot{x}(t_A) = 0. \quad (20)$$

Die Sollbewegung des Fügevorgangs sei

$$\Delta x(t) = \frac{e}{2} \left\{ 1 + \cos \left( \pi \frac{t - t_F}{t_A - t_F} + \epsilon \right) \right\} \quad (21)$$

mit den Koordinaten

$$e_j = \Delta x_j + \frac{\Delta \dot{x}_{Fj}^2 T_F^2}{\Delta x_{Fj} \pi^2}, \quad \epsilon_j = -\arcsin \frac{2\Delta \dot{x}_{Fj} T_F}{e\pi}, \quad j = 1(1)q_C. \quad (22)$$

Der Zeitverlauf der Fügebewegung ist in Bild 3 dargestellt. Nun kann die Sollbewegung für die restlichen  $f_c$  Koordinaten gewählt werden, entweder in kartesischer Darstellung mit Umrechnung gemäß (4) oder direkt in verallgemeinerter Darstellung. Insgesamt erhält man mit diesen Vorgaben den Zeitverlauf  $y_s(t)$ , der in (16) eingesetzt das Steuergesetz für die Struktur I liefert. Der Lösevorgang soll die Reaktionen zum Zeitpunkt  $t_E$  zum Verschwinden bringen. Es genügt also, alle Reaktionen der Struktur II zu Null zu machen. Als Zeitverlauf wird deshalb angesetzt

$$g_c(t) = \frac{1}{2} g_c(t_A) \left\{ 1 + \cos \left( \pi \frac{t - t_A}{t_E - t_A} \right) \right\}. \quad (23)$$

Diese Sollbewegung ist ebenfalls in Bild 3 dargestellt. Zur Festlegung des Steuergesetzes (17) der Struktur II muß weiterhin die Sollbewegung von  $f_c$  Koordinaten gewählt werden, so daß der Zeitverlauf  $z_s(t)$  ebenfalls bekannt ist.

Die Steuergesetze (16) und (17) müssen noch durch eine Regelung ergänzt werden, welche Fehler der Sensoren und Aktoren ausgleicht. Dazu werden PD- und PI-Regler verwendet, so daß sich die folgenden Regelgesetze ergeben.

#### Struktur I

$$u(t) = u_s(t) - S^{-1} M(y) [K_{DF}(\dot{y} - \dot{y}_s) + K_{PF}(y - y_s)], \quad (24)$$

#### Struktur II

$$u(t) = u_s(t) - S^{-1} M(z) [K_D(\dot{z} - \dot{z}_s) + K_P(z - z_s)] + S^{-1} Q_c \left[ K_{PL}(g_c - g_{cs}) + K_{IL} \int (g_c - g_{cs}) dt \right]. \quad (25)$$

Dabei sind  $K_{DF}$ ,  $K_{PF}$ ,  $K_D$ ,  $K_P$ ,  $K_{PL}$  und  $K_{IL}$  konstante Matrizen der Reglerverstärkungen mit entsprechender Dimension. Für Roboteranwendungen sind Regelgesetze der Bauform (24), (25) auch in [25] vorgeschlagen worden.

## 5 Beispiel Gehmaschine

Als ein Beispiel für die Regelung strukturvariabler Systeme soll eine ebene Gehmaschine betrachtet werden, Bild 4, wie sie auch von Blajer und Schiehlen [7, 8, 9] beschrieben wurde. In der Schwingphase steht die Maschine mit einem Bein, in der Stützphase mit zwei Beinen auf dem Boden. Das System ist also periodisch strukturvariabel. Der  $6 \times 1$ -Lagevektor lautet in der Schwingphase des freien Beins (Struktur I)

$$y = [ x_H \quad y_H \quad \theta_T \quad \theta_{L1} \quad \theta_{L2} \quad \theta_{L3} ]^T \quad (26)$$

