飛翔体誘導制御系のロバスト設計に関する研究

江口弘文

目　次

第１章　緒論

１．１　はじめに

飛翔体誘導制御系とは三次元空間を飛翔する飛翔体を正確に目標地点あるいは目標物まで到達させるための制御を目的としたシステムであり Guidance/Control System 或は Autopilot System の邦訳である。この飛翔体誘導制御技術は1950年代以降計算機技術と制御理論の発展と共に急速に進歩してきたと言えるが、近年では制御理論の進歩より計算機技術の進歩の方がめざましく、他の工学的分野と同様に、理論的設計手法よりむしろ数学的シミュレーションによる試行錯誤的な設計手法が主流になりつつある。

確かにシミュレーションは非線形要素を含む解析が困難な複雑なシステムに対しても、数学的なモデル化が可能な限り全て対処が可能という、極めて強力な手法であるが反面欠陥がないこともない。そのもっとも大きい点は厳密詳細なモデリングに走るあまりに、物理的現象の見方が狭視眼的になり易く、従って新しいシステムのシステム設計などという工学上極めて重要な、研究、開発の導入部のところで意外に活躍できないことにある。これは従来の解析手法がシステムを極力簡単に捉えようとするのに対し、シミュレーションは全く逆にシステムを細部まで厳密に捉えようとする本質的な姿勢の違いによるものであろう。この意味において計算機技術が進歩した今日でも、飛翔体の誘導制御という分野において本研究で述べようとしている理論的解析による設計手法の研究は活発である。[(1)~(7)]

飛翔体の誘導制御という分野の研究を歴史的に見れば、1950年代までの成果については1955年に G.Merrill が編集した「Principles of Guided Missile Design」シリーズの中の Guidance[(8)] に詳しく述べられており、また飛翔体を目標に会合させるための航法については1960年に出版された同シリーズの Systems Preliminary Design[(9)] に詳しい。この中で詳細に論じられており、現在でも殆どの飛翔体で用いられている比例航法についてはその後も、旋回回避運動する目標に対する特性などの研究が続けられている。[(10)~(13)] 一方1970年代になると飛翔体の誘導制御系に対して最適制御理論の応用が盛んに試みられ、もともと経験則から出発した比例航法に対してＬＱ理論(Linear Quadratic Theory) に基づいて理論的に導出された最適航法の研究が盛んになされた。[(14)~(22)] またこれらの研究を通して比例航法がある条件のもとに最適航法になっていることが初めて理論的に証明された[(23)]。

最適航法に関する研究は1980年代に入っても続いたが(24)~(26)、最適制御理論が本質的に線形システム方程式を要求していること、またシステムの次数が増えるに従って解析が極端に複雑になること(27)更に最適航法では会合迄の時間を予め予測しておく必要があること(28)結果的に比例航法に対してあまり改善が望めないこと(29)もあって実際にはあまり用いられることはなかった。現在飛翔体で実用されている航法は比例航法を基本に、目標追尾装置に発生している首振角や目標機の回避運動に応じてケース・バイ・ケースで航法ゲインを修正する、改良比例航法と呼ばれるものである。 従って 最近では新しい理論に基づいて航法そのものを導出する研究(30)~(35)よりむしろ、比例航法を前提とした上で、速度変化による飛翔体自身の特性の変動、或は外乱に対してロバストな誘導制御系を構成する研究の方法に関心が移行しており(36)~(40)本研究もその範中に属するものである。この中では従来の古典制御理論に基づいてＳＩＳＯ系（１入力１出力系）として設計されていた誘導制御系(41)~(43) をＭＩＭＯ系（多入力多出力系）として捉えようとする研究も注目を集めている。(1)~(3)、(44)、(45)

飛翔体の誘導制御系に関する研究のもう一つの分野に、比例航法を実現するために必要な状態変数である目視線角の変化率を計測するための目標追尾装置に関する研究がある。(46)~(53)この装置は第３章で述べる通り、元来フリージャイロを応用して構成されていたため研究の歴史は古いが、近年ではむしろメカニズムより、目標検知器として用いられる赤外線や可視光のイメージセンサ、画像処理技術、電波妨害に強い信号処理技術などハードウエアに直結した方向に向いている。(54)~(55)

本研究ではロバストな誘導制御系を構成する立場から、目標追尾装置については原理的な解析を示した後、機能的に状態変数のセンサとして捉え、その動特性の不確定性が誘導制御系のシステム性能に及ぼす影響を解析している。

１.２　本研究の目的と内容

本研究の目的は新しい飛翔体を考案する際の初期のシステム基本設計段階でシステム全体を見通しよく、かつバランスよく設計するための飛翔体誘導制御系のロバスト設計に関する簡易な理論的設計手法を得ることにある。１.１ 節でも触れたように近年計算機技術の進歩が目覚しく、飛翔体の分野においても設計から製作、評価に到る全ての段階においてシミュレーション技法が用いられているが、実際にシミュレーションが最も効果を発揮しているのは基本設計に基づいて細部の制御系の

各種パラメータを決定する段階、或はハードウエアが完成した後の評価の段階であり、システム基本設計段階においては理論的設計手法は不可欠である。

また飛翔体構成品の中で目標追尾装置はシステム性能を大きく左右するものであるが、技術的にも高度であり、かつ最も高価なサブシステムであるため、この装置に対して過大要求にならないようにシステム性能から見た妥当な性能配分をすることが重要である。しかしながら従来は目標追尾装置のハードウエアとしての技術の向上に殆ど努力が注がれ、また誘導制御系を構成するためのセンサとしての目標追尾装置に対する評価方法が定着していなかったこともあって、基本設計段階における目標追尾装置に対する設計要求条件の導出は、必ずしも理論的になされていたとは言えない。

このあたりの状況を踏まえて本研究では、目標追尾装置を基本的には比例航法を実現するために必要な目視線角の変化率を計測する装置として捉え、その基本特性からの三つの動特性変動要因を定量的に定義し、これらの特性変動要因を誘導制御系の中で目標追尾装置のモデル不確定性として取り扱う。またその誘導制御系の安定解析をポポフの超安定理論を用いて解析し、この解析を通して新しく定義した誘導制御系の性能評価の指標である「飛翔安定限界距離」の概念を用いて、誘導制御系の安定条件から目標追尾装置のモデル不確定性に対する設計要求許容値の導出方法を示す。最後にこの安定解析の手法をそのまま設計手法として見直すことにより誘導制御系のロバスト設計手法についてまとめている。

またここで新しく定義した指標である「飛翔安定限界距離」をＣＡＤＥＴ(Co-variance Analysis DEscribing function Technique)と呼ばれる統計的シミュレーション手法を用いて、従来から誘導制御系の性能評価の指標として広く用いられているミスディスタンスの統計値と対応させることにより、「飛翔安定限界距離」の概念の正当性も示している。

本研究の内容の詳細は、まず本章１．３節で本研究で対象とする飛翔体の定義を与え、飛翔体を構成する各サブシステムについて概説した後、１．４節で飛翔体誘導制御問題を定式化する。

第２章では誘導制御問題の制御対象である飛翔体自身に関する６自由度の運動方程式を２．２節で導出し、２．３節では平衡点近傍における近似線形化手法を用いて２．２節で得られた運動方程式を線形化し制御対象としての動特性表現を得る。２．

4節では２.３節での線形化の際仮定した空気力の線形化についてその影響をシミュレーションにより確認し、飛翔体動特性がその飛翔速度で大きく変動する、線形時変数系での表現が必要であることを指摘し、２.５節では１.３節で与えた飛翔体に対して線形時変数系動特性モデルの同定方法を示すとともに、その同定結果を表2-1 で与える。

第３章では比例航法を実現するために必要不可欠な目視線角の変化率を計測する目標追尾装置について ３.２節でその機能、ハードウエアの構造について概説し、空間安定化機構の相違から 1)フリージャイロ方式、 2)レートジャイロ方式、3)ストラップダウン方式の三方式に分類し、３.３節では各々の方式に対する動特性モデルを与え、３.４節で各方式毎に目標追尾特性、周波数応答特性、最大追尾角速度、空間安定特性を解析し、いずれの方式においても近似的に１次遅れ系で目視線角の変化率を計測していることを示すとともに、この解析を通して、レートジャイロ方式の場合の空間安定化ループゲインとストラップダウン方式の場合のサンプルフレームが、空間安定特性という意味において１対１に対応していることを示す。

第４章ではまず ４.２節で従来から経験的に用いられている比例航法について原理を示し、飛翔体及び目標の速度が一定でかつ飛翔体の動特性が１(完全系)の場合、比例航法によってミスディスタンスを零にすることができることを示すとともに、旋回回避運動する目標に対しては、有効航法定数Ｎ’が２以上である必要があることを示す。また ４.３節では比例航法を現実の飛翔体に応用する場合の問題点及び対処の方法を述べる。 ４.４節では最適制御理論による新しい航法の導出を試み、まず４.４.１節でＬＱ理論(Linear Quadratic Theory) について要約し、４.４.２節でＬＱ理論を用いて飛翔体動特性を１と仮定した場合の最適航法を導出し、その結果が有効航法定数が３の場合の比例航法になっていることを示す。４.４.３節では飛翔体の動特性を考慮に入れた場合の最適航法を導出し、 ４.５節で最適航法を現実の飛翔体に実現する場合の問題点を示す。また ４.６節でシミュレーションにより比例航法と最適航法の比較を行い、飛翔体の最も重要な能力評価である最小射程という意味において、この二つの航法間の有意差が小さいことを示す。

第５章ではまず ５.２節で第３章で解析した目標追尾装置について三種類のモデル不確定性を定義し、それらのモデル不確定要因を考慮にいれた誘導制御系のブロック線図を与える。５.３節では５.２節で与えた誘導制御系ブロック線図がルーリ

エの問題として考えることができることを示すとともに、ルーリエの問題に対するポポフの絶対安定条件及び超安定定理を要約する。５．４節では誘導制御系のブロック線図をルーリエ系に等価変換した後、ポポフの超安定定理を用いて安定解析し、目標追尾装置のモデル不確定性に関する拘束条件を与えるとともに、その解析を通して誘導制御系の内部安定性に関する新しい指標である飛翔安定限界距離を定義する。５．５節では５．４節で定義した指標を従来から誘導制御系の評価の指標として最も一般的に用いられているミスディスタンスと対応づけるためにＣＡＤＥＴという統計的シミュレーション技法について要約し、５．６節で誘導制御系の入出力安定性に関わる指標とみなすことができるミスディスタンスの統計値と、内部安定性に関わる指標である飛翔安定限界距離との対応をＣＡＤＥＴにより解析し、両者が極めてよく対応していることを示す。その結果誘導制御系の設計段階において、解析的に導出することができる飛翔安定限界距離を設計の指標として用いることができることを示す。

第６章では第５章で示した誘導制御系のロバスト安定性に関する解析手法を、そのまま誘導制御系のロバスト設計手法と見直すことにより、ロバスト設計手順として要約する。

第７章では本研究を総括する。

１．３　飛翔体の概要

本研究における飛翔体を次のように定義する。

《 定義：飛翔体 》

本研究における飛翔体とは、３次元空間において他の物体に会合するために独自にその運動を空気力学的手段で制御する能力を有し、かつ独自に推進力を有する誘導弾をいう。

～ 定義終わり ～

この定義によれば例えば航空機は有人であり、またロケットなどは無人でかつ独自に推進力を有しているが、その運動を独自に制御する能力に欠けているため本研究でいう飛翔体からは除外される。また空間における運動の制御方式としては一般に空気力学的手段による方法（空力操舵方式）と推力ベクトルを制御する方法（ＴＶＣ方式、Thrust Vector Control）とに分類されるが、本研究においては空力操舵方式の飛翔体を対象にする。この両者はその運動方程式における外力項の取り扱

いが異なるのみで本質的な相違はない。

飛翔体はその種類及び用途によって表1-1 のように分類することができる。ここで記号Aは空(Air)、Sは地(Surface)、Mは飛翔体(Missile) を意味し、例えばSAMは地対空誘導弾(Surface-to-Air Missile)という意味である。本研究では表1-1に●で示した短射程の飛翔体を対象にする。その理由は以下の通りである。

(1)飛翔体は小型になるほど運動性に優れ、かつ空気力学的非線形性を有してくるため制御対象として複雑であり、高度な制御技術を必要とする。

(2)空対空短射程誘導弾(AAM) が会合すべき目標は一般に運動性能に優れた戦闘機であり、その性能向上に対処できる誘導技術が必要とされている。

(3)飛翔体は大型になるほど運動性能が劣り、慣性航法技術や推進機関技術など付帯的な技術には高度な技術が要求されるが、誘導制御技術としては短射程誘導弾に比べて新しい技術は少ない。

表1－1　飛翔体の分類

	種類				備考	
	AAM	ASM	SAM	SSM	誘導方式	今後の動向
短射程	●	——	○	○	ホーミング	戦闘機の性能向上に伴い高度技術が必要
中射程	○	——	○	○	ホーミング 慣性航法	慣性航法技術が必要
長射程	○	○	○	○	慣性航法 指令誘導	慣性航法、推進機関技術が必要

表1－2　飛翔体諸元

分　類	短射程空対空誘導弾	全　長	3ｍ
誘導方式	ホーミング方式	全　幅	650mm
航　　法	比例航法	直　径	130mm
操舵方式	前翼空力操舵方式	重　量	100Kg
推進薬	固体推進薬	総推力	6ts

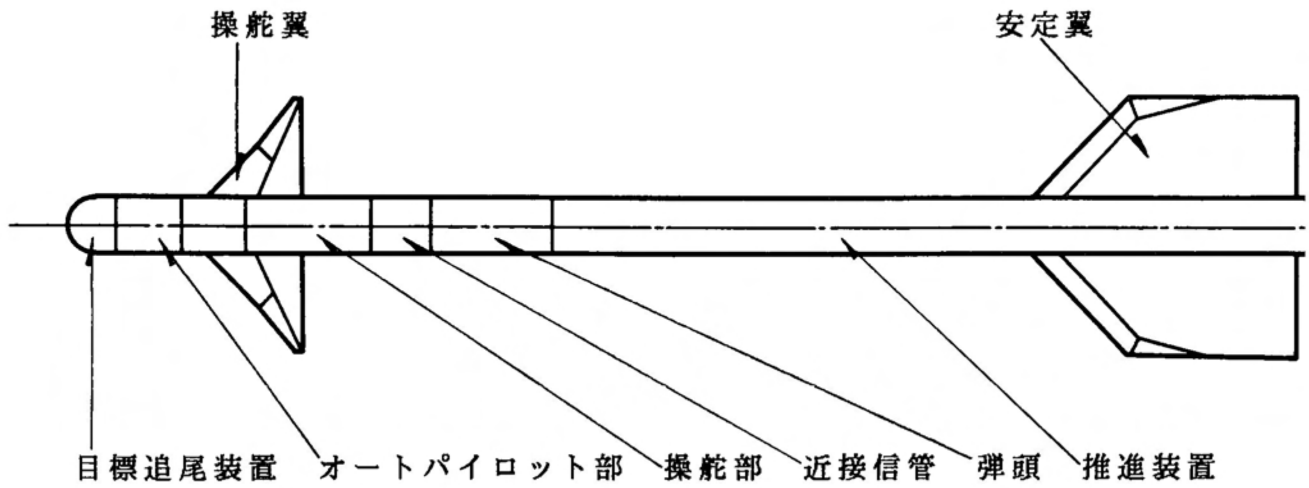


図１－１　飛翔体全体構成図

本研究で対象にする飛翔体の全体構成図を図1-1に、代表的諸元を表1-2に示す。以下 図1-1に示した各サブシステムの概要について述べる。

(1)目標追尾装置

目標追尾装置は会合すべき目標を検知、捕捉し、比例航法を実現するために必要な目視線角の変化率を出力する装置であり、いわば飛翔体の目にあたる部分である。目標を見るために用いられる媒体としては光波と電波に大別され、光波の場合はパッシブ方式（目標から放射されるエネルギーを追尾する）、電波の場合はアクティブ方式（目標に電波を照射し目標からの反射波を追尾する）が主である。目標追尾装置の構造はフリージャイロ方式、レートジャイロ方式、ストラップダウン方式に大別される。 装置の基本的構成を図1-2に示す。詳細については第３章で述べる。

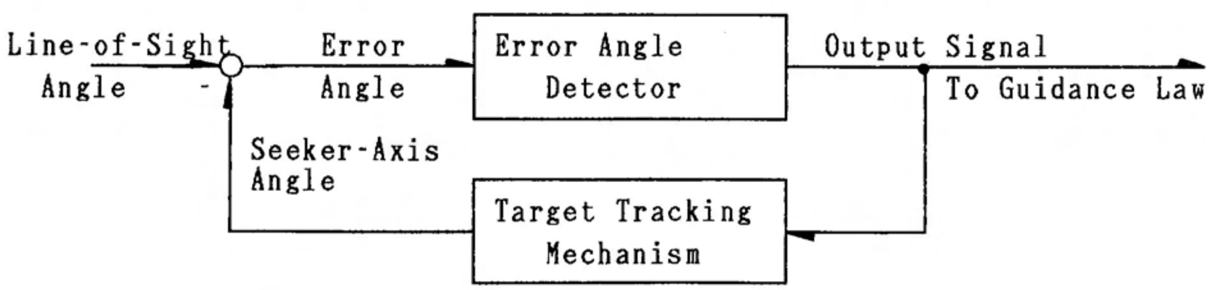


図１－２　目標追尾装置基本構成図

(2)オートパイロット部

オートパイロット部は飛翔体の運動を制御するための操舵量を決定する電子回路であり、この部分に本研究による手法などを用いた設計結果が、様々の補償回路という形で組み込まれている。一般に操舵は二つの目的のためになされる。一つは目標に会合させるための誘導則に関する操舵であり、もう一つは飛翔体を空気力学的に安定飛翔させるための操舵である。この安定飛翔のための制御系は特にダンパーループと呼ばれている。オートパイロット部の基本構造を図1-3に示す。

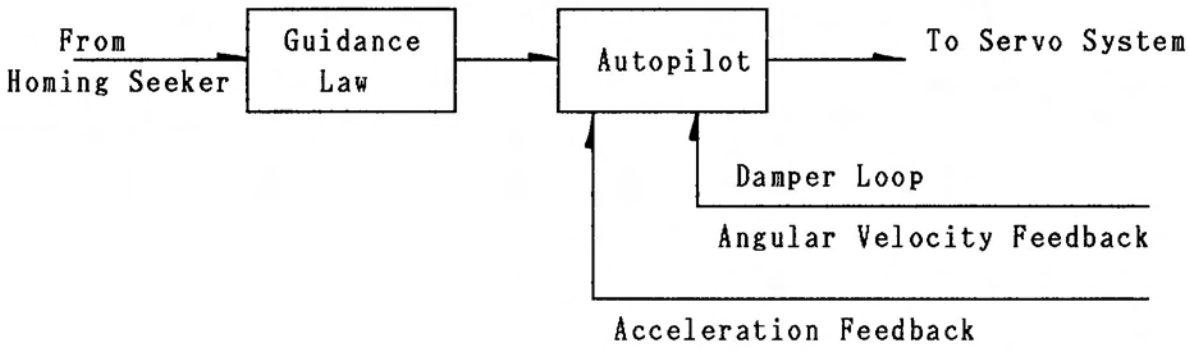


図１－３　オートパイロット部基本構造図

(3)操舵部

操舵部はオートパイロット部からの指令に従って操舵翼を制御するための装置である。制御装置をその動力源で分類すると電気サーボ、ガスサーボ、油圧サーボ方式という分類になり、また制御方式で分類すると舵角制御方式とトルクバランス方式がある。舵角制御方式は操舵翼の回転角を制御する方式であり、トルクバランス方式は操舵翼の回転軸回りに加えるトルクと、操舵翼に働く空気力による反動トルクをバランスさせる方式である。一般にガスサーボの場合はトルクバランス方式であり、電気、油圧サーボの場合は舵角制御方式である。本研究においては舵角制御方式を考える。

(4)近接信管

近接信管は飛翔体と目標との相対距離がある設定値以下になった場合弾頭を起爆させるための信号を発生する装置である。これは全ての飛翔体についているわけではなく、１.４節で与えるシステム許容誤差ε_mと弾頭威力の関係で設計される。システム許容誤差ε_mを厳しく設定してそれを実現するための誘導制御系を構成し、近接信管を用いないか、或はある程度の誤差を許容し近接信管を用いるかはシステム設計段階で決定されるべき事項である。近接信管の方式としては、赤外線パッシブ方式、電波アクティブ方式、レーザアクティブ方式などがある。本研究においては考慮に入れない。

(5)弾頭

弾頭は飛翔体の命中効果を高めるためのものであり、弾殻方式によって、フラグメント方式、コンティニュアス・ロッド方式、アニュラブラスト・フラグメント方式などがある。本研究においては考慮に入れない。

(6)推進装置

推進装置としては、固体ロケット、液体ロケット、ジェットエンジン、ラムジェットエンジンがあるが、小型の飛翔体は殆ど固体ロケットである。固体ロケットモータ用の推進薬としては、ダブルベース推進薬、ＣＴＰＢ系コンポジット推進薬、ＨＴＰＢ系コンポジット推進薬などがある。本研究においてはＣＴＰＢ系コンポジット推進薬とし薬量２５Kg、燃焼秒時５秒、総推力６ton·秒、スラスト・パターンは矩形とする。

(7)機体

機体については特に方式という様なものはなく、飛翔体の用途、規模に応じて旋回性能、応答性等が考慮されて設計される。操舵翼についてはその取り付け位置によって、前翼操舵方式、後翼操舵方式、主翼操舵方式に分類される。前翼操舵方式の場合操舵翼の形状によって、デルタ翼、ダブルデルタ翼、ダブルカナード翼等に分けられる。前翼操舵方式の場合は、操舵翼と安定翼の間の空気力学的干渉によってロール運動が発生しやすい問題があるが、反面応答性に優れ、また操舵部がオートパイロット部に近いところに配置できるという特徴がある。このほかに旋回性能向上のための方策として、ＢＴＴ(Bank-to-Turn)飛翔体も考えられている。ＢＴＴとは目標方向に旋回する際に一定の旋回面で旋回する方式であり、旋回する前に必

ずバンク角(ロール角)をとる方式である。これに対して従来の迎角を発生しながら旋回する方式はＳＴＴ(Skid-to-Turn)と言われる。ＢＴＴには、４５度ＢＴＴ、９０度ＢＴＴ、１８０度ＢＴＴがあり、それぞれで機体の形状が異なってくる。４５度ＢＴＴの場合はＸ字翼であり、９０度ＢＴＴは上下対称で主旋回面を有する機体、更に１８０度ＢＴＴは飛行機型の飛翔体である。ＢＴＴ方式の場合はロール角制御がきわめて重要な問題であり、従って前翼操舵方式のＢＴＴは実現が難しい。

１.４　飛翔体誘導制御問題

飛翔体の誘導制御問題とは、三次元空間において飛翔体を目標と会合させるために飛翔体を誘導、制御する問題であり、任意の時刻ｔにおける飛翔体及び目標の位置ベクトルをそれぞれ$X_M(t)$、$X_T(t)$とする時、ある適当な時刻t_f及びシステム許容誤差ε_mに対して、

$$\| X_M(t_f) - X_T(t_f) \| < \varepsilon_m \tag{1.1}$$

を満足させることである。インターセプト問題と呼ばれることもある。ここで$\|\cdot\|$はベクトルノルムを表している。(1.1)式でシステム許容誤差ε_mは目標の種類や特徴に応じて、新しい飛翔体システムを考案する基本設計段階においてシステム要求として与えられる。この時同様にまた、統計的な立場からシステム許容誤差ε_mの範囲内を通る確率もシステム要求として与えられる。

この誘導制御問題は次の二つの問題に大別される。

1)飛翔体を目標に会合させるための誘導方式(航法)を導出する問題。

2)航法に基づいて制御系を構成する問題。

この二つの問題のうち １.１節で述べたように近年では第１項よりむしろロバスト安定な誘導制御系への指向から第２項に関する研究の方が盛んである。本研究においては第４章で第１項の問題を取り扱い第５章で第２項の問題をロバストな誘導制御系の設計という立場から取り扱う。また誘導制御問題の概念を明確にするために図1-4に誘導制御系の概念をまた図1-5にその基本構成図を示す。尚誘導制御問題の概念を明確にするために図1-5の具体的な一例を図1-6に示しておく。図1-5 に示すように誘導制御問題は飛翔体自身のハードウエアで構成される部分と、飛翔体と目標との空間的相対運動で構成される部分から成り、その二つのブロックの接点が、目標追尾装置による目視線変化率の計測である。

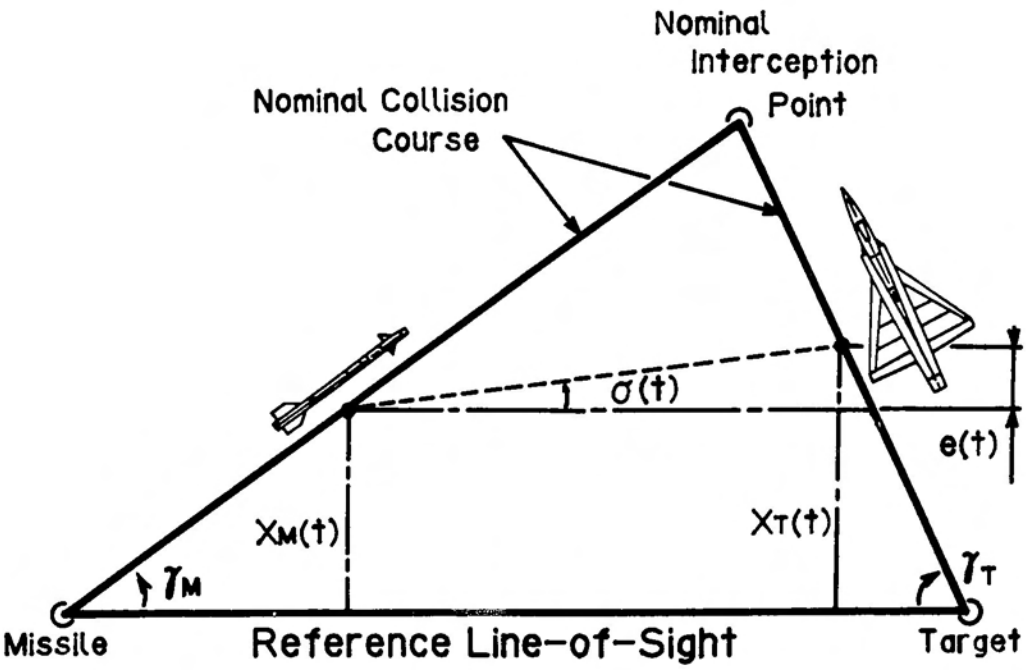


図１－４　誘導制御問題の概念

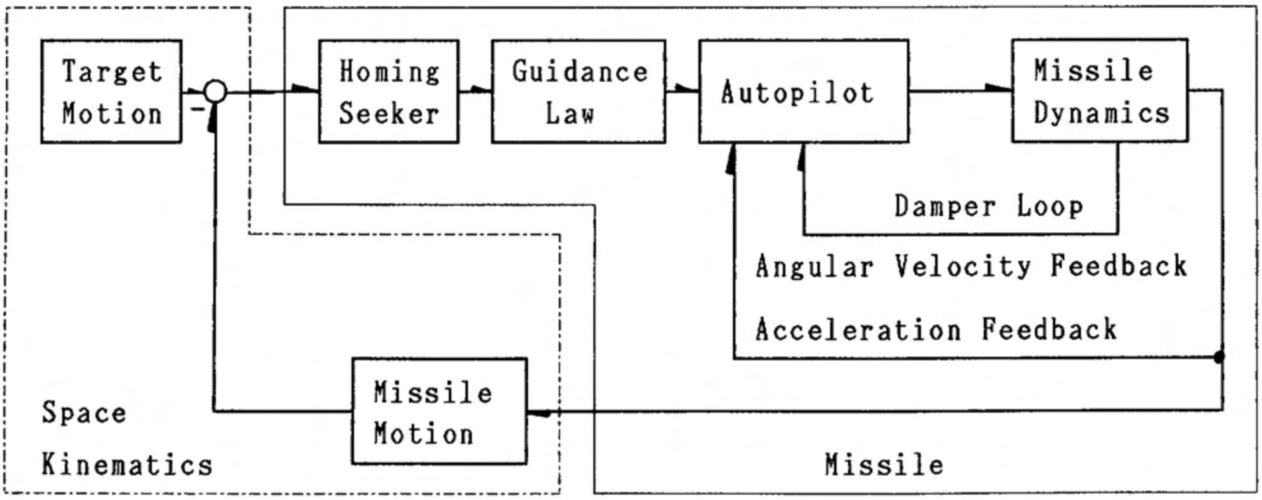


図１－５　誘導制御問題の基本構成図

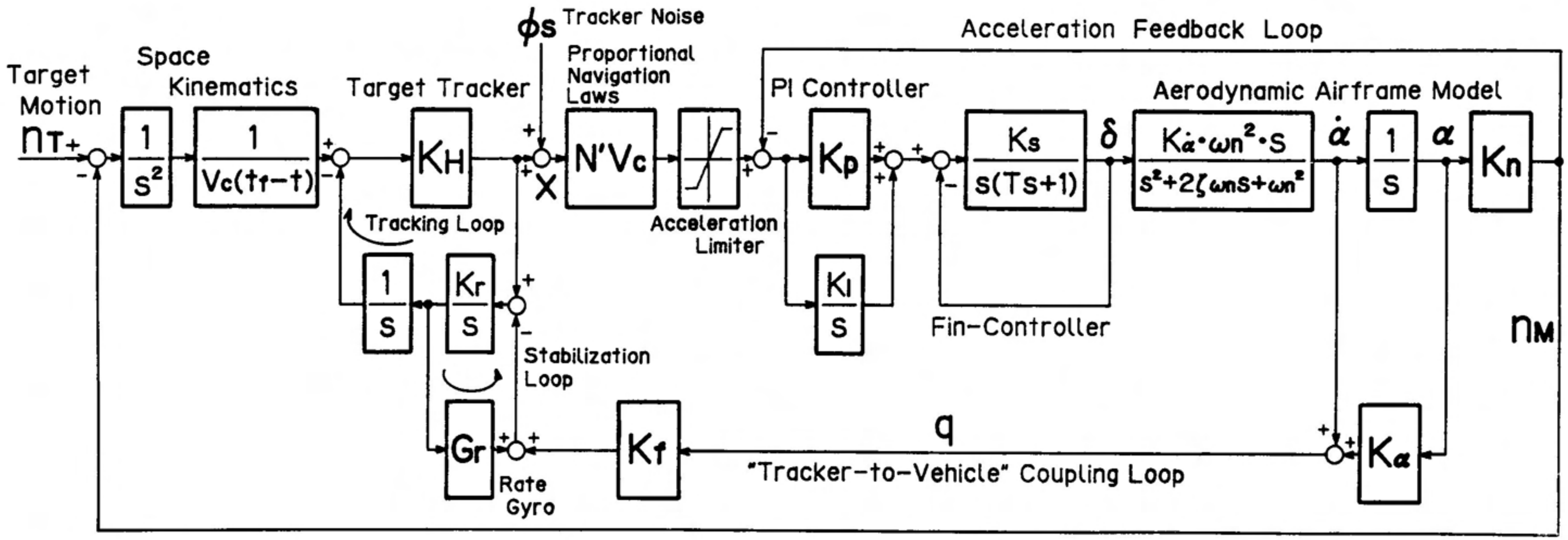


図１－６　誘導制御系ブロック線図の例

第２章　飛翔体の運動方程式とその線形化

２．１　はじめに

この章では４章以降の誘導制御系設計に必要な飛翔体の動特性モデルを得るために、３次元空間を飛翔する飛翔体を剛体として取り扱い、まず2.2 節でニュートンの運動に関する第２法則から運動座標系における剛体の６自由度運動方程式を導出する。更にここで得られた６個の微分方程式の外力項において、空気力が迎角、舵角に関して線形であることを仮定することにより、空気力に関して線形化された飛翔体の運動方程式を得る。次に2.3 節では2.2 節での結果に、更に飛翔体がロール運動に関して完全に制御されており、かつ等速直線運動をしている一つの定常状態を考え、その定常状態に対して微小摂動を与えることにより、縦系、及び横系の４自由度に関する線形運動方程式を得る。2.4 節では2.3 節で行った空気力の線形化の影響について、特に非線形性が著しい空力モーメント係数を例に取って、第１章で与えた飛翔体に関するシミュレーションにより明らかにする。また2.5 節では2.4 節の結果から飛翔体の動特性モデルとして、飛翔速度変化に対応して係数が変化する線形時変数系モデルの有効性を示しモデルの構成を行う。ここで得られた線形時変数系モデルは本研究における制御対象の動特性を表現するものであり、４章以降で誘導制御系を考察する場合の線形制御理論の応用を可能にすると共に、その設計手法の現実的応用の可能性を保証するものである。

２．２　６自由度運動方程式(56)～(57)

２．２．１ 並進運動系

運動に関するニュートンの第２法則より、

$$\frac{d}{dt}(mV)_I = \Sigma F \tag{2.1}$$

である。ここで、$d/dt(\ )_I$ は静止座標系における時間微分を表し、ΣFは飛翔体に作用する外力を表している。(2.1)式で、

$$\frac{d}{dt}(mV)_I = \frac{dm}{dt}V + m\frac{d}{dt}(V)_I \tag{2.2}$$

であり、飛翔体の質量は推進薬の燃焼により飛翔中変化しているが、ここでは、

$$\frac{d}{dt}m = 0 \tag{2.3}$$

を仮定すると、

$$\frac{d}{dt}(mV)_I = m\{\frac{d}{dt}(V)_M+(\Omega\times V)\} \tag{2.4}$$

である。ここで、d／dt(　)$_M$ は運動座標系での時間微分を表し、Ωは静止座標系に対する運動座標系の回転ベクトルを表している。(2.4)式において、

$$V = u\cdot i_m + v\cdot j_m + w\cdot k_m \tag{2.5}$$

$$\Omega = p\cdot i_m + q\cdot j_m + r\cdot k_m \tag{2.6}$$

だから、

$$\frac{d}{dt}(mV)_I = m(\dot{u}+qw-rv)i_m + m(\dot{v}+ru-pw)j_m + m(\dot{w}+pv-qu)k_m \tag{2.7}$$

である。

結局(2.1)式と(2.7)式から飛翔体の並進運動に関する運動方程式として、

$$\left.\begin{aligned} m(\dot{u}+qw-rv) &= Fx \\ m(\dot{v}+ru-pw) &= Fy \\ m(\dot{w}+pv-qu) &= Fz \end{aligned}\right] \tag{2.8}$$

を得る。(2.8)式は運動座標系での表現であり、また $\dot{u},\dot{v},\dot{w}$ はそれぞれ u，v，wの時間微分を表している。

(2.8)式で外力 F[Fx, Fy, Fz] は一般に推進力，空気力，重力などで決定されるものであり、その内容は次の通りである。

Fx ： X_m軸方向に作用する外力は推進力T、空気抗力D及び重力のX_m軸方向成分 Wx であり、

$$Fx = T(t) - D + Wx \tag{2.9}$$

で表すことができる。ここで推進力Tは推進装置の燃焼試験から得られるものである。空気抗力Dは、

$$D = QS\cdot Cx(M, \delta y, \delta z) \tag{2.10}$$

で表現される。(2.10)式でQは動圧($\rho v^2/2$)、Sは基準断面積、$Cx(M, \delta y, \delta z)$はX$_m$軸方向の空力係数、Wxは重力のX$_m$軸方向成分である。

Fy, Fz：Y$_m$軸, Z$_m$軸方向に作用する外力は、空気力，及び重力のY$_m$軸, Z$_m$軸方向成分であり、

$$Fy = QS \cdot Cy(M, \beta, \delta z) + Wy \tag{2.11}$$

$$Fz = QS \cdot Cz(M, \alpha, \delta y) + Wz \tag{2.12}$$

で表される。ここで $Cy(M, \beta, \delta z)$, $Cz(M, \alpha, \delta y)$ はY$_m$軸、Z$_m$軸方向の空力係数と呼ばれるものである。これらは一般にマッハ数，迎角(横滑り角)，舵角に関する関数であり、$Cx(M, \delta y, \delta z)$と共に風胴試験から得られる。

重力の各軸成分は付録(7)式 に示した静止座標系から運動座標系への座標変換行列を用いて、

$$\begin{pmatrix} Wx \\ Wy \\ Wz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cdot\cos\psi & \cos\theta\cdot\sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi\cdot\sin\theta\cdot\cos\psi-\cos\phi\cdot\sin\psi & \sin\phi\cdot\sin\theta\cdot\sin\psi+\cos\phi\cdot\cos\psi & \sin\phi\cdot\cos\theta \\ \cos\phi\cdot\sin\theta\cdot\cos\psi+\sin\phi\cdot\sin\psi & \cos\phi\cdot\sin\theta\cdot\sin\psi-\sin\phi\cdot\cos\psi & \cos\phi\cdot\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}$$

$$= [-mg\sin\theta, mg\sin\phi\cdot\cos\theta, mg\cos\phi\cdot\cos\theta]^T \tag{2.13}$$

である。従って飛翔体の並進運動方程式として、

$$m(\dot{u} + qw - rv) = T(t) - QSCx(M, \delta y, \delta z) - mg\sin\theta \tag{2.14}$$

$$m(\dot{v} + ru - pw) = QSCy(M, \beta, \delta z) + mg\sin\phi\cdot\cos\theta \tag{2.15}$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) = QSCz(M, \alpha, \delta y) + mg\cos\phi\cdot\cos\theta \tag{2·16}$$

を得る。

2.2.2 回転運動系

再びニュートンの第2法則より、

$$\frac{d}{dt}(H)_I = \Sigma M \tag{2·17}$$

である。並進運動のときと同様に、

$$\frac{d}{dt}(H)_I = \frac{d}{dt}(H)_M + (\Omega \times H) \tag{2.18}$$

である。ここでHは角運動量であり、

$$H = I \cdot \Omega \tag{2.19}$$

で与えられる。

慣性能率Iは、運動座標系の座標軸が慣性主軸に一致していると仮定すると、

$$I = Ix \cdot i_m i_m + Iy \cdot j_m j_m + Iz \cdot k_m k_m \tag{2.20}$$

で与えられる。従ってダイアディクス演算(58)

$$\left.\begin{array}{ll} i_m i_m \cdot i_m = i_m & i_m i_m \cdot j_m = i_m i_m \cdot k_m = 0 \\ j_m j_m \cdot j_m = j_m & j_m j_m \cdot k_m = j_m j_m \cdot i_m = 0 \\ k_m k_m \cdot k_m = k_m & k_m k_m \cdot i_m = k_m k_m \cdot j_m = 0 \end{array}\right] \tag{2.21}$$

を用いて、

$$H = Ix \cdot p \cdot i_m + Iy \cdot q \cdot j_m + Iz \cdot r \cdot k_m \tag{2.22}$$

である。

飛翔体は飛翔中推進薬の燃焼に伴い慣性能率も厳密に言えば変化しているが、ここでは慣性能率の時間変化を無視すると、

$$\frac{d}{dt}(H)_I = \{Ix\dot{p} + (Iz - Iy)qr\}i_m + \{Iy\dot{q} + (Ix - Iz)rp\}j_m$$

$$+ \{Iz\dot{r} + (Iy - Ix)pq\}k_m \tag{2.23}$$

である。従って(2.17)式は、

$$\left.\begin{array}{l} Ix\dot{p} + (Iz - Iy)qr = Mx \\ Iy\dot{q} + (Ix - Iz)rp = My \\ Iz\dot{r} + (Iy - Ix)pq = Mz \end{array}\right] \tag{2·24}$$

である。

(2·24)式で外力トルクM [Mx, My, Mz] は空気力で決定されるものであり、内容は次の通りである。

Mx : X_m軸回りトルク即ちローリングモーメントとしては、マッハ数M、合成迎角

A、ロール舵角δaで決定される空力モーメント、及び空気抵抗によって発生するダンピングトルクがあり、

$$Mx = QSb \cdot C_l(M, A, \delta a) - QSb^2 \cdot C_{lP}(M) \cdot p / 2V \tag{2.25}$$

と考えることができる。ここで$C_l(M, A, \delta a)$はX_m軸回りの空力モーメント係数、Vは合成速度であり、$C_{lP}(M)$は空気抵抗に関する空力動微分係数である。

My,Mz：Y_m軸回り及びZ_m軸回りトルク、即ちピッチングモーメント、ヨーイングモーメントとしては、マッハ数M、迎角(横滑り角)、舵角$\delta y, \delta z$で決定される空力モーメント、空気抵抗によるダンピングトルク、推進薬燃焼による重心位置移動に伴って発生するトルクなどがあるが、重心位置移動を無視すると、

$$My = QSl \cdot C_m(M, \alpha, \delta y) - QSl^2 \cdot C_{mq}(M) \cdot q / 2V \tag{2.26}$$

$$Mz = QSl \cdot C_n(M, \beta, \delta z) - QSl^2 \cdot C_{nr}(M) \cdot r / 2V \tag{2.27}$$

と考えることができる。$C_m(M, \alpha, \delta y)$、$C_n(M, \beta, \delta z)$はそれぞれY_m軸回り、Z_m軸回りの空力モーメント係数であり、X_m軸回り空力モーメント係数$C_l(M, A, \delta a)$と共に風胴試験から得られる。また$C_{mq}(M)$,$C_{nr}(M)$は$C_{lP}(M)$と同様に動微係数で一般には理論計算から得られる。[59]従って回転系の運動方程式として、

$$Ix\dot{p} + (Iz - Iy)qr = QSb \cdot C_l(M, A, \delta a) - QSb^2 \cdot C_{lP}(M) \cdot \rho / 2V \tag{2.28}$$

$$Iy\dot{q} + (Ix - Iz)rp = QSl \cdot C_m(M, \alpha, \delta y) - QSl^2 \cdot C_{mq}(M) \cdot q / 2V \tag{2.29}$$

$$Iz\dot{r} + (Iy - Ix)pq = QSl \cdot C_n(M, \beta, \delta z) - QSl^2 \cdot C_{nr}(M) \cdot r / 2V \tag{2.30}$$

を得る。

(2.14)～(2.16)式及び(2.28)～(2.30)式は風胴試験結果や燃焼試験結果をデータとして直接用いたシミュレーションにおいて用いられる飛翔体の運動方程式である。しかしながら飛翔体誘導制御系の制御対象としての動特性表現としてはこのままでは不十分であるので、ここで(2.14)～(2.16)式及び(2.28)～(2.30)式における空力係数、空力モーメント係数の線形化について考える。[60]

X_m軸方向の空力係数$C_x(M, \delta y, \delta z)$は機体形状や舵角によって発生する空気抗力に関するものであり、舵角を取ったことによって発生する空気抗力が舵角に比例すると仮定すると、

$$C_x(M,\delta y,\delta z) = C_{D0}(M) + \frac{1}{4} C_{D\delta}(M)\{|\delta y_1|+|\delta y_2| + |\delta z_1|+|\delta z_2|\} \qquad (2.31)$$

$$C_{D0}(M) = C_x(M,0,0) \qquad (2.32)$$

$$C_{D\delta}(M) = \frac{\partial}{\partial \delta y} C_x(M,\delta y,0) = \frac{\partial}{\partial \delta z} C_x(M,0,\delta z) \qquad (2.33)$$

と考えることができる。(2.31)式で$C_{D0}(M)$は零抗力係数、即ち、舵角が零の状態での機体形状による空気抗力であり一般にマッハ数の関数である。また、$C_{D\delta}(M)$は舵角を取ったことによって発生する空気抗力に関する係数であり、これもマッハ数の関数である。次にY_m軸、およびZ_m軸方向の空力係数$C_y(M,\beta,\delta z)$、$C_z(M,\alpha,\delta y)$が各々のマッハ数において迎角(横滑り角)および舵角に関して線形であると仮定すると、

$$C_y(M,\beta,\delta z) = C_{L\delta Z}(M)\cdot\delta z - C_{L\beta}(M)\cdot\beta \qquad (2.34)$$

$$C_z(M,\alpha,\delta y) = -C_{L\delta Y}(M)\cdot\delta y - C_{L\alpha}(M)\cdot\alpha \qquad (2.35)$$

である。ここで、

$$C_{L\delta Z}(M) = \frac{\partial}{\partial \delta z} C_y(M,0,\delta z) \qquad (2.36)$$

$$C_{L\delta Y}(M) = \frac{\partial}{\partial \delta y} C_z(M,0,\delta y) \qquad (2.37)$$

$$C_{L\beta}(M) = \frac{\partial}{\partial \beta} C_y(M,\beta,0) \qquad (2.38)$$

$$C_{L\alpha}(M) = \frac{\partial}{\partial \alpha} C_z(M,\alpha,0) \qquad (2.39)$$

である。(2.34),(2.35)式における符号は本文末の座標系及び記号で示した座標系、迎角(横滑り角)、舵角の符号の定義によるものである。

一般に飛翔体の場合は、航空機とは違って機軸(X_m軸)について形状が対称であ

るので舵角δy, δzの効き方は等しいと考えることができる。従って(2.34),(2.35)式で、

$$C_{L\delta Z}(M) = C_{L\delta Y}(M) = C_{L\delta}(M) \tag{2.40}$$

と表現することができる。同様のことが$C_{L\alpha}$, $C_{L\beta}$ についても言うことができて、

$$C_{L\alpha}(M) = C_{L\beta}(M) \tag{2.41}$$

であるが、一般に総称する記号が用いられていないので、そのままの表記としておく。

結局空力係数を線形化した並進系の運動方程式として、

$$m(\dot{u}+qw-rv)=T(t)-QS[C_{D0}(M)+\frac{1}{4}C_{D\delta}(M)\{|\delta y_1|+|\delta y_2| +|\delta z_1|+|\delta z_2|\}] - mg\sin\theta \tag{2.42}$$

$$m(\dot{v}+ru-pw)=QS\{C_{L\delta}(M)\cdot\delta z-C_{L\beta}(M)\cdot\beta\}+mg\sin\phi\cdot\cos\theta \tag{2.43}$$

$$m(\dot{w}+pv-qu)=-QS\{C_{L\delta}(M)\cdot\delta y+C_{L\alpha}(M)\cdot\alpha\}+mg\cos\phi\cdot\cos\theta \tag{2.44}$$

を得る。本文で用いている飛翔体の$C_{D0}(M)$, $C_{D\delta}(M)$, $C_{L\delta}(M)$, $C_{L\alpha}(M)$を図2-1図2-2に示す。

次に空力モーメント係数$C_l(M, A, \delta a)$、$C_m(M, \alpha, \delta y)$、$C_n(M, \beta, \delta z)$について考える。ローリングモーメント係数$C_l(M, A, \delta a)$は、迎角と横滑り角の非対象から発生するインデュースートモーメントとロール舵角δaにより発生するトルクからなる。インデュースートモーメントは合成迎角Aに比例すると仮定し、またロール舵角により発生するトルクもロール舵角δaに比例すると仮定すると、

$$C_l(M, A, \delta a) = C_{iA}(M)A\sin 4\phi_A + C_{l\delta a}(M)\cdot\delta a \tag{2.45}$$

である。ここで$C_{iA}(M)$はインデュースト・モーメント係数であり、風胴試験結果から得られる。(2.45)式における$\sin 4\phi_A$ はバンク角が0または$\pi/4$の場合には風軸に対して飛翔体が対称になり、インデュースートモーメントは発生しないことを意味したものである。また、$C_{l\delta a}(M)$はローリングモーメント微係数と呼ばれ(2.46)式で表される。

$$C_{l\delta a}(M) = \frac{\partial}{\partial \delta a} C_l(M, 0, \delta a) \tag{2.46}$$

ピッチングモーメント係数$C_m(M, \alpha, \delta y)$、ヨーイングモーメント係数$C_n(M, \beta, \delta z)$は迎角（横滑り角）、舵角に関して線形であると仮定すると、

$$C_m(M, \alpha, \delta y) = C_{m\delta}(M) \cdot \delta y - C_{m\alpha}(M) \cdot \alpha \tag{2.47}$$

$$C_n(M, \beta, \delta z) = C_{n\delta}(M) \cdot \delta z - C_{n\beta}(M) \cdot \beta \tag{2.48}$$

