TERMÉKENYSÉGI ARÁNYSZÁMOK ALAKULÁSÁNAK EGY MATEMATIKAI MEGKÖZELITÉSE

Baloghné Belicza Éva, Csobán György
Debreceni Orvostudományi Egyetem

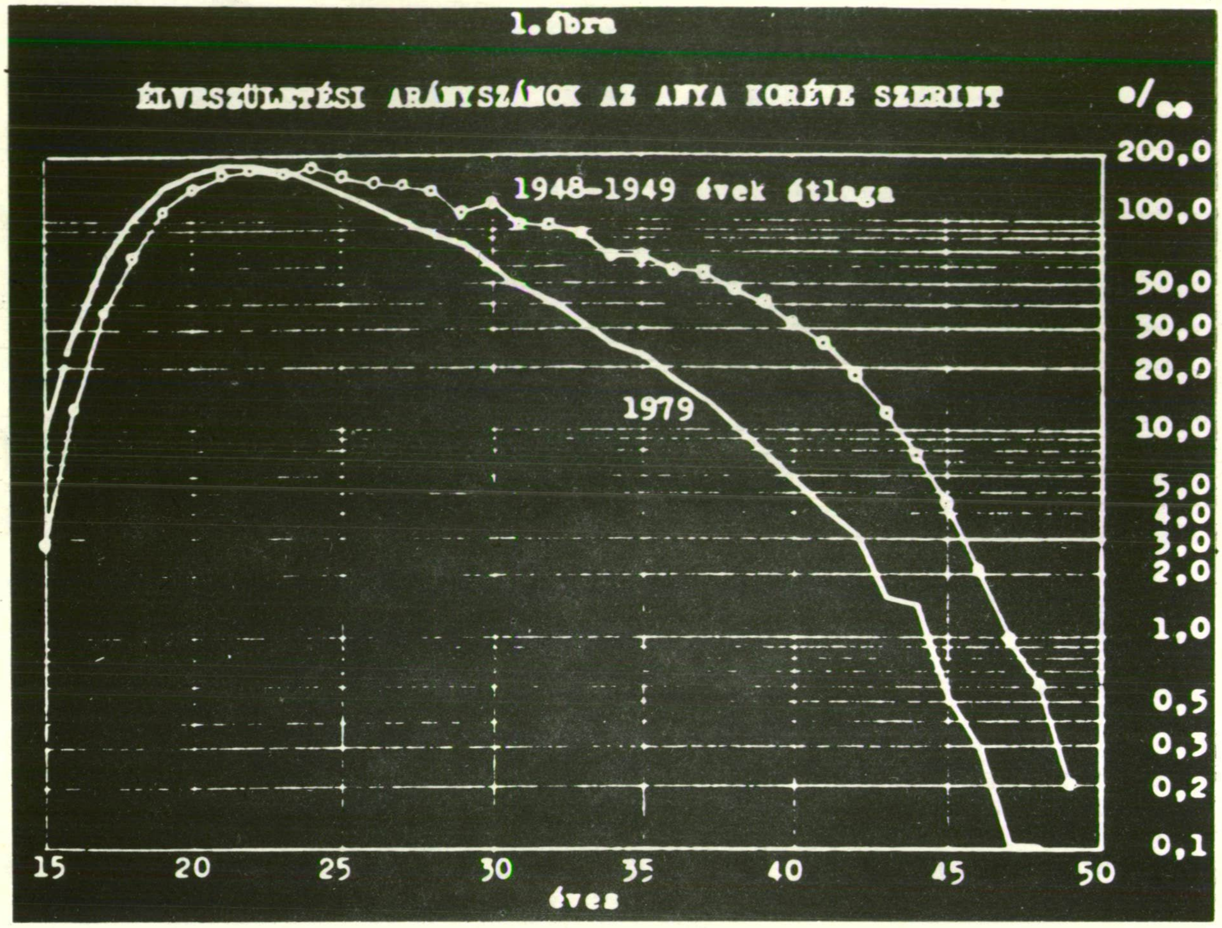
Két évvel ezelőtt ugyanitt számoltunk be először Intézetünk azon munkájáról, amely a népességszám várható alakulását vizsgálja nemenként és korcsoportonként. Vizsgálataink kiterjedtek a halálozás oki megoszlására is. Akkor még konstans halálozási és termékenységi arányszámokat vettünk alapul az előreszámitáshoz [1]. Ezidén nyáron, Budapesten az ESzTE VI. Kongresszusán számoltunk be népességelőreszámitási eljárásunk továbbfejlesztett változatáról, amelyben a halálozási arányszámokra, 10 háláloki csoportot véve, nemenként és korcsoportonként függvényeket illesztettünk, és az előreszámitást ezen függvények alakulásának figyelembevételével végeztük [2].

