

## DESARROLLO Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE UNA METODOLOGÍA PARA ESTUDIAR LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS POR FATIGA EN METALES

A. Rodríguez<sup>1\*</sup>, D. Fernández<sup>1</sup>, D. Ferreño<sup>2</sup>, A. Arredondo<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Centro Tecnológico de Componentes (CTC), C\ Isabel Torres nº 1, 39011, Santander, España

<sup>2</sup> LADICIM (Laboratorio de la División de Ciencia e Ingeniería de los Materiales), Universidad de Cantabria. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Av. Los Castros 44, 39005 Santander, España

<sup>3</sup> Vicinay Marine Innovación, Plaza Ibaiondo 1, 48940 Leioa, España

\* Persona de contacto: [arodriguez@ctcomponentes.com](mailto:arodriguez@ctcomponentes.com)

### RESUMEN

La presencia y propagación de grietas en estructuras y componentes es un reto para sectores industriales como el oil&gas, energía eólica o nuclear. El presente estudio resume la investigación realizada para desarrollar y validar un procedimiento basado en el método de los Elementos Finitos capaz de simular la propagación de grietas tridimensionales.

La investigación comprende una parte experimental donde se ha caracterizado la velocidad de propagación de fisuras frente a fatiga del acero grado R5, utilizado en cadenas de fondeo offshore. Para ello se ha determinado la Ley de Paris del material mediante el ensayo de una probeta de flexión en tres puntos. Asimismo, se ha realizado un estudio estadístico para estimar la incertidumbre en la velocidad de propagación de la grieta. Los resultados experimentales han sido empleados como inputs del modelo numérico desarrollado en ANSYS APDL.

Este algoritmo permite evaluar numéricamente los parámetros de la mecánica de la fractura en el frente de fisura durante su crecimiento. Esta información alimenta un algoritmo iterativo que proporciona el avance del frente de fisura. Finalmente, se ha realizado un estudio de sensibilidad para evaluar el efecto del tamaño del mallado en los resultados.

**PALABRAS CLAVE:** fatiga, fractura, simulación propagación de grieta, cadena de fondeo, Ley de Paris Experimental.

### ABSTRACT

The existence and propagation of cracks in structures and components is a challenge for industrial sectors such as oil & gas, wind or nuclear. The present study summarizes the research carried out to develop and validate a procedure, based on the finite element method, able to simulate the propagation of three-dimensional cracks.

This research comprises an experimental part where the fatigue crack propagation rate of the grade R5 steel, widely used in offshore mooring chains, has been characterized. For this purpose, the Paris Law of the material has been determined by testing a three point bending specimen. Furthermore, a statistical study to estimate the uncertainty in the crack propagation rate was carried out. The experimental results have been used as inputs for the numerical model developed in ANSYS APDL.

This algorithm allows numerical evaluating the fracture mechanics parameters in the crack front during its growth. This information feedbacks an iterative algorithm that provides the crack front growth. Finally, a sensitivity study was carried out to evaluate the effect of the meshing size on the results.

**KEYWORDS:** Fracture, Fatigue, crack growth simulation, offshore mooring chain, Experimental Paris Law

## 1 INTRODUCCIÓN

La energía eólica es una fuente de energía renovable que utiliza la fuerza del viento para generar electricidad. En los últimos años se está cambiando el modelo energético pasando de uno basado en el carbono a uno basado en las fuentes de energía de tipo renovable.

El viento supone actualmente la mayor fuente de energía renovable instalada en el mundo. En el año 2015 la potencia eólica instalada en la Unión Europea ascendía a 142 GW, de los cuales 131 GW eran onshore y 11 GW eran offshore [1]. Esta capacidad supone que

la energía eólica es capaz de cubrir el 11.4% de la demanda energética de la Unión Europea o, lo que es lo mismo, la energía eólica ya es la tercera fuente de energía en Europa. Las últimas estimaciones disponibles apuntan a que este valor aumentará hasta entre el 31% y el 48% para el año 2050. Países como España o Alemania ya han ocupado los emplazamientos terrestres con mayor cantidad de recurso energético, pero disponen de vastas extensiones de mar donde el recurso es mucho más abundante.

El fenómeno de fatiga de materiales es el causante de la mayor parte de las roturas de componentes en condiciones de servicio en las cuales el material no supera su rango de comportamiento elástico [2]. Las roturas por fatiga son especialmente peligrosas porque no suelen manifestar indicios de fallo inminente, sino que este se produce sin previo aviso, lo que a lo largo de la historia ha provocado graves accidentes [3].

Dada la gran dificultad del estudio de fatiga en componentes complejos y sometidos a cargas altamente variables, como es el caso de la energía eólica marina, se hace necesario disponer de una metodología capaz de pronosticar de forma precisa la vida remanente del componente en fatiga. Para ello, es preciso determinar de forma adecuada el camino de avance de la fisura, siendo esta la motivación de la presente investigación.

