

XV. Ulusal Mekanik Kongresi, 3-7 Eylül 2007, ISPARTA

HOMOJEN OLMAYAN ELASTİK KONİK BİR KABUĞUN ÜNİFORM OLMAYAN YANAL DIŞ BASINÇ YÜKÜ ETKİSİ ALTINDA STABİLİTESİ

¹AVEY A., ²ZERİN Z., ³DENİZ A. ve ⁴USAL M.R.

¹Suleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Isparta

²Ondokuz Mayıs Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Samsun

³Uşak Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Uşak

⁴Suleyman Demirel Üniversitesi, Makine Eğitimi Bölümü, Isparta

ÖZET

Bu çalışmada homojen olmayan elastik kesik konik bir kabuğun uniform olmayan yanal basınç yükü etkisi altında stabilitesi incelenmiştir. Çalışmada, basit mesnetli homojen olmayan elastik malzemelerden oluşan konik kabukların temel bağıntıları çıkarılmış, değiştirilmiş Donnell tipi stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri elde edilmiş ve bu denklemlere Galerkin yöntemi uygulanarak uniform olmayan yanal basınç yükü için analitik ifade elde edilmiştir. Elde edilen ifade çevresel dalga sayısına göre minimize edilerek uniform olmayan kritik yanal basınç yükünün minimum değeri bulunmuştur. Son olarak da hesaplar yapılarak, koni parametrelerinin ve homojen olmamanın kuvvet fonksiyonu şeklinde değişiminin kritik yanal basınç yükü değerine etkileri incelenmiştir. Elde edilen ifadeler üzerine yapılan sayısal sonuçlar kaynaklardaki sonuçlarla karşılaştırılarak doğruluğu saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kesik konik kabuk, Homojen olmama, Stabilite, Uniform olmayan yanal basınç yükü

ABSTRACT

In this study, stability of a non-homogeneous elastic truncated conical shell under non-uniform lateral pressure is studied. Firstly, fundamental relations of conical shells made of non-homogeneous elastic materials are expressed and modified Donnell type stability and compatibility equations are obtained. Then, applying Galerkin method to these equations, an analytical expression for non-uniform lateral pressure is get. Minimizing the obtained expression according to the circumferential wave number, minimum value of the non-uniform critical lateral pressure is found. Finally, making computations, the effects of the variations of conical shell parameters and non-homogeneity as power functions to the critical lateral pressure values are examined. Obtained results are compared with those in the literature and the validity of the study is established.

Keywords: Truncated Conical shell, Non-homogeneity, Stability, Non-uniform lateral pressure

1. GİRİŞ

Kesik dairesel konik kabuklar vinçler, reaktör başlıkları, mermi, roket parçaları ve uzay mekiği yapımında, inşaat, makine ve uzay mühendisliği alanları gibi çeşitli mühendislik uygulamaları için kullanılmaktadır. Koni kabukların stabilitesi ile ilgili çalışmaların ortaya konması son yarım asırda olmuştur. Kesik dairesel konik kabukların stabilitesi ile ilgili çalışmalar oldukça az olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun sebebi, konik kabukların stabilitesinin silindirik koordinatlarda ifade edilen kısmi türevli diferansiyel denklemlerinin oldukça karmaşık olması ile açıklanabilir.

Üniform dış basınç yüklemesi altında homojen elastik konik kabukların kritik dış basınç yükü için analitik ifade Singer [1] tarafından bulunduktan sonra değişik yaklaşımlarda konik kabuğun stabilitesi ile ilgili çalışmalar yapılmıştır [2, 3]. Bu çalışmalardan sonra kesik konik kabukların burkulması ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır [4-7].

Projelendirme esnasında konik kabuğu oluşturan malzemenin mekanik özelliklerinin dikkate alınması zorunludur. Daha az ağırlık, yüksek mukavemet vs gibi avantajlar ve imalat yöntemlerindeki gelişmeler homojen olmayan malzemelerden oluşan bu tür yapı elemanlarının uygulanabilmesi olasılığını artırır ve yeni hesap yöntemlerinin oluşturulmasını gerektirir. Bu durum, son yıllarda araştırmacıların homojen olmayan malzemelerden oluşturulan yapı elemanlarının elastik stabilite problemlerine olan ilgisini artırmaktadır. Malzemenin mekanik özelliklerinin homojen olmaması, nem etkisi, ısı ve imalat metodlarından vs. dolayı meydana gelmektedir. Bu etkiler sonucu yapı elemanını oluşturan malzemenin özellikleri nokta koordinatlarının fonksiyonu olarak homojen olmayan cismin hacmi içinde sürekli ve ya birinci çeşit süreksizliğe sahip olarak değişebilir. Hazırlama şekline ve yapı elemanlarının geometrisine bağlı olarak, malzemenin elastik özellikleri değişik koordinatlara bağlı olarak değişebilir [8].

