

UDC 621.85.01

<https://doi.org/10.15407/mining11.04.104>

НОВОЕ УРАВНЕНИЕ ТРЕНИЯ ГИБКИХ ТЕЛ И ОБЩИЙ ЗАКОН О ТРЕНИИ В ЭКСПЛУАТАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН С ГИБКИМ ТЯГОВЫМ ОРГАНОМ

Н. Лубенец^{1*}¹Кафедра транспортных систем и технологий, Национальный горный университет, Днепр, Украина*Ответственный автор: e-mail lubenets_tatyana@ukr.net, тел. +380501858540

FRICION OF FLEXIBLE FRICTION EFFECT AND GENERAL LAW ON FRICTION IN OPERATION OF TRANSPORT MACHINES WITH FLEXIBLE TIE BODY

M. Lubenets^{1*}¹Transport Systems and Technologies Department, National Mining University, Dnipro, Ukraine*Corresponding author: e-mail lubenets_tatyana@ukr.net, tel. +380501858540

ABSTRACT

Purpose. The justification of the new equation of friction of flexible bodies, which confirm the concepts of friction of bodies during operation of transport machines with flexible tie body.

Methods. A comparison of the known concepts of the friction of bodies, the influencing factors, and the solutions of the Euler problem of the sliding of a flexible body along a fixed block.

Findings. The general factors of friction of inflexible bodies are established – frictional force and normal reaction between bodies, which are linearly connected, and a new equation of friction of flexible bodies is justified.

Originality. For the first time it is established that the new equation of friction of flexible bodies:

- includes the frictional force and the normal reaction between the bodies, which are linearly connected;
- corresponds to the equilibrium conditions of the mechanical system;
- coincides with the law of friction of bodies of Coulomb, which is common.

Practical implications. New scientific knowledge widens the idea of the friction of bodies. They contribute to a deeper understanding of the physics of the process and the accuracy of conducting research, determine the development of technology and perfection of transport vehicles with a flexible body, increase their efficiency and operation safety.

Keywords: conveyor, conveyor belt, tension, diagram, friction, block, equilibrium conditions, centrifugal forces

1. ВВЕДЕНИЕ

Законы естествознания лежат в основе развития нашей цивилизации, открытие которых является конечной задачей и уникальным событием науки. Они способствуют повышению уровня образования и научных исследований, развитию и совершенствованию техники, технологии производства, а также повышению его эффективности.

В настоящее время на горных предприятиях для транспортирования грузов широко используются стационарные транспортные машины с гибким тяговым органом (гибким телом). К ним относятся ленточные конвейеры, шахтные напочвенные дороги и подъемные машины, подвесные дороги и др. (Barabady & Kumar, 2008; Karliński, Rusiński, & Smolnicki, 2008; Singhal, 2014). Проектирование и эффективная эксплуатация указанных машин преду-

сматривает определение и прогнозирование их тяговой способности и обоснование рациональных режимов эксплуатации.

Тяговая способность машин реализуется трением гибкого тела о приводной блок машины за счет его прижатия под действием усилий натяжения (Wang, 2004; He, 2016). Определение и прогнозирование силы тяги машин осуществляются в соответствии с действующим законом трения гибких тел – уравнением трения гибких тел Эйлера по усилию натяжения гибкого тела на одном из контактов с приводным блоком (Guran, Pfeiffer, & Popp, 2001; Askari, Flores, Dabirrahmani, & Appleyard, 2014; Mao, Popov, Starcevic, & Popov, 2017).

Уравнение трения гибких тел Эйлера и его вывод, ставшие классическими, нашли всеобщее признание во всем мире и до настоящего времени используются

в образовании, научных исследованиях, в машиностроении и при эксплуатации транспортных машин (Willner, 2008; Chen, 2016).

В частности, для описания трения негибких тел действуют другие законы, не похожие на указанный, например, закон трения тел Леонардо да Винчи (Амонтона) и господствующий закон трения Кулона. Определение и прогнозирование силы тяги в соответствии с ними осуществляются по достаточному усилию прижатия тел (нормальной реакции между телами).

