

RAMON LLULL: RELACIÓ, ACCIÓ, COMBINATÒRIA I LòGICA MODERNA¹

Si la importància i novetat de l'ontologia dinàmica lul·liana ha estat plenament reconeguda i estudiada,² no crec que es pot dir tant de les seves doctrines relacionals.³ Em sembla, però, que les dues són interconnectades, i que la segona proporciona el fonament i *la raison d'être* d'un tercer aspecte que moderna-ment ha estat tractat com a més important per a la història del lul·lisme que per al mateix pensament del beat, que és l'*Ars combinatoria*.⁴ Així estudiaré més detingudament el caire relacional del seu pensament, repassaré més ràpidament l'aspecte dinàmic més conegut, i llavors intentaré mostrar la interconnexió entre tots dos, i com l'*Ars combinatoria* és el resultat natural de l'aspecte relacional. Espero fer veure, així, per què crec que és un error separar mètode i contingut com tantes vegades s'ha fet amb el pensament de Ramon Llull. Finalment voldria mostrar com els plantejaments relacionals i combinatoris del beat han estat a la base de la seva projecció històrica i del seu paper com a precursor de certs caires de la lògica moderna.

¹ Aquest treball, versió ampliada i modificada del discurs de Doctor Honoris Causa de la Universitat de Barcelona, té el seu origen en suggeriments conceptuals i bibliogràfics fets pel matemàtic David Rosenblatt. Ell mateix, com també Josep Maria Ruiz Simon, Josep Miró i Jordi Gayà, han llegit una primera versió d'aquest escrit, sobre la qual han fet observacions i correccions que m'han ajudat a aclarir-ne molts aspectes.

² Vegeu les nn. 17 i 18 i més avall.

³ Les excepcions es troben a l'obra d'Erhard-Wolfram Platzeck, *Raimund Lull, sein Leben, seine Werke, die Grundlagen seines Denkens (Prinzipienlehre)*, «Bibliotheca Franciscana» 5-6 (Roma i Düsseldorf, 1962-4), Tom I, pp. 200-211; i a un article seu, «Raimund Lulls allgemeiner Relationsbegriff unter besonderer Berücksichtigung der aristotelischen Auffassung», *Miscellanea Mediaevalia* 2 (Berlin, 1963), pp. 572-581. També es podria citar la tesi encara sense publicar de Boris Helmdach, *Das Relationale im Denken Ramon Lulls*, amb moltes observacions interessants sobre el tema.

⁴ Gairebé l'únic estudi modern sobre aquest tema és: Ana H. Maróstica, «"Ars combinatoria" and Time: Llull, Leibniz and Peirce», *SL* 32 (1992), pp. 105-134.

1. RELACIÓ A L'ETAPA QUATERNÀRIA

En un comentari a la primera formulació de l'Art, la *Lectura compendiosa super Artem inveniendi veritatem*, entre les figures que Ramon Llull acaba de presentar per primera vegada, en distingeix dues espècies: les pacients i les agents.⁵ Les pacients són les figures:

A (dels setze atributs, virtuts o dignitats de Déu)

V (de les virtuts i els vicis morals)

X (de dues sèries de vuit conceptes oposats com predestinació/lliure arbitri, perfecció/defecte, mèrit/culpa)

Y (veritat) i Z (falsedat).

Les agents només són dues, S i T, de les quals, a la primera, la Figura S, Llull pren les tres potències de l'ànima racional, memòria, enteniment i voluntat, i formula diverses combinacions dels seus actes positius o negatius, com es pot veure al requadre següent:

	E	I	N	R
l'acte de	B C D	F G H	K L M	O P Q
	D	H	M	Q
voluntat	amant	desamant	am. o desam.	D H M
	C	G	L	P
enteniment	entenent	entenent	ignorant	C G L
	B	F	K	O
memòria	membrant	membrant	oblidant	B F K

La segona figura agent, la Figura T, presenta cinc tríades de conceptes:

Déu - creatura - operació

diferència - concordança - contrarietat

començament - mitjà - fi

majoritat - igualtat - minoritat

afirmació - dubitació - negació.

⁵ *MOG* I, vii, 41 (473). Vegeu Josep M. Ruiz Simon, «"Quomodo est haec ars inventiva?" (l'Art de Llull i la dialèctica escolàstica)», *SL* 33 (1993), p. 80.

Com es pot veure, són conceptes –menys la primera i la darrera tríade, que efectivament aviat desapareixaran de l'Art– pensats per establir la naturalesa de les relacions entre altres conceptes, sobretot entre components de les figures «pacients».

A més a més, a l'*Ars compendiosa inveniendi veritatem* Llull ens explica que les Figures S i T són «comunes» en l'Art, pel fet que una no pot funcionar sense l'altra.⁶ I a l'*Ars demonstrativa* ens diu, «On, enaixí com l'artífex obra ab sos estruments la forma artificial, enaixí la S fa ço que fa en esta Art ab la T, metent-la en ses potències objectivament e metent-la en les cambres de les figures segons que hi pot caber.»⁷

Sense entrar en més detalls del funcionament d'aquestes primeres versions de l'Art, crec que deu ser clar com les seves dues figures «agents» són relacionals *ad intra* i *ad extra*. *Ad intra* perquè la primera funciona per combinacions dels actes de les potències de l'ànima i la segona per les relacions entre els components de cada tríade de conceptes, i perquè les dues funcionen combinatorialment una a través de l'altra. *Ad extra* perquè són els «estruments» que empra «l'artífex» de l'Art per comparar i relacionar els components de les figures «pacients», «metent-les en les cambres» com diu el beat. Cal insistir que aquest joc comparatiu i relacional entre les Figures S i T d'una banda i A, V, X, Y i Z d'una altra, no és simplement un aspecte entre altres del funcionament de l'Art a l'etapa quaternària; és *la manera principal* d'aquest funcionament. En un moment veurem com Llull l'empra per muntar una prova.

L'altra manera com funcionen les primeres versions de l'Art té a veure amb una figura de l'etapa quaternària que encara no hem citat –la figura elemental. En ella el beat presenta quatre quadrats de setze cambres cada u, que mostren les diverses combinacions possibles dels diferents graus dels quatre elements medievals de foc, aire, aigua i terra quan entren en composició uns amb altres. Aquesta nova xarxa de relacions té un interès evident com a base científica dels seus escrits mèdics, però per a Llull aquest aspecte era secundari. Més important era el seu paper com a metàfora, o com diu a l'*Art demonstrativa*, «Esta figura elemental és molt necessària a saber en esta Art, cor per ella ha hom endreçament a haver coneixença de les altres figures; cor en les obres naturals són significades les obres intrínseques e extrínseques de A S V, metent T per la elemental figura e per A S V ab X Y; e per açò són dades en esta Art semblances, exemplis

⁶ *MOG* I, vii, 3 (435).

⁷ *OS* I, 298.

e metàfores en diverses maneres per la elemental figura.»⁸ En els *Començaments de medicina* ens explica com un problema aritmètic, metafòricament ens pot significar la solució d'un problema en medicina, el qual problema mèdic ens n'aclareix un de dret, i el de dret ens n'aclareix un altre de ciència natural.⁹ I la desena distinció, que culmina l'obra, s'intitula precisament «De metàfora». Per tant aquí tenim un engranatge particularment complicat de relacions *ad intra* i *ad extra*. *Ad intra* per la xarxa de relacions dintre la figura elemental mateixa; *ad extra* per les relacions analògiques que Llull estableix entre aquestes relacions elementals i les d'altres figures.¹⁰

Pel que fa a «semblances, exemples e metàfores» no cal dir que són els fonaments de les seves grans obres literàries de la mateixa etapa. Al *Llibre de meravelles*, per exemple, ens explica, a través d'ells, tot el món diví i creat. Potser, però, que la mostra més exquisita d'aquest ús és «la transmutació de la ciència en literatura», com diu Robert Pring-Mill, als «recontaments» de l'«Arbre exemplifical» de l'*Arbre de ciència*.¹¹ Ara bé, Aristòtil mateix reconeix que una *consideratio similitudinis*, més que una semblança entre dues coses, compara dues relacions de camps distints: tal com A és a B, així C és a D.¹² Així de fet estableix una relació entre dues relacions.

2. RELACIÓ I ACCIÓ A L'ETAPA TERNÀRIA

Aquesta nova etapa presenta grans canvis en el sistema lul·lià. Pel que fa a les xarxes relacionals del sistema, es simplifiquen i es compliquen a la vegada. Es simplifiquen en primer lloc en una reducció dràstica del nombre de figures. Si abans podien variar entre dotze i setze, d'ara endavant només n'hi haurà quatre (reproduïdes al final d'aquest article). La primera i segona d'elles seran les

⁸ OS I, 303. A la *Lectura compendiosa super Artem inveniendi veritatem* —MOG I, vii, 42 (474)— diu: «Figura elementalis significat in hac Arte operationem ipsorum A T V X Y Z: quia, sicut elementa operantur naturaliter, ita S per simile in illis accipit demonstrationem in figuris istius Artis, loquendo metaphorice...»

