XV. Ulusal Mekanik Kongresi, 3-7 Eylül 2007, ISPARTA

GÜRSEY MODELİ ve BAZI UYGULAMALARI

M.Hortaçsu,

İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Bölümü, Maslak, Istanbul

ÖZET

Feza Gürsey'in 1956 yılında ortaya attığı ve Fikret Kortel'in aynı yıl klasik çözümlerini bulduğu temel parçacık fiziği modeli tanıtılmış ve modeli kuantalaştırmak için gösterilen bazı çabalar anlatılmıştır.

ABSTRACT

We review the model proposed by Feza Gürsey in 1956 for elementary particle physics, whose classical solutions were found by Fikret Kortel during the same year. We also summarize some attempts to quantize this classical model.

Feza Gürsey hep zamanının ilerisindeydi. Bu sözü yabancı fizikçilerden duydum. Büyük bir ustalıkla kullandığı klasik gruplar, SU(6), istisnai gruplar E_6, E_7, E_8, kuaterniyon ve oktoniyon uygulamaları dışında, kariyerinin başlarından beri örneğin o zamana kadar pek az kişinin ilgilendiği konform grupla da tanışıktı. Yukarıda saydığım iç simetri gruplarından farklı olarak bu grup bir uzay-zaman simetrisini gösterir. Koordinatlar değiştiği halde metriğin sadece bir çarpanla çarpıldığı en genel dönüşümleri içerir. Diğer bir deyişle metrik elemanının sıfır olma özelliğini koruyan en büyük gruptur.

Konform grup 1970'lerde bir ara moda olmuş, 1984 sicim devrimi yapılınca vazgeçilmezler arasına girmiştir. Feza Bey'in bu grup üzerine çalışmaları ise 1950'li yıllardadır. Bu grup, ötelemeler, dönmeler, sabit hızla gitme dışında koordinatları bir sabitle çarpıp genleştirme ve "özel konform dönüşümleri" içerir. Bu son dönüşümler koordinatları öteleme, bu yeni koordinatının tersini alma ve elde ettiğini bir daha öteleme şeklinde ifade edilebilirler. Maxwell denklemlerinin böyle bir simetrisi olduğu 1900'ların başlarında ortaya konmuştur. Yerel olarak SO(D,2) grubuna isomorftur. Burada D uzay-zamanın sayısıdır. D=2 için grup sonsuz boyutludur, tüm analitik fonksiyonları içerir. Feza Bey nispeten unutulmuş bu simetriyi yeniden ortaya çıkarmıştır.

Kendisi, ayrıca, zamanında çok az sayıda olan, hem parçacık fiziğini, hem de genel görecelik kuramını bilen kişilerdendir. Örneğin, skaler alanlar için "düzeltilmiş enerji-momentum tansörünü" yazmıştır. Aynı ifade 1970'lerde büyük fizikçiler tarafından yeniden keşfedilmiştir. Genç kuramsal parçacık fizikçileri bugün bu iki konuyu da çok iyi biliyorlar. Ancak 1970'li yılların ortalarına kadar bu genelde doğru değildi. Parçacık fizikçileri yan dal olarak genel görelilik yerine çekirdek fiziği öğrenmeyi yeğlerlerdi. Ondan Feza Bey bu o konuda da istisnadır.

Beni buraya Feza Gürsey'in bir çalışmasının bir yöndeki gelişmesini anlatmak için çağırdınız. Bundan büyük gurur duydum. Aslında ben Feza Bey'i çok geç tanıdım. Hiç bir zaman standard anlamda hocam olmadı. Kendisinden öğrendiklerim makaleleri ve dinlediğim konuşmalarındandır. Hatta fizik kongrelerinde bazı fizikçiler, yemek sonrası, içki içerken, Feza Bey'in beni, belki de tez hocamın kötü referansına dayanarak, yetersiz diye ODTÜ'ye almadığını anlatırlarmış. Bu doğrudur. Ancak hiç bir zaman Feza Bey'i taktir etmeme engel değildir. Belki de bundan dolayı kendimi ona beğendirmeğe çalıştım. Şimdi de onun bir makalesini ve bunun bazı uygulamalarını anlatacağım.

