Bibliographie

Fabio Conforto, Abelsche Funktionen und algebraische Geometrie (aus dem Nachlaß bearbeitet und herausgegeben von W. Gröbner, A. Andreotti und M. Rosati), XI + 276 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1956.

Der Gegenstand dieses Buches zeigt sehr gut, wie aus Entdeckungen speziellen Charakters durch verschiedenartige Verallgemeinerungen, geeignete Abstraktionen und Analogieschlüsse eine große mathematische Theorie entsteht. Ein solcher Weg führte vom Eulerschen Additionstheorem für elliptische Integrale über berühmte Ergebnisse von Abel, Jacobi (für die Umkehrfunktionen) und von anderen großen Analytikern des XIX. és XX. Jahrhunderts zum heutigen allgemeinen Begriff und zur Behandlung der elliptischen und automorphen Funktionen einerseits, der Abelschen Funktionen, ferner generalisierter Thetafunktionen andrerseits; Disziplinen, welche naturgemäß auch mit der Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Riemannschen Flächen in enger Beziehung stehen.

Während ein vor zehn Jahren erschienenes Werk von C. L. Siegel sich neben einem ähnlichen systematischen Aufbau der Theorie der Abelschen Funktionen hauptsächlich mit automorphen Funktionen beschäftigt, wird in dieser Arbeit eine solche Darstellung der *klassischen* (in erster Linie analytischen) Resultate gegeben, die neben einem lückenlosen logischen Aufbau auch durch moderne Methoden der Funktionentheorie (von mehreren komplexen Variablen) gewonnene Ergänzungen und Vertiefungen bietet. Erwähnt sei z. B. die Tatsache, daß der Integritätsbereich sämtlicher zu einer Riemannschen Matrix gehörigen intermediären (Jacobischen) Funktionen ein ZPE-Ring ist. (ZPE: eindeutige Zerlegbarkeit in Primelemente.)

Kapitel I beginnt mit einer systematischen Behandlung der periodischen meromorphen Funktionen $f(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ im allgemeinen, mit Einschluß der Definition der Abelschen Funktionen (als meromorphen, nicht ausgearteten Funktionen mit genau $2p$ unabhängigen Perioden), der Modulgruppe und Riemannscher Matrizen. Dann leitet man die sog. Periodenrelationen ab und zeigt, daß immer entsprechende Abelsche Funktionen konstruiert werden können; letztere lassen sich mit Hilfe des Satzes von Cousin als Quotienten zweier verallgemeinerter Thetareihen darstellen, wenn man die Lösung gewisser Differenzenprobleme besitzt. Es folgt noch eine Übersicht über die Klassifikation Abelscher Funktionenkörper.

Kapitel II enthält eine geometrische Diskussion der Abelschen Funktionen, genauer gesagt, die Untersuchung p-dimensionaler algebraischer Mannigfaltigkeiten, welche durch Parameterdarstellungen mittels Funktionen vom genannten Typ definiert sind. Aus dem ausführlichen (obgleich natürlich keineswegs abgeschlossenen) Stoff seien die Konstruktion eines singularitätsfreien projektiven Modells der Picardschen Mannigfaltigkeit (von C. L. Siegel), die Interpretation und Konsequenzen des Satzes von Appell—Humbert, ferner der Teil über die algebraische Korrespondenzen zwischen Picardschen Mannigfaltigkeiten hervorgehoben.

Das Buch wird gewiß wesentlich dazu beitragen, das Interesse in diesem klassischen Gebiet lebhaft zu erhalten.

M. Mikolás (Budapest)

Hans Heinrich Ostmann, Additive Zahlentheorie (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge). **I. Allgemeine Untersuchungen** (Heft 7), 233 Seiten **II. Spezielle Zahlenmengen** (Heft 11), 136 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1956.

