

*XV. Ulusal Mekanik Kongresi, 03-07 Eylül 2007, ISPARTA*

## **BASİT MESNETLİ SİMETRİK ÇAPRAZ- VE AÇILI- TABAKALI KOMPOZİT KİRİŞLERİN ETKİLEŞİMLİ SERBEST TİTREŞİMLERİ**

**Mehmet ÇEVİK**

Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir Meslek Yüksekokulu, 35150, Buca, İZMİR  
mehmet.cevik@deu.edu.tr

### **ÖZET**

Basit mesnetli tabakalı kompozit kirişlerin düzlem-dışı eğilme ve burulma etkileşimli serbest titreşimleri ANSYS 10.0 yazılımı kullanılarak sonlu eleman yöntemiyle incelenmiştir. Dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkileri analizde dikkate alınmıştır. Simetrik dizilişe sahip hem çapraz- hem de açılı-tabakalı kirişlere ait sayısal uygulamalar yapılmış, doğal frekanslar ve mod yapıları analiz edilmiştir. Tabaka açısı, malzeme elastisite modülü, boy/kalınlık ve genişlik/kalınlık oranları ile tabaka sayısının doğal frekansa etkileri parametrik olarak araştırılmıştır. Sonlu eleman modelinin geçerliliği, literatürde mevcut değerler ile karşılaştırma yapılarak gösterilmiştir.

### **ABSTRACT**

Coupled out-of-plane and torsional free vibrations of simply-supported laminated composite beams is studied by finite elements method using ANSYS 10.0 software. The rotary inertia and shear deformation effects have been included in the analysis. Numerical applications are carried out for symmetric cross- and angle-ply beams; natural frequencies and mode shapes are analyzed. Parametric studies are performed to study the effects of layer angle, material orthotropy, length/thickness and width/thickness ratios and layer number on natural frequencies. The validity of the finite element model is shown by comparing the results with those available in the literature.

### **1.GİRİŞ**

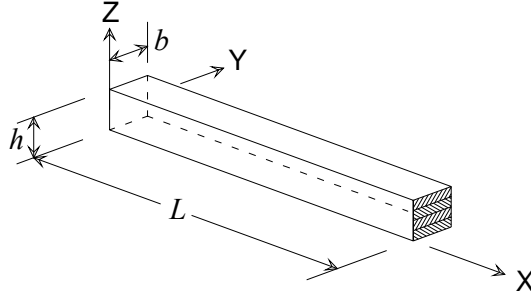
Tabakalı kompozit malzemeler, geleneksel yapısal malzemelere göre belli üstünlüklere sahip olduklarından dolayı, otomotiv, uzay ve uçak sanayi, inşaat ve makina mühendislikleri, vb. çok değişik uygulama alanlarında gittikçe daha yaygın bir şekilde kullanılmaktadırlar. Bu malzemeler yüksek mukavemet/ağırlık oranına sahiptirler. Davranışları ise fiber doğrultusu ve tabakaların diziliş sırasına bağlıdır. Dolayısıyla, bu malzemeleri, verilen yükleme koşulları ve diğer şartlara göre istenilen özelliklerde tasarlamak mümkün olmaktadır. Öte yandan, anizotropik yapılarından dolayı bu malzemelerin analizi, metalik malzemelere göre çok daha karmaşıktır.

Tabakalı kompozit malzemeler, çapraz- veya açılı-tabakalı olarak kullanılmaktadır. Çeşitli alanlarda kullanılan bu malzemelerin titreşim davranışlarının incelenmesi de bir zorunluluk haline gelmiştir. Birçok araştırmacı tabakalı kompozitlerin serbest titreşimlerini incelemiştir. Chandrasekhara vd. [1] simetrik çapraz-tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşimleri için tam çözümler bulmuşlar ve kayma deformasyonu, malzeme anizotropisi ve sınır şartlarının kompozit kirişlerin doğal frekanslarına etkilerini göstermişlerdir. Singh ve Abdelnaser [2] keyfi sınır şartlarına sahip simetrik çapraz-tabakalı kompozit kirişlerin serbest ve zorlamalı titreşimlerini araştırmışlardır. Khdeir ve Reddy [3] keyfi sınır şartlarına sahip çapraz-tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşimlerini inceleyerek farklı teorilerle bulunan sonuçları birbirleri ile karşılaştırmışlardır. Yıldırım vd. [4] transfer matrisi yöntemini kullanarak simetrik çapraz-tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşim analizini yapmışlar; sınır şartları, narinlik oranı, yükseklik genişlik oranı, tabaka sayısı ve malzeme özelliklerinin serbest titreşim frekansları üzerindeki etkilerini incelemiştir. Matsunaga [5] açılı-tabakalı kompozit plakların doğal frekanslarını ve burkulma gerilmelerini, kayma gerilmesi, kalınlık değişimi ve dönme ataleti etkilerini dikkate alarak analiz etmiştir. Yıldırım ve Kıral [6] simetrik çapraz-tabakalı kirişlerin düzlem-dışı serbest titreşimlerini transfer matrisi yöntemiyle çalışmışlar; Timoshenko ve Euler-Bernoulli tipi kirişler için kayma deformasyonu, dönme ataleti, uzunluk/kalınlık oranı, kesitin kalınlık/genişlik oranı ve farklı sınır şartlarının etkilerini araştırmışlardır. Banerjee [7,8] ankastre-serbest sınır şartlarına sahip kompozit Euler-Bernoulli ve Timoshenko tipi kirişlerin frekans denklemleri ve mod yapıları için tam ifadeleri sembolik hesaplama kullanarak açık analitik formda elde etmiştir. Kirişin diferansiyel denklemlerini analitik olarak çözerek frekans ve mod yapılarını bulmuştur. Chakraborty vd. [9] birinci-mertebe kayma deformasyonlu sonlu eleman geliştirerek, bu elemanı simetrik ve asimetric dizilişe sahip çapraz-tabakalı kompozit kirişlerde serbest titreşim ve dalga yayılımı problemlerine uygulamışlardır; bu çalışmada sayısal örneklerin çoğu çapraz-tabakalı kompozitleri içermekle birlikte, açılı-tabakalı bir örneğe de yer verilmiştir. Murthy vd. [10] asimetric tabakalı kompozit kirişlerin eksenel-eğilme-kayma etkileşimli titreşimleri için yüksek mertebeli teoriye dayalı bir sonlu eleman geliştirmişler ve bunu parametrik çalışmalarında kullanmışlardır. Krishnaswamy vd. [11] tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşim denklemlerini Hamilton prensibini kullanarak çıkarmışlar ve analitik çözüm kullanarak doğal frekansları hesaplamış ve mod yapılarını elde etmişlerdir. Aydoğdu [12] farklı sınır şartlarına sahip açılı-tabakalı kirişlerin titreşimlerini incelemiş ve tabaka açısının doğal frekansa etkisini araştırmıştır. Tübitak Malzeme Teknolojileri Strateji Grubu'nun Vizyon 2023 Projesi'nde [13] ise, kompozit malzemelerin tasarım, yenilikçilik ve uygulamalarının yaygınlaştırılmasının stratejik amaçlardan biri olduğu belirtilmektedir.