## 2 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA EL ESTUDIO DE LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS

En el estado del arte referente a la predicción de la propagación de grietas mediante el uso del método de los Elementos Finitos (EF) se pueden diferenciar dos familias de técnicas:

- 1) Propagación de grietas sin remallado.
- 2) Propagación de grietas con remallado.

La diferencia principal entre ambos métodos es que en el segundo de ellos la geometría y/o mallado debe actualizarse en cada iteración del cálculo, lo cual genera unos tiempos de pre y post procesado en el modelo numérico, que se traduce en un tiempo de cálculo más largo. Aunque a priori la opción primera es la más adecuada por una mayor velocidad de cálculo, la principal desventaja de estos códigos es que para poder obtener resultados precisos es necesario alcanzar una densidad de mallado elevada en todo el dominio de control, con lo que los costes computacionales aumentan.

En el caso del segundo método, la precisión es mayor puesto que los esfuerzos de cálculo se concentran en las zonas de interés. Como contrapartida, es necesario realizar un mallado de mayor calidad y el procesamiento de la geometría es complejo, con lo que no es recomendable el uso de malladores automáticos. La

Figura 1 permite apreciar una imagen de un modelo por EF basado en el segundo grupo de técnicas.

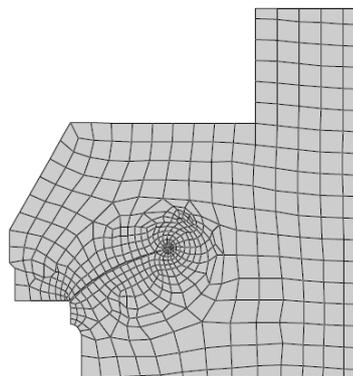


Figura 1. Propagación de grieta por fatiga con mallado hexaédrico [4]

Dado el interés en disponer de gran fiabilidad en los resultados, el estudio descrito en el presente artículo se basará en la segunda técnica, propagación de grietas con remallado y haciendo uso de elementos hexaédricos.

## 3 MECÁNICA DE LA FRACTURA

La mecánica de la fractura es la disciplina que estudia los mecanismos y procesos de propagación de grietas en sólidos, así como la distribución de tensiones y deformaciones que ocurren en un material agrietado o con discontinuidades, sometidos a sollicitaciones externas. La mecánica de la fractura comprende tres ámbitos en función del alcance de la plasticidad que se desarrolla en el frente de fisura: la mecánica de fractura elástico-lineal (MFEL), la mecánica de fractura elasto-plástica (MFEP) y la mecánica de fractura post cedencia (MFPC). En el caso de propagación de grietas por fatiga, además de conocer el estado tensional en el fondo de la fisura es necesario definir una ecuación que relacione el estado tensional del material con el avance de la fisura; la Ley de Paris representa el modelo más sencillo para este cometido. A continuación, se hace una pequeña introducción de la primera aproximación y de la Ley de Paris por ser de aplicación en el estudio.

### 3.1 Mecánica de fractura elástico-lineal

La mecánica de la fractura elástico-lineal asume que la fracción de la energía de deformación asociada con los procesos plásticos resulta despreciable frente a la energía total consumida en el proceso de fallo. Consecuentemente, esta aproximación sólo es aplicable en aquellos casos donde la fractura ocurra esencialmente dentro del rango elástico.

La solución elástica para el problema de fractura es paradójica, pues da lugar a un campo tensional divergente en el frente de fisura (lo cual no resulta físicamente admisible). A pesar de ello, es posible utilizar esta solución elástica para caracterizar las condiciones de rotura y proporcionar un criterio de fallo

válido desde el punto de vista ingenieril. Existen dos aproximaciones equivalentes, dentro de la MFEL: la teoría del criterio energético, basado en los trabajos desarrollados por Griffith [5], y el enfoque basado en el factor de intensidad de tensiones desarrollado por Irwin [6].

3.2 Ley de Paris

La Ley de Paris se expresa de acuerdo con la ecuación (1), donde  $A$  y  $m$  son parámetros del material,  $\Delta K$  es el incremento del factor de intensidad de tensiones y  $\frac{da}{dN}$  es la velocidad instantánea de crecimiento de fisura.