Eine Abgrenzung der additiven Zahlentheorie von anderen Kapiteln der Zahlentheorie wird — wie der Verf. es betont — „wohl niemals frei vom persönlichen Geschmack sein können". Die additive Zahlentheorie wird vom Verf. dadurch charakterisiert, daß sie sich mit der folgenden Art von Summenbildung von Mengen nichtnegativer ganzen Zahlen beschäftigt: Es sei Z die Menge aller nichtnegativen ganzen Zahlen, Σ die Menge aller Teilmengen von Z. Die Summe $M = M_1 + M_2 + \cdots + M_r$ $(M_i \in \Sigma)$ wird als die Menge aller Zahlen n erklärt, die in der Form $n = a_1 + a_2 + \cdots + a_r$ mit $a_k \in M_k$ $(k = 1, 2, \ldots, r)$ darstellbar sind.

Die berühmten klassischen Probleme von Goldbach und Waring und auch die Partitionsprobleme gehören offenbar zu diesem Problemenkreis. Ob man die diophantischen Gleichungen als Teil der additiven Zahlentheorie betrachten soll, ist problematisch. Verf. behandelt in seinem Buche das Fermatsche Problem; bezüglich anderer diophantischen Probleme weist er aber nur auf das Ergebnisse-Heft von Th. Skolem aus dem Jahre 1938 hin.

Vor 1930 hat man nur die Summenmenge von speziellen Zahlenfolgen (Primzahlen, k-te Potenze u. s. w.) betrachtet; Schnirelman war der erste, der sich mit der Summe von beliebigen Zahlenfolgen beschäftigte. In seinen Untersuchungen spielte der Begriff der Dichte einer Zahlenfolge eine zentrale Rolle. Der Dichtebegriff erwies sich als sehr fruchtbar und wurde zum Ausgangspunkt einer selbstständigen Theorie, die sich auch schwer von der additiven Zahlentheorie abgrenzen läßt.

Band I des vorliegenden Werkes beschäftigt sich mit der allgemeinen Theorie der Summenbildung und der Dichte von Folgen nichtnegativer ganzen Zahlen, während in Band II die mit speziellen Zahlenfolgen verknüpften Probleme betrachtet werden. Obzwar geschichtlich der zweite Problemenkreis viel älter ist, ist die vom Verf. gewählte Anordnung die natürliche.

Band I: §§ 1—6 behandeln den oben erwähnten Summenbegriff. Die vom Verf. stammende Theorie von primitiven bzw. reduziblen Mengen ist ausführlich dargestellt. Weiter wird folgende Abbildung von Σ auf das Intervall $(0, 1)$ betrachtet: jeder Menge $A = \{a_0, a_1, \ldots\} \in \Sigma$ wird die reelle Zahl $x(A) = \sum_k 1/2^{a_k+1}$ zugeordnet; dies ergibt eine Möglichkeit, gewissen Teilmengen M von Σ ein Maß (nämlich das Lebesguesche Maß der Menge der Bildpunkte $x(A), A \in M$, zuzuordnen.

§ 7 behandelt die Anzahlfunktion $A(x) =$ (Anzahl der in A enthaltenen Zahlen a_i mit $1 \leqq a_i \leqq x$), ferner Kompositionen bzw. Partitionen. §§ 8—13 behandeln verschiedene in der additiven Zahlentheorie übliche Dichtebegriffe; die Schnirelmansche Dichte $\delta(A) = \inf\limits_{x \geqq 1} \frac{A(x)}{x}$, die „variierte" Schnirelmansche Dichte $\delta_0(A) = \inf\limits_{x \geqq 1} \frac{A(x)+1}{x+1}$ (falls $0 \in A$), die asymptotische Dichte $\delta^*(A) = \liminf\limits_{x \to +\infty} \frac{A(x)}{x}$, bzw., falls sie existiert, die „natürliche" Dichte $\delta_*(A) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{A(x)}{x}$. Den Mittelpunkt dieser Untersuchungen bildet der berühmte Satz von Mann, nach welchem stets $\delta(A+B) \geqq \delta(A) + \delta(B)$ gilt, falls $\delta(A) + \delta(B) \leqq 1$, $0 \in A$, $0 \in B$ ist. Es sei bemerkt, daß nur der allgemeinere Satz von Mann—Dyson formuliert ist. Dies ist zu bedauern, denn der Beweis des Satzes von Mann war ein bedeutendes Ereignis. Erinnern wir uns daran, was Landau 1936 schrieb: „dies ungelöste Problem möchte ich dem Leser ans Herz legen".