と考えることができる。ここで、

$$C_{m\delta}(M) = \frac{\partial}{\partial \delta y} C_m(M, 0, \delta y) \tag{2.49}$$

$$C_{n\delta}(M) = \frac{\partial}{\partial \delta z} C_n(M, 0, \delta z) \tag{2.50}$$

$$C_{m\alpha}(M) = \frac{\partial}{\partial \alpha} C_m(M, \alpha, 0) \tag{2.51}$$

$$C_{n\beta}(M) = \frac{\partial}{\partial \beta} C_n(M, \beta, 0) \tag{2.52}$$

である。一般に飛翔体の場合は機軸（X_m軸）について形状が対称であるので、

$$C_{m\delta}(M) = C_{n\delta}(M) \tag{2.53}$$

$$C_{m\alpha}(M) = C_{n\beta}(M) \tag{2.54}$$

である。結局空力モーメント係数を線形化した回転系の運動方程式として、

$$\begin{aligned} Ix\dot{p} + (Iz - Iy)qr &= QSb \cdot C_{lA}(M) A \sin 4\phi_A \\ &\quad + QSb \cdot C_{l\delta a}(M) \cdot \delta a - QSb^2 \cdot C_{lp}(M) \cdot p/2V \end{aligned} \tag{2.55}$$

$$\begin{aligned} Iy\dot{q} + (Ix - Iz)rp &= QSl\{C_{m\delta}(M) \cdot \delta y - C_{m\alpha}(M) \cdot \alpha\} \\ &\quad - QSl^2 \cdot C_{mq}(M) \cdot q/2V \end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned} Iz\dot{r} + (Iy - Ix)pq &= QSl\{C_{n\delta}(M) \cdot \delta z - C_{n\beta}(M) \cdot \beta\} \\ &\quad - QSl^2 \cdot C_{nr}(M) \cdot r/2V \end{aligned} \tag{2.57}$$

を得る。本文で用いている飛翔体の$C_{m\alpha}(M)$,$C_{m\delta}(M)$,$C_{lp}(M)$,$C_{mq}(M)$を図2-3図2-4に示す。

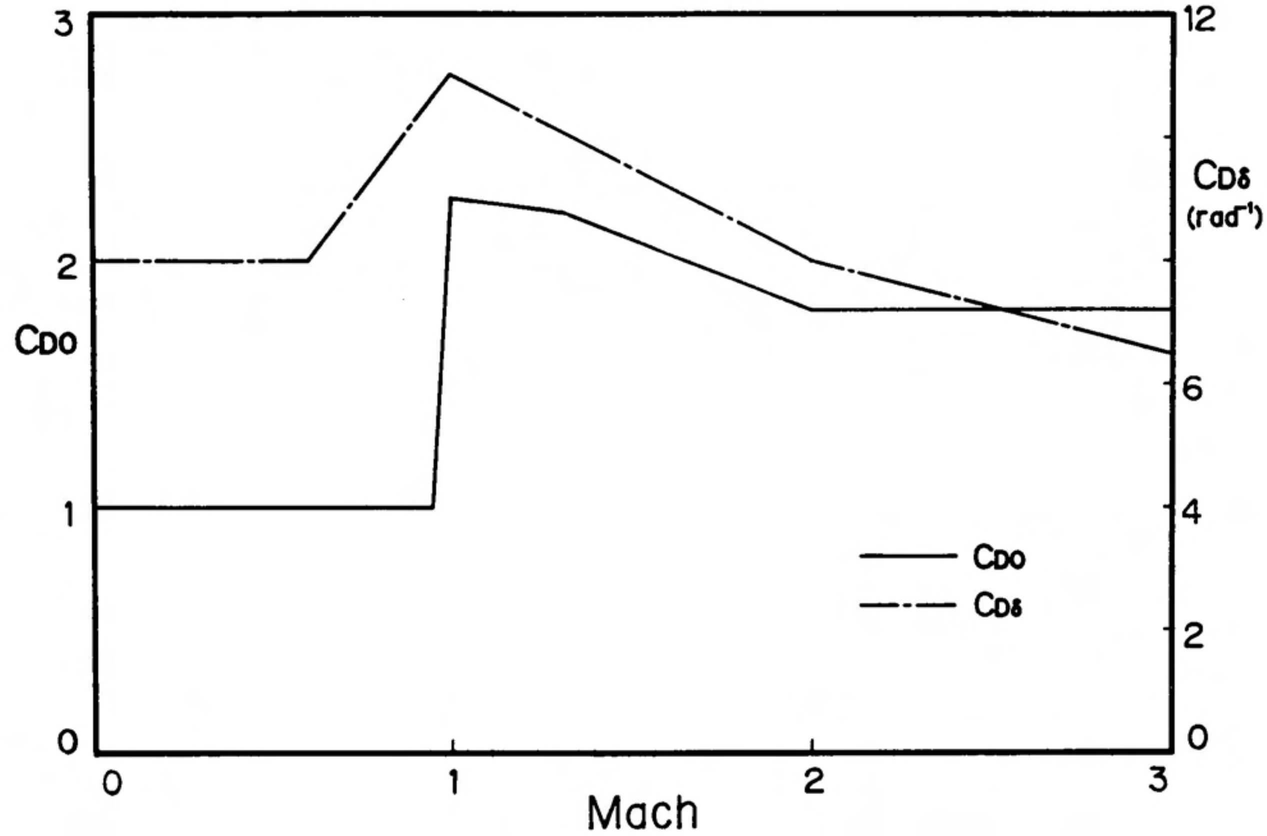


図２－１　$C_{D0}(M), C_{D\delta}(M)$の特性

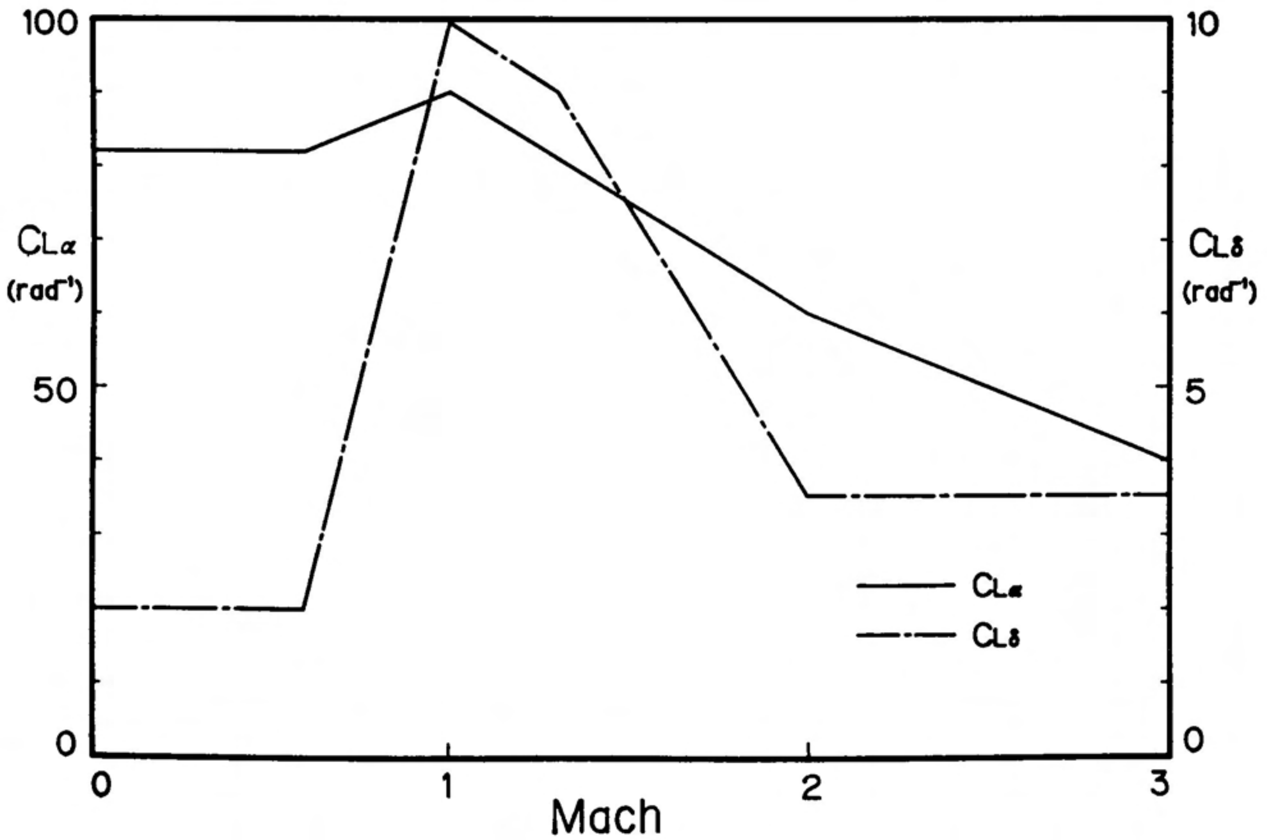


図２－２　$C_{L\alpha}(M), C_{L\delta}(M)$の特性

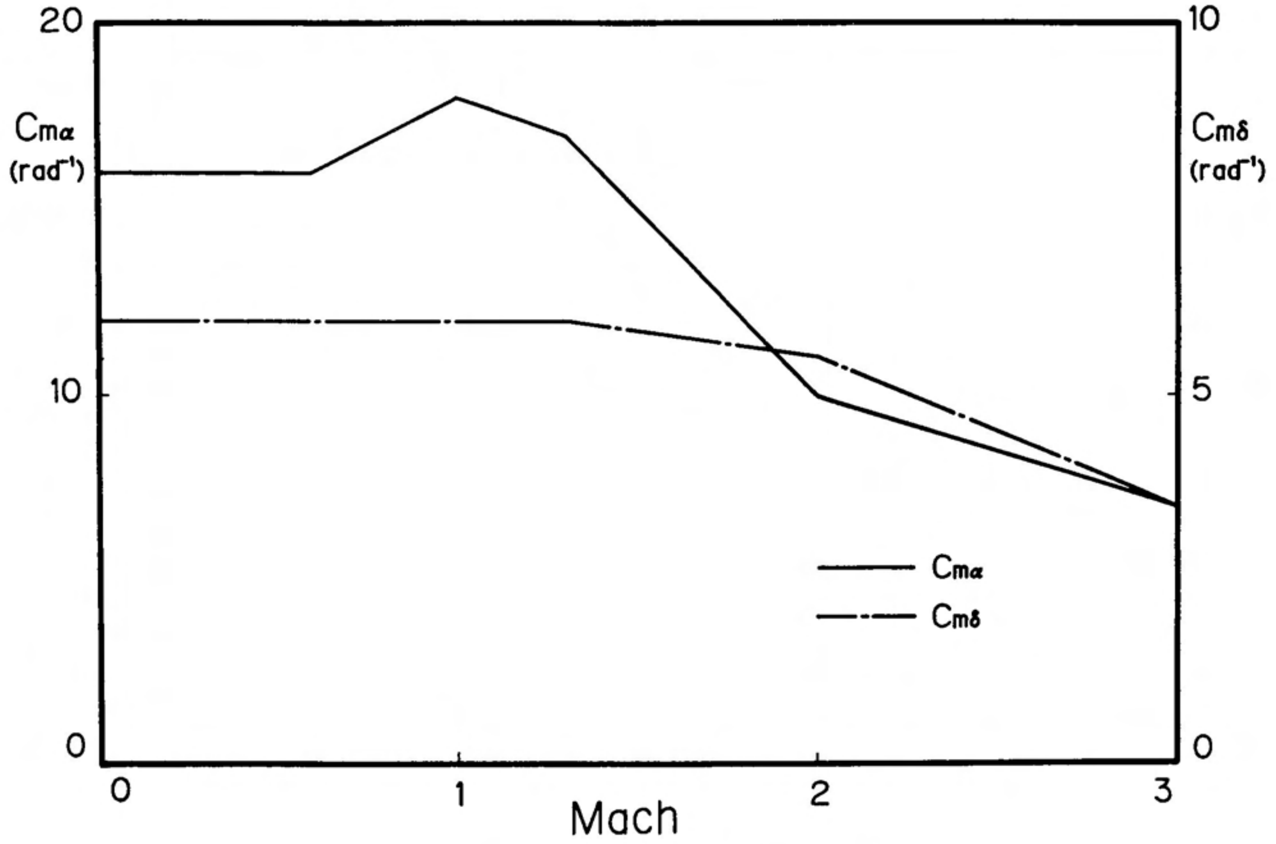


図２－３　$C_{m\alpha}(M), C_{m\delta}(M)$の特性

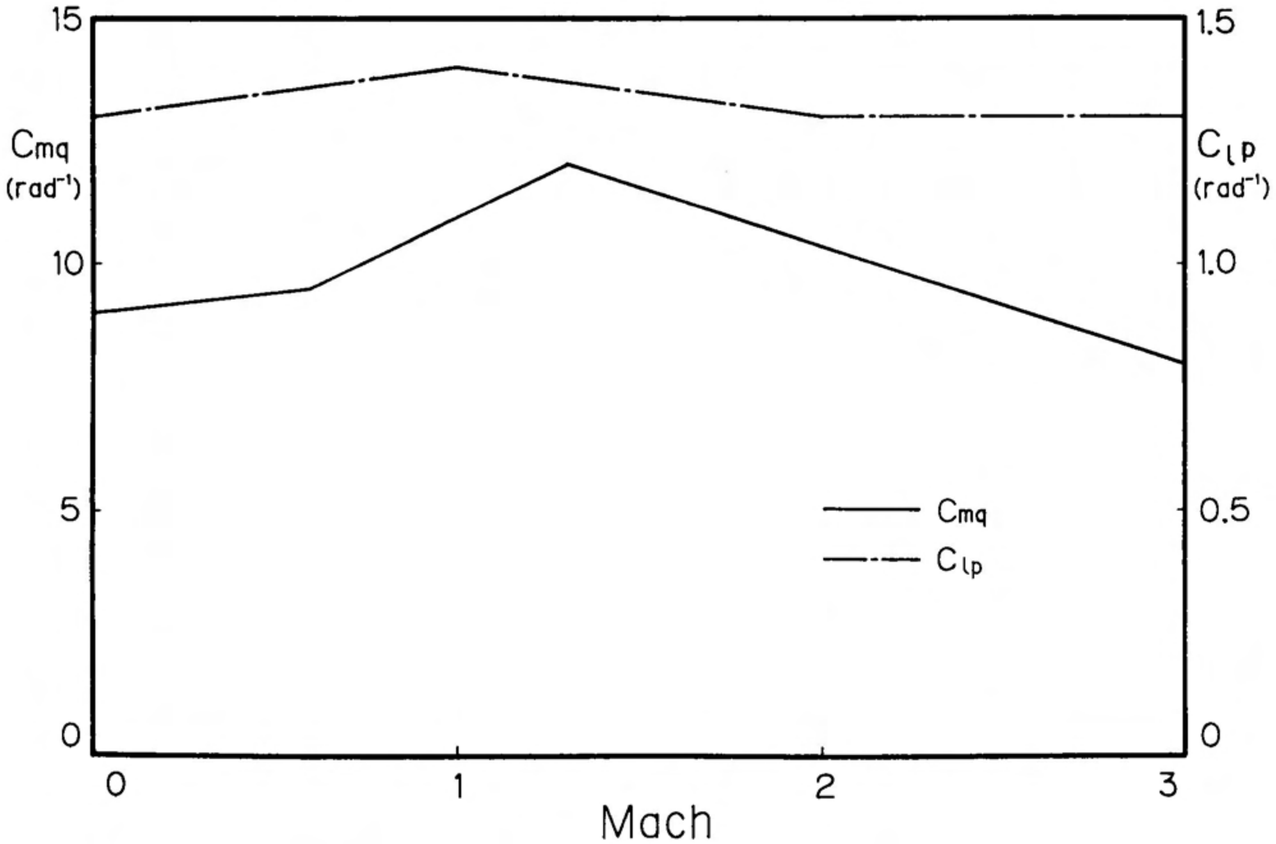


図２－４　$C_{mq}(M), C_{lp}(M)$の特性

2.3 平衡点近傍での線形化[60]

2.2節により空力係数、空力モーメント係数を線形化した飛翔体の運動方程式は、(2.42)～(2.44)式と(2.55)～(2.57)式の組で与えられた。ここではそれらの運動方程式に対して飛翔体が等速直進運動している一つの定常状態、即ち

$$\left.\begin{array}{llll} u = u_0 & & p = 0 \\ v = 0 & & q = 0 \\ w = 0 & & r = 0 \end{array}\right] \tag{2.58}$$

を考え、この定常状態に対して、

$$\left.\begin{array}{ll} v = 0 + \Delta v & q = 0 + \Delta q \\ w = 0 + \Delta w & r = 0 + \Delta r \end{array}\right] \tag{2.59}$$

なる微小摂動を考える。

この時簡単のため以下の仮定をおく。

$$\left.\begin{array}{l} V = \sqrt{u_0{}^2 + (\Delta v)^2 + (\Delta w)^2} \simeq u_0 \\ I_y = I_z = I_0 \end{array}\right] \tag{2.60}$$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha \simeq w/V \simeq \Delta w/u_0 \\ \beta \simeq v/V \simeq \Delta v/u_0 \end{array}\right] \tag{2.61}$$

また(2.43)～(2.44)式で重力項の影響は無視する。

まず (2.58)～(2.60)式を(2.43)～(2.44),(2.56)～(2.57)式に代入する。この時、誤解の恐れがないので、Δv,Δw,Δq,Δrを改めてv,w,q,rと書くことにし、また空力微係数については、全てマッハ数の関数であるが、その関数表現を省略すると、

$$\left.\begin{array}{l} \dot{v} = -r u_0 + \dfrac{1}{m} QS(C_{L\delta}\cdot\delta z - C_{L\beta}\cdot\beta) \\ \dot{w} = q u_0 - \dfrac{1}{m} QS(C_{L\delta}\cdot\delta y + C_{L\alpha}\cdot\alpha) \end{array}\right] \tag{2.62}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dot{q} = QSl(C_{m\delta}\cdot\delta y - C_{m\alpha}\cdot\alpha)/I_0 - QSl^2\cdot C_{mq}\cdot q/2u_0 I_0 \\ \dot{r} = QSl(C_{n\delta}\cdot\delta z - C_{n\beta}\cdot\beta)/I_0 - QSl^2\cdot C_{nr}\cdot r/2u_0 I_0 \end{array}\right] \tag{2.63}$$

を得る。ここで(2.61)式を(2.62)式に代入して並進系の状態変数v,wをα,βに置換すると、

$$\left.\begin{aligned}\dot{\beta} &= -r + \frac{1}{mu_0} QS(C_{L\delta}\cdot\delta z - C_{L\beta}\cdot\beta) \\ \dot{\alpha} &= q - \frac{1}{mu_0} QS(C_{L\delta}\cdot\delta y + C_{L\alpha}\cdot\alpha)\end{aligned}\right] \tag{2.64}$$

である。ここで結果をさらに簡潔にするために(2·64)式で、

$$\left.\begin{aligned}C_{L\alpha}(M) &\gg C_{L\delta}(M) \\ C_{L\beta}(M) &\gg C_{L\delta}(M)\end{aligned}\right] \tag{2.65}$$

を仮定する。この仮定は運動方程式の線形化の過程上特に重要なことではなく、その効果は最終的に舵角に対する迎角(横滑り角)の伝達関数の中で分子に一次の項が残るか残らないかということだけである。実際には、本文で対象としているような飛翔体では$C_{L\delta}$は$C_{L\alpha}$,$C_{L\beta}$の約一割程度である。(図2-2参照)

(2.65)式の仮定のもとに、(2.63),(2.64)式を縦系及び横系の運動方程式に分離して整理すると、

縦系運動方程式

$$\left.\begin{aligned}\dot{\alpha} &= q - K_{L\alpha}\cdot\alpha \\ \dot{q} &= -K_{m\alpha}\cdot\alpha - K_{mq}\cdot q + K_{m\delta}\cdot\delta y\end{aligned}\right] \tag{2.66}$$

横系運動方程式

$$\left.\begin{aligned}\dot{\beta} &= -r - K_{L\beta}\cdot\beta \\ \dot{r} &= K_{m\beta}\cdot\beta - K_{nr}\cdot r + K_{m\delta}\cdot\delta z\end{aligned}\right] \tag{2.67}$$

但し、

$$\left.\begin{aligned}K_{L\alpha} &= QS\cdot C_{L\alpha}(M)/mu_0 \\ K_{L\beta} &= QS\cdot C_{L\beta}(M)/mu_0 \\ K_{m\alpha} &= QSl\cdot C_{m\alpha}(M)/I_0 \\ K_{m\beta} &= QSl\cdot C_{m\beta}(M)/I_0 \\ K_{mq} &= QSl^2\cdot C_{mq}(M)/2I_0u_0 \\ K_{mr} &= QSl^2\cdot C_{nr}(M)/2I_0u_0 \\ K_{m\delta} &= QSl\cdot C_{m\delta}(M)/I_0\end{aligned}\right] \tag{2.68}$$

である。(2.66),(2.67)式をラプラス変換すると、

$$\left.\begin{aligned} &(s+K_{L\alpha})\cdot\alpha(s) - q(s) = 0 \\ &K_{m\alpha}\cdot\alpha(s) + (s+K_{mq})\cdot q(s) = K_{m\delta}\cdot\delta y(s) \end{aligned}\right] \tag{2.69}$$

$$\left.\begin{aligned} &(s+K_{L\beta})\cdot\beta(s) + r(s) = 0 \\ &-K_{m\beta}\cdot\beta(s) + (s+K_{mr})\cdot r(s) = K_{m\delta}\cdot\delta z(s) \end{aligned}\right] \tag{2.70}$$

である。

(2.69),(2.70)式から次の結果を得る。

$$\frac{\alpha(s)}{\delta y(s)} = \frac{K_{m\delta}}{s^2 + (K_{L\alpha}+K_{mq})s + (K_{L\alpha}\cdot K_{mq}+K_{m\alpha})} \tag{2.71}$$

$$\frac{q(s)}{\delta y(s)} = \frac{K_{m\delta}(s+K_{L\alpha})}{s^2 + (K_{L\alpha}+K_{mq})s + (K_{L\alpha}\cdot K_{mq}+K_{m\alpha})} \tag{2.72}$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta z(s)} = \frac{-K_{m\delta}}{s^2 + (K_{L\beta}+K_{mr})s + (K_{L\beta}\cdot K_{mr}+K_{m\beta})} \tag{2.73}$$

$$\frac{r(s)}{\delta z(s)} = \frac{K_{m\delta}(s+K_{L\beta})}{s^2 + (K_{L\beta}+K_{mr})s + (K_{L\beta}\cdot K_{mr}+K_{m\beta})} \tag{2.74}$$

ここで、

$$\left.\begin{aligned} &K_{L\alpha}\cdot K_{mq}+K_{m\alpha} = K_{L\beta}\cdot K_{mr}+K_{m\beta} = \omega_n^2 \\ &K_{L\alpha}+K_{mq} = K_{L\beta}+K_{mr} = 2\zeta\omega_n \end{aligned}\right] \tag{2.75}$$

とおけば、

$$\left.\begin{aligned} &\omega_n = \sqrt{K_{L\alpha}\cdot K_{mq}+K_{m\alpha}} = \sqrt{K_{L\beta}\cdot K_{mr}+K_{m\beta}} \\ &\zeta = \frac{K_{L\alpha}+K_{mq}}{2\sqrt{K_{L\alpha}\cdot K_{mq}+K_{m\alpha}}} = \frac{K_{L\beta}+K_{mr}}{2\sqrt{K_{L\beta}\cdot K_{mr}+K_{m\beta}}} \end{aligned}\right] \tag{2.76}$$

である。(2.76)式が飛翔体短周期モードの固有振動数と減衰係数である。また、(2.66),(2.67)式から飛翔体に発生する旋回加速度は近似的に、

$$\left.\begin{aligned} &n_y = \frac{u_0}{g}(r+\dot{\beta}) = \frac{-K_{L\beta}\cdot u_0}{g}\cdot\beta \\ &n_z = \frac{u_0}{g}(\dot{\alpha}-q) = \frac{-K_{L\alpha}\cdot u_0}{g}\cdot\alpha \end{aligned}\right] \tag{2.77}$$

で得ることができる。さらに速度についても、(2.61)式から近似的に、

$$\left.\begin{aligned} v &= \beta u_0 \\ w &= \alpha u_0 \end{aligned}\right] \tag{2.78}$$

で得ることができる。

(2.71)～(2.74)式は、飛翔体の飛翔速度を一定にした場合、その動特性が線形二次特性で近似できることを示している。現実には飛翔中０～３マッハ程度の間で速度変化が発生するため、速度変化に対応した(2.76)式の変動は無視できない。しかしながら、いずれの飛翔速度に限定してもその固定した速度においてこの近似線形化は成立する訳であり、結局線形時変数系での飛翔体動特性の表現が可能になる。

２．４　空気力の線形化とその影響

2.2節，2.3節では、空力係数　$C_y(M, \beta, \delta_z)$，$C_z(M, \alpha, \delta_y)$、空力モーメント係数$C_m(M, \alpha, \delta_y)$，$C_n(M, \beta, \delta_z)$をマッハ数以外の各変数について線形であると仮定した。本節ではこの線形化の影響について検討する。[61]

図 2-5に揚力係数C_L（2.2節におけるC_y,C_zの総称）,空力モーメント係数 C_M（2.2節におけるC_m,C_nの総称）の風胴試験結果の一例を示す。 図2-5から判断できるように揚力係数C_L を迎角及び舵角について線形であると見なすことについては問題はないが、空力モーメント係数C_M については、特に迎角についての線形化が困難である。空力モーメント係数C_M が迎角について上に凸の傾向は、前翼操舵方式の飛翔体の大きな特徴であり、低迎角で回転モーメントが大きく、トリムの迎角が大きくなり結局高い旋回加速度を得ることができることを示している。（旋回加速度は､トリムの迎角（$C_M = 0$の点)での揚力係数C_Lの値で決まる。）

そこで、空力モーメント係数C_M について、マッハ数が異なる場合のデータ例を図2-6に示す。図2-6から空力モーメント係数C_M の迎角に対する非線形性は亜音速、遷音速領域で顕著であり、超音速領域になるに従って線形性を有してくることがわかる。結局、図2-5､図2-6から、2.2節,2.3節での解析はマッハ２以上の超音速領域ではほぼ正しいことが期待できるが、マッハ１近傍ではかなり特性が異なっている可能性があることを予測させる。

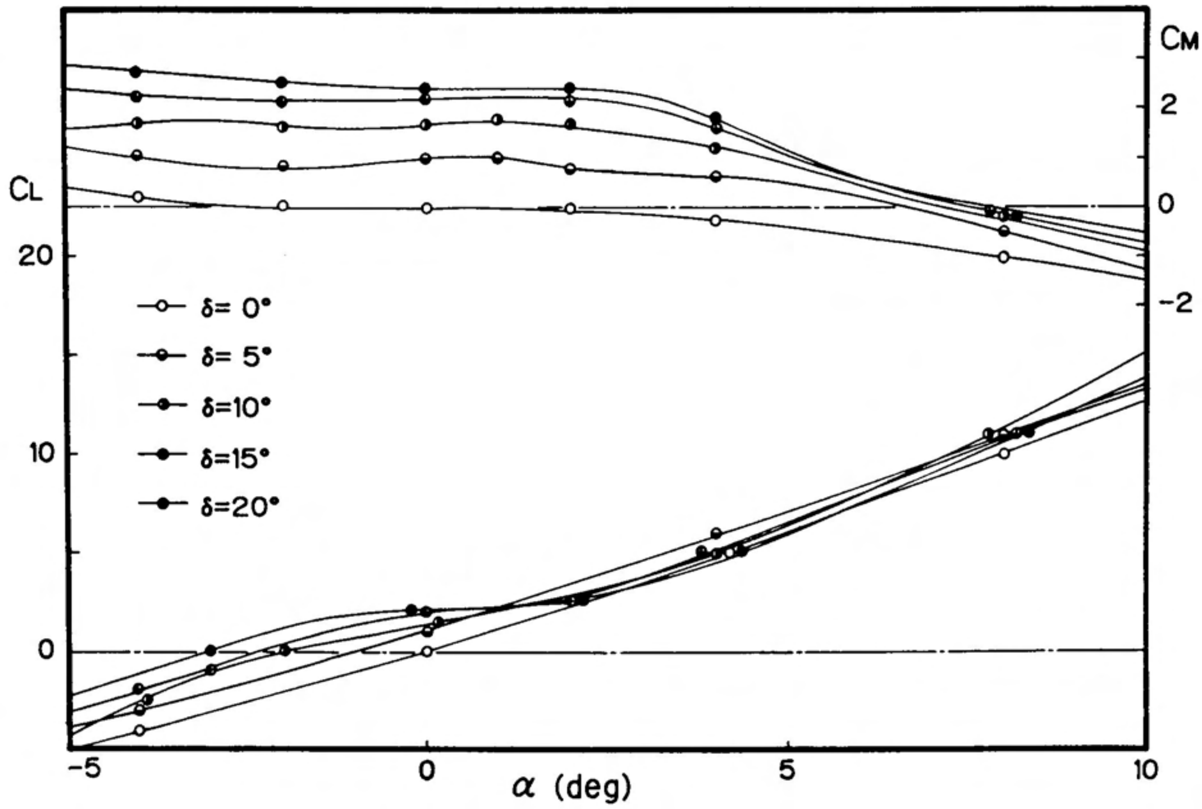


図２－５　揚力係数C_Lおよび空力モーメント係数C_Mの風胴試験結果の一例

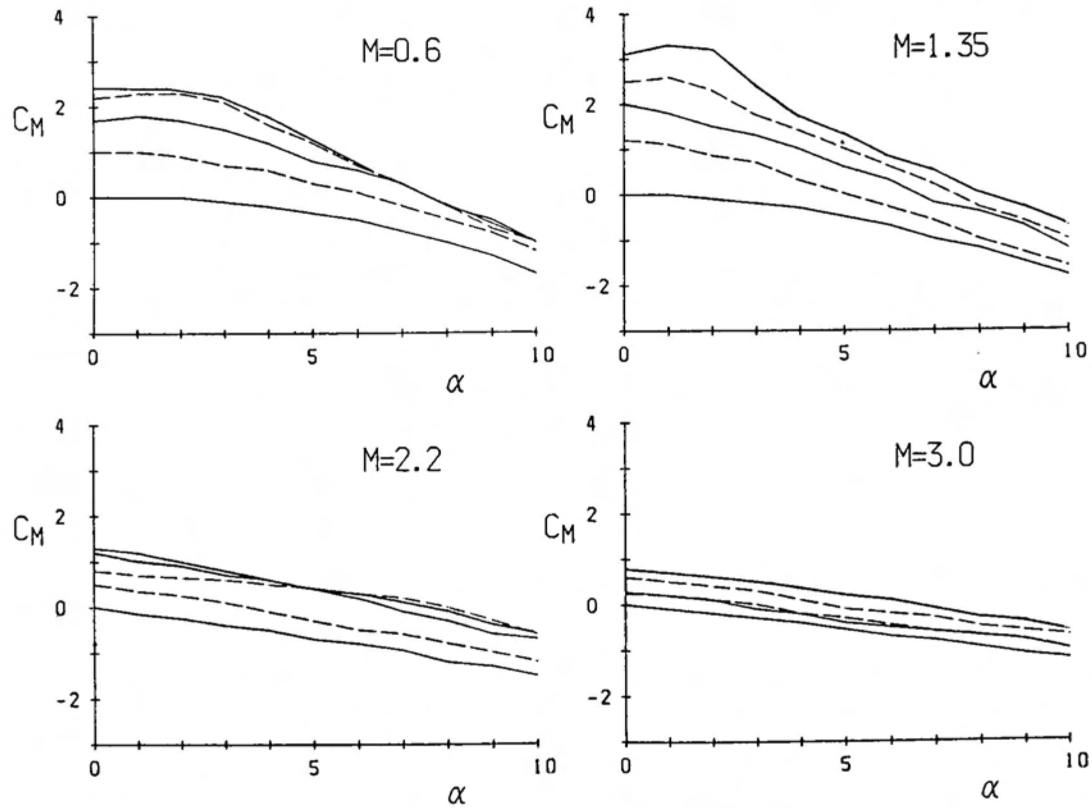


図２－６　空力モーメント係数C_Mの風胴試験結果の一例

以上のことがらを定量的に検討するために空力モーメント係数C_Mについて次のような三つのモデル化を考え、第１章で定義した飛翔体に対して空力モーメント係数として図2-6を与えた計算機シミュレーションにより(2.47),(2.48)式での線形化の影響を明らかにする。

$$\text{モデル 1}\quad \left.\begin{aligned} C_m(M,\alpha,\delta y) &= C_m(M,\alpha,\delta y)\\ C_n(M,\beta,\delta z) &= C_n(M,\beta,\delta z)\end{aligned}\right]\quad (2.79)$$

$$\text{モデル 2}\quad \left.\begin{aligned} C_m(M,\alpha,\delta y) &= C_m(M,\alpha,0) + C_{m\delta}(M)\cdot\delta y\\ C_n(M,\beta,\delta z) &= C_n(M,\beta,0) + C_{n\delta}(M)\cdot\delta z\end{aligned}\right]\quad (2.80)$$

$$\text{モデル 3}\quad \left.\begin{aligned} C_m(M,\alpha,\delta y) &= C_{m\delta}(M)\cdot\delta y - C_{m\alpha}(M)\cdot\alpha\\ C_n(M,\beta,\delta z) &= C_{n\delta}(M)\cdot\delta z + C_{n\beta}(M)\cdot\beta\end{aligned}\right]\quad (2.81)$$

図2-7に、モデル１～モデル３における空力モーメント係数の相違をマッハ１.１の場合を例に取って示す。即ちモデル１では風胴試験結果を直接データとして入力し、計算機で回転運動を解く際に、マッハ数，迎角，舵角について線形補間して用いる。迎角に対するC_M曲線の非線形性は各々のマッハ数に対する舵角零度の場合のデータを用いることにより保持する。モデル２では舵角に対するC_Mの偏微分係数$C_{m\delta}(M)$は、各マッハ数に対して舵角が１０度の時のトリムの迎角点において、舵角に関するC_mの全幅を最大舵角で比例配分することにより求める。プログラムの中では、$C_{m\delta}(M)$は、マッハ数に関する折れ線関数として与える。モデル３はC_Mを迎角，舵角の相方について線形化したものであり、(2.47),(2.48)式の形である。$C_{m\delta}(M)$はモデル２と同じであり、$C_{m\alpha}(M)$は各マッハ数に対して、舵角１０度の場合のトリム迎角点と迎角０度のC_M値を結んだ直線の勾配からもとめ、マッハ数に関する折れ線関数として与える。

空力モーメント係数C_Mに対して以上の三種類のモデルを考え、計算機シミュレーションにより飛翔体の飛翔速度，高度をパラメーターにした場合の結果を図2-8～図2-10に示す。尚計算機シミュレーションにおけるプログラムの基本構成については付録にまとめる。図 2-8はステップ操舵に対する過渡応答を線形２次振動系と見なした場合の固有振動数を示したものである。モデル１及びモデル２に於けるデータのバラツキは5°～20°での入力舵角の相違によるものである。2.3節の短周期近

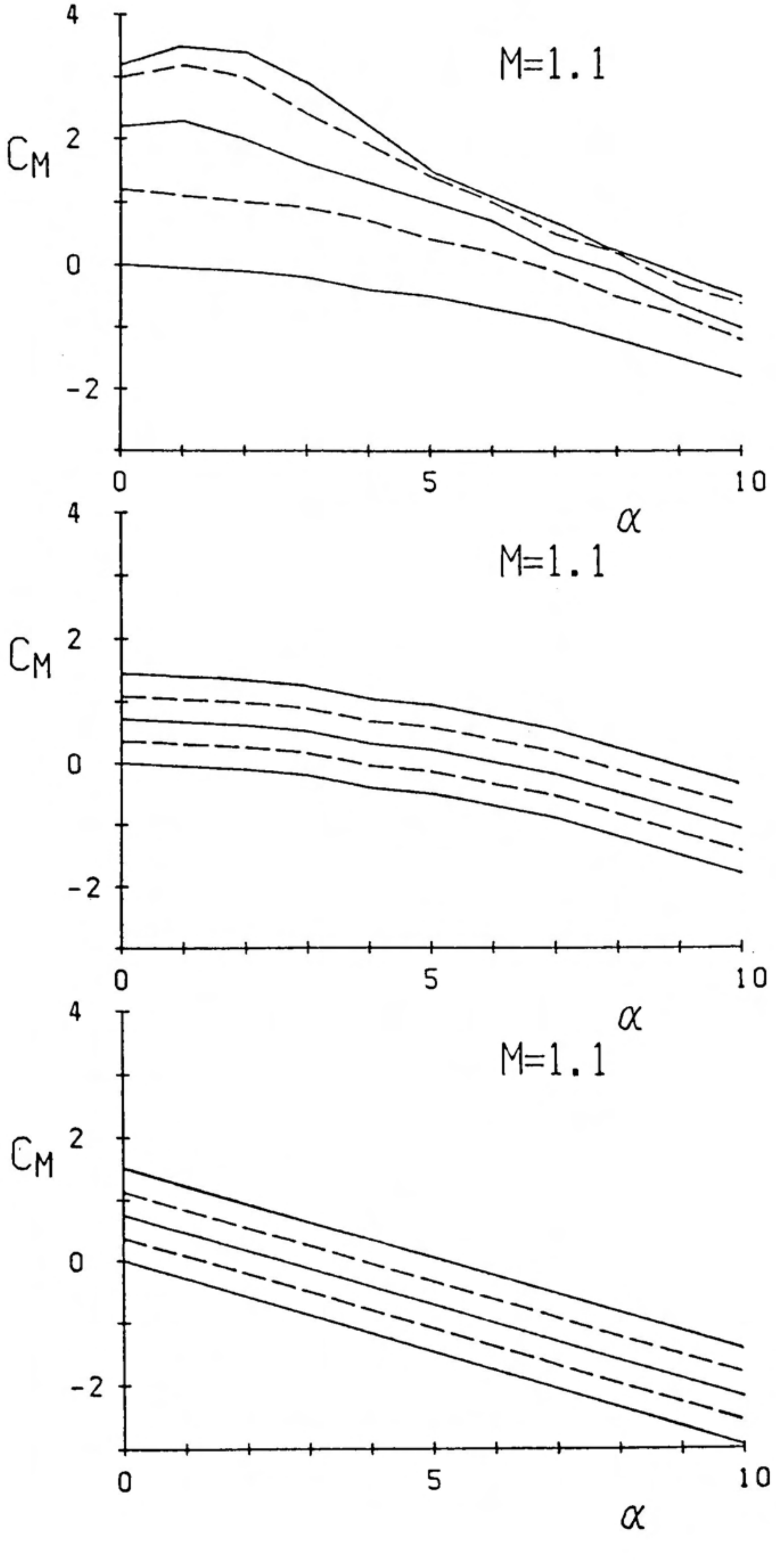


図２－７　空力モーメント係数C_Mの線形化

似解析の結果、固有振動数は主に C_M曲線の迎角に対する勾配で決定されることが(2.76)式から判断できる。この勾配はモデル１，モデル２の場合はトリムの迎角近傍での勾配であり、図 2-7から考えて、モデル１の場合が最も固有振動数が大きくなるのは妥当である。図 2-9は減衰係数を示している。減衰係数は 2.3節の解析によれば主に$C_{L\alpha}(M)$,$C_{mq}(M)$から決定されるが［(2.76)式］、この二つの値は全てのモデルについて共通であり、従って図 2-9におけるバラツキは固有振動数の変動によるものがそのまま出たものと考えられる。図2-10は機体の有効ゲイン、即ち発生した旋回加速度を入力舵角で規格化したものを示している。モデル１とモデル２では入力舵角による相違が大きいため舵角が５度の場合と２０度の場合についてグラフを示している。モデル１の場合、特に低舵角の場合の機体ゲインが高い。これは C_M曲線が迎角について上に凸の影響がよくでた結果であり、低舵角においてもトリムの迎角が大きくなるため、舵角で規格化された機体ゲインは非常に大きな値となっている。それ以外では超音速になるに従ってモデル間の相違は小さくなっている。

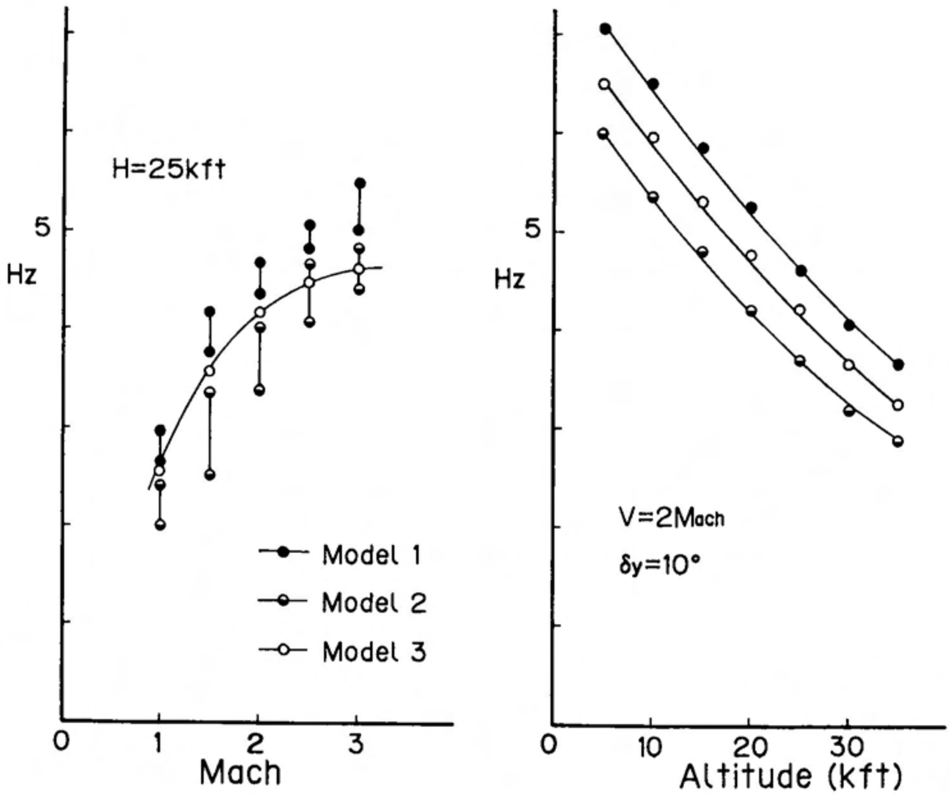


図２－８　固有振動数の特徴

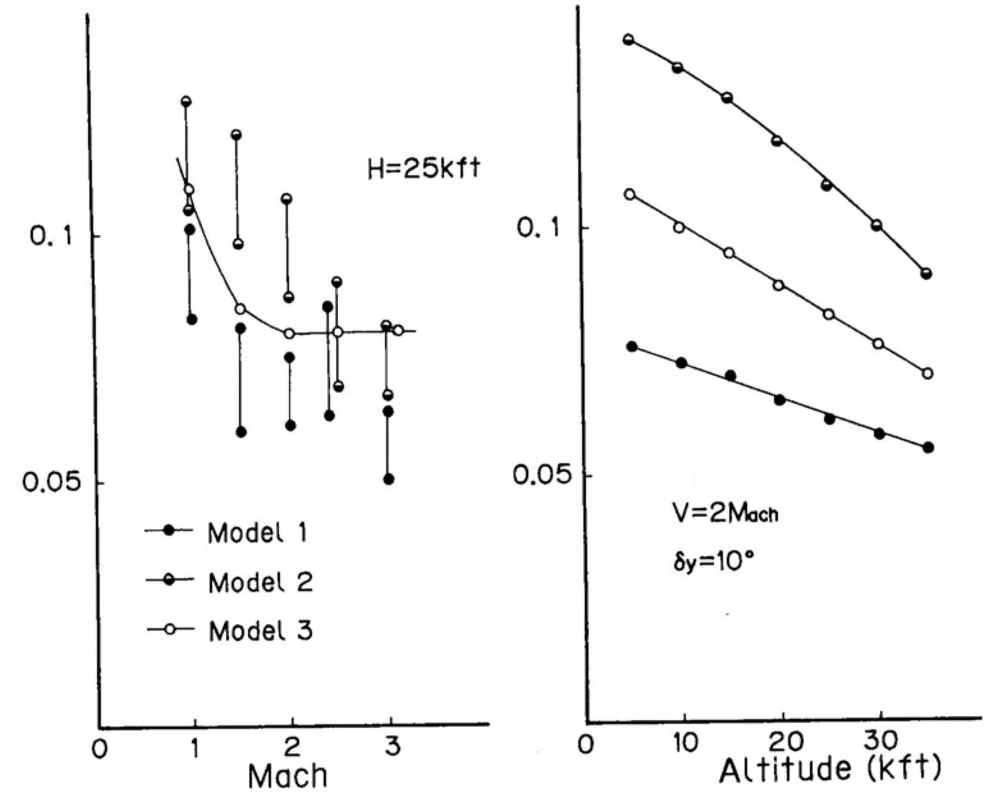


図２－９　減衰係数の特徴

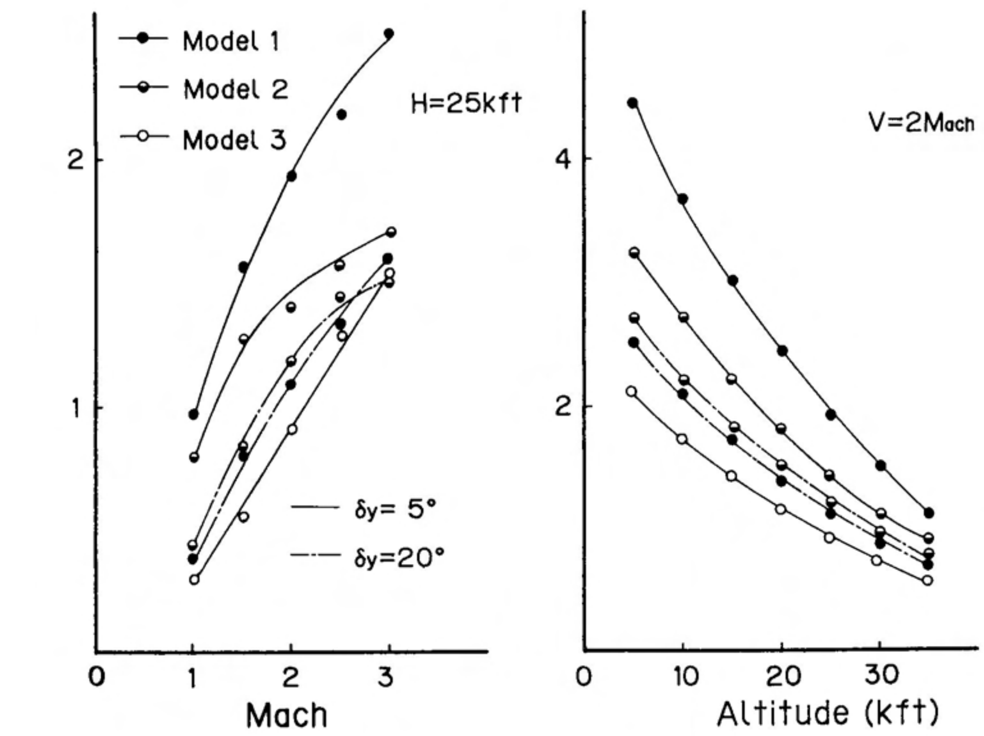


図２－１０　機体有効ゲインの特徴

2.5 線形時変数系モデルの構成

飛翔体動特性の数学的記述方法は、その使用目的に応じて様々であるが、誘導制御系設計問題における制御対象としての機体モデルとしては、極力簡潔な線形モデルが望まれることが多い。特に最適制御理論に基づいた誘導制御系の設計問題においては、線形機体モデルは不可欠である。[29]

2.3節の解析結果によれば、飛翔体の飛翔速度を固定すれば、空力係数及び空力モーメント係数を線形化した場合に、飛翔体の動特性が線形2次振動系で表現できることが明らかになっている。また 2.4節の図2-8～図2-10 によれば、空力モーメント係数の取扱い方法によって、線形2次系モデルとしての特性値にバラツキは生じるが、その動特性を線形2次系と見なすこと自体には問題がないことが明らかになっている。従って飛翔体の動特性を単一の集中定数系モデルとして与えることには無理があるが、飛翔速度とか舵角の大きさで適当にケース分けをすれば、線形2次系モデルで与えることが可能であると推察される。

そこで本節では、飛翔体の動特性が、飛翔速度，高度，舵角の大きさに応じて変化する一種の線形時変数系モデルの構成方法について検討する。この考え方は、大半の非線形現象が線形現象の連続的変化で表現できるとする考え方[62]に一致するものである。図2-11に飛翔体動特性の線形時変数系モデル同定方法のブロック線図を示す。

