

# Análisis de la distorsión de intermodulación en Amplificadores/Mezcladores FET usando estadísticos de orden superior

R. Peña

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones  
Universidad de Cantabria  
e-mail : roberto.pena@unican.es

J. A. García

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones  
Universidad de Cantabria  
e-mail : joseangel.garcia@unican.es

**Abstract-** In this paper, a simplified memoryless FET model is used to relate the output power spectral density function (PSD) to the excitation statistics, when the device is employed either in a small-signal amplifier or gate mixer. General closed form expressions are obtained for narrowband modulated signals (Gaussian or not). Furthermore, simulation and measurement results are presented with the aim of highlighting the differences in IMD behaviour when signals with different statistics are handled, or different working conditions are established.

## I. INTRODUCCIÓN

El estudio y la comprensión del comportamiento no lineal de los dispositivos de RF/microondas ha cobrado una gran relevancia en los últimos tiempos a raíz del importante desarrollo experimentado por los sistemas de radiocomunicaciones actuales. La distorsión de intermodulación (IMD) presente en cualquier elemento no lineal provoca la degradación de la relación señal a ruido (SNR) y genera interferencias con los canales adyacentes. Este tipo de fenómenos podrían ser controlados en el proceso de diseño si se dispusiera de un modelado preciso y de expresiones explícitas para su predicción.

Recientemente, se han publicado varios trabajos intentando describir el comportamiento de estos fenómenos no lineales, sin embargo, la gran mayoría de dichos estudios están basados en modelos de señal simplificados o distribuciones de probabilidad Gaussianas [1], mientras que, en la práctica, los sistemas modernos trabajan a menudo con señales de muy diversas distribuciones estadísticas [2].

La introducción de los estadísticos de orden superior en el análisis del comportamiento no lineal se propone como solución a los problemas que surgen al considerar como Gaussianas aquellas señales que no lo son en realidad [3].

En este artículo, se presenta un análisis de la distorsión de intermodulación en dispositivos FET válido para todo tipo de excitación de banda estrecha, y se obtienen expresiones cerradas para el cálculo del espectro de salida (PSD) en amplificadores/mezcladores a partir de los estadísticos de la señal de entrada. Además, este análisis se combina con los resultados de la caracterización experimental de un pHEMT NE3210s01 de NEC facilitando el estudio del comportamiento no lineal de pequeña señal bajo distintas condiciones de trabajo.

## II. DISTORSIÓN DE INTERMODULACIÓN DE PEQUEÑA SEÑAL EN AMPLIFICADORES FET

### A. Expresiones de Autocorrelación y Densidad Espectral de Potencia a la Salida

Para obtener una relación directa entre los momentos de la señal de salida del amplificador  $i_{ds}(t)$  y los estadísticos de su excitación  $v_{in}(t)$  se asumen señales reales de banda estrecha, con media nula y distribución estacionaria. Si además se establece una frecuencia de funcionamiento muy por debajo del límite de operación del dispositivo, los elementos reactivos del mismo pueden ser despreciados sin problemas, asumiendo así un circuito equivalente simplificado puramente resistivo. De este modo, los coeficientes del desarrollo en serie de Taylor de  $i_{ds}(v_{in})$  que determinan el comportamiento no lineal del transistor pueden considerarse independientes de la frecuencia [4].

$$i_{ds}(t) = G_1 v_{in}(t) + G_2 v_{in}^2(t) + G_3 v_{in}^3(t) \quad (1)$$

Las herramientas utilizadas en el cálculo de las funciones de autocorrelación y PSD a la salida del amplificador son los cumulantes, que se relacionan con los momentos de la señal mediante la fórmula de Leonov-Shiryaev [5].