§§ 14—16 behandeln Basen und wesentliche Komponenten. Eine Menge B nennt man eine Basis endlicher Ordnung falls Z als eine endliche Summe $Z = B + B + \cdots + B$ darstellbar ist. Die Menge W heißt eine wesentliche Komponente, falls für alle $A \in \Sigma$ mit $0 < \delta_0(A) < 1$ gilt: $\delta_0(A + W) > \delta_0(A)$. Nach dem Satz von MANN ist jede Menge A mit $\delta(A) > 0$ eine wesentliche Komponente. Nach dem Satze von ERDŐS gilt mehr: jede Basis endlicher Ordnung ist eine wesentliche Komponente. Dadurch ist aber die Menge aller wesentlichen Komponenten nicht erschöpft; LINNIK hat ja eine wesentliche Komponente konstruiert, die keine Basis endlicher Ordnung ist. § 17 behandelt die Abbildung $x(A)$; es wird der berühmte Satz von BOREL über die Ziffernverteilung der q-adischen Darstellung fast aller reellen Zahlen bewiesen. Dieser Satz gehört zwar nicht zur additiven Zahlentheorie (bekanntlich ist es ein Spezialfall des starken Gesetzes der großen Zahlen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung), es können aber interessante Folgerungen daraus bezüglich der Struktur „fast aller" Folgen aus Σ gezogen werden. Verwandte Sätze, in denen der Hausdorffsche Dimensionsbegriff vorkommt, sind auch angegeben, z. B. der schöne Satz von VOLKMANN, nach dem die Dimension der Menge der Bildpunkte $x(C)$ von allen Teilmengen C einer Menge A gleich der asymptotischen Dichte von A ist.

Band II: § 18 is eine Ergänzung zu § 8. § 19 behandelt den vom Verf. eingeführten Begriff der Multiplamengen und Spezialfälle (abundante quadratfreie bzw. k-freie Zahlen, u. s. w.). § 20 behandelt multiplikative bzw. additive zahlentheoretische Funktionen; dieser § steht mit der additiven Zahlentheorie in ziemlich losem Zusammenhang. § 21 über Primzahlen und verwandte Mengen beginnt mit dem Primzahlsatz. Im allgemeinen sind die historischen Bemerkungen und Hinweise des Verfassers genau, hier findet sich aber eine bedauernswerte Ausnahme: der von A. SELBERG und P. ERDŐS stammende elementare Beweis des Primzahlsatzes wird allein SELBERG zugeschrieben. Der wohlbekannte Tatbestand (siehe z. B. das Referat von INGHAM in *Mathematical Reviews,* 1950) ist, daß der wesentliche erste Schritt der Ableitung des Primzahlsatzes aus der Selbergschen Formel (der Beweis von $\lim p_{n+1}/p_n = 1$) von ERDŐS stammt; sich auf das Resultat von ERDŐS stützend hat SELBERG den elementaren Beweis des Primzahlsatzes zu Ende geführt.

Es folgt die Zusammenfassung der Resultate des Goldbachschen Problemenkreises. Der Satz von I. M. VINOGRADOV — wohl der tiefste Satz der additiven Zahlentheorie — — wird ohne Beweis angegeben. Die Vinogradovsche Methode der Abschätzung von Exponentialsummen wird nur erwähnt. § 22 beschäftigt sich mit der Menge der k-ten Potenzen, hauptsächlich mit dem Waringschen Problem. Schade, daß der von LINNIK stammende elementare Beweis des Hilbertschen Satzes nicht dargestellt ist. Es folgt eine Zusammenfassung der bezüglich der Fermatschen Vermutung bekannten Ergebnisse. § 23 behandelt kurz einige weitere spezielle Ergebnisse (über arithmetische Folgen in Mengen u. s. w.).

