

## EVALUACIÓN DE RESULTADOS DE FATIGA CON ALTO Y ULTRA ALTO NÚMERO DE CICLOS MEDIANTE UN MODELO DE REGRESIÓN DE WEIBULL

M. Muñoz-Calvente<sup>1\*</sup>, S. Blasón<sup>1</sup>, A. Fernández-Canteli<sup>1</sup>, B. Pyttel<sup>2</sup>, E. Castillo<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo, Campus de Viesques, 33203 Gijón, España

<sup>2</sup>Faculty of Mechanical and Plastics Engineering, Univ. of Applied Sciences, Schöfferstr. 3, 64295 Darmstadt, Alemania

<sup>3</sup>Dpto. de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación, Univ. de Cantabria, Av. de los Castros 44, 39005 Santander, España

\* Persona de contacto: [miguelmunizcalvente@gmail.com](mailto:miguelmunizcalvente@gmail.com)

### RESUMEN

El modelo de fatiga de regresión de Weibull, propuesto por Castillo-Canteli, representa una alternativa posible y adecuada para la evaluación y predicción de vidas de fatiga ultra altas (VHCF). Este modelo proporciona una definición probabilística del campo S-N para los posibles mecanismos de rotura determinantes, basada en distribuciones de Weibull de mínimos, así como la existencia de un límite de fatiga asintótico y la propiedad de reducir todo el campo S-N a una única función de distribución mediante la variable normalizada  $V=(\log N-B)/(\log \Delta\sigma-C)$ . De este modo, el doble mecanismo de rotura, interno y superficial, que caracteriza las vidas altas (HCF) y ultra altas (VHCF) en fatiga puede ser satisfactoriamente tratado como distribuciones independientes en este particular y complejo caso de muestras con resultados concurrentes, conocido como problema de datos confundidos. Una vez estimados los parámetros de ambas funciones de distribución se procede a la combinación y reconversión de ambas como campo S-N conjunto. El modelo permite establecer una estrategia para optimizar la programación de los ensayos. Por último se presentan dos ejemplos de aplicación, uno de un programa externo experimental y otro de resultados simulados, ambos con ultra alto número de ciclos y dos posible mecanismos de rotura.

**PALABRAS CLAVE:** Modelo probabilístico S-N, evaluación de resultados de fatiga ultra altos

### ABSTRACT

The fatigue Weibull regression model proposed by Castillo-Canteli represents a possible and adequate alternative for the assessment and prediction of very high cycle fatigue (VHCF) lifetimes. This model provides a probabilistic definition of the S-N field for the two determining failure mechanisms based Weibull distributions for minima, as well as the existence of an asymptotic fatigue limit and the capability to reduce the S-N field to a single cumulative distribution function by considering the normalized variable  $V=(\log N-B)/(\log \Delta\sigma)$ . In this way, both dual fracture mechanisms, i.e. the internal and the surface ones, characterizing the HCF and VHCF data can be adequately interpreted and handled as independent distributions in such a particular and complex case of concurrent populations, known as a confounded data problem. Once the model parameters of both normalized cumulative distribution functions are independently estimated for both failure mechanisms and subsequently combined and reconverted to a joint S-N field whereby. The model allows a test strategy to be established for optimizing the the fatigue program planning. Finally, two examples of application are presented, the first related to an external experimental program, and the second to simulated data both for VCCF with twofold failure mechanisms.

**KEYWORDS:** S-N probabilistic model S-N, assessment VHCF data

### 1. INTRODUCCIÓN

La presencia de roturas por debajo del límite convencional de fatiga para ultra alto número de ciclos ha conducido, en nuestra opinión, a la débil conclusión de negación absoluta de existencia de un límite de fatiga como regla de general aplicación en el comportamiento a fatiga de cualquier material. De acuerdo con ello, sería

solo una cuestión de insistencia y constancia la obtención de roturas por debajo del límite convencional de fatiga. La ausencia de un modelo sólido, en el que el límite de fatiga no tiene por qué ser necesariamente descartado sino condicionado al ajuste de datos, es decir, a la estimación de los parámetros del modelo, ha contribuido indudablemente a esta confusión.

El reconocimiento de dos tipos de mecanismos

concurrentes o antagonistas, con origen en defectos superficiales o internos, que determinan el correspondiente tipo de rotura en fatiga, parece aportar un esclarecimiento del tema. De esta forma, el problema de VHCF (ultra alto número de ciclos) se puede interpretar como el representado por un caso de fatiga originada por un posible mecanismo dual de iniciación que conduce a dos campos S-N diferentes e independientes [1].

De hecho, cabría imaginar una multiplicidad de los mecanismos de fallo, con diferente tipo de roturas subsuperficiales, en la región VHCF [2]. En todos estos casos se supone que no existe interacción física entre los diferentes mecanismos, sino que los datos experimentales representan un caso de resultados que resulta de mecanismos antagonistas que requieren una técnica específica de evaluación estadística [3-5] para permitir la separación y deducción por separado de los campos S-N probabilísticos para cada uno de esos mecanismos. A partir de ahí, se pueden utilizar las correspondientes distribuciones probabilísticas para combinar y definir aquéllas en un solo campo S-N, que permite una predicción de vida de fatiga de componentes para el material estudiado.