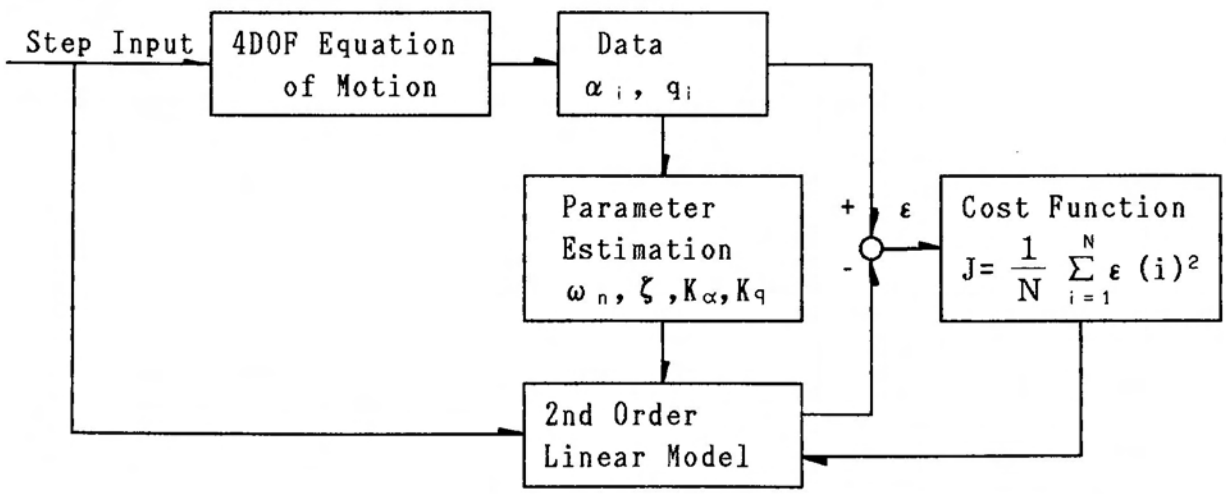


図2－11　線形モデル同定方法

すなわちまず風胴試験データを用いた4自由度の数学モデルを作成し(2.15～2.16，2.29～2.30式)、高度と速度を定数パラメータとして取扱い、いろいろな大きさのステップ舵角入力を与える。そのステップ入力に対する過渡応答を線形2次の減衰振動とみなして、固有振動数，減衰係数，定常値を同定し、これらの特性値を有する線形2次振動系モデルを作成する。そこで得られたモデルに標準モデルと同じステップ入力を与えて過渡応答を計測し、標準モデルとの誤差の2乗平均が最小になるように特性値を修正する。この時、固有振動数及び減衰係数は、迎角(横滑り角)または回転角速度のいずれから同定してもよく、定常値としては迎角(横滑り角)，回転角速度の両方が必要である。例えば縦系の場合について示せば (2.71),(2.72)式から単位ステップ入力に対する迎角及び回転角速度の定常値は最終値の定理により、

$$\lim_{t\to\infty} \alpha(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot\alpha(s)\cdot\frac{1}{s} = \frac{K_{m\delta}}{\omega_n^2} \tag{2.82}$$

$$\lim_{t\to\infty} q(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot q(s)\cdot\frac{1}{s} = \frac{K_{m\delta}\cdot K_{L\alpha}}{\omega_n^2} \tag{2.83}$$

である。従って過渡応答から同定された固有振動数をω_n,減衰係数をζ,迎角の定常値をK_α，回転角速度の定常値をK_qとすれば (2.82),(2.83)式より、

$$\left.\begin{aligned} K_{m\delta} &= K_\alpha\cdot\omega_n^2 \\ K_{m\delta}\cdot K_{L\alpha} &= K_q\cdot\omega_n^2 \end{aligned}\right] \tag{2.84}$$

である。ここで$K_{L\alpha}$は

$$K_{L\alpha} = \frac{K_q}{K_\alpha} \tag{2.85}$$

で与えられる。従って、(2.71)式,(2.72)式は、

$$\frac{\alpha(s)}{\delta y(s)} = \frac{K_\alpha\cdot\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{2.86}$$

$$\frac{q(s)}{\delta y(s)} = \frac{\omega_n^2(K_\alpha\cdot s + K_q)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega^2} \tag{2.87}$$

であり、また旋回加速度は(2.77)式から、

$$n_z(s) = \frac{-K_{L\alpha}\cdot u_0}{g}\alpha(s) = -\frac{K_q}{K_\alpha}\cdot\frac{u_0}{g}\alpha(s) \tag{2.88}$$

で得ることができる。

従ってω,ζ,K_α,K_qを同定すれば(2.86),(2.87)式で縦系の線形２次系モデルを得ることができる。このことは横系についても全く同様である。ここで ω,ζ,K_α,K_q は飛翔体の飛翔速度，高度，舵角の大きさで変化するため、(2.86),(2.87)式で表現される飛翔体の動特性モデルは、一種の線形時変数系モデルと解釈することができる。一例として第１章で定義した飛翔体に、2･4 節で示した空力モーメント係数を用いた場合の同定結果を表 2-1に示す。表 2-1で舵角が０度の場合については微小舵角（0.1 度）時の特性値で代用している。制御対象の動特性モデルとして表 2-1に示したようなデータテーブルを有しておけば、機軸（X_m 軸）について対称な飛翔体については (2.89),(2.90)式でその動特性を与えることが可能である。

表２－１　動特性モデル同定結果

M	δ	f （Hz）	ζ	K_q	K_α
	0	0.730	0.216	0.000	0.000
	5	1.200	0.130	0.828	−1.246
0.5	10	1.420	0.092	0.501	−0.748
	15	1.520	0.087	0.339	−0.483
	20	1.530	0.082	0.270	−0.371
	0	1.530	0.164	0.000	0.000
	5	2.510	0.103	1.758	−1.278
1.0	10	2.820	0.085	1.128	−0.767
	15	2.930	0.083	0.871	−0.559
	20	2.840	0.085	0.684	−0.408
	0	2.340	0.182	0.000	0.000
	5	3.680	0.081	1.886	−0.944
1.5	10	3.920	0.070	1.412	−0.653
	15	4.110	0.061	1.141	−0.490
	20	4.140	0.059	0.976	−0.392
	0	3.020	0.157	0.000	0.000
	5	4.320	0.074	1.750	−0.780
2.0	10	4.620	0.062	1.516	−0.657
	15	4.440	0.064	1.225	−0.508
	20	4.550	0.065	0.984	−0.379
	0	4.080	0.105	0.000	0.000
	5	4.690	0.072	1.576	−0.652
2.5	10	4.960	0.060	1.362	−0.544
	15	4.290	0.088	1.177	−0.453
	20	4.840	0.064	0.963	−0.349
	0	4.110	0.113	0.000	0.000
	5	4.960	0.066	1.518	−0.586
3.0	10	5.410	0.053	0.803	−0.246
	15	5.360	0.052	0.909	−0.295
	20	5.410	0.052	0.966	−0.321

システム方程式

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix},\ U = \delta y,\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{pmatrix} \tag{2.89}$$

出力方程式

$$Y = CX$$

$$Y = \begin{pmatrix} \alpha \\ q \\ n_z \end{pmatrix},\quad C = \begin{pmatrix} K_\alpha & 0 \\ K_q & K_\alpha \\ \dfrac{-K_q \cdot u_0}{K_\alpha \cdot g} & 0 \end{pmatrix} \tag{2.90}$$

ここでn_zの出力方程式は、(2.88)式を用いている。また横系についても全く同じ形式で表現することが可能である。

(2.89),(2.90)式は、飛翔体の誘導制御系を設計する場合の飛翔体動特性モデルとして使用可能であるばかりでなく、誘導制御系のアルゴリズム上On-Boardで飛翔体の動特性モデルが必要になる場合にも、表 2-1に示したデータを高度について数ケース、メモリーで準備しておけば十分有用である。

2.6 まとめ

この章では4章以降での誘導制御系設計に必要な飛翔体の動特性モデルを得るために、飛翔体を剛体として取扱い、まず2.2 節で運動座標系における6自由度運動方程式を導出した。またその運動方程式において空気力が迎角、舵角に関して線形であるという仮定のもとに、空気力に関して線形化された飛翔体の運動方程式を得た。2.3 節ではこの運動方程式に対して、飛翔体がロール運動について完全に制御されており、かつ等速直線運動をしている一つの定常状態を考え、その定常状態に対して微小摂動を与えることにより、縦系、及び横系の4自由度に関する線形運動方程式を求めた。2.4 節では2.3 節で行った空力モーメント係数の線形化の影響をシミュレーションにより明らかにした。2.5 節では飛翔体の動特性モデルとして飛翔速度で係数が変化する線形時変数系モデルを構成した。この飛翔体動特性モデルは第4章以降における誘導制御系設計に際して、制御対象の精度の高いモデルとして有効なものであると共にその設計手法の現実的応用を可能にするものである。

第３章　目標追尾装置の動特性モデルと特性解析

３．１　はじめに

この章では第４章において解析する比例航法及び最適航法を具体的な飛翔体においてハードウェア上実現する場合に不可欠となる状態変数の観測装置、即ち目標追尾装置について考察する。まず3.2 節で目標追尾装置が持つべき機能及び構造について概説し、装置の空間安定化機構の特徴から目標追尾装置を、1)フリージャイロ方式、2)レートジャイロ方式、3)ストラップダウン方式の三方式に分類する。3.3 節では目標追尾装置のメカニズムに関する具体的考察から三方式の各々について動特性モデルを与える。3.4 節ではその動特性モデルを用いて目標追尾装置の基本的特性、即ち目標追尾特性、周波数応答特性、最大追尾角速度、空間安定特性、について解析することにより、三方式がいずれも比例航法や最適航法において必要となる目視線角の変化率を計測できていることを示すと共に、目標追尾装置の設計の際必要となる指針を与える。また、この解析を通してレートジャイロ方式の場合の空間安定化ループゲインK_{SL}とストラップダウン方式の場合のサンプルフレームＴとが、空間安定特性という意味において１対１に対応していることを示す。

３．２　目標追尾装置の機能、構造と分類

比例航法や最適航法に基づいてその飛翔経路を制御される飛翔体は、それらの航法を実現するために必要な状態変数の観測装置、即ち目標追尾装置を搭載しており、静止空間における目視線角（目標と飛翔体の重心位置を結ぶ直線が空間におけるある基準線となす角）の変化率を計測している。(46)~(50) この目標追尾装置は飛翔体という高速運動体に搭載された状態で静止空間に発生する目視線角の変化率を計測しなければならないため、目標追尾装置自身を飛翔体運動との連成から機能的に分離するためのメカニズム（空間安定化機構）を有している。(63),(64)

図 3-1に空間安定化機構としてフリージャイロを用いたジンバル方式（以下単にフリージャイロ方式という）の目標追尾装置の代表的な構造例を示す。図 3-1は光学的に目標を追尾する場合の例であり、目標が放射する赤外線を集光するための集光レンズ（図 3-1のPrimary Mirror）を高速で回転させることにより、フリージャイロとしてのジャイロ剛性を持たせている。集光レンズの中心部は２軸のジンバル構造になっており、集光レンズはインナジンバル軸及びアウタジンバル軸回りに２自由度を有している。目標追尾という意味は集光レンズの光軸を常に目標方向に維

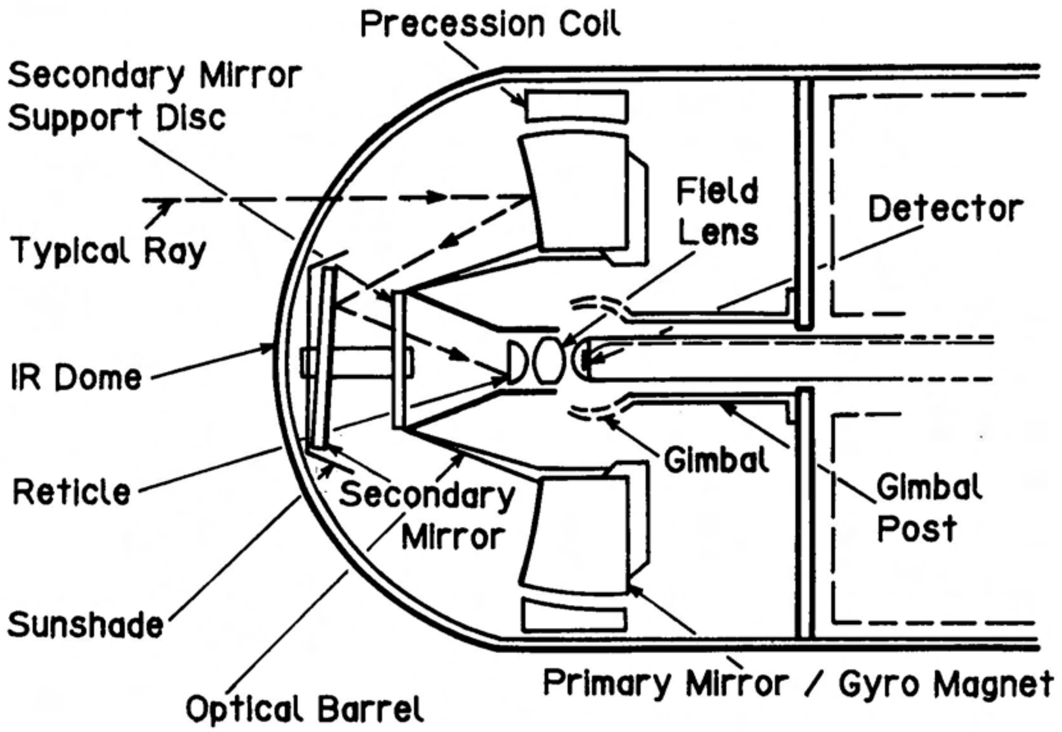


図３－１　フリージャイロ方式目標追尾装置構造図の一例

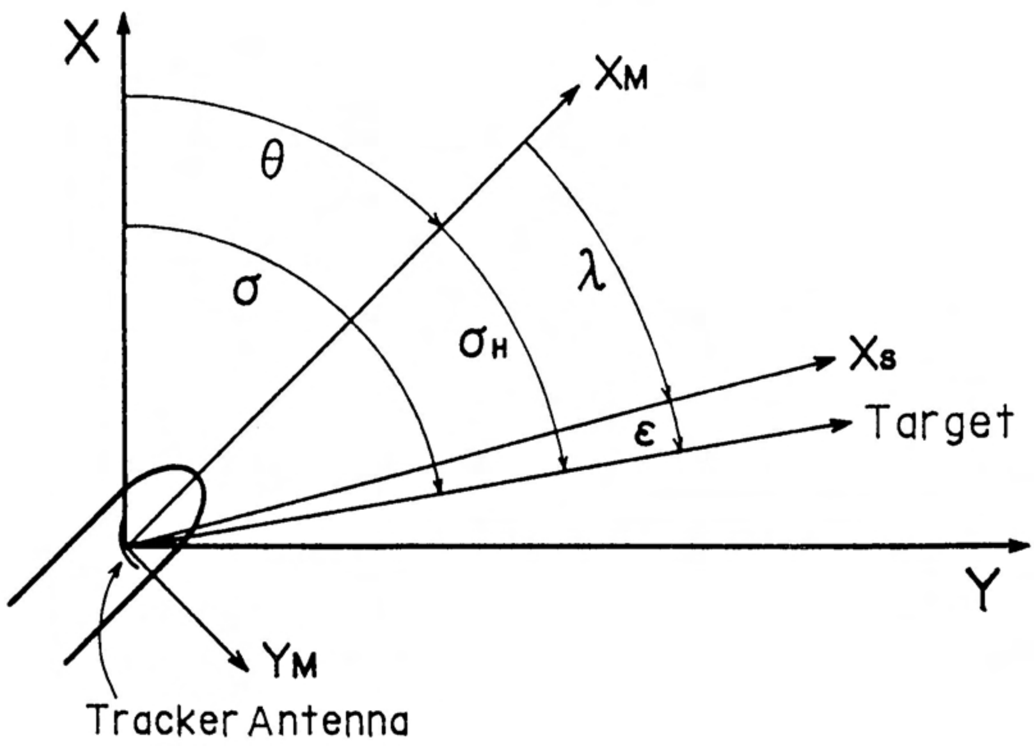


図３－２　目標追尾装置における幾何学的記号関係

持することであり、これはジャイロ剛性を有する高速回転体（集光レンズ）にトルクを印加することにより発生するプリセッション運動で実現される。図 3-1の例はプリセッショントルクを加える装置としてソレノイダルトルカを用いている例であり、そのために集光レンズは磁性体で作られており着磁されている。

図 3-1に示した光学系はカセグレイン型と呼ばれるものであり、集光レンズで集光された光は２次鏡で再び反射されて、レティクルで空間変調を受けた後、赤外線検知器上に集光される。目標追尾のために必要なトルカへの制御信号は、レティクルを通過した空間変調波を、目標追尾装置自身が有する位相の異なった二つの基準信号（インナジンバル軸回りとアウタジンバル軸回りに対応する）で検波することにより得られる。即ちフリージャイロ方式の目標追尾装置は、２軸のジンバル機構によって集光レンズを飛翔体運動から分離し、ジャイロ剛性を持たせることによって光軸の空間における安定性を確保すると共に、かつ目標追尾についてはジャイロ剛性を有する高速回転体に強制トルクを印加してプリセッション運動を発生させることにより実現している。このような目標追尾装置の力学的運動についてはRue の詳細な解析があり(48)・(49)，またソレノイダルトルカを用いた場合の２自由度間に存在するクロスカップリングについてはWhite の解析が詳しい。(50)

空間安定化機構のもう一つの例は、電波を利用して目標を追尾する目標追尾装置に多く見られる方式で、この場合もアンテナを２軸のジンバル機構に搭載するが、ジャイロ剛性は持たせず、２軸のジンバルフレームに各々レートジャイロを搭載し、その出力信号を用いて空間安定化のための制御系を構成する方式である（レートジャイロ方式）。この方式ではトルカはアンテナを空間的に安定させる目的と、目標を追尾する両方の目的で作動する。

以上の２方式（ジンバル方式と総称する）に対して、ストラップダウン方式と呼ばれるもう一つの新しい目標追尾装置がある。これは複数のアンテナ素子を配列したアンテナ面を飛翔体の機軸に対して垂直に固定し、アンテナ面から照射する合成電波のビーム角を直接制御することにより目標追尾を実現する方式である。この方式においてはアンテナビームの空間安定化を実現するために、飛翔体に発生する回転運動をレートジャイロで計測し、付録に示したオイラーの微分方程式を解くことによりオイラー角を求めて、ビーム角変化分として制御する必要があるため、目標追尾ループ自体がディジタル制御系にならざるをえない。

3.3　目標追尾装置の動特性モデル

本文ではメカトロニクスとしての目標追尾装置の細部の解析ではなく、飛翔体の誘導制御問題からみた場合の、誘導制御系の一つの構成要素としての目標追尾装置の基本的特性解析に主眼があるため、以下においてはインナジンバル軸とアウタジンバル軸間における力学的あるいは電気磁気学的クロスカップリングは省略して、簡単に１自由度系として取り扱う。１自由度系としてとらえた場合の目標追尾装置における幾何学的記号関係を図 3-2に示す。図 3-2でσは目視線角、σ_Hは運動座標系での目視線角、λは首振角（ジンバル回転角）、θは飛翔体運動で発生したオイラー角、εは追尾誤差角である。3.2 節で説明したレティクルによる空間変調波はこの誤差角εに比例した信号成分を有しており、基準信号で検波された結果このεが検出される。

目標追尾装置は目視線角σの変化率$\dot{\sigma}$を計測することが目的であり、従ってσに対して図 3-3に示すような近似微分回路を構成することによりその目的を達成している。即ち検出された誤差角εを零にするように積分操作を介してアンテナ軸Xsを制御することにより、近似微分回路が構成される。この積分操作はジンバル方式の目標追尾装置の場合はジンバルの力学的運動で実現され、ストラップダウン方式の場合は純粋に数学的な積分器が用いられる。

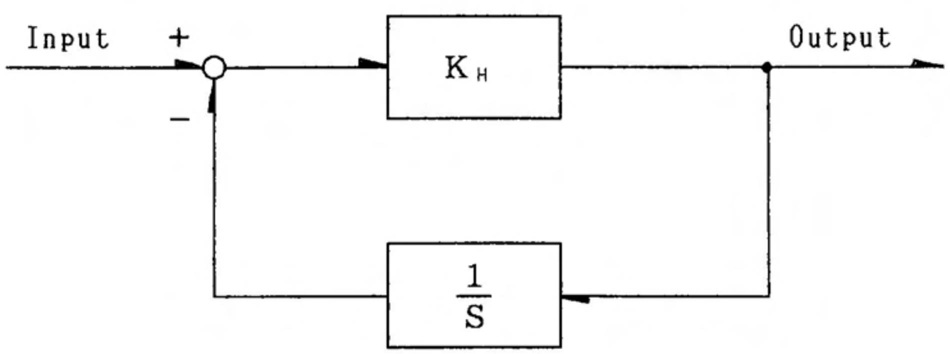


図３－３　近似微分回路

図 3-1に例示したフリージャイロ方式目標追尾装置の動特性モデルを図 3-4に示す。目標追尾装置は集光レンズの光軸Ｘｓと目標方向とがなす誤差角 ε を検出し、この誤差角を零にするようにトルカを介して集光レンズにプリセッショントルクを印加する構成になっている。図 3-4では誤差検出部の特性を比例ゲインK_H、トルカの動特性を簡単に比例ゲインK_T、ジンバル機構の動特性をプリセッションに関する最も簡単な運動方程式、

$$H\dot{\lambda} = T \tag{3.1}$$

で近似している。ここでＨは集光レンズの角運動量、Ｔはトルカの出力トルクを表している。飛翔体に発生するZ_m軸回りの回転運動ｑは静止座標系に関してはそのままオイラー角 θ を発生し、またジンバル機構に対してはジンバル軸ベアリングの摩擦抵抗を無視するとそのままジンバル角を発生させるのみである。

次にレートジャイロ方式の目標追尾装置の動特性モデルを図 3-5に示す。レートジャイロ方式の場合はフリージャイロ方式とは異なり、アンテナがジャイロ剛性を有していないため飛翔体に発生するZ_m軸回りの回転運動ｑに対してアンテナの空間安定化ループが必要になり、またトルカ出力Ｔに対するジンバル機構の運動方程式は、

$$J\ddot{\lambda} = T \tag{3.2}$$

で表される。ここでＪはアンテナのジンバル軸回り慣性能率である。

ストラップダウン方式の場合の目標追尾装置の動特性モデルを図 3-6に示す。ジンバル方式とストラップダウン方式の根本的相違は、ジンバル方式の場合はアンテナ自身が目標を追尾するのに対し、ストラップダウン方式の場合は、アンテナは飛翔体に固定されたままで電波ビームだけが目標を追尾していることである。ストラップダウン方式の場合は空間における飛翔体自身の運動を計測し、その運動に応じて電波ビーム角（首振角）λ をディジタル演算の結果として補正しなければならず、結局目標追尾ループは、サンプラと零次ホールド回路を含んだディジタル制御系となる。目標追尾ループの積分要素は演算上の要素であり、力学的ダイナミクスに対応しているものではない。

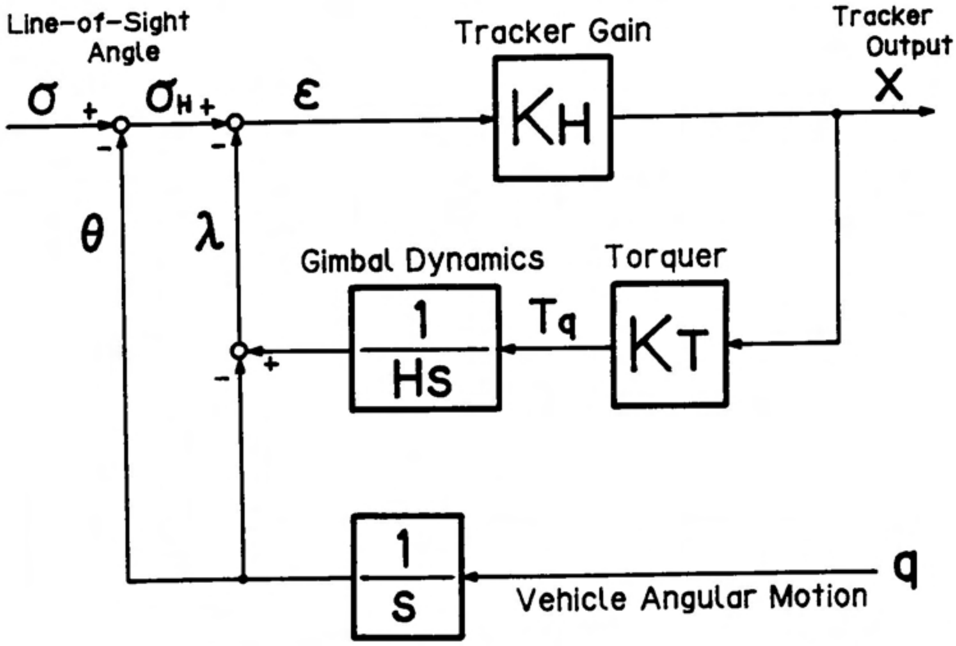


図３－４　フリージャイロ方式目標追尾装置動特性モデル

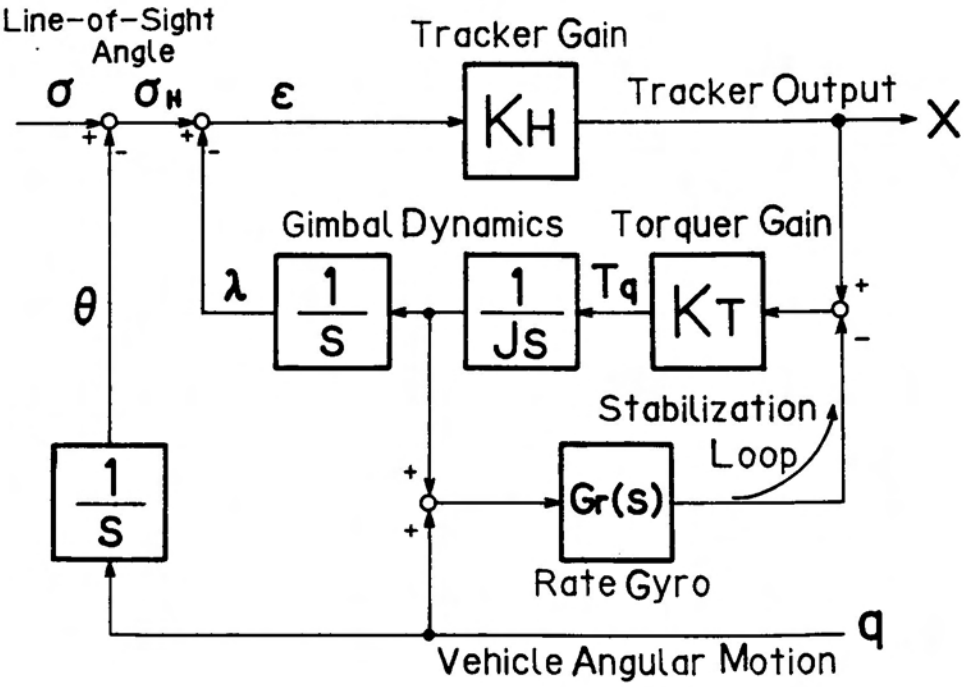


図３－５　レートジャイロ方式目標追尾装置動特性モデル

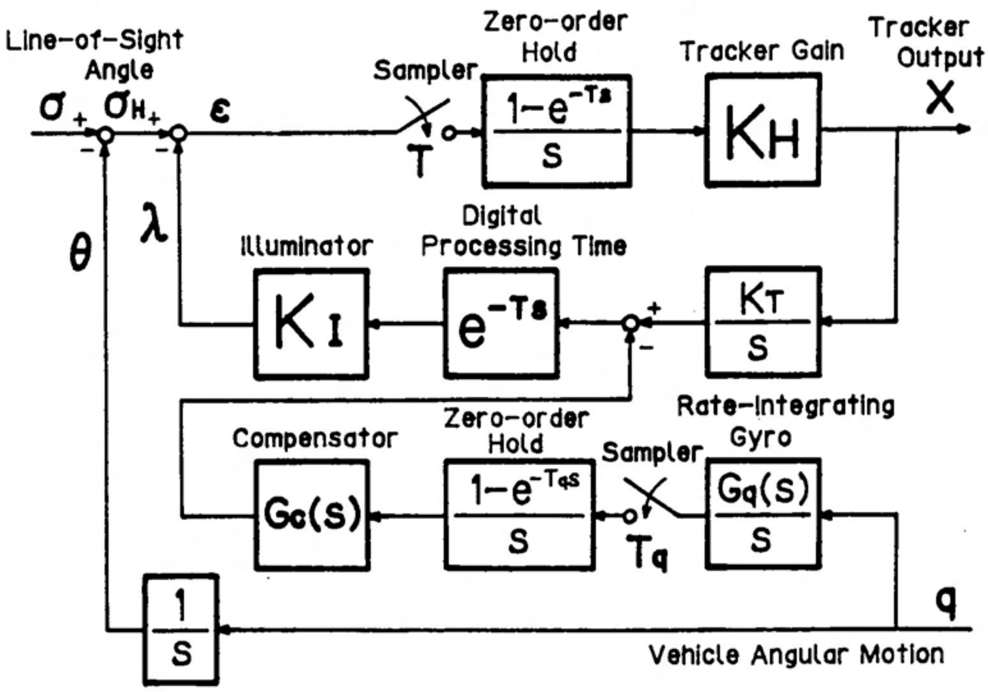


図３－６　ストラップダウン方式目標追尾装置動特性モデル

３．４　目標追尾装置の特性解析

３．４．１　フリージャイロ方式

目標追尾特性：図 3-4からフリージャイロ方式の出力信号Ｘはラプラス変換を用いて、

$$X(s) = \frac{K}{Ts+1}\, s\,\sigma(s) \tag{3.3}$$

但し、$T = H / K_H K_T$ ，$K = H / K_T$

である。(3.3)式からフリージャイロ方式の出力信号は $s\,\sigma(s)$ 即ち $\dot{\sigma}(t)$ を一次遅れで出力していることになり、この装置により比例航法を実現するために必要な目視線角の変化率が計測できていることを示している。この時誤差角 ε は、

$$\varepsilon(s) = \frac{T}{Ts+1}\, s\,\sigma(s) \tag{3.4}$$

であり、ランプ関数状の目視線角（目視線角の変化率が一定）に対して定常偏差が残る制御系であることを示している。即ちフリージャイロ方式の目標追尾装置は目視線角の変化率が一定であるような目標との相対運動において、目標方向と集光レ

ンズの光軸がなす誤差角εが常に一定になる状態で追尾している。この定常偏差は光学系の視野角で物理的に制限されるものであり、一般的に視野角の最大値ε_{max}は１～２度程度である。従って追尾が維持される条件は、

$$|\varepsilon(t)| \leq \varepsilon_{max} \tag{3.5}$$

で表すことができる。

周波数応答特性：(3.3)式から目標追尾装置としての周波数特性は目視線角に対して、$G(s)=Ks/(Ts+1)$、目視線角速度に対して$G'(s)=K/(Ts+1)$で表現される。(3.3)式は近似微分特性であり、その帯域は、

$$\omega_c = 1/T \quad (=K_H K_T/H) \tag{3.6}$$

で与えられる。従って目標追尾装置としての周波数応答特性を向上させるためにはループゲインを大きくし、かつ高速回転体（集光レンズ）の角運動量を小さくする必要があるが、角運動量については後に述べる空間安定性との関係で一方的に小さくすることはできない。

最大追尾角速度：いまランプ関数状の目視線角$\sigma(t)=At$（A:定数）に対して、誤差角の定常値ε_sは、

$$\varepsilon_s = \lim_{s\to 0} s\,\varepsilon(s) = AT \tag{3.7}$$

である。従って追尾が維持される条件は(3.5)式から、

$$|AT| \leq \varepsilon_{max} \tag{3.8}$$

であり、この装置の最大追尾角速度$\dot{\lambda}_{max}$は、

$$\dot{\lambda}_{max} = \varepsilon_{max}\cdot K_H K_T/H \tag{3.9}$$

で表される。即ちフリージャイロ方式の場合、最大追尾角速度を向上させるためには、1)視野角を広くする、2)ループゲインを大きくする、3)集光レンズの角運動量を小さくする、ことが必要である。しかしながら視野角を広くすることは目標検知感度の低下につながり、ループゲインはトルカの最大出力トルクで押えられる。また集光レンズの角運動量を小さくすることは空間安定性の劣化につながるため、結局、出力トルクが大きいトルカを用いることが重要である。

空間安定特性：図 3-2で光軸（Xs軸）は目標を追尾するという意味においてのみ静止空間において運動するものであり、理想的には目視線角が変動しない限り、飛

翔体自身に回転運動が発生しても空間的に動いてはいけないものである。Xs軸に関する目標追尾装置のこの性質を「空間安定特性」という。

しかしながら現実には、集光レンズ系に存在するマス・アンバランス、ジンバルベアリングの摩擦、あるいは電気的な配線等によって生じるスプリング特性などにより、飛翔体自身の運動が外乱トルクとして作用することになり、プリセッション運動が (3.1)式から、

$$H\dot{\lambda} = T + \Delta T \tag{3.10}$$

となる。ここで右辺のTは目標を追尾するために必要なプリセッショントルクであり、$K_T K_H \varepsilon$ で表される。またΔTはジンバル構造等に起因する外乱トルクであり、$K_T K_H \varepsilon$ の大きさに関係なく目標追尾装置のハードウェア上固有に決って来るものである。(3.10)式から目標追尾特性をよくする（大きな$\dot{\lambda}$を実現する）ためにロータの角運動量Hを小さくすることは、直接ΔTの効果を大きくすることになり、空間安定特性の劣化につながる。従って設計上空間安定特性をよくするためには、プリセッショントルクTと外乱トルクΔTのレベル差を大きくすることが必要であり、ここでも大出力トルクのトルカが必要になる。

3.4.2 レートジャイロ方式

目標追尾特性：図 3-5からレートジャイロ方式の出力信号Xはレートジャイロ自身の動特性を理想的に1と仮定すると、

$$X(s) = \frac{K_H(Js + K_T)}{Js^2 + K_T s + K_T K_H} s\sigma(s) - \frac{K_H J}{Js^2 + K_T s + K_T K_H} s q(s) \tag{3.11}$$

で与えられる。(3.11)式で第1項が比例航法を実現するために必要な目視線角の変化率を計測している項であり、第2項はレートジャイロ方式の空間安定特性、即ち目標追尾装置出力信号に対する飛翔体回転運動の影響を示している。この時誤差角$\varepsilon(s)$は、

$$\varepsilon(s) = \frac{Js + K_T}{Js^2 + K_T s + K_T K_H} s\sigma(s) - \frac{J}{Js^2 + K_T s + K_T K_H} s q(s) \tag{3.12}$$

である。ランプ関数状の目視線角$\sigma(t) = At$に対して定常値は$q(t) = 0$の時、

$$\varepsilon_s = \lim_{s\to 0} s\varepsilon(s) = A/K_H \tag{3.13}$$

であり、フリージャイロ方式の場合と同様に一定の誤差角で目標を追尾することにより目視線角速度を計測している。この場合も追尾が維持される条件は (3.5)式で表現される。

周波数応答特性：(3.11)式から目視線角速度に対する低周波域での出力ゲインを一定に保つためには、

$$K_T / J > \sqrt{K_T K_H / J}$$

即ち、安定化ループゲインK_T / Jを、

$$K_T / J = K_{SL} \tag{3.14}$$

とおけば、

$$K_{SL} > K_H \tag{3.15}$$

でなければならない。この条件が満足されているときレートジャイロ方式の周波数特性はほぼ1次遅れ系であり、フリージャイロ方式と同等である。目標追尾装置としての帯域は、

$$\omega_b \simeq \sqrt{K_{SL} K_H} \tag{3.16}$$

で見積ることができる。

最大追尾角速度：(3.5)式と(3.13)式から追尾が維持される条件は、

$$\left| \frac{A}{K_H} \right| \leq \varepsilon_{max} \tag{3.17}$$

である。従ってレートジャイロ方式の最大追尾角速度$\dot{\lambda}_{max}$ は、

$$\dot{\lambda}_{max} = \varepsilon_{max} \cdot K_H \tag{3.18}$$

であり、フリージャイロ方式と異なってトルカのゲインK_T は最大追尾角速度の向上には寄与していない。最大追尾角速度を向上させるためには視野角を広くするか誤差角検出のゲインK_H を大きくするしか方法がないが、視野角の拡大はフリージャイロ方式と全く同様の意味で、目標追尾装置としての基本的性能向上にはならない。またK_Hについては (3.15)式からの制限によりK_H に応じてトルカゲインK_T も大きくしなければならず、結局レートジャイロ方式の場合もトルカゲインで制限を受けることになる。

空間安定特性：目標追尾装置出力に対する飛翔体回転運動の影響は(3.11)式から、

$$Gs(s) = \frac{J K_H s}{J s^2 + K_T s + K_T K_H} \tag{3.19}$$

であり、飛翔体回転角速度 $q(t)$ に対しては定常ゲインは零であるが、回転角加速度 $\dot{q}(t)$に対して定常ゲイン $1/K_{SL}$ である。(3.19)式のゲイン線図例を図 3-7に示す。図 3-7から、空間安定特性を定量的に $K_s(\omega)$で表現すれば、$K_s(\omega)$は飛翔体自身の最大固有角周波数 ω_a 以下の領域において、

$$K_s(\omega)=\omega/K_{SL} \tag{3.20}$$

で近似的に表現することが可能であり、この値が誘導制御系設計の立場から設定される空間安定特性値以下になるように K_{SL}の値は決定されなければならない。

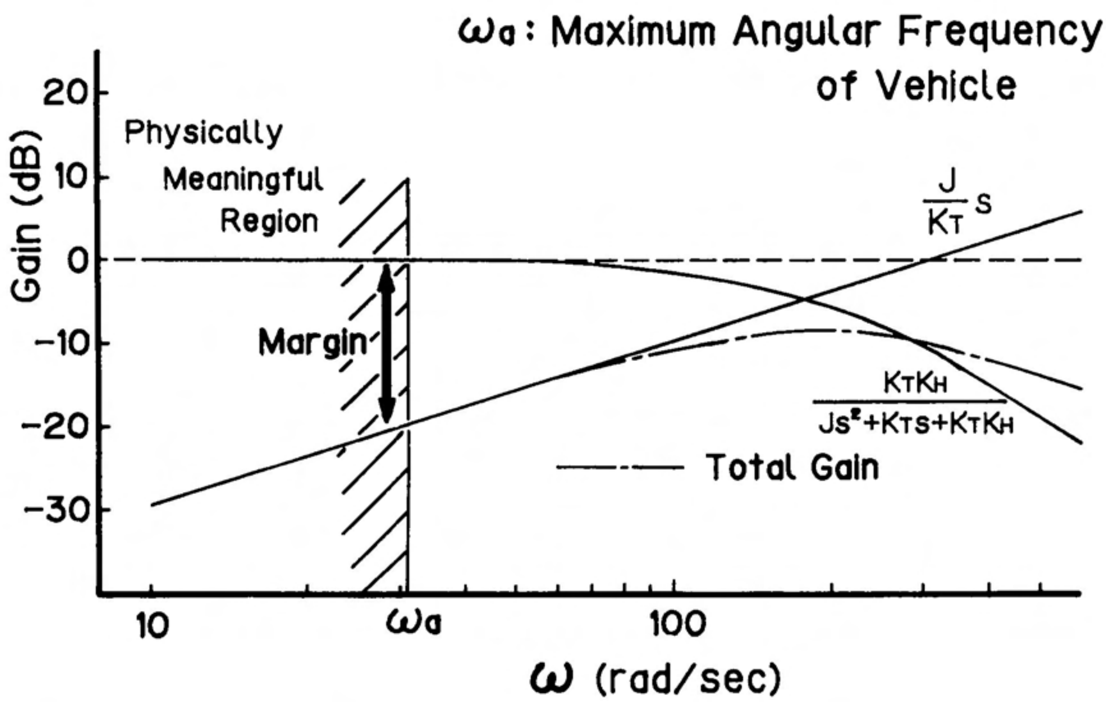


図３－７　レートジャイロ方式目標追尾装置空間安定特性ゲイン線図

3.4.3 ストラップダウン方式

目標追尾特性：図3-6から目標追尾ループの離散値系開ループ伝達関数 $G^*_{OL}(s)$ は、

$$G^*_{OL}(s)=\frac{K_H K_T K_I e^{-Ts}(1-e^{-Ts})}{s^2} \tag{3.21}$$

であり、前向き伝達関数 $G^*_{FL}(s)$ は、

$$G^*_{FL}(s)=\frac{K_H(1-e^{-Ts})}{s} \tag{3.22}$$

である。従って目標追尾ループの離散値系閉ループ伝達関数$W^{*}(s)$は、

$$W^{*}(s) = \frac{G^{*}_{FL}(s)}{1+G^{*}_{OL}(s)} \tag{3.23}$$

であり、パルス伝達関数は

$$W(z) = \frac{G_{FL}(z)}{1+G_{OL}(z)} \tag{3.24}$$

である。ここで$W(z)$, $G_{OL}(z)$, $G_{FL}(z)$はそれぞれ$W^{*}(s)$, $G^{*}_{OL}(s)$, $G^{*}_{FL}(s)$のZ変換を表す。この時、目視線角に対する誤差角$\varepsilon^{*}(s)$, $\varepsilon(z)$は、

$$\varepsilon^{*}(s) = \frac{1}{1+G^{*}_{OL}(s)}\,\sigma^{*}(s) \tag{3.25}$$

$$\varepsilon(z) = \frac{1}{1+G_{OL}(z)}\,\sigma(z) \tag{3.26}$$

である。

また外乱$q(s)$については補償要素$G_{c}(s)$の特性を1と仮定すれば$Gq^{*}(s)$を、

$$Gq^{*}(s) = (K_{I}\,e^{-Ts}\ \frac{1-e^{-Tqs}}{s} - 1)\,\frac{1}{s} \tag{3.27}$$

とおくとき、$Gq^{*}(s)q(s)$が入力点で加算されているのと同等だから、結局

$$X^{*}(s) = W^{*}(s)\sigma^{*}(s) + W^{*}(s)Gq^{*}(s)q^{*}(s) \tag{3.28}$$

$$X(z) = W(z)\sigma(z) + W(z)Gq(z)q(z) \tag{3.29}$$

である。$G^{*}_{OL}(s)$, $G^{*}_{FL}(s)$のZ変換は一般に関数のZ変換をZ［・］で表せば、

$$\begin{aligned} G_{OL}(z) &= K_{H}K_{I}K_{T}\,z^{-1}(1-z^{-1})\,Z\,[1/s^{2}] \\ &= \frac{K_{H}K_{I}K_{T}\cdot T\cdot z^{-2}}{(1-z^{-1})} \end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned} G_{FL}(z) &= K_{H}(1-z^{-1})\,Z\,[1/s] \\ &= K_{H} \end{aligned} \tag{3.31}$$

だから目視線角に対するストラップダウン方式のパルス伝達関数$W(z)$は、

$$W(z) = \frac{K_{H}(1-z^{-1})}{1-z^{-1}+K_{H}K_{I}K_{T}\cdot T\cdot z^{-2}} \tag{3.32}$$

で与えられる。また誤差$\varepsilon(z)$は、

$$\varepsilon(z) = \frac{(1-z^{-1})}{1-z^{-1}+K_{H}K_{I}K_{T}\cdot T\cdot z^{-2}}\,\sigma(z) \tag{3.33}$$

である。ここでストラップダウン方式の目標追尾特性を考察するために、フリージャイロ方式、レートジャイロ方式と対応させてランプ関数状の目視線角に対する誤差角について考える。

$\sigma(t) = At$ のとき

$$\sigma(z) = \frac{ATz^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \tag{3.34}$$

だから、

$$K_L = K_H K_I K_T \tag{3.35}$$

とおくと、

$$\varepsilon(z) = \frac{ATz^{-1}}{(1-z^{-1}+K_L \cdot T \cdot z^{-2})(1-z^{-1})} \tag{3.36}$$

である。(3.36)式に最終値の定理を用いると、

$$\lim_{n\to\infty} \varepsilon(nT) = \lim_{z\to 1} \varepsilon(z)\cdot(1-z^{-1}) = A/K_L \tag{3.37}$$

であり、フリージャイロ方式、レートジャイロ方式の場合と同様に一定の目視線角速度に対して一定の誤差角で目標を追尾することにより目視線角速度を計測している。

フリージャイロ方式、レートジャイロ方式の場合 (3.3)式、(3.11)式から判断できるように目標追尾ループは常に安定であるが、ストラップダウン方式の場合はサンプルフレームＴとループゲインの関係で目標追尾ループの安定性について考察しておかなければならない。特性方程式は(3.32)式より、

$$z^2 - z + K_L T = 0 \tag{3.38}$$

で与えられる。目標追尾ループが安定であるためには、(3.38)式の根の絶対値が１以下でなければならない。ここで、

$$z = \frac{v+1}{v-1} \tag{3.39}$$

なる双１次変換を行うと(3.38)式は、

$$K_L T v^2 + 2(1-K_L T)v + K_L T + 2 = 0 \tag{3.40}$$

である。(3.38)式の根の絶対値が１以下の条件は(3.40)式の特性根の実部が負であ

ることである。そこでフルビッツの判定を用いると安定条件は、

$$\left.\begin{array}{l} K_L T > 0 \\ 1 - K_L T > 0 \end{array}\right] \tag{3.41}$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 2(1-K_L T) & 0 \\ K_L T & K_L T + 2 \end{vmatrix} > 0 \tag{3.42}$$

だから(3.41),(3.42)式から安定条件は、

$$0 < K_L T < 1 \tag{3.43}$$

である。(3.43)式はストラップダウン方式目標追尾装置が安定であるためのループゲインとサンプルフレームの関係を示しており、サンプルフレームＴはループゲインK_L に対して、

$$0 < T < 1/K_L \tag{3.43'}$$

に設定されなければならない。即ち目標追尾装置としての目標追尾角速度、周波数応答特性等を向上させるためにループゲインを大きくすると、それに応じてサンプルフレームを短くしなければならない。

周波数応答特性：ストラップダウン方式の場合の目標追尾装置の周波数応答特性は(3.32)式において$z = e^{jwt}$ とおくことにより得られる。図 3-8に $K_I = K_T = 1$，$K_H = 50$でＴ＝0.001secとした場合の結果を示す。図3-8の特性は、フリージャイロ方式、レートジャイロ方式の場合と同様に近似微分特性を示しており、ストラップダウン方式の場合も目視線角の変化率を計測できることを示している。帯域としては、$\omega_b \simeq K_L$で見積ることができる。図 3-8でサンプルフレームは、Ｔが大きくなるほど近似微分特性からの誤差を大きくする効果を持っている。

最大追尾角速度：(3.36)式の過渡応答においてオーバーシュートがないことを仮定すれば、目標追尾が維持される条件は、

$$\left|\frac{A}{K_L}\right| \leq \varepsilon_{max} \tag{3.44}$$

である。従ってストラップダウン方式の最大追尾角速度は、

$$\dot{\lambda}_{max} \leq \varepsilon_{max} \cdot K_L \tag{3.45}$$

が連続系の場合と同様に期待できる。また(3.43')式を用いると、

$$\dot{\lambda}_{max} < \varepsilon_{max} / T \tag{3.46}$$

である。

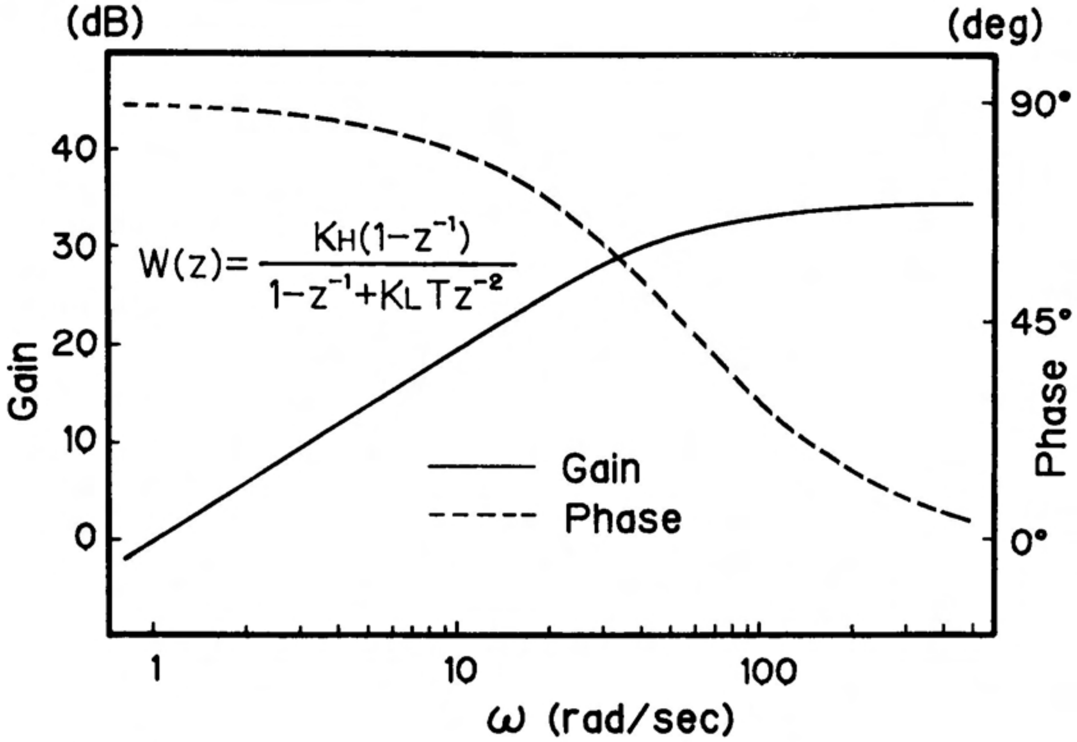


図３－８　ストラップダウン方式目標追尾装置周波数応答特性

次に ε (nT)の過渡応答におけるオーバーシュートについて考察する。ε (t)の過渡応答においてオーバーシュートが発生するような設計は、視野角の制限から一時的なロックオフ（目標を見失うこと）の状況が発生する可能性があるために、一般的には避けられなければならない。フリージャイロ方式の場合は (3.4)式から明らかなように目視線角の変化率に対する ε (t)の過渡応答は非振動的であり、またレートジャイロ方式の場合も(3.15)式の条件を満足するように定数 K_T, K_H, J が決定されていれば、ε (t)の過渡応答においてオーバーシュートは発生しない。