Következő célkitüzésünk az volt, hogy az ujszülöttek számának várható alakulását próbáljuk meg szimulálni. Ismeretes, hogy az ujszülöttek /születések/ számát sok tényező befolyásolja, többek között a propagativ koru nők száma, kormegoszlása, valamint egy sor szociális és gazdasági tényező. A Népességtudományi Kutató Intézet több előreszámitási variációt dolgozott ki az ujszülöttek várható létszámára vonatkozóan is. Elképzelhető ugyan, hogy a modellek közül valamelyik megfelel a majdani helyzetnek, de ennek igen kicsi a valószinüsége. Ebből következik, hogy mi is csak bizonyos körülmények között valószinü változatot konstruálhattunk, és mivel módszerünk még kifejlesztés alatt áll, ezt is behatárolt keretek között tehetjük. Matematikai modellünk kidolgozásához a következőkből indultunk ki.

Ismeretes, hogy a különböző korévekben a nőkre más-más szülési kedv jellemző. Ebben szerepet játszanak a házassági szokások, a családonkénti jellemző gyermekszám. Pl. ha a házasságra lépés kora csökken, a fiatalabb propagativ korévekben növekedik a termékenység. Ha a családonkénti átlagos gyermekszám csökken, akkor a szülések csökkenése inkább az anyák magasabb koréveire jellemző, a fiatalabb korcsoportokban a termékenység nem csökken jelentősebb mértékben. Tehát, ha az anyák életkora szerint vizsgáljuk a termékenységi arányszámok naptári évenkénti alakulását, akkor jellegzetes parabolikus görbéket kapunk, melyeknek lefelé hajló száruk pedig egyre laposabbá válik /1. ábra/.

Matematikai szemszögből ugy tünik, hogy ezek a görbék azonos tipusu függvények, és modellünk megalkotásánál ezt hasznositjuk. Felvetődhet az a kérdés, hogy miért nem az egyes korévek termékenységi arányszámaira próbálunk trendeket illeszteni. Ebben az esetben azonban azt kellene feltételeznünk, hogy az egyes korévekre jellemző termékenységi értékek függetlenek egymástól. Ez azonban természetesen nincs igy, mert pl. bármily okból előrehozott szülés /népesedéspolitikai határozatok hatására/ az anyák esetleges későbbi szüléseire van kihatással /pl. csökkenti/.

A számitások rövid leirása a következő.
Feltételezésünk, hogy ezen görbék valamely tipusu függvénnyel jól közelithetők és csak együtthatóikban térnek el egymástól. Ha több évben egymás után megvizsgáljuk ezen együtthatók változásait, feltételezésünk szerint találunk valamilyen határozott irányu tendenciát,



amely alapján az adott függvénytipus együtthatóira becslés adható a jövőre vonatkozóan, és ezen becsült együtthatók segitségével kiszámolhatóak az egyes korévekre becsült termékenységi arányszámok. A görbék alakjai azt sugallják, hogy polinomokkal végezzük el, melyeket a következő rekurziv összefüggéssel határozunk meg /Ralston [3]/:

$$(1/E_{j+1})\cdot p_{j+1}(s,2L)=(s/E_j)\cdot p_j(s,2L)-(\beta_j/E_{j-1})\cdot p_{j-1}(s,2L)$$

$$p_o(s,2L)=1 \qquad (j=0,1,\ldots) \qquad (1)$$

$$p_{-1}(s,2L)=0$$

ahol

$$\beta_j=\frac{-j^2[(2L+1)^2-j^2]}{4(4j^2-1)} \qquad (2)$$

$$E_j=\frac{(2j)!}{(j!)^2}\,\frac{1}{(2L)^{(j)}} \qquad (3)$$

ahol

$$(2L)^{(j)}=2L(2L-1)\ \ldots\ (2L-j+1) \qquad (4)$$

és 2L+1 az alappontok száma, esetünkben 35 /a propagativ kor éveinek száma/ és s az alappontokon fut végig.
Az ortogonális polinomokból a függvényt közelitő polinom az

$$y_m(x) = \sum_{j=0}^{m} b_j \, p_j(x) \qquad (5)$$

összefüggéssel határozható meg, ahol m a közelitő polinom foka, a b_j-k pedig a

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{f}_i p_j(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} [p_j(x_i)]^2} \qquad (n=2L+1) \qquad (6)$$

