PROGRAMA DE MEJORAMIENTO DE LA CALIDAD
DE LA EDUCACIÓN EN SANTIAGO DE CALI

Hacia un Proyecto Educativo de Ciudad

Ciu
dad

Pruebas Censales y Formación de Pensamiento Matemático en la Escuela

República de Colombia

Santiago de Cali

Secretaría de Educación Municipal

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

República de Colombia

Santiago de Cali

Secretaría de Educación Municipal

Alcaldía Municipal de Santiago de Cali
Secretaría de Educación Municipal

Subsecretaría de Planeación Sectorial

APOLINAR SALCEDO CAICEDO
Alcalde de Cali

CARLOS ALBERTO SAAVEDRA MACÍA
Secretario de Educación Municipal

LILIANA VICTORIA ZULUAGA
Subsecretaria de Planeación Sectorial

LUZ DARY ECHEVERRY SERRATO
Subsecretaria de Desarrollo Pedagógico

Equipo Interventor
Subsecretaría de Desarrollo Pedagógico -Secretaría de Educación Municipal

Gloria Amparo Marín
Ruth Fanery Molina
Mariela Rodríguez
Marlene Ramos
Amparo Pineda

ISBN: 958-670-475-0

Diseño y diagramación:
El Bando Creativo

Santiago de Cali - Colombia

Diciembre de 2005

Universidad del Valle

60 años 1945_2005 Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

Universidad del Valle
Instituto de Educación y Pedagogía

GLORIA CASTRILLÓN CASTRO
Directora
Instituto de Educación y Pedagogía

STELLA VALENCIA TABARES
Subdirectora Académica
y coordinadora del Programa
Instituto de Educación y Pedagogía

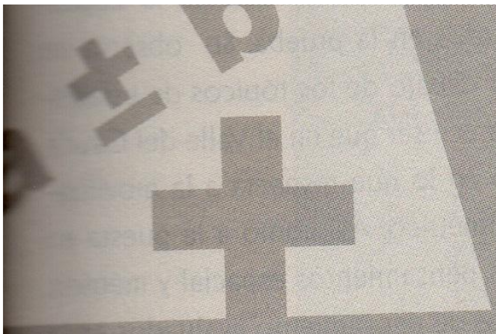
LIGIA AMPARO TORRES RENGIFO
Coordinadora Evaluación de la
Calidad de la Educación - Matemáticas

Autores de Texto

Myriam Vázquez V.
Gustavo Adolfo Marmolejo
Ligia Amparo Torres
Luz Edith Valoyes
María Rocío Malagón
Diego Garzón
Equipo Área de Educación Matemática

Revisores de Estilo

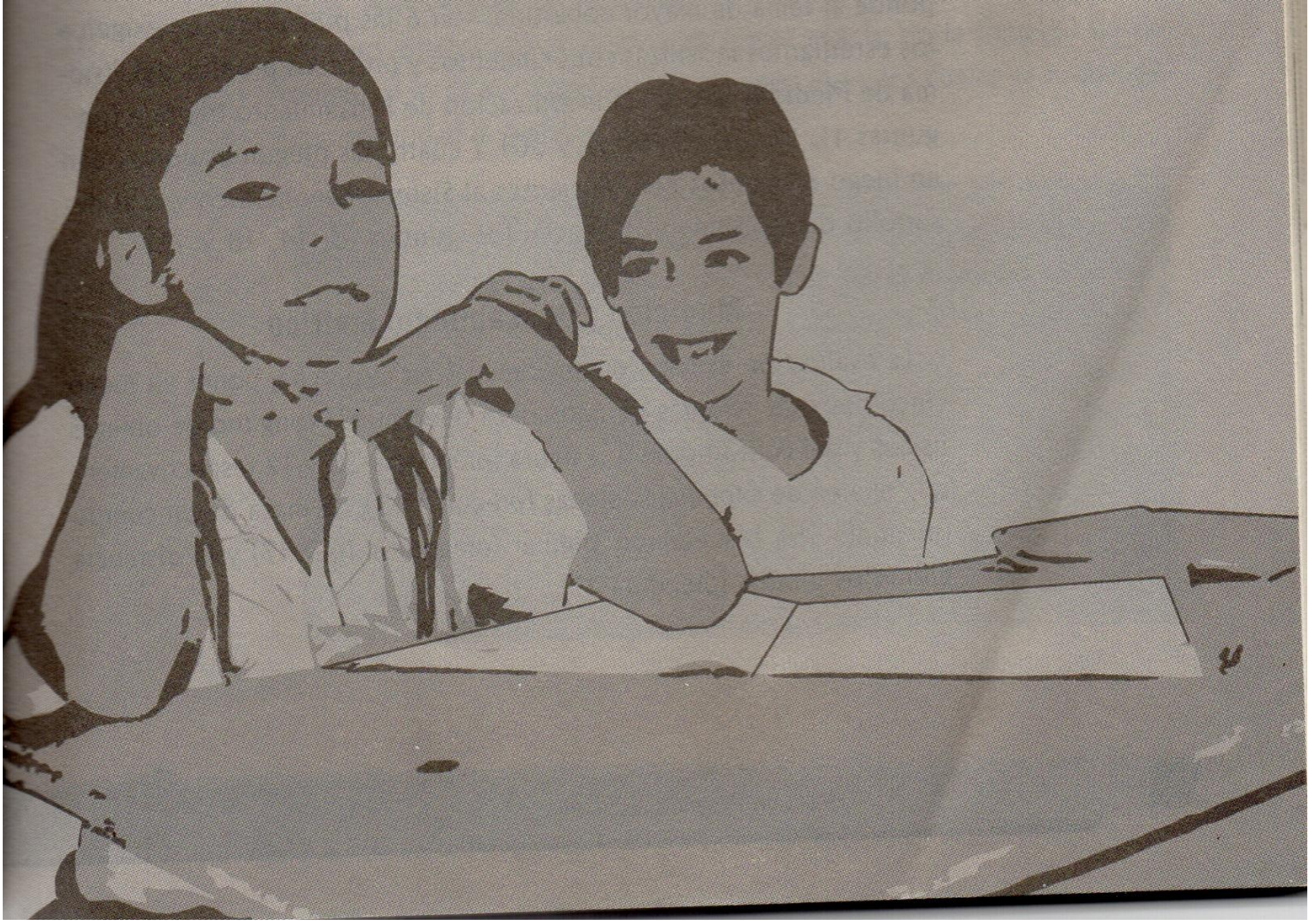
Myriam Vega R.
Myiám Vázquez V.
Ligia Amparo Torres R.