⁹ OS II, 418-9.

¹⁰ Tot això és el que Frances Yates va anomenar l'«exemplarisme elemental» del beat; vegeu *Assaigs sobre Ramon Llull* (Barcelona: Empúries, 1985), pp. 84-90.

¹¹ Vegeu l'estudi seu publicat a *Actes del Tercer Col·loqui Internacional de Llengua i Literatura Catalanes* (Oxford: Dolphin, 1976), pp. 311-323, reimprès a *Estudis sobre Ramon Llull*, ed. Lola Badia, Albert Soler, "Textos i Estudis de Cultura Catalana" 22 (Barcelona: Curial - Montserrat, 1991), pp. 307-317. Vegeu també Lluís Cabré, Marcel Ortín, i Josep Pujol, "«Conèixer e haver moralitats bones». L'ús de la literatura en l'«Arbre exemplifical» de Ramon Llull", EL 28 (1988), pp. 139-167.

¹² *Tòpics*, I 17, 108a7, citat per Ruiz Simon (vegeu n. 5 més amunt), p. 90.

antigues Figures A i T, reduïdes a nou components cada una (eliminant les darreres set dignitats de la primera, i la primera i darrera tríade de la segona). I aquests divuit components plegats consituïran els «començaments» (*principia* en llatí) de l'Art.¹³ Aquí cal fer un parell d'incisos. A partir d'ara la Figura A deixa de ser la figura de Déu, i els seus components deixen de ser dignitats divines per passar a formar part dels «començaments» generals de l'Art. Però quan aquests «començaments» s'apliquen a Déu, llavors sí que se segueixen anomenant «dignitats». A més a més, com a tals són convertibles les unes amb les altres, és a dir que la bonesa divina és gran, i la grandesa divina és bona, etc. El fet que allò no té lloc en el món creat, permet que Llull pugui fer d'aquesta convertibilitat de les dignitats una de les definicions de Déu.¹⁴

Les altres dues figures de l'etapa ternària són purament relacionals i referides a les dues primeres, els divuit «començaments», dels quals la tercera investiga totes les combinacions binàries possibles, i la quarta totes les ternàries possibles. Així que aquestes no introdueixen cap component nou, i per tant d'ara endavant els divuit principis de les primeres dues figures constitueixen *tot* el fonament de l'Art.¹⁵

També se simplifiquen perquè quatre dels ingredients que hem estudiat fins ara perden el seu paper central: la Figura S, la Figura elemental, les «semblances, exemplis e metàfores» basades en ella, i la projecció de l'ideari del beat en grans obres literàries basades en aquestes «semblances, exemplis e metàfores». La Figura S perquè, com veurem en un moment, Llull ha pogut incorporar l'operació de les tres potències de l'ànima en un esquema nou de l'home que l'interrelaciona directament amb tota la resta del món creat. La figura elemental perquè ha pogut reestructurar tot el mateix món creat sobre la base dels ja citats «començaments». Prescindeix de «semblances, exemplis e metàfores», perquè ha sabut reestructurar l'Art d'una manera tan similar a l'estructura de la realitat que ja no necessita l'analogia com a arma fonamental.¹⁶

¹³ Vegeu com, per exemple, formen les arrels de l'arbre elemental de l'*Arbre de ciència*, i per tant constitueixen els fonaments no tan sols de l'Art sinó de tota la realitat lul·liana.

¹⁴ Vegeu, per exemple, la qüestió I, 2 de l'*Ars brevis* a OS I, 583, o a ROL XII, 238.

¹⁵ Els altres components que s'hi afegeixen, com qüestions i regles, subjectes (*una escala naturae*), virtuts i vicis, són eines investigatives o camps al qual l'Art s'aplica, no fonaments.

¹⁶ Això no vol dir que mai no torna a emprar la figura elemental ni l'analogia. De fet a l'etapa ternària escriu dues obres mèdiques importants, *De levitate et ponderositate elementorum* de 1294, i el *Liber de regionibus sanitatis et infirmitatis* de 1303, i ens dóna mostra finíssima de l'analogia a «l'Arbre exemplifical» que acabam de citar. Però, això sí, deixen de ser components i tècniques bàsics del seu sistema. Per a les novetats de l'etapa ternària, vegeu Josep M. Ruiz Simon, "De la naturalesa com a mescla a l'art de mesclar (sobre la fonamentació cosmològica de les arts lul·lianes)", *Randa* 19 (Barcelona, 1986), pp. 69-99, i sobretot les pp. 88 i ss.

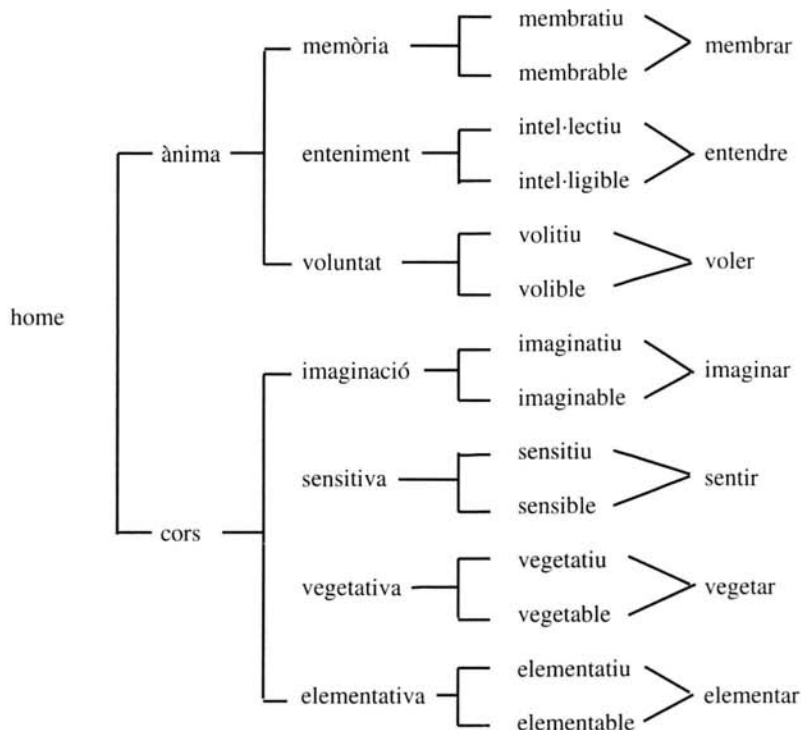
Les complicacions noves vénen d'un altre costat, d'una generalització i estructuració d'un concepte que al principi de la seva carrera Lull va formular des de dos extrems de l'univers: al cim com la necessària activitat de les dignitats divines (la bonesa divina que produeix bé), i al nivell més baix, com l'acció de les qualitats elementals (la calor del foc que encalenteix, etc.). Al final de l'etapa anterior comença a estendre aqueixa naturalesa dinàmica a tota la resta de l'univers, al mateix temps que l'articula en una relació triàdica a l'interior de cada cosa (com per exemple de *bonesa*), amb un component actiu (*bonificatiu*), un de passiu (*bonificable*), i un de connexió entre tots dos (*bonificar*), que és l'acció mateixa.¹⁷ El resultat és que tot ésser descansa sobre un dinamisme ontològic, que contrasta marcadament amb la quietud essencial de l'ésser normalment proposada per la metafísica.¹⁸ També fa que pugui identificar aquests tres components de cada dignitat amb el Pare, Fill i Esperit Sant, respectivament, i el seu desplegament en les criatures amb la imatge del Creador en la creació.

A fi de veure com allò funciona, podríem prendre l'exemple de l'home, que a l'etapa ternària s'estructura de la següent manera:¹⁹

¹⁷ El treball fonamental sobre el tema és Jordi Gayà, *La teoria luliana de los correlativos. Historia de su formación conceptual* (Palma, 1979).