összefüggéssel megadott együtthatók, ahol $\bar{f}_i$ /i=1,...,n/ a tényleges termékenységi arányszámok.

Ismernünk kell még m értékét, azaz a legjobban közelitő polinom fokát. Ennek meghatározása a következőképpen történik.

A b_j együtthatók és p_j (s) értékei alapján kiszámoljuk a következő δ_m^2 mennyiségeket:

$$\delta_m^2 = \sum_{s=-L}^{L} [\bar{f}_s - \sum_{j=0}^{m} b_j \, p_j(s)]^2 \qquad (7)$$

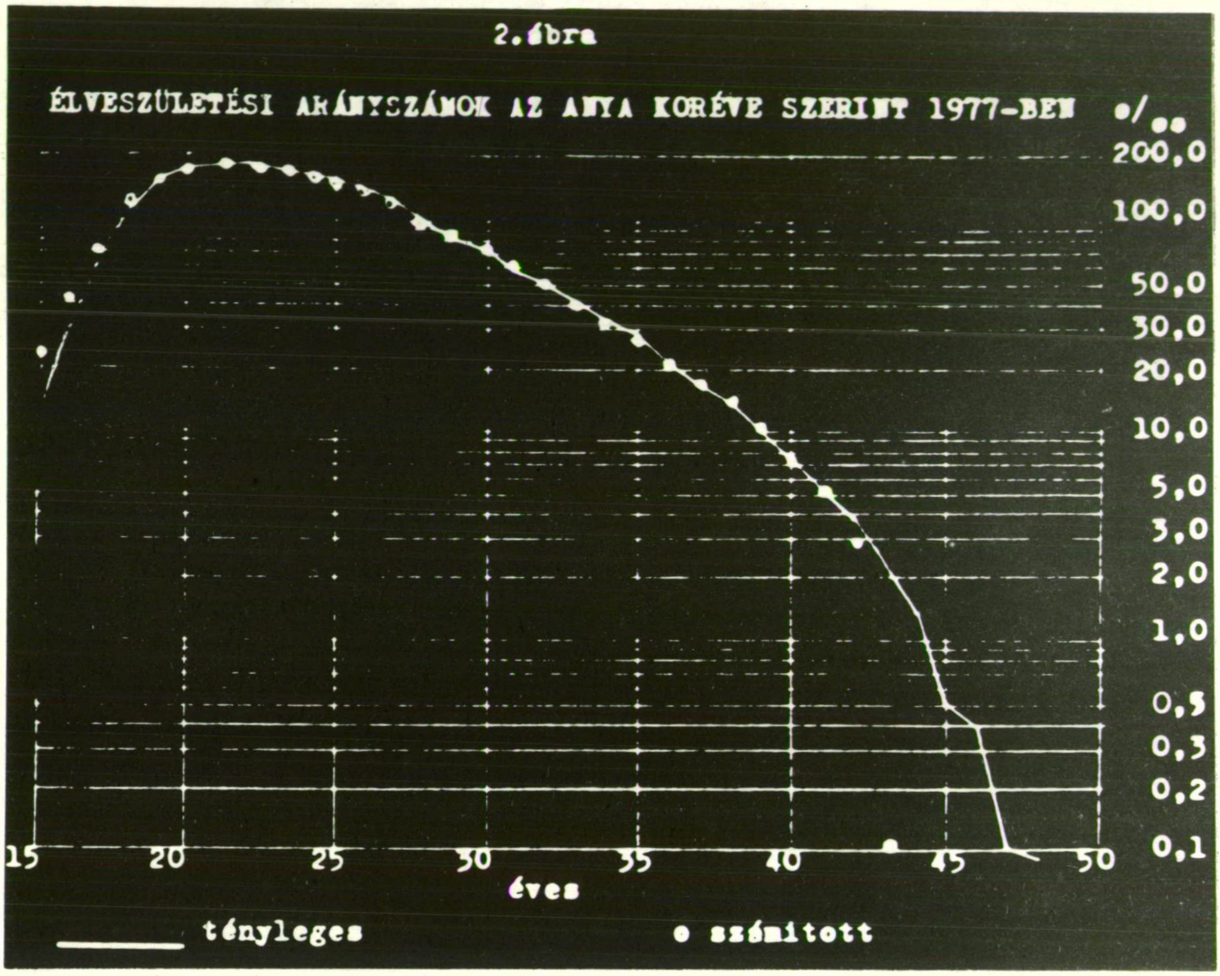
majd ebből a

$$\sigma_m^2 = \frac{\delta_m^2}{n-m-1} \qquad (8)$$

értékeket. Ezeket a mennyiségeket sorban számoljuk m=1,2,...-re sorban mindaddig, amig σ_m^2 már nem csökken. Ha elértünk olyan m értékhez, amely után σ_m^2 már nem csökken lényegesen, akkor ez lesz a legjobban közelitő polinom fokszáma. A módszer kipróbálására egyelőre csak az 1971-79 közötti évek adatait használtuk fel, és azt találtuk, hogy mind a kilenc évben a legjobban közelitő polinom fokszáma 11.

A számitások során egyszerübbnek találtuk, hogy az $y_m(x)$ együtthatóinak becslése helyett a b_i együtthatókra keressünk valamely összefüggést. Az találtuk, hogy a 12 b_i értéksorból a negyedfoku ortogonális polinomhoz tartozó 0,9458 korrelációs értékkel egy egyenest követ. A többi 11 b_i együtthatót ugy becsültük, hogy feltételeztük, hogy összefüggésük szorossága a b_4 értékkel nem véletlenen alapul és tovább is fennmarad az elkövetkező években. Igy lényegében a b_4 együtthatót futtatjuk az egyenese mentén és konstans korrelációs együtthatókat feltételezve számoljuk ki a többi b_i értéket. Ezek segitségével aztán meg lehet határozni a közelitő polinomokat a következő évekre. Ebből egyszerü behelyettesitéssel kapjuk a különböző korévekre a becsült termékenységi arányszámot.

