

XV. Ulusal Mekanik Kongresi, 03-07 Eylül 2007, ISPARTA

TOPOLOJİ OPTİMİZASYONUNDA ELEMAN SİLME METODUNUN UYGULANMASI

İbrahim GÖV, M. Akif KÜTÜK

Gaziantep Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü
gov@gantep.edu.tr, kutuk@gantep.edu.tr

ABSTRACT

To obtain the best material distribution in machine parts, some optimization techniques are developed by many researchers. Among these techniques topology optimization algorithms are discussed. These algorithms are useful for determining initial possible shape of structures. An important drawback of the topology optimization is time consumption. In this study, element deletion during topology optimization is discussed and it is shown that the method may be a solution to time consumption problem of topology optimization.

ÖZET

Makine parçalarında en iyi malzeme dağılımını sağlayabilmek için çeşitli optimizasyon yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden birisi de topoloji optimizasyonudur. Topoloji optimizasyonunda en önemli sorun, çözüm için gereken uzun süredir. Bu çalışmada topoloji optimizasyonunda eleman silme metodu irdelenmiş ve metodun, topoloji optimizasyonunda uzun çözüm süresi için bir çıkış yolu olabileceği gösterilmiştir.

1. GİRİŞ

Bilgisayar destekli tasarım, tasarım esnasında tasarımcıya birçok yönden kolaylıklar sağlamaktadır. Hemen bütün sanayi dallarında değişen ve gelişen ürün özellikleri rekabet ortamında daha hızlı tasarım ve üretimi gerektirmektedir. Bu duruma ayak uydurabilmek için firmalar, kısa ürün geliştirme zamanını bilgisayar yardımıyla elde edebilmektedir. Bilgisayar ortamında tasarım ve analizleri yapıp sorunları tespit edilen ürünler, kolaylıkla daha iyi duruma getirilebilir. Böylece ilk örnek yapılmadan önce uygun tasarımı elde edebilir. Bu sayede tasarım süresi büyük ölçüde kısalmaktadır. Günümüzde bilgisayar destekli tasarımın da hızını artırmak için birçok yöntem (paralel programlama, yapay sinir ağları v.b.) başvurulmaktadır. Bu sayede tasarım süresi azaltılmakta ve buna bağlı olarak tasarım maliyetleri büyük oranda azaltılabilmektedir.

Bilgisayar destekli tasarımda, tasarımcıya yardımcı olmak ve maliyetleri düşürmek için birçok yöntem geliştirilmiştir. Yapısal optimizasyon yöntemleri makine parçalarının tasarımında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemler en iyi ürün tasarımına yaklaşım için geliştirilmiştir. Bu sayede daha tasarımın ilk adımında tasarımcı, ürünün genel şekli hakkında fikir sahibi olabilmektedir. Bu sebeple yapısal optimizasyon, ürün parça tasarım ve geliştirme süresini kısaltabilmektedir.

Son yirmi yıldır, uygulamalı matematik alanında geliştirilmekte olan yeni bir alan bilgisayar destekli tasarıma yeni kavramlar getirmiştir ki topoloji optimizasyonu da bunlardan birisidir. Topoloji optimizasyonu son yıllarda yapısal optimizasyonun bir yöntemi olarak kullanılmıştır. Bu yöntemde, tasarım uzayı belirlenen parçanın mümkün olan en fazla oranda hacmi küçültülürken, rijitliği maksimum yapabilmek için malzeme dağılımı değiştirilmektedir.

Aşağıda konuyla ilgili temel kavramlar, aralarındaki ayrılıkları görebilmek amacıyla verilmiştir:

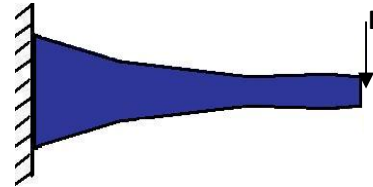
Yapısal analizlerde (Structural analysis) makine elemanlarının çeşitli koşullar altında davranışlarını incelemek için fizik kanunları ve matematik kullanılır. Yapısal analizler için mekanik ve dinamik çözümlerle birlikte kırılma teorileri uygulanır. Teorik olarak yapısal analizin esas amacı deformasyonun, iç kuvvetlerin ve gerilimlerin hesaplanmasıdır [1].