A pesar de que los cumulantes son, en general, funciones multidimensionales, solo ciertos cortes unidimensionales de los mismos, así como sus respectivas transformadas, aportan información realmente útil para la predicción de la distorsión de intermodulación. Por ejemplo, si se toma el cumulante de orden 4º de un proceso estocástico no Gaussiano  $\{X(t)\}$ , es posible definir los siguientes cortes unidimensionales con sus correspondientes espectros:

$$c_{4x}(\tau, \tau, \tau) = \text{cum}\{x(t), x(t+\tau), x(t+\tau), x(t+\tau)\} = c_{4x}(0, 0, \tau) \\ c_{4x}(0, \tau, \tau) = \text{cum}\{x(t), x(t), x(t+\tau), x(t+\tau)\} \quad (2)$$

$$c_{4x}(\tau, \tau, \tau) \xrightarrow{\text{Fourier}} S_{4x}(\omega, \omega, \omega) = S_{13x}(\omega) \\ c_{4x}(0, \tau, \tau) \xrightarrow{\text{Fourier}} S_{4x}(0, \omega, \omega) = S_{22x}(\omega) \quad (3)$$

De esta forma, es posible obtener la autocorrelación de la señal de salida, así como su densidad espectral de potencia, en función de los cumulantes de segundo, cuarto y sexto orden, como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}
R_{i_{ds}i_{ds}}(\tau) &= R_{i_{ds}1i_{ds}1}(\tau) + R_{i_{ds}2i_{ds}2}(\tau) + 2R_{i_{ds}1i_{ds}3}(\tau) + R_{i_{ds}3i_{ds}3}(\tau) \\
&= G_1^2 R_{v_{in}v_{in}}(\tau) + G_2^2 R_{v_{in}^2v_{in}^2}(\tau) + 2G_1G_3 R_{v_{in}v_{in}^3}(\tau) + G_3^2 R_{v_{in}^3v_{in}^3}(\tau) \\
&= G_1^2 c_{2v_{in}}(\tau) \\
&\quad + G_2^2 [c_{4v_{in}}(0, \tau, \tau) + \sigma_{v_{in}}^4 + 2c_{2v_{in}}^2(\tau)] \\
&\quad + 2G_1G_3 [c_{4v_{in}}(\tau, \tau, \tau) + 3\sigma_{v_{in}}^2 c_{2v_{in}}(\tau)] \\
&\quad + G_3^2 [c_{6v_{in}}(0, 0, \tau, \tau, \tau) + 6\sigma_{v_{in}}^2 c_{4v_{in}}(\tau, \tau, \tau) \\
&\quad\quad + 9c_{2v_{in}}(\tau)c_{4v_{in}}(0, \tau, \tau) + 9\sigma_{v_{in}}^4 c_{2v_{in}}(\tau) + 6c_{2v_{in}}^3(\tau)]
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
S_{i_{ds}i_{ds}}(\omega) &= \left. \begin{aligned} &[G_1^2 + 6G_1G_3\sigma_{v_{in}}^2 + 9G_3^2\sigma_{v_{in}}^4] S_{11v_{in}}(\omega) \\ &+ [2G_1G_3 + 6G_3^2\sigma_{v_{in}}^2] S_{13v_{in}}(\omega) \\ &+ G_2^2\sigma_{v_{in}}^4 \delta(\omega) \end{aligned} \right\} \text{Canal Deseado} \\
&\quad + \left. \begin{aligned} &G_2^2 [S_{22v_{in}}(\omega) + 2S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega)] \\ &+ G_3^2 [S_{33v_{in}}(\omega) + 9S_{11v_{in}}(\omega) * S_{22v_{in}}(\omega) \\ &\quad + 6S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega)] \end{aligned} \right\} \text{Banda Base y 2ª Banda} \\
&\quad \left. \begin{aligned} &+ G_3^2 [S_{33v_{in}}(\omega) + 9S_{11v_{in}}(\omega) * S_{22v_{in}}(\omega) \\ &\quad + 6S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega)] \end{aligned} \right\} \text{Spectral Regrowth y 3ª Banda}
\end{aligned} \tag{5}$$

Particularizando estas expresiones generales para el caso en que todos los cumulantes de orden superior a dos son nulos, se obtienen las ecuaciones ya conocidas para distribuciones gaussianas [6], como cabía esperar.