再び(3.36)式において ε (z)の逆変換 ε (nT)が非振動的であり、その過渡応答においてオーバーシュートが発生しないための必要十分条件は(3.43)式に加えて、

$$z^2 - z + K_L T = 0 \tag{3.47}$$

の２根が正でかつ絶対値が１より小さいことである。従って、

$$0 < K_L T < 1/4 \tag{3.48}$$

である。この場合の最大追尾角速度は(3.45)式と(3.48)式から

$$\dot{\lambda}_{max} < \varepsilon_{max}/4T \tag{3.49}$$

であり、(3.46)式に対して１／４の性能しか期待できない。

図 3-6において目視線角としてランプ関数を与えた場合の簡単なシミュレーション結果を図 3-9に示す（図 3-6で $q=0$ としている）。結果は(3.43)式、(3.48)式によく一致している。また視野角 ε をパラメータにした場合の目標追尾装置の最大追尾角速度とその時に要求されるサンプルフレームの関係を、(3.49)式を用いて図 3-10に示す。

空間安定特性：飛翔体の回転運動 $q^*(s)$ に対する目標追尾装置の出力 $X^*(s)$ は(3.27),(3.28)式から、

$$X^*(s)=W^*(s)\left(K_I e^{-Ts}\frac{1-e^{-Tqs}}{s}-1\right)\frac{1}{s}\,q^*(s) \tag{3.50}$$

である。ここで $W^*(s)$ は目標追尾装置の閉ループ伝達関数であり(3.21)式で与えられる。今、レートジャイロ出力信号に対するサンプルフレーム Tq は目標追尾ループのサンプルフレーム T に対して十分短く、

$$Tq \ll T \tag{3.51}$$

を仮定すれば、飛翔体回転運動の影響についてはほぼ連続系と見なすことが可能であり、$q^*(s)$ に対する $X^*(s)$ の伝達関数 $Gs(s)$ は、

$$Gs(s)=W(s)\,\frac{K_I e^{-Ts}-1}{s} \tag{3.52}$$

である。(3.52)式のゲイン線図を図3-11に示す。図3-11ではサンプルフレーム T が0.001(1ms)と0.01(10ms)の場合について示しており、サンプルフレームが長くなることによって急激に空間安定特性が劣化することが分かる。このサンプルフレームは飛翔体の最大固有角周波数 ω_a 以下の範囲で誘導制御系設計上許容される空間安定特性値以下になるように設定されなければならない。

この場合もレートジャイロ方式の場合と同様に空間安定特性を定量的に $K_s(\omega)$ で表せば、飛翔体の最大固有角周波数 ω_a 以下の領域では(3.52)式で $W(s)$ が近似的に微分特性と見なすことができるから、今 K_I を理想的に１と考えれば、

$$\begin{aligned}K_s(\omega) &\simeq |e^{-Ts}-1| \\ &= 2\,|\sin(\omega T/2)|\end{aligned} \tag{3.53}$$

である。さらに $\omega T \ll 1$ では、

$$K_s(\omega)\simeq \omega T \tag{3.54}$$

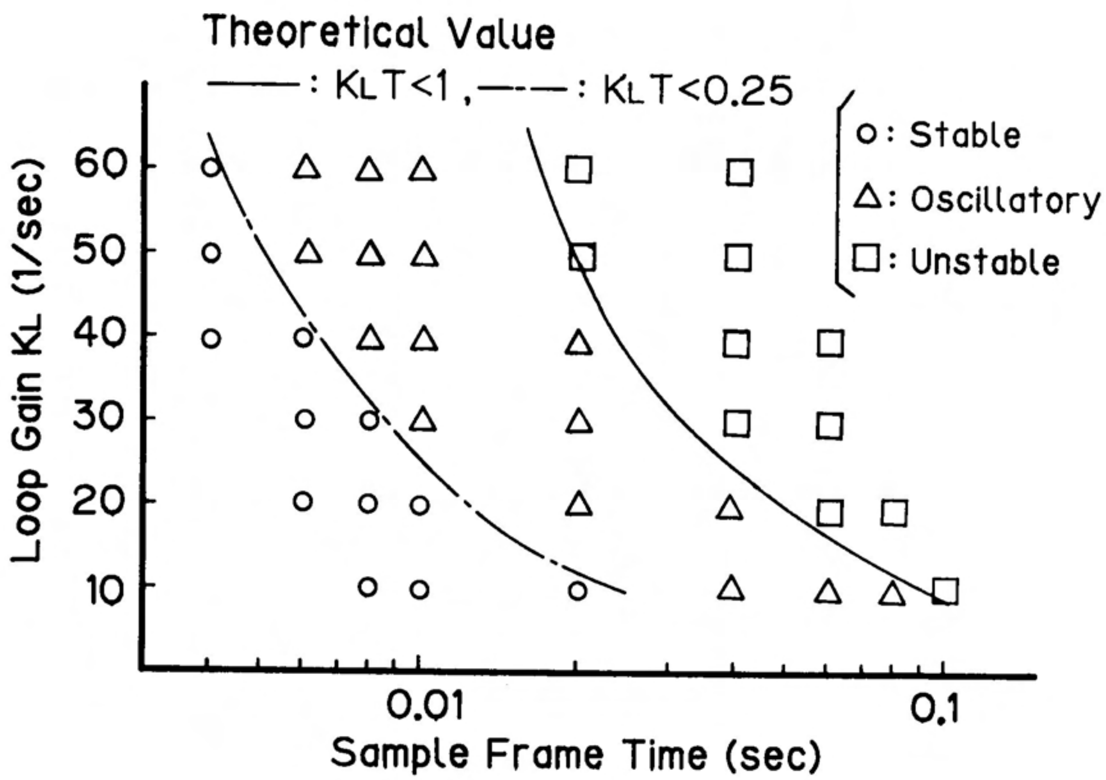


図３－９　ストラップダウン方式目標追尾装置シミュレーション結果

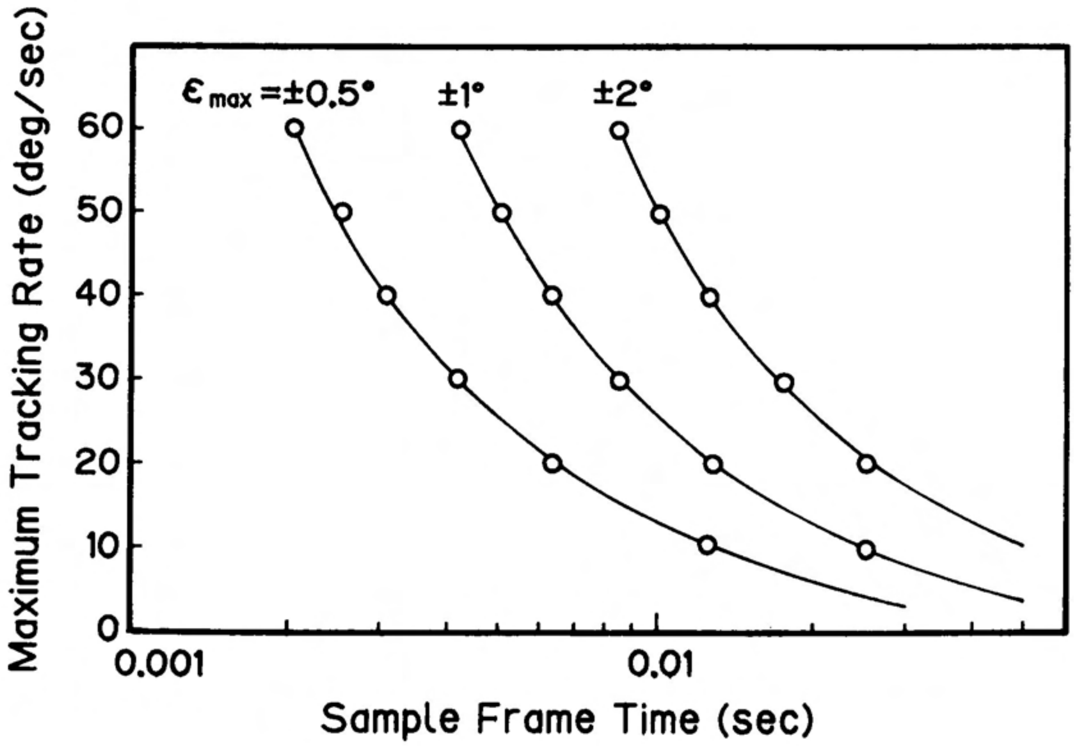


図３－１０　ストラップダウン方式目標追尾装置最大追尾角速度 v.s.T

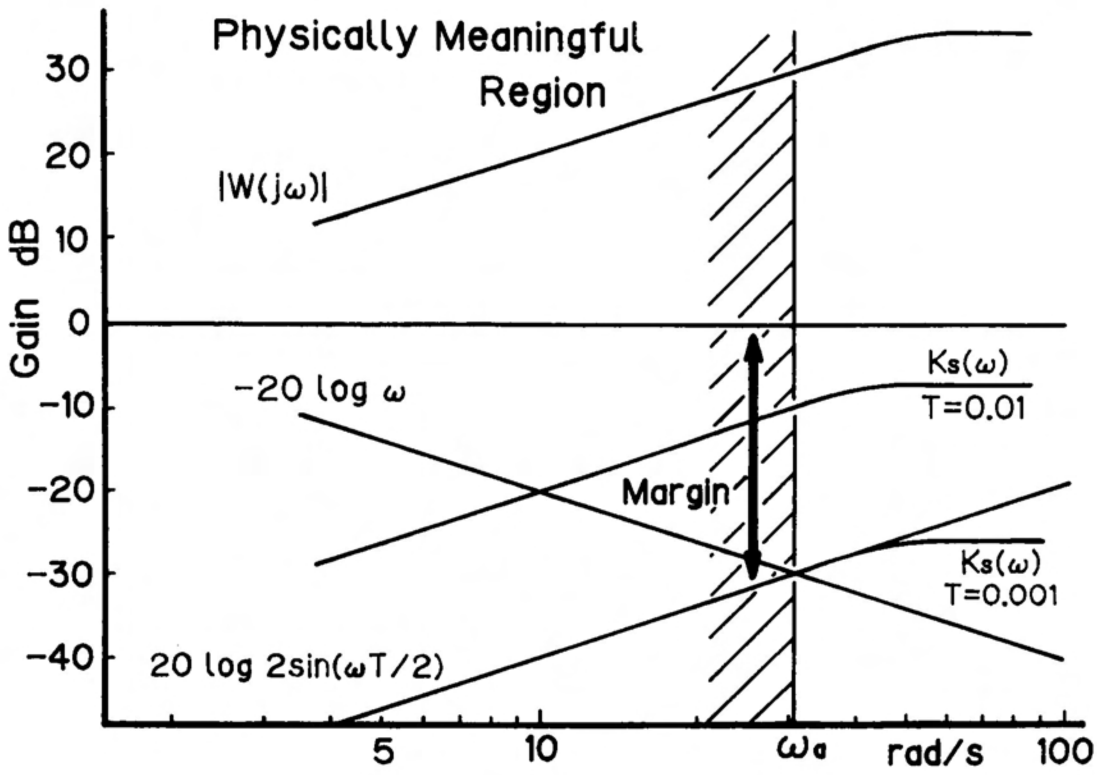


図３－１１　ストラップダウン方式目標追尾装置空間安定特性ゲイン線図

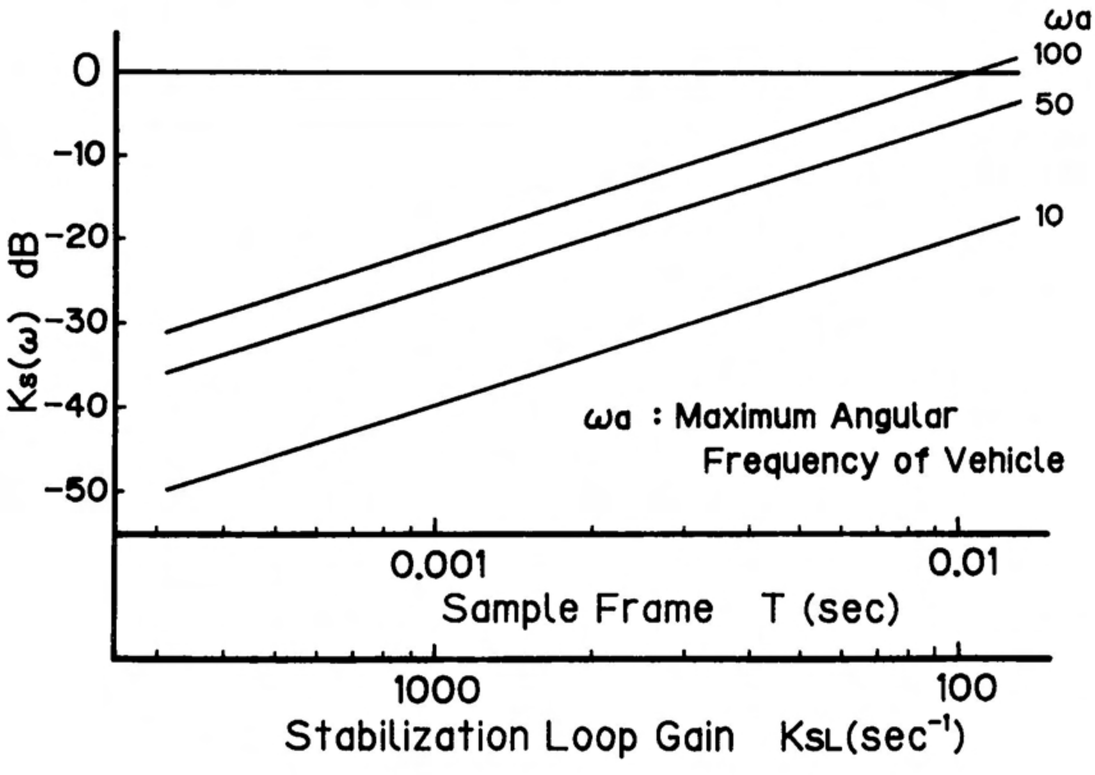


図３－１２　空間安定化ループゲインとサンプルフレームとの関係

である。(3.54)式をレートジャイロ方式の場合の(3.20)式と比較すると、レートジャイロ方式目標追尾装置の空間安定化ループゲインK_{SL}と、ストラップダウン方式目標追尾装置のサンプルフレームTとの間に、空間安定特性という意味において、

$$T = 1 / K_{SL} \tag{3.55}$$

なる関係があることが分かる。図3-12に飛翔体の固有角周波数をパラメータにして、空間安定化ループゲインK_{SL}とサンプルフレームTの関係を示す。

3.5　まとめ

この章では比例航法や最適航法を実現するために必要不可欠な状態変数である目視線角速度を計測するための観測装置、即ち目標追尾装置について、まず3.2 節で機能、構造について概説した後、空間安定化機構の特徴から三方式に分類し、3.3 節でこれらの三方式についてそれぞれ動特性モデルを与え、3.4 節ではそれらの動特性モデルを用いて目標追尾装置の基本的特性、即ち、目標追尾特性、周波数応答特性、最大追尾角速度、空間安定特性について解析した。その結果、三方式いずれにおいても目視線角速度を計測できていることを示すと共に、目標追尾装置を現実に設計する際に必要となる指針を与えた。またこの解析を通して、レートジャイロ方式の場合の空間安定化ループゲインとストラップダウン方式の場合のサンプルフレームが空間安定特性という意味において１対１に対応していることを示した。

第４章　誘導方式（制御則）の解析

４．１　はじめに

飛翔体を目標に会合させるための制御則（航法）として、現在ほとんどのホーミング飛翔体において比例航法が用いられている。[8]~[10]比例航法は元来航海術でよく知られた経験航法であり（衝突を回避する問題として考えられていた）論理的帰結として得られた航法ではなかったが、最適制御理論の応用によって初めて最適解の一つであることが理論的に証明されている。[23]

この章ではまず4.2 節で比例航法ついて概説し、比例航法を用いた場合のミスディスタンス（会合誤差距離）について基礎的な解析を行う。4.3 節では実際の飛翔体において比例航法を実現する場合の工学的問題点について述べる。4.4 節では最適制御理論による航法の導出を行う。まず4.4.1 節でＬＱ(Linear Quadratic)理論について要約し、4.4.2 節でＬＱ理論に基づいて最適航法を導出する。その結果飛翔体の動特性を１と仮定した場合の最適航法が比例航法に一致していることを示す。更に4.4.3 節では飛翔体動特性の伝達遅れを考慮した場合の最適航法を導出し、4.5 節で最適航法の実現問題について述べた後、4.6 節でシミュレーションにより比例航法と最適航法の比較、及び最適航法における t_f 推定誤差の影響について示す。

４．２　比例航法の解析

比例航法を考える場合には、同一平面上で運動する飛翔体及び目標について次のことが仮定されている。

１．飛翔体及び目標は等速運動である。

２．飛翔体の動特性は考慮しない。（伝達関数は１である）

以上の仮定のもとに、比例航法の概念を図 4-1に示す。

比例航法は、経路角 γ_M の変化率 $\dot{\gamma}_M$ を目視線角 σ の変化率 $\dot{\sigma}$ に比例させるように制御することを目的とした航法であり、その制御則は、

$$\dot{\gamma}_M = N\dot{\sigma} \tag{4.1}$$

で表現される。ここでＮは航法定数とよばれるものである。(4.1) 式で目視線角の変化率は第３章で述べた目標追尾装置で計測されているが、小型のホーミング飛翔体においては慣性航法装置を持たないため経路角の変化率は計測されていない。そこでいま(4.1) 式が実現された場合に飛翔体に発生する旋回加速度を考えれば、

$$a_M = V_M \cdot \dot{\gamma}_M = N V_M \dot{\sigma} \tag{4.2}$$

である。(4.2)式でa_M は図 4-1に示したように飛翔体の速度ベクトルV_Mに直交した方向の加速度を表している。(4.2) 式に基づいて飛翔体の旋回加速度を制御する方法が比例航法である。この加速度のうち目視線角の変化率の発生を抑えることに寄与する成分、即ち目視線に直交した成分を相対接近速度V_C を用いて表すと、

$$n_M = N V_M \dot{\sigma} \cos \gamma_M = N' V_C \dot{\sigma} \tag{4.3}$$

である。従って

$$N' = \frac{N V_M \cos \gamma_M}{V_C} \tag{4.4}$$

の関係がある。このN'のことを有効航法定数と言い、一般に比例航法の解析においては有効航法定数の表現が用いられる。

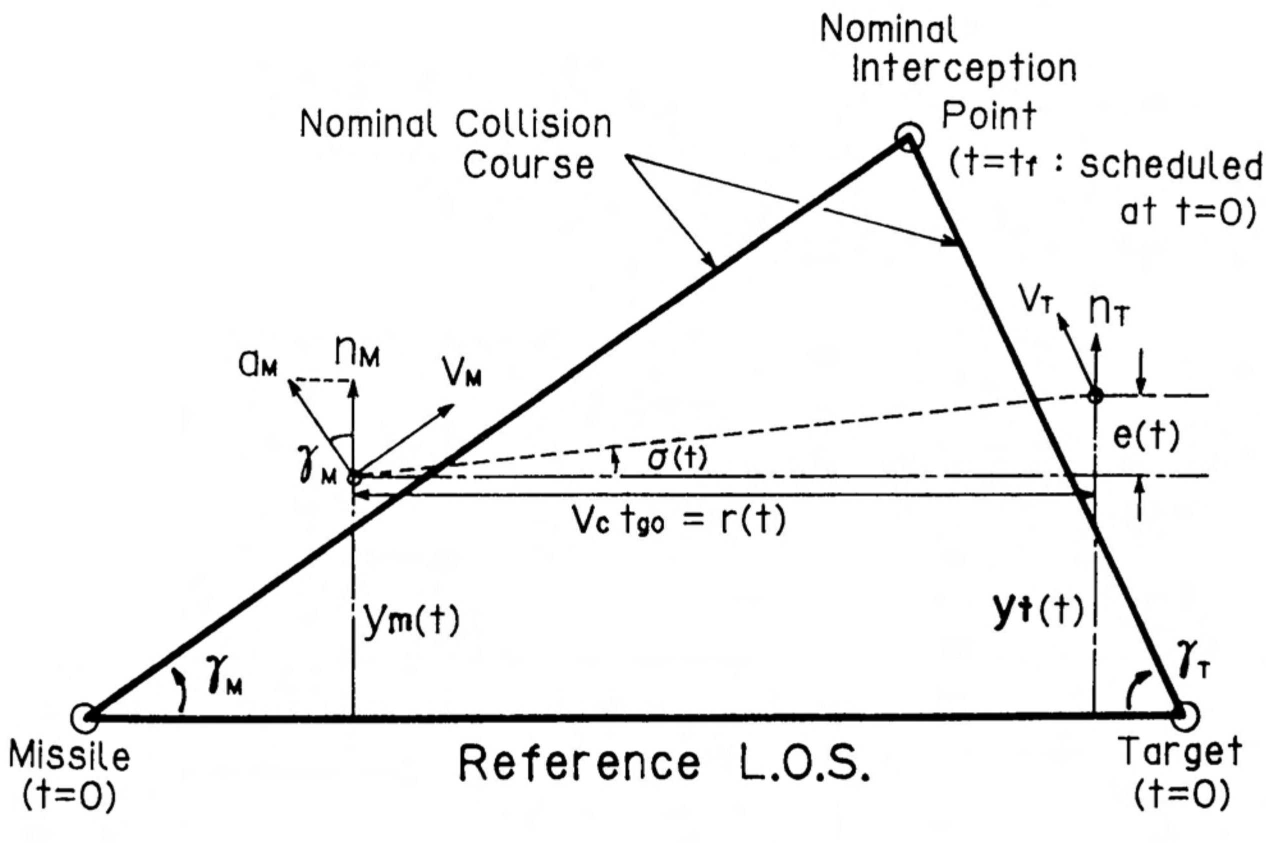


図4－1　比例航法の概念

いま図 4-1において誤差距離 $e(t)$ を以下の解析の都合上 $y_d(t)$ で表現すると、

$$\left.\begin{aligned} y_d &= y_t - y_m \\ \dot{y}_d &= \dot{y}_t - \dot{y}_m \\ \ddot{y}_d &= \ddot{y}_t - \ddot{y}_m \end{aligned}\right] \tag{4.5}$$

である。ここで目標が等速直線運動をしていることを仮定し、かつ飛翔体の加速度 $\ddot{y}_m$ $(=n_M)$ が直接制御できるものとする。即ち制御量を u とする時、

$$\left.\begin{aligned} \ddot{y}_t &= 0 \\ \ddot{y}_m &= u \end{aligned}\right] \tag{4.6}$$

を仮定する。この時(4.5),(4.6)式から、

$$\ddot{y}_d = -u \tag{4.7}$$

である。ここで比例航法によれば、操作量 u は(4.3) 式から $N'V_C\dot{\sigma}$ だから、

$$\ddot{y}_d = -N'V_C\dot{\sigma} \tag{4.8}$$

を得る。(4.8) 式が比例航法におけるミスディスタンス（会合距離誤差）に関する微分方程式である。

ここで状態変数の整合性を考える。図 4-1から、

$$\sigma \simeq \frac{y_d}{V_C(t_f - t)} \qquad t_f\text{：会合までの所要時間} \tag{4.9}$$

である。従って、

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{y}_d}{V_C(t_f - t)} + \frac{y_d}{V_C(t_f - t)^2} \tag{4.10}$$

である。(4.10)式を(4.8)式に代入して、

$$\ddot{y}_d + \frac{N'}{t_f - t}\dot{y}_d + \frac{N'}{(t_f - t)^2}y_d = 0 \tag{4.11}$$

を得る。

また(4.9)式から、

$$\left.\begin{aligned} y_d &= V_C(t_f - t)\sigma \\ \dot{y}_d &= V_C(t_f - t)\dot{\sigma} - V_C\sigma \\ \ddot{y}_d &= V_C(t_f - t)\ddot{\sigma} - 2V_C\dot{\sigma} \end{aligned}\right] \tag{4.12}$$

だから (4.12)式を(4.8)式に代入して、

$$\ddot{\sigma} + \frac{N' - 2}{t_f - t}\dot{\sigma} = 0 \tag{4.13}$$

を得る。(4.11)式、(4.13)式はそれぞれ状態変数として誤差距離 y_d 及び目視線角 σ を用いた比例航法に関する微分方程式である。尚、参考として状態変数 y_d と σ の関係は、

$$\begin{pmatrix} y_d \\ \dot{y}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_C(t_f - t) & 0 \\ -V_C & V_C(t_f - t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sigma \\ \dot{\sigma} \end{pmatrix} \tag{4.14}$$

で与えられる。

(4.8)式、(4.11)式、(4.13)式は全て同等であり、最初の二つについては容易に解を求めることができる。(4.8)式を直接積分すると、

$$\dot{y}_d(t) - \dot{y}_d(0) = -N'V_C\{\sigma(t) - \sigma(0)\} \tag{4.15}$$

である。ここで $\dot{y}_d(0)$、$\sigma(0)$ はそれぞれ $\dot{y}_d(t)$, $\sigma(t)$ の初期値であり、$\sigma(0)$ は定義により0である。

(4.15)式に(4.9)式を代入して、

$$\dot{y}_d(t) + \frac{N'}{t_f - t}y_d(t) = \dot{y}_d(0) \tag{4.16}$$

である。一般に線形微分方程式

$$\dot{x}(t) + P(t)\cdot x(t) = Q(t)$$

の解は、

$$x(t) = e^{-\int p dt}\{\int e^{\int p dt}\cdot Q\, dt + C\}$$

で与えられるから、(4.16)式の解は、

$$y_d = \frac{\dot{y}_d(0)}{N' - 1}\{(t_f - t) - t_f(\frac{t_f - t}{t_f})^{N'}\} \tag{4.17}$$

で与えられる。

また、この時の飛翔体に発生する目視線に直交方向の加速度は、

$$\ddot{y}_m = -\ddot{y}_d = -\dot{y}_d(0)\cdot N'\cdot\frac{(t_f-t)^{N'-2}}{t_f^{N'-1}} \tag{4.18}$$

で与えられる。(4.17)式から、比例航法の場合理想的には $t=t_f$ においてミスディスタンスが零になることが期待できる。また(4.13)式から目視線角に関する解が発散しないためには有効航法定数N’は少なくとも2以上でなければならないことが分かる。

4.3　比例航法の実現問題

比例航法を実現するためには、まず第一に目視線角の変化率を計測しなければならない。第3章で述べた飛翔体に搭載されている目標追尾装置がこのための装置であり、目標追尾装置と比例航法とは不可分のものである。ここでは理想的に目視線角の変化率が計測できているとして、ホーミング飛翔体において比例航法を実現する場合の工学的問題点について述べる。

比例航法は(4.2)式、或は(4.3)式に示したように、飛翔体に発生する加速度を制御する航法であり、飛翔体だけで独自に完結できるところに大きな特徴がある。加速度を制御する方法としては図4-2(1)に示すように (4.3)式に基づいて単に加速度コマンドだけを発生させる方法と、図4-2(2)に示したように加速度フィードバック制御系を構成する方法があり、いずれの方法も実用されているが、高精度の制御を考える場合には加速度フィードバック制御系が用いられることが多い。

比例航法を実現する場合、

1．飛翔体には約０～３マッハの間で速度変化が生じる。また目標にも回避運動による速度変化が発生し、4.2 節での仮定１は成立しない。

2．加速度指令に対する飛翔体の応答は第２章で示したように近似的に２次遅れ系であり、4.2 節の仮定２も成立しない。

という問題が発生し、厳密な意味での比例航法は実現できないが、このような状況にも拘らず図 4-2に示した比例航法に基づく加速度制御系を構成すれば目標に会合できることがシミュレーションによってよく知られている。[(61),(65)~(67)] ここで会合できるという意味には幅があり、初期条件、目標の回避運動、飛翔体の動特性

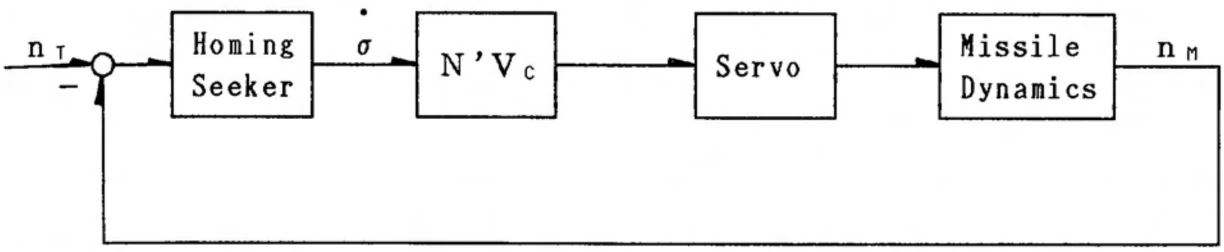


図４－２(1)　比例航法による誘導制御系(1)

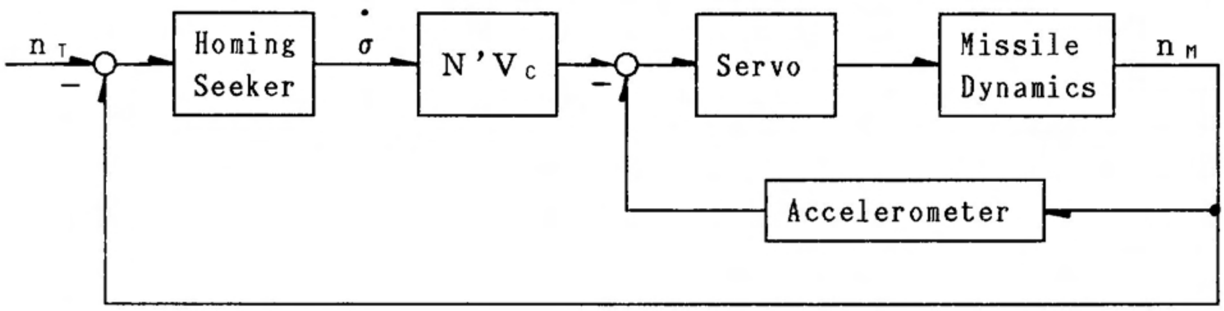


図４－２(2)　比例航法による誘導制御系(2)

等によって最終的なミスディスタンスは様々に変化してくるので、この場合 1.4節飛翔体誘導制御問題で述べたシステム性能上許容できる誤差距離 ε_m 以内を会合と判定することになる。シミュレーション結果の一例については4.6 節で示す。

第１番目の問題のうち飛翔体に発生する速度変化は結果的に(4.2)式、(4.3)式における航法定数の変動という形で影響が現れることになる。このことは図 4-2で制御系の立場から考えれば、制御系のループゲインの変動ということであり、そのままでは制御系の発散にもつながりかねない。従って飛翔体発射後、適当な速度に達するまでの無誘導時間を設定するとか、或は飛翔速度変化に対応した航法定数の変更などの設計が必要になる。飛翔体は一般に独自で飛翔速度は計測していないが、推力特性に見合った概略の速度特性をデータとして内蔵しておくことにより、航法定数の変更は容易に実現できる。

第２番目の問題については、飛翔体に伝達遅れがあるからすぐに比例航法がシステムとして成立しないという性質のものではなく、理想的に伝達遅れがないと考えた場合に比べてミスディスタンスが大きくなる、或は逆に考えればシステム性能上許容できる誤差距離以内に納まるような発射初期条件が理想の場合に比べて制限を受けるということである。この問題については4.4 節で述べる最適航法が飛翔体の動特性を考慮にいれた場合の制御則を導出する問題であり、飛翔体の動特性に応じた制御則を用いることにより対処できる。この制御則の導出は4.4.3 節で示すが、結果は比例航法を飛翔体の動特性に応じて修正した形で得られる。飛翔体の動特性を考慮に入れた場合と入れない場合の相違についても4.6 節でシミュレーションにより比較を示す。

以上の問題の他に、現実的な問題として、図4-2(2)に示した加速度フィードバック制御系を構成する場合、飛翔体に発生する加速度を計測する必要があるが、飛翔体に搭載された加速度計で計測される加速度は飛翔体座標系での加速度であり、また一般に飛翔体は経路角、迎角のいずれも計測できていないため、図 4-3に示すように(4.2) 式のa_Mも (4.3)式のn_Mも計測できず、この意味においても厳密な意味での比例航法は実現できない。

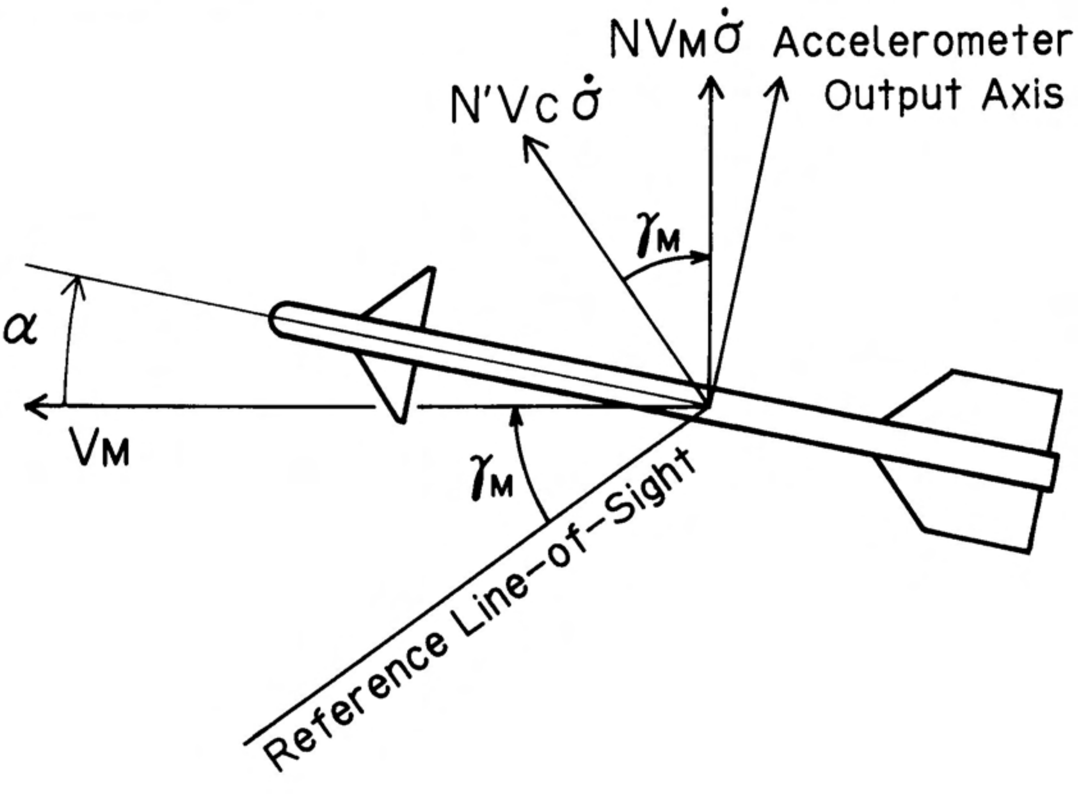


図４－３　比例航法における加速度の方向

4.4 最適航法の導出

4.4.1 LQ問題[23]

(4.19)式で表現される線形時変数系について、初期状態ベクトル $\mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0$ を終端状態ベクトル $\mathbf{x}(t_f)\simeq 0$ へ 制御する操作量uのうち、(4.20)式で表される2次形式評価関数を最小にする操作量uを決定する問題を考える。

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= A(t)\cdot\mathbf{x}(t) + B(t)\cdot\mathbf{u}(t)\\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \quad : \text{ given}\end{aligned}\right] \tag{4.19}$$

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots\cdots, x_n(t)]^T$$

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \cdots\cdots, u_m(t)]^T$$

$A(t)$: $(n\times n)$行列, $B(t)$: $(n\times m)$行列

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{x}^T(t)S_f\mathbf{x}(t))_{t=tf} + \frac{1}{2}\int_{t0}^{tf}(\mathbf{x}^TQ\mathbf{x}+\mathbf{u}^TR\mathbf{u})dt \tag{4.20}$$

S_f : $(n\times n)$半正定対称行列

Q : $(n\times n)$半正定対称行列

R : $(m\times m)$正定対称行列

この問題は変分法で解くことができる。ハミルトン関数Hを、

$$H = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(t)Q\mathbf{x}(t) + \frac{1}{2}\mathbf{u}^T(t)R\mathbf{u}(t) + \lambda^T(t)\{A(t)\cdot\mathbf{x}(t) + B(t)\cdot\mathbf{u}(t)\} \tag{4.21}$$

とおくと、次の オイラー、ラグランジェの方程式を得る。

$$\dot{\lambda}^T(t) = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \qquad \lambda(t_f) = S_f\cdot\mathbf{x}(t_f) \tag{4.22}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} \tag{4.23}$$

ここで $\lambda^T(t)=[\lambda_1(t), \lambda_2(t), \cdots\cdots, \lambda_m(t)]$ はラグランジェの未定乗数ベクトルである。(4.22)式、(4.23)式から、

$$\dot{\lambda}(t) = -Q\mathbf{x}(t) - A^T(t)\lambda(t) \tag{4.24}$$

$$R\mathbf{u}(t) + B^T(t)\lambda(t) = 0 \tag{4.25}$$

を得る。(4.25)式から、

$$u(t) = -R^{-1}\cdot B^{T}(t)\lambda(t) \tag{4.26}$$

を得る。(4.26)式を(4.19)式に代入することにより、この変分問題は次の２点境界値問題に帰着される。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\lambda}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R^{-1}B^{T}(t) \\ -Q & -A^{T}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad \lambda(t_f) = S_f\mathbf{x}(t_f)$$

即ちＬＱ問題は変分法により２点境界値問題に帰着された。この２点境界値問題を解く代表的な手法として、次の二つの方法がある。

(a) 遷移行列(Transition Matrix) による方法

(b) Sweep Method による方法

以下この二つの方法によって２点境界値問題の解を求める。

(a) 遷移行列による方法

(4.27)式の解 $\mathbf{x}(t)$, $\lambda(t)$ を終端境界条件、

$$\lambda(t_f) = S_f\mathbf{x}(t_f) \tag{4.28}$$

を満足するように決定する。そのための手段として、

$$\mathbf{x}^{(i)}(t_f) = e^{(i)} \qquad \lambda^{(i)}(t_f) = S_f\cdot e^{(i)} \qquad i = 1 \sim n \tag{4.29}$$

となるように $\mathbf{x}^{(i)}(t_f)$, $\lambda^{(i)}(t_f)$ を決定する。ここで $e^{(i)}$ は、

$$e^{(i)T} = [0\cdots\cdots\overset{i}{1}\cdots\cdots 0]$$

なる単位ベクトルである。即ち $\mathbf{x}^{(i)}$, $\lambda^{(i)}$ ベクトルの各成分を $\mathbf{x}_j^{(i)}$, $\lambda_j^{(i)}$ で表現すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_j^{(i)}(t_f) &= 1 \qquad i = j \qquad\qquad \lambda_j^{(i)}(t_f) = (S_f)_{ji} \\ &= 0 \qquad i \neq j \end{aligned} \tag{4.30}$$

である。ここで $i = 1 \sim n$ について各々のベクトルを列に並べることにより、

$$X_{ji}(t) = \mathbf{x}_j^{(i)}(t) \quad , \quad \Lambda_{ji}(t) = \lambda_j^{(i)}(t) \tag{4.31}$$

なる二個の(n×n)行列を考える。ここで、

$$X(t_f) = I \ (\text{単位行列}) \quad , \quad \Lambda(t_f) = S_f \tag{4.32}$$

である。$X(t),\Lambda(t)$を遷移行列という。この遷移行列を用いると、$\mathbf{x}(t_f)$が自明であるとして、

$$\mathbf{x}(t) = X(t)\mathbf{x}(t_f) \tag{4.33}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t) = \Lambda(t)\mathbf{x}(t_f) \tag{4.34}$$

で $\mathbf{x}(t),\boldsymbol{\lambda}(t)$ を得ることができる。(4.33)式で $t=t_0$ とすると、

$$\mathbf{x}(t_0) = X(t_0)\mathbf{x}(t_f)$$

従って、

$$\mathbf{x}(t_f) = X(t_0)^{-1}\mathbf{x}(t_0) \tag{4.35}$$

である。$\mathbf{x}(t_0)$は初期条件として与えられている。(4.35)式を(4.33),(4.34)式に代入して、

$$\mathbf{x}(t) = X(t)X(t_0)^{-1}\mathbf{x}(t_0) \tag{4.36}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t) = \Lambda(t)X(t_0)^{-1}\mathbf{x}(t_0) \tag{4.37}$$

により $\mathbf{x}(t),\boldsymbol{\lambda}(t)$を得ることができる。従って、(4.37)式を(4.26)式に代入することにより、最適操作量は、

$$\mathbf{u}(t) = -R^{-1}\cdot B^T(t)\Lambda(t)X(t_0)^{-1}\mathbf{x}(t_0) \tag{4.38}$$

で与えられる。システムが連続系の場合は、繰り返し演算上常に $t_0=t$ と考えることができるから、(4.38)式で $t_0=t$ とおくことにより、

$$\mathbf{u}(t) = -C(t)\cdot\mathbf{x}(t) \tag{4.39}$$

$$C(t) = R^{-1}\cdot B^T(t)\Lambda(t)X(t)^{-1} \tag{4.40}$$

となり、時変数系の状態フィードバックを構成することができる。

(b) Sweep Methodによる方法

再び(4.27)式に戻る。

$$\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}(t)\\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}A(t) & -B(t)R^{-1}B^T(t)\\ -Q & -A^T(t)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \boldsymbol{\lambda}(t)\end{pmatrix} \tag{4.27}$$

$$\mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0, \quad \boldsymbol{\lambda}(t_f)=S_f\mathbf{x}(t_f)$$

(4.27)式で、

$$\lambda(t) = S(t)\mathbf{x}(t) \tag{4.41}$$

とおくと、

$$\lambda(t_f) = S(t_f)\mathbf{x}(t_f) = S_f\mathbf{x}(t_f)$$

従って、

$$S(t_f) = S_f \tag{4.42}$$

である。(4.41)式を(4.27)式に代入すると、

$$\{\dot{S}(t)+S(t)A(t)+A^T(t)S(t)-S(t)B(t)R^{-1}B^T(t)S(t)+Q\}\mathbf{x}(t) = 0 \tag{4.43}$$

を得る。$\mathbf{x}(t)\equiv 0$ ではないので、

$$\dot{S}(t)=-S(t)A(t)-A^T(t)S(t)+S(t)B(t)R^{-1}B^T(t)S(t)-Q$$
$$S(t_f) = S_f \tag{4.44}$$

である。(4.44)式は行列のリカティー型微分方程式である。(4.44)式から$S(t)$は対称行列になる。(4.44)式は $t_f \Rightarrow t_0$ へ逆方向へ積分することが 可能であり、$S(t_0)$ を求めることができる。

従って、(4.41)式から、

$$\lambda(t_0) = S(t_0)\mathbf{x}(t_0) \tag{4.45}$$

である。$\mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0$ と(4.45)式で初期値が揃ったので、(4.27) 式は解くことが可能である。この時最適操作量は、

$$\mathbf{u}(t) = -C(t)\cdot\mathbf{x}(t)$$
$$C(t) = [R]^{-1}\cdot B^T(t)S(t) \tag{4.46}$$

で与えられる。

4.4.2 最適航法の導出

図 4-1において状態変数を、

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = y_t - y_m \\ x_2 = \dot{y}_t - \dot{y}_m \end{array}\right] \tag{4.47}$$

とおき、比例航法の場合と同様に目標が等速直線運動をし、飛翔体の旋回加速度を時間遅れなしで直接制御できる場合を考える。即ち、4.2節と同様に、

$$
\left.\begin{array}{l}
\ddot{y}_t = 0 \\
\ddot{y}_m = u
\end{array}\right] \qquad (4.6)
$$

である。この時(4.48)式、及び(4.49)式で与えられる線形システムに対して(4.50)式で与えられる評価関数を最小にするような操作量uを決定する最適化問題を考える。

$$
\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + Bu \qquad (4.48)
$$

$$
\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad (4.49)
$$

$$
J = \frac{1}{2}(\mathbf{x}^T S_f \mathbf{x})_{t=tf} + \frac{1}{2}\int_t^{tf} u^2 dt \qquad (4.50)
$$

ここで、

$$
S_f = \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{pmatrix} \qquad (4.51)
$$

である。また(4.20)式の表現に従えば、

$$
Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad R = 1 \qquad (4.52)
$$

である。この最適化問題は、4.4.1 節に示した結果により次の２点境界値問題に帰着される。

$$
\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} - BB^T\lambda \qquad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}(t)^{*1} \qquad (4.53)
$$

$$
\dot{\lambda} = -A^T\lambda \qquad \lambda(t_f) = S_f\mathbf{x}(t_f) \qquad (4.54)
$$

*1 任意の時刻 t から t_f までの制御を考える。

4.4.1 節で示した通りこの境界値問題は遷移行列を用いる方法と、Sweep Methodの両方で解を求めることができるが、ここでは遷移行列を用いて(4.53)式、(4.54)式を解くことを考える。まず(4.54)式から、

$$
\left.\begin{array}{l}
\dot{\lambda}_1 = 0 \\
\dot{\lambda}_2 = -\lambda_1
\end{array}\right] \qquad (4.55)
$$

だから、

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 &= C_1 \\ \lambda_2 &= -C_1 t + C_2\end{aligned}\right] \tag{4.56}$$

である。(4.56)式を(4.53)式に代入して、

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\lambda_2 = C_1 t - C_2\end{aligned}\right] \tag{4.57}$$

である。従って(4.57)式を積分して、

$$\left.\begin{aligned}x_2 &= \frac{1}{2} C_1 t^2 - C_2 t + C_3 \\ x_1 &= \frac{1}{6} C_1 t^3 - \frac{1}{2} C_2 t^2 + C_3 t + C_4\end{aligned}\right] \tag{4.58}$$

である。次に(4.56)式、(4.58)式から遷移行列$\Lambda(t)$, $X(t)$を求める。まず、

$$\lambda(t) = \begin{pmatrix} C_1 \\ -C_1 t + C_2 \end{pmatrix} \tag{4.59}$$

において、$\lambda(t_f)_j{}^{(i)} = [S_f]_{ij}$ とおくと、

$i = 1$ の場合

$$\left.\begin{aligned}C_1 &= S_1 & \therefore\ C_1 &= S_1 \\ -C_1 t_f + C_2 &= 0 & \therefore\ C_2 &= S_1 t_f\end{aligned}\right] \tag{4.60}$$

である。従って、

$$\lambda^1(t) = \begin{pmatrix} S_1 \\ -S_1 t + S_1 t_f \end{pmatrix} \tag{4.61}$$

である。

$i = 2$ の場合

$$\left.\begin{aligned}C_1 &= 0 & \therefore\ C_1 &= 0 \\ -C_1 t_f + C_2 &= S_2 & \therefore\ C_2 &= S_2\end{aligned}\right] \tag{4.62}$$