Yapısal optimizasyon (Structural optimization) üç ana gruba ayrılabilir. Bunlar: boyut, şekil ve topoloji optimizasyonlarıdır [2, 3].



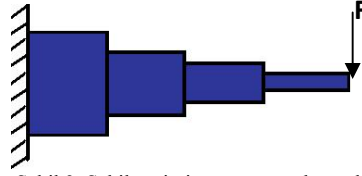
Şekil 1. Tasarım alanı, yük ve sınır şartları

Boyut optimizasyonunun (size optimization) ana prensibi fiziksel ölçülerin optimum hale getirilmesidir. Buna bağlı olarak makine elemanının kalınlığı, genişliği ve uzunluğu değiştirilerek optimum yapı elde edilir. Yapısal model optimizasyon işleminden önce oluşturulmalıdır [3].



Şekil 2. Boyut optimizasyonu yapılmış alan.

Şekil optimizasyonunda (Shape optimization) tasarım alanının dış çevresi ve/veya iç boşluklar optimize edilir. Yapısal topolojinin, optimizasyon işleminden önce belirlenmesi gerekir. Yapı belirlendikten sonra sınır hatları sınır değişkenleri olarak belirlenir (sınır noktaları, çizgileri veya yüzeyleri gibi) [3].

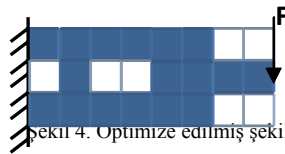


Şekil 3. Şekil optimizasyonu yapılmış alan.

Boyut ve şekil optimizasyon yöntemlerinde yapı, optimizasyon işleminden önce tanımlanmalıdır. Fakat topoloji optimizasyonunda sadece tasarım uzayı (iki boyutta tasarım alanı) ve yüklerin belirlenmesi yeterlidir. Yani tasarım uzayı ve yükler belirlendiğinde topoloji optimizasyonu uygulanabilir. Topoloji optimizasyonu en uygun yapıyı elde edebilmek için çok kullanışlı bir yöntemdir. Şekil ve boyut optimizasyonları, topoloji optimizasyonundan sonra daha düzgün bir yapı elde edebilmek için uygulanabilir. Günümüzde sonlu eleman yöntemini kullanan birçok bilgisayar programı kullanılmaktadır. Bu programlarda kullanılmak üzere geliştirilecek eklentilerle topoloji optimizasyonunun makine parçalarına tasarım esnasında uygulanmasının verimli olacağı düşünülmüştür.

Topoloji optimizasyonunun amacı, parçanın hacmini azaltırken kompliansı minimum (rijitliği maksimum) yapan ya da doğal frekansı maksimum yapan en iyi malzeme dağılımını bulmaktır. Topoloji optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan başlıca yöntemlerden birisi olan homojenleştirme metodu 1988 yılında Bendsoe ve Kikuchi tarafından geliştirilmiştir. Yaygın olarak kullanılan bir diğer yöntem yoğunluk metodu (density method) ise R.J. Yang ve C.H. Cuhang tarafından 1993 yılında geliştirilmiştir. Bu yöntem literatürde malzeme dağılım metodu (material distribution method) olarak da adlandırılmaktadır.

Sınır şartları ve yükleri belirlenen tasarım uzayı N tane sonlu elemana bölünür. Amaç en uygun malzeme dağılımını elde edebilmek için önceden belirlenen bir fonksiyonu minimize etmektir. Her bir sonlu eleman bir yoğunluğa (ρ) sahiptir ve bu yoğunluklar tasarım değişkeni olarak kullanılır. Yoğunluklar 0 ile 1 arasında değerler alır. 1 değerini alan elemanlar tam yüklü olan elemanlardır. 0 değerine yaklaşan elemanlar ise yük taşımayan elemanlardır.