Ein sehr sorgfältig zusammengestelltes Literaturverzeichnis, das mehr als 800 Arbeiten umfaßt, wurde beiden Bänden beigefügt.

Ein solches Werk zu schreiben ist heutzutage bei der großen Fülle von Resultaten eine sehr schwere Aufgabe geworden und man soll dem Verf. dankbar sein, daß er diese mühsame Arbeit unternommen hat. Er hätte vielleicht ungelöste Probleme in größerer Anzahl erwähnen können. In der Zahlentheorie gibt es ja besonders viele ungelöste, einfach formulierbare (obzwar meist schwere) Probleme.

Das Werk ist sehr klar geschrieben. Trotzdem ist es nicht leicht lesbar, da der Verf. der Kürze wegen ziemlich viele, obzwar wohlbedacht gewählte, aber nicht allgemein übliche Bezeichnungen eingeführt hat. Dem Anfänger wird es wohl auch Schwierigkeit bereiten, daß wichtige Ergebnisse, ihre ziemlich naheliegenden Verallgemeinerungen und hübsche aber keineswegs tiefe Resultate so gemischt nacheinander folgen, daß es nicht einfach ist eine klare Übersicht zu gewinnen. Dies ist eine Schwierigkeit, die bei vielen Büchern auftritt, die bestrebt sind, ein Gebiet der Mathematik systematisch und enzyklopädisch darzustellen und alle Resultate in möglichst allgemeiner Form zu bringen. Diese Bestrebung des Verf. ist jedenfalls gelungen und dadurch leistet sein Buch den auf dem Gebiet der Zahlentheorie tätigen Forschern eine bedeutende Hilfe.

A. Rényi (Budapest)

Jacques Dixmier, Les algèbres d'opérateurs dans l'espace hilbertien (Algèbres de von Neumann) (Cahiers scientifiques, fasc. 25), VI + 367 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1957.

The theory of von Neumann algebras (or W^*-algebras) was originated by the paper of VON NEUMANN "Zur Algebra der Funktionaloperationen und Theorie der normalen Operatoren" [*Math. Annalen*, **102** (1929)], and the paper of VON NEUMANN and MURRAY "On rings of operators" [*Annals of Math.*, **37** (1936)]; there it is indicated already that the theory connects with many unsolved problems concerning unitary representations of groups, quantum mechanics and structure theory of abstract algebras with no minimal condition. It connects also with the theory of continuous geometries and extended integration theory.

The theory has grown since with a splendid speed. The present book is the first systematic account on the subject. It will act as a traffic controller in a period of hasting and jostling evolution of the theory (the bibliography collects nearly two hundred papers). It will be a kind guide to the beginner and a beacon for the future development, suggesting further research also by indicating some unsolved problems.

The work is divided into three chapters: 1. Global theory, 2. Reduction theory, and 3. Complements.

Chapter 1 contains the basic results of the theory, presented in an adjusted and rearranged form with much care and with essentially refined procedures. It begins with the definition of von Neumann algebras and ends with their global decomposition according to type and finiteness. The von Neumann algebra in the author's sense is a *-algebra of operators on a Hilbert space which agrees with its bicommutor. (This definition differs slightly from that of the "ring" in the sense of VON NEUMANN because a ring does net contain necessarily the identity.) In virtue of an improved dealing with the induced and reduced von Neumann algebras (§ 2, 1), the exposition of direct sums and tensor products of algebras, of the various topologies (uniform, weak, ultra weak, strong and ultra strong), and of the von Neumann and Kaplansky Density Theorems proceeds very smoothly.

The main results in this chapter are the relations between normal states (or normal homomorphisms) and ultra weakly continuous states (or spatial homomorphisms), and the relations between normal traces and Hilbert algebras. They produce the author's fundamental idea that the reduction of a von Neumann algebra into finite, semi-finite, infinite, and pure infinite types is done by the reduction of the normal trace on it. The substance of this new reduction method lies not only to avoid the more difficult dimension theory of projections, which is dealt with in chapter 3, but to point out the basic objects in the structure theory of algebras. Although very important (especially in connection with abstract algebra and continuous geometry), the present theory of the relations between dimensionality and trace is less primitive, less elementary and more artificial than the structure theory of Hilbert algebras. Moreover, the existence of traces on any concrete algebra, whose structure has been already known, is examined apriori without help of the dimension theory.