Değişik basınç yükleri etkisi altında homojen olmayan konik kabukların burkulma problemleri ile ilgili birçok yayın vardır [9-12].

Fakat homojen olmayan malzemelerden oluşan konik kabukların uniform olmayan yanal dış basınç yükü etkisi altında burkulma problemi incelenmemiştir. Uniform olmayan yanal basınç yükü etkisi altında homojen olmayan malzemelerden oluşan konik kabukların stabilite karakteristikleri için doğru ve güvenilir bir analiz yapılması oldukça önemlidir.

Bu çalışmada, söz konusu husus dikkate alınarak, kenarları basit mesnetli homojen olmayan malzemenin oluşan konik bir kabuğun uzunluk koordinatına göre uniform olmayan yanal dış basınç yükü etkisi altındaki stabilitesi incelenmiştir.

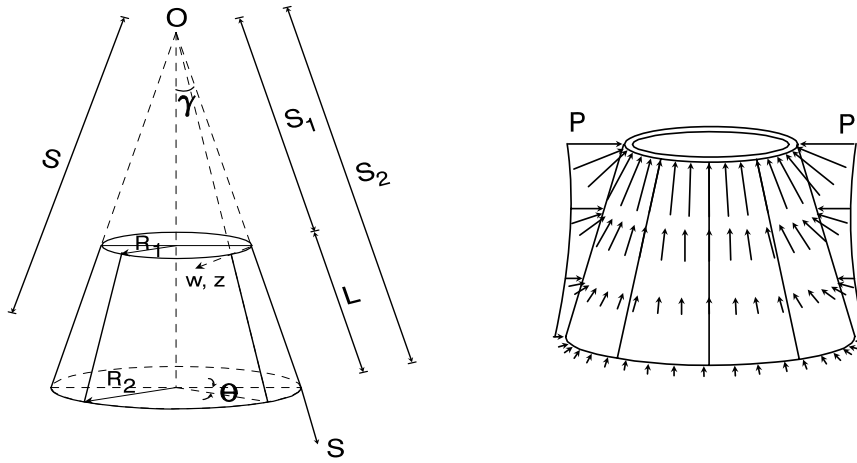
2. TEMEL BAĞINTI VE DENKLEMLER

Kabul edelim ki kenarları basit mesnetli dairesel kesitli kesik koni kabuk homojen olmayan izotrop elastik malzemeden oluşsun, yani malzemenin elastisite modülü ve kayma modülü kalınlık koordinatının sürekli fonksiyonları olsunlar:

$$E(\bar{z}) = E_0 [1 + \mu\varphi(\bar{z})], \quad G(\bar{z}) = G_0 [1 + \mu\varphi(\bar{z})], \quad \bar{z} = z/h \quad (1)$$

Burada E_0 , G_0 , sırasıyla homojen izotrop malzemenin elastisite modülü ve kayma modülü, h , konik kabuğun kalınlığı, μ elastisite modülünün değişim katsayısı, $0 \leq \mu < 1$, ve $|\varphi(\bar{z})| \leq 1$ olup, homojen olmama durumuna karşı gelen sürekli fonksiyondur.

Şekil 1’ de üniform olmayan yanal yük etkisi altında olan homojen olmayan elastik kesik konik kabuk tam koniye tamamlanmıştır. Kabuğun referans yüzeyinde seçilen koordinat sistemi orijin O koninin tepe noktası ile çakışmakta, S eksenini koninin ana doğrultusunda, θ eksenini dairesel doğrultuda, z eksenini ise ilk iki eksenin bulunduğu düzleme dik olup koninin normal doğrultusundadır. R_1 ve R_2 sırasıyla, koninin alt ve üst tabanlarının yarı çapları, S_1 ve S_2 sırasıyla, koninin tepesinden alt ve üst tabanlara kadar olan mesafeler, L kesik konin uzunluğu, H kesik konin yüksekliği ve γ yarım tepe açısıdır.