En este trabajo, se presenta y aplica una nueva metodología basada en el modelo de regresión de Weibull propuesto por Castillo y Fernández Canteli [7], que aporta la normalización del campo S-N, y en la extensión del denominado modelo local generalizado, aplicado en el análisis de roturas estáticas [4-6]. Por último se presentan ejemplos de aplicación de un programa experimental de VHCF de otros investigadores y otro caso de simulación.

## 2. MODELO ESTADÍSTICO

El modelo de regresión de Weibull para el tratamiento de resultados de fatiga propuesto en [6] representa una posible alternativa para la evaluación y predicción de vidas en el dominio de VHCF, ver fig. 1, por responder adecuadamente a las peculiares características de evaluación de los resultados experimentales de VHCF, caracterizados por la existencia de dos tipos de muestras de resultados. El modelo proporciona una definición probabilística del campo S-N con la posibilidad de existencia de un límite de fatiga asintótico, que lejos de ser prescrito arbitrariamente, resulta de su identificación como uno de los parámetros del modelo ajustado con los datos experimentales, dejando incluso abierta la posibilidad de que su valor sea nulo. El modelo considera la variable  $V=(\log N-B) (\log \Delta\sigma-C)$  que reduce el campo completo S-N a una simple función de distribución triparamétrica de Weibull, lo que permite la ventajosa aplicación al caso de fatiga del modelo generalizado local para fractura estática [5,6]. De este modo, los resultados de VHCF, consecuencia de los mecanismos de fractura superficial e interno pueden ser adecuadamente interpretados y tratados como

pertenecientes a dos distribuciones independientes relativas a dos poblaciones concurrentes o antagonistas, problema conocido estadísticamente como de “datos confundidos” [3-5].

Una vez estimados los parámetros de ambas funciones de distribución se puede determinar la probabilidad de rotura para cada uno de ambos mecanismos, aplicando una normalización recursiva y definición de un campo conjunto S-N. Resulta posible la consideración de un parámetro energético de referencia sustitutivo del rango de tensión [8]. Por último cabe reseñar que el programa de software ProFatigue [9], de libre disposición, facilita la estimación de los parámetros a partir de los datos experimentales mediante la aplicación del modelo de regresión de Weibull propuesto.

## 3 METODOLOGÍA PROPUESTA

Un aspecto importante en la caracterización de fractura y fatiga consiste en la determinación analítica de la distribución estadística del parámetro de referencia de rotura a partir de datos experimentales. A veces, varios mecanismos compiten entre sí, en ser el determinante causante del fallo. En el fenómeno de VHCF se distinguen dos casos típicos de muestras de resultados asociados a defectos superficiales o internos, respectivamente.

En principio, no es correcto despreciar resultados relativos a un cierto mecanismo cuando se analizan datos de fatiga que resultan de mecanismos antagonistas, a menos que se pruebe una interrelación no significativa entre ambas distribuciones. Por ello, en sentido estricto, hay que aplicar un procedimiento estadístico específico en el caso de los denominados datos confundidos si se pretende alcanzar una correcta estimación de los parámetros de las correspondientes distribuciones, con independencia del tipo de rotura de origen. La identificación del tipo de fallo es necesaria para proceder a una evaluación asignando el resultado a la correspondiente muestra, ver [3-5].

### 3.1 Simulación de resultados experimentales

Para ilustrar cada paso de la metodología propuesta para proceder a la evaluación estadística de resultados de VHCF pertenecientes a poblaciones concurrentes utilizando el modelo de regresión de Weibull, se simula un conjunto de resultados experimentales.

El procedimiento para la simulación de los datos sigue los siguientes pasos: a) Se suponen dos mecanismos de rotura relativos a defectos superficiales e internos, respectivamente, considerando la tensión uniaxial como parámetro generalizado (GP) relacionado con el criterio de rotura. b) La geometría de las probetas simuladas corresponden a un cilindro de radio constante de 5 mm y de 40 mm de longitud, sometido a una carga uniaxial. Como consecuencia, la superficie de referencia y el

volumen son, respectivamente:

$$S_{ref} = 2\pi r L = 1256 \text{ mm}^2; V_{ref} = \pi 2 r L \quad (1)$$

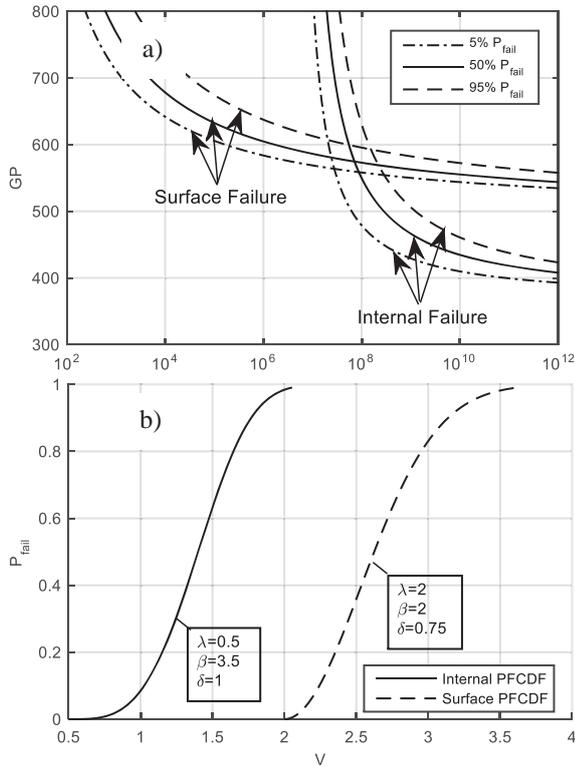


Figura 1. a) Campos p-GP-N para ambos mecanismos de rotura (interno y superficial); b) PFCDFs basadas en la variable normalizada V.

Las funciones de distribución primarias de fallo (PFCDFs) [4-5] representan los campos normalizados de Weibull para ambos mecanismos, superficial e interior, y se definen respectivamente según la expresión:

$$F(N;GP) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{V - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] = \quad (2)$$

$$1 - \exp \left[ - \left( \frac{(\log N - B)(\log GP - C) - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right]$$

en función de los parámetros de Weibull ( $\beta$ ,  $\lambda$  y  $\delta$ ) y de las asíntotas  $B$  y  $C$  del modelo [6]. Para defectos superficiales se supone:

$$\beta = 2; \lambda = 2; \delta = 0.75; B = 1; C = 6.2 \quad (3)$$

mientras que para defectos internos se supone:

$$\beta = 3.5; \lambda = 0.5; \delta = 1.0; B = 15; C = 5.9 \quad (4)$$

La Fig. 1a) muestra los campos p-GP-N para ambos mecanismos mientras la Fig. 1b) recoge la fdd de Weibull para las variables  $V$  normalizadas. En cada uno de los 5 ensayos simulados, se seleccionaron veintidós rangos de tensión, uniformemente distribuidos entre GP=450 y GP=750 MPa.

Para la simulación de los resultados de fallo, en primer lugar, se obtiene la función de distribución experimental de fallo (EFCDF) que resulta directamente de la evaluación de los datos experimentales, ver [4-6,10]. El EFCDF representa la probabilidad de fallo en función del valor crítico, es decir en rotura, del parámetro de referencia.

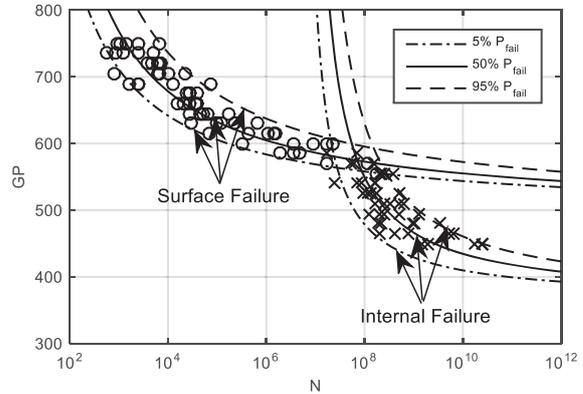


Figura 2. Campos p-GP-N simulados para ambos mecanismos de rotura, superficiales e internos.

A continuación, se asignan dos números aleatorios entre 0 y 1 a las probabilidades de fallo asociadas a cada uno de los dos tipos posibles de fractura. Tales probabilidades de fallo proporcionan el número de ciclos esperado hasta la rotura de cada uno de los dos mecanismos utilizando la EFCDF; el menor número de ciclos es el determinante y se considera en la siguiente operación, mientras que el mayor se desecha. Este proceso se aplica repetidamente para cada ensayo simulado y para cada rango de tensión.

### 3.2 Metodología propuesta

El proceso aplicado para deducir el campo probabilístico (p-GP-N) comprende los siguientes pasos:

#### Paso 1: Programa experimental

En un caso real, los ensayos de fatiga se realizarían para diferentes rangos de tensión, registrándose el número de ciclos hasta rotura y especificando el particular mecanismo determinante. Para ilustrar la aplicabilidad de la metodología, se aplican los ensayos simulados en el apartado anterior (ver fig. 2)

#### Paso 2: Estimación de los campos p-GP-N.

Se determinan cada uno de los campos S-N correspondientes a los resultados relativos a las roturas iniciadas en superficie o en interior, de acuerdo con el programa ProFatigue [9]. En este paso, la estimación de cada campo p-GP-N se lleva a cabo suponiendo una distribución uniforme del parámetro generalizado, es decir, que la variable normalizada  $V$  es la PFCDF, e independencia estadística completa entre ambos

mecanismos de rotura permitiendo la estimación inicial de los parámetros del modelo [5,6]. Las Figs. 3a) y 3b) muestran, respectivamente, los campos p-GP-N obtenidos para roturas superficiales e internas, mientras que la Fig. 3 expone las correspondientes PFCDFs.