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^m \tag{1}$$

En aquellos casos donde la sollicitación implica la participación de diferentes modos de fallo, es necesario definir un factor de intensidad de tensiones efectivo,  $\Delta K_{eff}$ . Se han realizado gran cantidad de estudios para cuantificar el efecto de los diferentes modos de fractura. Ekberg [7] postuló que cuando la grieta propaga por una zona débil, como es el caso de una soldadura, el valor de factor de intensidad de tensiones efectivo se obtiene con la ecuación (2).

$$\Delta K_{eff} = \sqrt{\Delta K_I^2 + (0.8 \cdot \Delta K_{II})^2} \tag{2}$$

Otros autores [8] [9] proponen ecuaciones alternativas como la (3) y la (4):

$$\Delta K_{eff} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2} \tag{3}$$

$$\Delta K_{eff} = \sqrt[4]{\Delta K_I^4 + 8 \cdot \Delta K_{II}^4} \tag{4}$$

donde  $K_I, K_{II}, K_{III}$  son los factores de intensidad de tensiones en modo I, II y III, respectivamente.

Para comprobar las diferencias de las tres ecuaciones se han representado en la Figura 2 los valores de  $\Delta K_{eff}$  en función de  $\Delta K_{II}$ , manteniendo constante el valor de  $\Delta K_I = 100 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ .

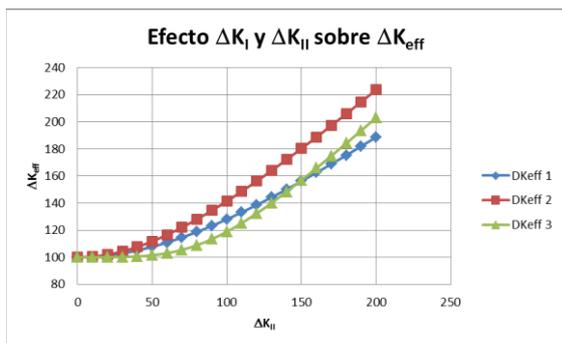


Figura 2: Efecto de  $\Delta K_{II}$  sobre  $\Delta K_{eff}$ .

Dada las características del material y la similitud de resultados de las diferentes ecuaciones, en el presente estudio se ha utilizado la ecuación (4).

4 CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL

El material utilizado en esta investigación es acero de baja aleación de grado R5 del fabricante VICINAY CADENAS S.A., utilizado en sistemas de fondeo en la industria offshore. El conjunto de ensayos realizados sobre dicho acero por el laboratorio LADICIM incluye:

- 1) Caracterización de las propiedades mecánicas.
- 2) Determinación de la velocidad de propagación de grietas.

4.1 Caracterización de las propiedades mecánicas

La caracterización de las propiedades mecánicas consistió en obtener las curvas tensión – deformación de 3 probetas, las cuales se muestran en la Figura 3.

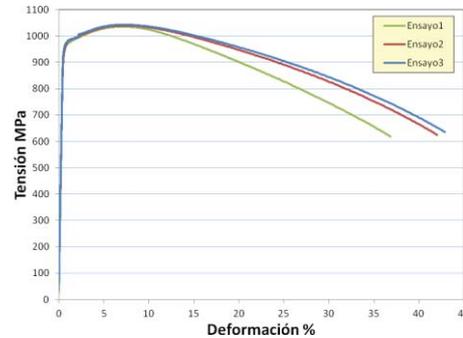


Figura 3. Curvas tensión – deformación obtenidas en los ensayos de tracción

A partir de los ensayos de tracción se ha obtenido el límite elástico convencional ( $\sigma_{Y,0.2\%}$ ) y la tensión de rotura ( $\sigma_R$ ), que se recogen en la Tabla 1:

Tabla 1. Resumen de los resultados obtenidos en los ensayos de tracción.

Ensayo N°	$\sigma_{Y,0.2\%}$ (MPa)	$\sigma_R$ (MPa)
1	950.0	1035.4
2	954.5	1039.9
3	962.9	1043.0
Valor promedio $\pm$ 2DS	$956 \pm 13$	$1039 \pm 8$

Se observa que, además de tratarse de un material de alta resistencia, su comportamiento es dúctil, dado que el acero presenta una deformación en rotura superior al 35%.

4.2 Determinación de la velocidad de propagación de grietas

El objetivo del ensayo es determinar las propiedades del acero grado R5 frente a la propagación de grietas, caracterizando la velocidad de propagación para

distintos intervalos de carga, obteniendo los parámetros que definen la ley de Paris así como el umbral de propagación,  $\Delta K_{th}$ . El ensayo de propagación se ha llevado a cabo con una probeta tipo Single Edge Notched Bending (SENB) de dimensiones nominales  $B \times W \times L = 18.75 \times 37.5 \times 157.5$  mm.

El ensayo de propagación se realizó conforme con la norma ASTM [10]. Esta norma obliga a realizar el ensayo en dos fases. En la primera de ellas la probeta se prefisura para obtener un fondo de fisura afilado. Después comienza el ensayo de propagación propiamente dicho. En esta segunda fase, la carga máxima varió entre 30 y 10 kN, mientras que la carga mínima varió entre 3 y 1 kN. La Figura 4 muestra los resultados obtenidos así como la Ley de Paris del material.