である。従って、

$$\lambda^2(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ S_2 \end{pmatrix} \tag{4.63}$$

を得る。結局(4.61)式、(4.63)式から、

$$\Lambda(t) = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ S_1(t_f - t) & S_2 \end{bmatrix} \tag{4.64}$$

を得る。

次に、(4.58)式

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} C_1 t^3 - \frac{1}{2} C_2 t^2 + C_3 t + C_4 \\ \frac{1}{2} C_1 t^2 - C_2 t + C_3 \end{bmatrix} \tag{4.65}$$

において、

$i=1$ の場合、(4.60)式から、

$$C_1 = S_1 \qquad C_2 = S_1 t_f \tag{4.60}$$

であり、かつ、

$$\mathbf{x}_j{}^{(1)}(t_f) = e^{(1)} \tag{4.66}$$

とおけば、

$$\frac{1}{6} S_1 t_f{}^3 - \frac{1}{2} S_1 t_f{}^3 + C_3 t_f + C_4 = 1$$

$$\frac{1}{2} S_1 t_f{}^2 - S_1 t_f{}^2 + C_3 = 0$$

である。従って、

$$\left.\begin{aligned} C_3 &= \frac{1}{2} S_1 t_f{}^2 \\ C_4 &= 1 - \frac{1}{6} S_1 t_f{}^3 \end{aligned}\right] \tag{4.67}$$

を得る。

$i=2$ の場合、(4.62)式から、

$$C_1 = 0 \qquad C_2 = S_2$$

であり、かつ、

$$\mathbf{x}_j{}^{(2)}(t_f) = e^{(2)} \tag{4.68}$$

とおけば、

$$-\frac{1}{2} S_2 t_f{}^2 + C_3 t_f + C_4 = 0$$

$$-S_2 t_f + C_3 = 1$$

である。従って、

$$\left.\begin{aligned} C_3 &= 1 + S_2 t_f \\ C_4 &= -t_f - \frac{1}{2} S_2 t_f^2 \end{aligned}\right] \qquad (4.69)$$

である。従って、

$$X(t) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{6} S_1(t_f - t)^3 & -(t_f - t) - \frac{1}{2} S_2(t_f - t)^2 \\ \frac{1}{2} S_1(t_f - t)^2 & 1 + S_2(t_f - t) \end{pmatrix} \qquad (4.70)$$

を得る。この時、$\mathbf{x}(t)$及び$\lambda(t)$は遷移行列(4.64)式、(4.70)式を用いて、

$$\mathbf{x}(t) = X(t)\mathbf{x}(t_f) \qquad (4.71)$$

$$\lambda(t) = \Lambda(t)\mathbf{x}(t_f) \qquad (4.72)$$

で与えられる。また最適操作量$u(t)$は、(4.39),(4.40)式から、

$$u(t) = -R^{-1}B^T(t)\Lambda(t)X(t)^{-1}\mathbf{x}(t) \qquad (4.73)$$

で与えられる。ここで、(4.49),(4.52),(4.64)式から、

$$R = 1 \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \Lambda(t) = \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ S_1(t_f - t) & S_2 \end{pmatrix} \qquad (4.74)$$

であり、また(4.70)式から、

$$|X(t)| = \frac{1}{12} S_1 S_2 (t_f - t)^4 + \frac{1}{3} S_1 (t_f - t)^3 + S_2 (t_f - t) + 1 \qquad (4.75)$$

だから、

$$X^{-1}(t) = \frac{1}{|X(t)|} \begin{pmatrix} 1 + S_2(t_f - t) & (t_f - t) + \frac{1}{2} S_2(t_f - t)^2 \\ -\frac{1}{2} S_1(t_f - t)^2 & 1 - \frac{1}{6} S_1(t_f - t)^3 \end{pmatrix} \qquad (4.76)$$

を得る。従って最適操作量uは、

$$u(t)= \frac{-1}{|X(t)|}[0,-1]\begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ S_1(t_f-t) & S_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1+S_2(t_f-t) & (t_f-t)+\frac{1}{2}S_2(t_f-t)^2 \\ \frac{-1}{2}S_1(t_f-t)^2 & 1-\frac{1}{6}S_1(t_f-t)^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} \qquad (4.77)$$

である。(4.77)式を整理すると、

$$u(t) = \frac{(S_1 t_{go}+\frac{1}{2}S_1S_2t_{go}^2)x_1(t) + (S_2+S_1t_{go}^2+\frac{1}{3}S_1S_2t_{go}^3)x_2(t)}{\frac{1}{12}S_1S_2t_{go}^4 + \frac{1}{3}S_1t_{go}^3 + S_2t_{go} + 1}$$

但し、$t_{go} = t_f - t$ (4.78)

である。(4.78)式で、

$$\left.\begin{matrix} S_1 \Rightarrow \infty \\ S_2 \Rightarrow 0 \end{matrix}\right] \qquad (4.79)$$

即ち(4.51)式において、$t = t_f$ におけるミスディスタンスに対する評価を無限大にし、$t = t_f$ における相対速度を評価関数から除外すると、

$$u(t)= \frac{t_{go}x_1(t) + t_{go}^2 x_2(t)}{\frac{1}{3}t_{go}^3}$$

$$= 3\{ \frac{x_1(t)}{(t_f-t)^2} + \frac{x_2(t)}{t_f-t} \} \qquad (4.80)$$

得る。(4.80)式は図 4-1において、

$$\sigma \simeq \frac{x_1(t)}{V_c(t_f-t)} \qquad V_c：相対接近速度 \qquad (4.81)$$

とおいた場合に、

$$u(t) = 3V_c\dot{\sigma} \qquad (4.82)$$

となり、最適解が有効航法定数が3の比例航法になっていることを示している。

この節では比例航法の場合と同様に飛翔体動特性を1と考えて、飛翔体の旋回加速度を直接操作量uに選んだ。この時、終端条件としてミスディスタンスの評価を無限に大きくすると、最適航法は比例航法に帰着されることが証明されたわけである。このことは比例航法がもともと飛翔体の動特性を完全系(伝達関数が1)とみな

した場合の航法であることによく符合している。従って飛翔体の動特性を考慮に入れた場合の最適化問題の解は、比例航法を現実に即して更に改善する期待を持たせるものでもある。尚、(4.79)式 で相対速度に対する評価S_2も無限に大きくすると(4.78)式は、相対距離が零の時に相対速度も零になるランデブー問題の解も同時に与えている。

4.4.3 飛翔体動特性を考慮に入れた最適航法

この節では、4.4.2 節の最適化問題において、操作量uから飛翔体に発生する旋回加速度$\ddot{y}_m$までの間の飛翔体動特性を考慮に入れた場合について考察する。 まず簡単のため最初に飛翔体動特性が時定数τの一次遅れ系で近似できる場合について考える。この場合、図 4-1において状態変数を、

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= y_t - y_m \\ x_2 &= \dot{y}_t - \dot{y}_m \\ x_3 &= \ddot{y}_t - \ddot{y}_m \end{aligned}\right] \tag{4.83}$$

とおき、4.4.2節と同様に$\ddot{y}_t = 0$を仮定する。この最適化問題のシステム方程式及び評価関数は(4.84)式から(4.87)式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + Bu \tag{4.84}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/\tau \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/\tau \end{pmatrix} \tag{4.85}$$

$$J = \frac{1}{2}\left(\mathbf{x}^T S_f \mathbf{x}\right)_{t=tf} + \frac{1}{2}\int_t^{tf} u^2 dt \tag{4.86}$$

$$S = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 \end{pmatrix} \tag{4.87}$$

この最適化問題も4.4.1 節に示した方法に従って解くことができて、4.4.2 節と同様にミスディスタンスの評価を無限にし、相対速度、相対加速度を評価から除外

する、即ち$S_1 \Rightarrow \infty$、$S_2=0$、$S_3=0$ とすると、最適操作量uは、

$$u = \frac{K}{t_{go}^2}\left[x_1 + t_{go}x_2 - \tau^2(e^{-T} - 1 + T)x_3\right] \tag{4.88}$$

但し、$t_{go} = t_f - t \qquad T = t_{go}/\tau$ (4.89)

$$K = \frac{6T^2(e^{-T} - 1 + T)}{2T^3 - 6T^2 + 6T + 3 - 12Te^{-T} - 3e^{-2T}} \tag{4.90}$$

で与えられる。

(4.88),(4.89),(4.90)式で $\tau \Rightarrow 0$ (即ち飛翔体の伝達特性が1)と考えれば、

$$\lim_{T \to \infty} K = 3 \tag{4.91}$$

であり 従って(4.88)式は飛翔体の動特性を考慮に入れなかった場合の結果(4.80)式に一致している。

ところで一般には飛翔体の動特性は第2章で示した通り2次遅れ系で近似される。従って飛翔体の旋回加速度を操作量uに対して、

$$\ddot{y}_m = \frac{K_m\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2}\,u \tag{4.92}$$

とおけば(4.85)式の行列A及び行列Bは、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -K_m\omega_n^2 \end{bmatrix} \tag{4.93}$$

となる。システム行列が(4.93)式で与えられる場合の最適化問題も(4.4.1)節に示した方法で解くことができて、この場合も最適操作量はuは、

$$u = \frac{K'}{t_{go}^2}\left[x_1 + t_{go}x_2 + f\{x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, t_{go}\}\right] \tag{4.94}$$

但し、$t_{go} = t_f - t$,

x_3, x_4: (4.92)式に対応して新たに定義される状態変数

λ_1, λ_2: (4.92)式の二つの固有値

で与えられることが知られいる。[27]この解も基本的には(4.88)式と同じ形であり比例航法を修正した形になっているが、K' 及び関数 f{·} が(4.88)式、(4.90)式に比べて相当程度複雑になるため、On-Boardで逐次最適操作量を決定していくような実用のアルゴリズムには不適当である。

4.5 最適航法の実現問題

4.4 節の結果から、飛翔体動特性を考慮にいれた最適航法は動特性を考慮しない場合に比べて以下の特徴がある。

1. 飛翔体動特性及び会合までの所用時間に応じて航法ゲインKを変動させている。
2. 動特性を考慮することによって生じる新しい状態変数を用いた補正項が最適操作量に加わる。

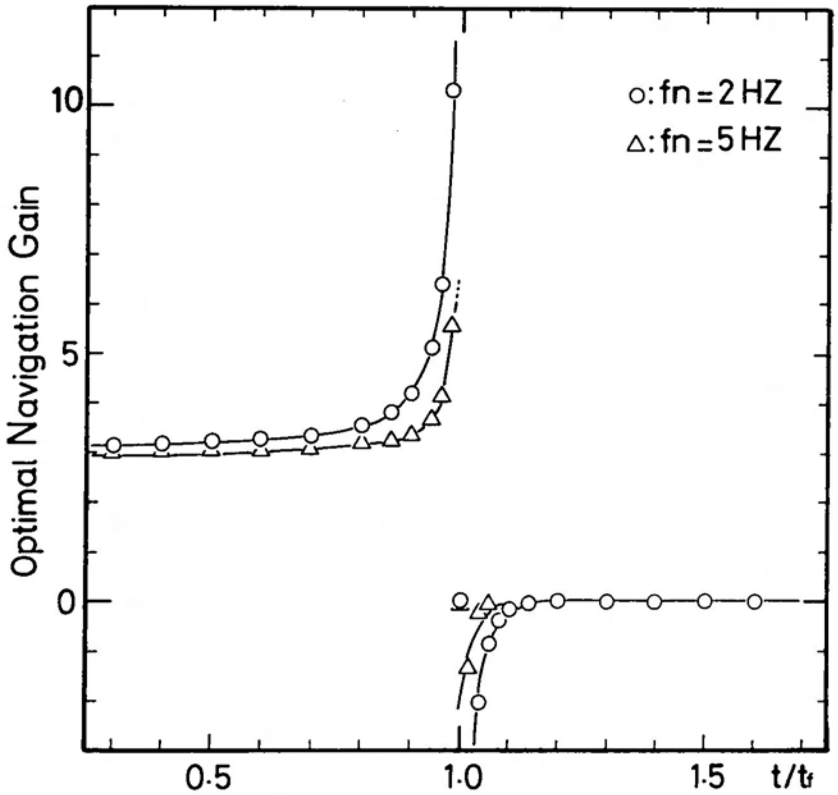


図4－4　最適航法ゲイン

そこで第1項の特徴を明らかにするために(4.90)式で示される最適航法ゲインKを飛翔体の固有振動数が2Hzと5Hzの場合について図 4-4に示す。図 4-4から分かるように最適航法ゲインKは初期において3であったものが t_f に接近するに従って急激にゲインが増大しており、またその増大の程度は制御対象である飛翔体の動特性によって異なる。これは最適操作量に対する飛翔体の応答の遅れを補正する効果

を持っている。更にt_fにおいてゲインが無限大になりその後一転して負のゲインになっている。以上のことから最適航法を実現する場合次の問題点が考えられる。

1．最適航法は可制御な線形系を制御対象として導出されており、誘導制御系のロバスト安定性について考慮が払われていない。

2．飛翔体発射時において会合までの予定時刻 t_f を正確に知る必要がある。

3．最適操作量を実現する場合には、飛翔体の動特性を考慮することによって生じる新しい状態変数を知る必要がある。

第１項の問題点は最適レギュレータ問題が抱える本質的な問題であり、最適航法が第５章で述べる飛翔体誘導制御系という閉ループ制御系の中での誘導則として用いられることを考えれば、誘導制御系のロバスト安定性という別の観点から航法ゲインは制限を受けなければならない。

第２の問題は最適航法を実現しようとする場合の最も大きな障害である。最適航法に付随してt_f の推定という研究もなされているが、[28]飛翔体発射以降の目標のランダムな回避運動などを考えると正確な推定は困難である。一つの工学的な対策としては図 4-5に示すように当初t_f をおおまかに推定しておき、$t_{go}=|t_f-t|$として用いる方法[29]、或は図 4-6に示すように最適航法ゲインに制限を設けておき、そのゲインに達した以降はそのままのゲインを維持させる方法などが考えられる。こうすることによって当初のt_f の推定が短すぎても$t=t_f$以降に誘導制御系を不安定にしてしまう不都合は避けることができる。

第３の問題点は最適制御を実現するために状態変数の計測または推定が付随するということであり、例えばカルマンフィルタを用いた状態変数推定に関する研究もあるが[16],[68]これも目標の回避運動に対して正確な推定は困難である。[69][70]

以上の結果から最適航法は比例航法に比べて、飛翔体自身の動特性を考慮にいれたより厳密な航法であると言えるが、t_f の推定、状態変数の推定など付随する問題が多く、またその効果は比例航法での基本的な制御に対する補正的な意味を持つものであり、大きな改善は期待できない。（4.6 節でシミュレーションによる比較を示す）この意味で極めて単純な航法である比例航法とそのための状態変数計測装置である目標追尾装置の組合せは飛翔体の航法において今後とも有効なものであると考えられる。本研究においても第５章でのロバストな誘導制御系設計に際しては航法として比例航法を前提とする。

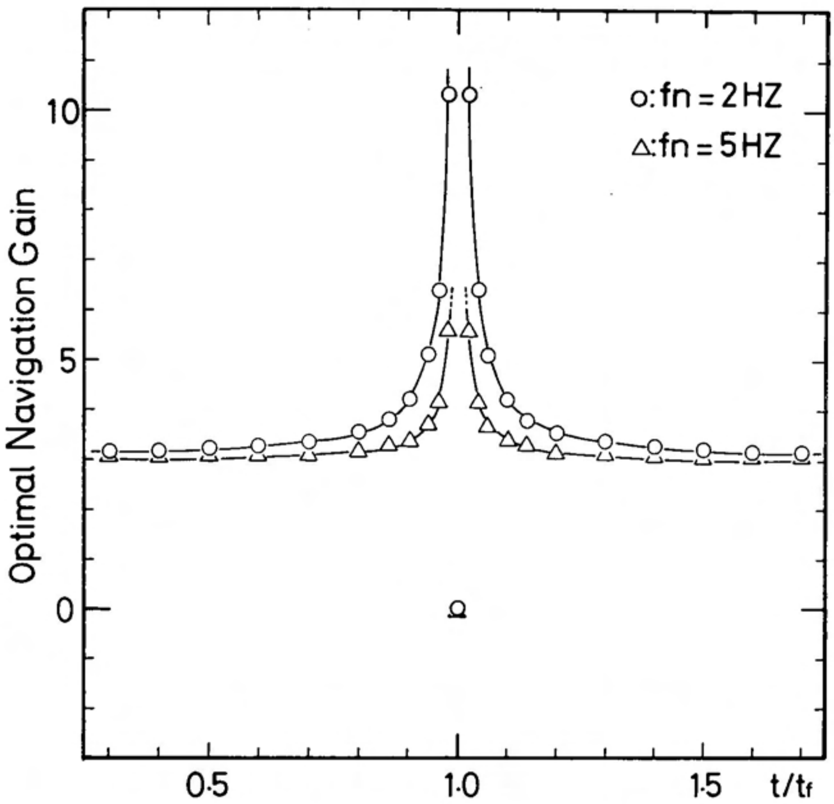


図４－５　最適航法ゲイン（絶対値を取った場合）

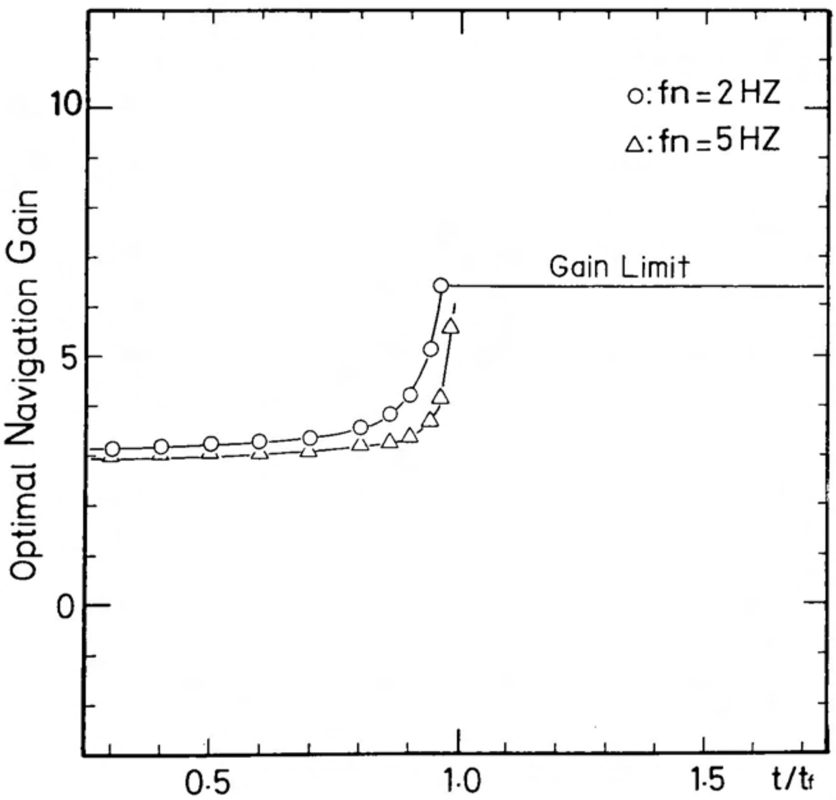


図４－６　最適航法ゲイン（リミッタを入れた場合）

4.6 シミュレーションによる比較

比例航法と最適航法の相違をシミュレーションにより比較する。用いたプログラムは図 4-7に示すシミュレーションプログラムの基本構成を、飛翔体動特性モデルに応じて適宜簡略化したものである。細部については付録にまとめる。このシミュレーションにおいて目標と飛翔体の運動はいずれも水平面内の運動に限定し、また飛翔体動特性モデルとしては、0次モデル、1次モデル、2次モデルの3種類を用いる。即ち航法からの加速度コマンドをa_c、飛翔体に発生する加速度をa_Mとする時、

0次モデル　$a_M = a_c$

1次モデル　$a_M = \dfrac{1}{Ts+1}\, a_c$

2次モデル　$a_M = \dfrac{1}{T^2 + 2\zeta Ts + 1}\, a_c$

である。ここで特性値、T及びζはX_m 軸方向の速度に対応して計算サイクル毎に第2章の表 2-1を用いて決定するものとする。但し$T = 1/2\pi f$である。1次モデルにおける時定数Tも2次モデルと同じ値を用いる。この場合の1次モデルと2次モデルの過度応答の相違を図 4-8に示す。

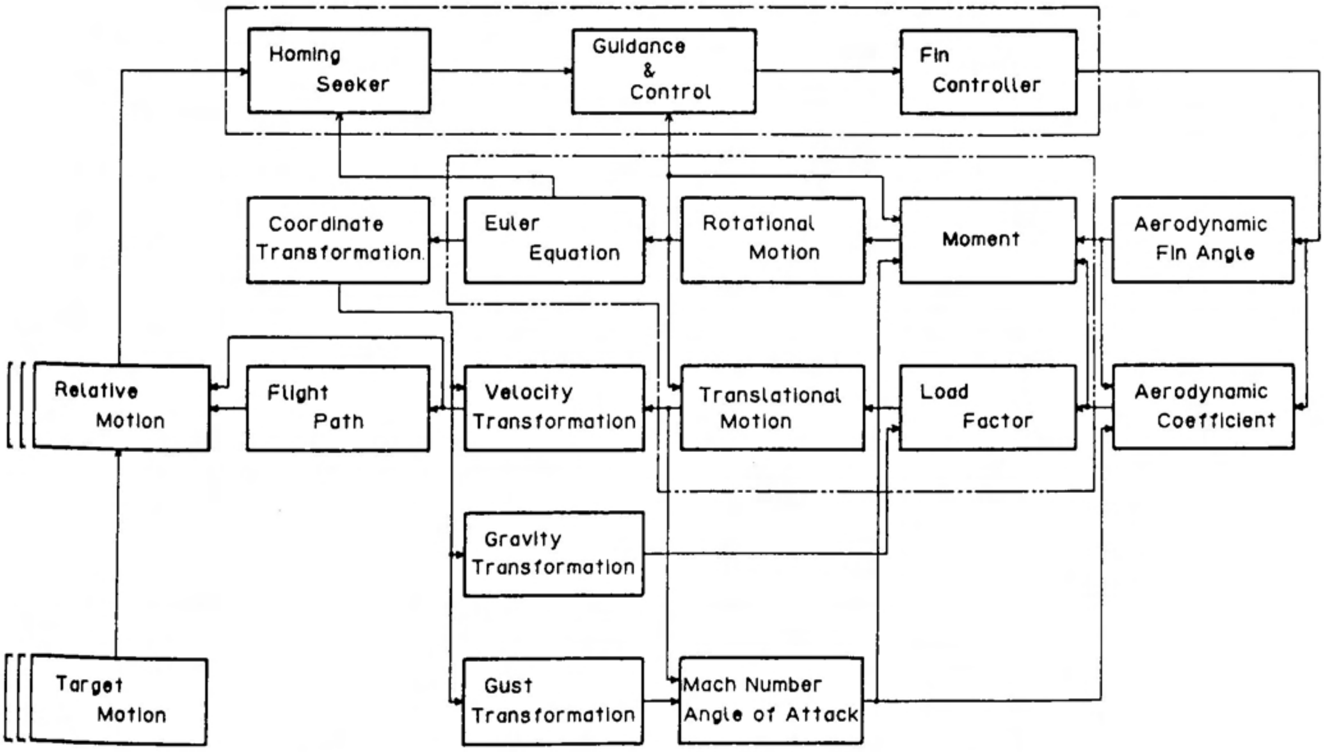


図4－7　シミュレーションプログラムの構成

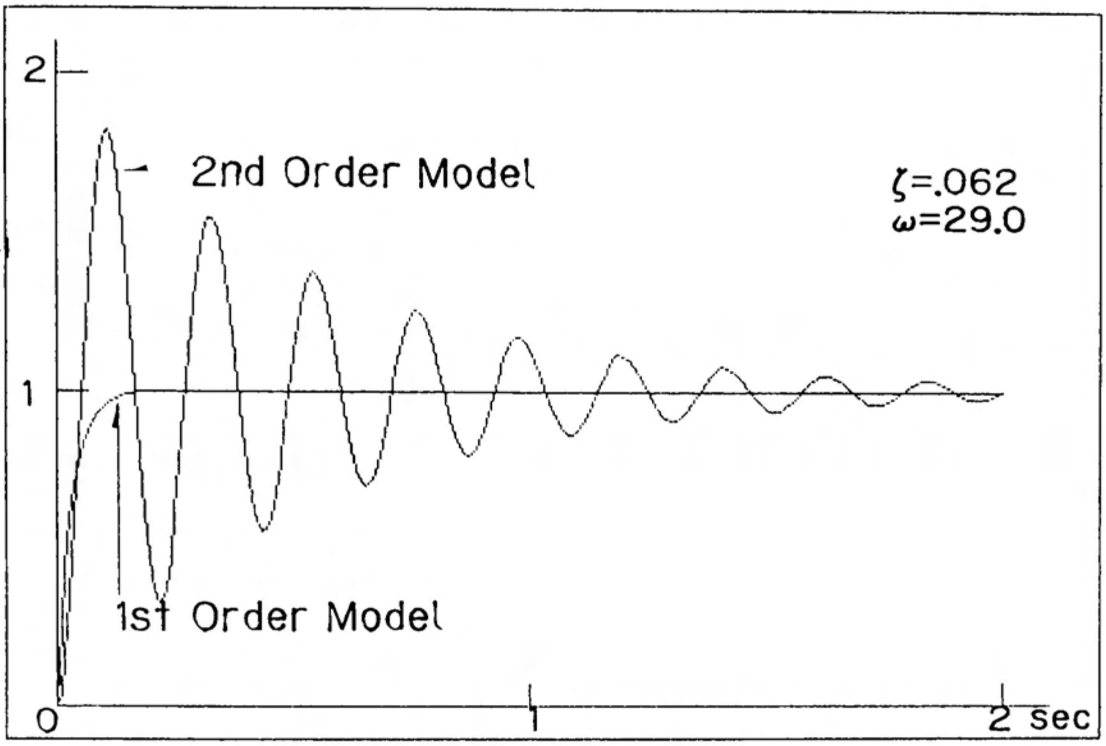


図４－８　１次モデルと２次モデルの過渡応答

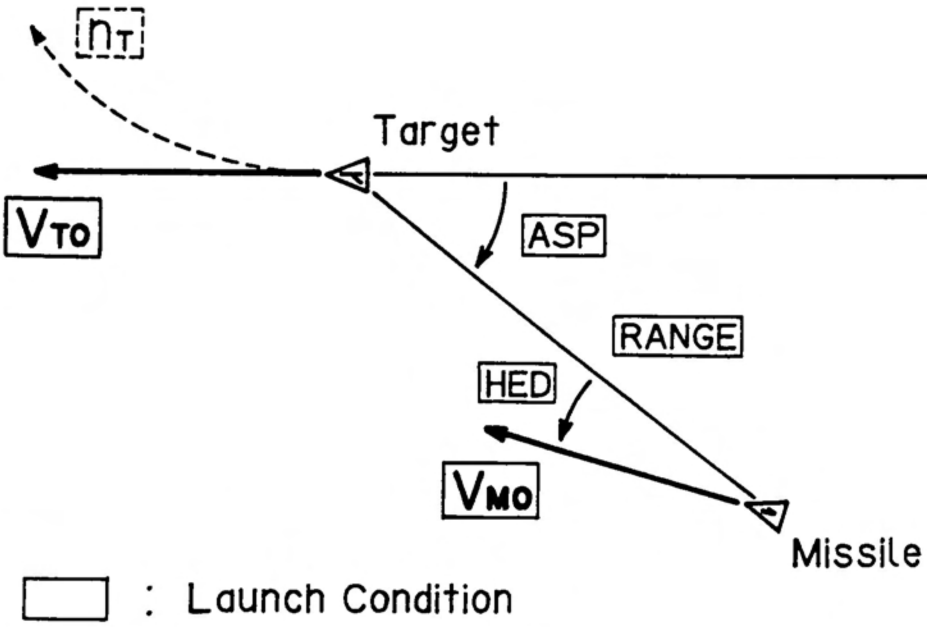


図４－９　シミュレーションにおける初期条件

図 4-9にシミュレーションにおける初期条件を示す。高度２５ｋftの水平面において目標及び飛翔体の初速度V_{M0},V_{T0}をいずれも 0.9Mとし飛翔体は加速される。またt=0 において目標は７Ｇの旋回回避運動をする。シミュレーションでは初期相対距離(RANGE)及びアスペクト角(ASP)をパラメータにしASPについては0～±πの範囲を３０度毎に選ぶ。ヘディング(HED) は全て零とする。

シミュレーションの結果は $t=t_f$ におけるミスディスタンス（ＭＤ）を用いて最小射程で評価する。即ち、システム許容ミスディスタンスε_mを１ｍとし、各々のアスペクト角において相対距離Ｒを順次短くしていき、ＭＤ≦１ｍを満足する最小の相対距離をそのアスペクト角における最小射程とする。

実施したシミュレーションは次の三つに分類できる。

１．モデル間の相違を確認するシミュレーション

２．比例航法と最適航法の比較

３．t_f推定誤差の影響を確認するシミュレーション

１項に関するシミュレーション結果を比例航法について図4-10に、最適航法について図4-11に示す。図はいづれも最小射程を示しており、図示された曲線の内部から飛翔体を発射してもミスディスタンスが１ｍ以上になるという境界線である。従って曲線で囲まれた領域が小さいほど優秀な飛翔体ということになる。図4-10、図4-11いづれの場合も０次モデルと２次モデルには有意差がなく、１次モデルの場合が最も悪い。これは各アスペクト角における発射初期条件で、初期ヘディング誤差に対応して発生するステップ状の操舵に対して、２次モデルの場合はζが小さいため加速度応答が振動的ではあるが、ミスディスタンスという距離で評価した場合には１次モデルの場合に比べて応答が速い結果になったためと考えられる。

次に第２項に関連して、図4-10、図4-11から１次モデルの場合について、比例航法と最適航法を比較して図4-12に示す。図4-12からほぼ全域にわたって最適航法の方が若干良い結果を示している。これは4.4.3 節で示したように飛翔体動特性の応答遅れを最適ゲインで補正している最適航法の特徴がよく現れた結果だと考えることができるが、その差は最小射程において約１００ｍ程度と僅かである。また飛翔体応答遅れが小さい２次モデルの場合は図4-13に示すように殆ど差がない。

第３項に関する結果を図4-14、図4-15に示す。この二つの図はアスペクト角３０度における最小射程近傍でのシミュレーション結果であり、試験条件としては相対

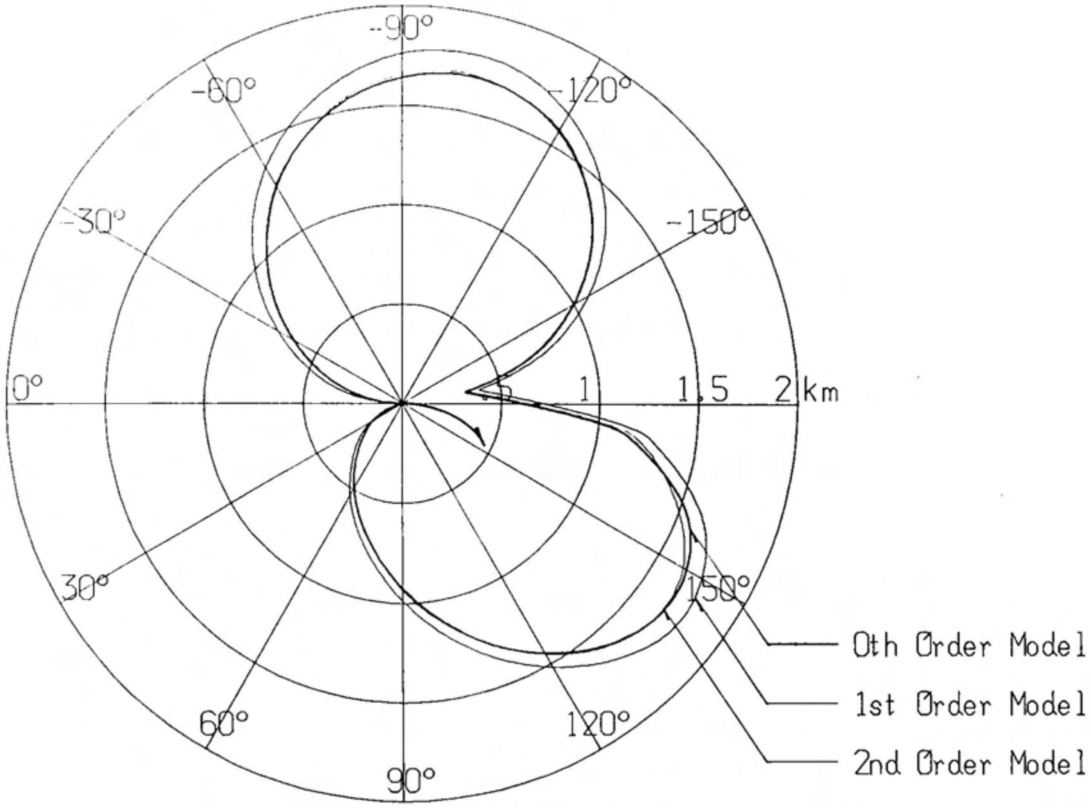


図４－１０　比例航法におけるモデルの相違

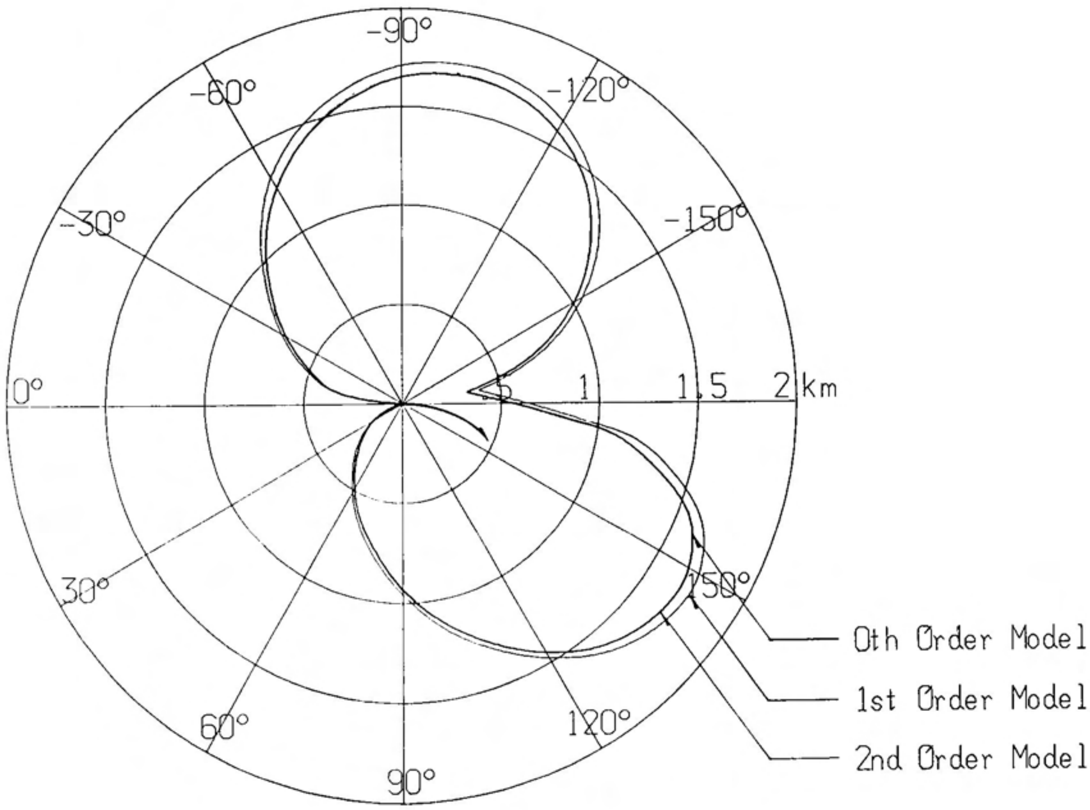


図４－１１　最適航法におけるモデルの相違

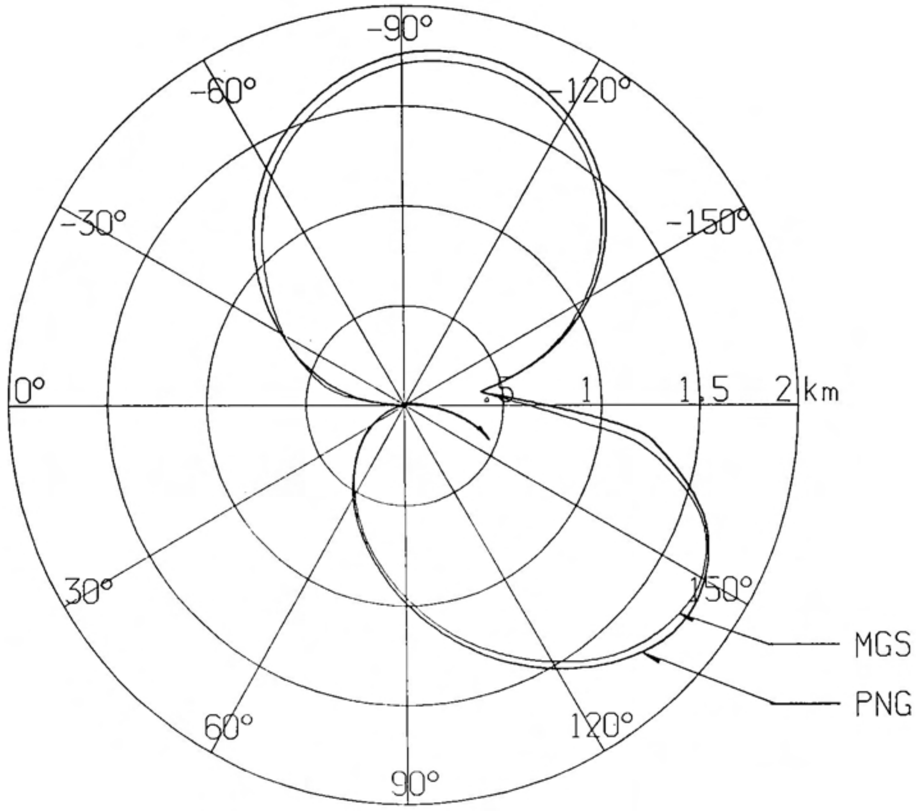


図４－１２　比例航法と最適航法の比較（１次モデル）

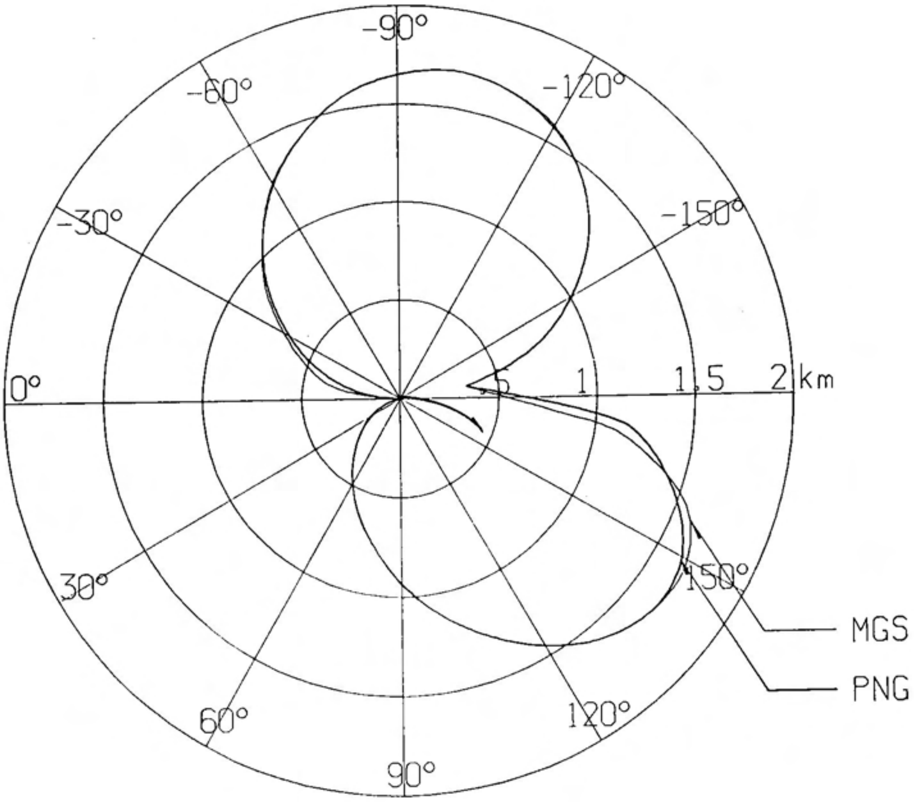


図４－１３　比例航法と最適航法の比較（２次モデル）

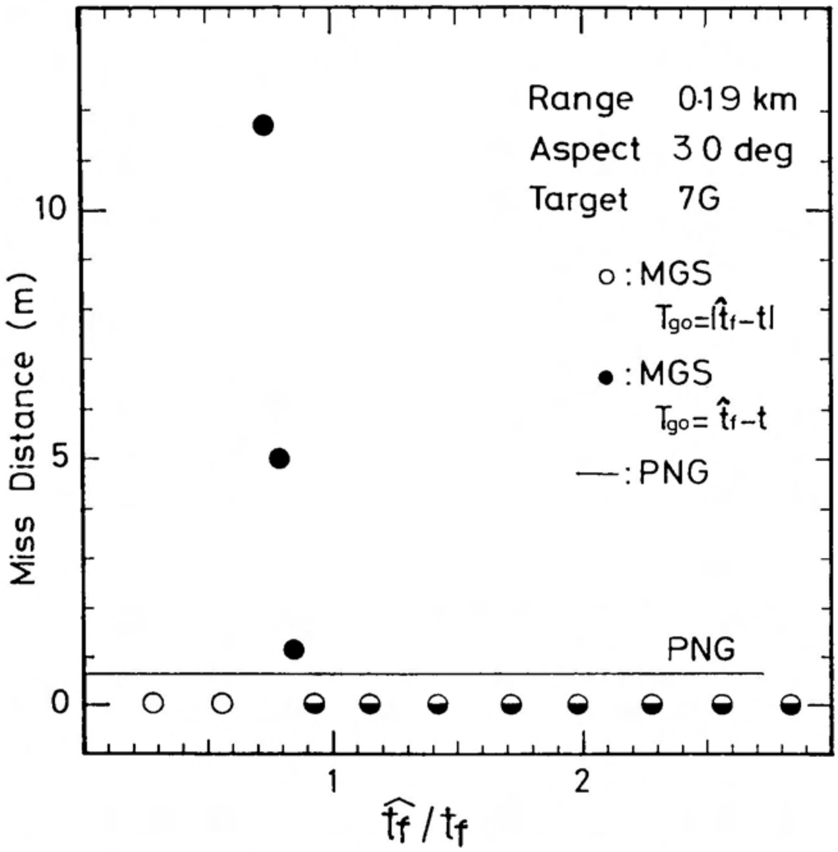


図4－14　Time-to-goの推定誤差とミスディスタンス　R＝190m

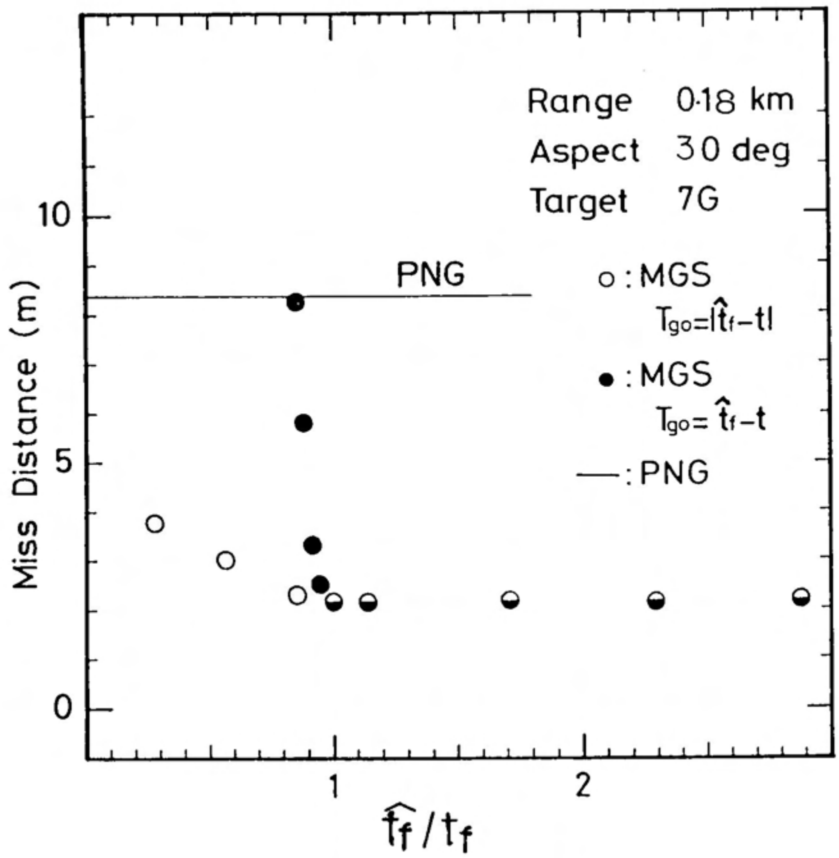


図4－15　Time-to-goの推定誤差とミスディスタンス　R＝180m

距離が１００ｍ違っているだけである。いずれの場合においてもt_fの推定値$\hat{t}_f$が真のt_fより小さくなるに従い、$t_{go}=\hat{t}_f-t$のまま用いると急激にミスディスタンスが増大するが$t_{go}=|\hat{t}_f-t|$として用いることによりt_f推定誤差の影響を抑えることができることを示している。尚、図4-14、図4-15には参考として比例航法の場合のミスディスタンスも示しているが、図4-14ではＭＤ≦１ｍを満足しており、図4-15では満足できていない。従ってアスペクト角３０度の場合の最小射程は１９０ｍということになる。

４.７ まとめ

この章ではまず4.2 節で比例航法について概説し、理想的には比例航法でミスディスタンスを零にすることが可能であり、また有効航法定数Ｎ’は２以上が必要であることを示した。4.3 節では比例航法を現実の飛翔体において実現する場合の工学的問題点を指摘し、4.4 節でＬＱ理論に基づいて最適航法を導出した。その結果飛翔体の動特性を１と見なした場合の最適航法が比例航法に一致していることを示すと共に、最適航法では飛翔体の動特性に応じて最適ゲインが変動することを示した。更に4.5 節で最適航法を実現する場合の工学的問題点を指摘し、最後に4.6 節でシミュレーションにより比例航法と最適航法の比較、或は最適航法におけるt_f推定誤差の影響について明らかにした。

第５章　誘導制御系のロバスト安定性

５．１　はじめに

この章では第３章で考察した目標追尾装置のモデル不確定性が実際に誘導制御系に含まれる場合の誘導制御系のロバスト安定性について検討する。まず ５．２節で目標追尾装置のモデル不確定性を考慮にいれた誘導制御系のブロック線図を与え、５．３節では５．２節で与えた誘導制御系の内部安定性をルーリエの問題として捉えることができることを示すとともに、ルーリエ系の絶対安定性に関するポポフの条件および絶対安定の概念を拡張したポポフの超安定理論について要約する。 ５．４節ではポポフの超安定理論を用いて ５．２節で与えた誘導制御系の内部安定性について解析し、更にその過程において誘導制御系の内部安定性を表す一つの指標として飛翔安定限界距離を定義し、又その解析式を導出する。５．５節では５．４節で新たに定義した飛翔安定限界距離と、従来から誘導制御系の性能評価の尺度として広く用いられているミスディスタンスを統計的に対応づけるためにＣＡＤＥＴ (Co-variance Analysis DEscribing function Technique)というシミュレーション技法について要約し、５．６節で、５．４節で定義した飛翔安定限界距離がＣＡＤＥＴによる統計的ミスディスタンスと極めてよく対応することを示す。