### B. Simulaciones y Análisis del Comportamiento no Lineal

En vista de las ecuaciones obtenidas, sería razonable pensar que señales con distinta función densidad de probabilidad (fdp), o con la misma fdp pero distintos estadísticos de orden superior, pudieran presentar un comportamiento de intermodulación diferente bajo determinadas condiciones de trabajo.

Con el fin de verificar esta hipótesis, se seleccionan dos señales de excitación con densidades espectrales de potencia muy similares, pero diferentes distribuciones probabilísticas; una Gaussiana (NBG) y una señal modulada QPSK, cuyas funciones densidad de probabilidad se muestran en la Fig. 1. Además, se lleva a cabo el proceso de extracción de derivadas, descrito por Maas & Crosmun en [7], para un pHEMT NE3210s01 de NEC, (Fig. 2).

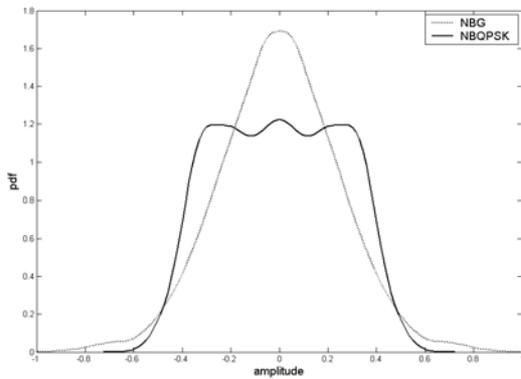


Fig. 1. Estimación de fdp para ambas señales de excitación.

A partir de estos datos, se simula el comportamiento no lineal del dispositivo bajo diferentes condiciones de trabajo, variando la polarización de puerta desde la zona de corte hasta la conducción de la unión y seleccionando una tensión de drenador en la región de saturación ( $V_{DS}=3V$ ). Seguidamente, se describen algunas de estas simulaciones correspondientes a los puntos más representativos.

El primer caso seleccionado ( $V_{GS}=-0.56V$ ), sitúa al dispositivo en un modo de operación clase-C, con una baja transconductancia y un máximo de  $G_3$ . Los resultados de esta simulación se muestran en la Fig. 3a, donde se observa un importante *spectral-regrowth*, fruto del elevado valor de la tercera derivada. Además, el reducido nivel de  $G_1$  permite apreciar diferencias en la distorsión correlada con la señal, y consecuentemente, en la estimación de la expansión de ganancia para ambas distribuciones.

Para la siguiente simulación, se selecciona el punto de máxima transconductancia en la región de saturación del transistor ( $V_{GS}=-0.06V$ ). En este caso, también se observa un apreciable ensanchamiento de la señal debido al efecto de  $G_3$ , sin embargo, las diferencias en la distorsión correlada para ambas señales no son ahora apreciables ya que el máximo de  $G_1$  enmascara por completo la contribución de tercer orden en la banda del canal (Fig. 3b).

Finalmente, se fija  $V_{GS}=0.24V$  con el fin de estudiar el comportamiento del dispositivo para ambas distribuciones en un punto de trabajo de tercera derivada nula. Como era previsible, en estas condiciones el *spectral-regrowth* desaparece casi por completo en ambos casos (Fig. 3c).

En vista de los resultados obtenidos, se demuestra la influencia de la distribución estadística de la excitación en el comportamiento no lineal del amplificador. Asimismo, se observa como en todos los casos la distribución Gaussiana es la que produce un mayor ensanchamiento espectral de la señal. Por lo tanto, se puede concluir que la frecuentemente asumida aproximación de una señal real con modulación digital cualquiera por una distribución de tipo Gaussiano puede traducirse en una estimación errónea de la relación de potencia de canal adyacente (ACPR) [2].

Observando el comportamiento global de los fenómenos de intermodulación estudiados en este trabajo, es fácil apreciar las similitudes existentes con los resultados extraídos del test para dos tonos [6], como era de esperar para un dispositivo en régimen de pequeña señal.