Şekil 4. Optimize edilmiş şekil

2. TOPOLOJİ OPTİMİZASYONUNDA BAŞLICA YÖNTEMLER

Elastik yapıların optimizasyonunda birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunların en önemlileri aşağıda sıralanmıştır:

- Malzeme dağılımı yöntemi (Material Distribution Method)
- Level set yöntemi (Level Set Method)
- Evrimsel algoritma (Evolutionary Algorithm)
- Malzeme bulutu yöntemi (Material Cloud Method (MCM))
- Homojenleştirme yöntemi (Homogenization method)

Malzeme dağılımı yönteminde sabit boyutlu sonlu elemanlar (dama tahtası şeklinde) tasarım alanı olarak kullanılır. Malzeme yoğunlukları fiziksel özelliklere (direngenlik, ısı geçirgenlik katsayısı, manyetik geçirgenlik gibi) bağlı olarak değişken hale getirilir. Malzeme dağılımı metodunda, elastisite modülü bağıntısı aşağıda verilen şekilde tanımlanır:

$$\rho^n = \left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^n = \frac{E_i}{E_0}$$

ρ , ρ_i , ρ_0 sırasıyla normalleştirilmiş, ara (optimizasyon sürecinde kullanılan) ve gerçek malzeme yoğunluğunu ifade eder. ρ , sıfırla bir arasında bir değere sahiptir. 0, bu elemanın boşaltıldığını ve 1, elemanın tasarım alanında kalacağını (boşaltılmayacağını) ifade eder. E_i ve E_0 sırasıyla ara ve gerçek malzeme için elastisite modülüdür. n , üs'ü ifade eder. $n > 1$ olduğunda ara yoğunluk cezalandırılır ve normalleştirilmiş yoğunluk 0 veya 1 olmaya zorlanır. Tasarım parçasının verilen yük ve tanımlanan hacim şartları için minimum kompians problemlerinin sonlu elemanlar metodunda formülasyonu aşağıdaki gibidir. Problemin tasarım değişkenleri olarak yazılışı:

min $c(\rho)$

$$s.t.: \sum_{e=1}^N \theta_e \rho_e \leq V, \quad 0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e=1, \dots, N \quad (1)$$

Objektif fonksiyonunun $c(\rho)$ formülasyonu:

$$c(\rho) = f^T u, \quad u: K(\rho)u = f, \quad (2)$$

u ve f sırasıyla yer değiştirme ve yük vektörleridir. Direngenlik matrisi K elemanların malzeme yoğunluklarına, ρ , bağlıdır. Elemanlar $e = 1 \dots N$ şeklinde numaralandırılmıştır.

$$K(\rho) = \sum_{e=1}^N \rho_e^2 K_e \quad (3)$$

K_e , e elemanın direngenlik matrisidir [4].

Level set yöntemi: günümüzde elastik yapıların topoloji optimizasyonunda sıklıkla kullanılan bir yöntemdir. Karmaşık topoloji değişimleri ve geometrik karakteristikleri Level Set fonksiyonu ile rahatlıkla hesaplanabilir. Sethian ve Wiegmann [5] Level Set yöntemini ilk kez elastik yapıların sınır tasarımları için geliştirmişlerdir. Bu yöntemi karmaşık geometriye sahip yapıların sınırlarını tanımlamada kullanmışlardır. Level Set denkleminin hızı geometrik sınırdaki gerilimlerin fonksiyonu olarak tanımlanır ve daha sonra uzama hızı referans alanın parçalı diferansiyel denklemin çözülmesi ile elde edilir. Malzeme eklenmesi ve çıkarılması Level Set fonksiyonunun geliştirilmesi ile hesaplanır [6].

