

# Análisis teórico–experimental de medios quirales isótropos en guía rectangular

Álvaro Gómez <sup>(1)</sup>, Ismael Barba <sup>(1)</sup>, Ana C. L. Cabeceira <sup>(1)</sup>, José Represa <sup>(1)</sup>, Gregorio Molina-Cuberos <sup>(2)</sup>, M<sup>a</sup> José Nuñez <sup>(2)</sup>, José Margineda <sup>(2)</sup>, Ángel Vegas <sup>(3)</sup> y Miguel A. Solano <sup>(3)</sup>  
gomezal@ee.uva.es, ibarba@ee.uva.es, anacris@ee.uva.es, jrepresa@ee.uva.es, gregomc@um.es, jmargi@um.es, maripepa@um.es, vegasa@unican.es, solanom@unican.es.

<sup>(1)</sup> Dpto. de Electricidad y Electrónica. Universidad de Valladolid. P<sup>o</sup> Prado de la Magdalena s/n, 47011 Valladolid.

<sup>(2)</sup> Dpto. de Física. Universidad de Murcia. Campus Universitario de Espinardo, 30100 30071 Murcia

<sup>(3)</sup> Dpto. de Ing. de Comunicaciones. Universidad de Cantabria. Avda. de los Castros s/n, 39005 Santander.

**Abstract-** In this communication a description of the hybrid technique combining the coupled mode method (CMM) and the mode matching method (MMM) is presented. This numerical tool is suitable for the analysis of general 3D structures implemented in rectangular waveguide. Also, this formulation is independent of the number of discontinuities of the structure. As an example, the analysis of a 3D structure formed by the arrangement of a waveguide section filled with an isotropic chiral material and inserted between to empty waveguide sections is proposed. Finally, the structure has been implemented in a rectangular waveguide and comparisons between the theoretic and experimental results are established.

## I. INTRODUCCIÓN

Cuando se diseña un dispositivo de microondas es habitual tener que realizar una serie de modificaciones sobre la estructura que guía el campo electromagnético, lo que da lugar a la aparición de discontinuidades en la dirección de propagación [1]. La *matriz de scattering generalizada* (MSG) [2] es el concepto habitual utilizado para caracterizar dichas discontinuidades, siendo el método de adaptación modal (MAM) [3],[4] el método numérico que se emplea habitualmente para su obtención. El MAM es un método de momentos en el que las funciones base y test son los modos característicos de las guías que forman la discontinuidad y que pueden contener un material cualquiera. Este método, resulta ser muy útil en la caracterización de discontinuidades cuando el campo electromagnético en cada sección uniforme que constituye la discontinuidad se calcula mediante el método de modos acoplados (MMA), puesto que presenta una formulación especialmente simple, ya que las integrales dobles que dan los coeficientes del sistema lineal de ecuaciones a partir del cual se obtiene la MSG, se convierten en simples sumatorios de productos de las tensiones y corrientes de modo dadas por el MMA [4]. Si el medio de transmisión está formado por varias discontinuidades, la estrategia a seguir para caracterizarlo como un sistema completo consiste en calcular, mediante el MAM, la MSG de cada discontinuidad para, finalmente, enlazarlas en una única MSG que caracterice al sistema completo [1]. La formulación del MMA es suficientemente conocida tanto en su forma general [2], como en lo que se refiere a su formulación cuando el campo electromagnético proviene del empleo de formulaciones de tipo *EH* del método de modos acoplados [4], por lo que no se profundizará demasiado en su desarrollo.

En los siguientes apartados, se describirá brevemente la formulación *EH* del MMA para el análisis de guías de onda rectangulares uniformes llenas con un medio quiral isótropo. A continuación se escribirá de forma resumida la formulación del MAM para la obtención de la MSG de una discontinuidad individual formada por dos secciones de guía de onda rectangular caracterizadas mediante el MMA y por discontinuidades enlazadas. Por último se presentarán resultados teóricos y experimentales de los parámetros de scattering de diversas estructuras en guía rectangular conteniendo un medio quiral isótropo.