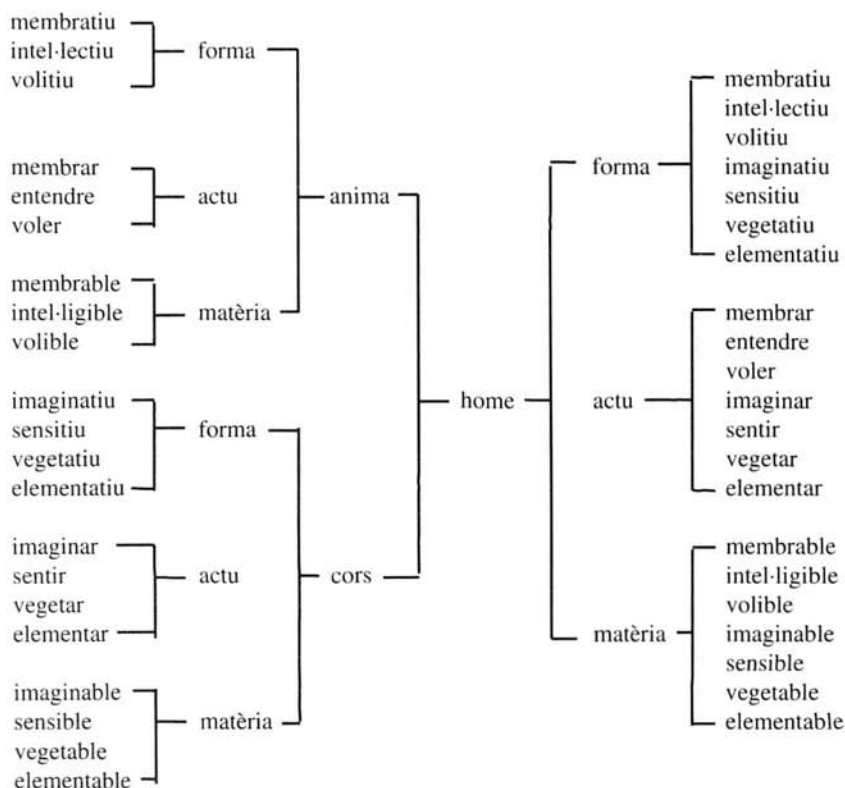
¹⁸ A més del llibre citat a la nota anterior, vegeu Robert D.F. Pring-Mill, *El microcosmos lul-lià* (Palma, 1961; reimpr. als seus *Estudis sobre Ramon Llull*, ed. Lola Badia i Albert Soler, «Textos i Estudis de Cultura Catalana» 22 (Barcelona: Curial - Montserrat, 1991), pp. 31-112); Louis Sala-Molins, *La philosophie de l'amour chez Raymond Lulle* (París - l'Haia: Mouton, 1974); Charles Lohr, «Les fondements de la logique nouvelle de Raymond Lulle», *Raymond Lulle et le Pays d'Oc*, «Cahiers de Fanjeaux» 22 (Tolosa: Privat, 1987), pp. 233-248. Vegeu també les precisions importants de Vittorio Hösle en la seva introducció a *Raimundus Lullus. Die neue Logik - Logica nova*, ed. Charles Lohr, «Philosophische Bibliothek» 379 (Hamburg: Felix Meiner Verlag, 1985), pp. xlvii-l.

¹⁹ Figura presa del treball de Pring-Mill citat a la nota anterior: es troba a la p. 161 a l'edició original, i a la p. 106 de la reimpressió.



Però aquests components es poden relacionar d'una altra manera, agrupant tres *-tívum* en una forma de l'ànima i quatre en una forma del cos, o tots set en una forma de l'home, i fent el mateix amb els *-bile* per a la matèria, i els *-are* per als actes, com en l'esquema següent:²⁰

²⁰ Presa de la mateixa font, pp. 167 i 109 respectivament. Per a la versió de le Myésier d'aquest desplegament, vegeu la nova edició del *Breviculum a ROL, Supplementum Lullianum*, Tom I, pp. 84-5, com també a J.N. Hillgarth, *Ramon Lull and Lullism in Fourteenth-Century France* (Oxford, 1971), p. 425. Aquesta figura de le Myésier es una esquematització de l'explicació de l'estructura correlativa de l'home que es troba al *Liber correlativorum innatorum*, *ROL VI*, 147-8. Vegeu l'esquema corresponent entre les pàgines 198 i 199 del llibre Gayà citat a la n. 17 més amunt. Vegeu també Robert D.F. Pring-Mill, «The Trinitarian World Picture of Ramon Lull», *Romanistisches Jahrbuch 7* (Hamburg, 1955-6), pp. 252-5, reimpr. als seus *Estudis sobre Ramon Lull* (vegeu la n. 18 més amunt), pp. 186-9.



Aquesta doctrina de les essències dinàmiques duu Ramon Llull cap a una innovació que xoca frontalment amb els hàbits filosòfics occidentals heretats d'Aristòtil, hàbits sintetitzables en una visió taxonòmica del món, segons la qual les coses es defineixen per gènere i diferència. D'aquí la definició tradicional de l'home com a animal racional. Però a Ramon Llull no li interessa gaire aquesta visió del món que procedeix per inclusió o inherència (els individus com a elements d'espècies, i les espècies com a subconjunts dels gèneres), i que produeix les bifurcacions classificatòries de l'arbre de Porfiri, com una mena de clau botànica.²¹ S'estima més treballar amb la seva visió dinàmica de l'ésser, per

²¹ Seria interessant comparar l'ús que es fa de l'arbre de Porfiri als tractats clàssics com Petrus Hispanus (ed. de Rijk, Assen, 1972, p. 20) i William of Sherwood (ed. Lohr, *Traditio* 39, 1983, p. 239), on es troba al segon capítol *De predicabilibus* després dels apartats de gènere i espècie, a fi de mostrar com funcionen tals mecanismes classificatoris, i l'ús que fa Ramon Llull a la *Logica nova*, on encapçala tota l'obra i s'empra principalment per discuir sobre «ens» i «substància» i per presentar les deu qüestions o regles.

brindar-nos una definició que a primera vista sembla absurdament tautològica. Ens diu que «hom és animal homificant»!²² Era conscient de l'efecte que produïen definicions d'aquesta natura, i es va queixar, en un rampell d'amargor infreqüent en ell, de la gent que, «amb dents de cans i llengua de serp, desprecien i calumnien ... [aquestes] definicions».²³ Però ¿què pretenia en presentar una cosa tan òbviament estranya i agosarada? Doncs pretenia treure totes les conclusions implícites en el seu dinamisme ontològic. Primer, deia directament que l'essència de l'home és la seva activitat com a tal; a l'*Arbre de ciència*, per exemple, parla de «la relació d'homenificatiu, homenificable, homenificar».²⁴ Però més que res, aquesta definició seva implicava les xarxes de relacions esquematitzades en les dues figures anteriors. Finalment implicava la constitució en l'home d'una estructura trinitària, reflex de la Trinitat divina. Així, parlar de l'home com a cosa que «homifica» implicava molt més sobre l'ésser de l'home del que no semblaria a primera vista.²⁵

Però aquesta doctrina definicional del beat no sempre té a veure exclusivament amb relacions dinàmiques *ad intra*, sinó sovint implica relacions combinatòries amb altres entitats. Si la definició del primer principi de l'Art només fa referència al seu propi dinamisme —«Bonesa és ens per raó del qual bo fa bé»—, les dels principis següents ja són plenament combinatòries —«Granesa és aquella cosa per raó de la qual bonesa e duració e les altres són grans», «Eternitat o duració és propietat per raó de la qual bonesa e les altres duren»,... «Diferència és aquella cosa per raó de la qual bonesa e les altres són raons inconfuses o clares», etc.²⁶ Aquestes definicions mostren clarament que tenim a veure amb una ontologia no tan sols dinàmica, sinó basada en xarxes de relacions. És per això que un col·lega ha pogut dir que en l'ontologia lul·liana «non seulement l'être et l'action, mais aussi l'être et la relation sont identiques».²⁷

Si el món, segons Llull, és fonamentalment relacional, la manera millor d'estudiar-la es d'investigar com s'entrellacen els seus components bàsics, i d'aquí ve la centralitat de l'*ars combinatoria*. Trobam exemples simplificats dels

²² OS I, 566, *Ars brevis*, ROL XII, 226, i *Logica nova* en l'edició citada a la n. 18, més amunt, pp. 22-24, on també ens brinda altres definicions, com ara *Deus est ens deitans...*, *ignis est igniens*, *leo leonans*, *planta plantificans*, *faber homo fabricans*.

²³ *Ars generalis ultima*, ROL XIV, p. 25.

²⁴ OE I, 628.

²⁵ Per a les definicions lul·lianes, vegeu Pring-Mill, «The Trinitarian World Picture» citat a la n. 20 més amunt, pp. 247-8 de l'edició original i 181-2 de la reimpressió, i el llibre de Gayà citat a la n. 17 més amunt, pp. 191 i 218.

²⁶ *Ars brevis*, OS I, 548-9, i ROL XII, 212-3.