Evrimsel Algoritma: 1993'te Y.M Xie ve G.P. Steven tarafından geliştirilen yöntem "population based" veya "random-directed" optimizasyon olarak adlandırılır. Popülasyon tasarım alanı olarak belirlenir. Popülasyon optimum sonuca ulaşılan kadar bir seçim mekanizmasıyla döngü içerisinde geliştirilir. Evrimsel algoritmada uygun yapı (maksimum direnç ve minimum ağırlık) oluşturulurken, etkisiz elemanlar yavaş yavaş tasarım alanından çıkarılır [7].

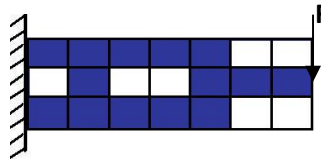
Malzeme bulutu yöntemi: optimum yapı malzeme bulutunun dağılımından elde edilir. Malzeme bulutu sonlu eleman parçası ile malzemenin sabit göreceli yoğunluğudur. Malzeme bulutu yönteminin ana fikri malzemenin bilgisayar tarafından oluşturulan ağdan serbest bırakılmasıdır. Bu şekilde malzeme parçaları rahatlıkla diğerlerinden ayrılabilir [8].

Homojenleştirme yöntemi: mikroskobik seviyede malzeme ve boşluk içeren temel hücre biriminden oluşturulan delikli malzeme modeline dayanır. Homojenleştirme teorisinin formüllerinin çözülmesiyle elde edilen malzeme yoğunluğunun düzgün bir şekilde dağıtılmasıyla optimize edilmiş tasarım parçası elde edilir [9]. Homojenleştirme metodu, sistemi kompozit ve mikroyapısal bir oluşum olarak kabul etmekte ve bu yapı homojenleştirilmektedir. Bu metoda göre bir mikroyapı; malzeme içermeyen (delik büyüklüğü =1), izotropik malzeme içeren (delik büyüklüğü= 0) ve ortotropik ($0 < \text{delik büyüklüğü} < 1$) malzeme içeren geliştirilmiş gözenekli malzeme olmak üzere üç grupta sınıflandırılır. Boşluk, gözenek ve katı mikroyapıların dağılımı bir yapının topolojisini gösterir.

3. ELEMAN SİLME YÖNTEMİ

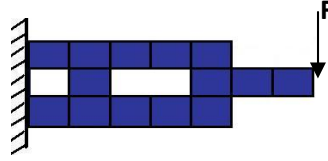
Topoloji optimizasyonu endüstride yeterince yaygın kullanılmamaktadır [10]. Bunun en büyük sebebi topoloji optimizasyonun düzgün sonuç verebilmesi için eleman sayısının ve çözüm adımının fazla olması gerekir, bu da bilgisayarın işlem yükünün artmasına ve çözüm süresinin aşırı artmasına neden olur. Bu sorunu ortadan kaldırabilmek için optimizasyon aşamalarında algoritma tarafından belirlenen yoğunluk (ρ) değeri sıfıra yakın olan elemanların silinmesi denenmiştir. Devam eden çözüm sürecinde silinen (etkisiz) elemanlar işlemlerde tekrar tekrar kullanılmadığı için çözüm süresinde önemli azalmalar görülmektedir.

Şekil 5'te optimizasyon işlemi yapıldıktan sonra iki boyutlu bir parça görülmektedir. Bu şekilde beyaz renkli elemanlar düşük gerilime sahip elemanlardır. Mavi renkli elemanlar ise diğerlerine göre daha fazla gerilime (daha fazla yük taşırlar) sahiptirler.



Şekil 5. Optimize edilmiş şekil

Düşük gerilime sahip etkisiz elemanlar silindikten sonra yeni tasarım uzayı şekil 6'daki gibi elde edilir.