５．２　目標追尾装置のモデル不確定性を考慮に入れた誘導制御系

第３章で目標追尾装置を空間安定化機構の特徴から、フリージャイロ方式、レートジャイロ方式、ストラップダウン方式に分類し、一自由度系として捉えた場合の基本動特性モデルを図3-4から図3-6に示した。しかしながら実際のハードウェアにおいては(1)ドームの不均一性などによる出力ゲインの変動、(2)首振り角（ジャイロ角）が発生することによるトルカの特性変化、(3)ジンバル機構の不完全性に対する飛翔体回転角速度や加速度の影響などにより、目標追尾装置の出力は (3.3)式、(3.11)式、(3.29)式に示した基本特性から変動する。更に目標追尾装置が基本的に比例航法を実現する際に必要な目視線角の変化率を計測する装置であることを考えると、すでに(3.11)式と(3.29)式における飛翔体回転角速度の影響も基本特性からの変動として捉える必要があるものである。この目標追尾装置動特性の基本特性からの変動は、飛翔体誘導制御系そのものを不安定にしてしまうことがあることがよく知られている。[(41)～(43)、(71)～(74)] 従って飛翔体の誘導制御系を設計するに際して目標追尾装置のモデル不確定性を考慮にいれたロバストな設計が不可欠になる。

そこで目標追尾装置のモデル不確定要因を、

(1) ドームやトルカ等、構成要素の特性変化による不確定要因

(2) 飛翔体に発生する回転角速度の影響による不確定要因

(3) 飛翔体に発生する加速度の影響による不確定要因

に大別し、これらのモデル不確定要因を考慮に入れた場合の目標追尾装置の出力モデルを図 5-1で考えると、出力$X_o(s)$は、

$$X_o(s) = G_H(s)\sigma(s) + G_Q(s)q(s) + G_A(s)a_M(s) \tag{5.1}$$

と表現することができる。ここで $G_H(s)$は目視線角に対する目標追尾装置の応答特性を表しており、不確定要因の第１項は$G_H(s)$の変動という形で表れる。また、$G_Q(s)$、$G_A(s)$ はそれぞれ目視線角、飛翔体回転角速度、飛翔体加速度に対する目標追尾装置の伝達特性を示している。(5.1)式において$G_H(s)$、$G_Q(s)$、$G_A(s)$をそれぞれ理想状態、及びそれからの変動成分に分離して考えると、

$$X_o(s) = G_{H0}(s)\,(1+\Delta G_H(s))\,\sigma(s) + (G_{Q0}(s)+\Delta G_Q(s))\,q(s) + (G_{A0}(s)+\Delta G_A(s))\,a_M(s) \tag{5.2}$$

である。目標追尾装置のモデル不確定性として(5.2) 式を考慮した場合の飛翔体誘

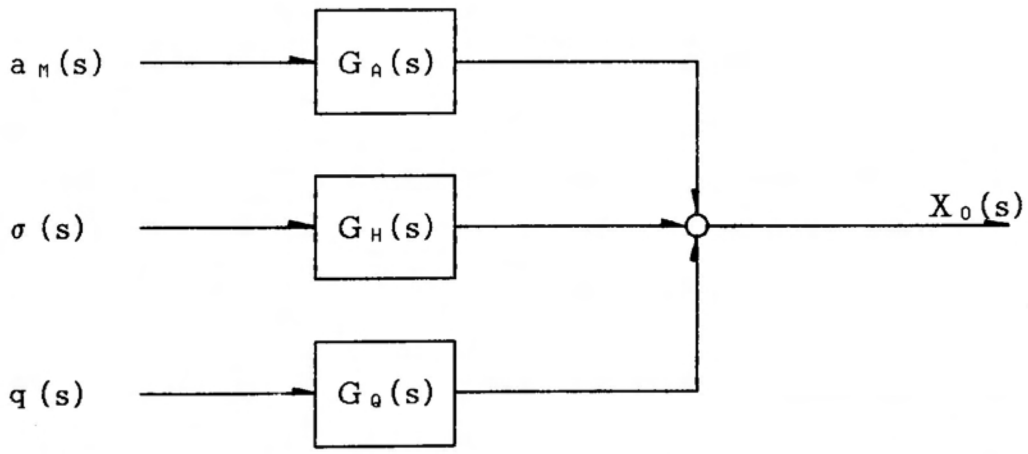


図５－１　モデル不確定性を考慮に入れた目標追尾装置出力モデル

導制御系のブロック線図を、第１章で説明した図1-4 誘導制御問題の概念、図1-5 誘導制御問題の基本構成図を参考にして図5-2に示す。図5-2では (5.2)式における

目標追尾装置の３種類のモデル不確定要因を破線で示している。図 5-2に示された誘導制御系は航法として比例航法を前提としており、N’が有効航法定数、V_Cは相対接近速度、a_Cは指令加速度、K_δは指令加速度に対する空力操舵舵角の比例ゲイン、a_Mは飛翔体に発生した旋回加速度、qは回転角速度であり、$G_a(s)$、$G_q(s)$は旋回加速度及び回転角速度の舵角に対する応答特性である。これらの細部については５.４節で与える。尚、図5-2では図1-5に示されている制御系としての加速度及び角速度フィードバックループは省略している。

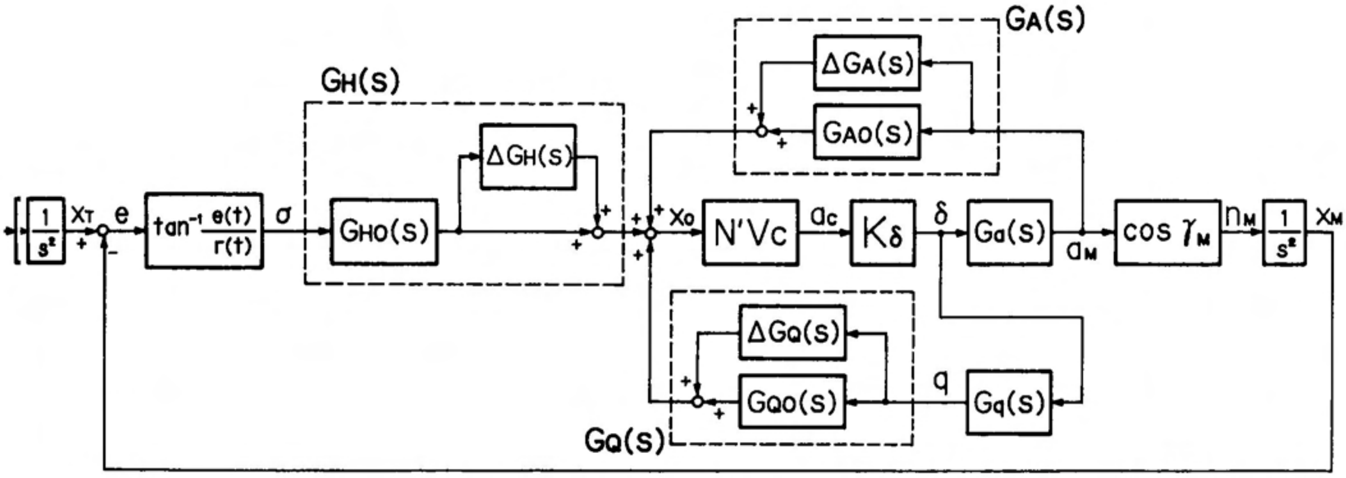


図５－２　目標追尾装置のモデル不確定性を考慮にいれた飛翔体誘導制御系

図5-2 から目標追尾装置の三つのモデル不確定要因がそれぞれ誘導制御系に対して異なった寄生ループを構成していることが分かる。即ち目標追尾装置の構成要素の特性変化によるモデル不確定性はカスケード結合、回転角速度qの影響によるモデル不確定性、及び加速度a_Mの影響によるモデル不確定性はフィードバック寄生ループである。これらの寄生ループは図1-5 に示した誘導制御系において目標追尾装置というハードウエアが用いられた時いつでも発生する可能性があるものであり、誘導制御系の設計に際してはこれらの寄生ループの存在を前提にしたロバスト制御系の設計が不可欠になる。[(71)～(74),(82)]

ここで図5-2 に示した誘導制御系の安定性に関する解析を行うために目標追尾装

置のモデル不確定性を定量的に表現することを考える。(5.2)式において、$G_{H\theta}(s)$、$G_{Q\theta}(s)$、$G_{A\theta}(s)$ は理想状態における伝達特性を示しており、目標追尾装置が比例航法を実現するために本来目視線の変化率を計測する装置であることを考えれば、

$$G_{H\theta}(s)=s,\quad G_{Q\theta}(s)=0,\quad G_{A\theta}(s)=0 \tag{5.3}$$

が理想状態である。

(5.2)式における理想状態からのモデル変動成分 $\Delta G_H(s)$、$\Delta G_Q(s)$、$\Delta G_A(s)$ については具体的なハードウエアが与えられた場合、実験的手法によって厳密なモデルを取得することも不可能ではないが、物理的要因が複雑であるため、実験結果の再現性に乏しいことも多く、その特性の線形関数での表現は困難である。またそのような考察は汎用性に欠け、誘導制御系のロバストな設計という立場からは効果をもたらさない。そこで(5.2) 式においてモデル不確定要因をマクロにゲインのみで捉え、

$$\begin{aligned}\Delta G_H(s)&=\Delta H\\ \Delta G_Q(s)&=\Delta Q\\ \Delta G_A(s)&=\Delta A\end{aligned} \tag{5.4}$$

と考える。ここで目標追尾装置のモデル不確定性 ΔH、ΔQ、ΔA を定量化するためにそれぞれについて次の定義を与える。

《 定義１　目標追尾装置の出力変動特性 》

目標追尾装置の出力変動特性とは、飛翔体の回転角速度、加速度が共に零の場合の目視線角速度に対する首振角零度近傍における出力の線形性を仮定し、その出力ゲインを１とした場合に対する出力変動幅を言い、ΔHで表す。

～定義終わり～

具体的なハードウエアにおいては目標追尾装置に首振角が存在する場合、例えばドームの不均一性やトルカの特性変動によって出力ゲインの変動が生じることがある。首振角零度近傍における目標追尾装置出力の一例を図5-3 に、また図5-3 において入力目視線角速度を4°/ｓと16°/ｓ に限定した場合の首振角に対する出力変動特性の一例を図5-4 に示す。また、図5-3 に示したクロストーク特性も二次的ではあるが出力変動特性の一つであると見ることができる。

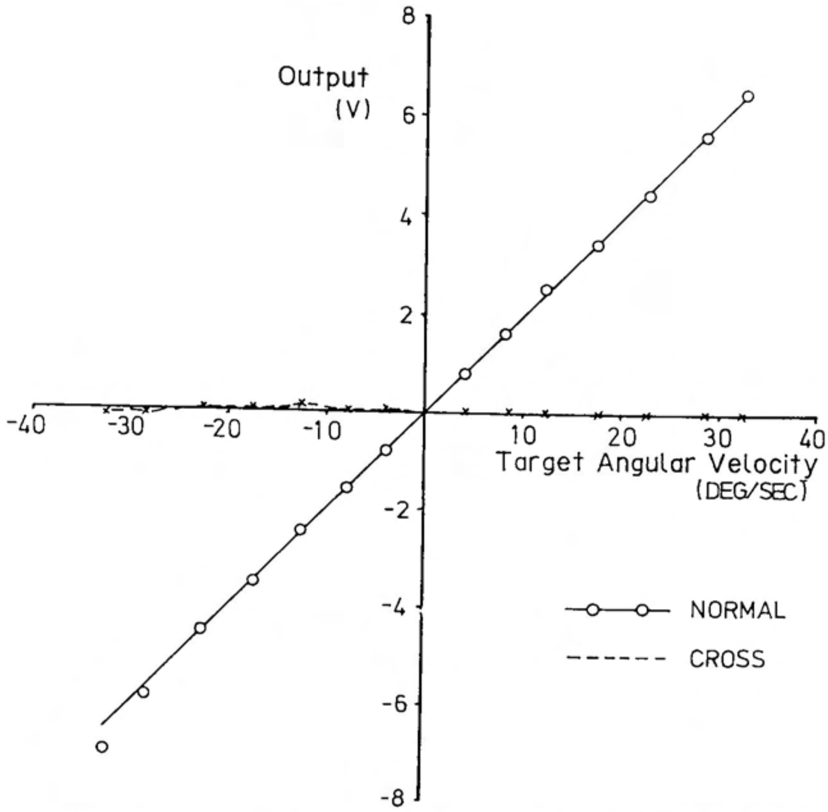


図５－３　目標追尾装置出力特性の例（首振角零度近傍）

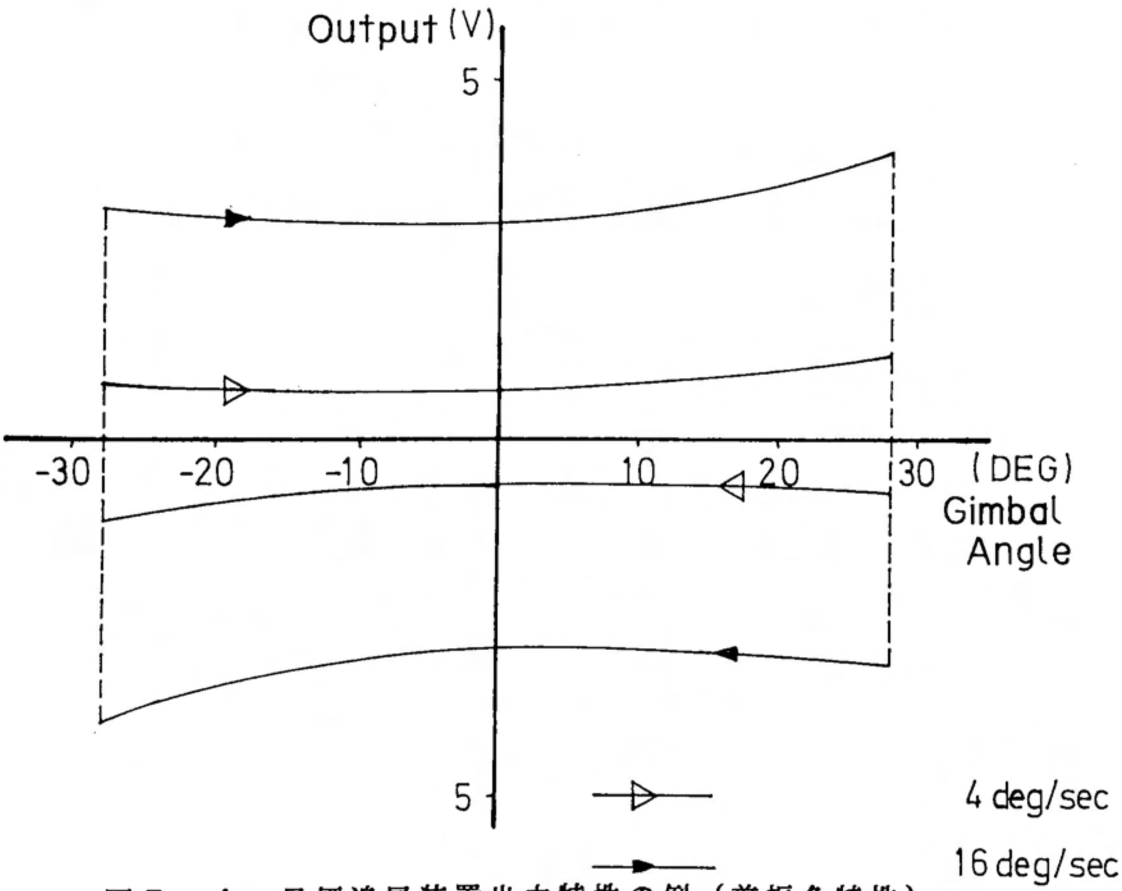


図５－４　目標追尾装置出力特性の例（首振角特性）

《 定義2　目標追尾装置の空間安定特性 》

目標追尾装置の空間安定特性とは、飛翔体に発生する回転角速度が出力に及ぼす影響を言い、目視線変化率が零で、飛翔体加速度が発生していない場合の、正弦波状回転角速度に対する目標追尾装置出力の定常振幅の比の対数、

$$Ks(\omega)=20\,Log\left|\frac{Xo(\omega)}{q(\omega)}\right|_{\substack{\dot{\sigma}=0\\ a_M=0}} \tag{5.5}$$

で表す。

～定義終わり～

この時モデル不確定要因ΔQと空間安定特性Ｋｓ(ω)の関係は、

$$Ks(\omega)=20\,Log\,|\Delta Q| \tag{5.6}$$

である。即ちモデル不確定要因ΔQ については、その値が飛翔体に発生する回転運動の角周波数によって変動するものとして捉える。これは第２章で示したように飛翔体に発生する回転運動の角周波数が飛翔速度によって異なることを考慮したものである。

《 定義3　目標追尾装置の加速度感度特性 》

目標追尾装置の加速度感度特性とは、飛翔体に発生する加速度が出力に及ぼす影響を言い、目視線角の変化率が零で、飛翔体回転角速度が発生していない場合の、正弦波状加速度に対する目標追尾装置出力の定常振幅の比の対数、

$$K_A(\omega)=20\,Log\left|\frac{Xo(\omega)}{a_M(\omega)}\right|_{\substack{\dot{\sigma}=0\\ q=0}} \tag{5.7}$$

で表す。

～定義終わり～

この時モデル不確定要因ΔAと加速度感度の関係は、

$$K_A(\omega)=20\,Log\,|\Delta A| \tag{5.8}$$

である。

目標追尾装置のモデル不確定性に関する定義１から定義３の用途は次の二つに大別される。

(1) 誘導制御系設計段階においてモデル不確定要因ΔH、ΔQ、ΔA を未知のパラメータとしロバスト安定性の解析を行い、これらのモデル不確定要因に対する許容量を求め、目標追尾装置に対するハードウエア設計要求条件とする。

(2) 設計に基づいてハードウエアが完成した目標追尾装置に対して実験的手法*1 でΔH、ΔQ、ΔAを求めることにより、設計要求条件に対する評価基準として用いる。

*1.実験にはフライトモーションテーブル等の専用試験装置が必要である。(75)(76)

5.3 ルーリエの問題とポポフの超安定理論(77),(78)

図5-2 で与えられた飛翔体誘導制御系は目標追尾装置の入力が目視線角σであるために、直交座標系でのミスディスタンスe(t)から極座標系での目視線角σ への変換要素$\tan^{-1}$〔e(t)／r(t)〕 を含むという特徴を持っている。飛翔体誘導制御系の中に非線形要素$\tan^{-1}$〔･〕が入ってくることは比例航法を用いる限り避けられないことであり、又最適航法による場合でも第4章で示したように最適操作量の基本成分は目視線角速度$\dot{\sigma}$に関するものであり目標追尾装置を用いることは不可避である。従って$\tan^{-1}$〔･〕という非線形要素は飛翔体誘導制御系における本質的な要素として捉える必要があるものである。

そこで図5-2の飛翔体誘導制御系の内部安定性について考察するために図5-5に示すルーリエ系の安定解析について要約する。図5-5 のルーリエ系が絶対安定、即ちセクタ［0、K］に含まれる全ての非線形特性に対して零解が大域的に漸近安定であるための十分条件は例えばポポフの条件で与えられる。即ち、線形要素の伝達関数をG(s)とするとき次のとおりである。

〈 ポポフの定理 〉

図5-5 で線形要素G(s)が安定であり、かつ非線形要素の特性がセクタ［0,K］に含まれている時、全ての$\omega \geqq 0$に対して、

$$\mathrm{Re}[(1+jq\omega)G(j\omega)]+\frac{1}{K}>0 \tag{5.9}$$

が成立するような定数qが存在すればその系は絶対安定である。

～定理終わり～

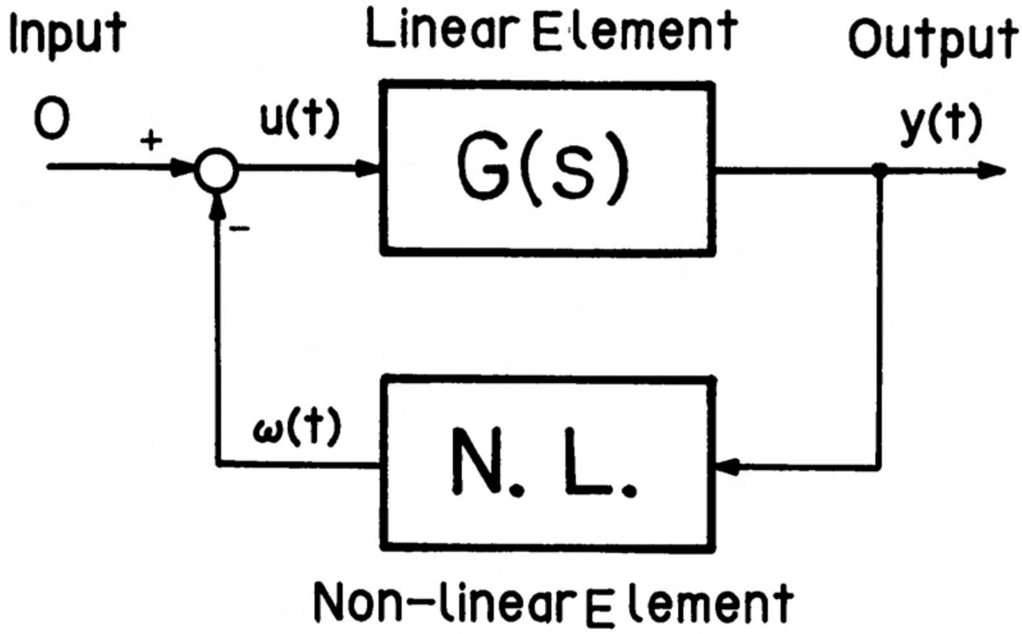


図５－５　ルーリエ系

このポポフの定理を用いて図5-2 の誘導制御系の内部安定性を考察することもできるが、非線形関数$\tan^{-1}$〔・〕に対してセクタ条件を考える必要があるため、ここではこの絶対安定の概念が拡張されたポポフの超安定定理を用いて解析することを考える。この超安定定理によると、線形ブロックと非線形ブロックの特性をそれぞれ独立に考察することによりシステム全体の安定性を解析することができる。

〈 ポポフの超安定定理 〉

図5-5 に示したルーリエ系において非線形要素がポポフの積分不等式

$$\int_0^T y(t)\omega(t)dt \geqq -r_0^2 \tag{5.10}$$

を満足しているとする。ここでr_0はTに依存しない有限の正の定数である。この時(5.10)式を満足するいかなる非線形要素に対しても全ての$0 \leqq t \leqq T$に対して、

$$|y(t)| < \delta(|y(0)| + \delta_0) \tag{5.11}$$

を満足する$\delta>0$、$\delta_0>0$が存在するとき図5-5の系は超安定であると言う。図5-5の系が超安定であるための必要十分条件は線形要素の伝達関数G(s)が正実関数であることである。

～定理終わり～

尚、(5-10)式を満足する特定の非線形要素について考えるときはポポフの超安定定理は十分条件を与える。又スカラ関数G(s)が正実関数であるための必要十分条件は次の通りである。

〈 スカラ関数G(s)の正実関数条件 〉

(1) G(s)は複素右半平面上に極を持たない。

(2) G(s)の虚軸上の極は高々一位であり、その留数は正である。

(3) 虚軸上の極を除く全てのωについてRe〔G(jω)〕≧0である。

5.4 誘導制御系の安定解析

図5-2に示した飛翔体誘導制御系について5.3節で述べたポポフの超安定定理を用いて安定解析を行う。この解析において$G_a(s)$および、$G_q(s)$は第2章における解析結果から、

$$G_a(s) = \frac{K_a \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{5.12}$$

$$G_q(s) = \frac{K_\alpha \omega_n^2 (s + K_{\dot\alpha})}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{5.13}$$

とする。ここで(5.12)式、(5.13)式で必要な飛翔体特性値 ω_n、ζ、K_α、$K_{\dot\alpha}$、K_aは飛翔体の飛翔速度によって大幅に変動することが第2章で示されているため線形時変数系としての取り扱いが必要である。この解析で用いる特性値を(2.86)～(2.88)式と(5.12),(5.13)式の対応から表2-1の結果を参考にして表5-1 に示す。尚、表5-1では繁雑になるのを避けるために表2-1 で舵角に関しては線形性を仮定し、かつ誘導制御系の安定条件が極端に厳しくなるのを避けるために飛翔体の減衰係数についてはダンパーループの使用を前提として若干大きめに手直ししている。又、図5-2の安定解析に必要なその他の定数はまとめて表5-2 に示している。

まず図5-2の誘導制御系の内部安定性を考えるために、入力n_Tを零として図5-6の形に整理する。今、図5-2で、

$$\delta(s) = G_\delta(s)\cdot\sigma(s) \tag{5.14}$$

とおけば

$$G_\delta(s) = \frac{G_{H0}(s)\{1+\Delta_H(s)\} N' V_C K_\delta}{1 - N' V_C K_\delta G_q(s)\{G_{Q0}(s)+\Delta G_Q(s)\} - N' V_C K_\delta Ga(s)\{G_{A0}(s)+\Delta G_A(s)\}} \tag{5.15}$$

である。また

$$X_M(s) = \frac{G_a(s)\cos\gamma_M}{s^2}\,\delta(s)$$

$$= \frac{G_a(s)G_\delta(s)\cos\gamma_M}{s^2}\,\sigma(s) \tag{5.16}$$

だから結局図5-6の$G_D(s)$は

$$G_D(s) = \frac{G_a(s)G_\delta(s)\cos\gamma_M}{s^2} \tag{5.17}$$

である。ここで$G_a(s)$、$G_q(s)$については(5.12)式、(5.13)式を用い、又目標追尾装置のモデル不確定性については(5.3)式、(5.4)式を用いると、

$$G_D(s) = K_a\omega_n^2(1+\Delta_H)N'VcK_\delta\cdot\cos\gamma_M / [s\{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2-N'VcK_\delta\Delta_Q K_\alpha\omega_n^2(s+K_{\acute{\alpha}})-N'VcK_\delta\Delta_A K_a\omega_n^2\}] \tag{5.18}$$

を得る。

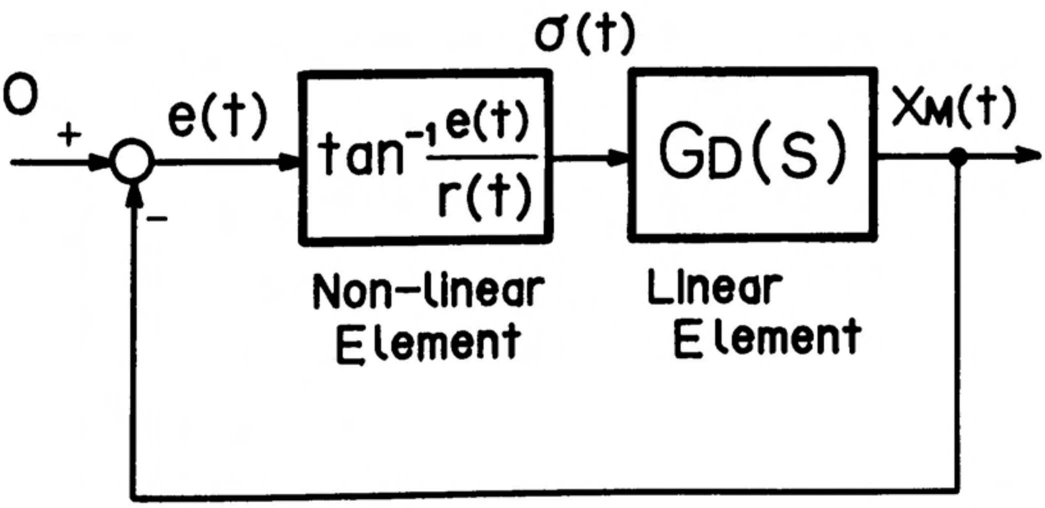


図5－6　図5－2に等価な誘導制御系

表５－１　飛翔体特性値

Mach	f_n(Hz)	ζ(−)	K_α(-)	$K_{\dot\alpha}$(sec^{-1})	Ka (m/s^2/rad)
０．５	１．２	０．５	１．２	０．７	１３０
１．０	２．５	０．４	１．２	１．４	５２１
１．５	３．７	０．３	０．９	２．０	８３７
２．０	４．３	０．２５	０．８	２．２	１０９１
２．５	４．７	０．２５	０．７	２．４	１３０２
３．０	５．０	０．２５	０．６	２．６	１４５１

1 Mach ＝ 310 m/s （高度＝25kft)

表５－２　誘導制御系定数

Symbol	Definition	Value	Unit	Note
N’	Navigation Constant	４	—	
γ_T	Aspect Angle	$0 \sim \pi$	ｒａｄ	
γ_M	Heading	０	ｒａｄ	
V_T	Target Velocity	２８０	ｍ／ｓ	Constant
V_M	Missile Velocity	0.5~3	M	1M=310 m/s
K_δ	Fin Angle Gain	0.0009	rad/m/s^2	20° /57.3/40/9.8
B	Target Acceleration	29.4	m/s^2	Root Mean Square
2υ	Target Model Band	0.2	1/s	

次に図5-6 を図5-5 に示した基本のルーリエ系に変換することを考える。ここで非線形関数 $\tan^{-1}[e(t)/r(t)]$ が奇関数であることを考えると容易に図5-5 の基本形へ変換できるが、その前に非線形関数 $\tan^{-1}[e(t)/r(t)]$ の特徴について考察する。 図5-7に誘導制御系における非線形関数 $\tan^{-1}[e(t)/r(t)]$ の物理的意味を示す。即ちミスディスタンス $e(t)$ に対する目視線角 σ は、飛翔体と目標との相対距離 $r(t)$ が大きい時はなだらかな曲線で表されるが、相対距離が接近するに従い $e(t)$ が零近傍での勾配が急峻になってくる。そこで $e(t)=0$ における勾配 K_m で $t=t_m$ における非線形特性を代表することを考えると、

$$K_m = \left.\frac{d\sigma}{de}\right|_{e=0}$$

$$= \frac{1}{r_m} \qquad : r_m = r(t_m) \tag{5.19}$$

である。即ち相対距離が零に近くなってくるとゲイン K_m が急激に増大し、誘導制御系を不安定にすることが予測される。そこで $t=t_m$ における相対距離 r_m をパラメータにして図5-6と状態変数の挙動が同じ、従って安定性に関して等価な図5-8を考える。図5-8で、

$$\begin{aligned} y(t) &= X_M(t) + r_m\sigma(t) \\ \omega(t) &= -\sigma(t) \end{aligned} \tag{5.20}$$

但し $0 < t \leqq t_m$、$r_m = r(t_m)$

である。また図5-6で、

$$X_M(t) = -e(t) \tag{5.21}$$

であることを考慮に入れると(5.20)式から、

$$\begin{aligned} y(t)\omega(t) &= -\sigma(t)\{-e(t) + r_m\sigma(t)\} \\ &= \sigma(t)e(t) - r_m\sigma^2(t) \end{aligned} \tag{5.22}$$

である。ここで、

$$\sigma(t) = \tan^{-1}\frac{e(t)}{r(t)} \tag{5.23}$$

だから

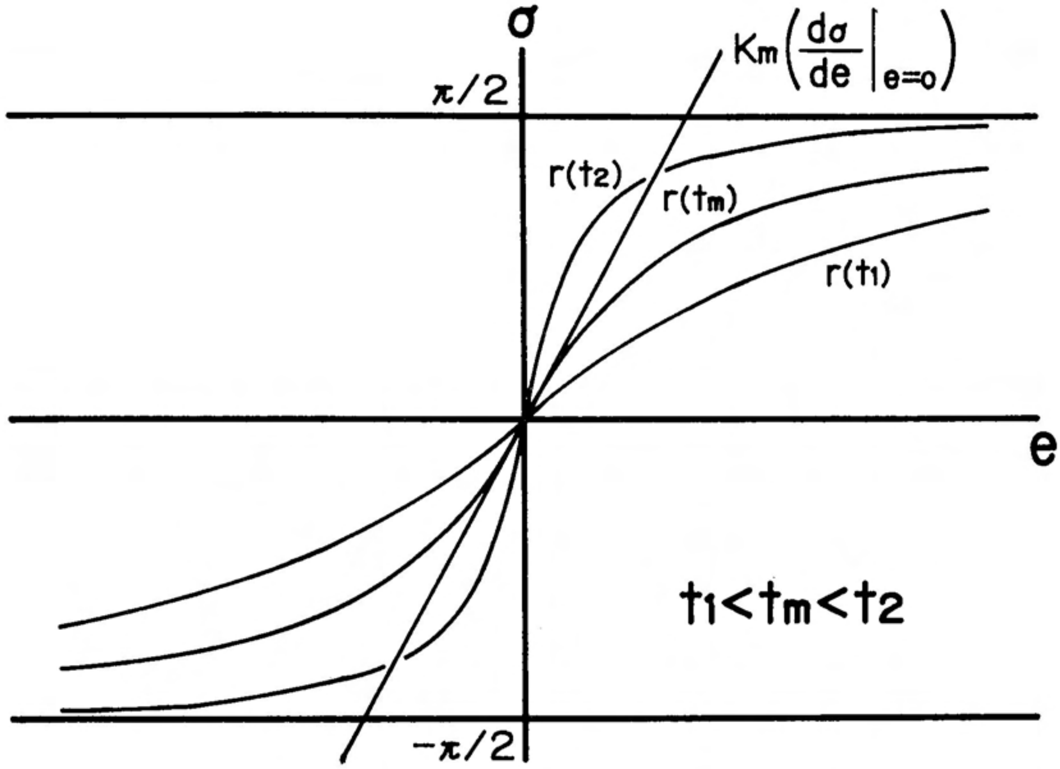


図５－７　非線形要素 $\tan^{-1}$ [e(t)／r(t)] の特性

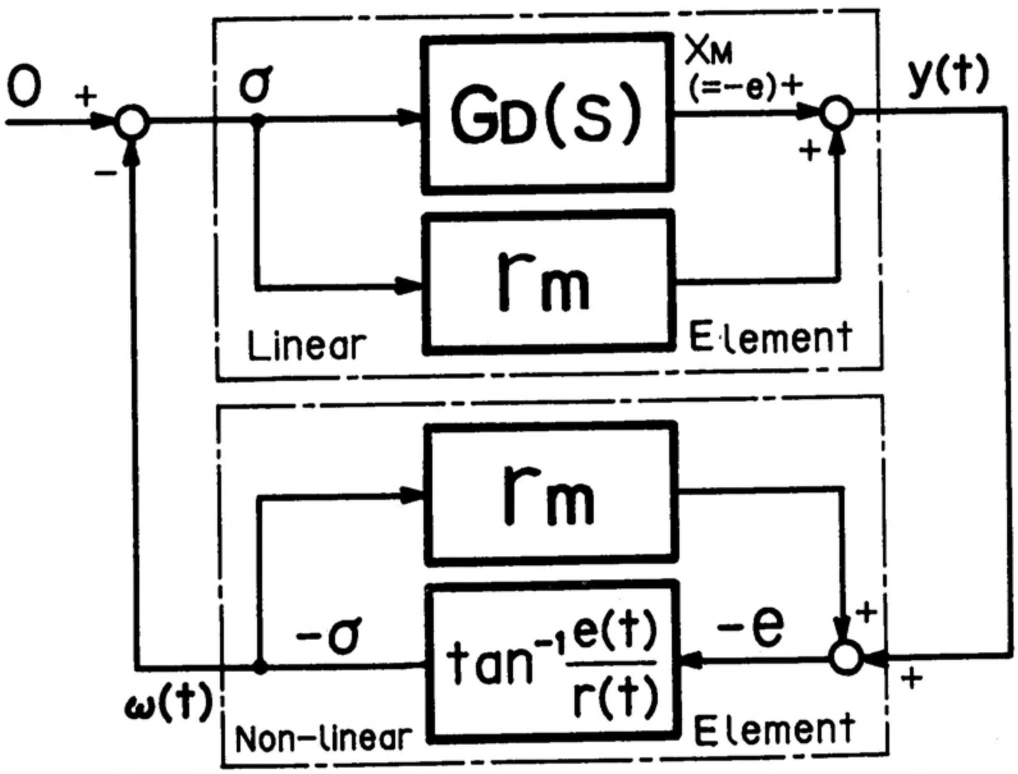


図５－８　図５－６と等価な誘導制御系

$$e(t)=r(t)\tan\sigma(t) \tag{5.24}$$

であり、従って(5.22)式は

$$y(t)\omega(t)=\sigma(t)r(t)\tan\sigma(t)-r_m\sigma^2(t) \tag{5.25}$$

である。ここで$|\sigma(t)|<\pi/2$ の範囲においては、$\sigma(t)$と $\tan\sigma(t)$ は同符合でかつ

$$|\tan\sigma(t)|\geqq|\sigma(t)| \tag{5.26}$$

だから(5.25)式は

$$y(t)\omega(t)\geqq(r(t)-r_m)\ \sigma^2(t) \tag{5.27}$$

但し、$0<t\leqq t_m \quad |\sigma(t)|\leqq\dfrac{\pi}{2}$

である。

ここで飛翔体と目標との相対距離$r(t)$が単調に減少する場合を考えれば全ての$0<t\leqq t_m$ に対して

$$r(t)\geqq r(t_m) \tag{5.28}$$

であり、かつ $t_m\leqq t_f$〔t_fは$r(t_f)=0$ になる時刻、$r(t_f)$が0 にならない場合は$r(t)$が最小になる時刻〕の範囲では(5.23)式から$|\sigma(t)|\leqq\pi/2$ だから、

$$\int_0^{t_m}y(t)\omega(t)dt\geqq0 \qquad 0\leqq t_m\leqq t_f \tag{5.29}$$

であり図5-6 と等価な図5-8 はポポフの積分不等式〔(5.10)式〕を満足している。従って図5-8 が超安定であるための十分条件は、ポポフの超安定定理により線形部の伝達関数

$$\begin{aligned}G(s)&=\frac{y(s)}{\sigma(s)}\\&=G_D(s)+r_m\end{aligned} \tag{5.30}$$

が正実関数であることである。ここで$G_D(s)$は(5.18)式で与えられる。

次に(5.30)式に対して 〈スカラ関数の正実関数条件〉 を適用することにより図5-8に変形した誘導制御系の超安定性に関する条件を求める。

［ 条件１：Ｇ（ｓ）は複素右半平面上に極を持たない ］

(5.30)式からＧ(s)の極はG_D(s)の極に含まれるから、結局条件１が成立するためには(5.18)式で与えられるG_D(s)の分母の係数が正（広義フルビッツ多項式）になることである。従って $\omega_n>0$を考慮して

$$2\zeta - N'VcK_\delta K_\alpha \omega_n \Delta Q > 0 \tag{5.31}$$

$$1 - N'VcK_\delta K_\alpha K_{\dot\alpha} \Delta Q - N'VcK_\delta K_a \Delta A > 0 \tag{5.32}$$

を得る。即ち条件１は誘導制御系が超安定であるために飛翔体特性値、目標追尾装置のモデル不確定性等が満足すべき関係式である。(5.31)式、(5.32)式から

$$\Delta Q < \frac{2\zeta}{N'VcK_\delta K_\alpha \omega_n} \tag{5.33}$$

$$\Delta A < \frac{1}{N'VcK_\delta K_a} - \frac{K_\alpha K_{\dot\alpha}}{K_a} \Delta Q \tag{5.34}$$

である。(5.33)式から目標追尾装置のモデル不確定性のうち、空間安定特性については単独に拘束条件が決定されるが、加速度感度については(5.34)式から空間安定特性との関係で拘束される。表5-1 及び表5-2 に示した数値を用いて (5.33)式、(5.34)式を図5-9 に示す。図5-9では飛翔体の速度ごとに１マッハから０.５マッハおきに３マッハ迄のケースについて示しているが、飛翔体発進以降３マッハ近傍まで速度が上昇することを考えれば、飛翔の全フェーズに渡って安定性を保証するためには、目標追尾装置のモデル不確定性は一番内側の領域内でなければならない。

［条件２：Ｇ（ｓ）の虚軸上の極は高々１位であり、その留数は正である。］

Ｓ＝０はＧ（ｓ）の虚軸上の１位の極であり、その留数は、

$$\mathrm{Res}[G_D(s)|_{s=0}] = \lim_{s\to 0} s\cdot G_D(s)$$

$$= [N'VcK_\delta K_a(1+\Delta H)\cos\gamma_M] / [1 - N'VcK_\delta K_\alpha K_{\dot\alpha}\Delta Q - N'VcK_\delta K_a \Delta A] \tag{5.35}$$

である。ここで(5.35)式の分母は(5.32)式から正であり、従って空間安定特性、加速度感度特性が図5-9 を満足している限り(5.35)式の分母が正である条件は満足されている。従って条件２が成立するためには、図4-1で $|\gamma_M| < \pi/2$ の範囲内で考えることにすれば、

$$1 + \Delta H > 0 \tag{5.36}$$

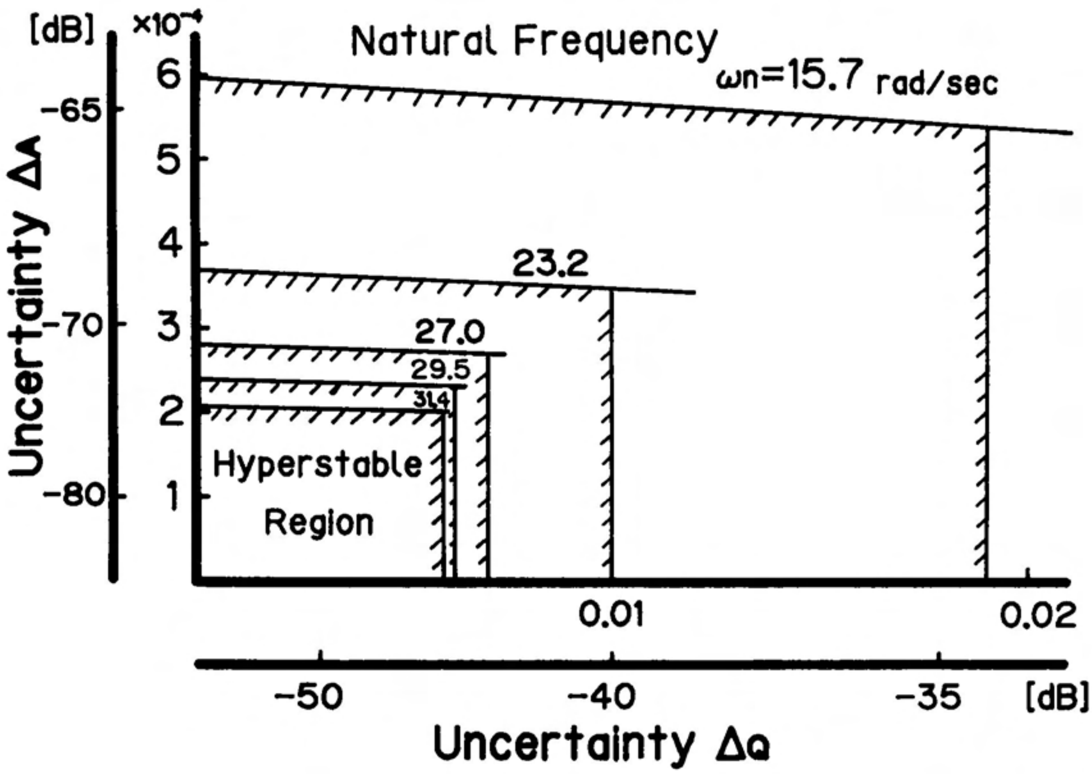


図５－９　目標追尾装置モデル不確定性に関する制限条件

である。(5.36)式は目標追尾装置の出力変動特性に関する拘束条件を示しており、空間安定特性、加速度感度特性が図5-9 を満足している限り、出力変動特性については(5.36)式の制限のみである。

［条件３：虚軸上の極を除く全てのωについて$Re\,[G(j\omega)] \geqq 0$である］

この条件は(5.30)式から

$$Re\,[G_D(j\omega)] + r_m \geqq 0 \tag{5.37}$$

である。(5.37)式についてはナイキスト線図を用いて考察することができる。今、一例として(5.18)式で与えられる$G_D(j\omega)$について$\Delta H=0.5$、$\Delta Q=3\times10^{-3}$、$\Delta A=5\times10^{-5}$とした場合のナイキスト線図を表5-1、表5-2に示した数値を用いて飛翔体速度２マッハの場合について図5-10に示す。 図5-10では$G_D(j\omega)$の実数部の負の最大値を$-r_s$として示している。 図5-10から明らかなように $0<\omega<\infty$について常に$G_D(j\omega)$の実数部は負であり、適当な$r_m>0$ が存在しない限り条件３は満足されない。このことは図5-8で示された誘導制御系は目標との相対距離$r(t)$が十分大きいときは安定であるが、

$$Re\,[G_D(j\omega)] + r_m = 0 \tag{5.38}$$

となる相対距離r_m以降においては安定性が保証されないことを示している。(このr_mが図5-10のr_sに相当する。)従って図5-8で示される誘導制御系の超安定性が保証される目標に対する最接近距離をr_sとすれば、r_sは

$$r_s = \left| \mathrm{Min}\left[\mathrm{Re}\left\{ G_D(j\omega) \right\} \right] \right| \tag{5.39}$$

で与えられる。ここで次の定義を得る。

《 定義：飛翔安定限界距離 》

飛翔安定限界距離とは図5-2 で示される誘導制御系の超安定性が保証される最小の相対距離r_sを言い、(5.39)式で与えられる。

～定義終わり～

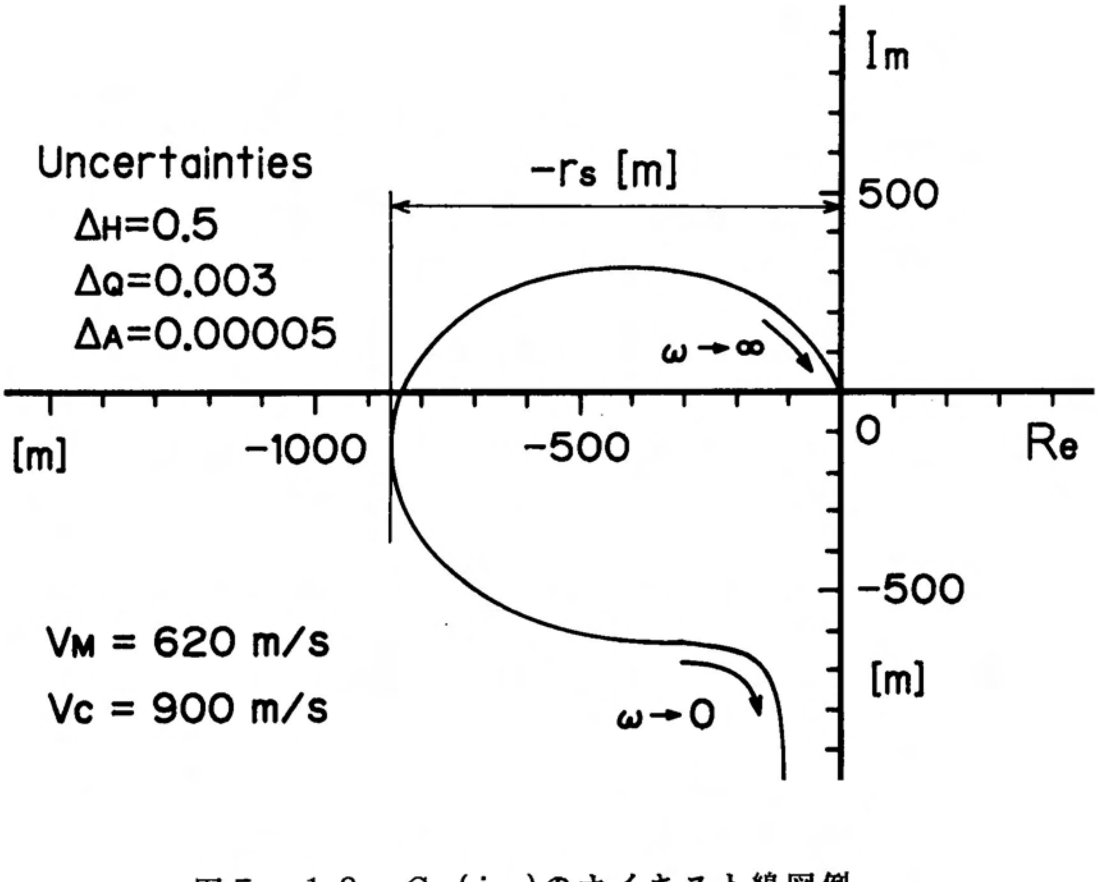


図５－１０　$G_D(j\omega)$のナイキスト線図例

ここで(5.18)式で与えられる$G_D(j\omega)$について(5.39)式を用いて、解析的に飛翔安定限界距離を求めることを考える。今、便宜上(5.18)式を、

$$G_D(s) = \frac{c}{s(s^2+as+b)} \tag{5.40}$$

とおけば、(5.18)式と(5.46)式の対応から、

$$\begin{aligned} a &= 2\zeta\omega_n - N'VcK_\delta K_\alpha\omega_n^2\cdot\Delta Q \\ b &= \omega_n^2(1-N'VcK_\delta K_\alpha K_{\dot\alpha}\Delta Q - N'VcK_\delta K_a\cdot\Delta A) \\ c &= (1+\Delta H)N'VcK_\delta K_a\omega_n^2\cdot\cos\gamma_M \end{aligned} \tag{5.41}$$