По-видимому, одновременное действие в одной области знаний – области трения тел принципиально разных законов, очевидно, не является логичным и вызывает сомнение в правильности одного из них. Вместе с тем, уравнение Эйлера не согласуется с накопленными данными практики (Mistakidis, Panagiotopoulos, & Panagouli, 1995; Matsuda, Hashimoto, & Nakamura, 2016).

Следовательно, возникает сомнение относительно правильности представлений о трении гибких тел, обоснования метода определения тяговой способности и рациональных режимов работы машин. Указанное свидетельствует о недостаточном уровне знаний о трении и подготовки специалистов, приводит к ошибкам в научных исследованиях и приближениям при проектировании транспортных машин, что негативно сказывается на эффективности и безопасности производства.

Целью статьи является обоснование нового правильного уравнения трения гибких тел, которое отвечает известным представлениям о трении тел, сложившегося на протяжении столетий.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Отметим некоторые закономерности, присущие законам естествознания. Исследователи давно заметили подобие некоторых законов окружающего мира, описывающих взаимодействие влияющих факторов в различных явлениях. Например, в электромагнитном и гравитационном полях. Похожесть некоторых законов, очевидно, свидетельствует об их правильности. Отчасти, поэтому А. Эйнштейн проводил работы по созданию единой теории поля.

Явление трения чрезвычайно сложное. Представления о нем также имеют общие черты с другими явлениями природы. Например, подобие представлений о трении негибких тел – законы трения тел Леонардо да Винчи (Амонтона) и Кулона с внутренним трением в теле – теорией прочности горных пород Кулона-Мора, деформированием тел – законом Гука, движением газов и жидкостей – уравнением Бернулли, прохождением по телу электрического тока – законом Ома и др.

Очевидно, явление в одной области знаний – области трения тел – должно описываться не только законами трения различных тел, а и общим законом трения. Поэтому, для достижения достоверности нового уравнения трения гибких тел были проведены более широкие исследования, а именно в области трения всех тел. В первую очередь проанализированы известные представления о трении не только гибких, но и негибких тел, а также выдвинута попытка

установить их закономерности, различные представления которых наблюдаются в настоящее время.

Человечество начало сталкиваться с особенностями трения тел на заре истории материального производства задолго до понимания его законов. Еще великий философ Аристотель (384 – 322 годы до н.э.) указывал, что трение твердых тел есть сопротивление среды относительному перемещению тел. Сопротивление, которое возникает при трении, Аристотель считал зависящим от веса тела – силы прижатия между телами.

Первые научные рассуждения в области внешнего трения твердых тел обнаружены в записях Леонардо да Винчи, датируемые второй половиной 15 века (Рис. 1).

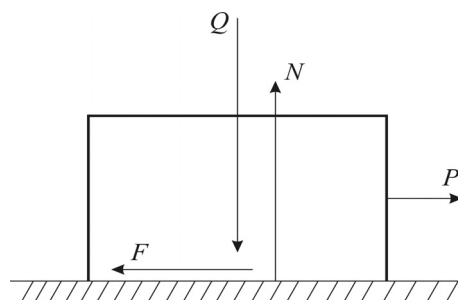


Рисунок 1. Расчетная схема скольжения твердых тел: Q – нормальная составляющая веса тела; N – нормальная реакция между телами; F – сила трения между телами; P – сила, приложенная к телу и поддерживающая равномерное движение одного тела относительно другого

В работах Леонардо да Винчи указано на прямую пропорциональность сопротивления трения от нормальной реакции или силы прижатия Q между телами, которая приведена на Рисунке 2.

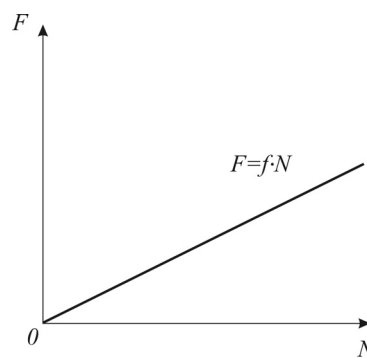


Рисунок 2. Зависимость силы трения F между телами от нормальной реакции N между телами: F – сила трения между телами N – нормальная реакция между телами; f – коэффициент трения

Аналитически эта зависимость описывается однопараметрической линейной (пропорциональной) функцией:

$$F = f \cdot N, \quad (1)$$

где:

f – коэффициент пропорциональности между силами, называемый коэффициентом трения.