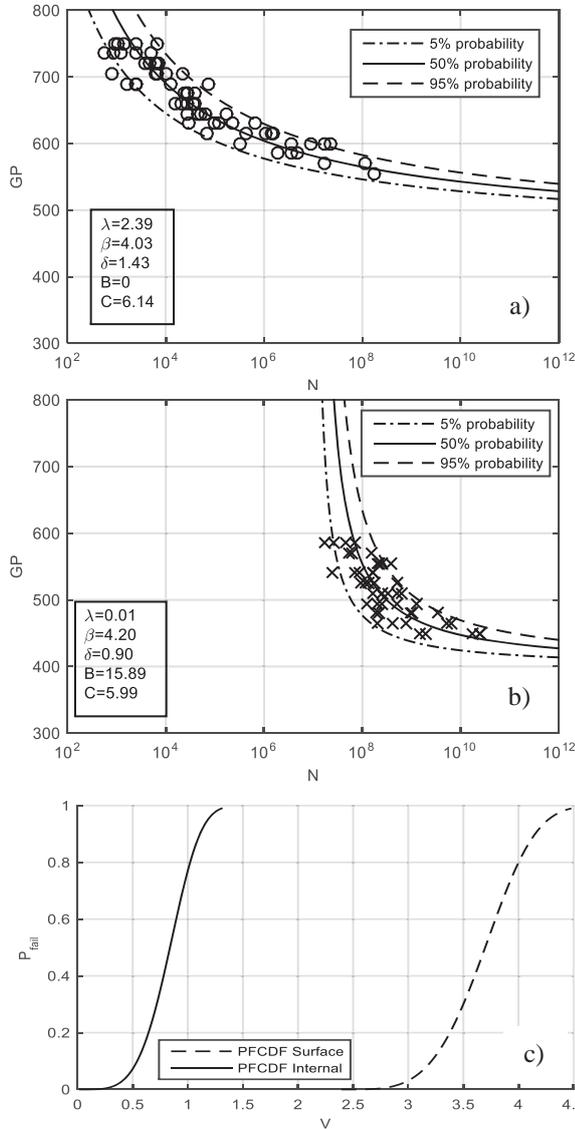


Figura 3. a) p-GP-N para mecanismo de superficie; b) p-GP-N para mecanismo interno; c) PFCDFs para ambos mecanismos basados en la variable normalizada V.

La interrelación potencial entre ambas fdds como resultados concurrentes procedentes de mecanismos de fatiga competitivos, resulta evidente. Sin embargo, la Fig. 3 presenta la superposición de ambas fdds en la que los mecanismos de fatiga en competencia parece ser irrelevante, lo que prueba que valores bajos de V están relacionados con defectos internos mientras que valores altos de V están asociados a roturas superficiales. Esto ocurre porque la normalización a través de los

parámetros B y C no permite comparar ambas fdds empleando el parámetro V, debido a los diferentes valores de B y C obtenidos para ambas distribuciones. De aquí que la comparación debería hacerse entre el número de ciclos para un rango de tensiones específico.

Paso 3: Combinación de los dos campos p-GP-N

Finalmente, se lleva a cabo un cálculo probabilístico de la vida de fatiga predicha para el material estudiado para facilitar la estimación de vida de componentes en el dimensionamiento práctico, con independencia del mecanismo específico implicado.

Una vez estimadas las fdds definitivas para los dos campos p-GP-N normalizados, se calcula el campo probabilístico combinado p-GP-N. Suponiendo que la distribución de Weibull es aplicable a todos los mecanismos concurrentes que participan en el problema VHCF, la función de distribución de vida para un valor de GP dado debido al origen genérico "i" se expresa como:

$$G_i(N;GP) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{(\log N - B_i)(\log GP - C_i) - \lambda_i}{\delta_i} \right)^{\beta_i} \right] \quad (5)$$

La fdd para una vida N, es decir, la fdd que representa la vida más corta previsible para un GP dado cuando actúan todas las causas concurrentes, resulta ser:

$$G_i(N;GP) = 1 - (1 - G_1(N;GP))(1 - G_2(N;GP)) \dots (1 - G_n(N;GP)) \\ = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - G_i(N;GP)) \quad (6)$$

Sustituyendo la Eq. (5) en la Eq. (6) se obtiene

$$G_i(N;GP) = 1 - \prod_{i=1}^n \exp \left[ - \left( \frac{(\log N - B_i)(\log GP - C_i) - \lambda_i}{\delta_i} \right)^{\beta_i} \right] \\ = 1 - \exp \left[ \sum_{i=1}^n - \left( \frac{(\log N - B_i)(\log GP - C_i) - \lambda_i}{\delta_i} \right)^{\beta_i} \right] \quad (7)$$

que, particularizada para el caso n=2, como corresponde a los dos mecanismos de rotura de fatiga actuantes en el presente problema, conduce al siguiente campo p-GP-N:

$$G_i(N;GP) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{(\log N - B_1)(\log GP - C_1) - \lambda_1}{\delta_1} \right)^{\beta_1} \right] \\ \exp \left[ - \left( \frac{(\log N - B_2)(\log GP - C_2) - \lambda_2}{\delta_2} \right)^{\beta_2} \right] \quad (8)$$

Aplicando la ecuación (8) a las dos distribuciones de Weibull obtenidas en la presente evaluación VHCF, resulta el campo probabilístico p-GP-N mostrado en la Fig. 4a), mientras en la Fig. 4b) se expone una

comparación entre los campos  $p$ -GP- $N$  de partida, generado por simulación de resultados, y el campo  $p$ -GP- $N$  final ajustado, aplicando la metodología propuesta.