Söz konusu makale 1956 yılında yazılmıştır ve Kasım 2006 tarihinde 80 atıf almıştı. Kendisinin SCI'de 83 makalesini bulduk. Bunlara Kasım 2006 tarihinde 3845 kişi atıf vermişti. Demek ki Feza Bey'in makaleleri için bile bu sayı ortalamanın iki katıdır. Tümü Türkiye'de yapılmış kuramsal bir "theoretical theory" çalışması için bu çok yüksek bir sayıdır.

Fizikçilerin düşledikleri tek bir modelle tüm evreni anlamaktır. 20. yüzyılın başında sadece elektromagnetik ve kütle-çekim kuvvetlerinin doğayı betimlemeğe yetmediğinin farkına varılmıştı. Zayıf etkileşmeler için, sonradan yanlış olduğu gösterilen Fermi modeli vardı. Ancak önerilen modelleri hiçbiri kuvvetli etkileşmeleri tam olarak veremiyordu. Bir mezon kullanarak Yukawa tipi bir model önerseniz bile çok geçmeden başka mezonlar bulunuyordu. Tüm mezonları verecek yeni bir model bulmak gerekiyordu.

Heisenberg 1954 yılında dört spinörün etkileşmesini içeren ve sadece spinörlerden kurulu bir model ortaya attı [1]. Modelin Lagrange fonksiyonu

$$L = i\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi + g(\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\Psi)$$

olarak verilmekteydi. Bu modelin çözümleri, kendisine göre, "herşeyin kuramı" (theory of everything) olacaktı. Mezonlar ve baryonlar bu modelin çözümlerinden oluşacaklardı. Heisenberg tüm enstitüsüne bu modelin çözümlerini bulma görevi verdi. Tüm enstitü yıllarca bu model üzerine çalıştılar ve hiç bir sonuca varamadılar. Istanbul üniversitesinden Fikret Kortel de bu sırada Heisenberg'in yanında araştırma yapıyordu.

Fikret Bey yurda döndüğünde Istanbul Üniversitesi Fizik Bölümünde İngiltere'deki Imperial College'deki doktorasını tamamlayıp dönmüş olan Feza Gürsey ile buluştu. Feza Gürsey'in tezi istatistik mekanik üzerineydi. Ancak bunun dışında parçacık fiziği ile de uğraşmıştı. 1956 yılında Feza Gürsey'in kendi modeli üzerine makalesi yayınlandı [2]. Bu makalede gene sadece spinor alanlar kullanılıyor, ancak iki spinorun etkileşmesi spinor-antispinor çarpanının tam sayı olmayan bir kuvvetiyle veriliyordu. Modelin Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibi veriliyordu.

$$L = i\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi + g(\bar{\Psi}\Psi)^{4/3}$$

Böylece hem modelde klasik olarak konform simetri sağlanmış oluyor, hem de "kuvvet sayma" yöntemi ciddiye alınırsa model renormalize edilebilir modeller sınıfına giriyordu.

"Kuvvet sayma" yöntemi alanlara birer boyut vermekle başlar. Bu boyutun ne olduğuna Lagrange yoğunluğundaki kinetik terim karar verir. Spinorler için kinetik terimde tek bir türev olduğundan bunların yanında olan iki spinorun boyutlarının toplamı üç olmalıdır. Böylece her bir spinor alanının boyutu 3/2 olarak bulunur. Türev ve alanların boyutlarının toplamının dört olması da eylemin boyutsuz olmasından dolayıdır. Eylemde Lagrange yoğunluğu dört boyutta integre edilmiştir. Uzay zamana eksi boyut verirsek hepsinin toplamının sıfır olması ile alanın boyutu bulunur. Spinor'un boyutunun 3/2 olması sadece dört boyutta doğrudur. Üç boyutta bu birdir, iki boyutta ise ½. Eğer bir Lagrange yoğunluğundaki alanların çarpımların toplam boyutları dördü aşmazsa modele "pertürbatif olarak renormalize edilebilir" deriz. Yoksa elimizdeki tek yöntem olan pertürbatif açılımlar bu modele uygulanamaz. Pertürbatif açılımlar dışında, genel olarak kullanılabilen başka bir yöntem de henüz bulunamamıştır.

