

角部の応力拡大係数を用いた強度評価法*

陳 玳 珩*¹, 野 田 尚 昭*²
高 瀬 康*³, 諸 富 貴 光*⁴

Evaluation of Static Strength by the Application
of Stress Intensity of Angular Corner

Dai-heng CHEN, Nao-Aki NODA,
Yasushi TAKASE and Takamitsu MORODOMI

In this paper, a method of evaluating static strength by applying the newly defined stress intensity factor of an angular corner is considered. Recently, it has been found that the stress field near a corner of jointed dissimilar materials is expressed as a sum of the symmetric state with a singularity of $1/r^{1-\lambda_1}$ and the skew symmetric state with a stress singularity of $1/r^{1-\lambda_2}$. In this respect, the fracture tests are carried out on the plane specimens of acrylic resin having single and double sharp notches. Different artificial notches are introduced into the specimens with varying the opening angle, the notch depth, and the loading conditions. It is found that the fracture toughness $K_{Ic,\lambda}$ is almost constant independent of the notch depth and the loading condition. In addition, the value of $K_{Ic,\lambda}$ increases with increasing opening angle because of the decrease of the order of singularity. The fracture criterion for different opening angles of the notch is also discussed on the basis of the stress distribution near the notch. The usefulness of $K_{I,\lambda}$ in the evaluation of static strength is confirmed through experimentation.

Key Words: Fracture Mechanics, Stress Intensity Factor, Stress Concentration, Notch, Fracture Criterion, Fracture Toughness, Angular Corner

1. 結 言

最近互いに異なる材料を接合した部材ないし複合材料が幅広く利用されるようになり、その強度評価が重要になっている。一般に異材の接合部では材料および形状の不連続のために接合部の隅角部において集中応力が発生しこれが原因となって溶接部のき裂の発生を招き、全体的な破壊へと至ることが多い。

最近、陳ら⁽¹⁾は接合角部近傍の応力特異性の次数が変形モードにも関係し、次式で表されることを示した。

$$\sigma_{ij} = f_{ij}^I(\theta) \frac{K_{I,\lambda_1}}{r^{1-\lambda_1}} + f_{ij}^{II}(\theta) \frac{K_{II,\lambda_2}}{r^{1-\lambda_2}} \dots\dots\dots (1)$$

すなわち、接合角部の特異応力場は、モード I に対して $1/r^{1-\lambda_1}$ 、モード II に対して $1/r^{1-\lambda_2}$ の特異性をもつ形で、二つのパラメータ K_{I,λ_1} 、 K_{II,λ_2} により一義的に記述できる。表 1 は、き裂の応力拡大係数と角部の応

力拡大係数の共通点と相違点をまとめたものである。表 1 に示すようにき裂問題と共通する点はあるものの、相違点も多いためその強度評価への適用方法を検討する必要があると思われる。

そこで本研究では、まず最も単純な異材境界角部の問題とみなしうる異材のヤング率が零となる片側に鋭い V 形切欠きをもつアクリルシートの帯板で引張試験を行った。切欠先端における特異応力場の解析結果を利用して切欠きの開き角と荷重条件、および切欠深さをいろいろと変えて異材接合部特異応力場に基づく材料の強度評価法を確立することを目的とした。

Table 1 Comparison between crack and angular corner

		Crack	Angular corner
Similar points	Stress field	Having singularity	Having singularity
	Singularity parameter	K_I, K_{II}	$K_{I,\lambda}, K_{II,\lambda}$
Different points	Order of singularity	$\lambda_1=0.5$ $\lambda_2=0.5$	$\lambda_1=0.5\sim 1.0$ $\lambda_2=0.5\sim 1.0$ Depending on deformation mode and opening angle
	Singular stress field	$\sigma_i = f_i^I(\theta) \frac{K_I}{r} + f_i^{II}(\theta) \frac{K_{II}}{r}$	$\sigma_i = f_i^I(\theta) \frac{K_{I,\lambda}}{r^{1-\lambda_1}} + f_i^{II}(\theta) \frac{K_{II,\lambda}}{r^{1-\lambda_2}}$
	Direction of maximum tangential stress	Independent of r	Dependent of r