Chapters 2 and 3 are undoubtedly the highest expositions of the respective fields. Chapter 2 is constructed rather analogously to the original "Reduction theory" of von Neumann [*Annals of Math.*, **50** (1949)], but its details are much improved and released from some difficulties. The principal result is that a von Neumann algebra over a separable Hilbert space is essentially uniquely expressible with respect to its center as a direct integral of factors. The author does not explicitly explain the result in this form, but states it by separating it into three parts: § 3, Theorem 3; § 3, Lemma 1; and § 6, Theorem 2. § 3, Lemma 1 is just the Lemma 7 in von Neumann's paper. This Lemma is proved by making use of very deep results on analytical sets. In fact, it seems that all existing proofs use this tool (with the exception of an as yet unpublished paper of the reviewer).

The direct integrals of Hilbert spaces are constructed on general locally compact spaces, and the measurability is defined using explicitly the existence of orthonormal bases for measurable families. As a continuation of chapter I, the reduction theory of separable Hilbert algebras and traces are presented. Another method of reducing a maximal Hilbert algebra is presented among the exercises in chapter 3.

The main arguments concerning the dimensions of projections and traces of algebras in von Neumann's and Murray's first and second papers on rings of operators are dealt with (of course extended to general algebras) in the first four sections of chapter 3 (comparison of projections, classification of projections, complements for discrete algebras, mapping $\natural$), and in the last section (classical definition of algebra of finite type). Between these three sections: "Approximation theorem", "Binding function" and "Hyperfinite factors" are sandwiched.

Through the book, several notes written by smaller scripts deal with rather essential problems and one can not pass omitting them. Proofs are brief and elegant, but the beginner may need to pay much endeavour to read through.

M. Tomita (Okayama, Japan)

L. Rédei, Algebra, I. Teil, XV + 797 Seiten, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, 1959.

Das vorliegende Werk ist der erste Teil eines Lehrbuches der Algebra aus der Feder des Seniors der erfolgreichen algebraischen Schule in Ungarn. Es stellt eine vom Verfasser selbst besorgte, bearbeitete und erweiterte Übersetzung des 1954 erschienenen ungarischen Originals dar. Dieses Werk zeichnet sich dadurch aus, daß es in geschickter Weise den Charakter eines Lehrbuches mit dem einer Monographie vereinigt. Selbst ein Student in den ersten Semestern wird es mit Erfolg als Einführung in die Algebra benutzen können, denn der Verfasser stützt sich auf seine jahrzehntelange Erfahrung als akademischer Lehrer. Der Kenner wird nicht nur manches Neue finden, sondern sich auch oft an der eigenwilligen Darstellung wohlbekannter Dinge oder an interessanten Einzeluntersuchungen erfreuen.

Die folgende Inhaltsübersicht kann nur ersten Eindruck vermitteln, nicht aber die ganze Reichhaltigkeit des Werkes widerspiegeln.

Kapitel I (28 Seiten), *Mengentheoretische Grundlegung*, bringt die im ganzen Buch ständig benutzten Begriffe wie Abbildungen, Äquivalenzrelationen, Ordnung und Wohlordnung, Zornsches Lemma und transfinite Induktion. Als sehr zweckmäßig erweist sich im ganzen Buch die konsequente Benutzung der Schreibweise „$S \sim S'$ $(\alpha \to \alpha')$", um auszudrükken, daß die Abbildung $\alpha \to \alpha'$ einen Homomorphismus der Struktur S auf die Struktur S' darstellt.