Feza Bey spinor-antispinor çarpanının tam sayı olmayan bir kuvvetini alarak formel olarak bu engeli aşıyordu. Aldığı kuvvet dört bölü üçtü. Konform simetrisi ise çözümlerin bulunmasını kolaylaştıracaktı. Daha sonraları, 1970'lerde, Todorov konform simetrinin klasik çözümlerin formunu belirlediğini göstermiştir [3]. Nitekim aynı yıl (1956) içinde Fikret Kortel modelin klasik çözümlerini buldu. Bu çözümlerin, 1975'ten sonra ortaya atılıp hala kullanılan instanton ve meron çözümleri sınıfına girdiğini 1982 yılında Prof. Kortel'in öğrencisi Gediz Akdeniz gösterecekti [5].

Buraya kadar herşey güzel de sorunlar nerede? Verilen model klasik bir modeldir. Sorunlar modelin kuantalaştırılmasındaydı. Bilindiği gibi kuantum alan kuramında alanlar normal fonksiyonlar değildirler. Komütatörleri, bu durumda antikomutatörleri, Dirac delta fonksiyonu verdiklerinden operatör değerli distribüsyonlardır. Çarpımları ise iki distribüsyonun çarpımı gibidir. Bu yüzden iki alanın çarpımı renormalizasyon yöntemi ile giderilen sorunlar çıkartır Gürsey modelinde iki alanı çarpıp, bu çarpımın 4/3 kuvvetini alıyoruz. Bununla ne demek istendiği açık değildir.

Başka bir bakış açısından temel parçacık fiziğinde kullanılan Feynman diyagramlarında etkileşme terimleri giren ve çıkan parçacıklar olarak betimlenir. Heisenberg modelinde iki spinor etkileşme köşesine girmekte, iki spinor çıkmaktadır. Bu model içinse bu resmin ne olduğu kesin değildir.

1982 yılında bir fizik toplantısında bir araya gelen bir kaç fizikçi, Gediz Akdeniz'in teşvikiyle bu modeli nasıl kuantalaştırılırız sorusunu sordular. Bunlar Gediz Akdeniz, Metin Arık, Namık Kemal Pak ve bendim. Gediz bizim de ulusal bir modelimiz olsun düşüncesindeydi. Dikkat edilecek nokta bu dört kişinin hiç birinin Feza Beyin sonsuz yardımlarını esirgemediği öğrencileri arasında olmamasıydı. Hatta en iyi öğrencilerinden Mehmet Koca olaya şaka ile yaklaştı. Metin Arık'ın HAPDAK adını takdığı bizim modelimize rakip İsmail Hakkı Duru ile birlikte KODU modelini yapacaklarını söyledi.

Yaptığımız hesaplar uzun zaman Istanbul-Ankara arasında gitti, geldi. Istanbul'un çözüm önerilerini Ankara grubu teknik bakımdan doğru bulmuyordu. Ankara grubuna Namık Pak'a ek olarak Sinan Kaptanoğlu, sonradan da Metin Durgut katılmışlardı. Sinan, Dirac'ın bağ analizi yöntemini çok iyi biliyor, Istanbul'dan gelen "naif" önerileri bu yöntemi kullanarak "veto ediyordu". Sinan çok yetenekli bir fizikçiydi. Ancak Amerika'da iş bulabilmek için fiziği bırakıp başka bir dala kaydı.

Sonunda model geliştirildikçe bu vetolar kalktı. Bu altılı gurup bu konuda üç makale yazdılar. Bunların ikisi Physics Letters B dergisinde 1982'de yayınlandı [6,7]. Üçüncü makalenin [8] başına garip bir şey geldi. Physical Review D dergisine yollandı. Hakaretlerle reddoldu. Bir yıl sonra tamamen aynı tekniği kullanan bir makale [9] aynı dergide yayınlandı. Şikayet ettik. Hakemlerin kararı dediler.

O makaleyi yazanlardan birine, tam 25 yıl sonra, Perugia Üniversitesinde rastladım. "Ben hakem değildim. Sizinki de yayınlanmalıydı." dedi. Bizim tekniğimiz orijinaldi. O zamana kadar kimse de görmemiştik. Bizim reddolduğumuz dergide, sadece bizim makalelerde olan ara adımlar verilip, modelde kütle yaratılması gibi bizim çok uğraşıp bu teknikle elde edemediğimiz nesneleri, " yapılır, edilir" deyip sadece beklenen sonucu yazan bir makalenin yayınlanması bizi, makalemizi hakemler çaldı kuşkusuna düşürmüştü.