Şekil 1. Üniform olmayan yanal yük etkisi altında kesik koni kabuk ve koordinat sistemi

Homojen olmayan elastik malzemelerden oluşan kabuk için gerilme ve deformasyonlar arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{pmatrix} \sigma_s \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{s\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_s - \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} \\ e_\theta - \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial w}{\partial S} \\ e_{s\theta} - \frac{1}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial w}{\partial \theta_1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Burada $\theta_1 = \theta \sin \gamma$, σ_s , σ_θ ve $\sigma_{s\theta}$ gerilme bileşenleri, e_s , e_θ ve $e_{s\theta}$ orta yüzeyde deformasyon bileşenleri, w orta yüzeyde yerdeğiştirme ve Q_{ij} ($i, j=1, 2, 6$) homojen olmayan malzeme özelliklerine bağlı parametrelerdir.

Kuvvet ve moment bileşenleri aşağıdaki ifadelerden bulunur:

$$(T_s, T_\theta, T_{s\theta}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_s, \sigma_\theta, \sigma_{s\theta}) dz, \quad (M_s, M_\theta, M_{s\theta}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_s, \sigma_\theta, \sigma_{s\theta}) z dz \quad (3)$$

Kuvvet bileşenleriyle Airy gerilme fonksiyonu Φ arasındaki bağıntı şu şekildedir:

$$(T_s, T_\theta, T_{s\theta}) = \left(\frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S}, \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2}, -\frac{1}{S} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial S \partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} \right) \quad (4)$$

Uzunluk koordinata bağlı kübik değişen yanal basınç yükü etkisi altında olan kesik konik kabağın değiştirilmiş Donnell tipi stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri şu şekildedir [7]:

$$\frac{\partial^2 M_s}{\partial S^2} + \frac{2}{S} \frac{\partial M_s}{\partial S} + \frac{2}{S} \frac{\partial^2 M_{s\theta}}{\partial S \partial \theta_1} - \frac{1}{S} \frac{\partial M_\theta}{\partial S} + \frac{2}{S^2} \frac{\partial M_{s\theta}}{\partial \theta_1} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta_1^2} + \quad (5)$$

$$+ \frac{T_\theta}{S} \operatorname{ctg} \gamma - \frac{PS_1^3 \tan \gamma}{S^3} \left(\frac{1}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial w}{\partial S} \right) = 0$$

$$\frac{\cot \gamma}{S} \frac{\partial^2 w}{\partial S^2} - \frac{2}{S} \frac{\partial^2 e_{s\theta}}{\partial S \partial \theta_1} - \frac{2}{S^2} \frac{\partial e_{s\theta}}{\partial \theta_1} + \frac{\partial^2 e_\theta}{\partial S^2} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 e_s}{\partial \theta_1^2} + \frac{2}{S} \frac{\partial e_\theta}{\partial S} - \frac{1}{S} \frac{\partial e_s}{\partial S} = 0 \quad (6)$$

(2)-(4) bağıntıları (5) ve (6) denklemlerinde yerine yazıldığında ve $S = S_1 e^\xi$ ve $\Phi = \Phi_1 e^{2\xi}$ bağımsız dönüşümü yapıldığında şu şekle dönüşür:

$$\begin{aligned}
& c_{12}e^{2\xi} \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial \xi^4} - 4c_{12}e^{2\xi} \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} + (4c_{12} + S_1 e^\xi \cot \gamma) e^{2\xi} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} + 3S_1 e^{3\xi} \cot \gamma \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \\
& + 2S_1 e^{3\xi} \cot \gamma + c_{12}e^{2\xi} \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial \theta_1^4} + 2(c_{11} - c_{31})e^{2\xi} \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial \xi^2 \partial \theta_1^2} + 4(c_{31} - c_{11})e^{2\xi} \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi \partial \theta_1^2} \\
& + 2(c_{11} - c_{31} + c_{12})e^{2\xi} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \theta_1^2} - c_{13} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta_1^4} - 2(c_{14} + c_{32}) \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \theta_1^2} + 4(c_{14} + c_{32}) \frac{\partial^3 w}{\partial \xi \partial \theta_1^2} \\
& - 2(c_{14} + c_{32} + c_{13}) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} - c_{13} \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 4c_{13} \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^3} - 4c_{13} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - S_1^3 P \tan \gamma \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) = 0
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
& b_{11}e^{2\xi} \left(\frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial \xi^4} + 4 \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi^3} + 4 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial \theta_1^4} \right) + 2(b_{31} + b_{12})e^{2\xi} \left(\frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial \xi^2 \partial \theta_1^2} + 2 \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial \xi \partial \theta_1^2} \right) \\
& + 2(b_{31} + b_{12} + b_{11})e^{2\xi} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \theta_1^2} - b_{14} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta_1^4} - 2(b_{13} - b_{32}) \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \theta_1^2} - 4(b_{32} - b_{13}) \frac{\partial^3 w}{\partial \xi \partial \theta_1^2} \\
& - 2(b_{13} + b_{14} - b_{32}) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} - b_{14} \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 4b_{14} \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^3} - (4b_{14} - S_1 e^\xi \cot \gamma) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \\
& - S_1 e^\xi \cot \gamma \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0
\end{aligned} \tag{8}$$

Burada c_{ij} , b_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) konik kabuğun ölçülerine ve homojen olmayan malzeme özelliklerine bağlı parametreler olup, şu tanımlar geçerlidir:

$$a_{11}^k = \frac{E_0 h^{k+1}}{1 - \nu^2} \int_{-1/2}^{1/2} \bar{z}^k [1 + \mu \varphi(\bar{z})] d\bar{z}, \quad a_{33}^k = 2G_0 h^{k+1} \int_{-1/2}^{1/2} \bar{z}^k [1 + \mu \varphi(\bar{z})] d\bar{z}, \quad k = 0, 1, 2 \tag{9}$$

3. TEMEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Kesik konik kabuk kenarlardan basit mesnetli olduğu için (8) denkleminin çözümü şu şekilde aranır:

$$w = f e^\xi \sin m_1 \xi \sin n_1 \theta_1 \tag{10}$$

Burada f , genlik olup şu tanımlar geçerlidir:

$$m_1 = \frac{m\pi}{z_0}, \quad n_1 = \frac{n}{\sin \gamma}, \quad \xi_0 = \ln \frac{S_2}{S_1} \tag{11}$$

m , ana doğrultuda yarım dalga sayısı ve n , dairesel doğrultuda dalga sayısıdır.

(10) fonksiyonu aşağıdaki geometrik sınır koşullarını sağlamaktadır:

$$w(S_1, \theta) = w(S_2, \theta) = 0; \quad \frac{\partial^2 w(S_1, \theta)}{\partial S^2} = \frac{\partial^2 w(S_2, \theta)}{\partial S^2} = 0 \quad (12)$$

(10) ifadesi (8) denkleminde yerine yazılıp, süper-pozisyon prensibi uygulandığında özel çözüm aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Phi_1 = f[K_1 \sin(m_1 \xi) + K_2 \cos(m_1 \xi) + K_3 e^{-\xi} \sin(m_1 \xi)] \sin(n_1 \theta_1) \quad (13)$$

Burada aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$K_1 = \frac{m_1(m_1 d_0 + d_2)}{d_0^2 + d_2^2} S_1 \cot \gamma, \quad K_2 = \frac{m_1(m_1 d_2 - d_0)}{d_0^2 + d_2^2} S_1 \cot \gamma, \quad K_3 = \frac{d_3}{d_1} \quad (14)$$

ve d_i ($i = 0, 1, 2, 3$) konik kabuğun ölçülerine, dalga sayılarına ve homojen olmayan malzeme özelliklerine bağlı parametrelerdir.