Análisis del tópico Geometría y medición,

GUSTAVO A. MARMOLEJO A.[1]

1. Profesor del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.



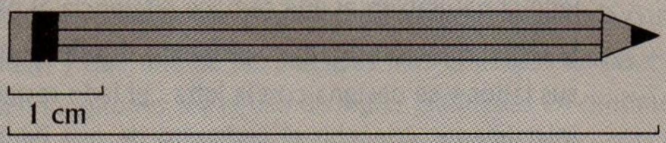
En el tópico Geometría y Medición según el informe *MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, PROGRAMA NUEVO SISTEMA ESCOLAR-PNSE, Evaluación Censal de la Calidad de la Educación, es* el más bajo entre los evaluados en la prueba. Se observa un porcentaje de acierto del 33.50%, por debajo de los tópicos de estadística (51.84%) y aritmética (39.99%). Parece ser que en el Valle del Cauca, los estudiantes tienen un nivel crítico en lo que respecta a la movilización de los sistemas de medida y geométrico. Así como a la puesta en juego de racionalidades propias de los pensamientos espacial y métrico, en relación a los otros sistemas y formas de pensamiento evaluados en la prueba. Sin embargo, hay dos aspectos que invitan a una lectura diferente. De un lado, las preguntas 30, 12 y 14, que hacen parte de este tópico, se caracterizan por obtener los porcentajes de acierto más altos de toda la prueba (55.06, 53,08 y 42,64 % respectivamente). De otro, ias preguntas 19, 16 y 17 que alcanzaron la menor tasa de éxito en el tópico (11.56, 14.28 y 17.22% respectivamente) están muy por debajo de los porcentajes de éxito alcanzados por las preguntas cuya tasa de éxito fue la menor en toda la prueba: preguntas 7 (4.64%) ,1 (4.65%) y 5 (5.59%).

El 33.33% de las preguntas que hacen parte de las Pruebas Censales de grado quinto en Matemáticas evalúan los tópicos de Medición y Geometría (preguntas 10 a la 19 y pregunta 30). La medición corresponde al tema de mayor cobertura; son 6 las preguntas que exigen a los estudiantes movilizar conocimientos y procesos propios del Sistema de Medidas y/o de la movilización de Pensamiento Métrico (preguntas 11, 12, 13, 15, 16 ,17 y 30). Y cuatro las preguntas que ponen en juego elementos pertenecientes al Sistema Geométrico y/o al desarrollo de Pensamiento Espacial (preguntas 13, 14, 18 y 19).

Medición y Pensamiento Métrico

La evaluación exige, a quienes resuelven la prueba, poner en juego cinco tipos de medidas de naturaleza diferente: la longitud de objetos físicos y del contorno de una figura (preguntas 30 y 12 respectivamente), el área de superficies planas (pregunta 13), la masa de un cuerpo (pregunta 15), la medición angular (preguntas 16 y 17) y la distancia entre dos puntos (pregunta 11).

30. Observa el lápiz dibujado

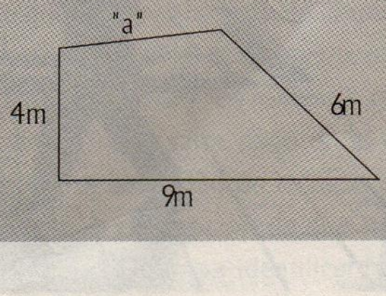


Su largo

a. Es de menos de 3 centímetros
b. Está entre 3 y 4 centímetros
c. Está entre 5 y 7 centímetros
d. Es de más de 9 centímetros