Коэффициент пропорциональности между этими силами – коэффициент трения f , равный отношению силы трения к нормальной реакции между телами. Как ученый, он опередил своих коллег на века, отчасти, поэтому его работы были забыты. Вместе с тем, независимо от этого первый закон трения твердых тел был вновь “открыт” французским ученым Г. Амонтоном через 180 лет в 1699 году.

Действующий в настоящее время закон трения гибких тел (уравнение Эйлера, формула Эйлера) берет начало с вывода результатов решения задачи о скольжении гибкого тела (невесомой, нерастяжимой и абсолютно гибкой нити) по неподвижному блоку, полученного Л. Эйлером в 1775 году (Targ, 1998). На Рисунке 3 приведена расчетная схема.

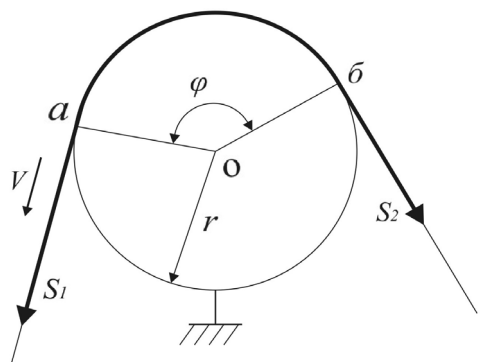


Рисунок 3. Расчетная схема: S_1, S_2 – большая и меньшая силы, приложенные к концам гибкого тела (натяжения в сбегаящей и набегающей на блок ветвях гибкого тела) при скольжении; r – радиус блока; φ – угол обхвата блока гибким телом

Согласно этому уравнению, при скольжении по неподвижному блоку гибкое тело под действием приложенных к ее концам сил скользит в направлении большей силы, превышающей другую силу на величину суммарной силы трения, которая возникает между телами, а отношение большей силы к меньшей равно:

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{f \cdot \varphi}, \quad (2)$$

где:

S_1, S_2 – большая и меньшая силы, приложенные к концам гибкого тела (натяжения в сбегаящей и набегающей на блок ветвях гибкого тела) при скольжении;

f – коэффициент трения скольжения между гибким телом и блоком;

φ – угол обхвата блока гибким телом;

$e^{f\varphi}$ – тяговый фактор.

Однако, уравнение Эйлера, представляемое, как закон трения гибких тел, не подтверждается практикой. Исследователи считают, что уравнение Эйлера приближенно описывает функциональную взаимосвязь между влияющими факторами. Некоторые из них предлагают использовать уточненное, как им кажется, некогерентное уравнение трения гибких тел Эйлера.

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{k \cdot f \cdot \varphi}, \quad (3)$$

где:

k – эмпирический коэффициент (согласно исследованиям М.Т. Уразбаева равняется 0.5; а в соответствии с работами А.В. Андреева – 0.7).

В 1779 году, после вывода уравнения Эйлера, французский физик Кулон в результате большого количества экспериментов ввел новый закон трения тел, который господствует до настоящего времени. Он обнаружил, что коэффициент трения зависит от материала трущихся тел, шероховатости их поверхностей, длительности контакта и скорости скольжения. Несколько позже было установлено, что величина силы трения возрастает с увеличением скорости, а коэффициент трения убывает с увеличением нагрузки.

Аналитически зависимость силы трения F от нормальной реакции N между телами с достаточной для практики точностью связаны между собой линейной, но не прямо пропорциональной, как полагали Леонардо да Винчи и Амонтон, а двухпараметрической зависимостью:

$$F = F_0 + N \cdot C, \quad (4)$$

где:

F_0 – первый параметр трения тел Кулона (установлено – молекулярная составляющая сила трения между телами), равный силе трения при нормальной реакции между телами $N = 0$;

C – второй параметр трения тел Кулона, равный тангенсу наклона $\text{tg } \beta$ зависимости силы трения F от нормальной реакции N между телами;

β – угол наклона зависимости силы трения от нормальной реакции между телами.

На Рисунке 4 приведена графическая интерпретация закона трения тел Кулона.