Bu çalışmada hem çapraz-tabakalı hem de açılı-tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşim analizi, sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmıştır. Çözüm için kullanılan sonlu elemanlar modeli ANSYS 10.0 yazılım paketi ile hazırlanmış ve elde edilen sonuçların hassasiyetini kontrol etmek üzere literatürdeki mevcut sonuçlar, bu model kullanılarak elde edilmiştir. Özellikle analitik olarak elde edilmiş olan değerlerle karşılaştırma yaparak modelin uygulanabilirliği gösterilmiştir. Basit mesnetli simetric-tabakalı kompozit kirişte dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkileri dikkate alınmış, eğilme ve burulma titreşimleri birlikte incelenmiştir. Doğal frekanslar ve etkileşimli mod yapıları sunulmuştur. Çeşitli parametrelerin doğal frekansa etkileri araştırılmıştır. Tabakalı kompozit kirişlerin titreşimlerine dair literatürde mevcut çalışmaların neredeyse tamamı çapraz-tabakalı kirişlerle ilgilidir. Dolayısıyla, bu çalışmanın en özgün yönü, açılı-tabakalı kirişlerin de incelenmiş olmasıdır.

## 2. KOMPOZİT KİRİŞİN SONLU ELEMANLAR MODELİ

Bu çalışmada kullanılan kiriş modelinin geometrisi ve koordinat sistemi Şekil 1 'de görülmektedir.  $L$ ,  $h$  ve  $b$ , sırasıyla kirişin boyunu, kalınlığını ve genişliğini ifade etmektedir. Tabakalar  $xy$ -düzlemine paraleldir. Bu çalışmada  $xy$ -düzleminde dışarı doğru eğilme titreşimleri ile  $x$ -ekseni etrafındaki burulma titreşimleri incelenmiştir.



Şekil 1. Kiriş modelinin geometrisi ve koordinat sistemi

Problemin çözümü için ANSYS 10.0 yazılım paketinden yararlanılmış, doğrusal tabakalı Shell-99 elemanı kullanılmıştır. Shell-99, 8-düğümlü, her düğüm noktasında 6 serbestlik derecesi olan üç-boyutlu bir elemandır. Bu eleman, dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkilerini dikkate alan Timoshenko kiriş teorisine göre hesaplama yapmaktadır. Bu teorisin, kayma deformasyonu etkilerini ihmal eden Bernoulli-Euler kiriş teorisine göre çok daha iyi sonuçlar verdiği birçok araştırmacı [1,6,10,14,16] tarafından gösterilmiştir.

## 3. KARŞILAŞTIRMA YAPILARAK MODELİN DOĞRULANMASI

Modelin doğruluğunu göstermek üzere karşılaştırma yapmak amacıyla, literatürde çözümleri farklı yöntemlerle bulunmuş iki örnek problem seçilmiştir. Bu örneklerde, bütün tabakaları aynı kalınlık, yoğunluk ve ortotropik malzeme özelliklerine sahip Grafit-Epoksi (AS4/3501-6) malzeme kullanılmıştır; malzeme özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. AS/3501-6 Grafit/epoksi malzemenin özellikleri

$E_L$ (GPa)	$E_T$ (GPa)	$G_{LT}$ (GPa)	$G_{TT}$ (GPa)	$\nu_{LT}$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
144.8	9.65	4.14	3.45	0.3	1389.23

Burada,  $E$ ,  $G$ ,  $\nu$  ve  $\rho$  sırasıyla elastisite, kayma modüllerini, Poisson oranını ve yoğunluğu ifade etmektedir.  $L$  ve  $T$  indisleri ise sırasıyla fiber doğrultusunu ve buna dik doğrultuyu ifade etmektedir. Doğal frekanslar  $\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\rho / E_L h^2}$  şeklinde boyutsuzlaştırılmıştır.