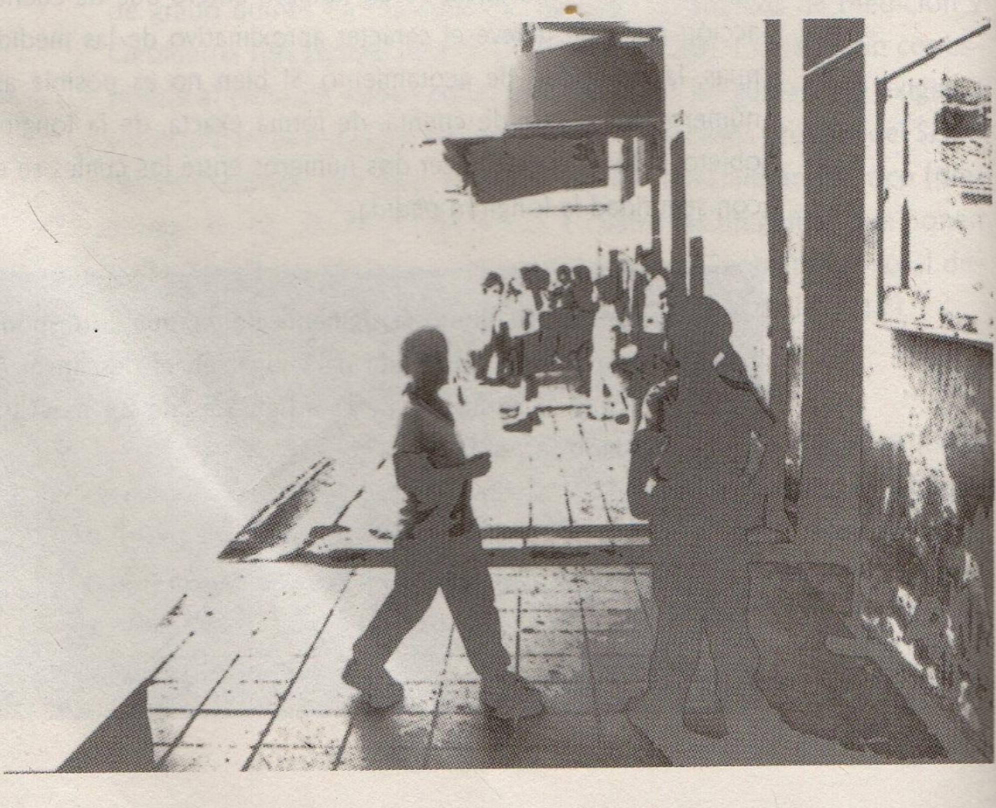
En la pregunta 30 se pide hallar el *largo* de un lápiz. En el enunciado de la pregunta aparece un patrón de medida de longitud 1 centímetro, un lápiz y un segmento cuya longitud es igual a la del lápiz. No aparece ninguna consigna que explicite las posibles relaciones existentes entre estos tres objetos. Son dos los tipos de **racionalidad** propios del pensamiento métrico que pone en juego la resolución de esta pregunta, ambas relacionadas con la estimación de magnitudes. De un lado, se debe replicar sobre la longitud del lápiz el patrón de medida asignado, del otro, la no existencia de un número entero que de cuenta de esta acción pone de relieve el carácter aproximativo de las medidas continuas, la necesidad de acotamiento. Si bien no es posible asignar un número entero que de cuenta, de forma exacta, de la longitud de un objeto, si lo es el establecer dos números entre los cuales se encuentre con seguridad la longitud pedida.

12. Un estudiante dibujó la siguiente figura, que corresponde a la zona de su escuela destinada para jugar en el descanso. Además encontró que el perímetro de esta figura es de 24 m. ¿Cuál es el valor del lado "a" en la figura?



La pregunta 12 está conformada por dos partes: un enunciado en lengua natural, en el que se hace referencia al perímetro de una figura y la representación de un cuadrilátero donde se da la longitud de tres de sus lados y se designa con la letra el lado restante. Esta pregunta exige, inicialmente, concebir el perímetro de una figura como la suma de las longitudes de los lados que la conforman y en consecuencia establecer una relación aditiva , donde el valor de se puede obtener a través de dos procedimientos, uno el del complemento, consistente en buscar, sin hacer una sustracción lo que hay que añadir a 19 para llegar a 24; el otro, el procedimiento de la diferencia consistente en buscar, por sustracción ( ), la longitud del lado faltante.

Las anteriores preguntas se caracterizan por tener la más alta taza de acierto en toda la prueba de matemáticas (55.06% y 53.08% preguntas 30 y 12 respectivamente). Se podría afirmar, en relación a la magnitud longitud, que nuestros alumnos tienen un desempeño aceptable al replicar un patrón de medida, asignar longitudes aproximadas y calcular el perímetro de una figura rectilínea. Pero, es importante tener en cuenta algunos aspectos, propios del diseño de las dos preguntas, que pueden conducir a racionalidades diferentes a las citadas anteriormente y por



tanto poner en evidencia tal afirmación: Que en la pregunta 30 el patrón de medida asignado sea 1 centímetro (patrón de medida convencional y estándar) y que una de las prácticas más utilizadas en las escuelas para calcular longitudes sea el uso de reglas graduadas en centímetros, puede conducir a que la aplicación de este instrumento de medida se convierta en el procedimiento más espontáneo y más probablemente utilizado en la resolución del problema planteado. Es interesante observar que en realidad el patrón de medida asignado no tiene una longitud de 1 centímetro; su medida real es de 1.1 cm. Sin embargo, esta imprecisión no afecta la escogencia de la opción de respuesta adecuada: si un alumno mide la longitud del lápiz utilizando una regla, encontraría que su medida es de 6.6 cm. Y este valor pertenece al intervalo dado en la opción C que es la respuesta correcta. Un último factor a tener en cuenta en esta pregunta, tiene que ver con los diferentes intervalos dados en cada uno de las opciones de respuesta. Se observa que el enunciado de la opción D está por fuera de cualquier posibilidad; basta una discriminación visual para identificar que la longitud del lápiz no puede ser superior a 9 cm.; de igual manera sucede con la opción 3: el largo del lápiz es menor de 3 cm. Por lo tanto, solo quedan dos opciones: B y C; podríamos decir que el único distractor posible en esta pregunta seria el C. En consecuencia, si un alumno utiliza regla, o si intenta recubrir el largo del lápiz de manera empírica, podría eliminar la opción C.

De esta manera, la aplicación de un instrumento de medida (regla graduada en centímetros) y las características de los intervalos numéricos dados en cada uno de los cuatro ítemes de respuesta, posibilitan racionalidades diferentes a los ya enunciados en párrafos anteriores. Como señalamos anteriormente, que el uso de la regla sea una de las prácticas más privilegiadas en la escuela para calcular longitudes, apunta a que esta forma de proceder, entre todas las otras, sea la de mayor aplicación por parte de los alumnos.