* 1995年9月11日 第73期全国大会において講演。原稿受付 1995年6月5日。

*¹ 正員、九州工業大学情報工学部 (〒820 飯塚市大字川津680-4)。

*² 正員、九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

*³ 准員、九州工業大学工学部。

*⁴ 学生員、九州工業大学大学院。

2. 実験材料および方法

供試材は市販のメタクリル樹脂材 [(株)クラレ製, 商品名コモグラス, 板厚 5 mm] である. その機械的性

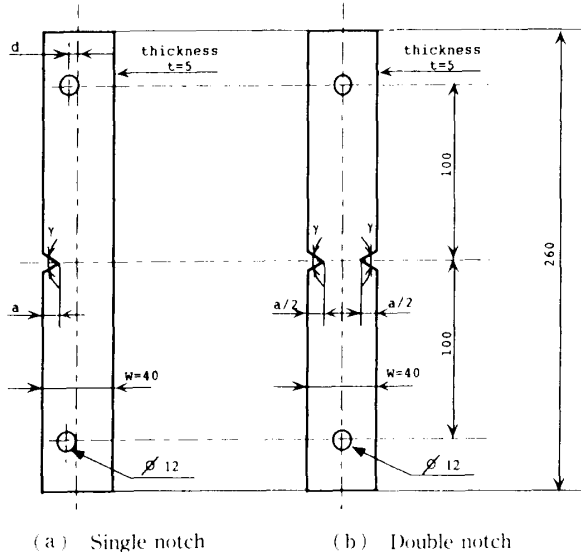


Fig. 1 Geometry of specimens tested

質を表 2 に示す. 素材を図 1 に示す形状の平板試験片に機械加工し, さらに試験片中央部に自作の先端の尖ったバイトを形削り盤に取付けて切欠きを導入した. 図 2 に導入した切欠先端部分の形状の顕微鏡写真を示す. 引張試験には, コンピュータ計測制御式精密万能試験機(島津製作所: AUTOGRAPHAG 10 TC)を使用した. クロスヘッドスピードは 1 mm/min とした.

はじめに, 図 1(a) に示す片側切欠試験片で, 荷重の偏心長さ $d=0$ の場合で, 切欠深さの相対値 a/W (a : 切欠きの長さ, W : 板幅) を 0.1~0.4 と変化させて開き角 $\gamma=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ について実験を行った. また, 図 1(b) の両側切欠試験片を用いて, 開き角 $\gamma=60^\circ, a/W=0.1\sim 0.3$ として同様の実験を行った.

次に, 片側切欠試験片において切欠深さの相対値 $a/W=0.1$, 開き角 $\gamma=60^\circ$ と固定し, 引張位置を偏心させた場合の実験を行った. このとき $d=3, 5, 8$ mm と変化させた.

表 3⁽²⁾⁻⁽⁴⁾ は, 片側切欠きの引張りおよび面内曲げと両側切欠きの引張りにおける応力拡大係数の無次元値の解析結果を表にしたものである.

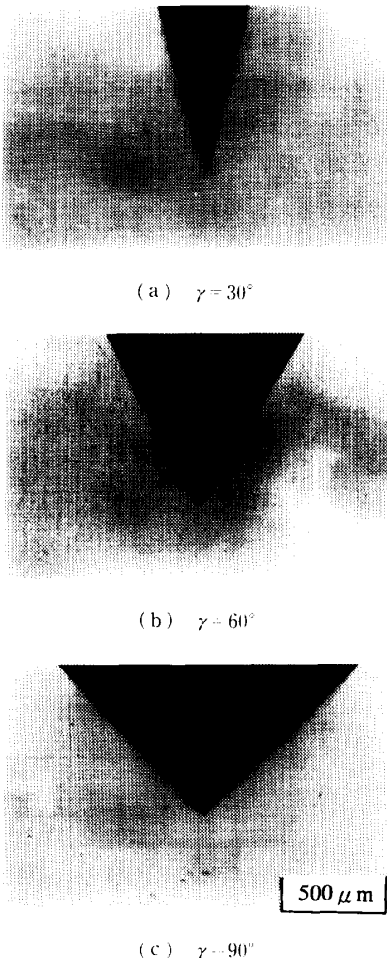


Fig. 2 Detail of V shaped Notch

Table 2 Mechanical properties of material [MPa]

Tensile Strength	72.5
Young modulus	3230
Bending Strength	113

Table 3 Dimensionless SIF $F_{I,\lambda_1} = \frac{K_{I,\lambda_1}}{\sigma_\infty \sqrt{\pi} a^{1-\lambda_1}}$