**Örnek 1.** Simetrik ( $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$ ) çapraz-tabakalı, boy/kalınlık oranı  $L/h=15$  ve ankastre-serbest sınır şartlarına sahip bir kiriş incelenmiştir. Bu çalışmadaki yöntemle bulunan sonuçlar, birinci-mertebe kayma deformasyonu teorisi (BKDT) [1,15,16] ile bulunan sonuçlarla Tablo 2'de karşılaştırılmıştır. Eğilme titreşimi modlarında, her üç referansla çok güzel bir uyum sağlanmıştır. Burulma frekansı değerlerinin de Kaynak [15] ile uyumlu oldukları görülmektedir ancak çalışmamızda kullanılan yöntemle yeni bazı burulma frekansı değerleri bulunmuştur. Eksenel mod frekansı da Kaynak [16] ile uyumludur.

**Tablo 2.** Simetrik ( $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$ ) çapraz-tabakalı, boy/kalınlık oranı  $L/h=15$  ve ankastre-serbest sınır şartlarına sahip kirişin boyutsuz doğal frekanslarının karşılaştırılması

Mod sayısı	Kaynak [1]	Kaynak [15]	Kaynak [16]	Bu çalışma
1	0.9241	0.92150	0.92155	0.92380
2	4.8925	4.88249	4.88318	4.90687
3	--	--	--	5.05353 (t)
4	11.4400	11.42225	11.4251	11.48969
5	--	15.24442 (t)	--	15.13317 (t)
6	--	--	17.2070 (a)	17.24526 (a)
7	18.6972	18.67302	18.6813	18.78791
8	--	--	--	25.12698 (t)
9	26.2118	26.17842	26.1975	26.33198
10	--	33.66872	--	33.86023
11	--	--	--	34.97378 (t)
12	--	41.08963	--	41.32024
13	--	45.72950 (t)	--	44.61587 (t)
14	--	48.41762	--	48.70287

(t) burulma modu      (a) aksenal mod

**Örnek 2.** İkinci olarak simetrik ( $\theta/-\theta/-\theta/\theta$ ) açılı-tabakalı, boy/kalınlık oranı  $L/h=15$  ve ankastre-ankastre sınır şartlarına sahip bir kiriş incelenmiştir. Analitik çözüm yöntemi [1,11] ve BKDT'ye dayanan sonlu elemanlar yöntemi [17] ve diğer yöntemlerle bulunan sonuçların bu çalışmada kullanılan yöntemle bulunan sonuçlar ile karşılaştırılması Tablo 3'te yapılmıştır. BKDT-1'de eğilme-burulma etkileşimi ve Poisson etkisi dikkate alınmamıştır. BKDT-2'de eğilme-burulma etkileşimi dikkate alınmıştır ancak Poisson etkisi ihmal edilmiştir. BKDT-3'te ise hem eğilme-burulma etkileşimi hem de Poisson etkisi dikkate alınmıştır. Tabloda görüldüğü üzere, bu çalışmada kullanılan modelle elde edilen sonuçlar, BKDT-3 ile elde edilen sonuçlar ile çok iyi bir uyum göstermiştir çünkü kullandığımız modelde de eğilme-burulma etkileşimi ve Poisson etkisi dikkate alınmaktadır.

**Tablo 3.** Simetrik ( $\theta/-\theta/-\theta/\theta$ ) açılı-tabakalı, boy/kalınlık oranı  $L/h=15$  ve farklı sınır şartlarına sahip kirişin boyutsuz doğal frekanslarının karşılaştırılması

Sınır Şartları	Teori	Tabaka Açısı						
		$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
Ankastre-Ankastre	Analitik [1]	4.8487	4.6635	4.0981	3.1843	2.1984	1.6815	1.6200
	Analitik [11]	4.8690	3.9880	2.8780	1.9470	1.6440	1.6210	1.6310
	SSDQM [9]	4.8575	3.6484	2.3445	1.8383	1.6711	1.6161	1.6237
	BKDT-1 [17]	4.8712	4.6835	4.1118	3.1908	2.2006	1.6814	1.6207
	BKDT-2 [17]	4.8712	4.1071	3.3806	2.6199	1.9611	1.6604	1.6207
	BKDT-3 [17]	4.8629	4.0082	2.8762	1.9330	1.6290	1.6063	1.6161
	RHSDT [12]	4.9730	4.2940	2.1950	1.9290	1.6690	1.6120	1.6190
Bu çalışma		4.8457	4.0455	2.9444	1.9974	1.6542	1.6110	1.6183
Ankastre-Basit	Analitik [1]	3.730	3.559	3.057	2.303	1.551	1.175	1.136
	Analitik [11]	3.837	3.243	2.213	1.388	1.146	1.129	1.131
	RHSDT [12]	3.775	2.960	1.671	1.178	1.150	1.122	1.129
	Bu çalışma		3.728	2.988	2.081	1.379	1.147	1.124

#### 4. SAYISAL ÇÖZÜM VE TARTIŞMA

Bu bölümde, farklı özelliklere sahip kirişlerin doğal frekansları hesaplanarak, çeşitli parametrelerin etkileri araştırılmıştır. Aksi belirtilmedikçe, kirişler Tablo 1’de verilen Grafitepoksi malzeme özelliklerine, dört tabakaya,  $L/h=10$  boy/kalınlık oranına ve kare kesite sahiptirler. Bütün frekans değerleri  $\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\rho/E_T h^2}$  şeklinde boyutsuzlaştırılmıştır.

