LA PROYECCIÓN MERCATORIANA OBLICUA

Antonio Díaz Hernández[1], Juan José Achútegui Rodríguez y Máximo Azofra Colina.
Univesidad de Cantabria

ABSTRACT

This paper considers the possibility of using in the Electronic Chart the Oblique Mercator Projection, little used until now. We reach the conclusion that this projection can be used to represent the earth's surface in a more realistic way without significantly altering the conformability of the projection. The advent of more powerful computers which make it possible to perform complex graphic calculations allow this type of projection to be used.

Key words: Oblique Mercator Projection, Electronic Charts, ECDIS.

NUEVAS APLICACIONES DE LA PROYECCIÓN MERCATORIANA OBLICUA

En la proyección Mercatoriana oblicua el cilindro se hace tangente a lo largo de un círculo máximo, que pasa a ser el "**ecuador ficticio**" y por tanto una línea "**automecoica**", representándose por tanto en la carta con una longitud idéntica a la que tiene en la realidad.

Existen dos puntos de la superficie terrestre que los denominaremos "Polos ficticios", que no tendrán representación en la carta, por equidistar de cualquier punto del ecuador ficticio 90 grados.

En la figura 1 se aprecia la esfera terrestre donde se representan los meridianos y paralelos separados 30 grados, el ecuador se representa mediante la línea qq', y el cículo máximo sobre el que tangentea el cilindro viene representado mediante una línea gruesa, los puntos N y V, coinciden con un nodo (N) y uno de los vértices (V). El eje del cilindro tiene una inclinación respecto a la línea de lo polos igual a la latitud del vértice V, es decir igual a la constante del círculo máximo β.

El punto Pf representa el Polo Ficticio de la proyección, cuyas coordenadas corresponden con las de un punto que dista 90º de cualquier punto del círculo máximo, sus coordenadas se calculan fácilmente partiendo de la latitud del vértice, es decir:

Latitud del Polo Ficticio = $90 - \beta$
Longitud del Polo ficticio$=\alpha+90$ = Longitud del vértice ± 180

[1] Dpto. de Ciencias y Técnicas de la Navegación y de la Construcción Naval. Escuela Superior de la Marina Civil.- Universidad de Cantabria. Calle Germán Gamazo 1, 39005. Santander. España. E-mail: diaza@unican.es

Por tratarse del polo de la proyección no tiene representación, es decir la visual desde el centro de la tierra hasta el Pf coincide con el eje del cilindro.

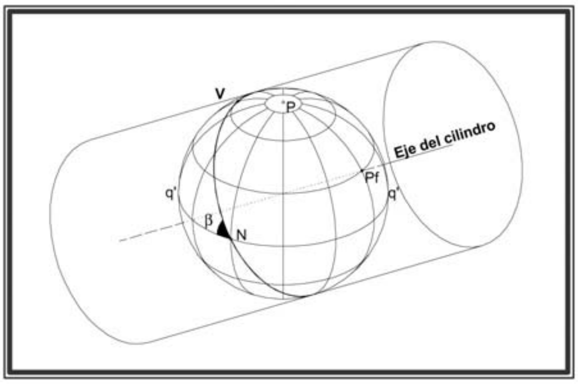

Fig. 2

En la figura nº 2, sobre la esfera terrestre, mediante líneas de trazo discontinuo se representan los paralelos y meridiaos con una separación de 30º; en trazo continuo, también sobre la esfera, se representan los meridiano ficticios y sobre el cilindro, en trazo continuo, las generatrices, corresponden con las proyecciones de los meridianos ficticios sobre el cilindro. El círculo, en trazo continuos, La-La' representa el círculo máximo sobre el que es tangente el cilindro, es decir la "línea automecóica" de la proyección, línea sobre la que los meridianos ficticios son perpendiculares, tanto en la esfera como en la proyección.

Dado un punto S de latitud y Longitud conocidos interesa determinar la latitud ficticia y Longitud ficticia, entendiendo por latitud ficticia el arco de meridiano ficticio ente la línea automecóica y el punto y por Longitud ficticia el arco de línea automecóica ente el meridiano ficticio origen y el meridiano ficticio de S.