[Tension: $\sigma_\infty^T = P/tW$, Bending: $\sigma_\infty^B = 6M/tW^2$
 P : External Load, M : External Bending Moment]

	a/w	F_{I,λ_1}		
		Single		Double
		Tension	Bending	Tension
$\gamma=30^\circ$ $\lambda_1=0.501$	0.0	1.148	1.148	1.148
	0.1	1.217	1.070	1.137
	0.2	1.399	1.077	1.159
	0.3	1.698	1.145	1.263
	0.4	2.157	1.283	1.596
$\gamma=60^\circ$ $\lambda_1=0.512$	0.0	1.225	1.225	1.225
	0.1	1.298	1.138	1.213
	0.2	1.492	1.141	1.237
	0.3	1.808	1.210	1.348
	0.4	2.295	1.352	1.703
$\gamma=90^\circ$ $\lambda_1=0.544$	0.0	1.338	1.336	1.336
	0.1	1.417	1.234	1.323
	0.2	1.630	1.233	1.349
	0.3	1.980	1.305	1.470
	0.4	2.523	1.463	1.884

3. 実験結果および考察

2章で述べた導入法を用いて製作した切欠付平板試験片の引張破断試験を行った。あらかじめ測定した試験片の各寸法と破断荷重 P を用いて破断時の K_{Ic,λ_1} を次式を用いて導出した。

$$K_{Ic,\lambda_1} = F_{I,\lambda_1} \sigma_T^{\infty} \sqrt{\pi} a^{1-\lambda_1} + F_{I,\lambda_1} \sigma_B^{\infty} \sqrt{\pi} a^{1-\lambda_1}$$

$$\sigma_T^{\infty} = P/tW$$

$$\sigma_B^{\infty} = 6M/tW^2 = 6Pd/tW^2$$

.....(2)

式(2)の F_{I,λ_1} は表2に与えられる。

表4, 5に試験結果を示す。表5は、開き角 $\gamma = 60^\circ$ 、 $a/W = 0.1$ で引張位置 d を変えた場合の試験結果である。 W と t はそれぞれ試験片幅と厚さを示している。図3は、片側および両側 60° V形切欠きを有する試験片の破壊時の K_{Ic,λ_1} をプロットしたものである。また、図4は、片側 60° V形切欠きを有する試験片で $a/W = 0.1$ に固定した場合の偏心に対する破壊時の K_{Ic,λ_1} をプロットしたものである。図3, 4および表4, 5より切欠きの深さ、偏心の度合いに依存せず、片側、両側の両者でほぼ K_{Ic,λ_1} が一定で破壊が生じていることがわかる。

図5は、開き角 γ を変化させたときの K_{Ic,λ_1} の変化を示す。 γ が大きくなるに従って、特異性の指数 λ_1 が小さくなることに伴って、 K_{Ic,λ_1} は増加している。 $\gamma = 0^\circ$ ではV形切欠きはき裂となるため K_{Ic,λ_1} は通常

Table 4 Results of experiment ($d=0$)

Specimen No	W (mm)	t (mm)	a/w	(MPa)	K_{Ic,λ_1} [$N \cdot mm^{-3/2(1+\lambda_1)}$]
30° (Single notch) d=0 (mm)					
3001	40.0	4.9	0.11	8.30	36.6
3002	40.1	4.9	0.11	8.07	35.8
3003	40.0	4.9	0.30	3.73	38.9
3004	40.1	4.9	0.30	3.64	38.0
60° (Single notch) d=0 (mm)					
6001	40.0	4.9	0.10	8.32	37.8
6002	40.0	4.9	0.10	8.26	37.6
6003	40.0	4.9	0.20	5.61	40.9
6004	39.9	4.9	0.20	5.52	40.5
6005	39.9	4.9	0.30	3.96	42.8
6006	39.9	5.0	0.30	4.12	44.6
6007	40.1	4.9	0.40	2.59	40.7
6008	40.1	4.9	0.40	2.46	38.8
60° (Double notch) d=0 (mm)					
6009	40.0	4.9	0.10	9.37	40.0
6010	40.0	4.9	0.10	8.76	37.3
6011	40.1	4.9	0.20	5.76	34.9
6012	40.1	5.0	0.20	6.63	40.2
6013	40.1	5.0	0.30	4.40	35.4
6014	40.1	5.0	0.30	4.80	38.7
90° (Single notch) d=0 (mm)					
9001	40.2	4.9	0.10	8.88	42.5
9002	40.2	4.9	0.10	9.07	43.4
9003	40.0	4.9	0.31	4.10	45.0
9004	40.0	4.9	0.31	3.71	40.7