während in der Stützphase (Struktur II) der  $3 \times 1$ -Lagevektor

$$z = [ x_H \quad y_H \quad \theta_T ]^T \quad (27)$$

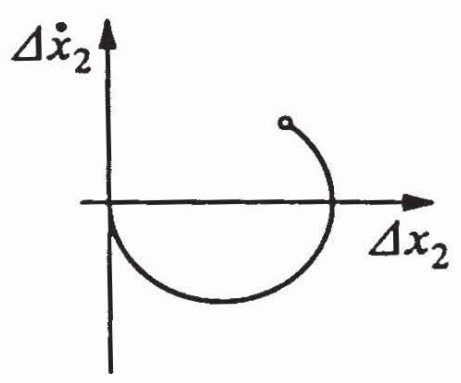
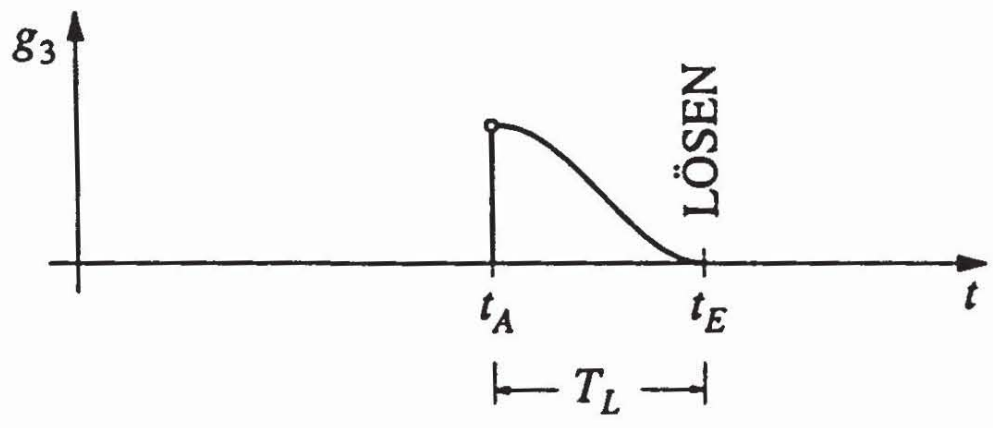
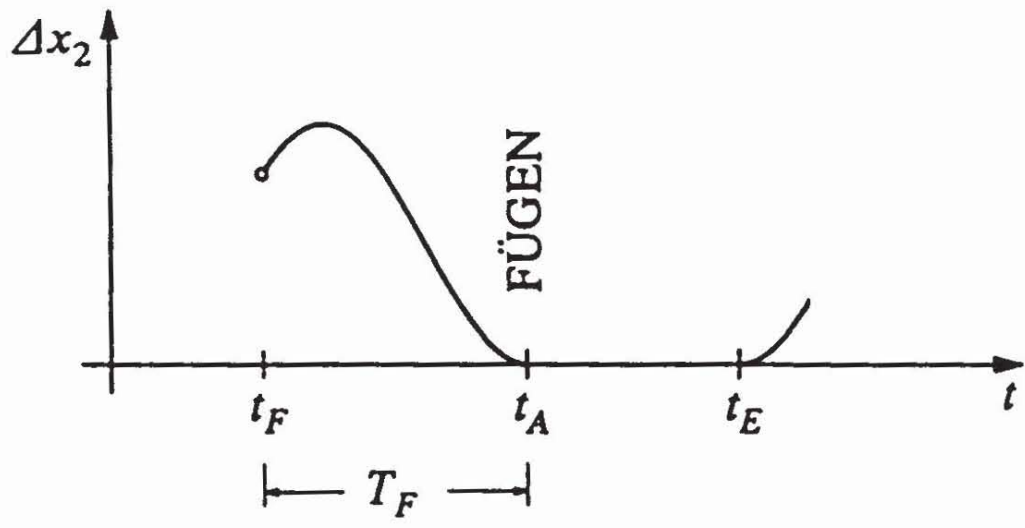