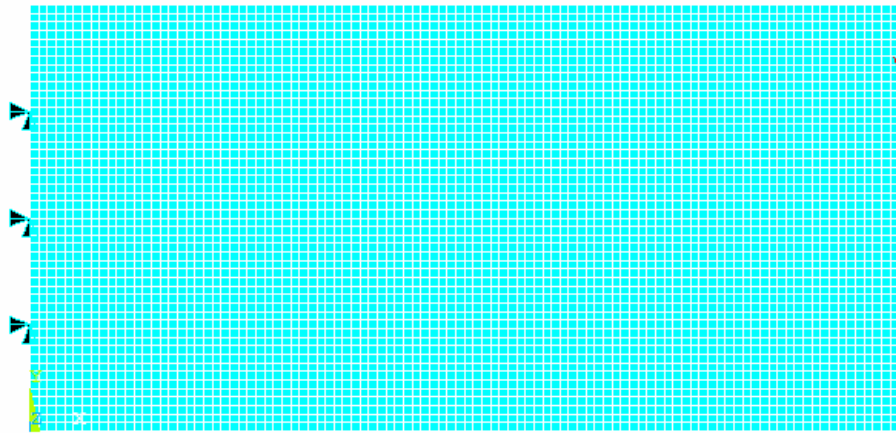


Şekil 6. Optimize edildikten sonra eleman silme uygulanmış

Topoloji optimizasyonu ANSYS programı kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. ANSYS topoloji optimizasyonu içinde malzeme dağılımı yöntemi kullanılmaktadır. Uzun çözüm süresi, yöntemin en büyük dezavantajlarından biridir. Eleman silme yöntemini değişik optimizasyon yöntemleriyle birlikte kullanarak süre problemi bir miktar iyileştirilebilir. Bu amaçla ANSYS programı içinde standart modelleme ve analiz işlemi sonrasında eklenen programla topoloji optimizasyonu ve eleman silme uygulanabilir.

4. UYGULAMA

Bu yöntemin uygulanması ve normal yöntemle karşılaştırılması için boyutları 200*100mm olan iki boyutlu bir kiriş kullanılmıştır. Kirişin bir kenarı sabitlenmiş ve diğer kenarına aşağı yönlü 1000N'luk yük uygulanmıştır. Problem sabit kalınlıklı (10mm) yüzey gerilimi olarak tanımlanmıştır. Tasarım parçası sınır şartları ve yük koşullarıyla şekil 7'de görülmektedir.



Şekil 7. Tasarım parçası yük ve sınır şartlarıyla

Problem Tanımı: 50% hacim azalması ile verilen yükü güvenle taşıyabilecek optimum yapıda malzeme dağılımı nasıl olmalıdır?

Bu durumda tasarımcı olarak verilen tasarım uzayından malzemenin yarısını güvenli şekilde boşaltmalıyız. Yani her çözüm adımında ortaya çıkan en yüksek gerilmeyi malzeme dayanımı ile kıyaslamalıyız; ayrıca en büyük deplasman değerini de en küçük değerde tutabilmek için rijitliği en üst seviyede tutmalıyız.

Optimizasyon işleminde kullanılan bazı değişkenler:

Yük durum sayısı = 1 (topoloji optimizasyon fonksiyonu olarak tekil komplians tanımlandı)

Yüzdelik hacim azaltılması = %50 (topoloji optimizasyonunda kısıtlayıcı olarak kullanılır [11].)

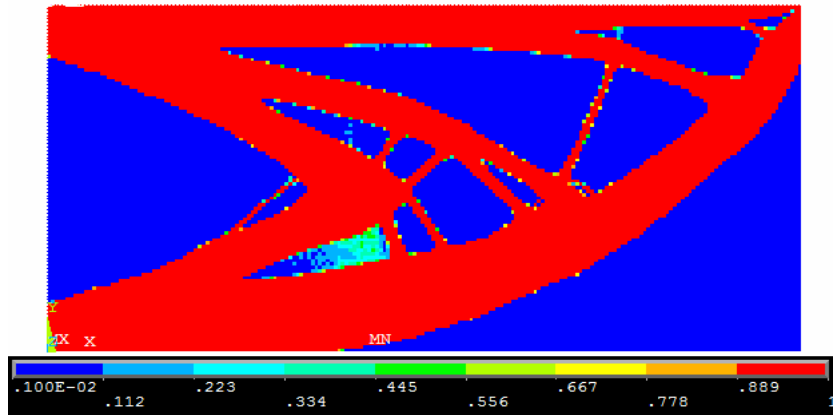
Birleşme toleransı = 0.0001 (optimizasyon işleminin hassasiyetini ayarlar.)