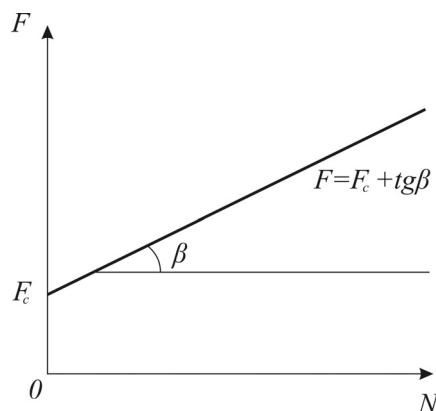


Рисунок 4. Зависимость силы трения F от нормальной реакции между телами N

Анализ действовавших и действующих законов трения негибких тел свидетельствует о том, что все они содержат общие факторы – силу трения и нормальную реакцию между телами, которые линейно связаны между собой с помощью коэффициента трения.

Следовательно, указанные законы трения негибких тел едины по общим влияющим факторам и линейной связи между собой.

Однако, действующий закон трения гибких тел – уравнение Эйлера – выходит за пределы установлен-

ного общего характера законов трения негибких тел. В соответствии с уравнением Эйлера расчетная сила трения (тяговое усилие при скольжении гибкого тела по блоку) определяется выражением:

$$F = S_1 - S_2 = S_2 \cdot e^{f \cdot \varphi} - S_2 = S_2 \cdot (e^{f \cdot \varphi} - 1). \quad (5)$$

Указанное выражение свидетельствует о пропорциональной зависимости между силой трения и меньшим усилием натяжения гибкого тела, приложенном к одному из его концов. Коэффициент пропорциональности указанной зависимости – разница между так называемым фактором трения $e^{f\varphi}$ и единицей, а коэффициент трения f находится в степени показательной функции.

При этом не учитывается большее усилие натяжение гибкого тела, приложенное к другому его концу, от которого в совокупности с меньшим усилием натяжения, как представляется, зависит нормальная реакция между гибким телом и блоком и сила трения.

Уравнение Эйлера и его преобразование ни в явном виде, ни опосредованно не содержит общепризнанного фактора трения тел, а именно нормальной реакции между телами и не подтверждает ее линейной связи с силой трения с помощью коэффициента трения.

Вместе с тем, понимание природы трения гибких тел, сложившееся у специалистов, отвечает действительности. Толкуется, что сила трения между гибким телом и блоком, как отмечалось ранее, возникает в результате его прижатия под действием двух усилий натяжения гибкого тела на контактах с блоком, приложенным к его концам. Ожидается, что сила трения и нормальная реакция между телами линейно связаны между собой.

Однако, указанная взаимосвязь между параметрами трения гибкого тела по блоку, уравнением Эйлера не описывается.

Несмотря на указанное, различие между уравнением трения гибких тел Эйлера и известными законами трения негибких тел, несоответствие между ним и данными практики, а также многочисленные работы известных в мире исследователей в области его уточнения, оно до недавнего времени считалось самым совершенным.

Проведенные экспериментальные исследования на коротком конвейере показали, что механическая энергия конвейерной ленты (в том числе ее потенциальная энергия) при одном усилии предварительного натяжения конвейерной ленты не изменяется, что подтверждает соблюдение закона сохранения механической энергии в замкнутой механической системе (Lubenets, 2017).

Поэтому в рамках консервативной механической системы был предложен новый вывод результатов решения классической задачи Эйлера о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку (Lubenets, 2014). Вывод осуществлен с учетом господствующих законов трения твердых тел Кулона и последней редакции закона сохранения механической энергии в замкнутой механической системе, сформулированных после выводов Эйлера в 1779 году и 40-х годах 19 века соответственно.