## II. TEORÍA

### A. Método de modos acoplados

El método de modos acoplados (MMA) es un método semi-analítico muy versátil que consiste en expresar el campo electromagnético de los modos característicos de una guía llena, (los llamamos modos propios), a partir del campo electromagnético de los modos de la guía vacía (los llamamos modos base), de la siguiente manera

$$\vec{E}_t = \sum_i V_i \vec{e}_t, \quad (1)$$

$$\vec{H}_t = \sum_i I_i \vec{h}_t, \quad (2)$$

$$E_z = \sum_i V_i^z e_{z_i}, \quad (3)$$

$$H_z = \sum_i I_i^z h_{z_i}, \quad (4)$$

siendo  $\vec{e}_t, \vec{h}_t$  los campos tangenciales de la guía vacía,  $e_{z_i}$  y  $h_{z_i}$  los campos longitudinales, y  $V, V^z, I$  e  $I^z$  los coeficientes de los diferentes desarrollos en serie. Básicamente, el procedimiento a seguir consiste en introducir los desarrollos (1)-(4) en las ecuaciones de Maxwell y en aplicar el método de Galerkin. Por otro lado, las características electromagnéticas del medio en el interior de la guía (en este caso en medio isótropo quiral) se tienen en cuenta a través de las relaciones de constitución. De las diferentes relaciones que se pueden usar, nosotros hemos optado por las que se conocen con el nombre de *relaciones básicas* [5],

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} - j\kappa \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \vec{H}, \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} + j\kappa \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \vec{E}. \quad (6)$$

Siguiendo el proceso mostrado en [6] se llega a un sistema de valores propios denominado *ecuaciones del Telegrafista Generalizadas*, de la forma

$$\{Z - \gamma_i U\} [V_i, I_i] = 0, \quad (7)$$

donde  $Z$  es la matriz de un sistema de ecuaciones diferenciales y  $U$  es la matriz identidad. La solución de (7) da como resultado las constantes de propagación de los modos propios de la guía ( $\gamma_i$ ) y los coeficientes buscados de los desarrollos ( $V_i, I_i$ ). El desarrollo detallado del MMA se puede ver más detalladamente en [6], [7].

*B. Método de adaptación modal*

Consideremos una discontinuidad contenida en un plano transversal, que situaremos en  $z = 0$ , formada por dos secciones de guía de onda rectangular que contienen medios de diferentes características eléctricas (diferentes valores de los parámetros constitutivos) y/o geométricas (Fig. 1). Esencialmente, el método de adaptación modal consiste en expresar las componentes transversales del campo electromagnético a cada lado de la discontinuidad como una combinación lineal de los modos propios de cada guía para, a continuación, aplicar las condiciones de continuidad de las componentes transversales del campo eléctrico y del campo magnético en la interfase. De esta forma, se encuentran dos ecuaciones funcionales que ligan los coeficientes de reflexión y transmisión de cada modo propio, por cada lado de la discontinuidad. Utilizando el método de Galerkin el sistema de ecuaciones funcionales se convierte en un sistema lineal de ecuaciones con coeficientes complejos, cuya resolución proporciona la MSG de la discontinuidad.

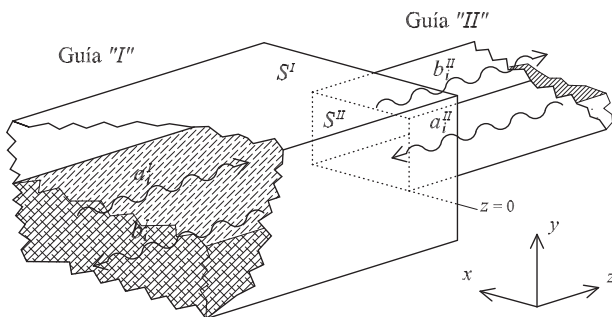


Fig. 1: Esquema de la discontinuidad formada por dos secciones de guía de onda diferentes.  $S_I$  y  $S_{II}$  son, respectivamente, las superficies transversales de las guías I y II.

Cuando la estructura está compuesta por varias discontinuidades, el procedimiento que hay que seguir para obtener la MSG global, consiste en obtener la MSG de dos discontinuidades adyacentes y enlazarlas de tal forma que se obtenga la MSG que caracteriza a ambas. A continuación se calcula la MSG de la siguiente discontinuidad adyacente y se enlaza con la MSG que caracteriza a las discontinuidades anteriores. En la Fig. 2 se muestra un esquema de cómo obtener la MSG de un sistema formado por varias

discontinuidades. El proceso completo se puede ver en detalle en [4].