である。ここでa、b、cは(5.31)式、(5.32)式、(5.36)式から$|\gamma_M|\leqq\pi/2$の範囲で全て正である。この時、

$$Re[G_D(j\omega)] = \frac{-ac}{(b-\omega^2)^2+(a\omega)^2} \tag{5.42}$$

である。(5.42)式の最小値（負の最大値）は$a>0$、$b>0$、$c>0$を考慮し、かつ表5-1に示した数値について、簡単な数学により、

$$\omega_s = \sqrt{(2b-a^2)/2} \tag{5.43}$$

のとき

$$r_s = \frac{4c}{a(4b-a^2)} \tag{5.44}$$

が成立する。ここでa、b、cは(5.41)式で与えられる。今(5.41)式で

$$N'V_CK_\delta K_\alpha = K_C \tag{5.45}$$

とおけば(5.43)式及び(5.44)式は、

$$\omega_s = \omega_n[\{2(1-K_cK_{\dot\alpha}\Delta Q-K_cK_a\cdot\Delta A/K_\alpha)-(2\zeta-K_c\omega_n\Delta Q)^2\}/2]^{1/2} \tag{5.46}$$

$$\begin{aligned} r_s = {} & [4(1+\Delta H)K_cK_a\cdot\cos\gamma_M/K_\alpha]/ \\ & [\omega_n(2\zeta-K_c\omega_n\Delta Q)\cdot\{4(1-K_cK_{\dot\alpha}\Delta Q-K_cK_a\cdot\Delta A/K_\alpha)-(2\zeta-K_c\omega_n\Delta Q)^2\}] \end{aligned} \tag{5.47}$$

である。ここで、

$$\Delta H = \Delta Q = \Delta A = 0 \tag{5.48}$$

なる理想状態を考えれば、

$$\omega_s = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \tag{5.49}$$

$$r_s = \frac{K_C K_a \cos\gamma_M}{2\zeta\omega_n(1-\zeta^2)\cdot K_\alpha} \tag{5.50}$$

である。

次に、飛翔安定限界距離に関する定義の具体的事実及び(5.47)式で与えられる飛翔安定限界距離を確認するためにシミュレーションを実施した。シミュレーションに用いたプログラムは ４．６節で用いたものと同じであり飛翔体動特性モデルとしては２次モデルを用いた。結果の一例を図5-11に示す。シミュレーションの条件は図4-1 においてHead-on、即ちγ_M、γ_T がいずれも零の場合である。目標の旋回加速度n_T は３Ｇで、初期相対距離ｒ(0)＝2.7Km、初期誤差距離ｅ(0)＝100ｍである。図5-11にはシミュレーション結果のうち、飛翔体に発生した旋回加速度、回転角速度及び相対距離を示している。初期誤差ｅ(0) が存在することによる操舵に対する

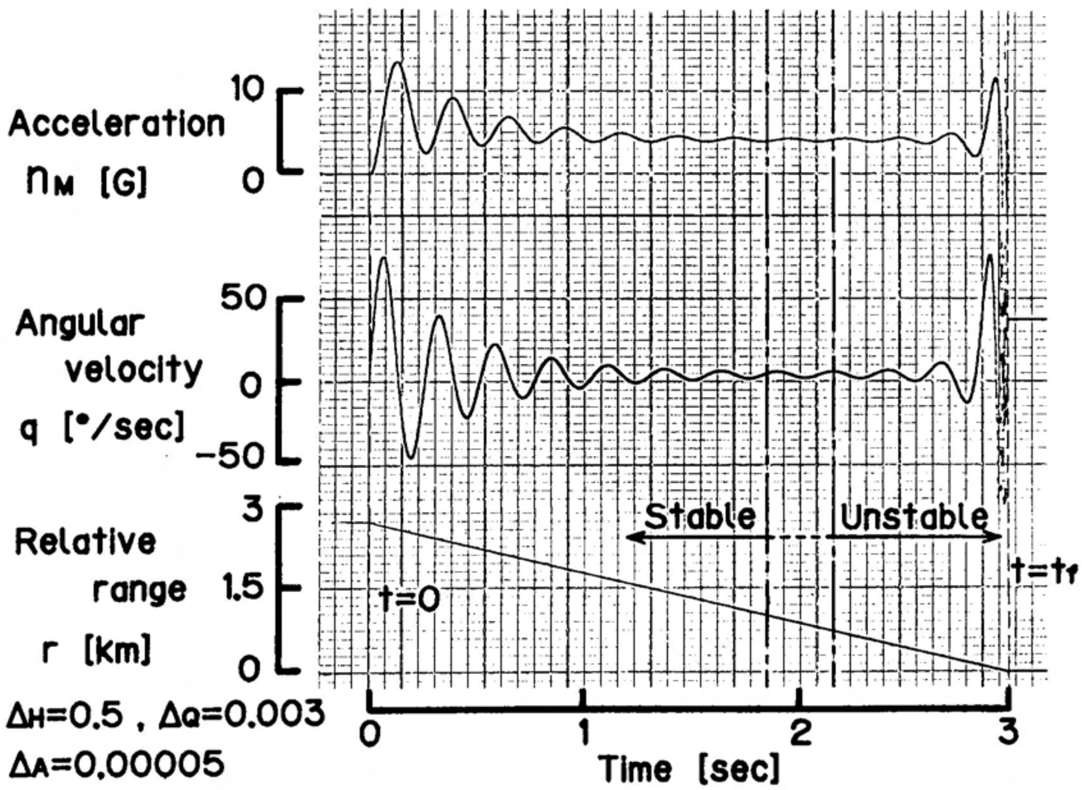


図５－１１　飛翔安定限界距離シミュレーション結果

飛翔体の応答が発進後約２秒程度で収束し、その後再び振動が成長し発進後約３秒で目標と会合している。この目標会合直前に再び飛翔体振動が成長している部分が、誘導制御系の安定性が保証されなくなった領域であり、この例のように誘導制御系の安定性が保証されていないからと言ってそのことが直ちに目標と会合できなくなることを意味するものではない。安定性が保証されない距離が長くなる程飛翔体に発生する振動が発散し、徐々にミスディスタンスが大きくなってくるという性質のものである。図5-11では発進後相対距離１km迄は安定な減衰振動であり、相対距離740m以降は明らかに振動が発散している。相対距離740m～１kmの間はいずれとも判断できないが、このシミュレーションのケース、即ち飛翔体のモデル不確定性 $\Delta H=0.5$、$\Delta Q=3\times10^{-3}$、$\Delta A=5\times10^{-5}$の場合の飛翔安定限界距離は(5.47)式によると860mであり、両者の結果はほぼ一致していると見ることができる。

(5.47)式を用いると目標追尾装置のモデル不確定性に対する飛翔安定限界距離の変動を直接求めることができる。図5-12に目標追尾装置の空間安定特性を $\Delta Q=3\times10^{-3}$として、出力変動特性ΔHおよび加速度感度特性ΔAをパラメータにした場合の飛翔安定限界距離を示す。図5-12では各々のΔH に対する飛翔安定限界距離の極限

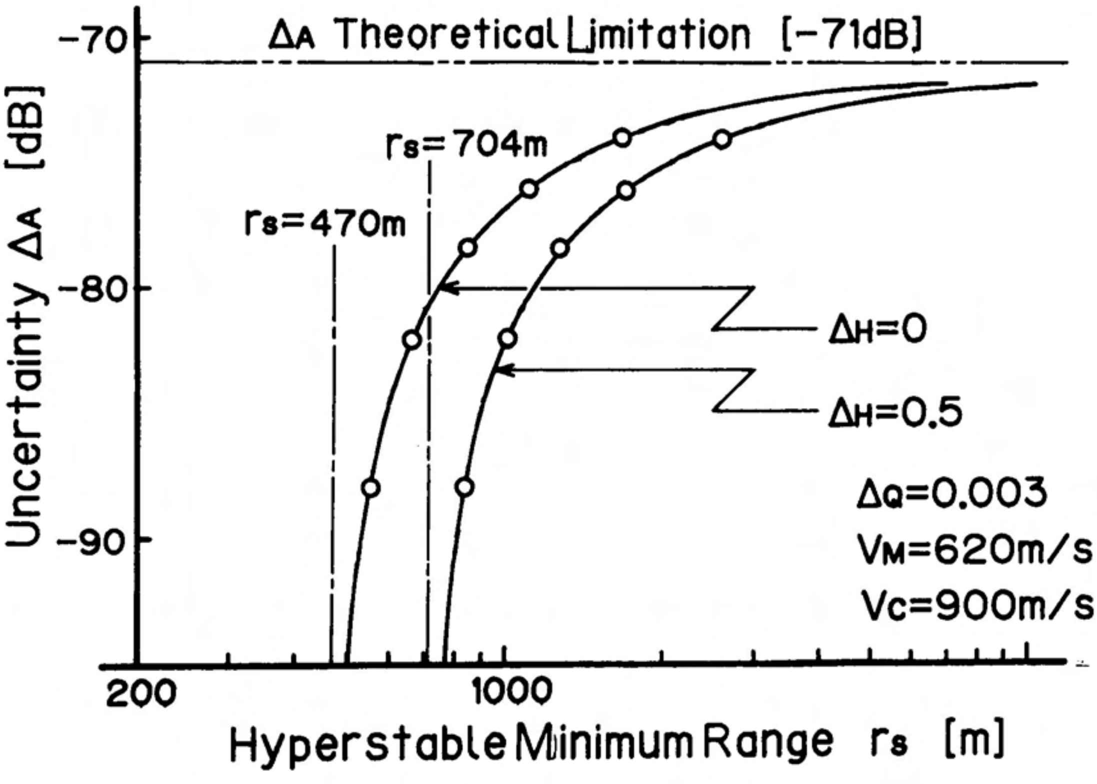


図５－１２　目標追尾装置モデル不確定性と飛翔安定限界距離

値を一点鎖線で示している。図5-12からΔAが、飛翔体速度が２マッハで$\Delta Q=3\times 10^{-3}$の時の理論的限界値－71dBに近づくに従って、飛翔安定限界距離が急激に増大することが分かる。又出力変動特性ΔHも、出力ゲインが増大する場合には飛翔安定限界距離を大きくしている。飛翔安定限界距離が大きいということは、目標との相対距離が大きいうちに誘導制御系が不安定系に移行するという意味であり、従って最終的なミスディスタンスも大きくなる。図5-12は、目標追尾装置のモデル不確定性の様々の組合せに対して、飛翔体の飛翔速度に応じて求めることができる。この飛翔安定限界距離はシミュレーションなどによらず、純粋に理論計算で求められるところに特徴がある。

５.５　ＣＡＤＥＴ(79),(80),(81)

５.４節で目標追尾装置のモデル不確定性と飛翔安定限界距離の関係をポポフの超安定定理を用いて解析した。ここで新しく定義した飛翔安定限界距離は、誘導制御系の内部安定性に関する考察から得られた特性値であり、純粋に解析的に求めることができるという特徴を有しているが、半面、誘導制御系の評価の尺度として不透明な部分も残っている。そこで誘導制御系の新しい指標である飛翔安定限界距離を、従来から誘導制御系の性能評価の尺度として広く一般に用いられているミスディスタンス（ＭＤ）に対応させることにより、飛翔安定限界距離の誘導制御系における評価の尺度としての有効性を確認する。

飛翔安定限界距離は誘導制御系に固有の特性値であるが、ミスディスタンスは、同一の誘導制御系においても、目標機の回避運動等の条件によって発射ケース毎に異なる性格のものである。そこでＡ.Ｇｅｌｂ等によって提案されたＣＡＤＥＴ(Covariance Analysis DEscribing function Technique)を用いてランダム回避運動する目標に対する統計的なミスディスタンスを求め、飛翔安定限界距離との関係を明らかにすることを考える。

５.５.１　ランダム回避運動目標モデル

ランダム回避運動する目標モデルとしては、図5-13に示すように2νで帯域が制限された白色雑音を用いる。(80) 今、入力雑音u_sおよび目標機の旋回加速度n_Tのパワースペクトル密度をそれぞれΦ_u、Φ_nとすると図5-13の線形系の伝達関数を

$$W(s)=\frac{2\nu}{s+2\nu} \tag{5.51}$$

とする時、

$$\Phi_n(\omega)=|W(j\omega)|^2\Phi_u(\omega) \tag{5.52}$$

の関係がある。従って旋回加速度n_Tの２乗平均（標準偏差）をＢ［m/s²］とすると自己相関関数とパワースペクトル密度の関係から、

$$B^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|W(j\omega)|^2\Phi_u(\omega)\,d\omega \tag{5.53}$$

である。入力白色雑音u_sのパワースペクトル密度Φ_uが±２νの帯域で一定であるとして(5.53)式を積分することにより

$$\Phi_u=\frac{B^2}{\nu} \tag{5.54}$$

を得る。従って所望の旋回加速度２乗平均値Ｂ［m/s²］及び帯域νを予め決定することによりシミュレーションで用いる入力白色雑音のパワースペクトル密度を規定することができる。ＣＡＤＥＴで用いた旋回加速度の２乗平均値Ｂ及び帯域νの値は表5-2 に示している。

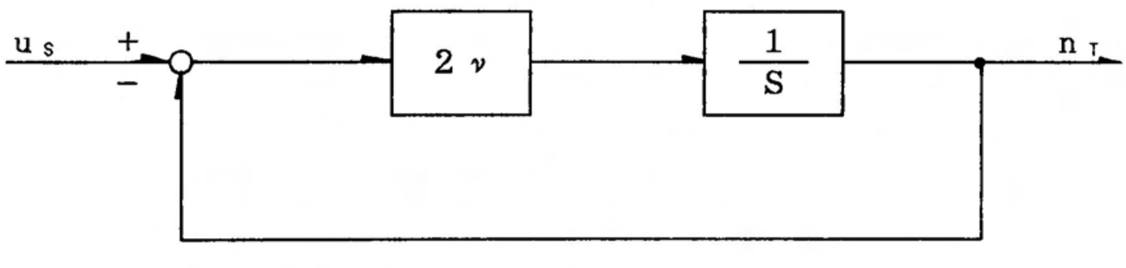


図５－１３　ランダム回避運動目標モデル

５．５．２　非線形要素の統計的線形化

図5-2 に示した誘導制御系に対してＣＡＤＥＴを応用するために、まず非線形要素$\tan^{-1}[e(t)/r(t)]$の統計的線形化を行い、等価ゲインを求める必要がある。

そこで図5-14に示すように非線形要素$\tan^{-1}[e(t)/r(t)]$の入力$e(t)$を、

$$e(t)=e_m(t)+e_r(t) \tag{5.55}$$

とおく。ここで$e_m(t)$は$e(t)$の平均値成分であり、$e_r(t)$はランダム成分である。この時図5-14で誤差$\varepsilon(t)$の２乗の期待値$E[\varepsilon(t)^2]$が最小になるように統計的等価ゲイン$N_m(e_m、\sigma_e)$、$N_r(e_m、\sigma_e)$を決定すると

$$N_m(e_m,\sigma_e)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,e_m\sigma_e}\int_{-\infty}^{\infty}\tan^{-1}\frac{e_m+e_r}{r(t)}\cdot \exp(-e_r^2/2\sigma_e^2)de_r \quad (5.56)$$

$$N_r(e_m,\sigma_e)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_e^3}\int_{-\infty}^{\infty}\tan^{-1}\frac{e_m+e_r}{r(t)}\,e_r\cdot \exp(-e_r^2/2\sigma_e^2)de_r \quad (5.57)$$

を得る。(81)

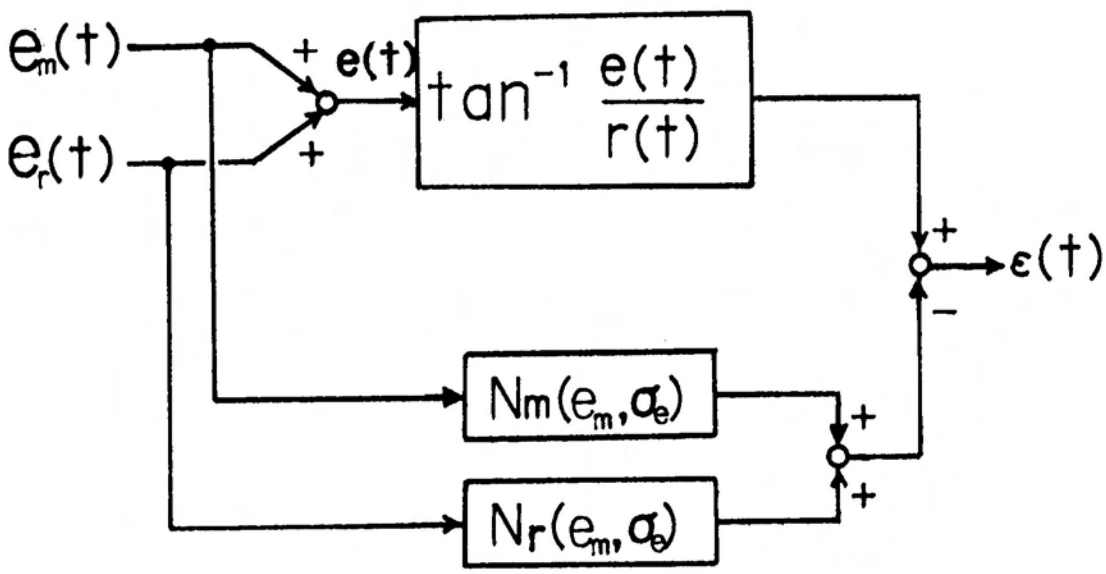


図５－１４　非線形要素 $\tan^{-1}[e(t)/r(t)]$ の統計的線形化

5.5.3 CADET

図5-2 の誘導制御系の状態変数表示を得るために、図5-2 を図5-15に書き改める。ここで図5-2 の$G_{H\theta}(s)$については便宜上近似微分回路を用いており非線形要素については等価線形化ゲインでおきかえている。又γ_Mは零とし左端の加え合わせ点を飛翔体と目標の変位から加速度の点に書き改めている。図5-15で状態ベクトルXを

$$X = [n_T, \dot{e}, e, D, \dot{n}_L, n_L]^T \tag{5.58}$$

とし、Xを平均とランダム成分に分離する。即ち

$$\begin{aligned} X &= X_m + X_r \\ &= [n_{Tm}, \dot{e}_m, e_m, D_m, \dot{n}_{Lm}, n_{Lm}]^T \\ &\quad + [n_{Tr}, \dot{e}_r, e_r, D_r, \dot{n}_{Lr}, n_{Lr}]^T \end{aligned} \tag{5.59}$$

とする時、線形化されたシステム方程式は(5.60)式で表される。

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + U(t) \tag{5.60}$$

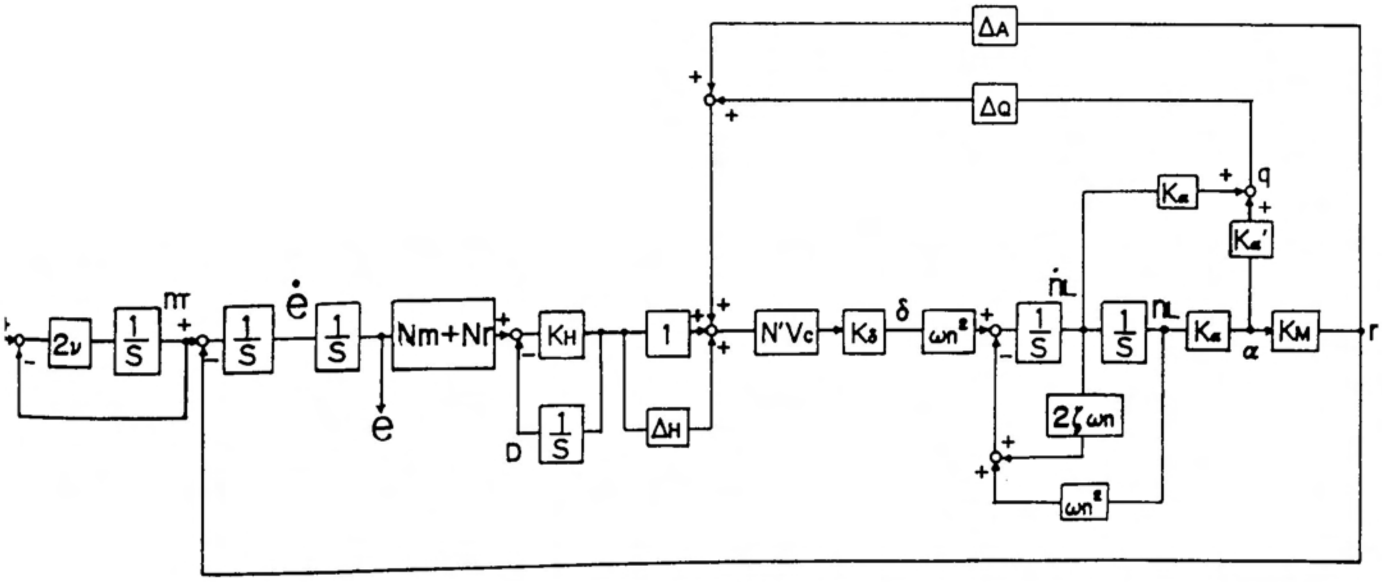


図5－15　誘導制御系の状態変数表示ブロック線図

ここで

$$F(t)=$$

$$\begin{bmatrix} -2\nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{\alpha}K_M \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_H N^{*} & -K_H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K^{*}K_H(1+\Delta H)N^{*} & -K^{*}K_H(1+\Delta H) & K^{*}K_{\alpha}\Delta Q-2\zeta\omega_n & K^{*}K_{\alpha}(K_{\alpha}'\Delta Q+K_M\Delta A)-\omega_n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.61}$$

である。(5.61)式で

$$K^{*}=N'V_C K_{\delta}\omega_n^2 \tag{5.62}$$

であり、また

$$\begin{aligned} &\text{平均の時} \qquad N^{*}=N_m\ (e_m、\ \sigma_e) \\ &\text{ランダムの時} \qquad N^{*}=N_r\ (e_m、\ \sigma_e) \end{aligned} \tag{5.63}$$

である。

(5.60)式で$U(t)$は、U_sが平均値零の白色雑音であるため

$$\begin{aligned} &U(t)=U_m+U_r \\ &U_m=[0]^T \\ &U_r=[2\nu U_s, 0, \cdots, 0]^T \end{aligned} \tag{5.64}$$

である。従って(5.60)式は

$$\text{平均の時} \qquad \dot{X}_m(t)=F(t)X_m(t) \tag{5.65}$$

$$\text{ランダムの時} \qquad \dot{X}_r(t)=F(t)X_r(t)+U_r \tag{5.66}$$

に分割して考えることができる。(5.66)式から共分散行列

$$Z_r(t)=E\ [X_r(t)\cdot X_r(t)^T] \tag{5.67}$$

について共分散方程式

$$\dot{Z}_r(t)=F(t)Z_r(t)+Z_r(t)F(t)^T+Q(t) \tag{5.68}$$

を得る。但し

$$E\left[U_r(t)\cdot U_r(\tau)^T\right]=Q(t)\delta(t-\tau) \tag{5.69}$$

である。ここでδ(·)はデルタ関数を意味し、またQ(t)は

$$Q(t)=\begin{bmatrix}4\nu B^2 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \tag{5.70}$$

で与えられる。(23)

ここで$X_m(t)$および$Z_r(t)$の初期値を、

$$X_m(0)=[B,0,\cdots 0]^T \tag{5.71}$$

$$Z_r(0)=[0] \tag{5.72}$$

とし、(5.65)式と(5.68)式を並列に解く。この時(5.61)式のN'については、微分方程式を解く計算の各ステップ毎に、(5.56)式、(5.57)式を用いて計算する。(5.56)式、(5.57)式を数値積分する場合の積分範囲としては(5.68)式から算出されるσ_e ($=\sqrt{Z_r(3,3)}$) の3〜5倍程度を考える。また(5.56)式、(5.57)式におけるr(t)は、

$$r(t)=V_C(t_f-t) \tag{5.73}$$

であり、V_cおよびt_fは初期値として与える。

$t=t_f$における(5.65)式、(5.68)式の計算結果からミスディスタンスの平均e_mおよび標準偏差σ_eを求め、ミスディスタンスの確率密度関数が正規分布に従っていると仮定して、

$$P=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e}}\int_{-d_m}^{d_m}\exp\left(-(x-e_m)^2/2\sigma_e\right)dx \tag{5.74}$$

により、ミスディスタンスが

$$|MD|\leqq d_m \tag{5.75}$$

となる確率を求める。

5.6 飛翔安定限界距離と統計的ミスディスタンス

ランダム回避運動する目標の旋回加速度の標準偏差Bが29.4m/s²〔3G旋回相当〕の場合のミスディスタンスが0.5m以下になる確率〔(5.74)式で$d_m=0.5$m〕と飛翔安定限界距離の関係を図5-16に示す。図5-16の各点は、目標追尾装置の三つのモデ

ル不確定性ΔH、ΔQ、ΔA の任意の組合せに対する飛翔安定限界距離〔(5.47)式による〕とＣＡＤＥＴによる統計的ミスディスタンスとの関係をプロットしたものである。図5-16から飛翔安定限界距離が短くなるに従ってミスディスタンスが0.5m以下になる確率が高くなっていることが分かる。反対に飛翔安定限界距離が長くなると急激にミスディスタンスが0.5m以下におさまる確率が低下する。又飛翔安定限界距離が短くなるにしたがって点のバラツキが小さくなっている。従って目標追尾装置の個々のモデル不確定要因にかかわらず誘導制御系の一つの特徴を飛翔安定限界距離という指標で捉えることの合理性を図5-16は示していると考えることができる。

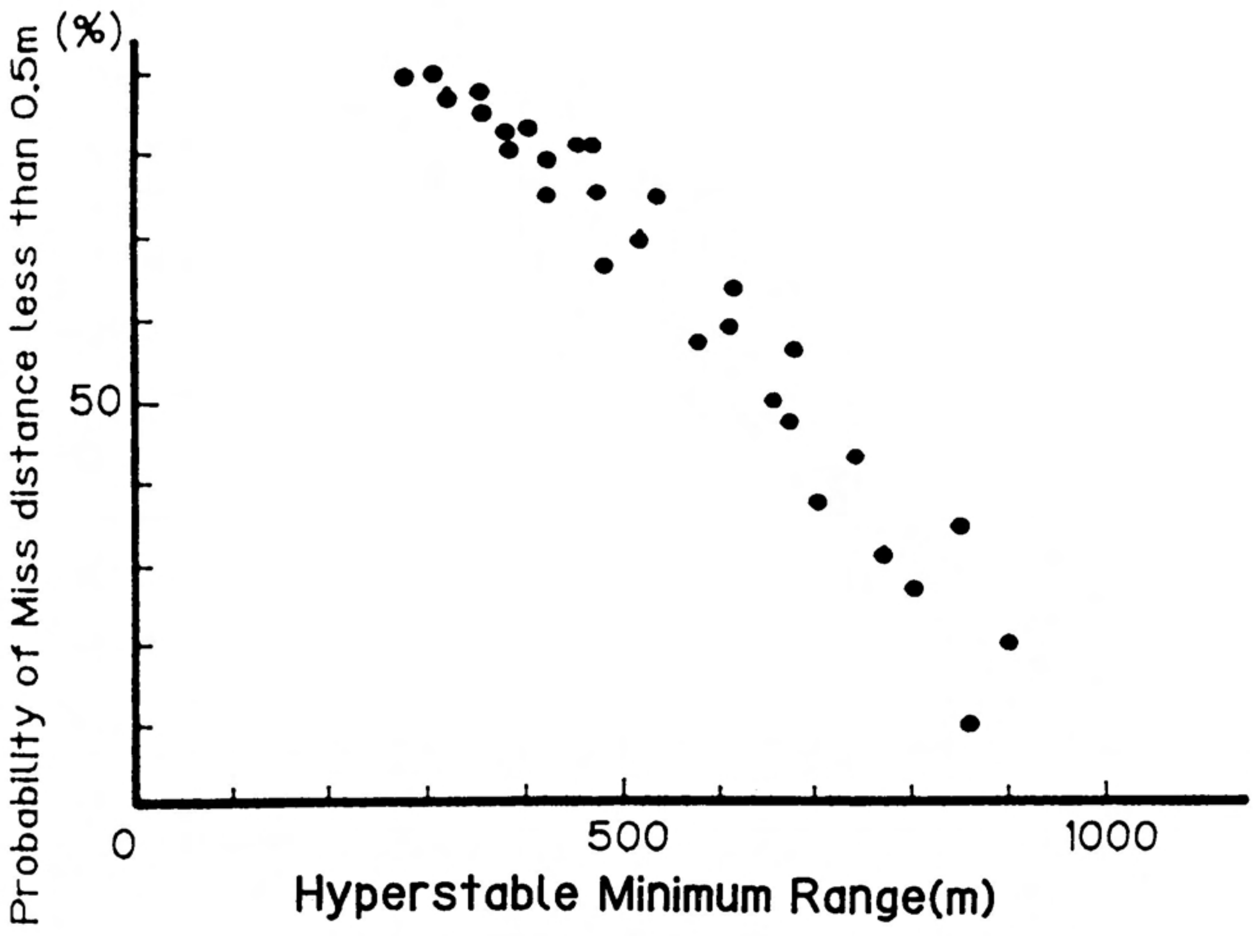


図５－１６　飛翔安定限界距離と統計的ミスディスタンス

５.７　まとめ

この章では５.２節で目標追尾装置のモデル不確定性を考慮にいれた誘導制御系のブロック線図を与え、５.３節では５.２節で与えた誘導制御系の内部安定性をルーリエの問題として捉えることができることを示すとともに、ルーリエの問題に対して絶対安定の十分条件を与えるポポフの条件、および絶対安定の概念を拡張したポポフの超安定理論を要約し、５.４節ではポポフの超安定理論を用いて５.２節で与えた目標追尾装置のモデル不確定性を考慮にいれた誘導制御系の内部安定性について解析した。又その過程において誘導制御系の内部安定性を表す一つの指標として、飛翔安定限界距離を定義し、又その解析式を導出した。５.５節では５.４節で新たに定義した飛翔安定限界距離と、従来から誘導制御系の性能評価の尺度として広く用いられているミスディスタンスを統計的に対応づけるためにＣＡＤＥＴ(Covariance Analysis DEscribing function Technique)というシミュレーション技法について要約し、５.６節で５.４節で定義した飛翔安定限界距離がＣＡＤＥＴによる統計的ミスディスタンスと極めてよく対応することを示した。

第６章　誘導制御系のロバスト設計に関する考察

新しい飛翔体システムを構成する際のシステムに対する要求性能は、ある想定された目標に対する、

１．システム許容誤差ε_m

２．システム許容誤差内を通過する確率Ｐ

で与えられる。ところがこのようなシステム要求を満足できる飛翔体、及びその誘導制御系を構成しようとする際、

１．システム要求性能が抽象的であるため例えば図1-5 で示される具体的な誘導制御系との関係が直接明確な形で結びつきにくい。

２．図1-5 に示した誘導制御系のサブシステムである目標追尾装置、サーボ装置、飛翔体等の動特性はハードウエアが製作される段階で様々の不確定要因を含み、設計時に於ける基本特性通りには実現できない。

などの困難な問題が生じる。

現在飛翔体システム設計におけるこのような問題に対処するために、まず図1-5 に示した誘導制御系の最も基本的なモデルからスタートし、順次モデルを具体化しながら試行錯誤的なモンテカルロシミュレーションを繰り返し、最終的にシミュレーション結果を統計的に処理してシステム要求性能と比較する方法がとられており、相当に非能率的な作業になっている。従って個々のシミュレーションにおいてはシステム全体をバランスよく見通しているとは言い難く、設計変更における自由度も限定されたものにならざるを得ないのが実情である。これは抽象的なシステム要求と具体的なハードウエアの特性との因果関係が、定量的に明らかにされていないことに原因がある訳で、ここに本研究の第５章で述べた誘導制御系のロバスト安定性に関する解析の必要性がある。

第５章で述べた誘導制御系のロバスト安定性に関する解析の特徴は、

１．モデル不確定性を含む誘導制御系の安定性に関する特徴を飛翔安定限界距離という誘導制御系の内部安定性に関する固有の指標で代表している。

２．システム要求性能、即ちシステム許容誤差とその範囲内に到達する確率をランダム回避運動する目標に対する誘導制御系の入出力安定特性を表す指標として捉えている。

３．ＣＡＤＥＴという統計的シミュレーション技法により、誘導制御系の入出力

安定特性に関する指標であるシステム要求性能と、内部安定特性に関する指標である飛翔安定限界距離とを対応づけている。

である。従ってこの解析を誘導制御系のロバスト設計に有効に活用することが可能であり、最初に述べた二つの困難を解決することができる。設計手順を要約すると以下の通りである。

《 飛翔体誘導制御系ロバスト設計手順 》

1．誘導制御系の基本ブロック線図を与える。

図5-2を基準として与える。図5-2で飛翔体の動特性については例えば表2-1などを参考にして概略のモデルを考える。風胴試験が終了した段階で具体的なモデルへ移行する。無論 図5-2で示した誘導制御系には目標追尾装置以外の部分にモデル不確定要因が存在しても問題はない。

2．第５章(5.47)式によりモデル不確定性に対する飛翔安定限界距離を求める。

モデル不確定性の組合せは任意である。(5.47)式では例えば ΔQだけをパラメータにして、ΔH＝ΔA＝０として算出する。

3．２項で求めた飛翔安定限界距離に対するシステム性能（システム許容誤差内を通過する確率）をＣＡＤＥＴにより求め、例えば図5-16に示したようなシステム性能と飛翔安定限界距離の関係から、システム性能を満足できる飛翔安定限界距離を求める。

4．第５章(5.33)式、(5.34)式、(5.36)式を満足する範囲で任意のモデル不確定性に対する飛翔安定限界距離を求め、例えば図5-12等を用いてモデル不確定性に対する拘束条件を求める。

～設計手順終わり～

上記の設計手順は予めＣＡＤＥＴによりシステム性能に相当する飛翔安定限界距離を導出しておけば、それ以降は飛翔安定限界距離を指標とした、誘導制御系に対する解析的考察で誘導制御系に含まれるモデル不確定性に対する設計要求条件の導出が可能になるという特徴を有している。

また、上記の設計手順により目標追尾装置のモデル不確定性に対して与えられる設計要求条件は、ハードウエアが製作された段階ではハードウエアの性能評価に関する基準値として用いることができる。この評価については各々のモデル不確定性ごとに実験が必要であり、そのための専用の装置として例えば写真6-1 に示したフ

ライトモーションテーブルなどが必要である。(75),(76)

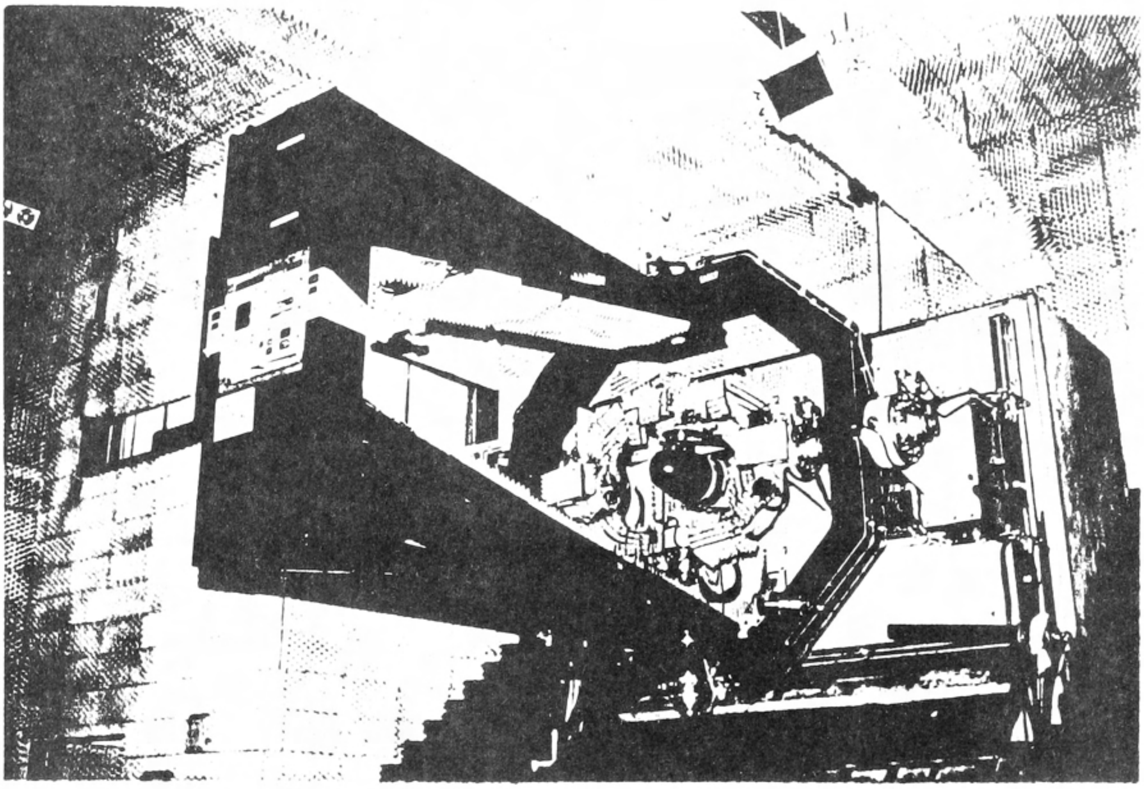


写真６－１　フライトモーションテーブルの一例

第７章　結言

本研究の目的は新しい飛翔体システムを考案する際の、初期のシステム基本設計段階で、システム全体を見通しよく、かつバランスよく設計するための飛翔体誘導制御系のロバスト設計に関する、簡易な理論的設計手法を得ることにあった。この研究の必要性は次の事実から生まれている。

１．近年計算機技術の進歩により飛翔体の設計から製作、評価に到る全ての段階でシミュレーション技法が用いられているが、最も重要なシステム基本設計段階ではシミュレーション技法が活躍する以前の問題が多く、システムを極力単純化して全体を理論的に考察しておくことがシステム設計上必要であること。

２．近年のハイテクノロジーの進歩により目標追尾装置のハードウエア技術は急速に進歩しているが、反面非常に高価でもあるため、過大要求に陥らないようシステム性能から見た妥当な性能配分が重要であること。

３．計算機シミュレーションの精度向上により誘導制御系の構成には複雑なケース分類によるゲインスケジューラ方式が広く用いられているが、誘導制御性能の向上と同時にハードウエアの特性変動や外乱に対してロバスト安定な誘導制御系の構成を考慮しておく必要があること。

この研究目的を達成するために本研究ではまず第１章で研究の対象とする飛翔体の定義を与え更に誘導制御問題を定式化した後、第２章では誘導制御問題の制御対象である飛翔体自身に関する６自由度の運動方程式を２．２節で導出し、２．３節では平衡点近傍における近似線形化手法を用いて ２．２節で得られた運動方程式を線形化し制御対象としての動特性表現を得た。 ２．４節では ２．３節での線形化の際仮定した空気力の線形化についてその影響をシミュレーションにより確認し、飛翔体動特性がその飛翔速度で大きく変動する線形時変数系での表現が必要であることを指摘した。２．５節では１．３節で与えた飛翔体に対して線形時変数系動特性モデルの同定方法を示すとともに、その同定結果を表2-1 で与えた。

第３章では比例航法を実現するために必要不可欠な目視線角の変化率を計測する目標追尾装置について ３．２節でその機能、ハードウエアの構造について概説し、空間安定化機構の相違から 1)フリージャイロ方式、 2)レートジャイロ方式、3)ストラップダウン方式の三方式に分類できることを示した。 ３．３節では各々の方式に対する動特性モデルを与え、３．４節で各方式毎に目標追尾特性、周波数応答特性、

最大追尾角速度、空間安定特性を解析し、いずれの方式においても近似的に１次遅れ系で目視線角の変化率を計測していることを示した。またこの解析を通して、レートジャイロ方式の場合の空間安定化ループゲインとストラップダウン方式の場合のサンプルフレームが、空間安定特性という意味において１対１に対応していることを示した。

第４章ではまず ４．２節で従来から経験的に用いられている比例航法について原理を示し、飛翔体及び目標の速度が一定でかつ飛翔体の動特性が１(完全系)の場合、比例航法によってミスディスタンスを零にすることができることを示すとともに、有効航法定数Ｎ’が２以上である必要があることを示した。また ４．３節では比例航法を現実の飛翔体に応用する場合の問題点及び対処の方法を述べた。 ４．４節では最適制御理論による新しい航法の導出を試み、まず４．４．１節でＬＱ理論(Linear Quadratic Theory) について要約し、４．４．２節でＬＱ理論を用いて飛翔体動特性を１と仮定した場合の最適航法を導出し、その結果が有効航法定数が３の場合の比例航法になっていることを示した。４．４．３節では飛翔体の動特性を考慮に入れた場合の最適航法を導出し、 ４．５節で最適航法を現実の飛翔体に実現する場合の問題点を示した。また ４．６節でシミュレーションにより比例航法と最適航法の比較を行い、飛翔体の最も重要な能力評価である最小射程という意味において、この二つの航法間の有意差が小さいことを示した。

第５章ではまず ５．２節で第３章で解析した目標追尾装置について三種類のモデル不確定性を定義し、それらのモデル不確定要因を考慮にいれた誘導制御系のブロック線図を与えた。５．３節では５．２節で与えた誘導制御系ブロック線図がルーリエの問題として考えることができることを示すとともに、ルーリエの問題に対するポポフの絶対安定条件及び超安定定理を要約した。 ５．４節では誘導制御系のブロック線図をルーリエの問題に等価変換した後、ポポフの超安定定理を用いて安定解析し、目標追尾装置のモデル不確定性に関する拘束条件を与えるとともに、その解析を通して誘導制御系の内部安定性に関する新しい指標である飛翔安定限界距離を定義した。５．５節では５．４節で定義した指標を従来から誘導制御系の評価の指標として最も一般的に用いられているミスディスタンスと対応づけるためにＣＡＤＥＴという統計的シミュレーション技法について要約し、５．６節で誘導制御系の入出力安定性に関わる指標であるミスディスタンスの統計値と、内部安定性に関わる指

標である飛翔安定限界距離との対応をＣＡＤＥＴにより解析し、両者が極めてよく対応していることを示した。その結果誘導制御系の設計段階において、解析的に導出することができる飛翔安定限界距離を設計の指標として用いることができることを示した。

第６章では第５章で示した誘導制御系のロバスト安定性に関する解析手法を、そのまま誘導制御系のロバスト設計手法と見直すことにより、ロバスト設計手順として要約した。その特徴を要約すると以下の通りである。

1．モデル不確定性を含む誘導制御系の安定性に関する特徴を飛翔安定限界距離という誘導制御系の内部安定性に関する固有の指標で代表している。

2．システム要求性能、即ちシステム許容誤差とその範囲内に到達する確率を、ランダム回避運動する目標に対する誘導制御系の入出力安定特性を表す指標として捉えている。

3．ＣＡＤＥＴという統計的シミュレーション技法により、誘導制御系の入出力安定特性に関する指標であるシステム要求性能と、内部安定特性に関する指標である飛翔安定限界距離とを対応づけている。

第７章では本研究の総括について述べた。

謝　　辞

本研究を終了するにあたり、まず私のような卒業生にまで母校における研究の機会を与えることに多大の御尽力を惜しまれなかった井上順吉前学長、迎静雄学長、植田安昭工学研究科長に深謝します。

本研究の実施にあたっては、終始一貫して主任指導教官として丁寧な御指導、御鞭撻を頂いた山下忠教授、副指導教官として御指導を頂いた陣内靖介教授、辻輝生教授、小林敏弘教授、また筆者が学生時代から個人的にも大変お世話になっている荒木嘉昭教授、兼田楨宏教授、宮浦すが助教授に深謝します。さらに制御工学教室の先生方、事務室の江川真由美さんにも手続き等で大変お世話になりました。有難うございました。

また筆者が昭和42年に防衛庁技術研究本部第３研究所に入所以来、常に広い視野から一貫して御指導を頂いている穂坂三四郎博士、今回の母校における研究を快諾して頂いた神津正男元所長、太田眞弘所長、鈴木彰部長、藤本治男副部長、久保英彦誘導第４研究室長、本研究に御協力を頂いた誘導第１研究室の小花一光君、渡辺憲司君、田中利幸君、稲石敦君、更に本論文をまとめるに際して御協力頂いた日本電気㈱の中谷誠治君に感謝します。

文　献

[1] D.E.Williams and B.Friendland,"Modern Control Theory for Design of Autopilots for Bank-to-Turn Missiles",AIAA,J.Guidance,Vol.10, No.4,1987.

[2] A.Arrow and D.E.Williams,"Comparison of Classical and Modern Missiles Autopilot Design and Analysis Technique",AIAA,J.Guidance,Vol.12,No2, 1989.

[3] K.A.Wise,"Bank-to-Turn Missile Autopilot Design Using Loop Transfer Recovery",AIAA,J.Guidance,Vol.13.No.1,1990.

[4] P.K.A.Menon,"Short-Range Nonlinear Feedback Strategies for Aircraft Pursuit-Evarsion",Vol.12,No.1,1989.

[5] M.J.Ruth,"Robust Control of a Bank-to-Turn Missile",Proc. of AIAA Guidance,Navigation and Control Conference,Part 1,PP242-249,1990.

[6] K.Wise,"Missile Autopilot Robustness Using the Real Multiloop Stability Margine",Proc. of AIAA Guidance,Navigation and Control Conference Part 1,PP232-241,1990.

[7] H.Eguchi,H.Kubo and T.Yamashita,"Robust Stability of Guidance and Control System for Homing Missiles", AIAA 29th Aerospace Science Meeting,AIAA 91-0585,1991.

[8] G.Merrill(Editor),"Principles of Guided Missile Design "Guidance"", D.Van Nostrand Company Inc.,1955.

[9] G.Merrill(Editor),"Principles of Guided Missile Design "Systems Preliminary Design"",D.Van Nostrand Company Inc.,1960.

[10] S.A.Murtaugh and H.E.Criel,"Fundamentals of Proportional Navigation", IEEE Spectrum Dec.,1966.

[11] M.Guelman,"Proportional Navigation with a Maneuvering Target",IEEE, Vol.AES-8,No.3,May,1972.

[12] K.Arbenz,"Proportional Navigation on Non Stationary Target",IEEE, Vol.AES-6,No.4,July,1970.

[13] M.Guelman,"A Qualitative Study of Proportional Navigation",IEEE, Vol.AES-7,No.4,July,1971.

[14] J.M.Gonzales,"New Methods in the Terminal Guidance and Control of Tactical Missiles",Proc.National Aerospace and Electronics Conferece, PP350~361,1979.

[15] J.K.Hammond,"The Optimality of Proportional Navigation,University of Southampton Report",March,1972.

[16] F.W.Nesline and P.Zarchan,"A New Look at Classical vs Modern Homing Missile Guidance",J.Guidace and Contol,Vol.4,No.1,1981.

[17] L.A.Stockum and F.C.Weimer,"Optimal and Sub-Optimal Guidance for a Short Range Homing Missile",IEEE,Vol.AES-12,No.3,May,1976.

[18] R.G.Cottrell,"Optimal Intercept Guidance for Short-Range Tactical Missiles",AIAA Journal,Vol.9,No.7,July,1971.

[19] P.L.Vergez,"Linear Optimal Guidance for an AIM-9L Missile",AIAA, J.Guidance and Control,Vol.4,No.6,1981.

[20] G.M.Anderson,"Guidace and Control Law Methodology", AFATL-TR-79-86, Available for AD-B045026L,Oct.,1979.

[21] J.N.Youngblood,"Optimal Linear Guidance of Air-to-Air Missiles", AFATL-TR-78-12,Available for AD-B029855L,Feb.,1978.

[22] E.C.Balbirnite,et.al.,"Merging Convensional and Optimal Control Technique for Practical Missile Terminal Guidance",Proc.AIAA Guidance and Control Conference,PP1-21,1975.

[23] A.E.Bryson and Y.C.Ho,"Applied Optimal Control",A Halsted Press Book, 1975.

[24] H.L.Pastrick,et.al.,"Guidance Law for Short-Range Tactical Missiles", AIAA,J.Guidance and Control,Vol.4,No.2,1981.

[25] J.L.Durieux,"Comparison of Angular and Metric Guidance Law for Tactical Missiles",AIAA,J.Guidance,Vol.9,No.4,1986.

[26] R.M.Rogers,"Sensitivity of Higher Order Homing Guidance Laws to Parameter Variation",Proc.of IEEE Southeastcon,PP287-290,1982.