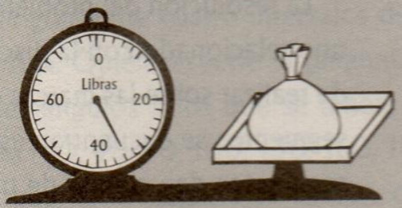
En la segunda pregunta es posible que un alumno que no sepa a que se está refiriendo cuando se habla de perímetro, podría hacer uso de las siguientes posibilidades: la figura y los números asignados a tres de sus cuatro lados, sumado al único valor dado en el enunciado en lengua natural, más la practica de desarrollo de técnicas por parte de los estudiantes en la escuelas y la concepción de que siempre se debe dar un resultado, podrían llevar al alumno a identificar que para hallar el valor

de , solo debe restar la suma de los tres valores dados en la figura y este resultado restarlo al valor dado en la consigna. Téngase en cuenta que en el enunciado se habla de "...el perímetro de esta figura" haciéndose referencia a una mirada global de la figura. Por otra parte, también podría este alumno discriminar y eliminar las opciones de respuesta que menos se aproximan a la respuesta correcta: Las opciones A y B (hacen referencia a 3 y 4 cm. respectivamente) pueden ser considerados como no factibles, a través de la comparación entre el lado cuya longitud no está dada y el lado cuya longitud es de 4 m. Esta comparación se puede realizar de forma mental o utilizando un medidor, por ejemplo los dedos del alumno, un lápiz o una regla, entre otros. De igual manera, y con mayor razón, la opción D (19 m.) puede ser dejado de lado. Para un alumno que sepa a que se refiere la prueba cuando habla de perímetro y que el perímetro se halla a partir de la suma de los lados de la figura sobre la cual se está hallando esta medida, sencillamente el problema se convertirá en una suma y una posterior resta.

Un tercer aspecto, se relaciona con la puesta en juego de la relación ; que los números 24 y 19 sean enteros, pequeños y muy cercanos conlleva a hacer de el complemento, el procedimiento de resolución más probable. Por tanto, a esta altura, basta con un simple conteo que inicie en 19 y termine en 24 para encontrar que a tiene un valor de 6. La complejidad cognitiva que subyace a este proceder es mínima.

La pregunta 15 se encuentra interconectada por medio de la consigna y del dibujo de una balanza con las preguntas 16 y 17. Se pide hallar el peso de una bolsa de harina; la bolsa es colocada sobre una balanza de un solo plato donde su masa se materializa por el recorrido de la aguja sobre una escala graduada en unidades inglesas. La balanza es de forma circular, se encuentra dividida en partes iguales, se discriminan en ella los números 0, 20, 40 y 60 y una serie de pequeños segmentos alrededor del contorno circular. Entre cada par de números aparecen 10 segmentos, el quinto de ellos es de una longitud ligeramente mayor. La aguja de la balanza se encuentra ubicada a tres segmentos del número 40.

En una balanza Manuel ha colocado una bolsa llena de harina, como se muestra en el dibujo



15. El peso de la bolsa de harina indicado por la balanza es:

a. 27 libras
b. 32 libras
c. 34 libras
d. 37 libras

16. El trayecto recorrido por la aguja de la balanza, desde cero hasta la posición indicada en el dibujo describe un ángulo entre:

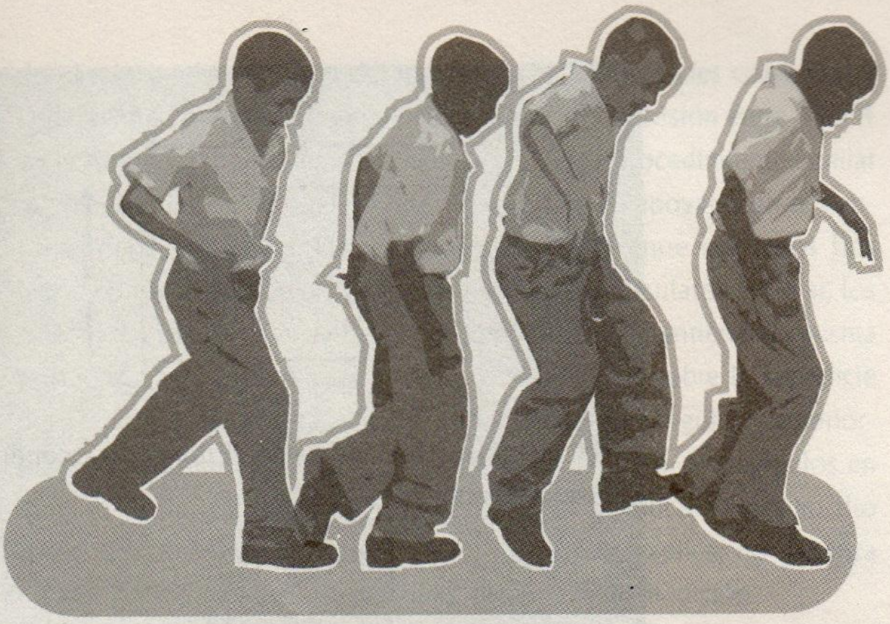
a. 20º y 40º
b. 90º y 100º
c. 150º y 160º
d. 180º y 210º

17. Manuel sacó algunas libras de harina de la bolsa; al colocar nuevamente ésta sobre la balanza, el nota que la aguja describe un ángulo de 45 grados. ¿Cuánta harina queda en la bolsa?

a. 5 libras
b. 10 libras
c. 20 libras
d. 45 libras

La resolución del problema se centra en dos procesos diferentes, uno relacionado con la discriminación que de forma visual se puede realizar sobre las marcas que se encuentran sobre la balanza: los segmentos se encuentran espaciados de forma uniforme y cada 10 segmentos dan cuenta de una medida de 20 libras. El otro aspecto, se relaciona con el concepto de división entre números naturales: si la longitud de la circunferencia que delimita la balanza se encuentra fraccionada en partes iguales y si la región comprendida entre 0 y 20 libras esta dividida en 10 de ellas. Entonces, basta con una simple división (20 dividido en 10 o 40 dividido en 20, etc.) para hallar el peso que representa cada uno de los segmentos. De lo anterior vemos que el papel que juega la medición en esta pregunta es mínimo; se restringe al uso de unidades inglesas. Los procedimientos que comandan la resolución del problema planteado son exclusivamente de naturaleza aritmética. Pero, a pesar de que la pregunta 15 exige el uso de conocimientos muy básicos, el porcentaje de los estudiantes que escogieron la opción adecuada (C) fue demasiado bajo (23.31%).