²⁷ Charles Lohr, «Les fondements...» (vegeu la n. 18 més amunt); la cita és a la p. 239. Vegeu la discussió d'aquestes identitats a la introducció de Vittorio Hösle a l'edició de la *Logica nova* també citada a la n. 18 més amunt, pp. xlviii-l.

seus mètodes combinatoris a les proves apologetiques del *Llibre del gentil* a partir de les «flors» de l'arbre que contenen combinacions binàries de les dignitats divines, les virtuts creades i els vicis, combinacions sobre les quals elabora els seus arguments. En la seves obres homilètiques tardanes empra combinacions similars a fi de «mostrar ciència al poble».²⁸ Aquestes proves relacionals es desenrotllen plenament en obres de l'Art, com la de l'*Art demostrativa* que estudiarem en un moment, i finalment a partir del perfeccionament del mecanisme combinatori en la Taula de l'Art.²⁹

És curiós comprovar com aquesta dèria combinatoria invaeix fins i tot les seves obres místiques, com és el cas amb l'*Art amativa*, l'*Arbre de filosofia d'amor* i les *Flors d'amors e flors d'intel·ligència*.³⁰ En certa manera ho explica a l'*Art de contemplació*, que segueix el *Llibre d'amic e amat a Blaqueria*, on proposa una contemplació que combina les dignitats a través de la Figura S, quan fa dir al protagonista «¡O, subirà bé, qui est gran infinidament en eternitat, poder, saviea, amor, virtut, veritat, glòria, perfecció, justícia, larguea, misericòrdia, humilitat, senyoria, pasciència! Ador-te remembrant, entenent, amant, parlant en tu e en totes les virtuts demunt dites, les quals són ab tu e tu ab elles una cosa, una essència mateixa, sens nulla diferència.»³¹ El capítol següent, purament combinatori, té per títol: «En qual manera Blanqueria contemplava de .iii. en .iii. les vertuts de Déu».³²

El paper de les relacions/combinacions és igualment revelador en les proves apologetiques del beat, cosa que queda palesa si en comparem una amb una de Sant Tomàs. Aquest, a la *Summa contra gentiles*,³³ prova l'existència de Déu, amb arguments trets directament de la *Física* d'Aristòtil (obra que cita diverses vegades en el curs d'aquella prova), sobre la necessitat d'un *primum mobile* darrera tot el moviment de l'univers, i usant arguments causals segons el model dels *Analítics posteriors*. Així que, tant pel fons com pel tipus d'argument, la seva prova és totalment aristotèlica. En canvi, com podem veure a la Fig. 5 al final d'aquest article,³⁴ la prova de l'existència de Déu a l'*Art demostrativa* de Ramon Llull comença amb cinc compartiments o «cambres», cada una de les quals conté dos conceptes de l'Art, i es desenrotlla comparant successivament una cambra o concepte amb un altre. Aquest procediment és analitzat a la

²⁸ Vegeu el que en diu Fernando Domínguez a *ROL* XV, pp. xlii i ss.

²⁹ Per les diverses versions de la Taula, vegeu *OS* I, 555, n. 1.

³⁰ Pel que fa a l'*Art amativa*, l'edició de *MOG* VI exhibeix els mecanismes combinatoris millor que la d'*ORL* XVII. Pel que fa a les *Flors d'amors e flors d'intel·ligència*, vegeu-ne l'edició a *OS* II.

³¹ *ENC* A-74, p.100.

³² *Ibid.* p.106.

³³ *Llibre* I, cap. 13.

³⁴ Presa d'*OS* I, 400.

següent Fig. 6,³⁵ on hom pot veure que comença amb la suposició que Déu és, que encaixa amb els pressupòsits de l'Art. Una segona (i, més avall, una tercera) suposició de la no existència de Déu, ens duu cap a una impossibilitat, la qual refuta aquesta suposició negativa, i per tant prova la positiva, és a dir que Déu existeix. Els arguments de tipus o contingut aristotèlic han estat reemplaçats per una xarxa de relacions, relacions en aquest cas concordants o contràries, entre un grup reduït de conceptes generals de l'Art lul·liana.³⁶

Potser la formulació teòrica més completa dels seus mètodes de demostració es troba a l'*Ars inventiva veritatis*,³⁷ on explica que, «Demonstrationum autem alia est similitudinaria, alia propria: similitudinaria est illa quae per exempla similia vel per metaphoras habetur.» Vegeu com fa entrar explícitament aquí el ja citat mecanisme analògic de l'Art,³⁸ les conegudes «metàfores» de les obres mèdiques,³⁹ i fins i tot el món exemplar de les seves obres literàries. Precisa que aquesta mena de demostració «similitudinaria» té «duae species, quarum prima est similitudo seu metaphora ad propositum,... alia vero species metaphoricæ demonstrationis est similitudo in contrarium,» és a dir, un que ens explica com una cosa funciona, i l'altre com el contrari *no* funciona.⁴⁰ Acaba amb una precisió important: «Et sciendum est quod metaphoræ no inferunt necessitatem, sed convenientiam, et si inferant necessitatem, transeunt in propriam demonstrationem ad speciem æquiparantiae, de qua inferius dicitur.»

De la «demonstratio propria» ens diu que es divideix en tres espècies: *propter quid*, que per mitjà de la causa prova l'efecte; *quia*, que per mitjà de l'efecte prova la causa; i la ja citada demostració *per æquiparantiam*, que opera comparant «eguals raons e actus».⁴¹ Segueix explicant que només aquesta darrera es pot emprar amb Déu, mentre que la primera és vàlida «de Deo ad creaturam» i la segona «de creatura ad Deum»; totes tres, emperò es poden emprar en el món

³⁵ Presa d'OS I, 521. En la segona part de la prova, E I N R són els components de la Fig. S, la Fig. V es descompon en les virtuts (V blava, abreviada Vb) i els vicis (V roja o Vr), i Y i Z són veritat i falsetat respectivament.

³⁶ No és que Llull mai no empri arguments causals aristotèlics, sinó que, com veurem en un moment, només en fa un ús restringit i secundari. Pel que fa a la forma de l'argument, mitjançant suposicions i conseqüències, Ruiz Simon ha mostrat en una carta similituds notables entre els mètodes de Sant Tomàs i de Llull.

³⁷ Tertia distinctio, Septima regula, quae est de demonstratione, *MOG* V, 45-47.

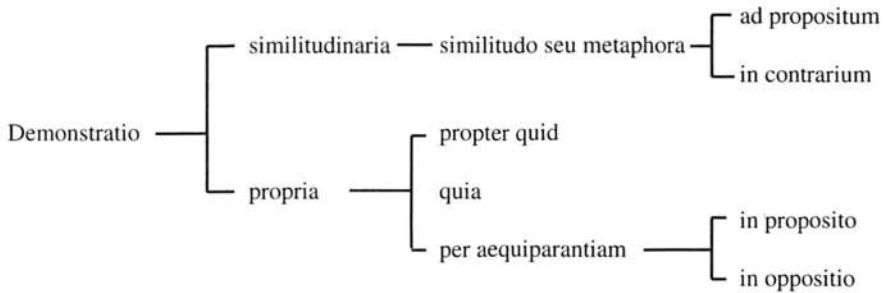
³⁸ Vegeu principalment Robert D.F. Pring-Mill, «The Analogical Structure of the Lullian Art», *Islamic Philosophy and the Classical Tradition. Essays presented to Richard Walzer on his seventieth birthday* (Oxford & Columbia, S. Carolina, 1972, pp. 315-326, reimpr. als seus *Estudis sobre Ramon Llull* (vegeu la n. 18 més amunt), pp. 241-252.

³⁹ Vegeu OS II, 400; i Robert D.F. Pring-Mill, «Las relaciones entre el "Ars inveniendi veritatem" y los cuatro "Libri principiorum"», *EL* 17 (1973), 42, reimpr. als citats *Estudis sobre Ramon Llull*, p. 275.

⁴⁰ Dóna exemples precisament de la teoria elemental, tan important, com ja hem vist, per als arguments analògics del beat.

⁴¹ *Proverbis de Ramon*, *ORL* XIV, 146.

creat. Finalment, en un clar reflexe de l'anterior *demonstratio similitudinaria*, divideix la demostració *per aequiparantiam* en dues espècies: una, «in proposito» que emprava una cosa positiva per prova una altra de positiva, i una «in opposito» on, com anteriorment, la refutació d'un contari negatiu prova el positiu (és a dir, una demostració *per impossibile*). Tot això potser es veurà millor en l'esquema següent:



Aquesta presentació mereix un parell de comentaris. El primer és que tant la *demonstratio similitudinaria* i la *per aequiparantiam* són proves relacionals, en el sentit que impliquen l'establiment de comparacions entre coses equiparables, en contrast amb proves basades en causa o efecte. I és aquest càlcul amb comparacions positives o negatives que ens proporciona els arguments d'aquestes demostracions.