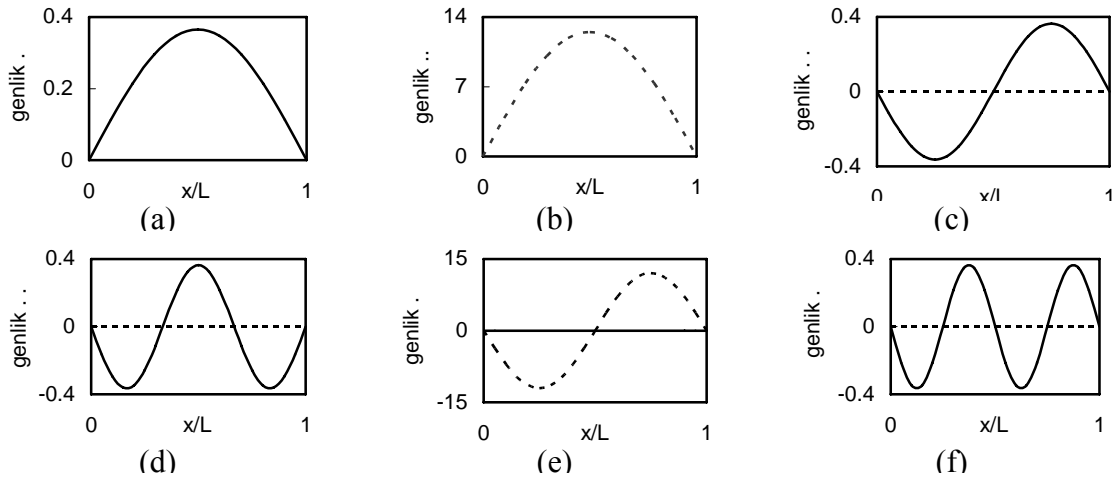
#### 5. KOMPOZİT KİRİŞLERİN MOD YAPILARI VE DOĞAL FREKANSLARI

Simetrik 4-tabakalı kompozit kirişin ilk 10 moduna ait doğal frekansları Tablo 4’te verilmiştir. Tabaka açısı arttıkça doğal frekanslar azalmıştır.

**Tablo 4.** Simetrik 4-tabakalı kompozit kirişlerin ilk 10 moduna ait doğal frekansları

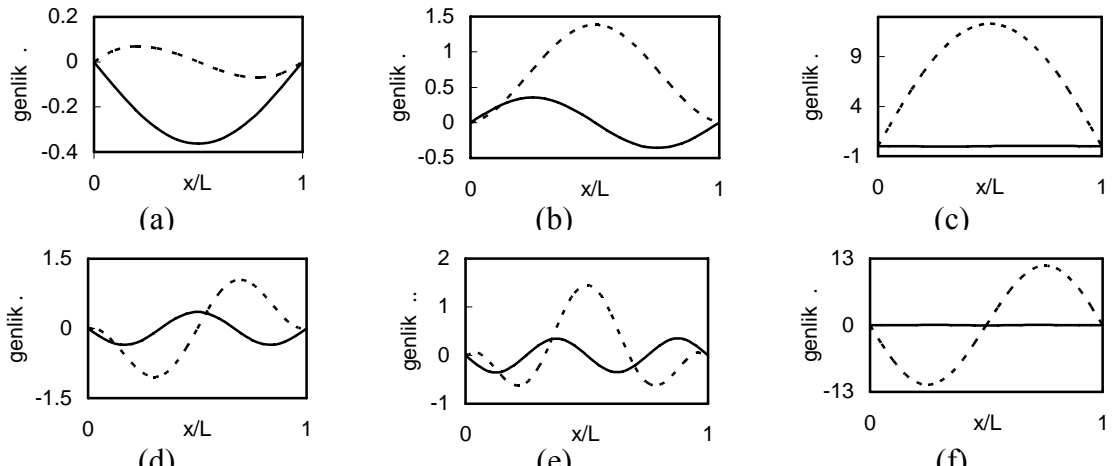
Mod sayısı	Açılı-tabakalı ( $\theta/-\theta/-\theta/\theta$ )							Çapraz-tab. $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$
	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 75^\circ$	$\theta = 90^\circ$	
1	13.99428	10.94654	6.877378	4.105813	3.123453	2.86741	2.821466	13.22977
2	31.45478	31.74042	23.94383	15.56564	12.08893	11.14339	10.97149	30.76649
3	37.82145	40.48685	41.19751	32.47517	25.87793	23.98169	23.62894	36.00093
4	61.64139	56.37943	46.02413	40.4163	38.95541	35.76863	29.95259	58.83662
5	62.56714	80.0858	69.67372	52.79689	43.23484	40.30445	39.74178	61.25251
6	84.91759	80.39209	82.73916	74.88923	62.95775	59.05687	58.28771	81.15265
7	92.88109	103.9625	93.69843	80.56244	77.39976	71.02621	59.50942	91.01755
8	107.8462	117.6767	117.0176	98.03121	84.18456	79.4044	78.43047	103.1297
9	121.9699	127.3557	124.1535	119.4043	106.2683	100.7207	88.2902	119.6486
10	130.5683	148.4587	140.8204	121.5431	114.5828	105.1791	99.55404	124.9020

Değişik dizilişlere sahip kirişlerin ilk 6 moduna ait mod yapıları ise Şekil 2-6’da görülmektedir. Tek-doğrultulu dizilişlerde modlar arası etkileşim meydana gelmemektedir. Şekil 3-5’te sırasıyla,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  açılı tabakalı kirişlerin mod yapıları sunulmuştur. Bu dizilişlerde eğilme modlarının tümünde burulma titreşimleri ile kuvvetli etkileşim olduğu görülmektedir. Ancak burulma modlarında eğilme ile etkileşim çok daha zayıftır. Dolayısıyla, burulma titreşimlerinin, eğilme titreşimlerine nazaran, etkileşime karşı daha az hassas oldukları söylenebilir. Ayrıca tabaka açısı arttıkça, ilk burulma modu ileri gitmektedir.