Para determinar un sistema de referencia y con el fin de simplificar el cálculo daremos como meridiano ficticio de referencia al meridiano ficticio que pasa por el vértice de la línea automecóica; es decir el punto V de la figura 1.

En la figura número 3 está dibujada una esfera en donde S es el punto de latitud y Longitud conocidas, La-La' es la línea automecóica, P es el polo terrestre, Pf el polo ficticio de la proyección, el triángulo relleno está formado por tres círculos máximo coincidiendo Pf-P con la colatitud del polo ficticio igual a β (de la línea automecóica), Pf-S colatitud ficticia de S, y P-S colatitud de S. El punto V, intersección de la línea automecóica y el meridiano de Pf, es el origen de coordenadas de la proyección, el problema lo resolveremos calculando el lado Pf-S.

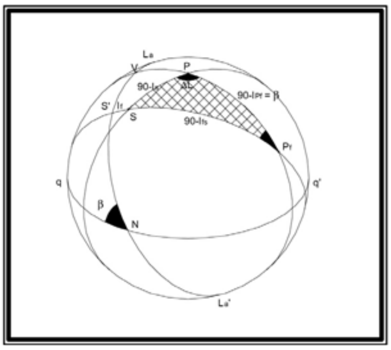

Fig. 2

Si aplicamos la fórmula trigonométrica del coseno:

$$\cos(90-l_f)=\operatorname{sen} l_f=\cos\beta\,\operatorname{sen} l_s+\operatorname{sen}\beta\cos l_s\cos\Delta L\;.\;.\;.\;1$$

Donde ΔL es la diferencia en longitud entre el meridiano del Polo ficticio y el punto S.

Una vez calculada la latitud ficticia hallaremos la latitud aumentada de esa latitud ficticia, mediante la fórmula las partes meridionales, determinando con ello la distancia que en la carta separa la línea automecóica con la representación de S, es decir el valor Y de un sistema de coordenadas cartesianas.

Para el cálculo de la coordenada X de la proyección será preciso calcular el arco VS', cuyo valor es igual al ángulo de triángulo en Pf.

Para ello aplicando la fórmula de la cotangente:

$$\cot(90 - l_s)\,\mathrm{sen}\, l_{Pf} = \cos l_{Pf}\, \cos \Delta L + \mathrm{sen}\, \Delta L \cot P_f$$

Sustituyendo sus valores:

$$\mathrm{tg}\, l_S \times \mathrm{sen}\, \beta = \cos \beta \times \cos \Delta L + \mathrm{sen}\, \Delta L \times \cot Pf$$

Despejando cot Pf:

$$\cot P_f = \mathrm{tg}\ l_s\ \mathrm{seno}\ \beta\ \mathrm{cosec}\ \Delta L - \cos \beta\ \mathrm{cotg}\ \Delta L \quad \ldots\ldots\ldots 2$$

Que es la longitud ficticia del punto S; en definitiva las coordenadas sobre la carta Mercatoriana oblicua, expresadas en millas serán:

X = Pf (determinado en minutos de arco)

$$Y = \frac{360 \times 60}{2 \times \pi} \times Ln(10) \times \log\left[\mathrm{tg}\frac{\pi}{4} + \frac{l_f}{2}\right]$$