El segon comentari és com Llull així evita possibles acusacions de racionalisme, delimitant clarament a quins camps es poden aplicar quines menes de prova, deixant-se la possibilitat d'emprar-les per causa o efecte, però només en els camps en què convenien.⁴² Pel que fa a la demostració analògica, cal precisar que fins i tot per Sant Tomàs era permesa en qüestions de la fe, però com indica el mateix Llull, no produïa una prova necessària, sinó només de conveniència, i així era més una persuasió que una demostració. Per a una demostració en regla en qüestions de fe, l'únic punt de partida possible era un de doble a l'interior de la fe mateixa: les dignitats divines com a fonaments; i els Articles

⁴² Un text recentment tret a la llum per Albert Soler a l'article «“Vadunt plus inter sarracenos et tartaros”: Ramon Llull i Venècia», *Intel·lectuals i escriptors a la baixa Edat Mitjana*, ed. Lola Badia, Albert Soler (Barcelona: Curial/Montserrat, 1994), p. 50, i la importància del qual ha estat recalcat per Ruiz Simon a l'article ja citat (vegeu n. 5 més amunt), p. 97, n. 58, Llull es queixa de l'escàndol produït pel títol *Ars demonstrativa* per gent que pensava que volia provar coses com els articles de la fe per mitjà d'una demostració *propter quid* o *quia*.

de la Fe com a hipòtesis o «suposicions»,⁴³ de les quals es pot derivar un joc de comparacions que, en el cas positiu, proven l'article, o en l'altre cas, demostren com la negació de l'Article ens duu cap a una impossibilitat. Així que –cosa que és de capital importància per a Ramon Llull– aquest sistema no oposa fe i raó, sinó que fa operar la raó, com ja hem dit, dintre la fe mateixa.⁴⁴

Ara que hem vist tants exemples de relacions als escrits del mallorquí, potser caldria demanar com ell mateix les defineix. A la *Lògica nova*, a la qüestió «Relació, què és?» el beat contesta, «Relació és forma demostrativa, demostrans pluralitat necessària, axí con pluralitat que és entre pare e fill, antecedent e conseqüent.»⁴⁵ A la qüestió «Relació, quanta és?» afegeix: «Relació és quanta en dues maneres: per dualitat e per ternalitat. Per dualitat axí con pare e fill, acció e passió, abstrat e concret, e axí dels altres. Ternals axí con entellectiu entelligible e entendre, possificatiu possificable e possificar, calefactiu calefactible e escalfar.»⁴⁶ Més endavant veurem la significació per a la història de la lògica d'aquesta formulació de relacions binàries i ternàries, però ara en volia assenyalar que, malgrat que dóna els correlatius com a únics exemples d'una relació triàdica, en altres escrits en dóna molts altres. De fet, aprofita aquests mecanismes relacionals per discutir conceptes en grups de dos o tres, com fa amb les Cent Formes a l'*Arbre de ciència*,⁴⁷ i sobretot als *Principia philosophiae*, on estructura tota l'obra d'aquesta manera.⁴⁸ Tampoc en aquesta darrera obra es limita a grups binaris i ternaris: comença amb *ens* com a concepte unitari, i acaba suggerint la possibilitat d'estudiar grups de quatre o cinc conceptes, cosa que ell diu que no havia pogut dur a terme perquè es trobava «occupatus per studium arabicum».⁴⁹

⁴³ Per al paper de les suposicions en les demostracions lul·lianes, vegeu els treballs recents de Josep Enric Rubio Albarracín, «Les raons necessàries segons l'«Art demostrativa»», *SL* 33 (1993), pp. 3-14, sobretot les pp. 10 i ss.; i el ja citat article de Josep Maria Ruiz Simon a la n. 5 més amunt.

⁴⁴ Vegeu sobre aquest punt l'interessant article de Josep Enric Rubio Albarracín, «Las relaciones entre fe y razón en Ramon Llull según el capítulo 154 del “Llibre de contemplació”: estudio de contenidos y de estilo», *Antonianum* 69 (1994), pp. 231-260.

⁴⁵ De l'edició catalana en preparació per a *NEORL* IV (III, 4, C). Per al text llatí, vegeu l'edició de l'obra citada a la n. 18 més amunt, p. 108. Caldria assenyalar que, en comptes de «demostrativa, demostrans», la versió llatina té el menys fort «indicativa, indicans». En una carta, David Rosenblatt assenyala l'interès de la idea de formular antecedent i conseqüent com a relació, cosa normalment associada amb els escèptics grecs, com per exemple Sext Empíric.

⁴⁶ III, 4, F de l'edició catalana, i p. 110 de la llatina. Vegeu la formulació similar a l'*Arbre de ciència* (*OE I*, 567).

⁴⁷ *OE I*, 601-7.

⁴⁸ Publicat ara a *ROL* XIX, 1-326. Vegeu les llistes de conceptes per dos o tres a les pp. 87-8, com també a 325-6.

⁴⁹ A l'edició citada, vegeu les agrupacions de conceptes per quatre o cinc a les pp. 88-89, i la disculpa per no haver-ho duit a terme a la p. 323. Caldria també observar com parla de l'aspecte relacional d'aquestes agrupacions a les pp. 86, 89, 159, 265.

Abans d'acabar aquest apartat, voldria subratllar una distinció fonamental entre les xarxes de relacions lul·lianes i les relacions d'inclusió o d'inherència implícites en la predicació de la lògica tradicional. Aquestes darreres ens porten necessàriament a la quantificació d'Aristòtil; és a dir, que es fa imprescindible constatar si d'una categoria inferior són «tots», «alguns» o «cap» els que s'inclouen dins la categoria superior. I això, al seu torn, ha donat lloc a la teoria moderna de conjunts, l'extensionalitat de la qual és il·lustrable amb diagrames de Venn. Les relacions lul·lianes —i ara parlem només de les «exterior», entre en concepte i un altre, no les correlatives «interiors», tan particulars al mallorquí— són, en canvi, molt més platonitzants. De fet, consultant estudis sobre el *Sofista* de Plató, trobarem semblances instructives. En aquest diàleg, el filòsof grec mostra com les «formes» no funcionen aïlladament, sinó en una συμ-πλοκῆ εἰδῶν, un entreteixit (entrellaçat, mescla, combinació) de formes, i que es relacionen en certes maneres ben definides. Diu que el discurs seria impossible sense aquesta combinació de formes, i assigna a la filosofia la tasca de descobrir la naturalesa d'aquestes relacions.⁵⁰ Crec que les semblances amb el sistema del beat són evidents.

Però el lector ara podria estar pensant, «I Llull no empra també la predicació?» Sí que l'empra, però aquí també en un sentit platònic i no aristotèlic. Quan ens diu que «la bonesa és gran», no ens presenta dues coses diferents, un subjecte i un predicat, units per una còpula. Manllevant terminologia a un altre comentarista del *Sofista*, Llull està dient que la Forma «bonesa» i la Forma «granosa» es combinen o es mesclen en la realitat.⁵¹ I un dels papers de la

⁵⁰ Vegeu J.L. Ackrill, «Plato and the Copula: "Sophist" 251-59», *Plato. A Collection of Critical Essays I: Metaphysics and Epistemology*, ed. Gregory Vlastos, (New York: Doubleday, 1971; reimpr. Notre Dame Press, 1978), pp. 210-22. A la p. 210, i citant passatges del *Sofista*, diu que «Plato seeks to prove that concepts are related in certain definite ways, that there is a συμπλοκῆ εἰδῶν (an interweaving of Forms) (251D-252E). Next (253) he assigns to philosophy the task of discovering what these relations are: the philosopher must try to get a clear view of the whole range of concepts and of how they are interconnected, whether in genus-species pyramids or in other ways.... He refers finally (259E) to the absolute necessity there is for concepts to be in definite relations to one another if there is to be discourse at all. [Aquí cita Plató, que diu: "it is because of the interweaving of the Forms with one another that we come to have discourse."] So the section ends with a reassertion of the point with which it began (251D-252E): that there is and must be a συμπλοκῆ εἰδῶν (an interweaving of forms). »

⁵¹ F.M. Cornford, *Plato's Theory of Knowledge. The «Theaetetus» and the «Sophist» of Plato with a running commentary* (London: Routledge & Kegan Paul, 1935; repr. 1979), p. 266, després d'explicar que Plató no analitza «l'home és racional» en dues coses distintes —subjecte i predicat— unides per una còpula, diu: «the Form Man and the Form Rational are combined or blended in reality. When two things —say, two colours— are blended, there is no link coupling them together; nor is there any suggestion that the two elements are of different sorts, one a 'subject', the other 'predicate'. There is nothing but the mixture. The so-called 'copula' vanishes... Plato's language seems to show that he did not imagine eternal truths as existing in the shape of 'propositions' with a structure answering to the shape of statements. He conceived them as 'mixtures' in which Forms are blended; and the word *logos* is reserved for spoken

Figura T és de proveir l'«artista» amb les eines necessàries per especificar la naturalesa d'aquesta mescla.⁵² Aquí crec que arribam al moll de la diferència entre la predicació aristotèlica (i escolàstica), que estudia el llenguatge, cercant maneres de formalitzar-lo, a fi d'investigar l'estructura de les proposicions, i les relacions lul·lianes que estudien la realitat (platònica) a fi d'investigar les seves estructures ontològiques.⁵³ Leibniz va comentar que si qualcú arribàs a reduir Plató a un sistema, faria un gran servei al gènere humà.⁵⁴ En certa manera, i salvant les distàncies entre un home medieval dedicat a la persuasió religiosa i un pensador grec dedicat a la investigació filosòfica, és potser precisament això que Ramon Llull va arribar a fer.

3. La moderna teoria de les relacions i dels grafs

Ara que hem vist el paper central de les relacions en el sistema lul·lià, caldria assenyalar que és un camp d'investigació activa en les matemàtiques modernes, amb una ampla bibliografia.⁵⁵ Per a un matemàtic o un lògic, les relacions binàries lul·lianes de tipus «x concorda amb y», «x és contrària a y», «x és més gran que y» es poden generalitzar en la forma xRy . La convertibilitat de les Dignitats divines s'expressaria dient que la seva relació és simètrica.