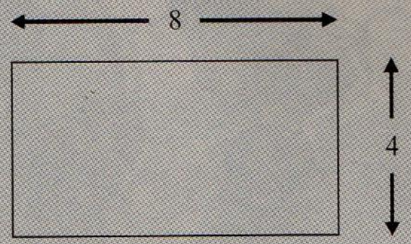
Las preguntas 16 y 17 permiten una reflexión acerca de la medición de ángulos. Tanto una como otra exigen reconocer un ángulo como la superficie que es barrida por una semirrecta al ser esta rotada y donde el punto fijo (punto de rotación) es su origen. La primera pregunta al igual que la pregunta 30, pone en juego una característica propia del carácter aproximativo de las medidas con-



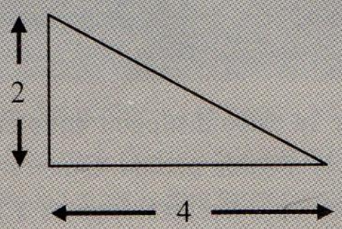
tinuas. Se exige distinguir entre cuatro intervalos diferentes el que contenga la medida pedida. Quien resuelve la pregunta debe, inicialmente, estimar los diferentes ángulos a los que se refiere las cuatro opciones posibles de respuesta (20, 40, 90, 100, 150, 160, 180 y 210 grados) e ir descartando una a una hasta llegar a la opción correcta (C) o poder representar figuralmente algunos ángulos típicos (180 grados, por ejemplo) e identificar que la aguja de la balanza barre un ángulo cercano a 180 grados, pero menor. Un último aspecto a tener en cuenta, en las dos preguntas, se relaciona con la exigencia de discriminar sobre el dibujo presentado, la presencia de dos tipos de magnitudes diferentes: una, el peso de la harina que se encuentra sobre la balanza; otra, el ángulo que barre la aguja de la balanza. Ambas se encuentran expresadas en el tablero de la balanza. De no hacerse, sería posible que los alumnos asumieran el ítem A como el correcto en la pregunta 16 y el C en la pregunta 17. Con relación a la última, se exige la estimación de un ángulo de 45 grados.

Las características antes explicitadas muestran a las preguntas 16 y 17 con un nivel de dificultad mayor que el explicitado en las preguntas 12, 15 y 30. En consecuencia no es de extrañar los muy bajas tazas de éxito en las respuestas de los alumnos (14.28% y 17.22% respectivamente). Sin embargo, a pesar de que estas dos preguntas ocupan los más bajos porcentajes de éxito de las 10 que dan cuenta del tópico de medición y geometría, superan ampliamente, en porcentaje, las tres preguntas de porcentaje de acierto más bajo del tópico de aritmética (4.64; 4,65 y 5.59%, preguntas 7,1 y 5 respectivamente).

13.



¿En cuántos triángulos como el dibujado a continuación se puede dividir el rectángulo?



La pregunta 13 pide calcular la cantidad de figuras rectangulares en que puede ser dividido un rectángulo dado. Dos figuras, un rectángulo de base 8 y altura 4, y un triangulo *rectángulo* con catetos 2 y 4 están dibujadas; no se hace referencia a la unidad de medida adoptada (centímetros, metros, etc.). Según los procedimientos aplicados, la pregunta se puede ubicar en dos contextos distintos: medición y/o geométrico. Quien intenta dar respuesta a la pregunta planteada, puede reiterar sobre la superficie del rectángulo dado la superficie del triángulo de catetos 2 y 4. En este caso, se estaría estimando el área de una figura: el triangulo es el patrón de medida y el rectángulo la figura de la cual asignaremos un área. Luego, mediante la aplicación sucesiva de rotaciones y traslaciones, encaja y recubre mentalmente la superficie del rectángulo con la del triángulo. Este proceder pone en relieve la intima relación existente entre lo geométrico y lo métrico.

Un posible segundo procedimiento se inicia con la aplicación de algoritmos para hallar el área de las dos figuras:

$$\text{Área del triangulo} = \frac{\text{Base x Altura}}{2} \quad \text{y} \quad \text{Área del rectángulo} = \text{Base x Altura}$$

Posteriormente, mediante la aplicación exclusiva de procedimientos aritméticos establecer la cantidad de triángulos en que puede ser dividido el rectángulo: si el área del rectángulo es 32 unidades cuadradas y la del triangulo 4 unidades cuadradas, entonces la división entre 32 y 4 da la respuesta al problema planteado. Un tercer procedimiento similar al primero pero de naturaleza distinta, consiste en apoyarse en el contorno del rectángulo y las relaciones existentes entre sus lados (los lados consecutivos de un rectángulo son perpendiculares entre si, los catetos del triángulo, en la figura, perceptualmente mantienen la misma relación) e introducir trazos (mental o físicamente) sobre la superficie del rectángulo y de esta manera fraccionarla en triángulos. Posteriormente, recurrir al conteo para dar cuenta del número de triángulos en que fue dividido. Este último procedimiento de resolución exige en alto grado Pensamiento Espacial por parte de quien lo aplica; no moviliza ningún conocimiento o racionalidad propios de la medición.