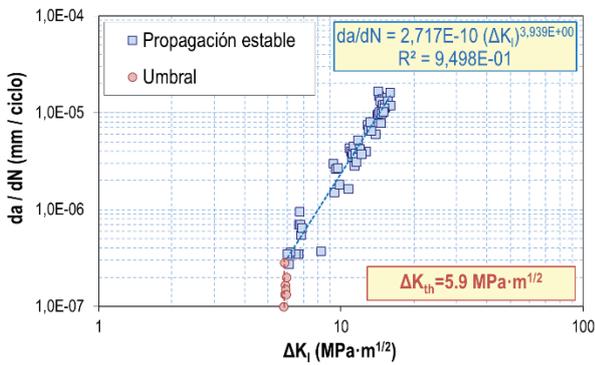


Figura 4. Gráfica velocidad de propagación vs.  $\Delta K$ .

Los resultados experimentales, Ley de Paris y umbral de propagación  $\Delta K_{th}$ , son los siguientes:

$$\frac{da}{dN} = 2.717 \cdot 10^{-10} \Delta K^{3.939} \quad (5)$$

$$\Delta K_{th} = 5.9 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$$

donde  $\frac{da}{dN}$  se expresada en mm por ciclo,  $\Delta K$  en  $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ . En el caso de querer representar  $\Delta K$  en  $\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1/2}$ , el valor de  $\Delta K_{th}$  será 186.15 y el parámetro A de la ecuación (1) tendrá un valor de  $3.360 \cdot 10^{-16}$  (unidades utilizadas en el modelo numérico). Esta información es consistente con [11].

Una vez realizados los ensayos, se procedió a romper la probeta en la máquina de ensayo, previo enfriamiento a  $-125^\circ\text{C}$  para garantizar su comportamiento frágil.



Figura 5. Rotura frágil (izq) y detalle de la zona de la propagación de la grieta (der).

## 5 ESTUDIO ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS DE PROPAGACIÓN

Uno de los propósitos de la caracterización de la velocidad de propagación aquí llevada a cabo es su posterior implementación en un modelo de simulación por EF. Considerando propiedades constantes del material, los resultados derivados de una simulación de este tipo van a resultar necesariamente deterministas. Sin embargo, es un hecho contrastado que la fatiga de materiales viene acompañada de una importante incertidumbre en la vida de los componentes. Por este motivo, se ha decidido llevar a cabo un análisis estadístico de los resultados experimentales obtenidos para su posterior implementación en un modelo numérico por EF. Se han determinado los valores del error experimental en cada uno de los puntos del ensayo, entendido éste como la diferencia entre la velocidad de propagación experimental y el valor procedente del ajuste de la Ley de Paris para el mismo valor de incremento de factor de intensidad de tensiones,  $\Delta K$ , como muestra la ecuación (6).

$$\text{Error} = (da/dN)_{\text{EXP}} - (da/dN)_{\text{PARIS}} \quad (6)$$

La Figura 6 muestra de forma gráfica los valores de la variable Error definida por la ecuación (6), que han sido ajustados mediante una curva gaussiana. Donde el valor medio es  $2.43656 \cdot 10^{-8}$  mm/ciclo y la desviación estándar es  $7.49234 \cdot 10^{-7}$  mm/ciclo.

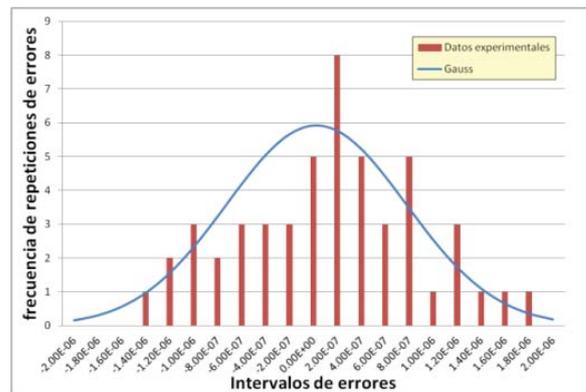


Figura 6. Ajuste gaussiano de los errores

Analizando esta información por intervalos de  $\Delta K$ , se aprecia que en la mayor parte de ellos, la Ley de Paris teórica sobreestima los valores medidos en los ensayos, lo que puede abocar a que el modelo numérico estime una propagación mayor de la fisura.

## 6 METODOLOGÍA DE MODELADO NUMÉRICO DE LA PROPAGACIÓN DE GRIETAS

La metodología que se propone se basa en la aplicación del diagrama de flujo que se muestra en la Figura 7.