Un altre camp actiu de les investigacions matemàtiques és la teoria dels grafs⁵⁶ —que no és més que un enfocament un poc diferent de la de les rela-

statements. Hence the term 'proposition' had better be avoided altogether; and we must realize that Dialectic is not Formal Logic, but the study of the structure of reality —in fact Ontology, for the Forms are the realities.» Aquesta darrera frase em sembla d'una aplicabilitat molt significativa a l'Art lul·lià.

⁵² També és significatiu el que ens diu Cornford, *op. cit.*, pp. 255-6, de les relacions entre les formes platòniques. «The Forms themselves are said to 'mix' or 'blend' (συμμείγνυσθαι) or to be incapable of blending (ἀμεικτα); to 'fit together' (συναρμόττειν opposed to ἄναρμοστέιν 253A); to be 'consonant' (συμφωνεῖν 253B); to 'accept' or 'receive' one another (δέχεσθαι); to 'partake' of one another (μεταλαμβάνειν or μετέχειν). The contrary of this combination is sometimes called 'division', 'disjunction' (διαίρεσις) or 'separation' (διακρίνεσθαι).» Estam molt a prop de la «concordança» i «contrarietat» tan fonamentals al funcionament de l'Art.

⁵³ Les pp. 255-284 del citat llibre de Cornford tracten aquesta qüestió d'una manera magistral i detallada.

⁵⁴ Citat per Bernardino Orío, "Leibniz y la tradición neoplatónica. Estado actual de la cuestión", *Revista de Filosofía* 7 (1994), p. 495.

⁵⁵ Només citarem tres textos clàssics, un de Russell i Whitehead, *Principia Mathematica*, Part I, caps. *21 i ss., i dos d'Alfred Tarski: *Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences* (Oxford, 4ª ed., 1994), Cap. V, «On the Theory of Relations»; i l'article «On the Calculus of Relations» en *The Journal of Symbolic Logic* 6 (1941), 73-89.

⁵⁶ Hom en trobarà una exposició bastant completa i útil a Narsingh Deo, *Graph Theory, with Applications to Engineering and Computer Science* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1974). He pogut consultar la terminologia catalana gràcies a Josep M. Basart i Muñoz, *Grafs: fonaments i algorismes* (Bellaterra: Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona, 1994).

cions— amb la qual l'Art lul·liana té connexions potser encara més significatives. Gràficament els matemàtics representen les relacions binàries per una xarxa de vèrtexs connectats per línies, que és exactament el que fa el beat amb la Primera Figura de l'Art (A), amb les dignitats o «començaments» als vèrtexs, interconnectats per línies que representen no tan sols l'actuació de cada una a través de les altres, sinó també, pel fet de ser línies no direccionals, la seva mútua convertibilitat. Resulta que, en la teoria dels grafs, una altra manera de representar una xarxa de relacions és amb una matriu, que és precisament el que tenim en la Tercera Figura de l'etapa ternària.⁵⁷

La Quarta Figura introdueix la possibilitat de relacions ternàries, possibilitat desenrotllada en la Taula, basada en ella, que desplega totes les relacions ternàries possibles dels divuit «començaments» o *principia* de les dues primeres figures de l'etapa ternària.

Caldria fer algunes observacions sobre les figures combinatòries d'aquesta etapa, és a dir, la Tercera, la Quarta i la Taula. D'entrada és important adonar-se que Llull delimita la seva aplicació explícitament als citats divuit «començaments», així corregint aquella caracterització de l'Art, que torna insistentment a sorgir en la literatura, que la presenta com un mètode per a trobar tots els predicats possibles d'un subjecte donat, i tots els subjectes possibles d'un predicat donat. Era aquesta idea, com l'altra de poder arribar a un alfabet del pensament humà que llavors es podria recombinar a fi de formular qualsevol argument, que fascinareu Leibniz, i que donaren peu a la idea d'una llengua universal; però en principi no tenien més a veure amb les construccions del beat que la realització de *possibilitats* suggerides per una *Ars combinatòria*.⁵⁸

La segona observació té a veure amb un aspecte teòricament nou de la combinatòria presentada a la Quarta Figura i la Taula a l'etapa ternària.⁵⁹ Si posam $x \in A$, $y \in A$ i $z \in A$ (és a dir, x , y i z com a tres elements qualssevol de la Primera

⁵⁷ Vegeu la reproducció al final de l'article. Les matrius que emprà Llull són, en la terminologia de la teoria dels grafs, matrius d'adjacència. Pel fet que tals matrius són simètriques (és a dir que Llull no fa diferència entre les relacions B-C i C-B), i que els grafs lul·lians són sense llaços (és a dir que no fa combinacions amb la mateixa lletra del tipus B-B, C-C), només necessita emprar mitges matrius sense la principal diagonal. Cal observar que els arbres del *Llibre del gentil* no són altra cosa sinó una manera decorativa de presentar les (mitges) matrius d'adjacència de les combinacions binàries a l'interior de, i entre, tres conjunts: les set dignitats, les set virtuts i els set vicis.

⁵⁸ La visió de la combinatòria lul·liana a través del filtre de Leibniz (com també de Giordano Bruno), ha arribat a produir distorsions notables. El fet que reberen una influència decisiva d'aquella combinatòria, no ens permet deduir que tots tres la volien emprar de la mateixa manera o per a la mateixa finalitat. A més a més, el sentit en què la predicació lul·liana es pot generalitzar és, com comprovarem en un moment, bastant diferent.

⁵⁹ Per a observacions similars referents a la Tercera Figura, vegeu el paràgraf que conté la n. 73 més avall.

Figura o A) i, similarmet, $R \in T$, $S \in T$ i $Q \in T$ (és a dir, R, S i Q com a tres relacions qualssevol de la Segona Figura o T), llavors la Quarta Figura i la Taula, en comptes de desplegar només les relacions de la forma xRy , com esperaríem, despleguen totes les relacions ternàries de les formes xyz , xyQ , xQR i QRS .⁶⁰ Dit d'una altra manera, no es limita a combinar dos «principis absoluts» a través d'un «principi relatiu», sinó que fa combinacions triàdiques de *tots* els divuit «començaments» de l'Art, sense distinció entre «absoluts» i «relatius». ⁶¹ Això li permet no tan sols de relacionar components de la Primera Figura sense intervenció de cap «principi relatiu», sinó també de fer l'operació inversa, de relacionar components de la Segona en absència de components de la Primera. Això, que ens dóna clarament un joc de relacions de relacions, conjuntament amb el fet que hem pogut escriure $R \in T$ –és a dir, de descriure una relació com a membre d'un conjunt definit de relacions– amb l'altre fet de contemplar la idea d'una relació inversa, cosa que Lull explicita en la convertibilitat de les Dignitats, implica que hem arribat a un grau d'abstracció realment sorprenent al s. XIII.⁶² D'això en veurem en un moment una possible implicació per a la història de les matemàtiques.

Pel que fa a la *demonstratio per aequiparantiam*, tal com l'hem vista desenvolupada en l'exemple de l'Art *demonstrativa*, té una ressemblança remarcable amb un mètode de prova emprat en una branca de la lògica moderna, i que ha despertat l'interès d'investigadors que cerquen maneres de mecanitzar proves en un ordinador. És el mètode dels «tableaux», que comença amb una hipòtesi, i que es desenrotlla amb un sistema d'argumentació representable en forma d'arbre amb bifurcacions successives. Tal com en la prova lul·liana, hom pot començar o amb un hipòtesi positiva, o amb la seva negació. En el primer cas, si hom no troba contradicció en cap branca de l'arbre, això vol dir que la hipòtesi inicial no n'implica cap i per tant se la pot considerar provada; en el segon cas, si hom arriba a una contradicció en una branca de l'arbre, ha trobat una refuta-

⁶⁰ Dit d'una manera més estrictament lul·lista, agota totes les combinacions ternàries de: 3 conceptes de la Primera Figura (A); 2 de la Primera amb 1 de la Segona (T); 1 de la Primera amb 2 de la Segona; i 3 de la Segona Figura. Vegeu l'*Ars generalis ultima* a ROL XIV, 43 i ss. La Taula de l'*Ars brevis* només és una petita mostra de la completa; vegeu OS I, 555, per a la relació entre les dues.

⁶¹ Em fa l'efecte que els termes «absoluts» i «relatius» s'apliquen als principis de les Figures A i T més en la literatura *sobre* el beat que no pas en els seus propis textos. I això sobretot a l'etapa ternària on, pel que fa als fonaments de l'Art, i com ja hem insistit, només parla dels divuit «començaments».