Kapitel II (198 S.), *Strukturen*, behandelt zunächst, durch viele einprägsame Beispiele erläutert, die wichtigsten Strukturen, nämlich Halbgruppen, Gruppen, Moduln, Ringe, Schiefkörper, Körper und Verbände. Ferner kommen hier alle Arten relationstreuer Abbildungen zur Sprache, sowie die wichtigsten Konstruktionsverfahren für Strukturen, z. B. aus freien

Strukturen oder durch Komposition. Stets wird die Analogie zwischen den verschiedenen Strukturen besonders hervorgehoben; dies geschieht nicht nur, wie allgemein üblich, bei Homomorphismen und Faktorstrukturen sondern z. B. auch beim Erweiterungsproblem, das sowohl für Gruppen als auch für Ringe behandelt wird. Um in diesem Falle eine möglichst weitgehende Analogie zwischen Gruppen und Ringen zu erreichen, werden gewisse Paare von Abbildungen eines Ringes in sich eingeführt, die sog. Doppelhomothetismen. Dem Holomorph einer Gruppe werden die Holomorphe eines Ringes an die Seite gestellt. Ferner finden die Sätze von SCHREIER und JORDAN-HÖLDER in diesem Kapitel Platz. Das zum Beweis benutzte Lemma von ZASSENHAUS wird durch explizite Angabe des darin auftretenden Isomorphismus ergänzt.

Den *Operatorstrukturen* ist Kapitel III (80 S.) gewidmet. Die Mannigfaltigkeit der hierin behandelten Gegenstände zeigt dem Anfänger die Wichtigkeit des Begriffes einer Struktur mit Operatoren. Nach dem Satz von REMAK—KRULL—SCHMIDT kommen Vektorräume und Algebren zur Sprache. Als Beispiele werden verschränkte Produkte (allgemeiner als bei E. NOETHER) und monomiale Ringe näher betrachtet. Ferner finden sich Paragraphen über Polynomringe, lineare Abbildungen, alternierende Ringe und Determinanten, Normen und Spuren sowie Quaternionen.

Mit Kapitel IV (53 S.), *Teilbarkeitslehre in Ringen*, beginnt der spezielle Teil des Buches, in dem die besonderen Eigenschaften der vorher allgemein behandelten Strukturen näher untersucht werden. Bei Teilbarkeitsfragen beschränkt sich der Verfasser nicht ausschließlich auf kommutative Ringe. Behandelt werden Hauptidealringe, euklidische Ringe, Polynomringe über Schiefkörpern, ferner die Frage der Einbettbarkeit von nullteilerfreien Ringen in Ringe mit Einselement. Ein umfangreicher Paragraph ist den ganzen Quaternionen gewidmet.

Kapitel V (34 S.), *Endliche abelsche Gruppen*, enthält neben den Hauptsätzen über solche Gruppen und ihre Charaktere eine Verallgemeinerung der Möbiusschen Umkehrformel auf abelsche Gruppen, den interessanten Satz von HAJÓS und die Einführung der Zetafunktion einer endlichen abelschen Gruppe.

Kapitel VI (36 S.), *Operatormoduln*, bringt die grundlegenden Sätze über Elementarteiler und den Hauptsatz über abelsche Gruppen mit endlich vielen Erzeugenden. Ferner werden Systeme linearer Gleichungen über Schiefkörpern behandelt, das Schursche Lemma und der Dichtigkeitssatz von CHEVALLEY—JACOBSON sowie schließlich die Struktursätze von WEDDERBURN—ARTIN.

Neben den üblichen Sätzen über Polynome in einer und mehreren Unbestimmten enthält Kapitel VII (42 S.), *Kommutative Polynomringe*, einen neuen Beweis der Waringschen Formel, den Hilbertschen Basissatz sowie Verfahren zur effektiven Aufstellung aller Ideale in $R[x]$ über einem Hauptidealring R. Ferner findet man Paragraphen über Tschirnhaussche Transformation von Idealen und über die durch ein Element erzeugbaren Ringe.

Kapitel VIII (87 S.), *Körpertheorie*, bringt zunächst die klassischen Ergebnisse von STEINITZ, dann den Satz von WEDDERBURN über endliche Schiefkörper, den Satz von KÖNIG—RADOS über die Anzahl der verschiedenen Nullstellen eines Polynoms über einem endlichen Körper, einiges über Kreisteilungspolynome (auch im Falle von Primzahlcharakteristik) sowie die Theorie der Oreschen Polynomringe und als Anwendung einen Beweis für die Existenz von Normalbasen in endlichen Körpern.