[27] R.B.Asher and J.P.Matuszewski,"Optimal Guidance of Finite Bandwidth Missile Systems with zero Terminal Miss",Proc.of Joint Automatic Control Conference,PP4-10,1974.

[28] G.K.F.Lee,"Estimation of the Time-to-go Parameter for Air-to-Air Missiles,AIAA,J.Guidance",Vol.8,No.2,1985.

[29] 江口他,"ミサイル最適誘導方式の研究",防衛庁技術研究本部技報-1044,1988.

[30] G.M.Anderson,"Comparison of Optimal Control and Differential Game Intercept Missile Guidance Laws",AIAA,J.Guidance and Control,Vol.4, No.2,1981.

[31] F.W.Nesline and P.Zarchan,"Line-of-Sight Reconstruction for Faster Homing Guidance",AIAA,J.Guidance,Vol.8,No.1,1985.

[32] S.Gutman,"On Optimal Guidance for Homing Missiles,AIAA,J.Guidance and Control",Vol.2,No.4,1979.

[33] M.Lefebure,"LQG Homing in Two Dimensions",IEEE,Vol.AC-32 ,No.7,July, 1987.

[34] V.H.L.Cheng and N.K.Gupta,"Advanced Midcourse Guidance for Air-to-Air Missiles",AIAA,J.Guidance,Vol.9,No.2,1986.

[35] W.Tempelman,"Linear Guidance Laws for Space Mission",J.Guidace,Vol.9, No.4,1986.

[36] F.W.Nesline and P.Zarchan,"Robust Instrumentation Configurations for Homing Missile Flight Control",Proc. of AIAA Guidance and Control Conf.PP209-219,1980.

[37] W.Albanes,"Design of Guidance and Control Digital Autopilots", J.Guidace and Control,vol.4,No.2,1981.

[38] F.W.Nesline and P.Zarchan,"A Combined Optimal/Classical Approach to Robust Missile Autopilot Design",Proc. of AIAA. Guidance and Control Conf.,PP265-280,1979.

[39] W.V.Albanes and J.T.Basley,"Digital Autopilot Design for a Microprocessor-Controlled Small Tactical Terminal Homing Missile", IEEE,Vol.AES-15,No.6,Nov.,1979.

[40] F.W.Nesline and P.Zarchan,"A Classical Look at Modern Control for Missile Autopilot Design",Proc. of AIAA Guidance and Control Conf.,PP90-104,1982.

[41] F.W.Nesline and P.Zarchan,"Missile Guidance for Low-Altitude Air Defense",AIAA,J.Guidance and Control,Vol.2,No.4,1979.

[42] F.W.Nesline and P.Zarchan,"Missile Guidance Design Trade-offs for High-Altitude Air Defense",AIAA,J.Guidance and Control,Vol.6,No.3, 1983.

[43] F.W.Nesline and P.Zarchan," Digital Homing Guidance-Stability vs Performace Tradeoffs",J.Guidace,Vol.8,No.2,1985.

[44] A.Arrow and D.J.Yost,"Large Angle-of-Attack Missile Control Concepts for Aerodynamically Controlled Missiles",J.Spacecraft,Vol.14,No.10, 1977.

[45] D.E.Williams and B.Friendland,"Modern Control Theory for Design of Autopoilots for Bannk-to-Turn Missiles",AIAA,J.Guidance,Vol.10,No.4, 1987.

[46] W.L.Wolfe and G.I.Zissis,"The Infrared Handbook",Office of Naval Research Department of Navy,Arlington,VA.,1978.

[47] R.B.Dow,"Fundamentals of Advanced Missiles",John Willy & Sons,Inc., 1958.

[48] A.K.Rue,"Stabilization of Precision Electro-Optical Pointing and Tracking Systems",IEEE,Vol.AES-5,No.5,1969.

[49] A.K.Rue,"Precision Stabilization Systems",IEEE,Vol.AES-10,No.1,1974.

[50] S.A.White,"Dynamics of a Solenoidal-Torqued Gyro-Stabilized Seeker Assembly for Guidance and Tracking",IEEE,Vol.AES-10,No.1,1974.

[51] R.D.Ehrich and P.Vergez,"Strapdown Seeker Technology for The Terminal Guidance of Tactical Weapons",Proc. of AGARD Conf.,1980.

[52] W.W.Willman ,"Effects of Strapdown Seeker Scale-Factor Uncertainty on Optimal Guidance",AIAA,J.Guidance,Vol.11,No.3,1988.

[53] P.L.Vergez and J.R.McClendan,"Optimal Control and Estimation for Strapdown Seeker Guidance of Tactical Missiles",AIAA,J.Guidance,Vol.5 No.3,1982.

[54] D.Casasent and M.Saverina,"Optical Image Processing for Missile Guidance",SPIE Vol.118,Optical Signal and Image Processing,1977.

[55] A.L.Gilbert,"A Real-Time Video Tracking System",IEEE,Vol.PAMI-2,No.1, 1980.

[56] H.goldstein ,"Classical Mechanics",Addison-Wesley Publishing company, 1950.

[57] B.Etkin,"Dynamics of Flight",John Wiley & Sons Inc.,1958.

[58] 遠山　啓,"行列論",共立出版.1962.

[59] C.L.Gillis,"Summary of Pitch Damping Derivaties of Complete Airframe and Missile Configurations",NACA Research Memorandum,1953.

[60] J.H.Blakelock,"Automatic Control of Aircraft and Missiles",John Wiley & Sons,Inc.,1965.

[61] 穂坂、江口,"ミサイルシミュレーションにおける機体モデルについて" Defense Technology Journal,Vol.5,No.2,1985.

[62] K.S.Narendra and R.V.Monopoli(Editor) ,"Applications of Adaptive Control", PP245-267,Academic Press,1980.

[63] 江口、小花,"飛翔体用目標追尾装置"、防衛庁技術研究本部技報,No.5539号, 1989.

[64] 江口、山下,"飛翔体誘導制御系における目標追尾装置の動特性モデル", 日本航空宇宙学会誌,Vol.38,No.434,1990.

[65] L.G.Minor,"General Purpose Sin-Degree-of-Freedom Terminal Homing Missile Simulation Program",Available for AD-754543,1972.

[66] N.A.Kheir and W.M.Holmes,"On Validating Simulation Models of Missile Systems",SIMULATION,April,1978.

[67] W.M.Homes,"An Overview of Missile System Simulation Capabilities in The NATO Alliance",Proc. of Summer Computer Simulation Conference, 1982.

[68] J.L.Speyer and D.G.Hull,"Comparison of Several Extended Kalman Filter Formulations for Homing Missile Guidance",Proc. AIAA Guidance and Control Conference, PP392-398,1980.

[69] P.L.Vergez and R.K.Liefer,"Target Acceleration Modeling for Tactical Missile Guidance", AIAA,J.Guidance,Vol.7,No.3,1984.

[70] D.G.Hull,et.al.,"New Target Models for Homing Missile Guidance", Proc. of AIAA Guidance and Control Conference,PP22-29,1983.

[71] 江口、渡辺、山下,"誘導飛翔体に搭載された目標追尾装置の空間安定特性", 計測自動制御学会論文集,Vol.25,No.11,1989.

[72] 江口、田中、山下,"目標追尾装置のモデル不確定性を考慮に入れた飛翔体誘導制御系の安定解析とその応用",日本航空宇宙学会誌,Vol.38, No.439,1990.

[73] 江口、小花、渡辺,"ミサイル誘導制御系のロバスト設計法に関する研究", 防衛庁技術研究本部技報 第５８１５号,1990.

[74] 渡辺、稲石、江口,"ミサイル誘導制御系のロバスト設計法に関する研究（第２報）", 防衛庁技術研究本部技報 第５８１６号,1990.

[75] 江口,戸梶,穂坂,"Hardware-In-The-Loop Simulation Facility for Guided Vehicles",第２６回計測自動制御学会学術講演会 国際セッション,1987.

[76] 小花,渡辺,江口," 飛翔体のＨＷＩＬシミュレーションに関する研究", 防衛庁技術研究本部技報 第５７８７号,1990.

[77] V.M.Popov," The Solution of A New Stability Problem for Controlled Systems",(Translated from Automatica Telemekhamika,Vol.24,No.1,1963.)

[78] 計測自動制御学会編,"自動制御ハンドブック基礎編",オーム社,1984.

[79] A.Gelb and R.S.Warren,"Direct Statistical Analysis of Non-Linear Systems- CADET",Proc. of AIAA Guidance and Control Conference,AIAA Paper No.72-875,1972.

[80] P.Zarchan,"Complete Statistical Analysis of Non-Linear System-SLSM", AIAA,J.Guidance and Control,Vol.2,No.1,1979.

[81] A.Gelb,"Applied Optimal Estimation",MIT Press,1974.

[82] H.Eguchi,S.Inaishi and T.Yamashita,"A Robust Design Method for Guidancd and Control System of Guided Vehicles",Proc. of SISC'90 in Tokyo,July,1990

座標系及び記号

1．静止座標系（X，Y，Z）　単位ベクトル（i，j，k）

付録におけるシミュレーションプログラムの中で用いる。座標系の原点は飛翔体発射時の目標機重心位置

X軸：飛翔体発射時の水平面内における目標機速度ベクトル方向

Y軸：X軸、Z軸と右手系をなす方向

Z軸：垂直下方

2．運動座標系（X_m，Y_m，Z_m）　単位ベクトル（i_m，j_m，k_m）

飛翔体に固定した座標系で座標系の原点は飛翔体の重心位置

X_m軸：機軸方向

Y_m軸：X_m軸、Z_m軸と右手系をなす方向

Z_m軸：目標追尾装置のアウタジンバル軸方向

3．目標追尾装置座標系

X_s軸：アンテナ軸方向

Y_s軸：インナジンバル軸方向

Z_s軸：アウタジンバル軸方向

付図－1～付図－3に座標系間の関係を示す。尚座標変換における回転の順序はすべてZ軸回り、Y軸回り、X軸回りの順とする。

第2章関係

$V=[u, v, w]$：運動座標系でのミサイル速度ベクトル(m/s)

$\Omega=[p, q, r]$：運動座標系でのミサイル角速度ベクトル(rad/s)

$F=[F_x, F_y, F_z]$：運動座標系でのミサイルに作用する並進外力ベクトル(kg)

$M=[M_x, M_y, M_z]$：運動座標系でのミサイルに作用する外力トルクベクトル(kg·m)

$W=[W_x, W_y, W_z]$：運動座標系でのミサイル重力成分(kg)

$I=[I_x, I_y, I_z]$：運動座標系でのミサイル慣性能率(kg·m·s^2)

$H=I\Omega$：運動座標系でのミサイル角運動量(kg·m·s)

α：迎角(rad)

β：横滑り角(rad)

M：マッハ数(-)

g：重力加速度(m/s^2)

m：ミサイル質量($kg \cdot s^2/m$)

Q：動圧(kg/m^2)

Ps：静圧(kg/m^2)

S：基準断面積(m^2)

l：基準長(m)

b：基準幅(m)

T：推進力(kg)

D：空気抗力(kg)

A：合成迎角(rad)

ϕ_A：バンク角(rad)

$C_x(M, \delta_y, \delta_z)$：$X_m$軸方向空力係数(-)

$C_y(M, \beta, \delta_z)$：Y_m軸方向空力係数(-)

$C_z(M, \alpha, \delta_y)$：Z_m軸方向空力係数(-)

$C_l(M, A, \delta_a)$：X_m軸方向空力モーメント係数(-)

$C_m(M, \alpha, \delta_y)$：Y_m軸方向空力モーメント係数(-)

$C_n(M, \beta, \delta_z)$：Z_m軸方向空力モーメント係数(-)

$C_{lp}(M)$：X_m軸方向空力モーメント動微係数(1/rad)

$C_{mq}(M)$：Y_m軸方向空力モーメント動微係数(1/rad)

$C_{nr}(M)$：Z_m軸方向空力モーメント動微係数(1/rad)

δ_y：Y_m軸回り操舵翼回転角(rad)

δ_z：Z_m軸回り操舵翼回転角(rad)

δ_a：ロール舵角(rad)

C_{D0} (M) ：零抗力係数(-)

$C_{D\delta}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

$C_{L\delta}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

$C_{L\delta y}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

$C_{L\delta z}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

$C_{L\alpha}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

$C_{L\beta}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

C_{iA} (M) ：インデューストローリングモーメント係数(-)

$C_{l\delta a}$ (M) ：空力微係数(rad^{-1})

$C_{m\delta}$ (M) ：空力モーメント微係数(rad^{-1})

$C_{n\delta}$ (M) ：空力モーメント微係数(rad^{-1})

$C_{m\alpha}$ (M) ：空力モーメント微係数(rad^{-1})

$C_{n\beta}$ (M) ：空力モーメント微係数(rad^{-1})

第3章関係

σ ：目視線角 (rad)

$\dot{\sigma}$ ：目視線角速度 (rad/s)

σ_H：運動座標系における目視線角 (rad)

ε ：目標追尾装置追尾誤差角 (rad)

K_H：目標追尾装置追尾ゲイン (1/s)

K_T：目標追尾装置トルカゲイン (kg·m·s)

H ：アンテナ角運動量 (kg·m·s)

J ：アンテナ慣性能率 ($kg \cdot m \cdot s^2$)

λ ：目標追尾装置首振角 (rad)

q ：飛翔体回転角速度 (rad/s)

θ ：飛翔体回転角（オイラー角） (rad)

X_o：目標追尾装置出力 (rad/s)

K_I：ストラップダウン方式目標追尾装置目標照射特性 (-)

T ：ストラップダウン方式目標追尾装置信号処理フレーム時間 (s)

第４章関係

ψ_M ：飛翔体経路角 (rad)

ψ_T ：目標経路角 (rad)

V_M ：飛翔体速度ベクトル (m/s)

V_T ：目標速度ベクトル (m/s)

n_M ：基準目視線に直交方向の飛翔体加速度 (m/s^2)

n_T ：基準目視線に直交方向の目標機加速度 (m/s^2)

a_M ：V_M に直交方向の飛翔体加速度 (m/s^2)

y_M ：基準目視線からの飛翔体位置 (m)

y_T ：基準目視線からの目標機位置 (m)

V_C ：相対接近速度 (m/s)

σ ：目視線角 (rad)

t_f ：目標通過時刻 (s)

$r(t)$：相対距離 (m)

$e(t)$：ミスディスタンス (m)

N ：比例航法定数 (-)

N' ：有効航法定数 (-)

第５章関係

N'：有効航法定数 (-)

V_C：相対接近速度 (m/s)

K_δ：指令加速度から舵角への変換係数 ($rad/m/s^2$)

B ：目標機旋回加速度標準偏差 (m/s^2)

ν ：目標運動モデル帯域 (1/s)

付録関係　シミュレーションプログラム関係

$V = [U, V, W]$ ：静止座標系でのミサイル速度ベクトル (m/s)

$V_T = [V_{TX}, V_{TY}, V_{TZ}]$ ：静止座標系での目標機速度ベクトル (m/s)

$R = [R_X, R_Y, R_Z]$ ：ミサイルと目標機との相対距離 (m)

$[X_M, Y_M, Z_M]$ ：ミサイルの静止座標

$[X_T, Y_T, Z_T]$ ：目標機の静止座標

σ_1：静止座標系での目視線角（Z軸回り）

σ_2：静止座標系での目視線角（Y軸回り）

$\dot{\sigma}_1$：静止座標系での目視線角速度（Z軸回り）

$\dot{\sigma}_2$：静止座標系での目視線角速度（Y軸回り）

V_{T0}	：目標機初速度	(m/s)
n_{TY}, n_{TZ}	：目標機旋回加速度倍数	(g)
ψ_T, θ_T	：目標機経路角	(rad)
ψ, θ, ϕ	：オイラー角	(rad)

$$\left.\begin{matrix} a_{11}, & a_{12}, & a_{13} \\ a_{21}, & a_{22}, & a_{23} \\ a_{31}, & a_{32}, & a_{33} \end{matrix}\right\}$$ ：方向余弦因子

e_0, e_1, e_2, e_3 ：クォータニオン・パラメータ

c_0, c_1, c_2, c_3 ：ケイリー・クライン・パラメータ

χ, ξ, η, ζ ：オイラー・パラメータ

(1) オイラー法

(2) 方向余弦法

(3) 四元数法

a. ｸｵｰﾀﾆｵﾝ･ﾊﾟﾗﾒｰﾀ

b. ｹｲﾘｰ･ｸﾗｲﾝ･ﾊﾟﾗﾒｰﾀ

c. ｵｲﾗｰ･ﾊﾟﾗﾒｰﾀ

がある。従来のシミュレーションではオイラー法が主流であったが、最近ではクォータニオン法も用いられている。オイラー法で用いられるオイラー角(ψ,θ,ϕ)は、HWILシミュレーションの場合、実際のハードウェアを搭載する３軸のジンバル構造を持ったフライトモーションテーブルのジンバル角に直接対応するためよく用いられているが、一方ジンバルロック現象があるため、９０°以上の回転角が発生する場合には不都合である。今、任意の位置ベクトルｄの、静止座標系での表現及び運動座標系での表現を、

$$\left.\begin{aligned} d &= x\cdot i + y\cdot j + z\cdot k \\ &= [x, y, z]^T \\ d &= x_m\cdot i_m + y_m\cdot j_m + z_m\cdot k_m \\ &= [x_m, y_m, z_m]^T \end{aligned}\right] \qquad (5)$$

とする。この時、

$$[x_m, y_m, z_m]^T = [T][x, y, z]^T \qquad (6)$$

を満足する直交行列[T]はオイラー法によれば、

$$[T] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta\cdot\cos\psi & \cos\theta\cdot\sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi\cdot\sin\theta\cdot\cos\psi - \cos\phi\cdot\sin\psi & \sin\phi\cdot\sin\theta\cdot\sin\psi + \cos\phi\cdot\cos\psi & \sin\phi\cdot\cos\theta \\ \cos\phi\cdot\sin\theta\cdot\cos\psi + \sin\phi\cdot\sin\psi & \cos\phi\cdot\sin\theta\cdot\sin\psi - \sin\phi\cdot\cos\psi & \cos\phi\cdot\cos\theta \end{pmatrix} \qquad (7)$$

で与えられる。この時回転の順序はＺ軸→Ｙ軸→Ｘ軸の順であり、それぞれの回転角をψ,θ,ϕとしている。この回転の順序は、フライトモーションテーブルのような具体的なハードウェアと関係している場合には、機械的なジンバル構成の外側か

付録　シミュレーション・ソフトウェアの概要

図4－7に示したシミュレーション・ソフトウェア・ブロック線図の内、主要な要素の内容について記述する。

1．目標機運動

目標機の運動は静止座標系で与えることにし、付図－4にその概念を示す。目標機の初速度を静止座標系のX軸方向にV_{T0}とし、Y軸方向、Z軸方向に発生する目標機の旋回運動は、初速度ベクトルV_{T0}の経路角の変化だけをもたらし、速度変化は発生しないものとする。このときY軸方向及びZ軸方向の目標機の旋回加速度倍数をそれぞれn_{Ty}, n_{Tz}とすると、

$$\left.\begin{aligned}\dot{\phi}_T &= n_{Ty}\cdot g / V_{T0}\\ \dot{\theta}_T &= n_{Tz}\cdot g / V_{T0}\end{aligned}\right] \qquad (1)$$

が成立する。したがって、

$$\left.\begin{aligned}V_{Tx} &= V_{T0}\cdot COS\,\theta_T\cdot COS\,\phi_T\\ V_{Ty} &= V_{T0}\cdot COS\,\theta_T\cdot SIN\,\phi_T\\ V_{Tz} &= -V_{T0}\cdot SIN\,\theta_T\end{aligned}\right] \qquad (2)$$

$$[X_T, Y_T, Z_T] = [\int V_{Tx}dt, \int V_{Ty}dt, \int V_{Tz}dt] \qquad (3)$$

である。ここでV_{T0}, n_{Ty}, n_{Tz}が初期条件として入力すべきパラメータである。

2．関数計算

運動方程式における空気力及び推力にはそれぞれ風胴試験及び地上燃焼試験の結果がデータとして用いられる。これらのデータは前処理段階でメモリ内にセットされるが、空気力による揚力及びモーメントは一般にマッハ数、迎角、舵角の三変数に関する関数として与えられているため、関数計算プログラムで８ポイントのデータからの内挿補間演算を行う必要がある。その他時間に関する重量、慣性能率の変動、あるいは高度Hに関する静圧、動圧、音速等もこのサブルーチンで設定される。

動圧Q(H)は空気の比重ρ [$kg\cdot s^2/m^4$]の代わりに静圧Ps(H)を用いて、

$$Q(H) = 0.7\cdot Ps(H)\cdot M^2 \qquad (4)$$

で与えられる。

3．座標変換

主な座標変換の方法としては、

ら内側に向かった順序でなければならない。座標変換行列[T]は直交行列であり逆行列が存在するので、

$$
\begin{aligned}
[x, y, z] &= [T]^{-1}[x_m, y_m, z_m] \\
&= [T]^{T}[x_m, y_m, z_m]
\end{aligned}
\tag{8}
$$

が成立する。

方向余弦法による場合は、

$$
[T] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}
\tag{9}
$$

$$
\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}
\tag{10}
$$

である。微分方程式(10)式を解く場合の9個の初期値は、オイラー角の初期値から(7)式を用いて決定する。逆に方向余弦因子とオイラー角の関係は(7)式と(9)式の関係から、

$$
\left.
\begin{aligned}
\phi &= \mathrm{TAN}^{-1}\ (a_{12} / a_{11}) \\
\theta &= \mathrm{SIN}^{-1}\ (-a_{13}) \\
\phi &= \mathrm{TAN}^{-1}\ (a_{23} / a_{33})
\end{aligned}
\right]
\tag{11}
$$

で与えられる。

次に四元数による場合、クォータニオン・パラメータ(e_0, e_1, e_2, e_3)，ケイリー・クライン・パラメータ(c_0, c_1, c_2, c_3)，オイラー・パラメータ(χ, ζ, η, ξ)の間の関係は、

$$
\left.
\begin{aligned}
e_0 &= c_0 = \chi \\
e_1 &= c_3 = \xi \\
e_2 &= c_2 = \eta \\
e_3 &= c_1 = \zeta
\end{aligned}
\right]
\tag{12}
$$

である。今、クォータニオン・パラメータによる場合は、

$$
[T] = \begin{bmatrix} e_0^2+e_1^2-e_2^2-e_3^2 & 2(e_0e_3+e_1e_2) & 2(e_1e_3-e_0e_2) \\ 2(e_1e_2-e_0e_3) & e_0^2-e_1^2+e_2^2-e_3^2 & 2(e_1e_0+e_2e_3) \\ 2(e_1e_3+e_0e_2) & 2(e_2e_3-e_0e_1) & e_0^2-e_1^2-e_2^2+e_3^2 \end{bmatrix}
\tag{13}
$$

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} \tag{14}$$

ただし　$e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1$

である。微分方程式(14)式を解く場合の初期値はオイラー角を用いて、

$$\begin{aligned} e_0 &= \mathrm{COS}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\phi}{2} + \mathrm{SIN}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\phi}{2} \\ e_1 &= \mathrm{COS}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\phi}{2} - \mathrm{SIN}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\phi}{2} \\ e_2 &= \mathrm{COS}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\phi}{2} + \mathrm{SIN}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\phi}{2} \\ e_3 &= -\mathrm{COS}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{SIN}\frac{\phi}{2} + \mathrm{SIN}\frac{\phi}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\theta}{2}\cdot\mathrm{COS}\frac{\phi}{2} \end{aligned} \tag{15}$$

で与えられる。クォータニオン・パラメータとオイラー角との関係は(7)式と(13)式の関係から、

$$\begin{aligned} \phi &= \mathrm{TAN}^{-1}\ \frac{2(e_0 e_3 + e_1 e_2)}{e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2} \\ \theta &= \mathrm{SIN}^{-1}\ \{2(e_0 e_2 - e_1 e_3)\} \\ \phi &= \mathrm{TAN}^{-1}\ \frac{2(e_0 e_1 + e_2 e_3)}{e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2} \end{aligned} \tag{16}$$

である。

次に、運動座標系(x_m, y_m, z_m)とシーカ座標系(x_s, y_s, z_s)との間の座標変換関係式は、アウタジンバル軸回り回転角をλz、インナジンバル軸回り回転角をλyとすれば(17)式で表される。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\lambda y & 0 & -\sin\lambda y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\lambda y & 0 & \cos\lambda y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\lambda z & \sin\lambda z & 0 \\ -\sin\lambda z & \cos\lambda z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\lambda y\cdot\cos\lambda z & \cos\lambda y\cdot\sin\lambda z & -\sin\lambda y \\ -\sin\lambda z & \cos\lambda z & 0 \\ \sin\lambda y\cdot\cos\lambda z & \sin\lambda y\cdot\sin\lambda z & \cos\lambda y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{17}$$

4．回転運動方程式

３軸回りの回転運動方程式は、

$$
\left.
\begin{aligned}
Ix\cdot\dot{p}+(Iz-Iy)q\cdot r&=Mx\\
Iy\cdot\dot{q}+(Ix-Iz)r\cdot p&=My\\
Iz\cdot\dot{r}+(Iy-Ix)p\cdot q&=Mz
\end{aligned}
\right]
\qquad (18)
$$

ここで、

$$
\begin{aligned}
Mx&=QSb\cdot C_l(M,A,\delta a)-QSb^2\cdot C_{lp}(M)\cdot p/2V\\
My&=QSl\cdot C_m(M,\alpha,\delta y)-QSl^2\cdot C_{mq}(M)\cdot q/2V \qquad (19)\\
Mz&=QSl\cdot C_n(M,\beta,\delta z)-QSl^2\cdot C_{nr}(M)\cdot q/2V
\end{aligned}
$$

で与えられ、C_l, C_m, C_n としては風胴試験の結果が用いられる。また、動微係数 C_{lp}, C_{mq}, C_{nr} は理論演算の結果として与えられる。

5．オイラーの微分方程式

オイラー角の角速度$[\dot{\psi},\dot{\theta},\dot{\phi}]$と飛翔体の回転角速度ベクトル$\Omega=[p,q,r]$との関係式は次の通りである。

$$
\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dot{\phi}\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\phi&\sin\phi\\0&-\sin\phi&\cos\phi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\\dot{\theta}\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\phi&\sin\phi\\0&-\sin\phi&\cos\phi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\theta&0&-\sin\theta\\0&1&0\\\sin\theta&0&\cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\\dot{\psi}\end{pmatrix}
$$

$$
=\begin{pmatrix}\dot{\phi}-\dot{\psi}\sin\theta\\\dot{\theta}\cos\phi+\dot{\psi}\sin\phi\cdot\cos\theta\\-\dot{\theta}\sin\phi+\dot{\psi}\cos\phi\cdot\cos\theta\end{pmatrix} \qquad (20)
$$

(20)式を書き改めると、

$$
\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&-\sin\theta\\0&\cos\phi&\sin\phi\cdot\cos\theta\\0&-\sin\phi&\cos\phi\cdot\cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\phi}\\\dot{\theta}\\\dot{\psi}\end{pmatrix} \qquad (21)
$$

であり、逆に、

$$
[\dot{\phi}\quad\dot{\theta}\quad\dot{\psi}]^T=\frac{1}{\cos\theta}\begin{pmatrix}\cos\theta&\sin\theta\cdot\sin\phi&\sin\theta\cdot\cos\phi\\0&\cos\theta\cdot\cos\phi&-\cos\theta\cdot\sin\phi\\0&\sin\phi&\cos\phi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix} \qquad (22)
$$

である。オイラーの微分方程式は飛翔体に発生する運動座標系での回転角速度とオイラー角との関係を示しているものであり、回転運動が解かれた後に(22)式により

オイラー角[ψ, θ, φ]を求め、例えば(7)式の座標変換行列などに用いられる。

6．並進運動方程式

$$\left.\begin{aligned} m(\dot{u}+q\cdot w-r\cdot v)&=F_X \\ m(\dot{v}+r\cdot u-p\cdot w)&=F_y \\ m(\dot{w}+p\cdot v-q\cdot u)&=F_z \end{aligned}\right] \quad (23)$$

$$\begin{aligned} F_X&=QS\cdot C_X(M,\delta y,\delta z)+W_X+T(t) \\ F_y&=QS\cdot C_y(M,\beta,\delta z)+W_y \\ F_z&=QS\cdot C_z(M,\alpha,\delta y)+W_z \end{aligned} \quad (24)$$

で与えられる。ここでT(t)はロケットモータの地上燃焼試験結果、C_x, C_y, C_zは風胴試験の結果が用いられる。また、W_x, W_y, W_zはそれぞれ重力の各軸方向成分である。

(23),(24)式を積分した結果、飛翔体の速度V＝[u, v, w]が得られる。また、これらの速度ベクトルから、迎角α、横滑り角β、合成迎角A、合成バンク角ϕ_Aが付図－5を参考にして(25)式で求められる。

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \mathrm{SIN}^{-1}\ \frac{w}{|V|} \\ \beta &= \mathrm{SIN}^{-1}\ \frac{v}{|V|} \\ A &= \mathrm{SIN}^{-1}\ \frac{\sqrt{v^2+w^2}}{|V|} \\ \phi_A &= \mathrm{TAN}^{-1}\ \frac{v}{w} \end{aligned}\right] \quad (25)$$

7．相対運動

このサブルーチンでは静止座標系での飛翔体及び目標の位置から相対距離、相対速度、目視線角を算出する。

飛翔体絶対速度　V=[U, V, W]は(8)式から、

$$\left.\begin{aligned} [U,V,W]^T &= [T]^T[u,v,w]^T \\ |V| &= \sqrt{U^2+V^2+W^2} \end{aligned}\right] \quad (26)$$

であり、飛翔体の静止座標[X_M, Y_M, Z_M]は、

$$[X_M, Y_M, Z_M] = [\int U\,dt, \int V\,dt, \int W\,dt] \tag{27}$$

である。したがって相対距離 $R = [Rx, Ry, Rz]$

及び相対速度 $[\dot{R}x, \dot{R}y, \dot{R}z]$ は、

$$\left.\begin{aligned} Rx &= X_T - X_M \\ Ry &= Y_T - Y_M \\ Rz &= Z_T - Z_M \end{aligned}\right] \tag{28}$$

$$|R| = \sqrt{Rx^2 + Ry^2 + Rz^2} \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{R}x &= V_{Tx} - U \\ \dot{R}y &= V_{Ty} - V \\ \dot{R}z &= V_{Tz} - W \end{aligned}\right] \tag{30}$$

である。また目視線角は付図－6を参考にして、

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \mathrm{TAN}^{-1} \frac{Ry}{Rx} \\ \sigma_2 &= -\mathrm{TAN}^{-1} \frac{Rz}{\sqrt{Rx^2 + Ry^2}} \end{aligned}\right] \tag{31}$$

目視線の変化率は、

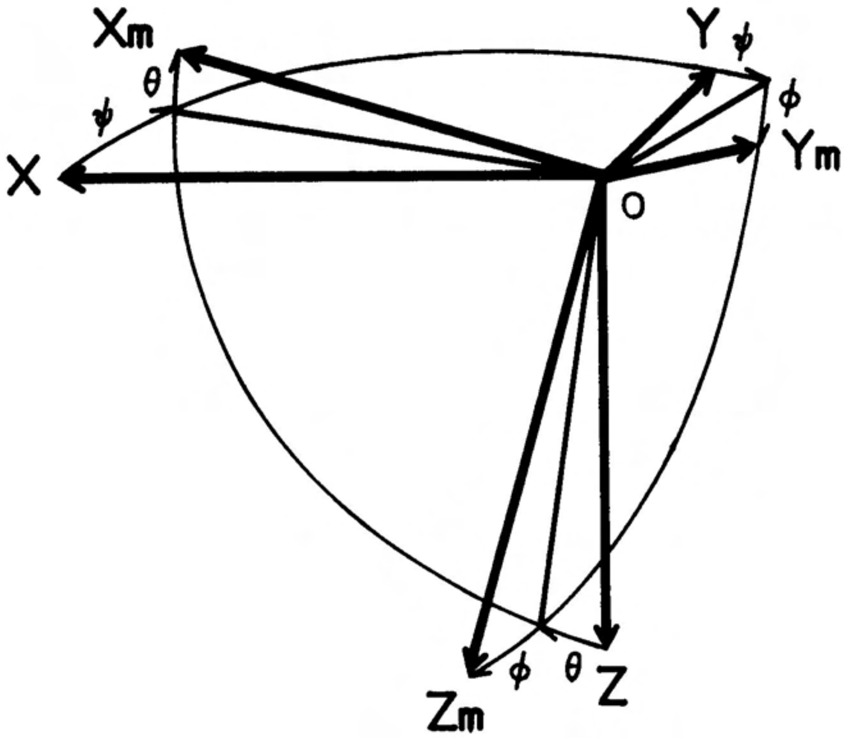
$$\dot{\sigma}_1 = \{Rx(V_{Ty} - V) - Ry(V_{Tx} - U)\} / (Rx^2 + Ry^2)$$

$$\dot{\sigma}_2 = [Rz\{Rx(V_{Tx} - U) + Ry(V_{Ty} - V)\} - (V_{Tz} - W)(Rx^2 + Ry^2)] / \{(Rx^2 + Ry^2 + Rz^2)\sqrt{Rx^2 + Ry^2}\} \tag{32}$$

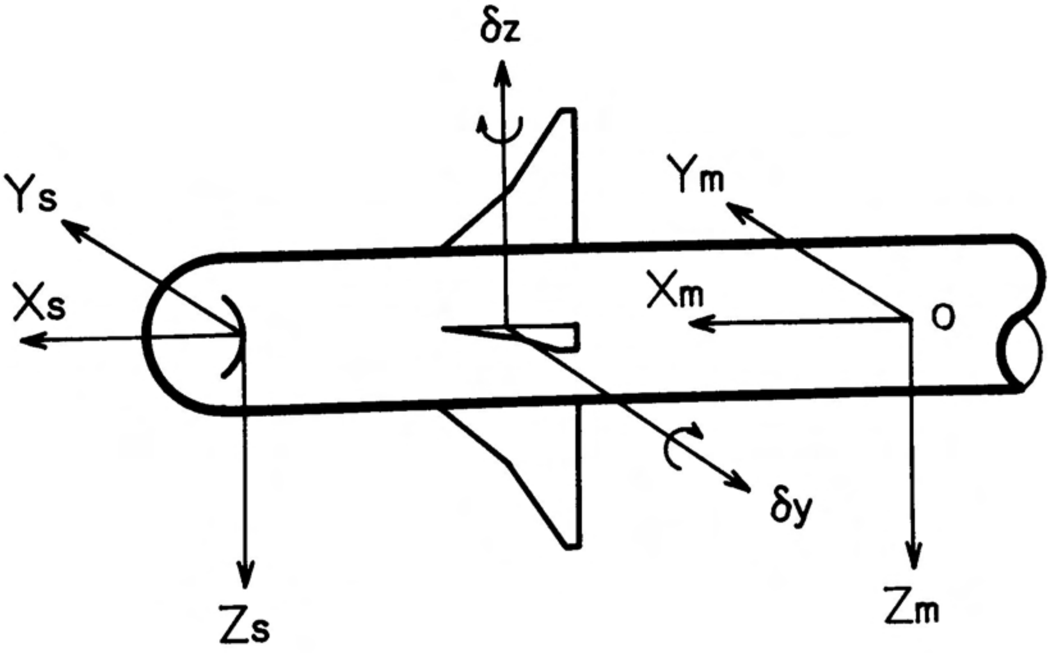
である。

8．目標追尾装置及びオートパイロット部

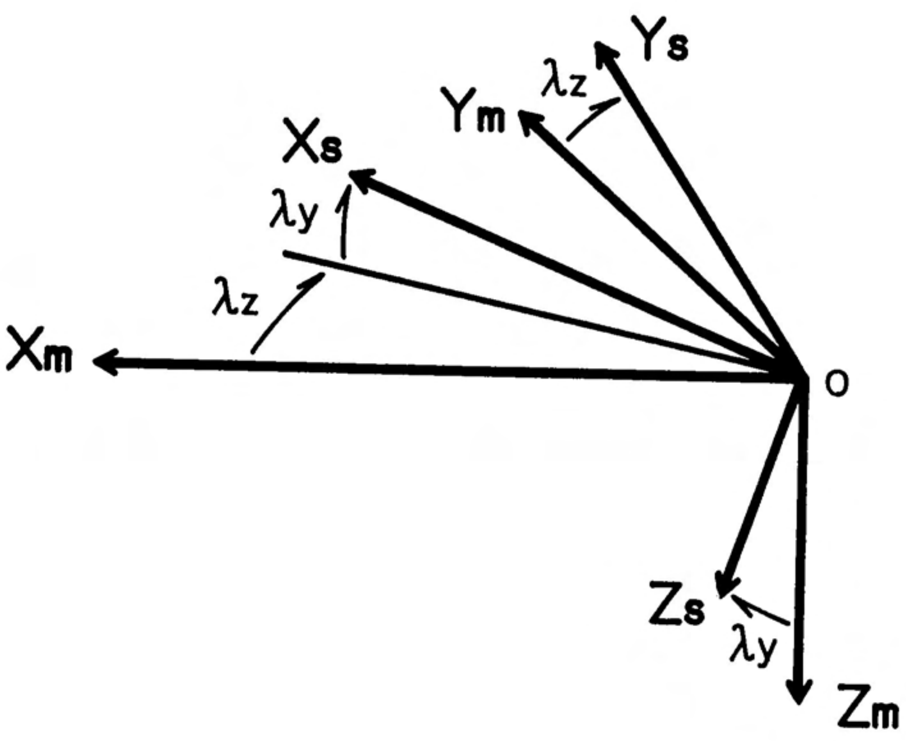
目標追尾装置及びオートパイロット部のソフトウェアブロック図の一例を付図－7に示す。この部分は対象にしている問題に応じて随時変更される。



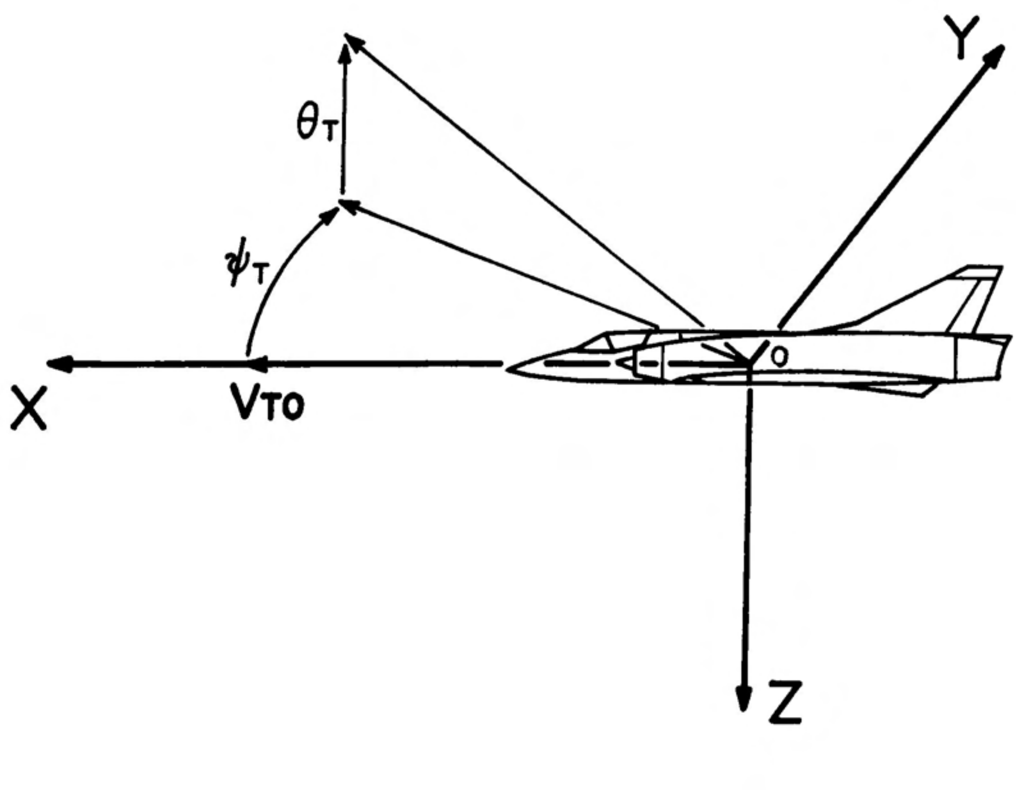
付図－1　座標系の関係



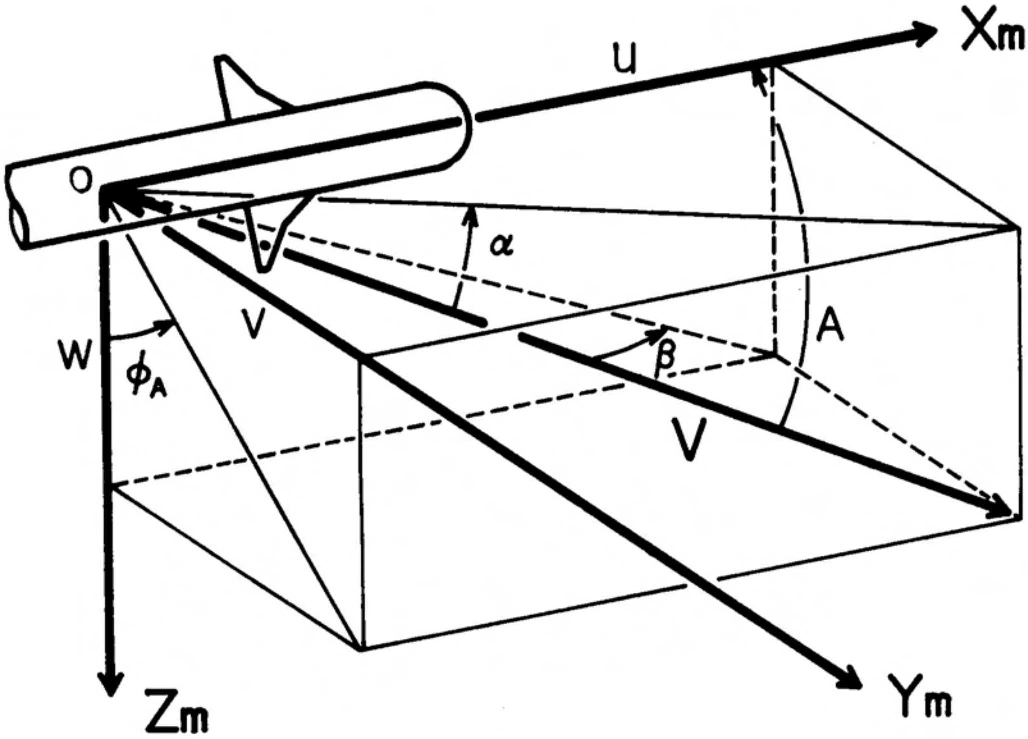
付図－2　飛翔体に関する座標系



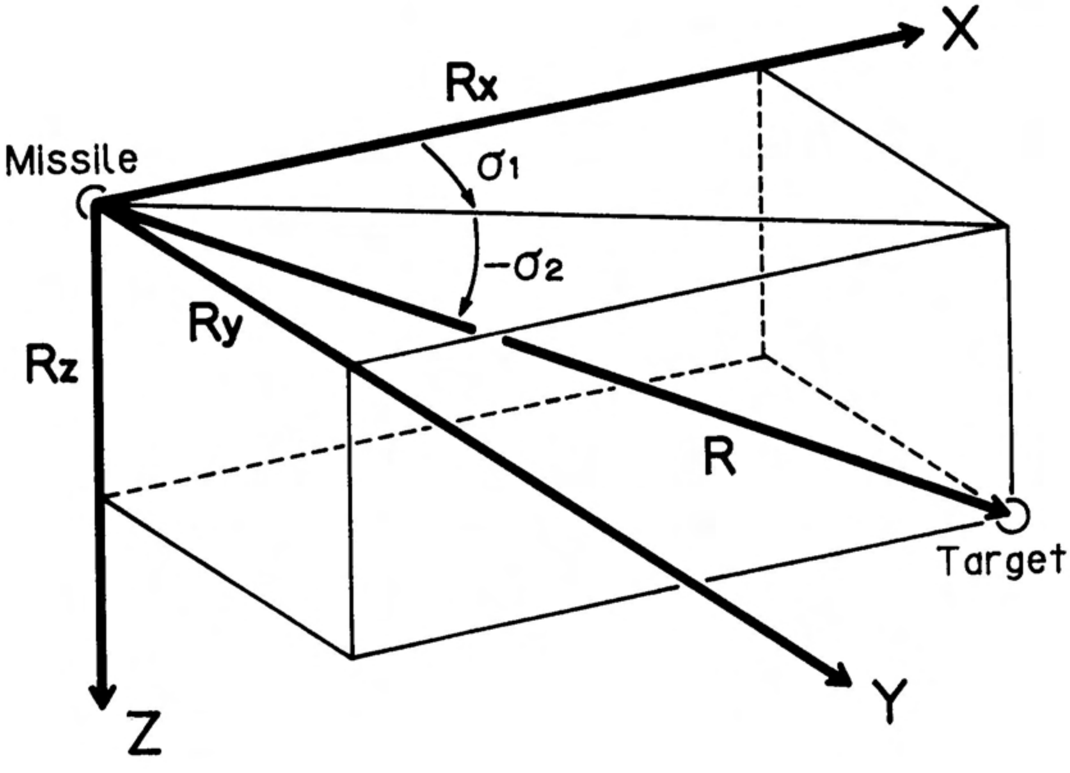
付図－３　運動座標系と目標追尾装置座標系の関係



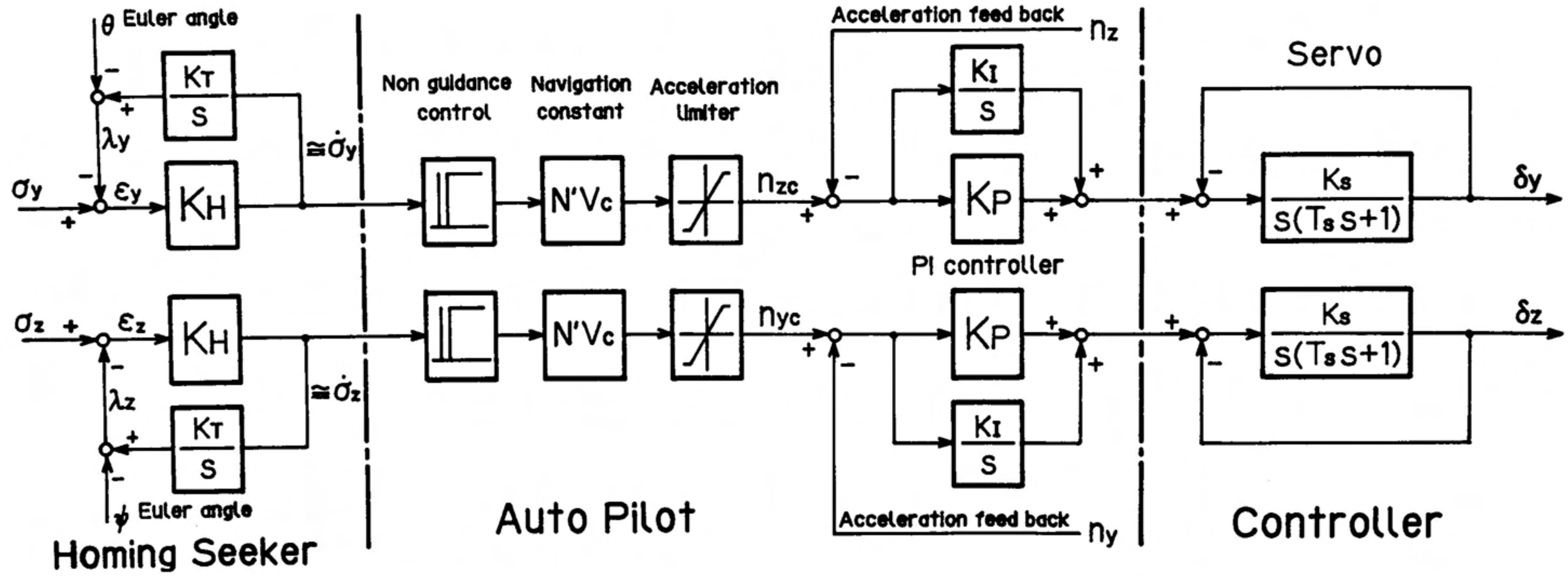
付図－４　目標機運動関係記号の定義



付図－５　迎角、横滑角、合成迎角、バンク角の定義



付図－６　目視線角の定義



付図－7　オートパイロット部ブロック線図の一例