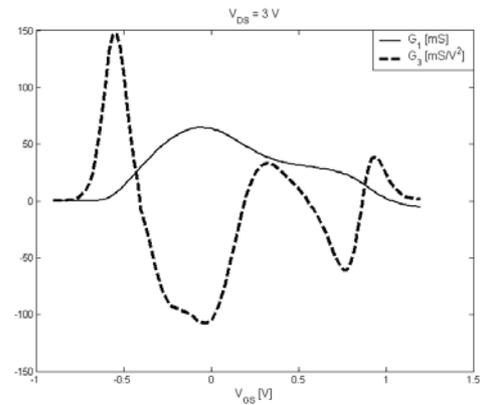


Fig. 2. Derivadas extraídas de un NE3210s01 cargado con 50Ω.

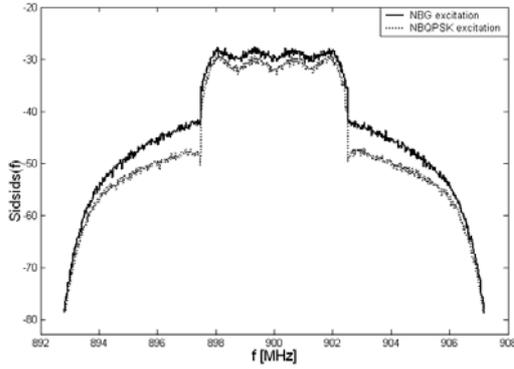


Fig. 3a. Densidad espectral de potencia de salida en banda ( $V_{GS} = -0.56V$ ).

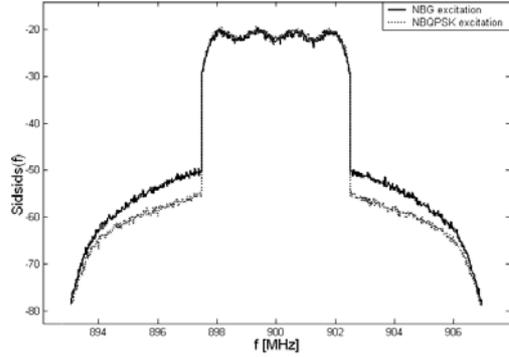


Fig. 3b. Densidad espectral de potencia de salida en banda ( $V_{GS} = -0.06V$ ).

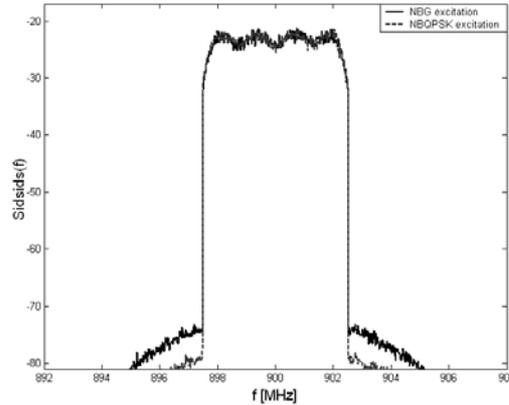


Fig. 3c. Densidad espectral de potencia de salida en banda ( $V_{GS} = 0.24V$ ).

### III. COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE PEQUEÑA SEÑAL EN MEZCLADORES POR PUERTA ACTIVA

#### A. Expresiones con Coeficientes Variantes en el Tiempo

En mezcladores por puerta activa, tanto la señal de RF como la de LO, son aplicadas a través del terminal de puerta. La oscilación de esta última establece un punto de trabajo variante con el tiempo, y por tanto,  $G_1(t)$ ,  $G_2(t)$  y  $G_3(t)$  dejan de ser constantes para convertirse en señales periódicas.

Teniendo en cuenta esta diferencia principal con el caso del amplificador, es posible realizar un desarrollo análogo que permita obtener las expresiones para la predicción de los momentos estadísticos de la señal a la salida del mezclador.