Table 5 Results of experiment ($d \neq 0$)

Specimen No	W (mm)	t (mm)	a/w	(MPa)	(MPa)	K_{Ic,λ_1} [$N \cdot mm^{-3/2(1+\lambda_1)}$]
60° (Single notch) d=3 (mm)						
6301	39.9	4.9	0.10	6.48	2.92	41.1
6302	39.9	4.9	0.10	6.29	2.84	39.9
6303	39.2	4.9	0.10	6.48	2.97	41.4
60° (Single notch) d=5 (mm)						
6501	40.0	5.0	0.10	5.50	4.13	41.4
6502	40.0	4.9	0.10	5.50	4.13	41.3
6503	40.0	4.9	0.10	5.68	4.26	42.7
60° (Single notch) d=8 (mm)						
6801	39.9	4.9	0.10	4.77	5.74	44.3
6802	40.0	4.9	0.10	4.52	5.43	42.0
6803	40.0	4.9	0.10	4.61	5.53	42.8
6804	39.9	4.9	0.10	4.14	4.98	38.7
6805	40.0	4.9	0.10	4.22	5.07	39.4
6806	40.0	4.9	0.10	4.27	5.13	39.8

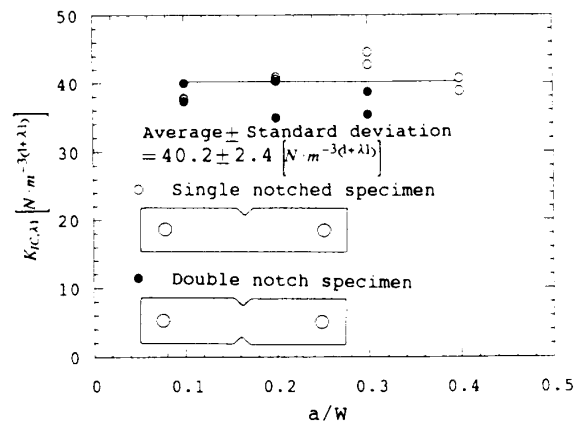


Fig. 3 Results of experiment

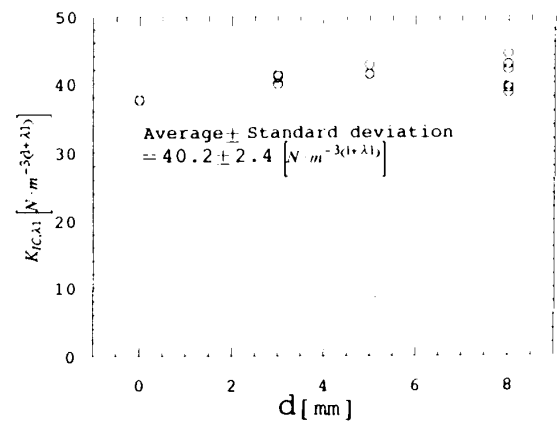


Fig. 4 Results of experiment

の破壊靱性値 K_{IC} に一致するものと考えられる。表 6 は、 $\gamma=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ について得られた $K_{IC,\lambda}$ の平均値と標準偏差をまとめたものである。

図 6~8 は、開き角 γ が変化した場合の破壊条件を検討したものである。すなわち、図 6, 7 は最小断面部での破断時の σ_θ の分布 [体積法による解析結果(表 3)より得られるもの] を示す。また、図 8 は破断時の最小断面部での $r=0\sim r$ 間の σ_θ の平均値 $\bar{\sigma}_\theta$ と r の関係を示す。

Table 6 Results of $K_{IC,\lambda}$
(Average \pm Standard deviation)

γ	$K_{IC,\lambda} [N \cdot m^{-3/2(\lambda+1)}]$
30°	38.0 \pm 1.2
60°	40.2 \pm 2.4
90°	42.9 \pm 1.6

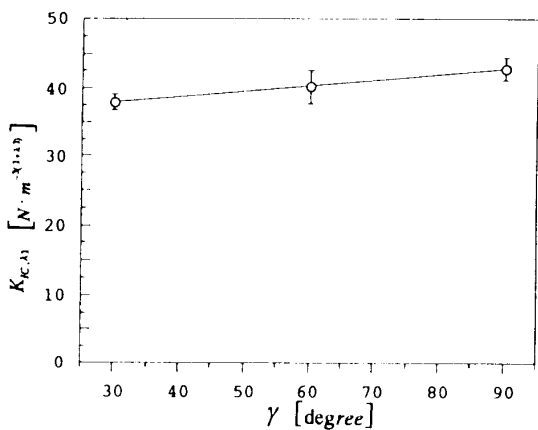


Fig. 5 Results of $K_{IC,\lambda}$
(Average \pm Standard deviation)