Un aspecto a tener en cuenta se relaciona con las representaciones figurales que hacen parte de la consigna de la pregunta y sobre las cuales se sustentan los procedimientos anteriores. La consigna asigna un estatus de rectángulo a la primera de las figuras, dado que cada pareja de lados consecutivos son perpendiculares entre sí. Pero, ni la consigna ni la figura afirman que el triángulo dado sea rectángulo, hecho indispensable para replicar, de forma perfecta, la superficie del triángulo en la del rectángulo, como tampoco, para fraccionar la superficie del segundo en un número entero de triángulos de forma y superficie igual al asignado.

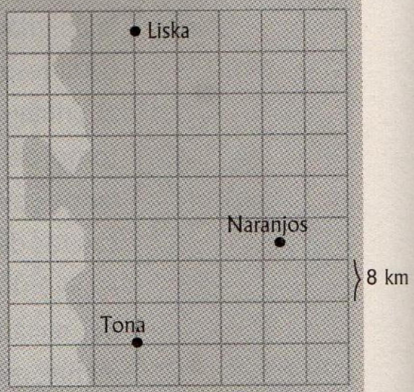
Que las representaciones figurales no sean objeto de reflexión en los currículos escolares y que no se reconozca su naturaleza dinámica[2], hacen de esta, muy posiblemente, una pregunta de especial complejidad para quienes resuelven la prueba.

Por último, la pregunta 11 se encuentra conformada por un enunciado dado en lengua natural y un mapa dibujado sobre un fondo cuadriculado. En el primero se designan tres ciudades peruanas: Naranjos, Liska y Tona, y la distancia en kilómetros que hay entre la primera y las últimas. En el dibujo se da la ubicación espacial de las ciudades. Tanto el enunciado como el mapa hacen referencia al hecho que cada centímetro de la cuadrícula representa 8 kilómetros. Se pide calcular la distancia real existente entre Tona y Liska.

El fondo cuadriculado en el que se encuentra el mapa juega un papel determinante para quien intenta dar respuesta a la pregunta formu-

2. Una figura puede ser fraccionada en subfiguras y mediante la aplicación de traslaciones, rotaciones y reflexiones transformar su contorno global, esto determina su naturaleza dinámica.

11. **Tona, Naranjos y Liska son tres ciudades peruanas. Entre Tona y Naranjos hay 32 Km. y entre Naranjos y Liska hay 48 km. Cada centímetro en la cuadrícula del mapa representa 8 Km. de distancia.**



La distancia real entre Tona y Liska es:

a. 56 Km., porque hay 7 cuadritos entre las dos ciudades y 7 x 8 Km. = 56 Km.

b. 60 Km., porque si 1 cm. representa 8 km., entonces 7.5 cm. representa 60 km.

c. 75 km., porque entre Tona y Liska hay 7.5 cm.

d. 80 km., porque entre Tona y Naranjos hay 32 km. y entre Naranjos y Liska hay 48 km., entonces 32 km.+ 48 km. = 80 km.

lada; aporta información necesaria sobre la que descansa cualquier procedimiento de resolución. La distancia entre las dos ciudades esta dada por la longitud de un segmento rectilíneo ubicado verticalmente, en el que Tona y Liska representan sus puntos extremos. Por acción del fondo cuadriculado, se asume una unidad de medida longitudinal (los lados de los cuadrados que constituyen el fondo, de longitud 1 centímetro) a partir de la cual se puede establecer la distancia pedida. Basta, por un lado, un simple conteo para establecer que las dos ciudades se encuentran a una distancia de 7 unidades y fracción. Y del otro, una adecuada discriminación visual para identificar que la fracción representa la mitad de la unidad. De esta manera se concluye que 7 ½ unidades (7 ½ centímetros) es la longitud que separa las ciudades, en el mapa. Posteriormente, teniendo en cuenta 1) que la distancia se ha pedido en el orden de los kilómetros (distancia real) y no en el de los centímetros (distancia en el mapa dibujado) y 2) que en el mapa, cada centímetro representa 8 kilómetros se procede a calcular la distancia pedida.

Esta pregunta exige la puesta en juego de racionalidades propias al pensamiento métrico: la selección de una unidad de medida (un lado de uno de los cuadrados que hacen parte del fondo), la estimación de la distancia entre dos objetos y dar la respuesta en un orden de kilómetros y no de centímetros.

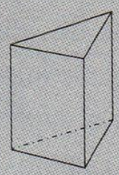
Geometría y Pensamiento Geométrico

De las cuatro preguntas que evalúan el Sistema Geométrico y la movilización de racionalidades propias del Pensamiento Espacial, solo dos serán analizadas en esta parte. La pregunta 13 se analizó en párrafos anteriores y la 18, a pesar de hacer referencia relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre líneas rectas (en este caso segmentos), presenta en su diseño un problema. La pregunta esta compuesta por dos enunciados dados en Lengua Natural y cuatro dibujos. Se hace referencia a cuatro dibujos que representan, en cada caso, modelos diferentes de parqueaderos para automóviles. Se debe escoger aquel donde el jardín sea perpendicular a las líneas que separan los carros; de esta manera, los dibujos juegan un papel determinante para quien intenta dar solución a la pregunta. Sin embargo, al observar sobre ellos podemos constatar sin mucha dificultad que ninguno de los modelos cumple con tal condición. La opción A, que se supone es la correcta, presenta las líneas en un ángulo menor a 90 grados (aproximadamente 80 grados). En consecuencia, la tasa de éxito del 29.48% no aporta elementos sobre el cual centrar algún tipo de análisis con respecto a la complejidad que representa esta pregunta en los alumnos caleños y vallecaucanos.

