Propiedades Combinatorias de las Palabras *i*-Fibonacci

José Luis Ramírez, Gustavo N. Rubiano
Universidad Sergio Arboleda, Bogotá, Colombia
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
Email: josel.ramirez@ima.usergioarboleda.edu.co, gnrubianoo@unal.edu.co

Resumen. La palabra infinita de Fibonacci,

$$\boldsymbol{f} = 0100101001001010010100100101\cdots$$

es sin duda uno de los ejemplos más estudiados en la teoría combinatoria de palabras infinitas, ver por ejemplo [1, 4, 5, 7, 9]. Esta palabra es el prototipo de una palabra de Sturm [6]. La palabra de Fibonacci $\boldsymbol{f}$ puede ser definida de varias maneras [1]. Por ejemplo, $\boldsymbol{f}$ satisface que $\lim_{n\to\infty} \sigma^n(1) = \boldsymbol{f}$, donde $\sigma : \{0,1\} \to \{0,1\}$ es el morfismo definido por $\sigma(0) = 01$ y $\sigma(1) = 0$. El nombre Fibonacci hace referencia a que $\boldsymbol{f}$ es el limite de la sucesión infinita de palabras $(f_n)_{n=0}$ definidas inductivamente por $f_0 = 1$, $f_1 = 0$, $f_n = f_{n-1}f_{n-2}$, $n \geq 2$. Las palabras f_n se denominan palabras finitas de Fibonacci. Entonces es claro que $|f_n| = F_n$, donde F_n es el n-ésimo número de Fibonacci.

A la palabra $\boldsymbol{f}$ se le puede asociar una curva con interesantes propiedades obtenidas a partir de las propiedades combinatorias de $\boldsymbol{f}$, [8]. También se le puede asociar una familia de poliminos los cuales teselan el plano por medio de traslaciones, estos polimonos se denominan *copo de nieve de Fibonacci* [2, 3].

El objetivo de la charla es introducir una nueva familia de palabras $\boldsymbol{f}^{[i]}$, las cuales generalizan la palabra de Fibonacci, y mostrar algunas de sus propiedades combinatorias. Esta nueva familia de palabras resultan ser palabras de Sturm con pendiente $\frac{i-\phi}{i^2-i-1}$, donde ϕ es el número áureo. Describiremos como asociar a esta familia de palabras una clase de poliminos los cuales teselan el plano por medio de traslaciones, esto generaliza los resultados de Blondin-Massé et al., [2, 3]. Finalmente, mostraremos algunas de las propiedades geométricas de estos poliminos, tales como el perímetro y el área, las cuales están relacionados con los números de Pell. Además, estos poliminos son *double squares*. Estos resultados fueron recientemente publicados en [11].

Palabras claves. Combinatoria de palabras, Palabra de Fibonacci, Poliminos. Copo de Nieve de Fibonacci.

Referencias

[1] J. Berstel, Fibonacci words-a survey, en: G. Rosenberg, A. Salomaa (Eds.), The Book of L, Springer, Berlin, (1986), 11–26.

[2] A. Blondin-Massé, S. Brlek, A. Garon, S. Labbé, Two infinite families of polyominoes that tile the plane by translation in two distinct ways, Theoret. Comput. Sci. 412(2011), 4778–4786.

[3] A. Blondin-Massé, S. Brlek, S. Labbé, M. Mendès France, Fibonacci snowflakes, Ann. Sci. Math. Québec 35(2)(2010), 141–152.

[4] J. Cassaigne, On extremal properties of the Fibonacci word, RAIRO - Theor. Inf. Appl. 42(4)(2008), 701–715.

[5] X. Droubay, Palindromes in the Fibonacci word, Inform. Process. Lett., 55(1995), 217–221.

[6] M. Lothaire, Algebraic Combinatorics on Words, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

[7] F. Mignosi, G. Pirillo, Repetitions in the Fibonacci infinite word, RAIRO Inform. Theor. Appl. 26 (1992), 199–204.

[8] A. Monnerot, The Fibonacci Word Fractal, preprint
`http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00367972/fr/`, (2009).

[9] J. G. Pirillo, Fibonacci numbers and words, Discrete Math. 173(1997), 197–207.

[10] J. Ramírez, G. Rubiano. Properties and generalizations of the Fibonacci word fractal. Exploring fractal curves. The Mathematica® Journal 16, (2014).

[11] J. Ramírez, G. Rubiano, R. De Castro. A generalization of the Fibonacci word fractal and the Fibonacci snowflake, Theoret. Comput. Sci. 528(2014), 40–56.