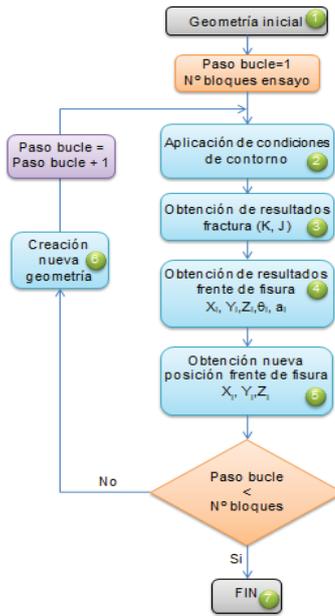


Figura 7. Diagrama de flujo de la metodología planteada.

A continuación, se describen los pasos más importantes de la metodología propuesta:

### 6.1 Geometría inicial

La geometría inicial para el análisis de propagación de grietas es la misma que se obtuvo cuando se terminó el proceso de prefisuración, véase la Figura 8.

### 6.2 Condiciones de contorno

El siguiente paso es la definición de las condiciones de contorno idénticas a las experimentales, pero minimizando en la medida de lo posible los esfuerzos computacionales.

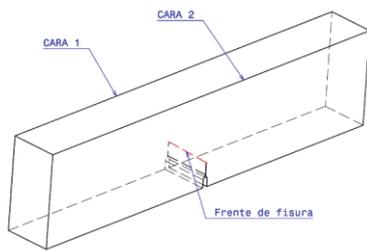


Figura 8. Esquema de la pieza tras el proceso de prefisuración.

La probeta se apoya en ambos extremos en su parte inferior. En el centro de la probeta y en su parte superior, la máquina aplica la fuerza de forma vertical y hacia abajo. Los tres puntos de apoyo se realizan con cilindros, siendo los de la parte inferior de 14.6 mm de diámetro y el cilindro superior de 7.8 mm.

### 6.3 Obtención de resultados de mecánica de la fractura

Esta etapa es de vital importancia, ya que es aquí donde se aplican las ecuaciones de la mecánica de la fractura y se obtienen los resultados numéricos de los parámetros de fractura en el fondo de fisura.

### 6.4 Obtención de resultados en el frente de fisura

La obtención de un nuevo frente de la fisura se basa principalmente en la geometría inicial de la misma y en las cargas aplicadas en cada momento, como se esquematiza en la Figura 9.

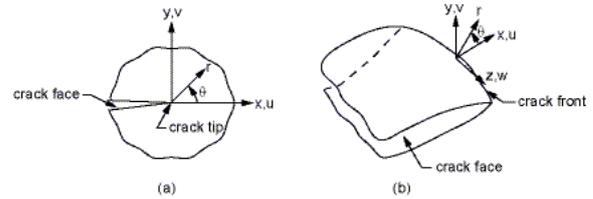


Figura 9: Esquema propagación 2D (a) y 3D (b) [12].

El frente de la fisura propaga en dirección perpendicular a la línea que describe el frente de fisura, manteniéndose el punto en el plano perpendicular a esta línea (plano XY en la Figura 9). Desde el punto de vista numérico, el patrón de crecimiento de la fisura únicamente depende de dos parámetros,  $r$  y  $\theta$ . A continuación se definen ambos parámetros.

#### 6.4.1 Parámetro $r$

El parámetro  $r$  es el avance de la fisura entre dos posiciones consecutivas. El valor depende principalmente de los modos de fractura: modo I, tracción; modo II, cortante, y; modo III, torsión. A partir de las ecuaciones (1) y (4) el cálculo del avance de la fisura es directo.

#### 6.4.2 Parámetro $\theta$

El parámetro  $\theta$  define el ángulo que forma el avance en el fondo de fisura entre dos posiciones consecutivas. La literatura ofrece diferentes alternativas. A continuación se describen tres algoritmos para la predicción de la nueva trayectoria de la fisura en función de las condiciones en la posición actual:

- 1) Máxima tensión circunferencial (MTC).
- 2) Máxima tasa de liberación de energía (MTLE).
- 3) Mínima densidad de energía de deformación (MDED).