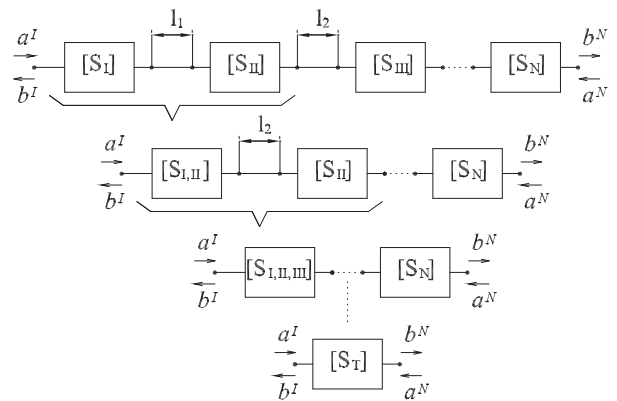


Fig. 2: Resolución iterativa del enlace de matrices de scattering generalizadas.

III. MEDIDAS

Se han realizado medidas de los parámetros  $S$  de estructuras con varias discontinuidades quirral-dieléctrico según se indica en la Fig. 3. Las muestras preparadas se han obtenido a partir de las que se utilizaron para caracterización, y cuya fabricación fue descrita en [8], cortando “pastillas” de dimensiones adecuadas a la guía. Disponiendo las pastillas de distinta forma se pueden obtener distintas estructuras. Por ejemplo, intercalando pastillas de quirral con pastillas de dieléctrico se obtienen estructuras como la mostrada en la Fig. 3. Otra alternativa es disponer una o varias pastillas juntas de quirral obteniendo así una discontinuidad aire-quirral-aire de distinta longitud de quirral. Las medidas de los parámetros  $S$  han sido realizadas mediante la técnica usual con analizador vectorial de redes con calibración TRL.

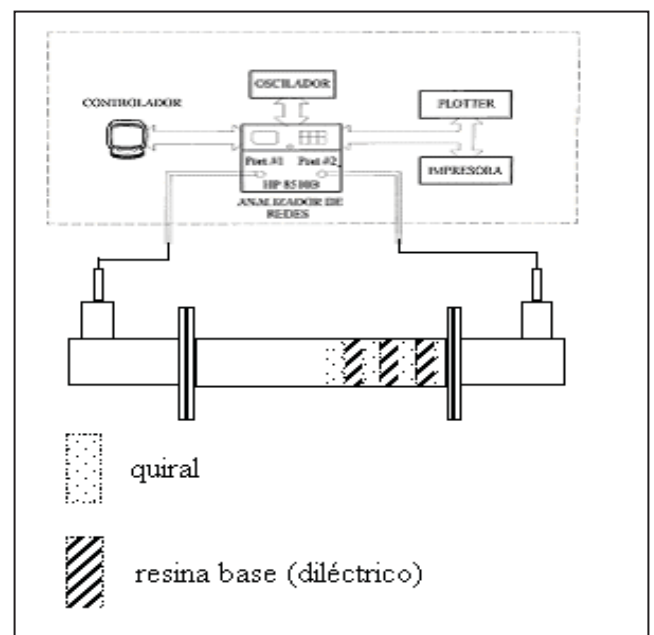


Fig. 3: Dispositivo para la medida de los parámetros  $S$  de discontinuidades

Los parámetros característicos del quiral, permitividad, permeabilidad y quiralidad fueron medidos mediante una técnica de onda libre descrita en [8] y cuyo esquema repetimos en la Figura 4. Los detalles del sistema experimental, así como del proceso de fabricación de las muestras se pueden encontrar en [8].

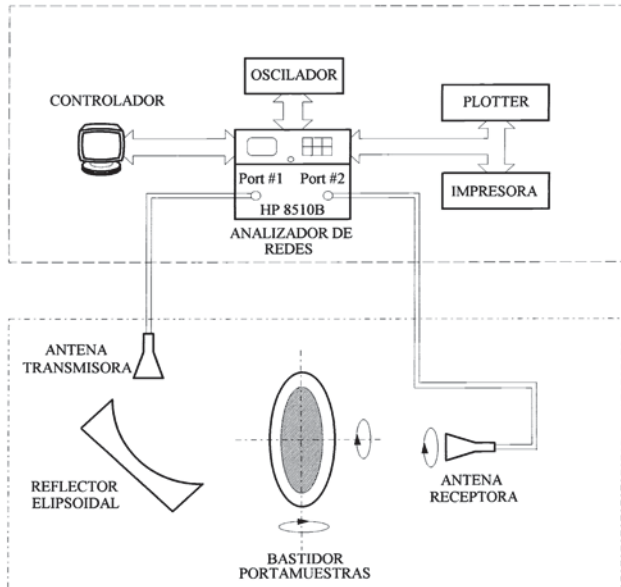


Fig. 4. Sistema experimental para la caracterización de los quirales en medio libre

IV. RESULTADOS

Con la herramienta híbrida presentada MMA-MAM se puede caracterizar mediante la MSG cualquier estructura bi-isótropa 3D contenida en guía de onda rectangular independientemente del número de discontinuidades que presente (ya sean debidas a los diferentes materiales o a las distintas geometrías de las guías). Entre las distintas estructuras estudiadas vamos a mostrar como ejemplo, una estructura como la de la Fig. 5 compuesta por una sección de guía vacía, una sección de guía llena de un medio quiral isótropo, y una tercera sección de guía vacía. Los resultados teóricos se comparan con los obtenidos experimentalmente en el laboratorio.