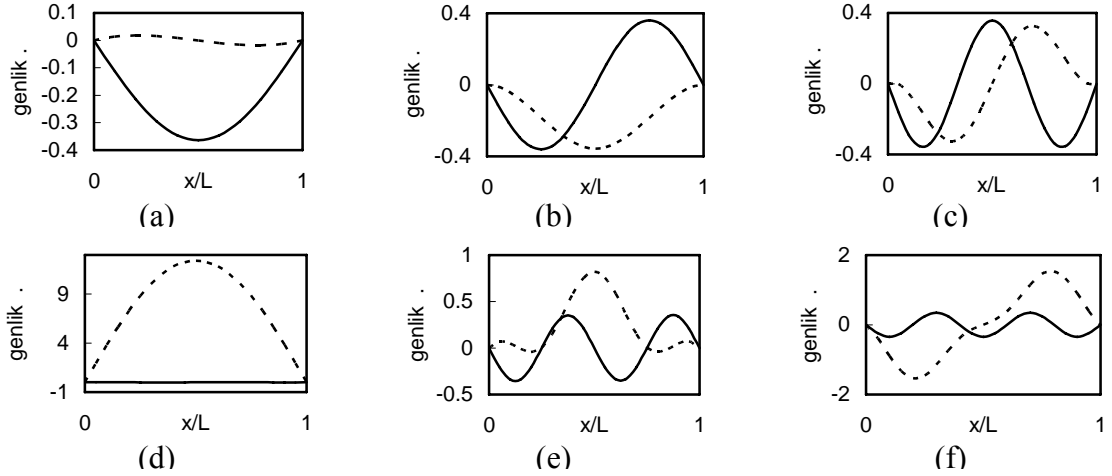


**Şekil 2.** ( $0^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ$ ) tabakalı kirişin ilk 6 moduna ait mod yapıları.

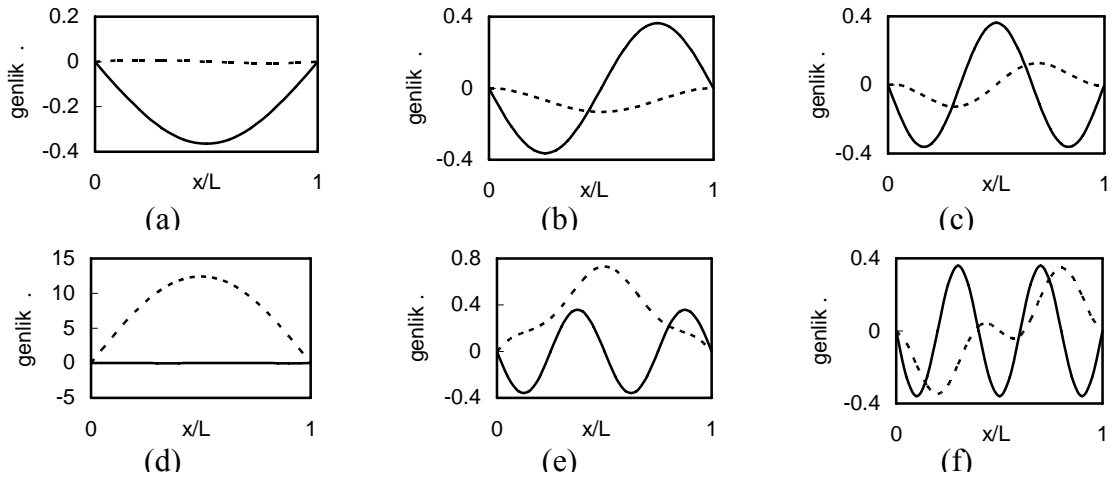
(— eğilme; ..... burulma)



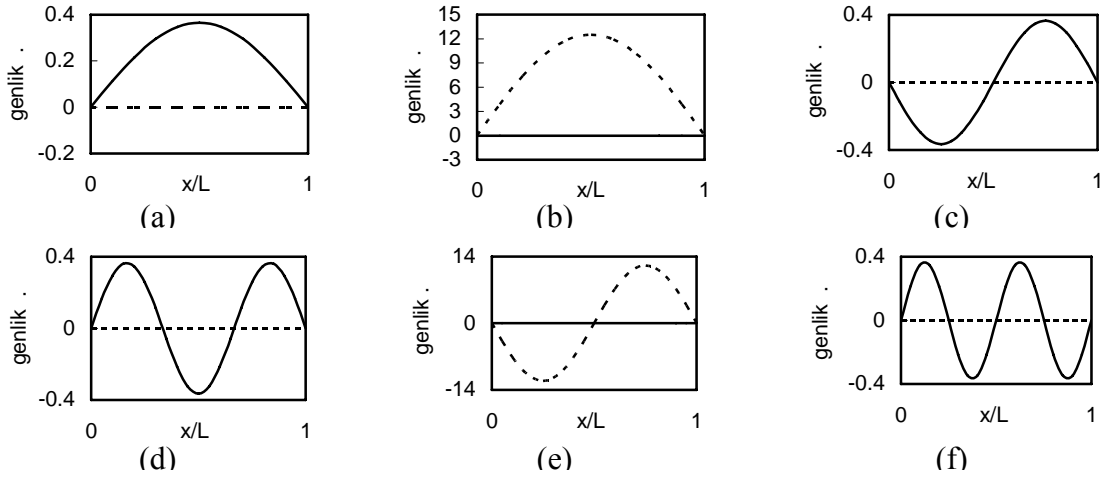
**Şekil 3.** (30°/-30°/-30°/30°) tabakalı kirişin ilk 6 moduna ait mod yapıları.  
(— eğilme; ..... burulma)