(7) stabilite denkleminde Galerkin yöntemi uygulandığında, yani (7) denklemini $e^{\xi} \sin m_1 \xi \sin n_1 \theta_1$ ifadesi ile çarpılıp, (10) ve (12) ifadeleri de dikkate alınarak 0 ' dan ξ_0 ve 0 ' dan $2\pi \sin \gamma$ ' ya integrasyon yapıldıktan ve bazı işlemlerden sonra kritik üniform olmayan yanal basınç yükü için şu ifade elde edilir:

$$\bar{P}_{kr} = (A_1 U_1 + A_2 U_2 + A_3 U_3 + A_4) / (A_5 E_0) \quad (15)$$

Burada aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$A_1 = \frac{2m_1^2(1 - e^{3\xi_0})}{(12m_1^2 + 27)}, \quad A_2 = \frac{m_1^2(1 - e^{2\xi_0})}{4(m_1^2 + 1)}, \quad A_3 = -\frac{4m_1^3(1 - e^{3\xi_0})}{9(4m_1^2 + 9)}, \quad (16)$$

$$A_4 = \frac{K_1 m_1^4 + K_2 m_1^3 + 4K_1 m_1^2 + 4K_2 m_1}{8(m_1^2 + 4)} (e^{4\xi_0} - 1) S_1 \cot \gamma, \quad A_5 = -S_1^3 n_1^2 A_2 \tan \gamma$$

$$U_1 = c_{12}(K_1 m_1^4 + 4K_2 m_1^3 - 4K_1 m_1^2 + K_1 n_1^4 - 2K_1 n_1^2) + 2(c_{11} - c_{31}) n_1^2 (2K_2 m_1 - K_1 + K_1 m_1^2) - K_3 m_1^2 S_1 \cot \gamma$$

$$U_2 = c_{12}(K_3 m_1^4 + 2K_3 m_1^2 + K_3 + K_3 n_1^4 - 2K_3 n_1^2) + 2K_3 m_1^2 n_1^2 (c_{11} - c_{31}) - c_{13}(m_1^4 + 2m_1^2 + n_1^4 - 2n_1^2 + 1) - 2m_1^2 n_1^2 (c_{14} + c_{32}) \quad (17)$$

$$U_3 = c_{12}(K_2 m_1^4 - 4K_1 m_1^3 - 4K_2 m_1^2 + K_2 n_1^4 - 2K_2 n_1^2) - 2(c_{11} - c_{31}) n_1^2 (-K_2 m_1^2 + 2K_1 m_1 + K_2) + K_3 m_1 S_1 \cot \gamma$$

Özel olarak, (15) ifadesinde $\mu = 0$ olduğunda homojen izotrop elastik malzemeden oluşan konik kabuğun kritik yanal basınç yükü için ifade elde edilir.

Kritik yanal yükün minimum değerini bulmak için (15) ifadesi (m,n) dalga sayısına göre minimize edilmektedir.

4. SAYISAL HESAPLAR VE ANALİZ

Analizlerin doğruluğu için basit mesnetli homojen izotrop elastik koni kabuklarda kritik yanal basınç yükü için bu çalışmada elde edilen sonuçlar [2] kaynağında elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmaktadır (Tablo 1). Karşılaştırmalar aşağıdaki malzeme özellikleri ve koni kabuk ölçüleri kullanılarak yapılmaktadır:

$E = 2.0104 \times 10^5$ MPa; $\nu = 0.32$; $R_2 / h = 500$; $L = 0.25R_2 \sin \gamma$. Tablo 1' in birinci satırındaki değerler Singer [2]' deki kapalı ifade kullanılarak tarafımızdan hesaplar yapılarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçların [2] kaynağındaki sonuçlar ile uyum içinde olduğu Tablo1' den görülmektedir. Ayrıca, yapılan tüm hesaplarda kritik yanal basınç yüküne karşı gelen boyuna dalga sayısının $m = 1$ olduğu görülmüştür.

Tablo 1. Kritik üniform yanal basınç yükün Singer [2] sonuçları ile karşılaştırılması

γ	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$ ve (n_{kr})				
	35°	40°	45°	50°	55°
Singer [2]	1.504(29)	1.244(26)	1.009(24)	0.787(23)	0.605(21)
Bu Çalışma	1.509(29)	1.184(26)	0.943(24)	0.753(23)	0.599(21)

(15) ifadesinde yarı tepe açısı $\gamma = \pi / 180000 \approx 0^\circ$ yazıldığında $R_2 \approx R_1 \approx R$ olur ve koni kabuk silindirik kabuğa dönüşür. Bu husus gözönüne alınarak, koni kabuk silindirik kabuğa dönüştürülmüş ve hesaplar yapılmıştır. Üniform yanal basınç yükü etkisi altında olan basit mesnetli izotrop silindirik kabuklar için şematik yarı-eğilme kabuk teorisi kullanarak Alfutov [13] ve sınır tabaka teorisi kullanarak Shen [14] tarafından elde edilen sonuçlarla bizim sonuçlar Tablo 2' de karşılaştırılmıştır. Sonuçların uyum içinde olduğu Tablo 2' den görülmektedir.

