Távközlési Kutató Intézet

Elektrokardiogramok faktor-analizise adaptiv-redukálás után

Shakin, V.V. és Hajdu K.

Bevezetés

Ismertnek és bizonyitottnak tekintjük azt a tényt, hogy a vektoriális adatok redukálásánál alkalmazott módszerek hasznosak az EKG jelek feldolgozásánál is. Az adatok mennyisége egy ilyen redukció után tökéletesen elegendő mind a kisszámitógépeken történő feldolgozáshoz, mind pedig a vizuális ábrázoláshoz. A redukció hatásos, és egyszerü eszközökkel megoldható. A redukálandó adatokat spline-függvényekkel közelitjük. A széleskörben ismert, elméletileg optimális redukálási eljárás, a faktor-analizis (Karhunen-Loeve-sorfejtés) a gyakorlatban tulságosan munkaigényes. Most megmutatjuk, hogyan alkalmazható a faktor-analizis nagymennyiségü vektoriális jelre, ezen jelek spline-függvényes redukciója mellett. Igy a programok futásideje és memóriaigénye jelentősen lecsökken. Kisérletileg bizonyitjuk, hogy az analizis eredményeképpen az eredeti adatokhoz képest kellően pontos értékeket kapunk. Ez az eljárás alkalmazható egyéb orvosi-biológiai jelek (pl. fonokardiogramok) faktor-analizisére is.

Feladat

Tekintsük egy közös t időpillanathoz tartozó n jel összességét. A jeleket egyidejüleg rögzitik, és egy állandó mintavételezési frekvenciáju A/D átalakitóval digitalizálják.

Legyen $f_i(t)$ az i jel értéke t időpillanatban, ahol $i=1,\dots,n$ és $t = 1,\dots,T$. Adaptiv vektoriális redukcióval ezeket az adatokat egyenes szakaszokkal (spline függvényekkel) közelitjük.

$$f_i^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^{m_1} f_i^{(1)}(t_k).\, B_k(t) \quad , \qquad /1/$$

ahol t_k $(k=1,\dots,m_1)$ az interpoláció k osztópontja, azaz a k kiválasztott pont, a $B_k(t)$ pedig B-spline, azaz lineáris függvényekből összetett folytonos függvény, mely a $t_{k-1} < t < t_{k+1}$ intervallumban sehol sem nulla és a t_k pontban értéke egy.

Az $f_i(t)$ értékek közelithetők más módon is, pl. a Karhunen--Loeve-sorfejtéssel :

$$f_i^{(2)}(t) = \sum_{k=1}^{m_2} \alpha_{ik} \lambda_k \beta_k(t) \,, \qquad /2/$$

a következő feltételek mellett:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ik} \alpha_{is} = \sum_{t=1}^{T} \beta_k(t)\, \beta_s(t) = \delta_{ks} = \begin{cases} 1, & \text{ha } k = s \\ 0, & \text{ha } k \neq s \end{cases}$$

és $\quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots\dots \geq \lambda_{m_2} \geq 0$

Az /1/ sorfejtésnek az az előnye, hogy kisszámitógépen könynyen, real-time módon megvalósitható, s emellett jelentős adatredukálást értünk el, mivel az $f_i(t)$ $(i=1,\dots,n,\ t=1,\dots,T)$ függvénynek nT értéke helyett elegendő $(n+1)m_1$ számot megjegyezni. A redukció együtthatójára fennáll:

$$H_1 = nT/(n+1)m_1 \gg 1$$

mivel $m_1 \ll T$. Az f függvény approximációjának hibája kicsi, és megfelel a zajszintnek (2).

A /2/ sorfejtés azért érdekes, mert elméletileg optimális lineáris felbontás, vagyis az approximáció hibája az adott határok között marad, miközben a komponensek m_2 száma a lehető legkevesebb. Mindig igaz, hogy $m_2 \leq m_1$.

Azonban egyáltalán nem szükségszerü, hogy ez a felbontás a legjobb redukciót adja. Redukciós együtthatója - $H_2 = nT / (n+T)m_2$ - lehet nagyobb is, kisebb is, mint H_1. Ennél a módszernél $n.m_2 + T.m_2$ értéket kell megjegyezni $(\alpha_{ik}, \lambda_k \cdot \beta_k(t))$. A /2/ sorfejtés számitógépes végrehajtása tulságosan munkaigényes: elég bonyolult és hosszu számitásokra van szükség, nagy a memória- és időigénye.

Az eljárás ennek ellenére széles körben elterjedt, és elméleti szempontból érdekes. Ezért van jelentősége annak, hogy megkeressük a /2/ felbontás közelitő értékeit. Ebben a cikkben ismertetünk egy, az /1/ felbontáson alapuló eljárást ezen becslések meghatározására.