Los tres métodos arrojan valores similares, pero el que se ha utilizado en el estudio es el MTC. Propuesto por Erdogan y Sih [13], se trata de uno de los criterios más simples y ampliamente difundidos en la bibliografía. Una de sus principales ventajas consiste en que permite

obtener una expresión analítica para el cálculo del ángulo de avance,  $\theta$ . El criterio MTC establece que la propagación se produce según el ángulo  $\theta$  en el cual  $\sigma_\theta$  alcanza su máximo valor o, equivalentemente,  $\tau_{r\theta}$  ya que en esa situación  $\sigma_\theta = \sigma_I$ , fórmula (8).

$$\sin \theta \cdot K_I + (3 \cdot \cos \theta - 1) \cdot K_{II} = 0 \quad (7)$$

Operando de forma adecuada esta ecuación general, se llega a la ecuación (8), que proporciona el valor del ángulo de avance de la fisura.

$$\theta = 2 \arctan \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \quad (8)$$

El signo a considerar en la suma entre corchetes será positivo cuando  $K_{II} < 0$  y negativo en caso contrario. De esta forma, dado que  $K_I > 0$  por definición, se deduce que el signo del ángulo de propagación es opuesto al signo de  $K_{II}$ . Para los casos extremos en los que la sollicitación sea sólo en modo I ( $K_{II} = 0$ ) o en modo II ( $K_I = 0$ ), la ecuación (8) predice ángulos de valor  $\theta = 0$  y  $\theta = \pm 70.54^\circ$  dependiendo del signo de  $K_{II}$ , respectivamente.

6.5 Obtención nueva posición frente de fisura

El último paso a dar es el de la obtención de la nueva posición de los puntos que componen el frente de fisura. La posición de las nuevas coordenadas de cada punto que compone el frente de fisura se obtendrá de la siguiente manera:

- 1) Obtención de la posición de cada punto ( $X_0, Y_0, Z_0$ ) en coordenadas cartesianas.
- 2) Creación de un sistema de coordenadas polares según Figura 9.
- 3) Traslación y rotación del sistema de coordenadas según los parámetros  $r$  y  $\theta$ .
- 4) Obtención de la nueva posición de cada punto ( $X_1, Y_1, Z_1$ ) en coordenadas cartesianas.

Una vez estén calculadas las nuevas posiciones de cada punto, se deberán almacenar sus coordenadas para la creación de la nueva geometría.

7 MODELO NUMÉRICO

La metodología desarrollada y descrita en la sección 6, ha sido trasladada al lenguaje de programación de ANSYS (ANSYS Parametric Design Language, APDL). La geometría seleccionada para su implementación ha sido una probeta tipo SENB para replicar el ensayo de propagación de grietas (ver Figura 10).



Figura 10: Utillaje acoplado a la máquina de ensayos Instron.

La discretización de la geometría de la pieza se compone de dos cuerpos, el primero cercano al fondo de la fisura y con forma de toroide y el segundo compuesto por el resto de la pieza (ver Figura 11).

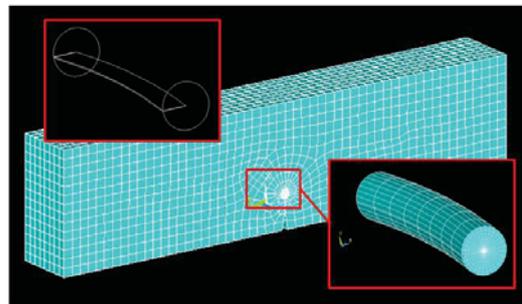


Figura 11: Discretización de la pieza.

Ambos cuerpos han sido mallados con el elemento tipo SOLID185 [12] en dos variantes, cúbica y prismática. Las condiciones de contorno definidas en el modelo son: reacción vertical en la línea lateral de los apoyos inferiores, reacción horizontal en la parte superior donde se aplica la carga y una fuerza vertical en el punto central de la cara superior.

La fuerza y las reacciones se han aplicadas directamente sin utilizar contactos, para minimizar el esfuerzo computacional. Además, los resultados obtenidos en el fondo de fisura en ambos casos son idénticos puesto que las condiciones de contorno están muy alejadas de la zona de interés del proceso de fractura.

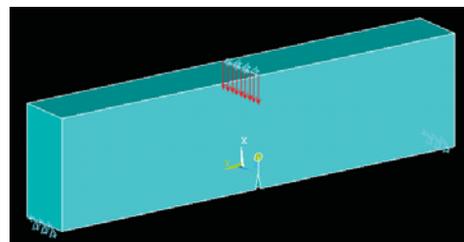


Figura 12: Condiciones de contorno aplicadas.

A continuación en la Figura 13 se muestra el estado tensional tipo para la geometría utilizada y un detalle de la fisura.

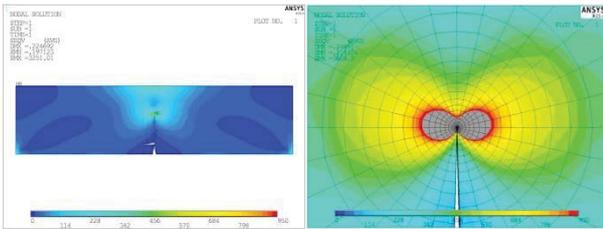


Figura 13: Representación del estado tensional.