Tablo 2. Üniorm yanal basınç yükü etkisi altında izotrop silindirik kabukların burkulma yükü ve uygun dalga sayılarının karşılaştırılması ($E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$; $\nu = 0.3$)

L/R	R/h	n_{kr}		$P_{kr} \times 10^4 \text{ (MPa)}$	
		Tüm kaynaklarda	Shen [14]	Alfutov [13]	Bu çalışma üniform yük için
2	300	8	611.75	588.71	587.89
	3000	14	1.884	1.862	1.861
3	300	7	402.60	392.47	403.99
	3000	12	1.251	1.241	1.246
5	300	5	239.10	235.48	235.11
	3000	9	0.748	0.745	0.744

Tablo 3' de kritik yanal yükün koninin yarı tepe açısı ve değişik homojen olmama fonksiyonuna göre değişimi sunulmaktadır. γ yarı tepe açısı artığında boyutsuz kritik yanal yükün minimum değeri ve ona karşı gelen çevresel dalga sayısı değeri azalmaktadır. Boyuna dalga sayısı $m = 1$ olmaktadır. Yarı tepe açısının değişimi homojen olmamanın kritik yüke etkisini yüzde olarak değiştirmemektedir.

Young modülü kalınlık koordinatına bağlı olarak değiştiğinde homojen olmamanın kritik yanal yük değerine en fazla etkisi kuadratik durumda olur, % 13. Lineer ve kübik durumlarda boyutsuz kritik yanal yükün değerleri yaklaşık aynı olmaktadır. Kübik değişimden daha yüksek mertebede değişimlerde homojen olmamanın etkisi dikkate alınmayacak derecede küçük olduğu için tabloya konulmamıştır. Homojen olmama fonksiyonu negatif olduğunda boyutsuz kritik yanal yükün değeri homojen durumdaki değerden küçük, pozitif olduğunda ise kritik yükün değeri homojen durumdaki değerden büyük olmaktadır.

Tablo 3. Boyutsuz kritik yanal yükün değişik homojen olmama fonksiyonları için konin yarı tepe açısına göre değişimi ($\mu = 0.9$, $L = 0.25 R_2 \sin \gamma$, $R_2 / h = 500$)

	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}
γ	Homojen ($\mu = 0$)		$\varphi(\bar{z}) = \bar{z}$		$\varphi(\bar{z}) = \bar{z}^2$		$\varphi(\bar{z}) = \bar{z}^3$	
30°	2.184	31	2.052	32	2.466	31	2.181	31
45°	1.1604	24	1.092	25	1.307	24	1.159	24
60°	0.6531	20	0.615	20	0.736	20	0.652	20
γ	Homojen ($\mu = 0$)		$\varphi(\bar{z}) = -\bar{z}$		$\varphi(\bar{z}) = -\bar{z}^2$		$\varphi(\bar{z}) = -\bar{z}^3$	
30°	2.184	31	2.052	32	1.9026	32	2.181	31
45°	1.1604	24	1.0917	25	1.0123	25	1.159	24
60°	0.6531	20	0.615	20	0.5703	20	0.652	20

Tablo 4’ de değişik homojen olmama fonksiyonları için kritik yanal yükün R_2/h oranına göre değişimi sunulmaktadır. R_2/h oranı arttığında boyutsuz kritik yükün değeri azalmakta, ona karşı gelen çevresel dalga sayısı değeri ise artmaktadır. R_2/h oranının değişimi homojen olmamanın kritik yüke etkisini yüzde olarak değiştirmemektedir. En fazla etkinin yine de kuadratik durumda meydana geldiği ve % 13 olduğu saptanmıştır.