Bild 3: Sollbewegungen für Fügen und Lösen



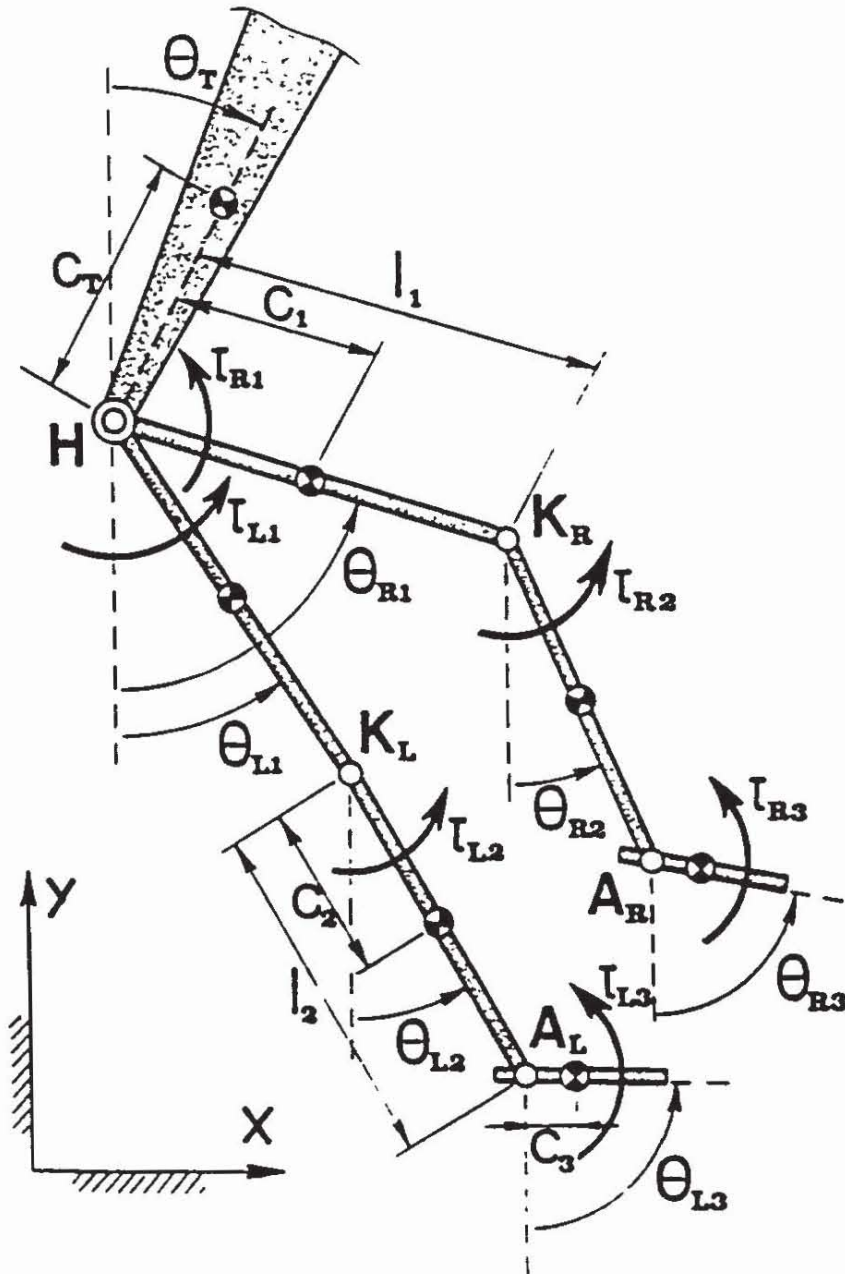


Bild 4: Modell einer ebenen Gehmaschine

und der  $3 \times 1$ -Reaktionsvektor

$$\mathbf{g}_c = [ F_{R_x} \quad F_{R_y} \quad M_R ]^T \quad (28)$$

aufzutreten. Damit gilt  $f = 6$ ,  $q_c = 3$ ,  $f_c = 3$ , und für die Zahl der Aktoren bleibt  $r = 6$ . Der  $6 \times 1$ -Vektor der Kraftstellglieder lautet

$$\mathbf{u} = [ \tau_{L1} \quad \tau_{L2} \quad \tau_{L3} \quad \tau_{R1} \quad \tau_{R2} \quad \tau_{R3} ]^T, \quad (29)$$

wobei in der Hüfte H zwei Aktoren wirken.