Çözüm yöntemi Optimality Criteria

Çözüm adımı sayısı = 40

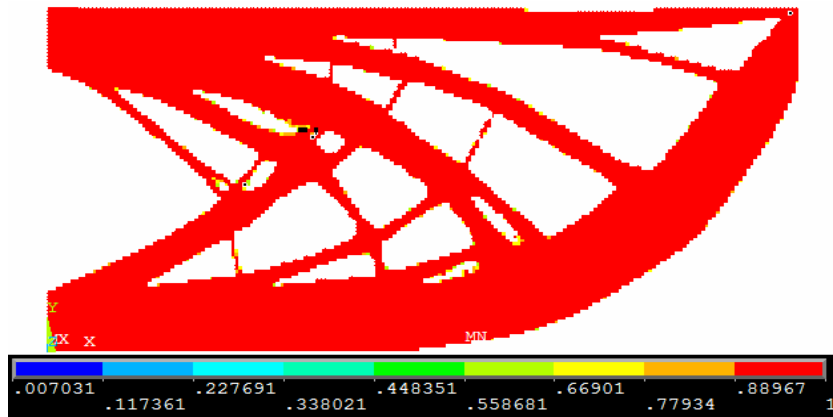
Farklı eleman sayıları (20000, 30000, 60000, 100000) kullanılarak, ANSYS standart çözüm yöntemiyle eleman silme yönteminin çözüm süreleri karşılaştırılmıştır.

Şekil 8’de ANSYS’in standart optimizasyon sonucu görülmekte. Burada mavi renkli elemanlar etkisiz elemanlar, kırmızı renkli elemanlar ise yük taşıyan elemanlardır. Şeklin altındaki ölçekte ise diğer renklerin sıfır ile bir arasındaki değerleri verilmiştir.



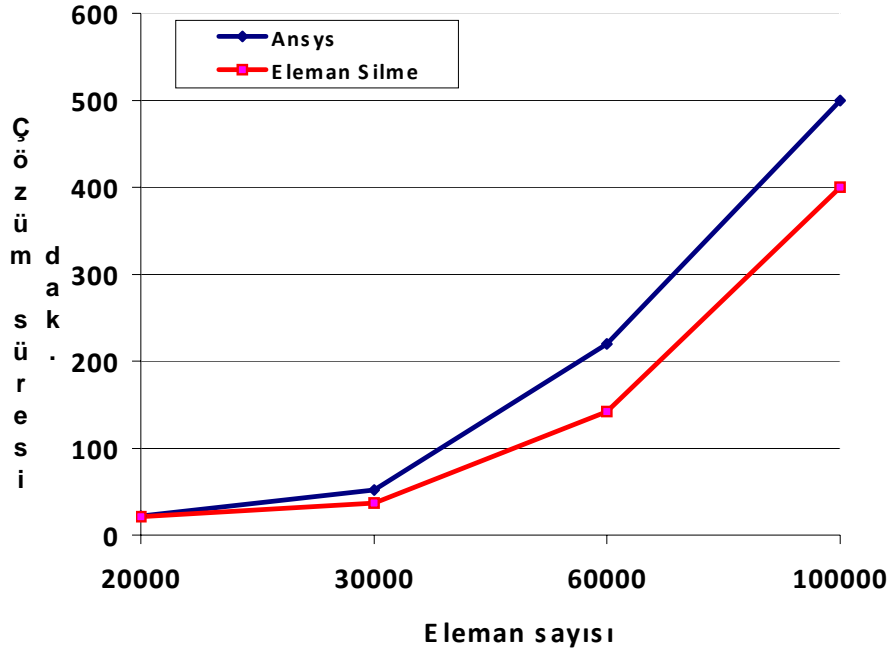
Şekil 8. Optimize edilmiş şekil

Şekil 9’da ise ANSYS’e eklenen metot yani makroda optimizasyon yönteminin eleman silme yöntemi ile birlikte kullanılması ile elde edilen sonuç görülmekte. Eleman silme yöntemi ile elde edilen sonuçta ise mavi renkli yani etkisiz elemanlar optimizasyon işlemi esnasında silindiği için sadece kırmızı renkli yük taşıyan elemanlar görülmektedir.