Eredmények. Az anyag gépi feldolgozás alatt áll, igy még csak gépi rész-adatokra és kézi számolással kapott eredményekre tudunk támaszkodni. A vizsgált évekre elvégzett polinomos közelitések nagyon jó eredményeket adnak, majdnem pontosan a közelitendő értékeket szolgáltatják /2. ábra/. Előreszámitást 1980-ra és 1981-re végeztünk. Az



anyák fiatalabb korcsoportjaira itt is valószinü eredményeket nyertünk, az idősebb korosztályoknál fordul elő, hogy a várhatónál magasabb értékeket kaptunk. Ezek az eltérések adódhatnak abból, hogy a vizsgált naptári évek száma kevés, valamint okozhatja az is, hogy a b_i együtthatókra más tipusu becsléseket kell alkalmazni.

A gépi feldolgozástól várjuk azt is, hogy a számitások pontosabbak legyenek, mivel 11-foku polinomos közelitésnél a hibák erősen felhalmozódhatnak.

Végül célszerübbnek tünik, hogy a gépi feldolgozás során az anyák kohorszait vizsgáljuk. Jelenleg ugyanis minden vizsgált évben a propagativ koru nők korstrukturáját tekintjük kiindulásnak, ami esetleg torzithatja a korosztályonkénti jellemző "szülési kedv" megállapitását.

Irodalom

[1] Baloghné Belicza É., Csobán Gy., Jékel P.: Egészségügyi operációkutatást segitő számitógépes eljárás /népesség alakulását szimuláló számitógépes program/, 10. Neumann kollokvium előadásai, 145-152 old., Szeged, 1980.

[2] Baloghné Belicza É., Csobán Gy., Jékel P.: Ujabb tapasztalatok és eredmények egészségügyi operációkutatást segitő számitógépes szimulációs eljárással, A MOTESz Egészségügyi Szervezők Tudományos Egyesülete VI. Kongresszusának előadásai, Budapest, 1982. 578-583.

[3] Ralston, A.: Bevezetés a numerikus analizisbe, Müszaki Kk., Budapest, 1969.