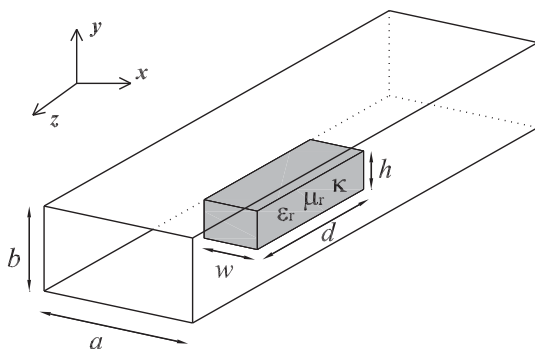


Fig. 5: Esquema de la estructura 3D formada por una sección de guía de onda rectangular llena de un medio quiral isótropo insertada entre dos secciones de guía de onda rectangular vacías.

En la Fig. 6 se muestran resultados teóricos, obtenidos mediante la técnica híbrida MMA-MAM, y experimentales para la variación del módulo de los parámetros  $S_{11}$  y  $S_{21}$  de la MSG en función de la frecuencia, correspondientes a la estructura de la Fig. 5, con el quiral llenando totalmente la guía. Los resultados teóricos se han obtenido utilizando los parámetros constitutivos extraídos de las Figs. 5–7 de [8] a la frecuencia de 10 GHz, y suponiéndolos constantes en la banda 8–12 GHz.

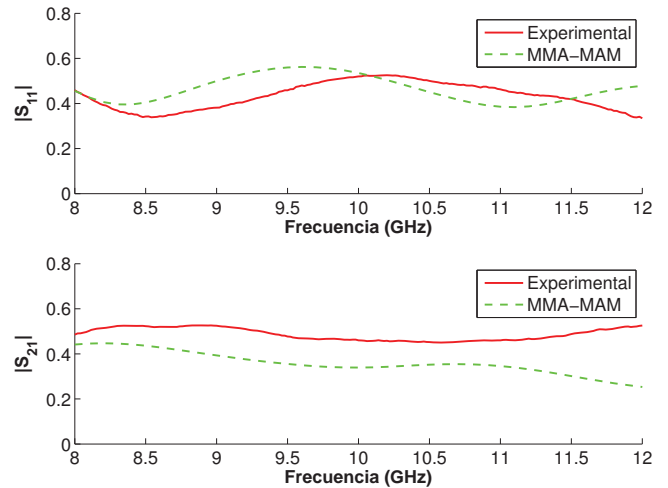


Fig. 6: Variación del módulo de  $S_{11}$  y  $S_{21}$  con la frecuencia para la estructura de la Fig. 3. Datos en mm:  $a \times b = w \times h = 22.86 \times 10.16$ ,  $d = 22$ ,  $f = 10$  GHz,  $\epsilon_r = 3.9 - j0.55$ ,  $\mu_r = 0.805 - j0.001$  y  $\kappa = -0.248 - j0.005$ . Número de modos base = 130.

Examinando la Fig. 6 vemos que los resultados teóricos son similares a las medidas, pero con ligeras diferencias en toda la banda de frecuencias. Más allá de los errores de medida intrínsecos y de que el método teórico empleado es aproximado, existe una razón esencial para la discrepancia entre la teoría y las medidas: la caracterización de los parámetros se ha realizado en espacio libre y al estar dentro de la guía las propiedades electromagnéticas pueden haber variado ligeramente, ya que al ser la muestra mucho menor su homogeneidad no está tan asegurada como en el caso de una muestra grande, y la caracterización de sus parámetros constitutivos puede no ser tan adecuada. Otro factor que puede influir proviene del hecho de que las muestras quirales introducidas en la guía se han elaborado cortando las muestras iniciales, y algunos de los cortes han dejado muelles al aire que estarán en contacto con las paredes de la guía de onda.