Bundan sonra gruptaki bazı arkadaşlarla birlikte beş makale daha yazdık. İlkinde, Sinan ve Metin Durgut olmadan ilk dörtlü, modeli bir ayar modeli gibi düşünüp QCD etkileşmeleri ile benzerliklerini gösterdik [10]. Bir diğerinde [11] Metin Arık ile fiziksel süreçleri inceleyip iki halka mertebesinde naif kuark modeli sonuçlarını bulduğumuz ifade edildi. Beklenen ek katkılar birbirlerini tam olarak ortadan kaldırıyordu.

Bu ilkin bize ilginç geldi. Çünkü ilk deney sonuçları naif kuark modeli gibiydi. Ancak daha sonra yapılan deneyler QCD'nin logaritmik katkılarını gösterdiğinden bizim sonuçlarımızın deney sonuçlarına uymadığı ortaya çıktı. Metin Arık ile birlikte yazdığımız başka bir makalede, modelimiz evreni betimleseydi hangi grubu kullanmamız gerektiğini bulduk [12]. Gerçekçi bir sonuç değildi. Sonunda Jan Kalaycı doktora tezinde, model klasik olarak alınırsa monopol çözümleri olduğunu gösterdi [13,14].

Yaptığımız bir Lagrange çarpanı yoluyla spinoru ve antispinor alanlarının çarpımından elde edilen ($\bar{\Psi}\Psi$) ifadesini yeni bir yardımcı alan olan φ'nin kübüne eşitlemek, bunu da bölüşüm fonksiyonunda bir yeni Lagrange çarpanı alanı olan λ ile sağlamaktı. Böylece Lagrange yoğunluğunda spinor-antispinor alanlarının çarpımının 4/3 kuvveti yerine $\bar{\Psi}\Psi\varphi$ ifadesi yer alacaktı. Başlangıç Lagrange fonksiyonumuz

$$L = i\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi + g\bar{\Psi}\Psi\varphi + \lambda(g\bar{\Psi}\Psi - a\varphi^{3})$$

şeklindeydi.

Ancak kuantizasyonu Dirac'ın 1964 yılında yaptığı Belfer Konuşmalarında [15] önerdiği yöntemle yapmamız gerekmekteydi. Hamilton yöntemi kullanılarak yapılan kuantalaştırmada birincil ve ikincil bağlar ortaya çıkmakta, sonunda, ikinci sınıf bağların türettiği, ayar kuramlarındaki Faddeev-Popov terimine benzer bir ifade iz integralindeki üstel terimi çarpmakta, modele eklenen hayalet alanları yoluyla bu terim Lagrange yoğunluğuna katılmaktaydı. Ancak modele yeni katılan dört alanın, λ, φ ve iki tane hayalet alanının, sadece bir lineer toplamı için ters propagator sıfırdan farklı bir sonuç vermekteydi. 1980'li yıllardaki makalelerde modeldeki halka hesaplarındaki sonsuzluklar kuplaj renormalizasyonu ile giderilmiş ve skaler alanın propagatoru sonlu bir ifade olarak bulunmuştur. Ancak bunu sağlamak için halka integrallerinde momentumun üst sınırı sonsuza giderken etkileşme sabiti sıfıra gitmelidir. Konulan regülarizasyon koşulu, etkileşme sabitinin "cut-off" parametresinin logaritmasının tersi gibi gitmesidir.

Bulduğumuz sonuçlar modelin hiçbir etkileşme içermeyen, triviyel modeller sınıfına girdiğine işaret ediyordu. Ondan dolayı 1985 yılında modelle ilgilenmeyi bıraktık.

Bu arada bazı gelişmeler oldu. 1961 yılında Nambu ve Jona-Lasinio, parçacık fiziği için süperiletkenliğin BCS kuramını andıran [16] ve sadece spinorleri kullandığı için Heisenberg modeline benzeyen bir model ortaya atmışlardı [17]. Bu model de renormalize edilemiyordu. Daha çok "etkin alan modeli" olarak kullanılıyordu. Bir süre sonra bu modelin "triviyel" olduğu gösterildi [18,19]. Ancak 1985 yılında Bardeen ve arkadaşları, modele bir elektromagnetik alanla etkileşme eklenince, belirli bir kuplaj sabiti değerinde bir faz dönüşümü geçirip triviyel bir modelden etkileşme içeren bir modele dönüşebileceğini gösterdiler [20,21]. Reenders ise 1999-2000 yıllarında modele çok sayıda çeşni katarak yüksek bir çeşnisayısı için modelin triviyel olmadığını buldu [22,23].