Megoldás

A módszer elve az, hogy felhasználva az f függvény $f^{(1)}$ spline-függvényes approximációját, megkeressük a β faktor spline közelitését $\beta^{(1)}$ és a λ szinguláris értékek $\lambda^{(1)}$, valamint az α sorfejtési együtthatók $\alpha^{(1)}$ becsléseit. Kiderül, hogy ehhez nem kell az /1/ formulát használni, elegendő a redukció eredményeként kapott

$$f_i^{(1)}(t_k),\ t_k$$

adatokkal számolni. Az $f_i^{(1)}(t_k)$ értékeket először Karhunen-Loeve-féle sorfejtéssel közelitjük:

$$f_i^{(3)}(t_k) = \sum_{s=1}^{m_3} a_{is}\, \ell_s\, b_s(t_k) ,$$

a következő feltételek mellett:

$$\sum_i a_{is} a_{ip} = \sum_k \sum_q b_s(t_k)\, w_{kq}\, b_p(t_q) = \delta_{sp} ,$$

ahol $w_{kq} = \sum_{t=1}^{T} B_k(t) . B_q(t)$

és $\ell_1 \geq \ell_2 \geq \ldots \geq \ell_{m_3} \geq 0$.

Igy

$$f_i^{(1)}(t) = \sum_{s=1}^{m_3} a_{is}\, \ell_s\, \gamma_s(t)\,, \qquad /3/$$

ahol

$$\gamma_s(t) = \sum_{k=1}^{m_1} b_s(t_k) . B_k(t)\,,$$

tehát

$$\sum_{t=1}^{T} \gamma_s(t)\, \gamma_p(t) = \delta_{sp}\,.$$

Ily módon a /3/ formula az $f^{(1)}$ függvény Karhunen-Loeve féle sorfejtését adja. Az $f^{(1)}$ jól közeliti az f függvényt, tehát a két sorfejtés tagjainak is közelieknek kell lenni. Ez következik abból, hogy a sajátértékek és sajátvektorok a mátrix elemeinek folytonos függvényei.

Kisérletek

Az eljárást R-10-es kisszámitógépen dolgoztuk ki. A program FORTRAN nyelven iródott, memóriaigénye kb. 25 Kbyte. A programban szükség volt egy szimmetrikus, pozitiv definit mátrix sajátértékeinek és sajátvektorainak kiszámitására, erre QR-algoritmust (4) használtunk. Az eljárást kétféle orvosi-biológiai adathalmazon kisérleteztük ki: elektrokardiogramokon (EKG) és fonokardiogramokon (PKG).

Egy és ugyanazon páciensről regisztráltak 138 elvezetéses EKG-t és 31 elvezetéses PKG-t (5). A számitógépes feldolgozáshoz a folytonos jeleket 400, ill. 500 Hz-es frekvenciával digitalizálták. Az EKG jelből kiválasztottuk a QRS komplexumot, esetünkben ez 40 időpont állapotát tartalmazza ugy, hogy ezek az R hullámra szimmetrikusan helyezkednek el. A PKG jeleket közvetlenül a Q hullám kezdete után kezdték mérni, és a mérés időtartama 256 ms volt. Ily módon a szivkamrák depolarizációját tükröző, leggyorsabban változó jeleket és az első szivhangot analizáltuk.

A vektoriális adaptiv redukáló program a fent leirt módon kiválasztott pontok mennyiségét az EKG esetében felére-harmadára, a PKG esetében harmadára-negyedére csökkentette. Ez tette lehetővé programunkban a redukált adatok használatát és a faktorok becslését.