Por último, se ha realizado una pequeña optimización de los parámetros constitutivos de la muestra quiral para intentar conseguir una mejor concordancia entre la teoría y la medida. Para  $\epsilon_r = 3.8 - j0.22$ ,  $\mu_r = 0.8 - j0.04$  y  $\kappa = 0.2 - j0.01$  (Fig. 7), se consigue la mejor concordancia entre la curva teórica y la experimental.

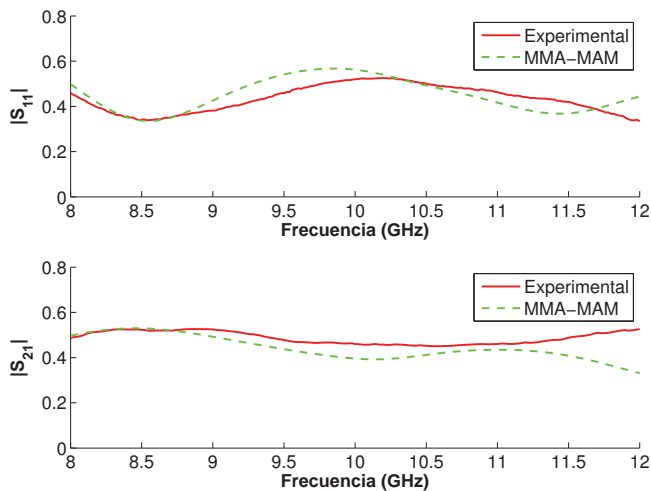


Fig. 7: Variación del módulo de  $S_{11}$  y  $S_{21}$  con la frecuencia para la estructura de la Fig. 5. Datos en mm:  $a \times b = w \times h = 22.86 \times 10.16$ ,  $d = 22$ ,  $\epsilon_r = 3.8 - j0.22$ ,  $\mu_r = 0.8 - j0.04$  y  $\kappa = 0.2 - j0.01$ . Número de modos base = 130.

## V. CONCLUSIONES

En esta comunicación se ha descrito brevemente la herramienta numérica MMA-MAM que sirve para analizar estructuras 3D en guía rectangular con independencia del número de discontinuidades que presenten a lo largo de la dirección de propagación del campo electromagnético. Como ejemplo se ha analizado una estructura real y se han comparado los resultados teóricos con medidas, previa caracterización y optimización de los valores de los parámetros constitutivos del material. Los resultados experimentales validan el análisis teórico.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Dirección General de Investigación del MEC a través de los proyectos TIC-2003-09677-C03-01, TIC-2003-09677-C03-02 y TIC-2003-09677-C03-03.

## REFERENCIAS

- [1] F. Arndt, A. Frye, M. Wellnitz y R. Wirsing: "Double Dielectric Slab Filled Waveguide Phase Shifter", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 33, no. 5, pp. 373–381, Mayo 1985.
- [2] J. Uher, F. Arndt y J. Bornemann: "Field Theory Design of Ferrite Loaded Waveguide Nonreciprocal Phase Shifters with Multisection Ferrite Or Dielectric Slab Impedance Transformers", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 35, no. 6, pp. 552–560, Junio 1987.
- [3] A. Wexler: "Solution of Waveguide Discontinuities by Modal Analysis", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 15, no. 9, pp. 508–517, Septiembre 1967.
- [4] M.A. Solano, A. Vegas y A. Prieto: "Numerical analysis of discontinuities in a rectangular waveguide loaded with isotropic or anisotropic obstacles by means of the coupled mode method and the mode matching method", International J. Num. Modelling, vol. 7, pp. 433–452, 1995.
- [5] A. H. Sihvola y I.V. Lindel: "Biisotropic constitutive relations", Microwave Opt. Technol. Lett., vol. 4, no. 8, pp.295–297, Julio 1991.
- [6] Á. Gómez, A. Vegas and M.A. Solano: "On two different formulations of the coupled mode method: application to 3D rectangular chirowaveguides," *Int J Electron Commun*, Aceptado para publicación, abril 2006.

- [7] A. Gómez: "Nuevas formulaciones del método de modos acoplados aplicadas al estudio de la propagación electromagnética en medios bi-isótropos contenidos en guía de onda rectangular", *Tesis Doctoral*, Universidad de Cantabria, Santander, 2005.
- [8] G. J. Molina-Cuberos, J. Margineda y M. J. Nuñez: "Caracterización electromagnética de medios quirales artificiales mediante técnica de onda libre", Cd de actas, XX Simposium Nacional URSI, Gandía 2005