⁶² La cita d'un historiador de les matemàtiques potser ens ajudarà a comprendre la novetat de tals plantejaments. En referència a la lògica aristotèlica diu: «Antique thinking was unable to [take] the final step in abstraction, and to admit logical relations not only between complete logical subjects but between relations as well.» Vegeu Fleckenstein, J.O., «Leibniz's Algorithmic Interpretation of Lullus' Art», *Organon* 4 (Warsaw: Institut d'Histoire de la Science et de la Technique, 1967), pp. 171-180; la cita és de la p. 171.

ció de la hipòtesi negativa, que prova la positiva.⁶³ Les possibilitats de mecanització que ofereix tal mètode actualment s'estudien en connexió amb el llenguatge d'ordinador *Prolog*, un llenguatge que és, per cert, totalment relacional.⁶⁴

La diferència fonamental entre els «tableaux» i les proves lul·lianes és que els primers es basen en interconnexions sintàctiques o formals i les segones en xarxes de relacions comparables intensionalment, és a dir, considerant els sentits dels termes.⁶⁵ El mateix es podria dir de la teoria relacional moderna (amb la dels grafs) i l'ús que en fa el beat, però a pesar d'aquestes diferències, crec que hi ha aspectes significatius d'aquestes teories que ens podrien ajudar a comprendre i explicar el que en fa Ramon Llull. Crec també que el fet que puguem establir tals paral·lelismes, demostra fins a quin punt Ramon Llull ha sabut veure i explotar les implicacions del seu sistema.

Això queda encara més patent en un treball recent, que demostra com, a la seva *Ars electionis*, i als procediments d'elecció que l'abadessa Natana introdueix al seu monestir, en una obra tan poc matemàtica o lògica com és la novel·la *Blaquerna*, Ramon Llull es va anticipar en mig mil·lenni a una teoria de votació, elaborada a finals del s. XVIII a França per Condorcet i Borda.⁶⁶ Resulta que aquesta teoria, que descansa sobre comparacions entre parelles successives dins un conjunt de gent elegible, també forma part de la moderna teoria de les relacions, i que igualment com en la descripció lul·liana, es pot representar per matrius o per grafs.⁶⁷ Allò no té res a veure amb simples coincidències

⁶³ El mètode dels «tableaux» semàntics —en el sentit molt restringit en el qual els lògics empenen el mot «semàntic»— fou ideat per Gerhard Gentzen —vegeu *The Collected Papers of Gerhard Gentzen* (Amsterdam: North-Holland, 1969); i fou perfeccionat per Evert W. Beth en diversos escrits, però sobretot en *Formal Methods; An introduction to symbolic logic and to the study of effective operations in arithmetic and logic* (Dordrecht: D. Reidel, 1962). La forma en què s'empra avui és deguda a modificacions, sobretot de notació, introduïdes per Raymond M. Smullyan; vegeu el seu *First Order Logic* (Berlin: Springer-Verlag, 1968), llibre que constitueix potser la millor introducció al tema.

⁶⁴ Vegeu, per exemple, Anil Nerode i Richard A. Shore, *Logic for Applications*, «Texts and Monographs in Computer Science» (New York/Berlin: Springer Verlag, 1993), amb un apèndix molt interessant que dona «An Historical Overview», que tindrem ocasió de citar a continuació.

⁶⁵ Potser les proves lul·lianes, amb les seves cadenes d'elements positius i negatius, es podrien relacionar de qualque manera amb un aspecte semàntic de la lògica moderna, que són les taules de veritat de la lògica proposicional.

⁶⁶ I. McLean i John London, «The Borda and Condorcet Principles: Three Medieval Applications», *Social Choice and Welfare* 7 (Springer-Verlag, 1990), pp. 99-108, reprès amb variants per a lectors més adeptes a Ramon Llull que la sociologia pels mateixos autors en «Ramon Llull and the Theory of Voting», *SL* 32 (1992), pp. 21-37. Els autors mostren com Llull fou seguit per Nicolau de Cusa, que havia estudiat els escrits lul·lians sobre el tema, i que en va desenrotllar una variant interessant.

⁶⁷ En la teoria dels grafs, allò es diu una comparació per parelles o torneig. Vegeu el llibre de Narsingh Deo citat a la n. 56, pp. 227 i ss.

anacròniques. Al contrari, vol dir que Llull va formular una teoria de relacions prou general com perquè fos aplicable a un camp en aparença totalment diferent.⁶⁸

Un altre aspecte d'aqueixa generalitat lògica té a veure amb la història de la teoria de les relacions. La sil·logística clàssica es fonamenta en les relacions unitàries $-x$ és blanc-, és a dir, la predicació, perquè Aristòtil no va tenir en compte la possibilitat de fonamentar-la en les relacions binàries o ternàries.⁶⁹ Normalment se cita Leibniz com la primera persona en veure i explotar aquesta possibilitat,⁷⁰ però, com hem vist, Llull li va precedir en aquest camp, proposant relacions binàries, ternàries, i fins i tot de més components.⁷¹ I amb les relacions ternàries dels correlatius va arribar al grau d'abstracció on parlava simplement dels *-tivum*, *-bile* i *-are*.⁷²

En aquest context, caldria discutir un altre aspecte la predicació lul·liana, tal com l'empra a la Part VI de l'*Ars brevis*, on «evacua» la Tercera Figura, extraient totes les possibles proposicions. Si prenim l'exemple de la cambra B C, veurem que, corresponent a la lletra B de l'alfabet de l'obra, tenim dos conceptes, «bonesa» i «diferència», i a la lletra C, «granesa» i «concordància». Amb aquests elements extreu dotze proposicions de la forma «bonesa és gran», «granesa és bona», «bonesa és diferent», «diferència és bona», etc.⁷³ Ara bé, si escrivim M per a la cambra, de manera que $M = B \cup C$, llavors podem anotar qualsevol de les dotze proposicions que Llull extreu de la forma xEy , on $x \in M$, $y \in M$, i $x \neq y$ i $E = \text{«és»}$. Així que el que ens proposa aquí és un replantejament de la predicació clàssica com a relació binària (i reflexiva) entre tots els elements de dos conjunts. A més a més, com a la Taula, tenim indistintament relacions entre principis «absoluts» i «absoluts», entre «absoluts» i «relatius», i entre «relatius» i «relatius», és a dir, altra vegada relacions de relacions.

En una altra línia, un ja citat historiador de les matemàtiques ha apuntat la possibilitat que aquesta proposició lul·liana de sistemes de relacions de rela-

⁶⁸ Cosa que fa de Llull un precursor en el sentit literal d'un camp actiu d'investigació en les matemàtiques de les ciències socials modernes.

⁶⁹ Vegeu Nerode i Shore, *op. cit.*, 299. Era per això que la sil·logística aristotèlica no va influir substancialment en les matemàtiques, amb les seves relacions binàries, com per exemple «x és menys que y», o ternàries, com «z és la summa de x i y».

⁷⁰ Per bé que la teoria moderna de les relacions fou formulada per Augustus de Morgan, i llavors desenvolupada per C.S. Peirce i E. Schröder, tots al s. XIX.

⁷¹ Vegeu el passatge de la *Logica nova* que precedeix la n. 46 més amunt, i les possibilitats d'agrupacions de quatre o cinc conceptes citades a continuació. Aquesta precedència de Llull no crec que fos una cosa que Leibniz pretenia amagar.

⁷² *Liber correlativorum innatorum* (ROL VI, 137, 143, 146, 148, etc.). Vegeu l'article de Lohr citat a la n. 18, p. 237.

⁷³ Vegeu OS I, 557, o ROL XII, 219.

cions va suggerir a Leibniz la idea de la funció d'una funció, un tipus de conceptualització que va fer molt més eficaços certs aspectes del càlcul infinitesimal, com per exemple la idea del càlcul integral com una funció inversa de l'infinitesimal, i la d'una segona o tercera diferencial.⁷⁴ I sobre l'altre càlcul, el del raonament que tenia el seu origen en l'Art lul·liana, sembla que Leibniz, «havia asseverat repetidament que, fins i tot en l'estat rudimentari al qual ell mateix havia desenvolupat la teoria, era responsable de tots els seus descobriments matemàtics».⁷⁵

Finalment, les possibilitats obertes a la posteritat per l'abstracció i aplicabilitat de l'*Ars combinatoria* lul·liana, pel seu sistema de càlcul semimecànic que proporcionava «una ciència general a totes les ciències»,⁷⁶ tingueren la seva realització –i al mateix temps, distorsió– més notable al Renaixement, quan els seus components van ser presentats com els *topoi* d'una dialèctica alternativa a les altres suggerides llavors com a mètodes universals.⁷⁷ Però si d'altres mètodes dataven del mateix s. XVI, l'Art de Ramon Llull datava d'un parell de segles abans, així que, de fet, va constituir la primera proposta dins la història del pensament europeu d'un mètode general, una cosa que tots sabem que va apassionar els intel·lectuals durant els dos-cents anys que van des de Fernando de Córdoba a Descartes i Leibniz.