Kapitel IX (17 S.), *Angeordnete Strukturen*, enthält neben den Sätzen von ARTIN und SCHREIER über angeordnete Körper auch die neueren Untersuchungen von SZELE und JOHNSON über Schiefkörper bzw. Ringe.

Den *bewerteten Körpern* ist Kapitel X (67 S.) gewidmet. Es enthält die Theorie der

Bewertungen und ihrer Fortsetzungen sowie die Konstruktion der perfekten Hüllen, ferner die beiden Sätze von OSTROWSKI. Insbesondere wird in diesem Zusammenhang auch der Körper der reellen Zahlen konstruiert.

In Kapitel XI (77 S.), *Die Theorie von Galois,* wird zunächst die klassische Galoissche Theorie behandelt mit Anwendung auf die Frage der Auflösbarkeit von algebraischen Gleichungen. Sodann werden die Auflösungsformeln für Gleichungen 2., 3., und 4. Grades abgeleitet. Die Theorie der Konstruierbarkeit mit Zirkel und Lineal wird zunächst in dem üblichen Umfang besprochen, dann aber durch einen interessanten Paragraphen über merkwürdige Punkte eines Dreiecks bereichert. Ferner enthält dieses Kapitel Paragraphen über Gleichungen 3. und 4. Grades über endlichen Körpern, über Tschirnhaussche Transformationen, zyklische Körper, Kreisteilungskörper, Normalbasen sowie den Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes von MIRIMANOFF—HENSEL.

Schließlich enthält Kapitel XII (54 S.), *Endliche einstufig nichtkommutative Strukturen,* die vom Verfasser entwickelte Theorie der endlichen Gruppen, Ringe und Halbgruppen, deren entsprechende echte Unterstrukturen sämtlich kommutativ sind.

Zwei Umstände verdienen noch besondere Erwähnung. Obwohl es sich um ein durchaus modernes Buch handelt und die Einführung der allgemeinen grundlegenden Begriffe das Hauptanliegen ist, wird dem Leser doch stets die Nützlichkeit der abstrakten Theorie zur Lösung konkreter Probleme vor Augen geführt und seine Freude am interessanten Einzelergebnis geweckt. Ferner enthält das Buch für viele klassische Sätze neue und vereinfachte Beweise, die teils vom Verfasser selbst, teils von seinen Schülern stammen.

Viele Beispiele, zahlreiche Aufgaben und Hinweise auf ungelöste Probleme erhöhen noch den Wert dieses interessanten und vielseitigen Werkes.

R. Kochendörffer (Rostock)

LIVRES REÇUS PAR LA RÉDACTION

H. Arzeliès, La dynamique relativiste et ses applications, Fasc. 2, XXIV + 451 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1958. — 6000 fr.

F. Bachmann, Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 96), XIII + 311 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1959. — DM 49,80

C. Berge, Théorie des graphes et ses applications (Collection universitaire de mathématique, No. 2), VIII + 278 pages, Paris, Dunod, 1958. — 3400 fr.

C. Berge, Espaces topologiques, fonctions multivoques (Collection universitaire de mathématique, No. 3), XI + 272 pages, Paris, Dunod, 1959. — 3400 fr.

N. Bourbaki, Éléments de mathématique, Livre II: **Algèbre,** Chapitre 8: **Modules et anneaux semi-simples,** Chapitre 9: **Formes sesquilinéaires et formes quadratiques** (Actualités sci. et ind., 1261, 1272), 189 + 211 pages, Paris, Hermann, 1958, 1959.