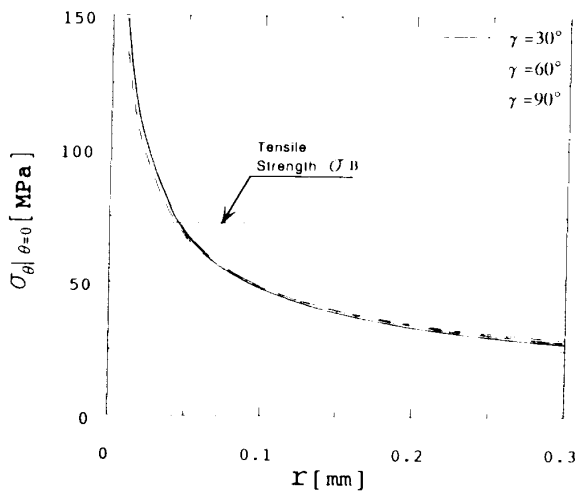


Fig. 6 $\sigma_\theta|_{\theta=0}$ vs r relation

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{\int_0^r \sigma_\theta \cdot dr}{r} \dots\dots\dots (3)$$

図 6~8 の 3 本の曲線は、それぞれ $\gamma=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ のときの応力分布を示している。これらの図より開き角が $\gamma=30^\circ\sim 90^\circ$ と変化しても、荷重軸垂直方向の σ_θ の分布(図 6)は破断時においてほぼ等しくなっていることがわかる。そこで計算の簡単な図 6 の結果を利用して、少ない実験結果から種々の形状の V 形切欠きの破壊条件を推測することが可能であるかを検証する。今ここで最も簡単な破壊のクライテリオンとして式(4)、(5)を考える。

$$\sigma_\theta(\varepsilon) = \sigma_B \dots\dots\dots (4)$$

$$\bar{\sigma}_\theta(\varepsilon') = \sigma_B \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

σ_B : 実験材料の引張強さ (72.57 MPa)

ε : 引張強さ σ_B と荷重軸垂直方向応力 σ_θ の交点
(図 6 の r 座標)

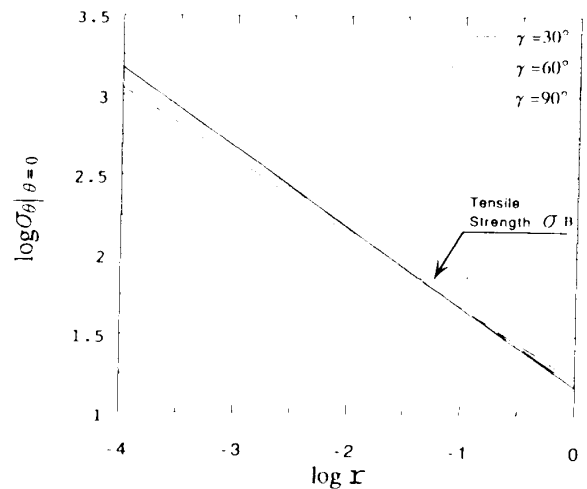


Fig. 7 $\log \sigma_\theta|_{\theta=0}$ vs $\log r$ relation

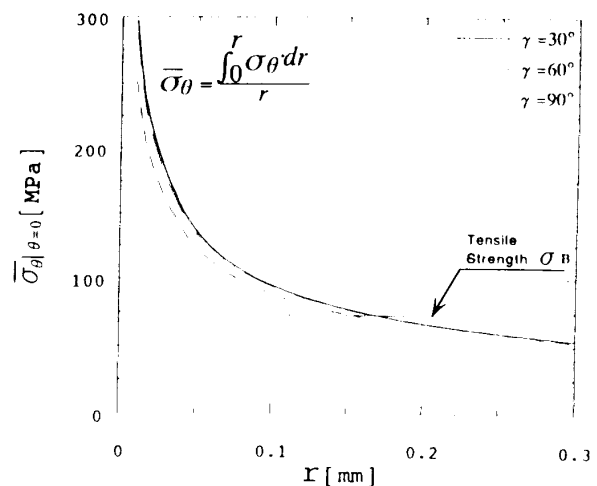


Fig. 8 $\bar{\sigma}_\theta|_{\theta=0}$ vs r relation

ϵ' : 引張強さ σ_B と $r=0 \sim r$ 間の平均値 $\bar{\sigma}_\theta$ の交点(図8の r 座標)