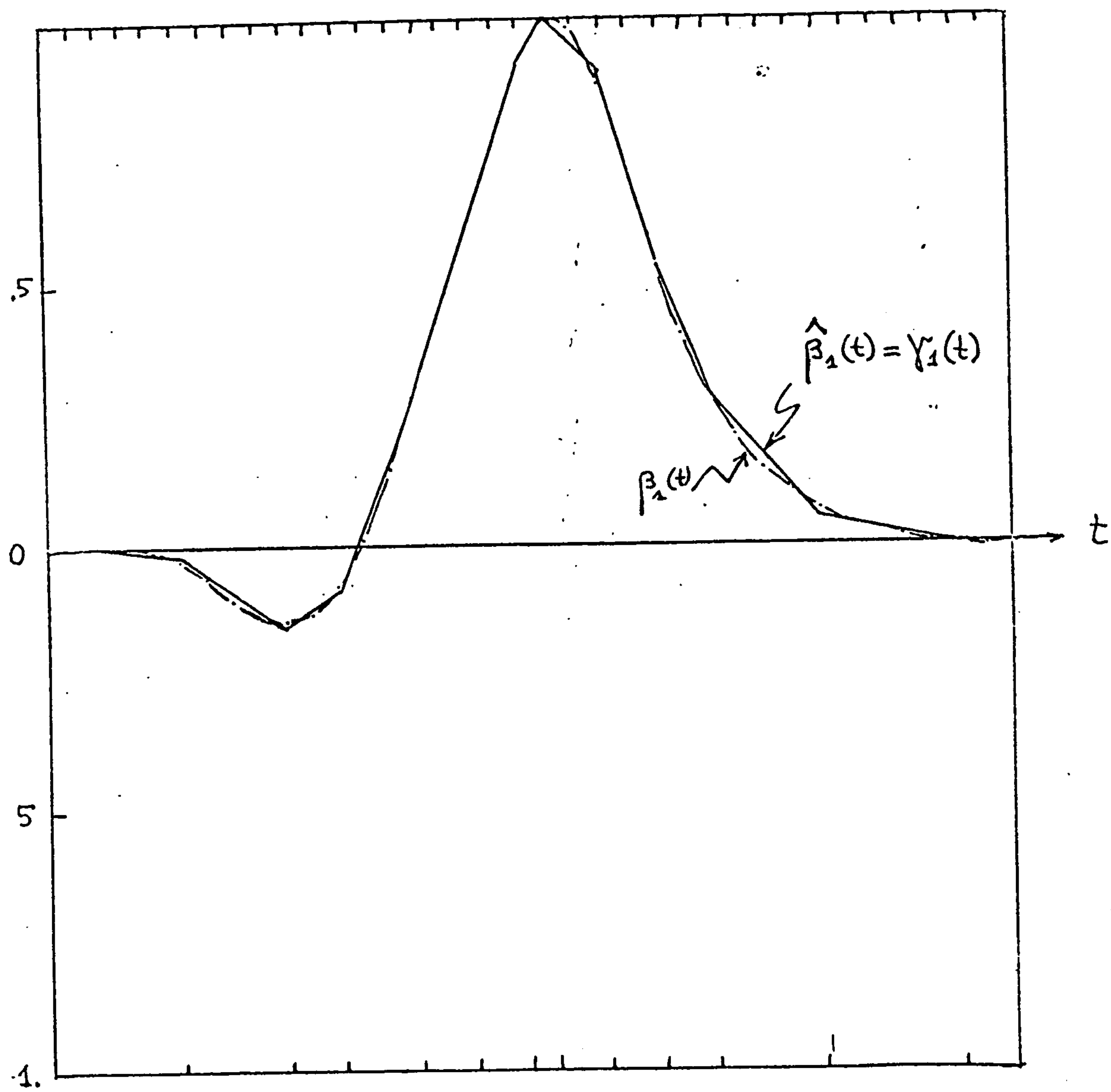
A 138 elektrokardiogram faktorait egy, a szokásos faktor-analizist végrehajtó program segitségével is meghatároztuk. Az 1. ábra a kétféle módon kiszámitott első faktorértékeket mutatja. A szaggatott vonal jelenti a hagyományos módon kiszámitott $\beta_1(t)$ faktort, a folytonos vonal pedig ezen faktornak az itt ismertetett eljárással kapott $\gamma_1(t)$ $(=\hat{\beta}_1(t))$ becslését. Az ábra felső részén látható osztópontok az EKG eredetileg kiválasztott pontjait, az alsó osztópontok pedig a vektor-adaptiv redukáló program által kiválasztott pontokat jelölik. A 2. ábrán az első 10 sajátérték kétféle kiszámitásának eredményét ábrázoltuk. A folytonos vonal megfelelő pontjai a hagyományos eljárással számitott λ_i értékeket, a szaggatott vonalé pedig ezzel a módszerrel meghatározott ℓ_i $(=\hat{\lambda}_i)$ közelitő értékeket jelentik. Látható, hogy elég pontos becslést kapunk. Ezért bátran alkalmazhatjuk ezt a módszert a PKG faktorainak becslésére is.