Предложенная в работе система дифференциальных уравнений равновесия гибкого тела при скольжении по неподвижному блоку включает два уравнения равновесия механической системы, обоснованные Эйлером, и господствующий закон трения тел Кулона (вместо устаревшего закона Амонтона, предложенного Эйлером) для элементарного участка гибкого тела, а также условие равновесия натяжения гибкого тела вдоль линии контакта с блоком, отвечающее закону сохранения механической энергии:

$$\begin{cases} \sum P_{yi} = 0 \Rightarrow dN = S \cdot da; \\ \sum M_{0i} = 0 \Rightarrow dS = dF; \\ dF = \frac{F_o}{\varphi} \cdot da + C \cdot dN; \\ \frac{\partial N}{\partial f} = \frac{\partial \left(\int_0^{\varphi} S \cdot da \right)}{\partial f} = 0 \Rightarrow S = S_2 + \frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot a, \end{cases} \quad (6)$$

где:

P_{yi} – силы, действующие на элементарный участок гибкого тела dl ;

M_{0i} – моменты сил, действующие на элементарный участок гибкого тела dl ;

dN – приращение нормальной реакции между элементарным участком гибкого тела и блоком;

S – натяжение гибкого тела в заданном сечении;

da – приращение элементарного угла обхвата, соответствующее элементарному участку гибкого тела длиной dl ;

dF – приращение силы трения между элементарным участком гибкого тела и блоком;

a – угол заданного сечения гибкого тела, контактирующего с блоком.

Решением указанной системы уравнений равновесия является (Lubenets, 2014):

$$S_1 - S_2 = F_o + C \cdot \left(\varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2} \right). \quad (7)$$

Теперь попытаемся представить новое решения задачи Эйлера в обобщенном виде посредством общепризнанных влияющих факторов трения негибких тел, установленных в процессе исследований, а именно с использованием силы трения и нормальной реакции между телами.

Рассмотрим предложенное Эйлером уравнение равновесия моментов механической системы в системе дифференциальных уравнений:

$$r \cdot dF = r \cdot dS. \quad (8)$$

Суммарная сила трения между телами равна разности усилий, приложенных к концам гибкого тела:

$$\int_0^F dF = \int_{S_2}^{S_1} dS \Rightarrow \quad (9)$$

$$F = S_1 - S_2$$

Кроме того, рассмотрим предложенное Эйлером уравнение равновесия сил механической системы в системе дифференциальных уравнений:

$$dN = S \cdot da . \quad (10)$$

Откуда нормальная реакция между телами равна:

$$\int_0^N dN = \int_0^{\varphi} S \cdot da \Rightarrow N = \int_0^{\varphi} \left(S_2 + \frac{S_1 - S_2}{\varphi} \cdot a \right) \cdot da = \varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2} . \quad (11)$$

Поэтому, новое решение задачи Эйлера в опосредованном виде для параметров трения тел Кулона включает силу трения и нормальную реакцию между телами. Новое уравнение трения гибких тел совпадает с господствующим в настоящее время законом трения тел Кулона и отвечает общепризнанным представлениям о трении:

$$F = F_c + C \cdot \left(\varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2} \right) = F_0 + C \cdot N . \quad (12)$$

С использованием традиционного параметра трения тел – коэффициента трения, введенного Леонардо да Винчи (Амонтона) новое уравнение трения гибких тел в опосредованном виде также представляется известным законом:

$$F = \left(\frac{F_0}{N} + C \right) \cdot N = f \cdot N , \quad (13)$$

где:

$$f = \left(\frac{F_0}{N} + C \right) . \quad (14)$$

Т.е. двухпараметрическая зависимость силы трения от нормальной реакции между телами при помощи коэффициента трения искусственно переводится в пропорциональную зависимость. При этом коэффициент трения не является величиной постоянной, который обратно пропорционален нормальной реакции между телами.

Следовательно, для реализации заданного тягового усилия по новому условию сцепления гибкого тела с блоком достаточно обеспечить усилие прижатия тел (нормальную реакцию между телами N между телами), как в случае трения негибких тел, что отвечает общепризнанным представлениям о трении негибких тел, установленным на протяжении столетий:

$$N \geq \frac{F_0}{f} , \quad (15)$$

где:

F_0 – окружное тяговое усилие.

Подтверждение правильности нового уравнения трения гибких тел впервые осуществили аналитически прямым методом – доказательством его соответствии классическим условиям равновесия механической системы.

До этого на протяжении столетий правильность того и иного решения задачи Эйлера о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку осуществляли косвенно экспертной оценкой по вероятностному

коэффициенту трения тел, поскольку действительное значение параметра без истинного уравнения трения гибких тел экспериментом установить невозможно.