Şekil 9. Optimize edildikten sonra eleman silme uygulanmış

Değişik eleman sayılarına göre yapılmış çözümlerin süreleri şekil 10'da ve tablo 1'de gösterilmiştir.



Şekil 10. Eleman sayılarına ve çözüm yöntemlerine bağlı çözüm süreleri

Tablo 1. Eleman sayılarına ve çözüm yöntemlerine bağlı çözüm süreleri:

Yöntemler:	Opt. ANSYS ile	Eleman Silme ile
Eleman sayıları		
20000	22 dak.	21 dak.
30000	52 dak.	37 dak.
60000	220 dak.	142 dak.
100000	500 dak.	400 dak.

Eleman sayısı 20-25 bin den az olduğu zaman eleman silme yönteminin faydası görülememektedir. Fakat eleman sayısı 30 binden fazla olduğunda çözüm yöntemine ve eleman sayısına bağlı olarak çözüm sürelerinde %35'e kadar iyileşmeler ortaya çıkmaktadır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada ANSYS topoloji optimizasyonunun çözüm süresinin kısaltılabilmesi için ANSYS’de yapılan programlama ile topoloji optimizasyonu eleman silme yöntemi birlikte kullanılmıştır. Bu yöntemin 20 binden fazla eleman sayısı ile çalışıldığında işe yaradığı görülmüştür. Özellikle 60 bin ve üstü eleman sayılarıyla çalışılacağı zaman eleman silme metodunun ciddi zaman avantajı olduğu görülmektedir.

Çalışmanın devamında, ANSYS’in User Programmable Feature (UPF) bölümünü kullanarak ANSYS içerisinde değişik optimizasyon yöntemleriyle birlikte eleman silme yöntemi uygulamaya çalışılmaktadır. Bu sayede ANSYS’in sadece sonlu eleman çözümünü kullanarak, iki boyutlu problemler için en etkili optimizasyon yöntemini belirleyebilme hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Structural_analysis
- [2] Prof. Olivier de Weck: Structural design optimization lecture notes (2005)
- [3] Chyi-Yeu Lin, Shin-Hong Lin, “Artificial neural network based hole image interpretation techniques for integrated topology and shape optimization” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 194 3817–3837, 2005
- [4] Martin P. Bendsoe, Erik Lund, Niels Olhoff, Ole Sigmund, “Topology optimization - broadening the areas of application” *Control and Cybernetics*, 34 (1) pp. 7–35., 2005
- [5] Osher S, Sethian JA. Front propagating with curvature-dependent speed, “Algorithms based on Hamilton–Jacobi formulations. *J Comput Phys* 1988”
- [6] ChunGang Zhuang, ZhenHua Xiong, Han Ding, “A level set method for topology optimization of heat conduction problem under multiple load cases” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 196 1074–1084, 2007
- [7] Pasi Tanskanen, “A multiobjective and fixed elements based modification of the evolutionary structural optimization method” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 196 76–90, 2006
- [8] Su-Young Chang, Sung-Kie Youn, “Material cloud method - its mathematical investigation and numerical application for 3D engineering design” *International Journal of Solids and Structures* 43 5337–5354, 2006
- [9] Pasi Tanskanen, “The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 191 5485–5498, 2002
- [10] A. Mahdavi, R. Balaji, M. Frecker, E. M. Mockensturm, “Parallel optimality criteria-based topology optimization design” 6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization Rio de Janeiro, 2005
- [11] Ansys yardım dosyası.