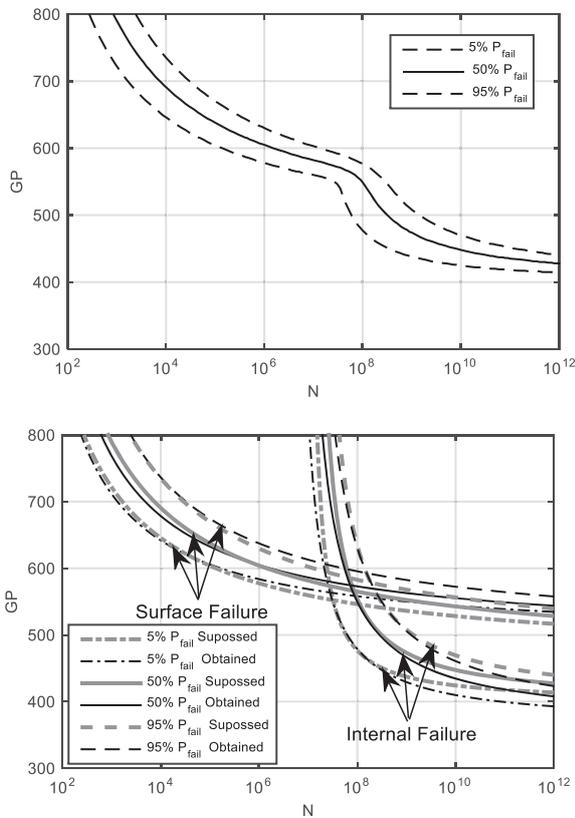


Figura 4. a) Campos combinados  $p$ -GP- $N$  para ambos mecanismos de rotura, interno y superficial; b) Comparación entre  $p$ -GP- $N$  de partida y ajustado.

**4. EJEMPLO DE APLICACIÓN A DATOS EXTERNOS**

Con el fin de demostrar la adecuación de la metodología propuesta para evaluar resultados de VHCF, se aplica ésta a un programa experimental externo del conjunto de datos NIMS 98, del que se seleccionan los resultados de ensayos de una aleación de titanio Ti-6Al-4V [10], ya aplicados en otros modelos [11].

**4.1 Propiedades del material y resultados experimentales**

La composición química y las propiedades mecánicas del material utilizado se recogen en las tablas 1 y 2, respectivamente.

Tabla 1. Composición química del material Ti-6Al-4V (en % de peso)

|      |      |      |      |        |        |      |
|------|------|------|------|--------|--------|------|
| Al   | V    | Fe   | C    | N      | H      | O    |
| 6.24 | 4.29 | 0.22 | 0.11 | 0.0044 | 0.0038 | 0.18 |

Tabla 2. Propiedades en tracción del material Ti-6Al-4V.

|                  |                  |                    |                 |
|------------------|------------------|--------------------|-----------------|
| $R_{p0.2}$ [MPa] | $\sigma_u$ [MPa] | Alargamiento A (%) | Estricción Z(%) |
| 1086             | 1170             | 17                 | 43              |

Tabla 3. Resultados experimentales de los ensayos con la aleación de titanio 6Al-4V [10]