На Рисунке 5 приведена эпюра напряжений в опоре приводного блока при угле обхвата гибким телом, равном 180° , что наглядно иллюстрирует соблюдение условий равновесия механической системы классической механики и используется в транспортных машинах с гибким телом.

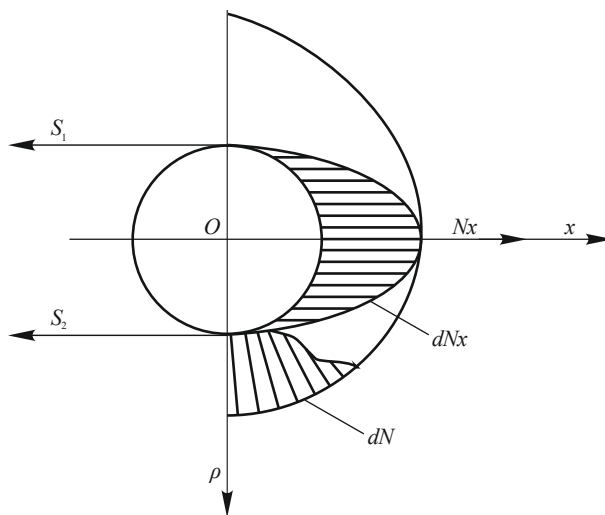


Рисунок 5. Эпюра напряжений в опоре: dN – приращение нормальной реакции между элементарным участком гибкого тела и блоком; dN_x – приращение проекции нормальной реакции между элементарным участком гибкого тела и блоком; N_x – расчетная нормальная реакция в направлении действия усилий натяжения S_1 и S_2 , приложенная к оси блока; ρ – ось полярной системы координат

Проведем расчет реакции N_x в направлении действия усилий натяжения S_1 и S_2 и окружной силы трения F на блоке для нового уравнения трения гибких тел. Из фундаментальных условий классической механики – условий равновесия сил и моментов механической системы известно, что $N_x = S_1 + S_2$ и $F = S_1 - S_2$. В расчете используем обоснованное Эйлером уравнение равновесия сил для элементарного участка гибкого тела $dN = S \cdot da$.

Для нового уравнения трения гибких тел реакция N_x в направлении действия усилий натяжения S_1 и S_2 и окружная сила трения F на блоке составляет:

$$N_x = \int_0^{\pi} S \cdot \sin(a) da = \int_0^{\pi} \left(S_2 + \frac{S_1 - S_2}{\pi} a \right) \sin(a) da = \left(S_2 \cdot (-\cos(a)) + \frac{S_1 - S_2}{\pi} (\sin(a) - a \cdot \cos(a)) \right) /_0^{\pi} = (16) = S_1 + S_2 ;$$

$$F = f \cdot \varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2} = f \cdot N = \frac{S_1 - S_2}{N} \cdot N = S_1 - S . \quad (17)$$

Для действующего закона трения гибких тел – уравнения трения гибких тел Эйлера условия классической механики наоборот не соблюдаются:

$$N_x = \int_0^{\pi} S \cdot \sin(a) da = \int_0^{\pi} S_2 \cdot e^{f \cdot a} \cdot \sin(a) da =$$

$$= \left(\frac{S_2 e^{f \cdot a}}{f^2 + 1} \cdot (f \cdot \sin(a) - \cos(a)) \right) /_0^{\pi} =$$

$$= \frac{S_2 \cdot (e^{f \cdot \pi} - 1)}{f^2 + 1} \neq S_1 + S_2;$$

$$F = S_2 \cdot (e^{f \cdot \varphi} - 1) = S_2 \cdot \left(e^{\frac{S_1 - S_2}{N} \cdot \varphi} - 1 \right) \neq S_1 - S_2. \quad (19)$$

Следовательно, новое уравнение трения гибких тел, в отличие от уравнения Эйлера, отвечает фундаментальным условиям равновесия механической системы, что впервые количественно прямо и однозначно подтверждает его правильность.

3. ВЫВОДЫ

Обосновано новое уравнение трения гибких тел – новый закон трения гибких тел. Уравнение содержит усилия натяжения гибкого тела, приложенные к концам гибкого тела, угол обхвата блока гибким телом и коэффициент трения гибкого тела или параметры трения тел Кулона. В опосредованном виде уравнение включает общепризнанные силу трения и нормальную реакцию между телами и подтверждает их линейную связь между собой с помощью коэффициента трения, что восстанавливает общепризнанные представления о трении для гибких тел, сложившиеся на протяжении столетий.