Asumiendo una excitación  $v_{in}(t)$  compuesta por dos señales independientes (RF y LO), y aplicando diversas propiedades de los cumulantes [5], se obtiene la autocorrelación de salida en función de los estadísticos de la entrada y de los coeficientes variantes en el tiempo.

$$\begin{aligned}
 R_{i_{ds}i_{ds}}(\tau) &= R_{G_1 v_{in} G_1 v_{in}}(\tau) + R_{G_2 v_{in}^2 G_2 v_{in}^2}(\tau) \\
 &+ 2R_{G_1 v_{in} G_3 v_{in}^3}(\tau) + R_{G_3 v_{in}^3 G_3 v_{in}^3}(\tau) \\
 &= R_{G_1 G_1}(\tau) R_{v_{in} v_{in}}(\tau) + R_{G_2 G_2}(\tau) R_{v_{in}^2 v_{in}^2}(\tau) \\
 &+ 2R_{G_1 G_3}(\tau) R_{v_{in} v_{in}^3}(\tau) + R_{G_3 G_3}(\tau) R_{v_{in}^3 v_{in}^3}(\tau) \\
 &= c_{2G_1}(\tau) c_{2v_{in}}(\tau) \\
 &+ c_{2G_2}(\tau) [c_{4v_{in}}(0, \tau, \tau) + \sigma_{v_{in}}^4 + 2c_{2v_{in}}^2(\tau)] \\
 &+ 2c_{G_1 G_3}(\tau) [c_{4v_{in}}(\tau, \tau, \tau) + 3\sigma_{v_{in}}^2 c_{2v_{in}}(\tau)] \\
 &+ c_{2G_3}(\tau) [c_{6v_{in}}(0, 0, \tau, \tau, \tau) + 6\sigma_{v_{in}}^2 c_{4v_{in}}(\tau, \tau, \tau) \\
 &+ 9c_{2v_{in}}(\tau) c_{4v_{in}}(0, \tau, \tau) \\
 &+ 9\sigma_{v_{in}}^4 c_{2v_{in}}(\tau) + 6c_{2v_{in}}^3(\tau)] \quad (6)
 \end{aligned}$$

Expandiendo las derivadas en series de Fourier,

$$G_n(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} G_n^i \cdot e^{j(i\omega_{LO}t)} \quad (7)$$

donde  $n$  denota el orden de la derivada mientras que  $i$  indica el número de armónico, y seleccionando el área de interés para un mezclador trabajando como *downconverter* (Fig. 4), se obtiene la función PSD a la salida del mezclador.

$$\begin{aligned}
 S_{i_{ds}i_{ds}}(\omega) &= |G_1^1|^2 [S_{11v_{in}}(\omega - \omega_{LO})] \\
 \omega_{IF} &\left\{ \begin{aligned} &+ 2|G_1^1 G_3^1| [S_{13v_{in}}(\omega - \omega_{LO}) + 3\sigma_{v_{in}}^2 S_{11v_{in}}(\omega - \omega_{LO})] \\ &+ |G_3^1|^2 [S_{33v_{in}}(\omega - \omega_{LO}) + 6\sigma_{v_{in}}^2 S_{13v_{in}}(\omega - \omega_{LO}) \\ &+ 9S_{11v_{in}}(\omega) * S_{22v_{in}}(\omega) * \delta(\omega - \omega_{LO}) \\ &+ 9\sigma_{v_{in}}^4 S_{11v_{in}}(\omega - \omega_{LO}) \\ &+ 6S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * \delta(\omega - \omega_{LO})] \end{aligned} \right. \\
 \text{B.B.} &\left\{ \begin{aligned} &+ |G_2^0|^2 [S_{22v_{in}}(\omega) + \sigma_{v_{in}}^4 \delta(\omega) + 2S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega)] \end{aligned} \right. \\
 2\omega_{IF} &\left\{ \begin{aligned} &+ |G_2^2|^2 [S_{22v_{in}}(\omega - 2\omega_{LO}) \\ &+ 2S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * \delta(\omega - 2\omega_{LO})] \end{aligned} \right. \\
 3\omega_{IF} &\left\{ \begin{aligned} &+ |G_3^3|^2 [S_{33v_{in}}(\omega - 3\omega_{LO}) \\ &+ 9S_{11v_{in}}(\omega) * S_{22v_{in}}(\omega) * \delta(\omega - 3\omega_{LO}) \\ &+ 6S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * S_{11v_{in}}(\omega) * \delta(\omega - 3\omega_{LO})] \end{aligned} \right. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Como se puede apreciar en la ecuación obtenida, cada término pertenece a una banda frecuencial determinada, y viene acompañado por un armónico distinto de la derivada correspondiente. Así, por ejemplo, la señal deseada en banda es una función de las componentes fundamentales de  $G_1(t)$  y  $G_3(t)$ , mientras que la distorsión de 3<sup>er</sup> orden centrada en  $3\omega_{IF}$  viene dada únicamente por el tercer armónico de  $G_3(t)$ .