| Frecuencia | Nº de ensayo | Nº de ciclos | Rango de tensión | Tipo de rotura |
|------------|--------------|--------------|------------------|----------------|
| 120Hz      | 1            | 4,40E+04     | 740              | s              |
| 120Hz      | 2            | 6,50E+04     | 740              | s              |
| 120Hz      | 3            | 7,40E+04     | 720              | s              |
| 120Hz      | 4            | 5,80E+04     | 720              | s              |
| 120Hz      | 5            | 2,00E+06     | 700              | s              |
| 120Hz      | 6            | 1,38E+05     | 700              | s              |
| 120Hz      | 7            | 1,78E+05     | 680              | s              |
| 120Hz      | 8            | 6,55E+06     | 680              | s              |
| 120Hz      | 9            | 1,80E+07     | 660              | i              |
| 120Hz      | 10           | 2,09E+07     | 660              | i              |
| 120Hz      | 11           | 2,31E+07     | 640              | i              |
| 120Hz      | 12           | 1,90E+07     | 640              | i              |
| 120Hz      | 14           | 5,14E+07     | 630              | i              |
| 120Hz      | 15           | 3,70E+07     | 630              | i              |
| 20KHz      | 1            | 1,90E+05     | 720              | s              |
| 20KHz      | 2            | 2,40E+05     | 720              | s              |
| 20KHz      | 3            | 3,40E+05     | 700              | s              |
| 20KHz      | 4            | 7,80E+05     | 700              | s              |
| 20KHz      | 5            | 3,09E+05     | 680              | s              |
| 20KHz      | 6            | 6,00E+05     | 680              | s              |
| 20KHz      | 7            | 5,50E+06     | 680              | s              |
| 20KHz      | 8            | 8,50E+05     | 660              | s              |
| 20KHz      | 9            | 2,10E+06     | 660              | s              |
| 20KHz      | 10           | 1,50E+07     | 660              | i              |
| 20KHz      | 11           | 1,60E+07     | 640              | i              |
| 20KHz      | 12           | 3,00E+07     | 640              | i              |
| 20KHz      | 13           | 3,95E+07     | 640              | i              |
| 20KHz      | 14           | 4,40E+07     | 620              | i              |
| 20KHz      | 15           | 6,40E+07     | 620              | i              |
| 20KHz      | 16           | 4,43E+07     | 600              | i              |
| 20KHz      | 17           | 9,88E+07     | 600              | i              |
| 20KHz      | 18           | 7,21E+07     | 580              | i              |
| 20KHz      | 19           | 1,10E+08     | 580              | i              |
| 20KHz      | 20           | 5,61E+07     | 560              | i              |
| 20KHz      | 21           | 1,10E+08     | 560              | i              |
| 20KHz      | 22           | 2,50E+08     | 560              | i              |
| 20KHz      | 23           | 9,40E+07     | 540              | i              |
| 20KHz      | 24           | 1,94E+08     | 540              | i              |
| 20KHz      | 25           | 3,50E+08     | 540              | i              |
| 20KHz      | 26           | 4,40E+08     | 540              | i              |
| 20KHz      | 27           | 2,78E+08     | 530              | i              |
| 20KHz      | 28           | 5,60E+08     | 530              | i              |
| 20KHz      | 30           | 1,80E+09     | 520              | i              |

En la tabla 3 se muestra el número de ciclos hasta rotura, el rango de tensiones y el tipo de fallo que resulta en cada ensayo (ver fig. 8). Se recogen también las frecuencias aplicadas durante el programa experimental, aunque no se apreció influencia alguna sobre los resultados [10]. La geometría y principales dimensiones de las probetas ensayadas se exponen en la fig. 9. A continuación, se deduce la distribución estadística de la vida de transición (desde HCF a VHCF) y finalmente, se presentan los resultados de la evaluación.

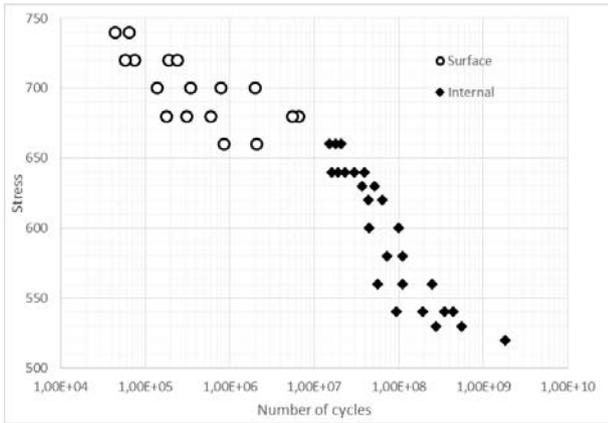


Figura 8. Resultados experimentales utilizados en el presente ejemplo [10].

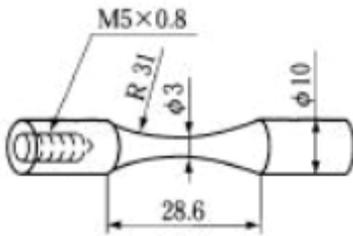


Figura 9. Geometría y medida de las probetas empleadas en [10].

#### 4.2 Evaluación probabilística de los resultados experimentales

En primer lugar, se definen por separado los campos p-S-N, correspondientes a los resultados de las roturas debidas a defectos superficiales y a defectos interiores con ayuda del programa ProFatigue [9] suponiendo independencia estadística completa entre ambos casos.

En segundo lugar, se superponen los campos p-S-N y las fdds estimadas en una única gráfica, con objeto de evaluar la posible interacción existente entre ambas. Como se puede observar en la fig. 10, solo existe una pequeña zona en la que se presentan ambos tipos de fallo, de lo que cabe concluir que el mecanismo de rotura interior ha sido promovido artificialmente, mientras que se ha inhibido el mecanismo de rotura superficial antagonista, lo que demuestra que este caso

no es asimilable a un problema de datos confundidos.