Обобщены знания о трении, которые ранее для различных тел толковались принципиально разными законами – законом трения тел Кулона и уравнением трения гибких тел Эйлера. В результате исследований удалось преодолеть принципиальное различие в представлениях о трении различных тел. Отныне, трение тел описывается законом трения Кулона, который является общим законом трения и распространяется на все тела, включая гибкие.

Помимо экспериментального подтверждения правильности нового уравнения трения гибких тел впервые приводится исчерпывающее аналитическое подтверждение прямым методом – по его соответствию фундаментальным условиям равновесия механической системы.

Новое условие сцепления гибкого тела с блоком отвечает общему закону трения тел Кулона и может быть использовано в практике. Например, для реализации приводным блоком транспортных машин с гибким тяговым органом заданного тягового усилия по новому условию сцепления достаточно обеспечить необходимую нормальную реакцию между телами, как в случае трения негибких тел.

Новое уравнение трения гибких тел и обобщение знаний о трении всех тел дают правильное представление об этом явлении естествознания, способствует повышению уровня образования и научных исследований, обуславливает развитие техники и совершенствование транспортных машин с гибким тяговым органом, повышает эффективность и безопасность их эксплуатации.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа проведена в рамках совершенствования учебного процесса на кафедре транспортных систем и технологий Национального горного университета (ТСТ НГУ) в области транспортных дисциплин, отчасти, основанных на трении гибкого тела по неподвижному блоку, правильное понимание которого пытались постигнуть на протяжении столетий во всем мире после гениального вывода уравнения трения гибких тел Л. Эйлера в 1775 году.

Автор признателен всем наработкам исследователей по уточнению уравнения трения гибких тел Эйлера и основателям кафедры ТСТ НГУ за созданный ими испытательный стенд конвейера, без которого достичь конечной цели исследований в области трения тел – вывода нового уравнения трения гибких тел и обоснования общего закона трения тел – было бы невозможно.

REFERENCES

- Askari, E., Flores, P., Dabirrahmani, D., & Appleyard, R. (2014). Study of the Friction-Induced Vibration and Contact Mechanics of Artificial Hip Joints. *Tribology International*, (70), 1-10.
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2013.09.006>
- Barabady, J., & Kumar, U. (2008). Reliability Analysis of Mining Equipment: A Case Study of a Crushing Plant at Jajarm Bauxite Mine in Iran. *Reliability Engineering & System Safety*, 93(4), 647-653.
<https://doi.org/10.1016/j.ress.2007.10.006>
- Chen, Q. (2016). Research on Fractal Model of Tangential Contact Stiffness between Cylindrical Surfaces Considering Friction Factors. *Journal of Mechanical Engineering*, 52(23), 168-175.
<https://doi.org/10.3901/jme.2016.23.168>
- Guran, A., Pfeiffer, F., & Popp, K. (2001). *Dynamics with Friction: Modeling, Analysis and Experiment*. Series on Stability, Vibration and Control of Systems, Series B.
<https://doi.org/10.1142/4720>
- He, Q. (2016). Research on Fractal Contact Model for Contact Carrying Capacity of Two Cylinders' Surfaces Considering Friction Factors. *Journal of Mechanical Engineering*, 52(7), 114-121.
<https://doi.org/10.3901/jme.2016.07.114>
- Karliński, J., Rusiński, E., & Smolnicki, T. (2008). Protective Structures for Construction and Mining Machine Operators. *Automation in Construction*, 17(3), 232-244.
<https://doi.org/10.1016/j.autcon.2007.05.008>
- Lubenets, N.A. (2014). New Solution of the Euler Problem About a flexible Body Sliding Over a Fixed Block. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (3), 45-53.
- Lubenets, N.A. (2017). Preservation of the Mechanical Energy of a Flexible Body during Friction Along a Block. *Zbirnyk Naukovykh Prats Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (50), 194-202.
- Mao, X., Popov, V.L., Starcevic, J., & Popov, M. (2017). Reduction of Friction by Normal Oscillations. II. In-Plane System Dynamics. *Friction*, 5(2), 194-206.
<https://doi.org/10.1007/s40544-017-0146-x>
- Matsuda, K., Hashimoto, D., & Nakamura, K. (2016). Real Contact Area and Friction Property of Rubber with Two-Dimensional Regular Wavy Surface. *Tribology International*, (93), 523-529.
<https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.11.011>