Die Sollbewegung für den "Fügevorgang" des linken Beines lautet

$$\begin{bmatrix} x_{AL} \\ y_{AL} \\ \Theta_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e_x}{2} \left\{ 1 - \cos \left( \pi \frac{t - t_F}{t_A - t_F} \right) \right\} \\ \frac{e_y}{2} \left\{ 1 - \cos \left( 2 \pi \frac{t - t_F}{t_A - t_F} \right) \right\} \\ \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

wobei  $x_{AL}$  und  $y_{AL}$  die kartesischen Koordinaten der linken Ferse  $A_L$  sind. Damit findet man nach Auswerten der impliziten Bindungsgleichungen (4) die Sollbewegung der verallgemeinerten Koordinaten wie folgt

$$\begin{aligned} x_{HS} + L_1 \sin \Theta_{L1S} + L_2 \sin \Theta_{L2S} &= x_{AL}, \\ y_{HS} - L_1 \cos \Theta_{L1S} - L_2 \cos \Theta_{L2S} &= y_{AL}, \\ \Theta_{L3S} &= \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Die restlichen drei Koordinaten werden wie folgt gewählt,

$$x_{HS} = v_0 t \quad , \quad y_{HS} = h_0 \quad , \quad \Theta_{TS} = 0, \quad (32)$$

mit Konstanten  $h_0$  und  $v_0$ . Damit ist der Zeitverlauf von  $y_S(t)$  vollständig festgelegt.

Die Sollbewegung für den Lösevorgang des rechten Beines lautet

$$\begin{bmatrix} F_{Rx_s} \\ F_{Ry_s} \\ M_{R_s} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} F_{Rx}(t_A) \\ F_{Ry}(t_A) \\ M_R(t_A) \end{bmatrix} \left\{ 1 + \cos \left( \pi \frac{t - t_A}{t_E - t_A} \right) \right\}, \quad (33)$$

während die Sollbewegung für die drei verbleibenden Koordinaten des Vektors  $z_s(t)$  unverändert übernommen wird, siehe (32).

Die Simulationsergebnisse mit den von Blajer und Schiehlen [7] gewählten Zahlenwerten zeigt Bild 5. Man erkennt deutlich, die sich nach dem ersten Schritt einstellende Periodizität zwischen linkem und rechtem Bein. Zur Zeit  $t_{AL}$  setzt der linke Fuß mit verschwindender Geschwindigkeit auf, zur Zeit  $t_{ER}$  hebt der rechte Fuß mit verschwindender Kraft ab. Damit ist ein stoßfreies Gehen möglich, die aktive Lage- und Kraftregelung der Gehmaschine bildet dafür die Grundlage.