## 8 RESULTADOS

Inicialmente se llevó a cabo un estudio de sensibilidad del mallado teniendo en cuenta los siguientes casos:

- 1) Número de elementos circunferenciales del toroide.
- 2) Número de elementos en la dirección perpendicular al eje del toroide.
- 3) Número de elementos radiales del toroide.

El tercer caso es el más exigente, puesto que es el que define el tamaño del primer elemento en contacto con el frente de fisura, y, por tanto, donde se calculan los parámetros de la mecánica de la fractura y donde mayor gradiente de tensiones existe.

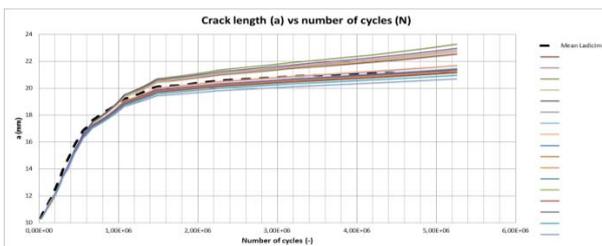


Figura 14: Gráfico de variación de frente de fisura para diferentes tamaños de elemento.

En la Figura 14 se aprecia el efecto que tiene el tamaño del elemento en la propagación de la fisura. Se observa que ninguna de las soluciones reproduce exactamente la curva experimental. A priori se puede seleccionar la solución óptima desde dos perspectivas: escoger la opción que reproduzca con mayor fidelidad la posición final de la fisura (color naranja en Figura 15) o la curva que presente un menor error total respecto de la curva experimental (color azul en Figura 15).

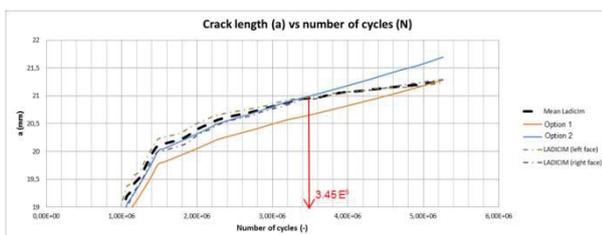


Figura 15: Gráfico de variación de frente de fisura para las dos opciones propuestas.

Aunque el valor final de la primera opción se aproxima más al del ensayo, no replica la parte inicial de éste. En cambio, la segunda opción durante la mayor parte del ensayo (hasta  $3.45 \cdot 10^6$  ciclos) el valor obtenido numéricamente está encerrado por los valores obtenidos

en el ensayo aunque finalmente diverge de éste en casi 0.43 mm. Se ha seleccionado esta segunda opción como la más adecuada, componiéndose de 28 elementos en la circunferencia, 15 elementos en la dirección radial del toroide, un ratio de expansión de 9 y un tamaño del primer elemento de  $r/50$ , donde  $r$  es el radio del toroide. Con estos valores el modelo matemático consigue reproducir el ensayo fielmente durante el 66% de los ciclos aplicados. Durante el 34% restante el modelo matemático sobreestima conservadoramente la propagación de la grieta. Además el error obtenido para la posición final de la grieta es únicamente del 3.9%, o lo que es lo mismo 0.43 mm.

La Figura 16 muestra las marcas generadas durante la propagación de la fisura (izq) y marcas estimadas por el modelo numérico (der), siendo muy similares.

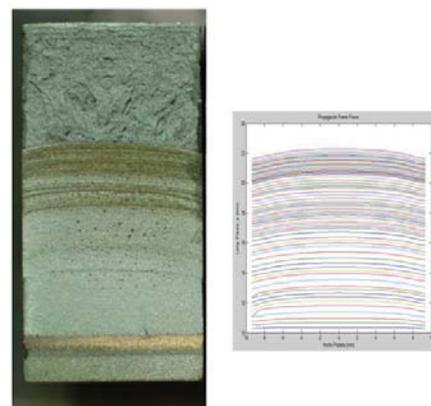


Figura 16: Comparación del marcas de propagación de la fisura reales frente a las del modelo numérico.

## 9 IMPLEMENTACIÓN DEL ESTUDIO ESTADÍSTICO EN EL MODELO NUMÉRICO

Dada la dispersión de los resultados obtenidos durante la fase experimental del estudio (ver sección 5), en los que se constató que la Ley de Paris teórica sobreestima los valores medidos en los ensayos prácticamente en la totalidad de la curva, se consideró adecuado implementar una fuente de error en la propagación. A partir de la aproximación realizada con una campana de Gauss (ver Figura 6) en la que el valor medio referente al error de propagación es  $2.43656 \cdot 10^{-8} \text{ mm/ciclo}$  y la desviación estándar es  $7.49234 \cdot 10^{-7} \text{ mm/ciclo}$ , se generaron 8 series de números generados con dicha campana, para ser aplicados a posteriori en los cálculos de propagación. Estos valores, positivos y negativos, se han sumado al valor teórico del parámetro  $a$  obtenido de la Ley de Paris para cada  $\Delta K_{eff}$  y poder de este modo obtener el valor  $da/dN$  utilizado para cada uno de los steps. La Figura 17 muestra los resultados derivados de las variaciones introducidas con el modelo estadístico.