- Mistakidis, E.S., Panagiotopoulos, P.D., & Panagouli, O.K. (1995). Contact-Friction of Fuzzy Type. Contact-Friction of Fractal Type. *Contact Mechanics*, 33-36. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1983-6_5
- Singhal, R.K. (2014). Mechanical Excavation in Mining and Civil Industries. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 28(3), 214-214. <https://doi.org/10.1080/17480930.2014.912821>
- Targ, S.M. (1998). *A Short Course of Theoretical Mechanics*. Moscow: Higher Education.
- Wang, S. (2004). Real Contact Area of Fractal-Regular Surfaces and Its Implications in the Law of Friction. *Journal of Tribology*, 126(1), 1-8. <https://doi.org/10.1115/1.1609493>
- Willner, K. (2008). Influence of Surface Parameters on the Elastoplastic Contact Behavior of Fractal-Regular Surfaces. *Journal of Tribology*, 130(2), 024502-024507. <https://doi.org/10.1115/1.2842243>

ABSTRACT (IN RUSSIAN)

Цель. Обоснование нового уравнения трения гибких тел, которое уточняет представление о трении при эксплуатации транспортных машин с гибким тяговым органом.

Методика. Сопоставление известных представлений о трении тел, влияющих факторах и решений задачи Эйлера о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку.

Результаты. Установлены общие факторы трения негибких тел – сила трения и нормальная реакция между телами, которые линейно связаны между собой, и обосновано новое представление об уравнении трения гибких тел.

Научная новизна. Впервые установлено, что новое уравнение трения гибких тел:

- включает силу трения и нормальную реакцию между телами, которые линейно связаны между собой;
- соответствует условиям равновесия механической системы;
- совпадает с законом трения тел Кулона, который является общим.

Практическая значимость. Новые научные знания расширяют представление о трении тел. Они способствуют более глубокому пониманию физики процесса и точности проведения научных исследований, обуславливают развитие техники и совершенствование транспортных машин с гибким телом, повышают их эффективность и безопасность эксплуатации.

Ключевые слова: закон, трение, гибкое тело, блок, нормальная реакция, сила трения, коэффициент трения, условия равновесия

ABSTRACT (IN UKRAINIAN)

Мета. Обґрунтування нового рівняння тертя гнучких тіл, яке уточнює уявлення про тертя при експлуатації транспортних машин з гнучким тяговим органом.

Методика. Зіставлення відомих уявлень про тертя тіл, факторів, що впливають на тертя і розв'язань задачі Ейлера про ковзання гнучкого тіла по нерухомому блоку.

Результати. Встановлено загальні фактори тертя негнучких тіл – сила тертя і нормальна реакція між тілами, які лінійно пов'язані між собою, та обґрунтовано нове уявлення про рівняння тертя гнучких тіл.

Наукова новизна. Вперше встановлено, що нове рівняння тертя гнучких тіл:

- включає силу тертя і нормальну реакцію між тілами, які лінійно пов'язані між собою;
- відповідає умовам рівноваги механічної системи;
- збігається з законом тертя тіл Кулона, який є загальним.

Практична значимість. Нові наукові знання розширюють уявлення про тертя тіл. Вони сприяють глибшому розумінню фізики процесу та точності проведення наукових досліджень, обумовлюють розвиток техніки й вдосконалення транспортних машин з гнучким тілом, підвищують їх ефективність і безпеку експлуатації.

Ключові слова: закон, тертя, гнучке тіло, блок, нормальна реакція, сила тертя, коефіцієнт тертя, умови рівноваги

ARTICLE INFO

Received: 16 July 2017

Accepted: 10 December 2017

Available online: 15 December 2017

ABOUT AUTHORS

Mykola Lubenets, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Transport Systems and Technologies Department, National Mining University, 19 Yavornytskoho Ave., 7/507, 49005, Dnipro, Ukraine. E-mail: lubenets_tatyana@ukr.net