Fig. 4. Espectro de potencia típico a la salida de un *downconverter*.

## B. Medida de Mezclador FET por Puerta Activa

Con el fin de corroborar la validez de las expresiones obtenidas, se realizan numerosas medidas sobre un mezclador basado en el dispositivo pHEMT caracterizado anteriormente. Para ello, se selecciona un punto de máxima ganancia de conversión,  $P_{LO} = -3\text{dBm}$ , y se aplica una señal digital modulada como excitación de RF. En estas circunstancias, es posible observar la variación de las derivadas a lo largo de la excursión de LO y extraer las formas de onda de sus respectivos armónicos (Fig. 5).

Dado de que los armónicos 1º y 3º de  $G_3(t)$  presentan una evolución muy diferente respecto a  $V_{GS}$ , y en vista de la ecuación (8), sería razonable esperar un comportamiento independiente de la distorsión de tercera banda ( $3\omega_{IF}$ ) y el *spectral-regrowth* de la señal de información ( $\omega_{IF}$ ).

Para confirmar esta suposición experimentalmente, se selecciona un punto de trabajo  $V_{GS} = -0.75\text{V}$  correspondiente al primer nulo de  $G_3(f_{LO})$ . Como se aprecia en la Fig. 6a, este nulo evita la aparición de *spectral-regrowth* en primera banda ( $\omega_{IF}$ ), mientras que en  $3\omega_{IF}$  sí se observa una importante distorsión de 3º orden generada por  $G_3(3f_{LO})$ .

Tomando ahora una polarización de  $V_{GS} = -0.55\text{V}$ , nos encontramos en el caso contrario. Es decir, el paso por cero del tercer armónico de  $G_3(t)$  hace desaparecer la distorsión en  $3\omega_{IF}$ , sin embargo, el valor no nulo de su componente fundamental provoca un apreciable ensanchamiento espectral del canal de información (Fig. 6b).

Finalmente, tomando  $V_{GS} = 0.01\text{V}$ , se estudia la respuesta del mezclador para un punto de trabajo con  $G_1(f_{LO}) = 0$ . Como era de esperar, la señal de interés desaparece por completo, quedando tan solo en  $\omega_{IF}$  la distorsión causada por el primer armónico de  $G_3(t)$ , como se muestra en Fig. 6c.

En vista de la concordancia existente entre los resultados experimentales y el comportamiento pronosticado, queda demostrada la validez del modelo propuesto.