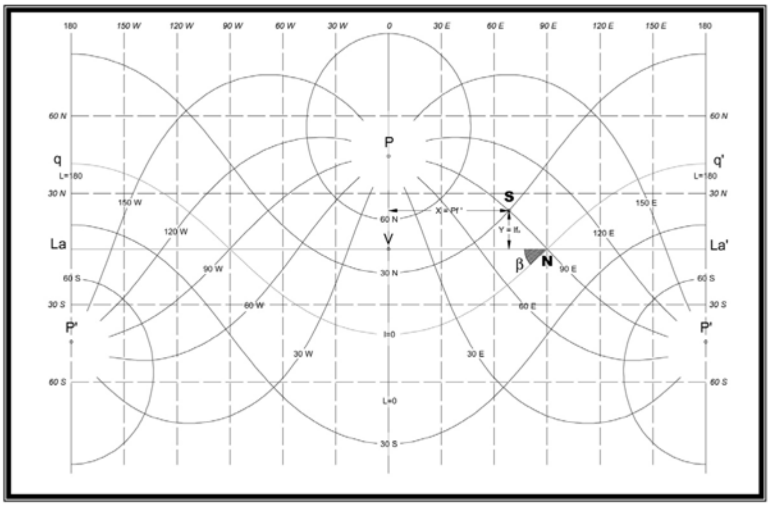

Fig. 4

En la figura número 4 se ha representado un mapamundi en proyección mercatoriana oblicua, la línea recta La-La' representa el círculo máximo sobre el que se hace tangente el cilindro, la línea q-q' es el ecuador terrestre. Los meridianos se representan con una separación de 30 grados y los paralelos también con 30 grados de separación Los puntos P y P' representan los polos terrestres, los polos ficticias lógicamente no tienen representación.

Las coordenadas de un punto S en un sistema de coordenada cartesianas, que tienen su origen en el punto V, vértice del círculo máximo tangente al cilindro, vienen determinadas por las fórmulas anteriormente expuestas y se representan en la figura por las acotaciones del punto S.

Las líneas de rayas corresponden a los meridianos y paralelos ficticios, separados también 30 grados.

Interesa ahora calcular el ángulo que en un punto de latitud y Longitud conocidas forman los meridianos ficticios y los meridianos geográficos. Para ello apoyándonos en la figura número 3, todo se reduce a calcular el valor del ángulo S en el triángulo P Pf S.

Utilizando la fórmula del coseno:

$$\cos\beta = \operatorname{sen} l_S \times \operatorname{sen} l_{fS} + \cos l_S \times \cos l_{fS} \times \cos S$$

Despejando:

$$\cos S = \frac{\cos\beta - \operatorname{sen} l_S \times \operatorname{sen} l_{fS}}{\cos l_S \times \cos l_{fS}}$$

Si hacemos $l_{fS}=0$, la fórmula anterior se transforma en: $\cos S = \frac{\cos\beta}{\cos l_S}$ que para el caso de ser $\beta = l_S$ resulta que el ángulo S es igual a 0, lo que supone que en la figura 4, en el punto V, el ángulo formado por los meridianos ficticios con los meridianos geográficos es igual a cero.

Si consiguiéramos una carta mercatoriana oblicua con la posibilidad de establecer la posición del observador precisamente en un punto coincidente con el vértice del círculo máximo automecóico de la proyección podríamos tener una representación real de la superficie terrestre, sin que exista una distorsión apreciable.

Naturalmente en una carta de papel esto es posible únicamente en un punto fijo, pero imposible para poder dotar a un barco en movimiento; en este caso deberíamos ir constantemente dibujando una nueva carta a medida que avanza el buque.

En la figura número cinco se representan los meridianos y paralelos, separados cada 15 minutos de arco, en proyección Mercatoriana Oblicua, correspondiendo el centro de la proyección, marcado con un punto V de latitud 51º-30,0 N y Longitud 0, el vértice del círculo automecóico, estando éste representado mediante una línea de puntos.

Aparentemente la figura tiene la misma forma que la proyección Mercatoriana ecuatorial, sin embargo hay que hacer notar que en esta figura se representan los meridianos y paralelos con una distorsión mínima, señalando las separaciones que realmente tienen en la tierra.