En lo que sigue, el análisis se centrara en las preguntas 14 y 19:

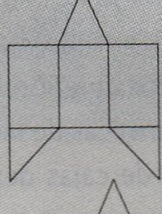
La pregunta 14 fue la segunda de mayor porcentaje de éxito alcanza-

14. El siguiente es un modelo de caja empleada para empacar chocolates en una fábrica:

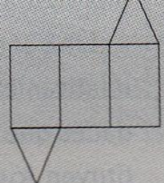


¿Cuál de las siguientes figuras representa la caja desarmada?

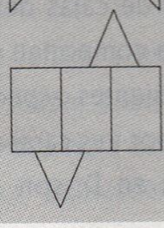
a.



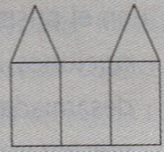
b.



c.



d.



do en toda la prueba. En la consigna se hace referencia a una caja de chocolates, se muestra una figura (un prisma) cuya forma representa la forma de la caja de chocolates, se pide identificar entre 4 figuras planas aquella que represente la caja desarmada. Para optar por la opción correcta, se debe: uno, reconocer en la representación figural dada en la consigna un prisma triangular. No es obvio, tampoco inmediato captar la tridimensionalidad de un objeto a través de una representación dada en dos dimensiones, es decir, en un plano. Quien resuelve la pregunta debe reconocer las posibilidades que brinda una figura dibujada en perspectiva, de lo contrario discriminaría en la representación dada una figura fraccionada en 5 subfiguras. Vasco, al respecto, afirma que la influencia literalmente aplanadora que tienen los tableros, láminas, libros, cuadernos y televisores acaban con la imaginación tridimensional de los alumnos.

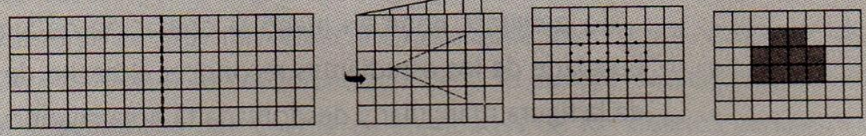
Dos, discriminar en la figura dada las caras que constituyen sus lados: dos triángulos y tres rectángulos. Volviendo al punto anterior, quien desconozca las particularidades de un dibujo en perspectiva, bien podría desconocer la presencia de los últimos y ver la figura como compuesta por dos triángulos y tres paralelogramos no rectángulos.

Tres, realizar una descomposición mental del prisma en las caras que lo componen. Esta parte pone en un nivel muy alto la complejidad cognitiva que subyace a la solución de la pregunta planteada. Se debe realizar un cambio dimensional, transformar una figura de tres dimensiones en otra de dos dimensiones. O tomar como figura de partida una a una las figuras que conforman los cuatro ítemes dados y como figura de llegada el tetraedro; posteriormente, aplicar, similarmente al caso anterior, un cambio dimensional sobre la figura. Pero en este caso, se transforma, mediante la aplicación mental de dobleces sucesivos, una figura dada en dos dimensiones en otra de tres dimensiones.

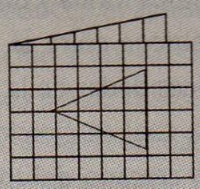
Una tercera racionalidad posible, que introduce una complejidad relativamente menor a las dos anteriores, se relaciona con las posibilidades que brinda las características de las figuras elementales que constituyen los cuatro modelos de cajas desarmadas. Una vez reconocida en el prisma las caras que lo componen se procede a discriminar en las opciones A, C y D los siguientes aspectos: en A, el modelo de caja desarmada esta compuesto por tres caras de forma triangular, el tetraedro presentado tiene solo dos; en D, son dos las caras triangulares, sin embargo, se encuentran ubicadas de tal forma que al intentar recomponer al sólido en cuestión quedaría una superpuesta en la otra. La figura que hace parte de la opción C muestra también dos caras triangulares, pero a diferencia de los casos anteriores la aplicación de un doblez sobre las partes que limitan cada una de las caras llevaría a una división de las caras triangulares en dos triángulos, quedando partes de la zona superior e inferior del prisma sin cubrir. En consecuencia, la opción correcta es la B.

En la Pregunta 19, la consigna se encuentra dividida en dos partes; la

19. Milena está haciendo adornos doblando y recortando papel, como se muestra a continuación

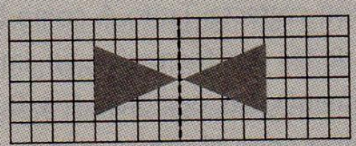


Si Milena corta la hoja de la siguiente manera:

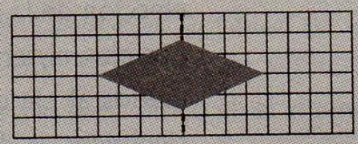


El adorno que se forma al desdoblar la hoja es:

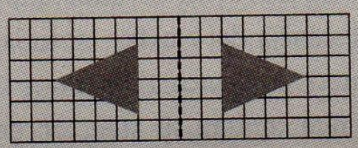
a.



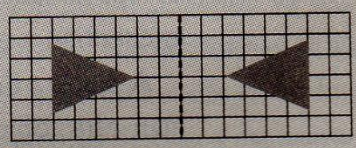
b.



c.



d.



primera se refiere a una persona, Milena, que mediante el doblado y recorte de papel hace adornos; se muestran cuatro dibujos: uno que representa una hoja de papel cuadriculada de forma rectangular con una línea vertical punteada que la divide en dos partes iguales. El segundo, ejemplifica mediante una flecha el doblez que se aplica sobre la hoja; un tercero, muestra las dos partes de la hoja superpuestas entre sí, como si fuese una sola, discrimina mediante líneas punteadas el contorno de un octágono irregular e indica el recorte que se hace sobre sus lados. Por último, a parece un polígono irregular sobre una de las partes de la hoja cuadriculada; esta vez la aplicación de color verde sobre la parte que representa su superficie indica que esa porción de la hoja fue retirada.