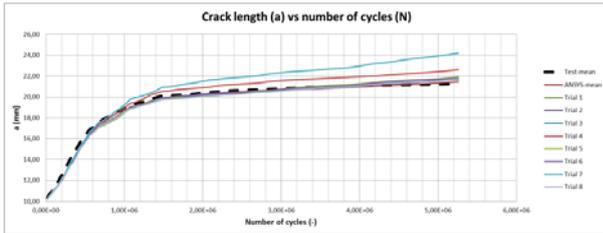


Figura 17: Gráfico de variación de frente de fisura para la opción 2).

Se puede apreciar que la simulación con mayor variación frente a la experimental es la nº 7. Esto queda refrendado con el cuadrado del coeficiente de correlación,  $R^2$ . Dicho coeficiente determina la calidad del modelo en cuanto a la bondad del ajuste de los resultados numéricos frente a los obtenidos en el ensayo. La Tabla 2 incluye los valores de  $R^2$  de las 8 series de números aleatorios definidas anteriormente, así como el valor sin aplicar la corrección estadística.

Tabla 2: Valores coeficiente de determinación  $R^2$  de la opción 2)

Trial nº	$R^2$
Opción sin corrección	0,9969
Trial 1	0,9950
Trial 2	0,9966
Trial 3	0,9951
Trial 4	0,9918
Trial 5	0,9938
Trial 6	0,9959
Trial 7	0,9801
Trial 8	0,9951

**10 CONCLUSIONES**

Durante el estudio presentado se han llegado a las siguientes conclusiones:

- 1) Se ha desarrollado una metodología para el análisis numérico del fenómeno de propagación de grietas 3D en materiales homogéneos e isotropos.
- 2) La metodología se ha implementado en ANSYS de forma paramétrica.
- 3) El estudio estadístico y su posterior implementación garantiza la robustez de la metodología desarrollada.
- 4) El error máximo en la posición de la grieta tras la aplicación de más de 5.5 millones de ciclos ha sido del 3.9% (0.43 mm) sin realizar ningún ajuste estadístico de los resultados.
- 5) Aplicando los ajustes estadístico obtenidos de los ensayos se ha obtenido un mínimo coeficiente de Pearson  $R^2=0.9801$ .

**11 AGRADECIMIENTOS**

Los autores desean agradecer a la Fundación Centro Tecnológico de Componentes (CTC) [14] por aportar los fondos económicos necesarios para llevar a cabo los ensayos en el LADICIM [15], y a Vicinay Cadenas S.A. [16] por facilitar las probetas necesarias para realizar la experimentación.

**12 REFERENCIAS**

- [1] EWEA, European statistics, 2014
- [2] Kvittem, M.I., Moan, T., Gao, Z., Luan, C., Short-term fatigue analysis of semi-submersible wind turbine tower, in: Proceedings of the ASME 2011 International Conference on Ocean Offshore and Arctic Engineering (OMAE 2011), 50092, Rotterdam, The Netherlands, 2011.
- [3] Moan, T., Safety of Offshore Structures, CORE Report No. 2005-04, 2005.
- [4] Alegre, J., Preciado, M., & Ferreño, D. Study of the fatigue failure of an anti-return valve of a high pressure machine. Engineering Failure Analysis , 408-416, 2007.
- [5] Griffith, A. (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London , Vol. 221: p. 163-198.
- [6] Irwin, G. Fracture Dynamics in Fracturing of Metals. American Society for Metals , 147-166., 1948
- [7] Ekberg, A. Fatigue crack propagation. <http://www.am.chalmers.se/~anek/teaching/fatfract/98-8.pdf>.
- [8] Pohluda, J., & Sandera, P., Micromechanisms of Fracture and Fatigue In a Multiscale Context. Springer, 2010.
- [9] Tanaka, K., Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis. Engineering Fracture Mechanics, 6, 493-507, 1974.
- [10] ASTM E647 Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates.
- [11] Zhang, Y., Zettlemoyer N, Tubby, P.J., Fatigue Crack Growth Rates of Mooring Chain Steels, OMAE2012-84223, 2012
- [12] ANSYS Help v14.5. ANSYS Inc.
- [13] Erdogan, F., & Sih, G., On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. ASME Journal Basic Engineering, 85 , 519-527. 1963
- [14] <http://ctcomponentes.es/>
- [15] <http://www.ladicim.unican.es/>
- [16] <http://www.vicinaycadenas.net/index/>