Bu çalışmaları görünce hesaplarımıza yaklaşık 25 yıl sonra yeniden dönmeğe karar verdim. Yanımda eski çalışma arkadaşlarım yerine doktora öğrencilerim vardı. İlkin modelin tutarlı olması için kullandığımız skaler alan lineer toplamlarını değiştirdik. Sonra kuplaj sabit regülarizasyonu yerine dalga fonksiyonu regülarizasyonu kullanmayi yeğledik. Bu durumda skaler propagator "cut-off" kalktıkça sıfıra giden epsilon parametresine orantılı oluyordu. Sınırdaki bu sıfır halka integrallerinden gelen sonsuzlukları götürüyordu. Aslında mekanizma daha önceki makalelerdekinin benzeriydi. Ancak hesaplarda bazı kolaylıklar sağlıyordu ve standard literatüre daha uygundu. Hesapları daha üst mertebelere götürdük. Bunun için Lippman-Schwinger ve Bethe-Salpeter denklemleri kullandık.

Sonuçta garip bir olayla karşılaştık. Eskisi gibi spinor alanlar aralarında etkileşmiyorlardı. Ancak spinor alanların bir tür yoğuşmasından ortaya çıkan skaler alanlar birbirleriyle etkileşiyorlardı. Yeni spinor alan yaratmak yoktu. İki spinor alan birbirlerini görmüyorlardı. Ancak iki skaler alan birbirleriyle etkileşiyorlar, yeni skaler alan yaratıp yok edebiliyorlardı. Ayrıca modelde, diğer renormalize edilebilir modeller gibi, dalga fonksiyonu regülarizasyonu yaninda kuplaj sabiti regülarizasyonu da vardı.

Temel parçacıklar yerine bunlardan oluşmuş parçacıkların etkileşmesinin görülmesi, asimptotik bölge sadece etkileşmeli olarak bu parçacıkların çıkması, sadece bunların yaratılıp yokedilebilmesi bize sanki QCD'de hapsedilmiş kuarklar ve etkileşen mezonları hatırlatıyordu [24]. Ancak bize "dilinizin ardında bir şey mi var" diyen hakeme, "kesinlikle hayır, bu sadece bir 'toy' model " dedik. Ancak Perugia'daki seminerde bana bu benzerliği hatırlattılar.

Bundan sonra Bardeen ve arkadaşlarının yaptığını taklit ederek modele bir SU(1) ayar alanı kattık. Bu yeni durumda eski özellikler bozuldu. U(1) ayar alanı ile etkileşen spinorler bu sayede "etkileşen alan" oldular, yaratıldılar, yokedildiler. Modelin renormalizasyon grubu analizi bize standard Yukawa-ayar sistemi sonucunu verdi. Landau kutbu yüzünden yüksek enerjilerde model anlamını yitirdi [25].

Üçüncü aşamada modele SU(N) ayar alanı ekledik. Böylece Landau kutbu sorununu aştık. Sonuçta renormalizasyon grubu denklemlerinin kuplaj sabitlerinin sıfır noktası dışında bir sabit noktası bulundu. Bu noktada modelin "asimptotik serbest" olduğu gösterildi [26]. Tüm bu hesaplar bir halka yaklaştırılmasında yapıldı. Bu mertebede "triviyel olmayan" bir model inşa ettiğimiz gözlemini edindik. Doktora öğrencilerim, ayrıca benim katkım olmadan, benzer vektör modelde aynı tip incelemeleri yaptılar [27].

Şimdilik benden bu kadar. Doktora öğrencilerim Bekir Can Lütfüoğlu ve Ferhat Taşkın çalışmayı geliştirirlerse belki yeni bir şey çıkar. Ancak Bekir Can Japonya'ya, "Exact Renormalization Group" üzerine çalışmağa gidiyor. Ferhat Kayseri'ye dönecek. Ondan ne olur bilemem.