Tablo 4. Boyutsuz kritik yanal yükün değişik homojen olmama fonksiyonları için R_2/h oranına göre değişimi ($\mu = 0.9$, $L = 0.125 R_2$, $\gamma = 30^\circ$)

	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}	$\bar{P}_{kr} \times 10^6$	n_{kr}
R_2/h	Homojen ($\mu = 0$)		$\varphi(\bar{z}) = \bar{z}$		$\varphi(\bar{z}) = \bar{z}^2$		$\varphi(\bar{z}) = \bar{z}^3$	
200	30.22	26	28.26	27	34.23	26	30.17	26
400	4.097	30	3.843	30	4.631	30	4.092	30
600	1.314	33	1.234	33	1.482	32	1.312	33

5. SONUÇ

Bu çalışmada elastisite modülü kalınlık koordinatına göre değişen kesik konik bir kabuğun yanal basınç yükü etkisi altında stabilite problemi ele alınmıştır. Önce homojen olmayan elastik konik kabukların temel bağıntıları çıkarılmış, sonra üniform olmayan yanal basınç yükü etkisi altında değiştirilmiş Donnell tipi stabilite ve uygunluk denklemleri elde edilmiş, daha sonra Galerkin yöntemi uygulanarak basit mesnetli konik kabukların kritik yanal basınç yükü için analitik ifade elde edilmiştir. Statik kritik yük için elde edilen ifade dairesel ve ana doğrultudaki dalga sayılarına göre minimize edilerek kritik yanal yükün minimum değeri bulunmuştur. Son olarak da hesaplar yapılarak, koni kabuk karakteristikleri ve elastisite modülünün kuvvet fonksiyonu şeklinde değişiminin kritik yanal yük değerine etkileri incelenmiştir. Elde edilen sayısal sonuçlar kaynaklardaki sonuçlarla karşılaştırılarak doğruluğu saptanmıştır.

6. KAYNAKLAR

- [1] Singer, J., “Buckling of Circular Conical Shells under Axi-symmetrical External Pressure”, J. Mech. Eng. Sci., 3(4), 330-339, 1961.
- [2] Singer, J., “The Effect of Axial Constraint on the Instability of Thin Conical Shells under External Pressure”, ASME J. Appl. Mech., 212-214, 1962.
- [3] Sachenkoy, A.V., “On The Stability of Circumferential Conical Shell Subjected to Combined Loads”, Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State Univ., USSR, 2, 57-70, 1964. (in Russian)
- [4] Tani, J., “Dynamic Stability of Truncated Conical Shells under Periodic External Pressure”, Report Inst. High Speed Mech. Tohoku Uni., Japan, 28, 135-147, 1973.

- [5] Agamirov, V. L., "Dynamic Problems of Nonlinear Shells Theory", Nauka, Moscow, 1990.
- [6] Tong, L., Tabarrok, B. and Wang, T. K., "Simple Solution for Buckling of Orthotropic Conical Shells", *Jnt. J. Solids Struct.*, 29, 933-946, 1992.
- [7] Andreyev, A. N., "Stability of a Multilayered Composite Conical Shell under Uniform External Pressure", *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 40(4), 730-738, 1999.
- [8] Khoroshun, L. P. and Kozlov, S. Y., "The Generalized Theory of Plates and Shells Non-Homogeneous in Thickness Direction", Nauka Dumka, Kiev, 152p, 1988. (in Russian)
- [9] Massalas, C., Dalamanagas, D. and Tzivanidis, G., "Dynamic Instability of Truncated Conical Shells with Variable Modulus of Elasticity under Periodic Compressive Forces", *J. Sound Vib.*, 79, 519-528, 1981.
- [10] Mecitoğlu, Z., "Governing Equations of a Stiffened Laminated Inhomogeneous Conical Shell", *AIAA J.*, 34(10), 2118-2125, 1996.
- [11] Sofiyev, A. H. and Aksogan, O., "The Dynamic Stability of a Non-homogeneous Orthotropic Elastic Truncated Conical Shell under a Time Dependent External Pressure", *Struct. Eng. Mech.*, 13(3), 329-343, 2002.
- [12] Sofiyev, A. H., "The Stability of Functionally Graded Truncated Conical Shells Subjected to a Periodic Impulsive Loading", *Int. J. Solids Struct.*, 41, 3411-3424, 2004.
- [13] Alfutov, N. A., "On the Dependence of the Upper Critical Pressure of a Cylindrical Shell on the Boundary Conditions for the Tangential Displacements", *Proc.4th All-Union Conference on Shells and Plates*, Moscow, USSR, 1964.
- [14] Shen, H. S., "Post-buckling Analysis of Stiffened Laminated Cylindrical Shells under Combined External Liquid Pressure and Axial Compression", *Eng. Struct.*, 8, 738-751, 1998.