**Şekil 4.** (45°/-45°/-45°/45°) tabakalı kirişin ilk 6 moduna ait mod yapıları.  
(— eğilme; ..... burulma)



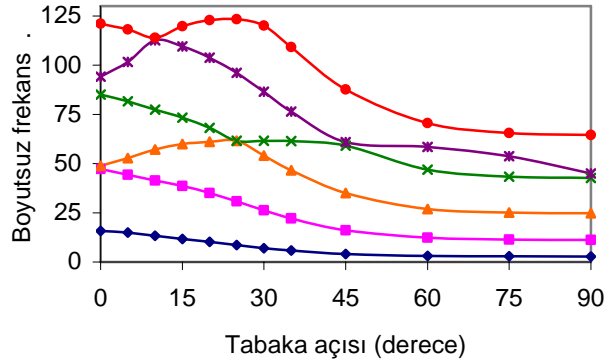
**Şekil 5.** (60°/-60°/-60°/60°) tabakalı kirişin ilk 6 moduna ait mod yapıları.



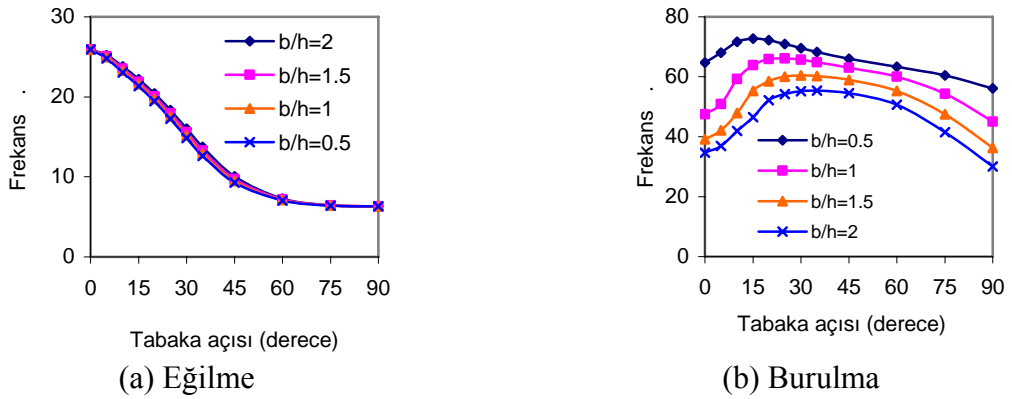
Şekil 6. (0°/90°/90°/0°) çapraz-tabakalı kirişin ilk 6 moduna ait mod yapıları.  
(— eğilme; ..... burulma)

## 6. TABAKA AÇISININ DOĞAL FREKANS ETKİSİ

Tabakalı kompozit kirişte tabaka açısının boyutsuz frekansa etkisi Şekil 7’de görülmektedir. Eğrilerin birbirlerine yaklaştığı noktalarda eğilme ve burulma modları arasında geçiş olmaktadır. Tabaka açısı arttıkça eğilme frekansının azaldığı görülmektedir.



Şekil 7. İlk altı modun (eğilme+burulma) frekansının tabaka açısına göre değişimi



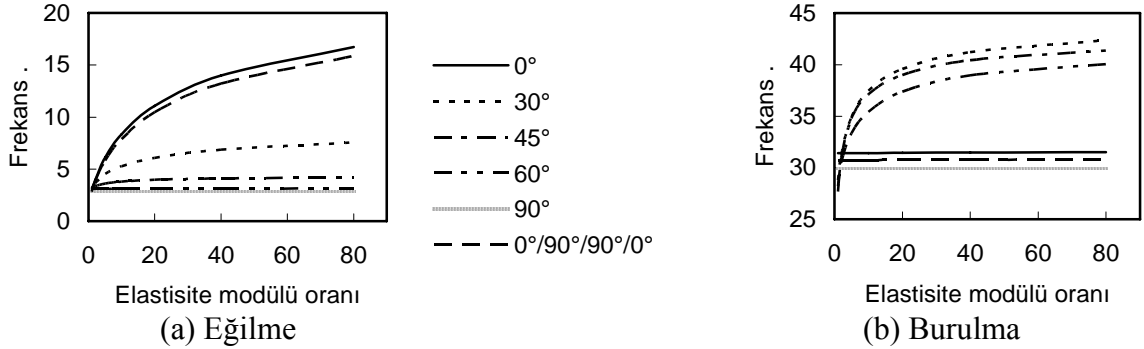
Şekil 8. Eğilme ve burulma frekanslarının genişlik/kalınlık oranına göre değişimi

## 7. GENİŞLİK/KALINLIK ORANININ ( $b/h$ ) DOĞAL FREKANS ETKİSİ

Genişlik/kalınlık oranının eğilme ve burulma frekanslarına etkisi sırasıyla Şekil 8a ve 8b’de görülmektedir. Bütün tabaka açıları için,  $b/h$  oranı arttıkça burulma frekansı azalmaktadır ancak  $b/h$ ’nin eğilme frekansına herhangi bir etkisi olmamaktadır.