開き角 $\gamma=30^\circ$ の場合の結果から式(4)で $\epsilon=0.0421$ mm を得る(図6より), そして $\sigma_\theta(0.0421 \text{ mm})=72.57$ MPa という条件より $\gamma=60^\circ$ と $\gamma=90^\circ$ の K_{IC,λ_1} を求めると次のようになる,

$\gamma=60^\circ$ の場合 $K_{IC,\lambda_1}=40.06$

実験結果との差 -0.32%

$\gamma=90^\circ$ の場合 $K_{IC,\lambda_1}=43.87$

実験結果との差 $+2.33\%$

すなわち誤差は最大2%程度で $\gamma=30^\circ$ の結果から他の γ の結果を予想することができる。

同様に式(5)のクライテリオンを用いた場合, $\gamma=30^\circ$ の結果から, $\epsilon'=0.168$ mm を得る(図8より), そして $\sigma_\theta(0.168 \text{ mm})=72.57$ MPa という条件から $\gamma=60^\circ$ と $\gamma=90^\circ$ の K_{IC,λ_1} を求めると次のようになる,

$\gamma=60^\circ$ の場合 $K_{IC,\lambda_1}=40.32$

実験結果との差 $+0.32\%$

$\gamma=90^\circ$ の場合 $K_{IC,\lambda_1}=44.88$

実験結果との差 $+4.69\%$

式(4)または式(5)のどちらを用いても誤差数%で他の開き角の結果を予想可能であることがわかる。

4. 結 言

異材接合角部近傍の特異応力場は拡張された応力拡大係数 K_{I,λ_1} , K_{II,λ_2} によって表わされる。しかし、これらを用いた異材接合角部の強度評価法はいまだ確立されていない。そこで本研究では、その最も単純な場合であるV形切欠きをもつメタクリル樹脂板の強度評価法を考察した。試験片として片側および両側に鋭いV形切欠きをもつ帯板試験片を用意し、引張破断試験を行った。得られた結果を要約すると以下のような

る。

(1) 開き角 γ が一定のとき、片側切欠き、両側切欠きの両者について、切欠きの深さおよび引張位置を種々に変化させて引張破断試験を行った。その結果、開き角 $\gamma=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ のそれぞれの場合で K_{IC,λ_1} がほぼ一定で破壊が生じていることがわかった。すなわち角部の応力拡大係数を用いた強度評価法がV形切欠材の脆性破壊の問題に有効であることが確認された。

(2) 同一材料では開き角 γ が増加するにつれて K_{IC,λ_1} はわずかに増加した。これは γ が大きくなると特異性の指数 $1-\lambda_1$ は減少し特異性が小さくなることによると考えられる($r=0^\circ$ では K_{IC,λ_1} は通常の破壊靱性値に相当する)。

(3) 同一材料では開き角 γ を変化させた試験片の破壊条件を検討した。その結果、破断時における荷重軸垂直方向の σ_θ の応力分布はほぼ一定になった。したがって、適当なクライテリオン[式(4), (5)]を用いれば、一つの開き角 γ で実験を行うことにより、他の γ での結果を予想することが可能である。

なお本研究の一部を手伝っていただいた卒論学生の日力義則氏、尾里直繁氏、椿 浩忠氏に深謝する。

文 献

- (1) 陳玳珩・西谷弘信, 介在物の角部における特異応力場の数値解析, 機論, 57-542, A (1991), 226-230.
- (2) 陳玳珩・西谷弘信, 引張りまたは面内曲げを受ける片側V形切欠き入り帯板の応力拡大係数 K_{I,λ_1} と K_{II,λ_2} , 機論, 59-560, A (1993), 187-192.
- (3) 陳玳珩・西谷弘信, V形切欠き先端における K_{I,λ_1} と K_{II,λ_2} に関する評価, 機講論, No. 920-78, B (1991-9), 283-285.
- (4) 陳玳珩・西谷弘信, 半無限板のV形切欠き先端における特異応力場, 機論, 57-538, A (1991), 128-133.