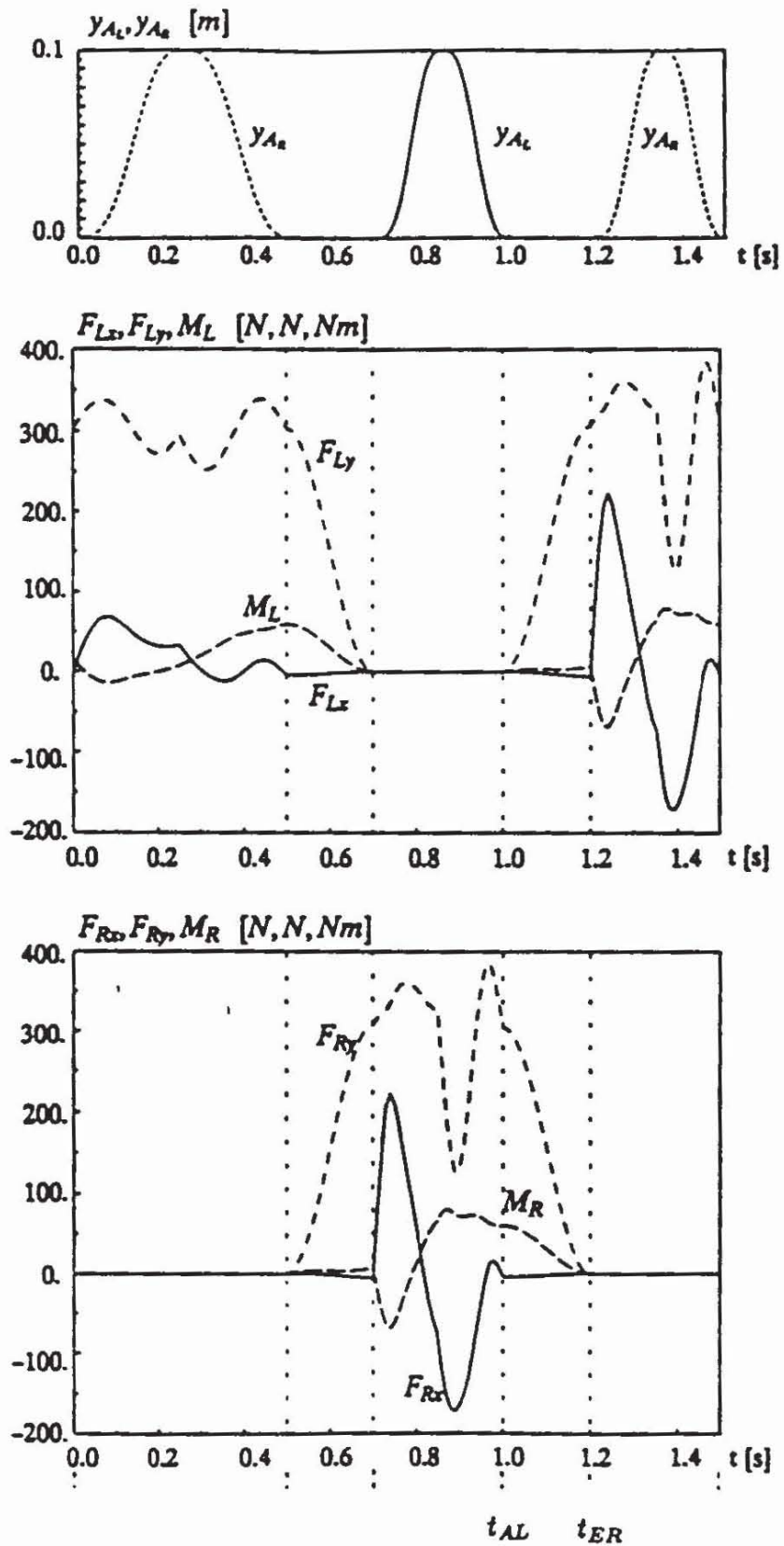


Bild 5: Simulation einer stoßfreien Gehbewegung

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Strukturvariable aktiv geregelte mechanische Systeme lassen sich so auslegen, daß das Zusammenfügen und das Lösen der zeitweise wirkenden Bindungen erschütterungsfrei erfolgen. Für den Entwurf des Regelgesetzes ist ein genaues Modell des mechanischen Systems mit wenigen Freiheitsgraden erforderlich, wie es die Mehrkörperdynamik anbietet. Die modellgebundene Steuerung wird durch eine lineare Zustandssteuerung ergänzt, um Störungen der Sensoren und Aktoren auszugleichen. Für die Wahl der Reglerkonstanten, die in Matrizen zusammengefaßt sind, gibt es noch keine ausreichenden Erfahrungen. Es ist deshalb zu erwarten, daß die strukturvariablen mechanischen Systeme in Zukunft Gegenstand weiterer Forschungsarbeiten sein werden. Zur technischen Realisierung werden neben Sensoren und Aktoren auch digitale Regler benötigt. Die strukturvariablen mechanischen Systeme fallen somit auch in das sich rasch entwickelnde Gebiet der Mechatronik.