E. Burger, Einführung in die Theorie der Spiele, 169 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter, 1959. — DM 28,—

H. Cartan—G. Choquet—J. Dixmier—P. Dubreil—R. Godement—P. Lelong—L. Lesieur—A. Lichnerowicz—C. Pisot—A. Revuz—L. Schwartz—J.-P. Serre, Structures algébriques et structures topologiques (Monographies de l'Enseignement Mathématique, No. 7), 200 pages, Paris, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, et Genève, Institut de Mathématiques, Université, 1958. — Fr. s. 20,—

L. Cesari, Asymptotic behavior and stability problems in ordinary differential equations (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 16), VII + 271 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1959. — DM 68,—

J. L. Destouches, Corpuscules et champs en théorie fonctionnelle (Les grands problèmes des sciences, IX), VIII + 163 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1958. — 4000 fr.

G. Doetsch, Introduction à l'utilisation pratique de la transformation de Laplace (traduit de l'allemand par M. Parodi), VIII + 198 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1959. — 3500 fr.

H. Freudenthal, Logique mathématique appliquée (Collection de logique mathématique, Série A XIV), IV + 57 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1958. — 1200 fr.

H. G. Garnir, Les problèmes aux limites de la physique mathématique (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften, Mathematische Reihe, Bd. 23), 234 Seiten, Basel—Stuttgart, Birkhäuser-Verlag, 1958. — Fr. 29,—

R. Godement, Théorie des faisceaux (Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Strasbourg, XIII), 300 pages, Paris, Hermann, 1958. — 3600 fr.

W. Hahn, Theorie und Anwendung der direkten Methode von Ljapunov (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 22), VIII + 142 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springen-Verlag, 1959. — DM 28,—

L. Holzer, Zahlentheorie, Teil II (Mathematisch-naturwissenschaftliche Bibliothek, Bd. 14), VI + 127 Seiten, Leipzig, Teubner, 1959. — DM 9,—

L.-K. Hua, Die Abschätzung von Exponentialsummen und ihre Anwendung in der Zahlentheorie (Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Bd. I 2, Heft 13, Teil I), 124 Seiten, Leipzig, Teubner, 1959. — DM 13,—

L.-K. Hua, Additive Primzahltheorie, VI + 174 Seiten, Leipzig, Teubner, 1959. — DM 48,—

K. Knopp, Elemente der Funktionentheorie (Sammlung Göschen, Bd. 1109), 5. Auflage, 144 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter, 1959. — DM 3,60

J. Kuntzmann, Méthodes numériques, XVIII + 254 pages, Paris, Dunod, 1959. — 3600 fr.

H. Lebesgue, Notices d'histoire des mathématiques (Monographies de l'Enseignement Mathématique, No. 4), 116 pages, Genève, Institut de Mathématiques, Université, 1958. — Fr. s. 16,—

Mathematics in secondary modern schools (A report prepared for the Mathematical Association), VI + 221 pages, London, Bell, 1959.

A. D. Michal, Le calcul différentiel dans les espaces de Banach, Vol. I. **Fonctions analytiques. Equations intégrales** (Collection de monographies sur la théorie des fonctions), XIV + 150 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1958. — 3000 fr.

W. Müller, Theorie der elastischen Verformung (Mathematik und ihre Anwendungen in Physik und Technik, Reihe A, Bd. 27), XI + 327 Seiten, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1959. — DM 31,50

M. Parodi, La localisation des valeurs caractéristiques des matrices et ses applications (Traité de physique théorétique et de physique mathématique, XII), XII + 172 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1959. — 3700 fr.

H. R. Pitt, Tauberian theorems (Tata Institute of Fundamental Research, Monographs on Math. and Physics, No. 2), XII + 174 pages, London, Oxford University Press, 1958.

L. Robin, Fonctions sphériques de Legendre et fonctions sphéroidales (Collection technique et scientifique du C. N. E. T.), Tome 2, VIII + 384 pages, Tome 3, VIII + 289 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1958 et 1959. — 5300 et 6000 fr.

Th. Schneider, Introduction aux nombres transcendants (traduit de l'allemand par P. Eymard), VIII + 151 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1959. — 3500 fr.

A. Weil, Variétés kählériennes (Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Nancago, VI), 176 pages, Paris, Hermann, 1958. — 2000 fr.