Una segunda parte de la consigna, hace referencia a un nuevo adorno que Milena realiza. Muestra una figura que resume las tres primeras acciones descritas en el párrafo anterior. Pero en esta ocasión, la figura, cuyo contorno se encuentra punteado, es un triángulo equilátero. A continuación se solicita escoger entre cuatro adornos, aquel que represente el realizado por Milena.

La pregunta pone en juego la operación de Simetría Axial. Se exige por parte de los estudiantes reconocer el hecho de que una vez recortada la figura triangular y desdoblada la hoja cuadriculada sobre la cual se encuentra, se obtiene como resultado una hoja rectangular con dos huecos de idéntica forma y dimensiones cada uno, representando dos triángulos simétricos entre sí. Otro, aspecto a identificar, se centra en las características dadas de la quinta figura, el eje de simetría (línea punteada sobre la cual se ejerció el doblez) se encuentra a dos unidades del vértice más cercano del triángulo representado. Teniendo en cuenta estas dos particularidades, no debería representar complejidad alguna la elección de la opción correcta. Tanto A como B serían dos opciones no posibles; el vértice de los dos triángulos, en ambos casos, se encuentran unidos al eje de simetría. Las opciones C y D muestran dos triángulos simétricos, la distancia entre el vértice más cercano y el eje de simetría es dos unidades. Pero en C no es uno, sino dos los vértices que se encuentran a esa distancia del eje. Por tanto la opción correcta es la D.

A manera de síntesis podemos afirmar que las preguntas que conforman este tópico y que centran su atención en la medición, ponen en juego un buen número de magnitudes de naturaleza diferente y de gran interés en los primeros ciclos de la Educación Básica: la longitud de segmentos rectilíneos, el perímetro y el área de figuras geométricas planas, los ángulos y el peso de objetos físicos. Pero, dejan de lado una sexta magnitud de gran relevancia para el aprendizaje de la medida, nos referimos al volumen de figuras geométricas tridimensionales. En lo que corresponde a las racionalidades de índole métrico que se intentan poner en acto en la prueba y que se caracterizan por su pertinencia ante cualquier intento de evaluación, que de cuenta del nivel de desarrollo de pensamiento métrico alcanzado por algún grupo de estudiantes, se destacan las siguientes: replicación de un patrón de medida longitudinal o superficial; aproximación de medidas longitudinales, superficiales y angulares; aplicación, selección y uso de diferentes tipos de unidades (tanto convencionales como no convencionales); estimación de perímetros, áreas y ángulos; asignación numérica al contorno y superficie de una figura geométrica bidimensional y aplicación de algoritmos para estimar el área de figuras planas.

Por otra parte, llama positivamente la atención los procedimientos que busca poner en juego la pregunta 13, en ellos se evidencia un asunto de enorme importancia en cualquier intento por cargar de sentido y de significado el aprendizaje de todo tipo de medida, en particular de aquellas que dan cuenta de cualidades de los objetos geométricos (longitudes, ángulos, perímetros, áreas y volúmenes). Por lo general las apuestas de enseñanza introducen el aprendizaje de la medida de superficies mediante la presentación y aplicación de algoritmos para calcular el área de una figura, en unos pocos casos, y de manera previa, se proponen actividades en donde se replican patrones y unidades de medida superficiales de forma cuadrada para dar cuenta, de manera directa, del área de una figura (basta acompañar algunas de las propuestas de aula que actualmente invaden nuestro sistema educativo o realizar un rápido análisis a los capítulos de algunos textos escolares para verificar esta situación). De esta manera la referencia a lo geométrico en el aprendizaje de la medida es dejada de lado rápidamente o en muchos casos no es tenida en cuenta y, en consecuencia, la reflexión se centra ya sea en el conteo de un número de unidades cuadradas que conforman la superficie de una figura o en la sustitución de valores numéricos en las formulas dadas y la posterior aplicación de tratamientos de orden exclusivamente aritmético. Este no es el caso en los procedimientos puestos en juego en la pregunta a la cual hacemos referencia. Si la intención es asignar un número a la superficie de una figura (estrategia propia de Pensamiento Métrico), sólo es posible cumplir dicha tarea mediante la aplicación de un fraccionamiento sobre la superficie de la figura a la cual se quiere establecer un número o bajo la aplicación de operaciones figurales (rotaciones, traslaciones, reflexiones...) sobre la figura que hace el papel de patrón de medida (estrategias propias al Pensamiento Espacial).

En lo concerniente a la resolución de las preguntas que evalúan en este tópico el pensamiento espacial, ninguna exige, para su adecuado desarrollo, un previo conocimiento de concepto, relación o propiedad geométrica. De esta manera el reconocimiento de las figuras geométricas como representaciones dinámicas, posibles de ser fraccionadas en diferentes tipos de subfiguras y susceptibles cada una de ellas de ser rotadas y trasladadas; el reconocimiento en una figura dibujada en perspectiva de un objeto geométrico de dimensión tres, la descomposición y recomposición de un sólido dado a partir de sus partes constituyentes y de las relaciones espaciales en las que son presentados y la aplicación, física, gestual o mentalmente, de dobleces sobre el plano que indiquen la acción de operaciones especificas sobre las figuras, se constituyen en el único requisito exigido para lograr una resolución adecuada a cada uno de los problemas propuestos. Cuando un estudiante es capaz de explicitar en la resolución de problemas geométricos las formas de actuar descritas arriba, se puede afirmar que tiene un alto nivel de desarrollo de Pensamiento Espacial.