KAYNAKLAR

[1] Heisenberg W., "Zur Quantentheorie Nichtrenormierbarer Wellengleichungen"Zeitschrift für Naturforschung A 9, 292-303, 1954 ;

[2] Gürsey F., " On a Conformal Invariant Spinor Wave Equation" Nuovo Cimento 3, 988-1106 , 1956 ;

[3] Todorov I.T., "Conformal Invariant Quantum Field Theory", in Strong Interaction Physics, International Summer Institute on Theoretical Physics in Kaiserslautern 1972, ed. By W. Rühl ve A.Vancura, Lecture Notes in Physics,Springer-Verlag 1972;

[4] Kortel F., " On Some Solutions of Gürsey Conformal Invariant Spinor Wave Equation" Nuovo Cimento 4, 210-215, 1956 ;

[5] Akdeniz K.G., " On Classical Solutions of Gürsey Conformal Invariant Wave Equation" Lett. Nuovo Cimento 33, 40-44, 1982;

[6] Akdeniz K.G., M.Arık, M. Durgut, M.Hortaçsu, S. Kaptanoğlu, N.K.Pak, " The Quantization of the Gürsey Model" Physics Letters B 116 , 34-36 , 1982;

[7] Akdeniz K.G., M.Arık, M. Durgut, M.Hortaçsu, S. Kaptanoğlu, N.K.Pak, " A Pure Spinor Model with Composite Gluons", Physics Letters B 116, 41-43, 1982;

[8] Akdeniz K.G., M. Arık, M. Durgut, M.Hortaçsu, N.K.Pak, S. Kaptanoğlu "Quantization of a Conformal Invariant Pure Spinor Model" ICTP-Trieste önbaskısı . IC/82/106, Aug 1982;

[9] Friedman M.H. ve Y.N. Srivastava, "Gauge Theories With Composite Bosons" Physical Review D28, 1491-1495 , 1983;

[10] Akdeniz K.G., M.Arık, M.Hortaçsu ve N.K.Pak, " Gauge Bosons as Composites of Fermions", Physics Letters B 124, 79-82 (1983);

[11] Arık M. ve M. Hortaçsu " Parton-like Behaviour in a Pure Fermionic Model" Journal of Physics G, 9 , L119-L124, 1983;

[12] Arık M. ve M.Hortaçsu, "Number of Families in a Pure Fermionic Model" Journal of Physics G 9 , L233-L238 (1983);

[13] Arık M., M.Hortaçsu ve J.Kalaycı, " Composite Gluons and Magnetic Monopoles" Letters of Mathematical Physics 8, 145-148, 1984;
[14] Arık M., M.Hortaçsu ve J.Kalaycı, " Composite Gluons and Magnetic Monopoles", Journal of Physics G 11, 1-8, 1985;
[15] Dirac P.A.M., *Lectures on Quantum Mechanics,* Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, New York, (1964);
[16] Bardeen J., I.N.Cooper ve J.H. Schriefer, " Theory of Superconductivity" Physical Review 108, 1175-1204, 1957;
[17] Nambu Y. ve G.Jona-Lasinio, "Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity I" Physical Review 122 ,345-358, 1961;
[18] Zinn-Justin J., *Quantum Field Theory and Critical Phenomena,* Clarendon (1989);
[19] Kocic A. ve J.B.Kogut, " Compositeness, Triviality and Bounds on Critical Exponents for Fermions and Magnets" Nuclear Physics B 422, 593-604, 1994;
[20] Bardeen W.A., C.N.Leung ve S.T.Love, "Dilaton and Chiral Symmetry Breaking" Physical Review Letters 56, 1230-1233 (1985);
[21] Leung C.N., S.T.Love ve W.A.Bardeen "Spontaneous Symmetry Breaking in Scale Invariant Quantum Electrodynamics" Nuclear Physics B 273, 649-662, 1986;
[22] Reenders M., " Dynamical Symmetry Breaking in the Gauged Nambu-Jona-Lasinio Model" Ph.D. thesis, Groningen Uni. hep-th/9906034;
[23] Reenders M., "Nontriviality of the Abelian gauged Nambu-Jona-Lasinio Models in Four Dimensions" Physical Review D 62, 025001-025025, 2000;
[24] Hortaçsu M. ve B.C.Lütfüoğlu, "A Pure Spinor Model with Interacting Composites" Modern Physics Letters A 21, 653-662, 2006;
[25] Hortaçsu M., B.C. Lütfüoğlu ve F.Taşkın, " Gauge System Mimicking the Gürsey Model" hep-th/0611116;
[26] Hortaçsu M. ve B.C.Lütfüoğlu, "Renormalization Group Analysis of a Gürsey Inspired Field Theory" Physical Review D 76, 025013-1-6 (2007);
[27] Lütfüoğlu B.C. ve F.Taşkın, "Renormalization group analysis of a Gürsey model inspired field theory. II" hep-th/0707.2531.