## 8. MALZENE ELASTİSİTE MODÜLÜNÜN DOĞAL FREKANS ETKİSİ

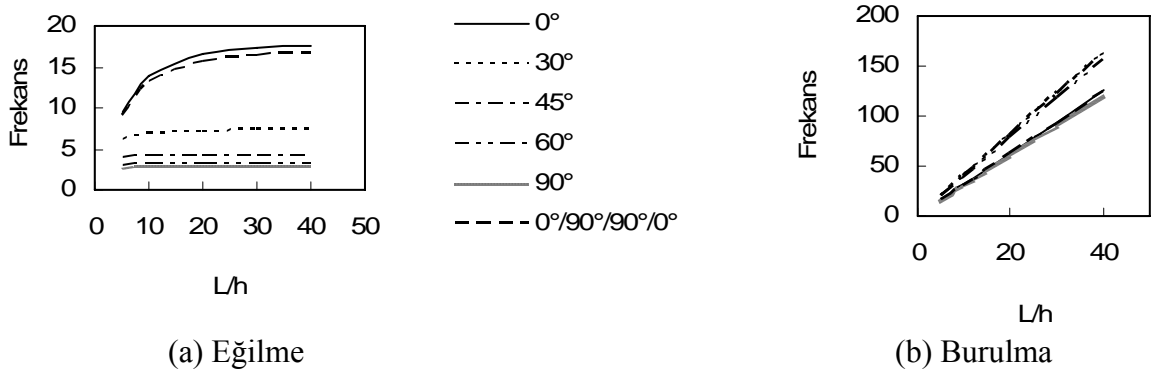
Kompozit kiriş tabakalarının boyuna ve enine elastisite modüllerinin birbirlerine oranının ( $E_L/E_T$ ) doğal frekansa etkisini incelemek amacıyla bu oranın 1, 2, 5, 10, 20, 40 ve 80 değerleri için frekanslar hesaplanmıştır. Şekil 9a’da,  $0^\circ$  tek doğrultulu ve  $0^\circ/90^\circ$  çapraz-tabakalı dizilişe sahip kirişlerde, elastisite modülü oranı arttıkça eğilme frekansının arttığı görülmektedir. Tabaka açısı arttıkça, modül oranının etkisi azalmaktadır.  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  dizilişe sahip kirişlerde modül oranının frekansa etkisi olmamaktadır. Şekil 9b’de,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  açılı-tabakalı dizilişe sahip kirişlerde, elastisite modülü oranı arttıkça burulma frekansının arttığı görülmektedir. Öte yandan,  $0^\circ$  ve  $90^\circ$  tek doğrultulu ve  $0^\circ/90^\circ$  çapraz-tabakalı kirişlerde modül oranının frekansa etkisi olmamaktadır.



Şekil 9. Eğilme ve burulma frekanslarının elastisite modülü oranına göre değişimi

## 9. BOY/KALINLIK ( $L/h$ ) ORANININ DOĞAL FREKANS ETKİSİ

$L/h$  oranının doğal frekansa etkisi Şekil 10’da gösterilmiştir.  $0^\circ$  tek doğrultulu ve  $0^\circ/90^\circ$  çapraz-tabakalı kirişlerde  $L/h$  arttıkça eğilme frekansı artmakta ancak bu oran  $30^\circ$ ’u geçtikten sonra artış çok yavaşlamaktadır. Diğer tüm dizilişlerde ise,  $L/h=10$  değerine kadar frekansta çok hafif bir artış gözlenmektedir, bundan sonra  $L/h$ ’nin eğilme frekansına etkisi olmamaktadır. Bütün diziliş durumları için,  $L/h$  arttıkça burulma frekansının doğrusal olarak artmaktadır.

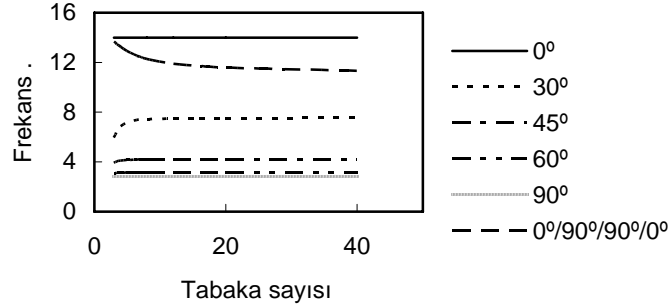


Şekil 10. Eğilme ve burulma frekanslarının boy/kalınlık oranına göre değişimi



## 10. TABAKA SAYISININ DOĞAL FREKANS ETKİSİ

Tabaka sayısının kompozit kirişin eğilme frekansına etkisini incelemek için tabaka sayısı 3'ten 40'a kadar artırılmıştır. Şekil 11'de görüldüğü gibi, simetrik çapraz-tabakalı kirişte tabaka sayısı arttıkça doğal frekans azalmaktadır. Açılı-tabakalı dizilişlerde ise, tabaka sayısı arttıkça doğal frekans önce biraz artmakta, daha sonra fazla değişmemekte ve sabit bir değere doğru yakınsamaktadır. Tek doğrultu kirişlerde tabaka sayısı doğal frekansını etkilememektedir.