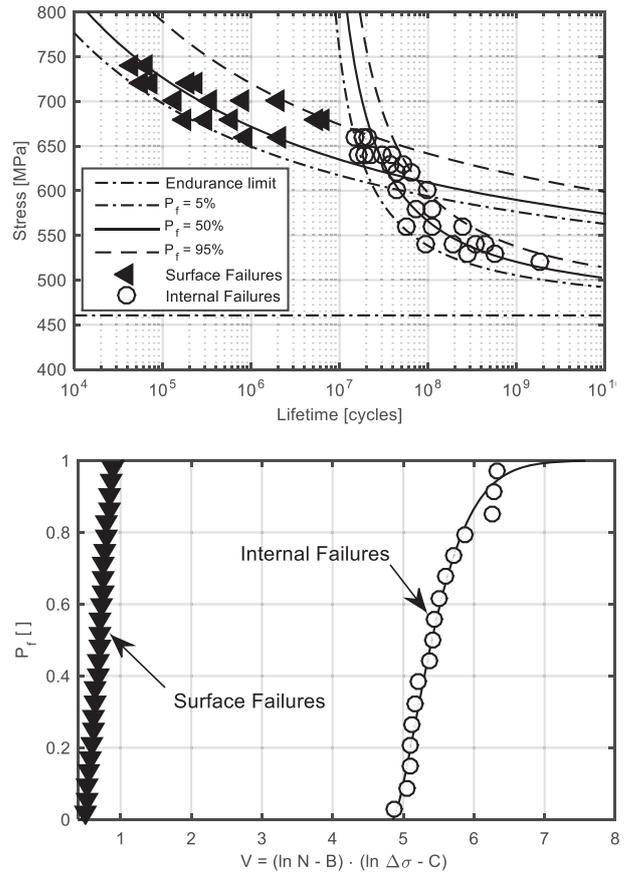


Figura 10. Campo p-S-N y función de distribución conjunta para ambos tipos de rotura.

Finalmente, se procede a la definición del campo conjunto p-GP-N, ver fig. 11, que puede ser utilizada como base para la predicción probabilística de la vida de fatiga de componentes fabricados con el material estudiado, con independencia del particular tipo de mecanismo de rotura implicado. El campo S-N puede ser definido convenientemente para la consideración de cualquier curva percentil que sea requerida.

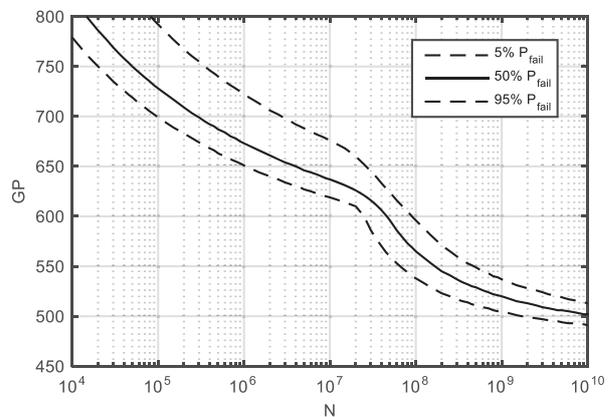


Figura 11. Campo p-GP-N conjunto para la aleación de titanio Ti-6Al-4V en las zonas HCF y VHCF.

## 5. DISCUSIÓN

La aplicación del modelo de Weibull [7] para la evaluación del campo S-N en el caso de resultados de VHCF, demuestra que se satisfacen los requisitos exigibles para una evaluación correcta, en particular en lo concerniente a la existencia de un límite de fatiga asintótico y a la normalización del campo S-N, permitiendo así una definición probabilística del campo S-N mediante una única función de distribución. Esto implica la selección del adecuado parámetro de referencia en fatiga, que en este caso se supone representado por el rango de tensión, lo que, en general, no tiene que cumplirse necesariamente.

El modelo permite garantizar la condición de transferibilidad de las propiedades de fatiga determinadas en laboratorio para cualquier tipo de ensayo y tamaño y forma de probeta al dimensionamiento de cualquier componente mecánico o elemento estructural. Ello se debe al hecho de que los dos efectos de tamaño, de área y de volumen, asociados a las roturas de origen superficial o interior, se pueden aplicar de manera independiente, teniendo en cuenta la distribución de defectos externos o interiores del componente, respectivamente.

## 6. ESTRATEGIA DE ENSAYOS

El modelo propuesto permite aplicar la estrategia de ensayo, ya desarrollada para el caso del modelo básico de regresión de Weibull [7], dando respuesta a las particularidades específicas presentes en la evaluación de resultados de VHCF. Como resultado de la información aportada por el modelo y de las ventajas de la evaluación estadística en línea, aplicable durante el ensayo, es posible reducir el número de ensayos requerido en el programa experimental y asegurar una mayor fiabilidad, como consecuencia de la sinergia alcanzada entre la planificación de ensayos y evaluación de los resultados.

La estrategia comprende los siguientes pasos:

1. Se procede a una rápida definición del campo S-N para el mecanismo superficial 1 (el de vida más corta) aplicando la estrategia de planificación de ensayos en línea, basada en la metodología en cascada, tal como se recomienda en [7]. De este modo, se estima el límite de endurancia, es decir del límite de fatiga para un número infinito de ciclos, utilizando un número bajo de probetas. Normalmente, cinco probetas son suficientes. Cuando se presentan casos desfavorables de evaluación, el procedimiento en cascada permite detectar las insuficiencias puntuales sugiriendo añadir algún nuevo resultado para rangos de tensión determinados.

2. Como resultado de lo anterior, se define la región de intersección de los dos mecanismos como aquella que comprende los rangos de tensión localizados

inmediatamente por encima y por debajo del límite de fatiga del mecanismo 1. De este modo, se puede asegurar la presencia de roturas del mecanismo 2, por debajo del límite de fatiga del mecanismo 1 para un número de ciclos conveniente.