Összefoglalás

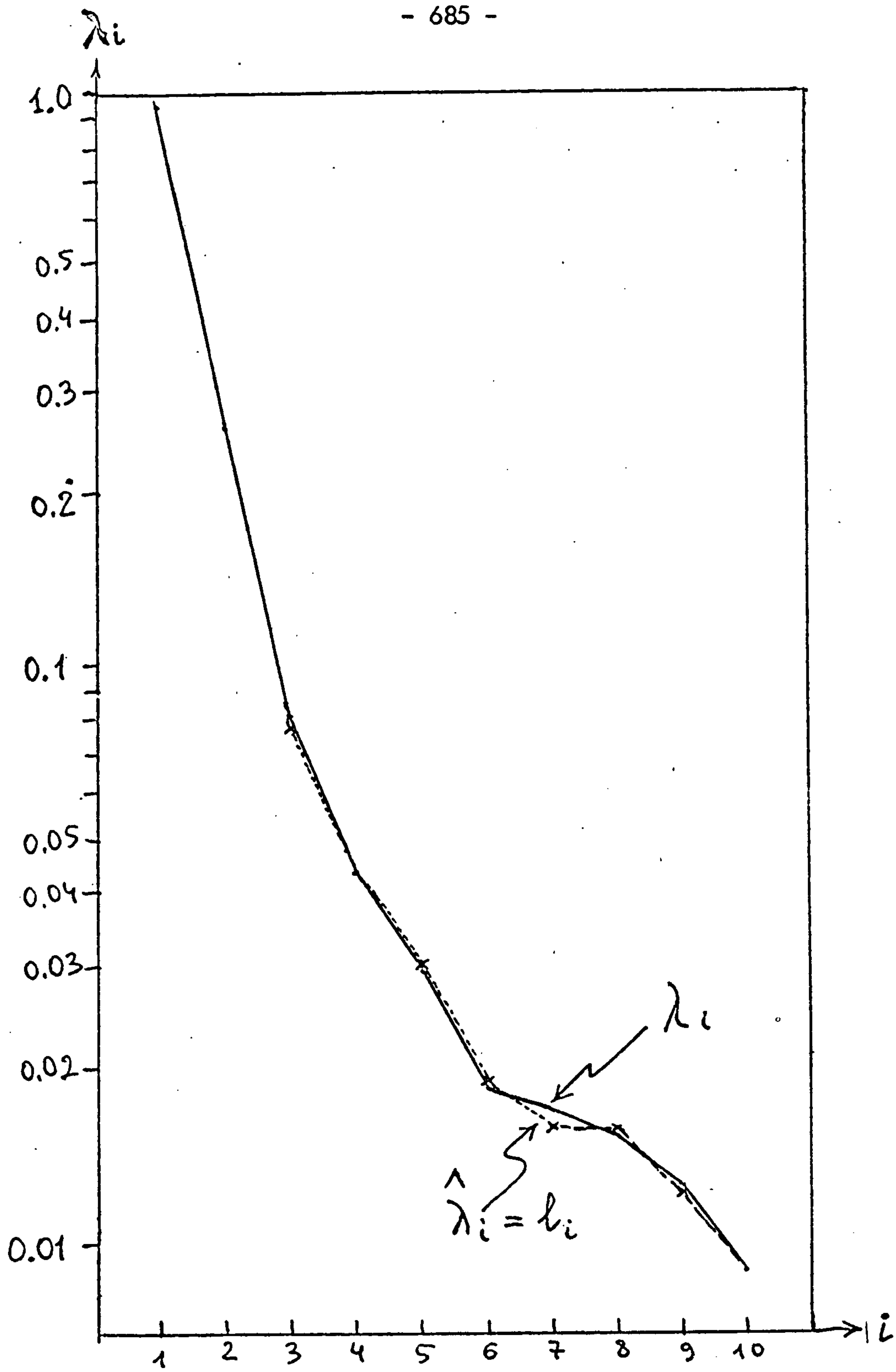
Adva van tehát egy módszer, amely lehetővé teszi, hogy bizonyos adatok faktor-analizisét egy elegendően pontos, egyszerüsitett eljárással hajtsuk végre. A módszer azon alapul, hogy az egyszerü és hatásos vektoriális adaptiv redukcióval a bemenő adatok számát csökkentjük. Ezzel a gépidő- és a memóriaigény is csökken. Mindez lehetővé teszi hosszu időintervallum nagyszámu szinkronizált jeleihez tartozó faktorok jó közelitő értékeinek meghatározását kisszámitógépeken.

Irodalom

(1) V.V.Shakin, P.Breuer: Adaptive least-squares spline fitting the vectorial signals. Conf. "Digital Signal Processing", Florence, 1975.



1. ábra



2. ábra

(2) V.V. Shakin, Cs. Csapodi, I. Préda, P. Kenedi, P. Breuer: Adaptive data reduction in body surface mapping. 3rd Congress on Electrocardiology, Brussels, 1975.

(3) A.M. Scher, A.C. Young, W.M. Meredith: Factor analysis of the electrocardiograms. Circulation Res, 8 (1960), 519

(4) J.H. Wilkinson: The Algebraic Eigenvalue Problem. Clarendon Press, Oxford, 1965.

(5) Gy. Kozmann, I. Préda, V.V. Shakin, F. Szlóvik, Z. Antalóczy: Computer-aided method for the comparison of surface potential and acceleration maps. IEEE Conf. "Computers in Cardiology", St. Luis, USA, 1976.