Şekil 11. Tabakalı kompozit kirişte eğilme frekansının tabaka sayısına göre değişimi

## 11. SONUÇ

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar şu şekilde özetlenebilir: Açılı-tabakalı kirişlerde, tabaka açısı arttıkça, doğal frekanslar azalmaktadır. 0° ve 90° tek doğrultulu ve çapraz-tabakalı kirişlerde eğilme ve burulma modları arasında etkileşim olmamaktadır. Açılı-tabakalı dizilişlerde, eğilme modlarının tümünde burulma titreşimleri ile kuvvetli etkileşim meydana gelmektedir. Ancak burulma modlarında eğilme ile etkileşim çok daha zayıftır. Dolayısıyla, burulma titreşimleri, eğilme titreşimlerine nazaran, etkileşime karşı daha az hassastırlar. Tabaka açısı arttıkça, ilk burulma modu ileriye doğru gitmektedir. Elastisite modülü oranı arttıkça, tek doğrultulu ve çapraz-tabakalı kirişlerde eğilme frekansı, açılı-tabakalı kirişlerde ise burulma frekansı artmaktadır. Boy/kalınlık oranı arttıkça 0° tek doğrultulu ve 0°/90° çapraz-tabakalı kirişlerde eğilme frekansı artmaktadır. Diğer tüm dizilişlerde ise,  $L/h$ 'nin eğilme frekansına belirgin bir etkisi olmamaktadır.  $L/h$  arttıkça burulma frekansı doğrusal olarak artmaktadır. Genişlik/kalınlık oranı arttıkça burulma frekansı bütün dizilişlerde doğrusal olarak artmaktadır. Tabaka sayısı arttıkça çapraz-tabakalı kirişte eğilme frekansı azalmaktadır. Açılı-tabakalı dizilişlerde ise, tabaka sayısı arttıkça doğal frekans önce biraz artmakta, daha sonra sabit bir değere doğru yakınsamaktadır. 0° ve 90° tek doğrultulu kirişlerde ise, tabaka sayısı doğal frekansını etkilememektedir.

## 12. TEŞEKKÜR

Bu çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 106M154 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1]. Chandrashekhara, K., Krishnamurthy, K. and Roy, S. "Free vibration of composite beams including rotary inertia and shear deformation" *Composite Structures*, 14, 269-279, 1990.
- [2]. Singh, M.P. and Abdelnaser, A.S. "Random response of symmetric cross-ply composite beams with arbitrary boundary conditions" *American Inst. Aeronautics Astronautics Journal*, 30 (4), 1081-1088, 1992.
- [3]. Khdeir, A.A. and Reddy, J.N. "Free vibration of cross-ply laminated beams with arbitrary boundary conditions" *Int. J. Engineering Science*, 32, 1971-1980, 1994.
- [4]. Yıldırım, V., Sancaktar, E. and Kırıl, E. "Free vibration analysis of symmetric cross-ply laminated composite beams with the help of the transfer matrix approach" *Commun. Numer. Meth. Engng.*, 15, 651-660, 1999.
- [5]. Matsunaga, H. "Vibration and stability of angle-ply laminated composite plates subjected to in-plane stresses" *Int. J. Mechanical Sciences*, 43, 1925-1944, 2001.
- [6]. Yıldırım, V. and Kırıl, E. "Investigation of the rotary inertia and shear deformation effects on the out-of-plane and torsional natural frequencies of laminated beams" *Composite Structures*, 49, 313-320, 2000.
- [7]. Banerjee, J.R. "Explicit analytical expressions for frequency equation and mode shapes of composite beams" *Int. J. Solids Structures*, 38, 2415-2426, 2001.
- [8]. Banerjee, J.R. "Frequency equation and mode shape formulae for composite Timoshenko beams" *Composite Structures*, 51, 381-388, 2001.
- [9]. Chakraborty, A., Mahapatra, D.R. and Gopalakrishnan S. "Finite element analysis of free vibration and wave propagation in asymmetric composite beams with structural discontinuities" *Composite Structures*, 55, 23-36, 2002.
- [10]. Murthy, M. V. V. S., Mahapatra, D. R., Badarinarayana, K. and Gopalakrishnan, S. "A Refined Higher Order Finite Element for Asymmetric Composite Beams" *Compos. Struct.*, 67(1): 27-35, 2005.
- [11]. Krishnaswamy S., Chandrashekhara K., Wu W.Z.B. "Analytical solutions to vibration of generally layered composite beams" *J. Sound Vibration*, 159 (1), 85-99, 1992.
- [12]. Aydoğdu, M. "Free vibration analysis of angle-ply laminated beams with general boundary conditions" *J. Reinf. Plast. Compos.*, 25 (15): 1571-1583, 2006.
- [13]. Tübitak Malzeme Teknolojileri Strateji Grubu, Vizyon 2023 Projesi, Ağustos 2004, Ankara.
- [14]. Khdeir, A.A. and Reddy, J.N. "Free and forced vibration of cross-ply laminated composite shallow arches" *Int. J. Solids Structures*, 34, 1217-1234, 1997.
- [15]. Yıldırım V. "Out-of-plane bending and torsional resonance frequencies and mode shapes of symmetric cross-ply laminated beams including shear deformation and rotary inertia effects" *Commun. Numer. Meth. Eng.*, 16, 67-74, 2000.

- [16]. Yıldırım V. “Common effects of the rotary inertia and shear deformation on the out-of-plane natural frequencies of composite circular bars” *Composites Part B-Eng.*, 32, 687-695, 2001.
- [17]. Kadivar, M.H. and Mohebpour, S.R. “Finite element dynamic analysis of unsymmetric composite laminated beams with shear effect and rotary inertia under the action of moving loads” *Finite Elem. Anal. Des.*, 29, 259-273, 1998.