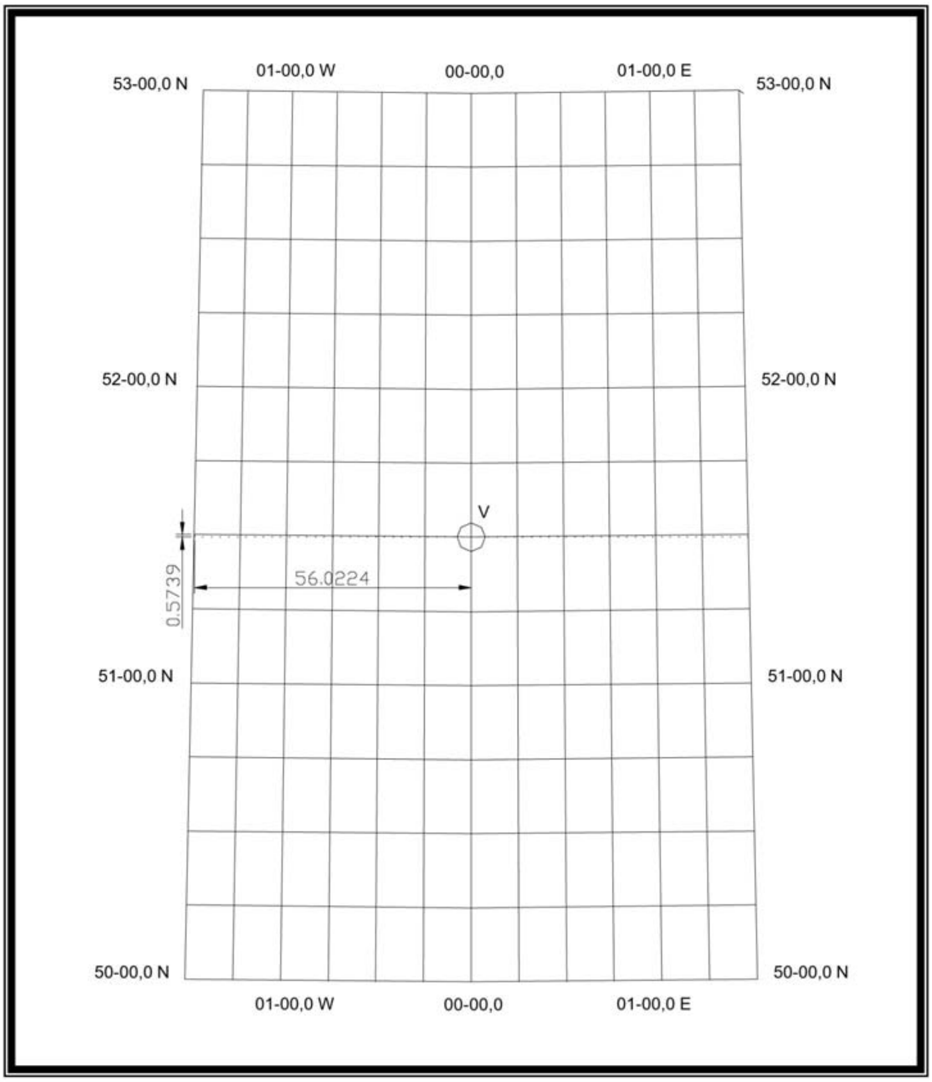

Fig. 5

Como se puede apreciar, la separación en el punto V entre el círculo automecoico y el paralelo geográfico es nula en el punto V y despreciable en sus proximidades, alcanzando el valor de 0,5739 millas a una distancia de 56,02 millas del punto V. Como ha quedado demostrado la separación entre el meridiano geográfico y la línea perpendicular al círculo automecóico es nula en toda su extensión.

CONCLUSIONES

Actualmente, y aprovechando las ventajas que nos brinda la informática, es posible trabajar con este tipo de proyección. Necesitamos un ordenador con una capacidad de refresco de pantalla suficiente para que a medida que avanza el buque vaya sustituyendo la carta por otra carta en proyección Mercatoriana Oblicua con vértice en la situación del buque, de esta forma tendremos en todo momento al buque situado sobre un meridiano ficticio que se confunde con el meridiano geográfico, la escala de las distancias será homogénea y tendrá un valor exacto a su valor sobre la tierra, y tanto los meridianos y paralelos se representarán con una separación idéntica a la que tienen en la tierra y en definitiva la distorsión en la situación del buque es nula y despreciable en sus proximidades.

Con los actuales avances tanto en materia informática como en la velocidad y precisión del cálculo de la situación del buque las posibilidades que este tipo de proyección aportan en la configuración de la carta electrónica abren un amplio margen para una concepción nueva de la misma.

BIBLIOGRAFÍA

Joly, F. (1988): La cartografía, Ed. Oikostau, S.A-, Barcelona
Martín Asín, F. (1983): Geodesia y cartografía matemática, Paraninfo, Madrid.