## IV. CONCLUSIONES

En este artículo, se obtienen expresiones cerradas para el cálculo de las funciones de autocorrelación y densidad espectral de potencia a partir de la información estadística de la entrada, válidas para amplificadores y mezcladores basados en tecnología FET. Dichas expresiones son corroboradas mediante medidas y simulaciones, demostrando la influencia de los estadísticos de orden superior de la excitación sobre el comportamiento no lineal de pequeña señal de este tipo de dispositivos. Finalmente, el modelo propuesto es utilizado para analizar los diversos fenómenos de intermodulación observados en un dispositivo NE3210s01 de NEC bajo diferentes condiciones de trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] K. G. Gard, H. M. Gutierrez, and M. B. Steer "Characterization of Spectral Regrowth in Microwave Amplifiers Based on the Nonlinear Transformation of a Complex Gaussian Process," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 1059-1069, Jul. 1999.
- [2] V. Aparin, "Analysis of CDMA Signal Spectral Regrowth and Waveform Quality," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 49, pp. 2306-2314, Dec. 2001.
- [3] G. T. Zhou and J. S. Kenney, "Predicting Spectral Regrowth of Nonlinear Power Amplifiers," *IEEE Trans. Communications*, vol. 50, pp. 718-722, May 2002.
- [4] E. Malaver, J. A. García, A. Tazón and A. Mediavilla, "Using a Low-voltage Intermodulation Distortion Sweet-spot for Controlling Gain in HEMT Amplifiers," *Mic. Optical Tech. Lett.*, vol. 39, pp. 67-70, 2003.
- [5] C. L. Nikias, A. P. Petropulu, *Higher-Order Spectra Analysis: a nonlinear signal processing framework*, Prentice Hall Signal Processing Series, New Jersey, 1993.
- [6] J. C. Pedro and N. Carvalho, *Intermodulation Distortion in Microwave and Wireless Circuits*, Artech House, Norwood: MA, 2003.
- [7] S. A. Maas, and A. Crosmun, "Modeling the gate  $I/V$  characteristic of a GaAs MESFET for Volterra-series analysis," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 37, pp. 1134-1136, Jul. 1989.

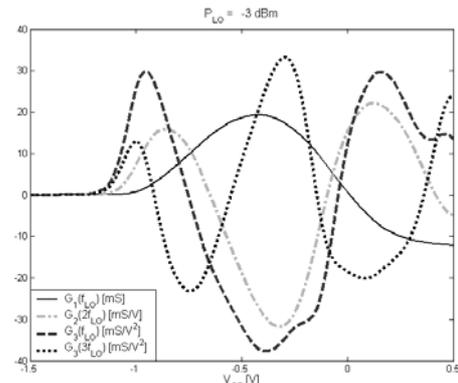


Fig. 5. Evolución de los armónicos de  $G_1(t)$ ,  $G_2(t)$  y  $G_3(t)$  para un NE3210s01 con  $P_{LO} = -3\text{dBm}$ .

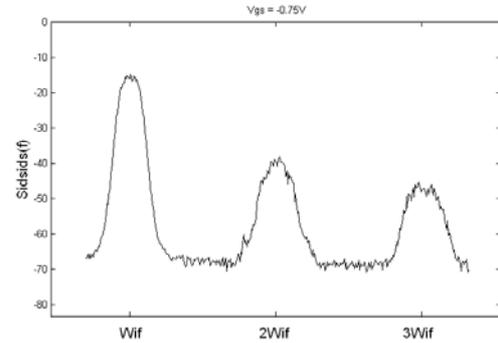


Fig. 6a. Medida del espectro de salida del mezclador ( $V_{GS} = -0.75\text{V}$ ).

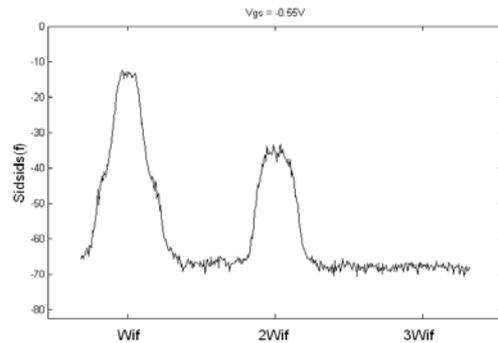


Fig. 6b. Medida del espectro de salida del mezclador ( $V_{GS} = -0.55\text{V}$ ).

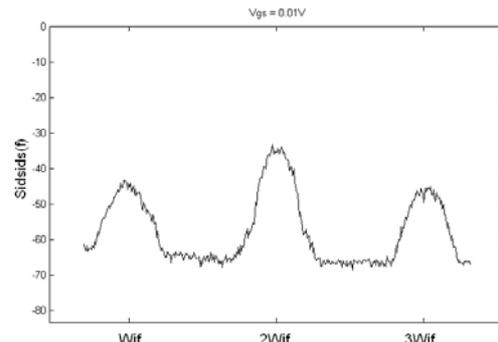


Fig. 6c. Medida del espectro de salida del mezclador ( $V_{GS} = 0.01\text{V}$ ).