3. La repetición de la misma metodología aplicada al mecanismo 1, permite la definición del campo S-N del mecanismo 2, incluyendo la estimación del límite de fatiga.

4. Una vez alcanzada esta situación, se procede a ejecutar ensayos adicionales estratégicamente dirigidos a incrementar la fiabilidad de la evaluación aplicando la metodología de cascada, con el fin de validar ambos límites de fatiga y los parámetros del modelo, es decir, para lograr la definición probabilística de los campos S-N de ambos mecanismos.

5. Hasta este momento, no se ha supuesto interacción estadística entre ambas distribuciones estadísticas de las muestras. Sin embargo, es posible prever especulativamente una estimación mejorada, teniendo en cuenta la información recíproca que proporcionan las roturas de los mecanismos antagonistas u oponentes recurriendo a la teoría de datos confundidos y a la propiedad normalizadora del modelo de Weibull propuesto.

6. Finalmente, se facilita una representación probabilística de la vida en fatiga predicha para el material bajo estudio, como resultado de la potencial intervención de ambos mecanismos de rotura, para su uso en el dimensionamiento práctico de componentes.

## 7. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se derivan de este trabajo son las siguientes:

- Una extensión del modelo de regresión de Weibull, propuesto por Castillo-Canteli, para la evaluación del campo S-N en el caso de resultados de VHCF con presencia de dos únicos mecanismos de rotura (por defectos superficiales y por inclusiones internas) es posible.

- Ello implica la definición inicial de los dos campos S-N independientes mediante los correspondientes parámetros del modelo con ayuda del programa ProFatigue y una satisfactoria definición probabilística del campo S-N conjunto unificado.

- Se presupone la independencia física entre ambos en lo concerniente a nucleación de grieta y subsiguiente crecimiento y fractura

- La validez del modelo se comprueba con su aplicación a los resultados de un programa experimental ajeno, demostrando una considerable mejora con respecto a

otros modelos propuestos. Un ejemplo adicional de simulación corrobora también la fiabilidad del modelo.

- Una extensión del modelo sería teóricamente necesaria para proceder mediante iteración a evaluación más avanzada de los resultados aplicando la técnica estadística de datos confundidos. Sin embargo, a pesar de la propiedad de normalización del modelo, que permite fundir ambos campos S-N en una única función de distribución, quedan por resolver algunas cuestiones teóricas.

- La utilidad del modelo se refuerza con la propuesta de una estrategia de ensayos para optimizar la planificación del programa experimental.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo prestado a través de las Ayudas Predoctorales del Programa Severo Ochoa recibidas por el Gobierno Regional del Principado de Asturias.

### REFERENCIAS

[1] Pyttel B., Schwerdt D., Berger C. Very high cycle fatigue – is there a fatigue limit? *Int. J. of Fatigue*, 33, 49-58, 2011.

[2] Schwerdt D., Pyttel B., Berger C. Fatigue strength and failure mechanism for the aluminum wrought alloy EN AW 6056 in the VHCF-region and influence of notches and compressive residual stresses. *Procedia Engineering*, 2, 1505-1514, 2010.

[3] Przybilla C., Fernández Canteli A., Castillo E. Maximum likelihood estimation for the three-parameter Weibull cdf of strength in presence of concurrent flaw populations. *Journal of European Ceramic Society*, 33, 1721-1727, 2013.

[4] Muñoz-Calvente M., Fernández Canteli A., Shlyannikov V., Castillo E. Probabilistic Weibull methodology for fracture prediction of brittle and ductile materials. *Appl. Mech. Mater.*, 784, 443-451, 2015.

[5] Muñoz-Calvente M. The generalized local model: A methodology for probabilistic assessment of fracture under different failure criteria, Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo, 2017.

[6] Muñoz-Calvente M., de Jesus A.P.O., Correia J.A.F.O., Shlyannikov V., Fernández-Canteli A. Transferability of standard fatigue results to a reliable design of real components. *ICEM 17*, July 3-7, Rhodes, 2016.

[7] Castillo E., Fernández-Canteli A. A unified statistical methodology for modeling fatigue damage.

Springer, 2009.

[8] Correia J.A.F.O. Probabilistic approach for the fatigue behaviour modelling of structural components Ph.D. Thesis, University of Porto, 2015.

[9] Fernández Canteli A., Przybilla C., Nogal M., López Aenlle M., Castillo E. ProFatigue: A software program for probabilistic assessment of experimental fatigue data sets. *Procedia Engineering*, 74, 236-241, 17th ICMFM, Verbania, Italy, 25-27 May 2014.

[10] NIMS Fatigue Data Sheet No. 98, Data sheet on giga-cycle fatigue properties of Ti-6Al-4V (1100 MPa class) titanium alloy, National Institute for Materials Science, Tokyo, 2005.

[11] Paolino D.S., Tridello A., Geng H.S., Chiandussi G., Rossetto M. (2015) Duplex S-N fatigue curves: statistical distribution of the transition fatigue life. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 30, 4217-423.