A més a més, amb els darrers desenvolupaments de la lògica en els camps de la intel·ligència artificial i dels sistemes intel·ligents, i amb un llenguatge de programació relacional, com és el ja citat *Prolog*, usat en aquest tipus d'investigacions, crec que, a la fi, es podria experimentar amb la possibilitat d'introduir, almenys parcialment, la primera versió del que s'ha anomenat el somni de Leibniz –que és l'Art de Ramon Llull– en un ordinador modern, i així intentar completar el camí iniciat pel beat.⁷⁸

⁷⁴ Article citat a la n. 62 més amunt.

⁷⁵ La cita és del gran lògic, Kurt Gödel. Vegeu Nerode i Shore, *op. cit.*, 300.

⁷⁶ La frase entre cometes és del pròleg de l'*Ars generalis ultima*.

⁷⁷ Vegeu la meua introducció a *Raimundus Lullus: Opera*. Neudruck der Ausgabe Strassburg 1651 (Frommann-Holzboog, 1996), i «El Arte luliana como método, del Renacimiento a Leibniz», que apareixerà en un volum d'un congrés de Trujillo.

⁷⁸ Un llibre interessant i suggestiu en aquest aspecte és de Werner Künzel i Heiko Cornelius, *Die Ars Generalis Ultima des Raymundus Lullus. Studien zu einem geheimen Ursprung der Computertheorie* (Berlin, 1986; 5ª ed., 1991), però pel que he pogut comprovar, el programa d'ordinador que l'acompanya combina, això sí, els diversos components de l'Art, però no arriba a explorar les possibilitats de càlcul que proporcionen aquestes combinacions. Dos treballs a tenir en compte sobre Llull com a precursor de la informàtica moderna són del P. Eusebi Colomer: «De Ramon Llull a la moderna informàtica», *EL* 23 (1979), pp. 113-135; i *L'Actualitat de Ramon Llull. Lliçó inaugural del curs acadèmic 1994-1995* (Universitat Ramon Llull, 1994).

4. Conclusió

Hem vist com la identitat entre l'èsser i l'acció, i entre l'èsser i la relació implica la inseparabilitat d'una ontologia dinàmica, una visió relacional del món, i una *Ars combinatoria*. Això ens revela una extraordinària fusió entre pensament i mètode, entre contingut i continent al cor mateix del pensament del beat. També és notable el grau d'abstracció i generalitat dels seus mètodes relacionals i combinatoris, cosa que ha donat naixement a sistemes similars als ss. XVI-XVII, i que l'ha fet precursor de certs aspectes de la lògica moderna. Finalment em sembla que les teories relacionals i dels grafs del nostre temps ens podrien ajudar a comprendre millor l'abast de les estructures lul·lianes.

Antoni Bonner
Maioricensis Schola Lullistica

RESUM

Llull's Art is not a logic based on predication, but rather a relational system —perhaps the first in Western thought— inseparable from the relational ontology on which it was based, and from the *Ars combinatoria* used to investigate its Platonic realities and to provide the «necessary reasons» for proofs of the Article of the Faith. Llull's relational structures were at the root of later interest in the *Ars combinatoria*, and their generality is such that they bear interesting similarities to the modern mathematical theory of relations, as well as to related fields such as graph theory, the theory of voting, the «tableaux» method of proof, and the relational computer language, Prolog, used to automate such proofs.

Fig. 1

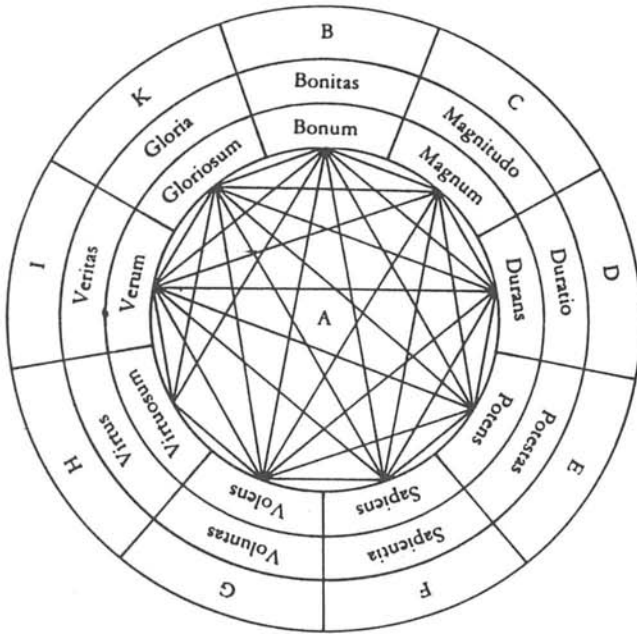


Fig. 2

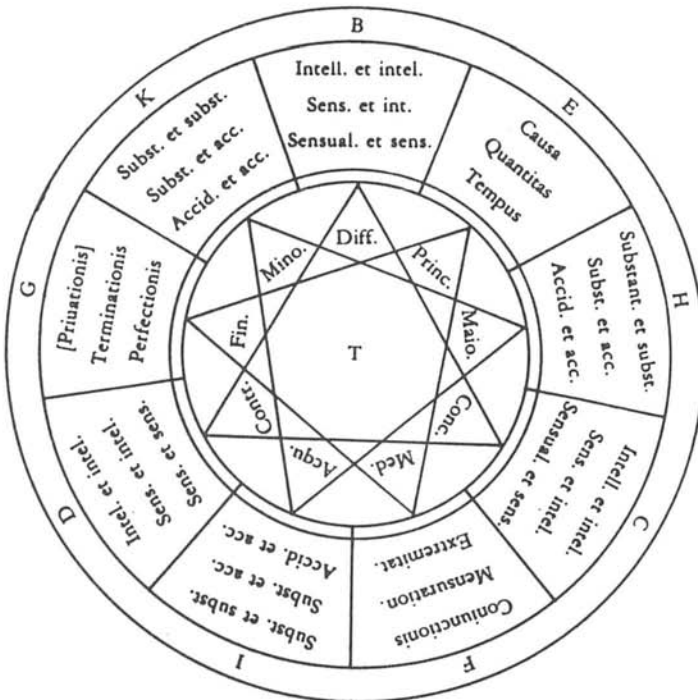
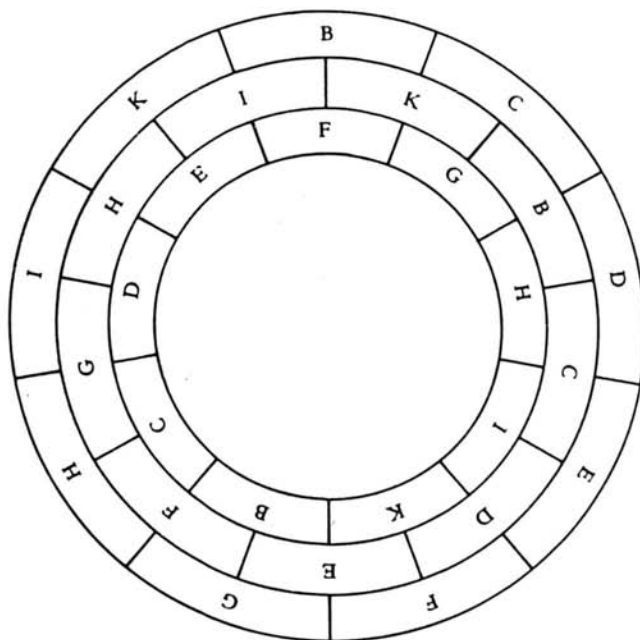


Fig. 3

BC	CD	DE	EF	FG	GH	HI	IK
BD	CE	DF	EG	FH	GI	HK	
BE	CF	DG	EH	FI	GK		
BF	CG	DH	EI	FK			
BG	CH	DI	EK				
BH	CI	DK					
BI	CK						
BK							

Fig. 4



1. QÜESTIÓ és: si Déus és.

SOLUCIÓ:

A	A	esser	perfecció	privació	imperfeció	S	V	I	Y	Z
---	---	-------	-----------	----------	------------	---	---	---	---	---

.

Fig. 5

Membrant F la qüestió, descorrec G per la primera cambra, e puixes entrà en les altres cambres, per la significació de les quals entès A esser, ço és a saber, que la segona cambra e la terça són contràries si A és, e si no és, concorda-s imperfeció ab tot esser, e tota perfecció ha concordança ab privació, qui ab tota imperfeció se cové; e si A és, és alcuna perfecció e alcun esser sens privació e imperfeció: ergo A és.

Preterea per la quarta cambra e per la cinquena és significat A esser, cor si no és, segueix-se que E ab V Z se pusca concordar, e I ab <V Y havent E concordança amb la segona cambra e I ab> la terça, e açò és impossíbol, cor si era possíbol, concordar-s'ia majoritat ab la terça cambra e ab Z, e menoritat ab la segona e ab Y, e açò és impossíbol.

FG

A	A	esser	perfecció	privació	imperfeció	S	V	I	Y	Z
---	---	-------	-----------	----------	------------	---	---	---	---	---

Fig. 6