### Literatur

- [1] F. Pfeiffer: Mechanische System mit unstetigen Übergängen. Ing.-Arch., Bd. 54, S. 232-240, 1984.
- [2] G. Weidner: Klappern und Rasseln von Fahrzeuggetrieben. Dissertation, Universität Stuttgart, 1992.
- [3] V. Drenovac: Eine Methode zur Integration der Bewegungsgleichungen singularer Mehrkörpersysteme. Dissertation, Universität Stuttgart, 1985.
- [4] F. Pfeiffer: Seltsame Attraktoren in Zahnradgetrieben. Ing. Arch., Bd. 58, S. 113 - 125 , 1988
- [5] M. Kleczka: Methoden zur Verzweigungsanalyse mit Anwendungen auf einen Spielschwinger. Dissertation, VDI-Fortschritt-Berichte Reihe 11 Nr. 153, Düsseldorf: VDI-Verlag (1991).
- [6] A. Daberkow, J.Gao, W. Schiehlen: Walking without Impacts. Proc. 8th ROMANSY, Cracow, 1990. Warsaw: Technical University (in press)
- [7] W. Blajer, W. Schiehlen: Walking without Impacts as a Motion/Force Control Problem. J. Dyn. Syst. Meas. Control, ASME Trans. (in press)
- [8] W. Blajer, W. Schiehlen: A Control Scheme for Biped Walking without Impacts. Proc. 9th ROMANSY, Udine, 1992. Berlin: Springer-Verlag (to appear)
- [9] W. Blajer, W. Schiehlen: A Concept for Motion Control of Biped Impactless Walk. Proc. 1st MOVIC, Yokohama, 1992. Berlin: Springer-Verlag (to appear)
- [10] K. Magnus: Kreisel, Theorie und Anwendungen. Berlin: Springer-Verlag (1971)
- [11] G. Schweitzer, W. Schiehlen, P.C. Müller, W. Hübner, J. Lückel, G. Sandweg, R. Lautenschlager: Kreiselverhalten eines elastisch gelagerten Rotors. Ing. Arch., Bd. 41, S.110-140, 1972.

- [12] K. Magnus, ed.: **Dynamics of Multibody Systems**. Proc. IUTAM Symp., Munich, 1977. Berlin: Springer-Verlag (1978)
- [13] E. J. Haug, ed.: **Computer Aided Analysis and Optimization of Mechanical System Dynamics**. NATO ASI Series F, Vol. 9. Berlin: Springer-Verlag (1984)
- [14] G. Bianchi, W. Schiehlen, eds.: **Dynamics of Multibody Systems**. Proc. IUTAM Symposium, Udine, 1985. Berlin: Springer-Verlag (1986)
- [15] N. V. Banichuk, D. M. Klimov, W. Schiehlen: **Dynamical Problems of Rigid-Elastic Systems and Structures**. Proc. IUTAM Symp., Moscow, 1990. Berlin: Springer-Verlag (1991)
- [16] J. Wittenburg: **Dynamics of Systems of Rigid Bodies**. Stuttgart: Teubner (1977)
- [17] W. Schiehlen: **Technische Dynamik**. Stuttgart: Teubner (1986)
- [18] R. E. Roberson, R. Schwertassek: **Dynamics of Multibody Systems**. Berlin: Springer-Verlag (1988)
- [19] H. Bremer: **Dynamik und Regelung mechanischer Systeme**. Stuttgart: Teubner (1988)
- [20] P. E. Nikravesh: **Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems**. New Jersey: Prentice-Hall (1988)
- [21] E. J. Haug: **Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems**. Boston: Allyn and Bacon (1989)
- [22] A. Shabana: **Dynamics of Multibody Systems**. New York: Wiley (1989)
- [23] M. Eppinger, E. Kreuzer: **Evaluation of Methods for Solving the Inverse Kinematics of Manipulators**. Proc. 8th ROMANSY, Cracow, 1990. Warsaw: Technical University (in press)
- [24] W. Schiehlen: **Multibody Systems and Robot Dynamics**. Dynamics Lab. Report No. DL/90/WOS/1. Kingston: Queens 1990
- [25] W. Schiehlen: **Regelkonzepte der Roboterdynamik**. Z. angew. Math Mech., Bd. 65, S. T101-T102 (1985)