

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

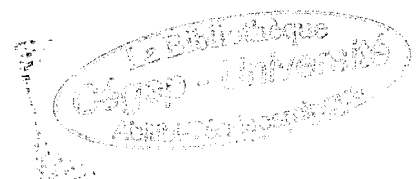
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR

MOHAMED BENHARBIT

CARACTÉRISATION HYPERÉLASTIQUE DES MEMBRANES  
THERMOPLASTIQUES PAR UNE APPROCHE UTILISANT LES  
RÉSEAUX DE NEURONES

Juin 2007





**Cégep** de l'Abitibi-Témiscamingue  
**Université** du Québec en Abitibi-Témiscamingue

### **Mise en garde**

La bibliothèque du Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue et de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue a obtenu l'autorisation de l'auteur de ce document afin de diffuser, dans un but non lucratif, une copie de son œuvre dans Depositum, site d'archives numériques, gratuit et accessible à tous.

L'auteur conserve néanmoins ses droits de propriété intellectuelle, dont son droit d'auteur, sur cette œuvre. Il est donc interdit de reproduire ou de publier en totalité ou en partie ce document sans l'autorisation de l'auteur.

CE MÉMOIRE A ÉTÉ RÉALISÉ  
À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN  
ABITIBI-TÉMISCAMINGUE  
DANS LE CADRE DU PROGRAMME DE  
MAÎTRISE EN INGÉNIEURIE  
DE L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
EXTENSIONNÉ À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN  
ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

## **AVANT-PROPOS**

Ce mémoire de recherche a été réalisé dans le cadre de la maîtrise en ingénierie. Le sujet de recherche m'a été proposé et supervisé par mon directeur de recherche, Dr Fouad Erchiqui, professeur-chercheur au département des sciences appliquées de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, à qui j'exprime ma sincère et profonde reconnaissance, qui, par son intérêt, sa disponibilité, ses conseils scientifiques et son appui moral, a su créer une ambiance très favorable pour mener cette recherche.

Mes remerciements vont également à mon codirecteur, Monsieur Daniel Marceau, professeur au département des sciences appliquées de l'Université du Québec à Chicoutimi pour l'intérêt porté à mon sujet de recherche ainsi qu'à tous ceux qui sont intervenus dans cette maîtrise en ingénierie; pour la qualité de leurs enseignements.

Ma famille au Maroc; pour leur patience, leur soutien et leurs encouragements tout au long de cette période. Qu'elle trouve ici l'expression de ma plus profonde gratitude et de toute ma reconnaissance.

## RÉSUMÉ

Dans ce travail, nous nous intéressons à la caractérisation du comportement des membranes thermoplastiques en soufflage libre. Les matériaux utilisés sont l'ABS (Acrylonitrile Butadiène Styène) et l'HIPS (polystyrène à haut impact). Le modèle de comportement utilisé est de type hyperélastique de type Mooney-Rivlin. Pour l'identification des paramètres mécaniques, associés au modèle de comportement de ses membranes, on a utilisé une approche hybride qui combine, d'une part, des données expérimentales et les résultats de la simulation, et d'autre part, la technique des réseaux de neurones par application de l'algorithme de la rétropropagation de l'erreur. Les résultats obtenus montrent que cette approche est bien adaptée au modèle de comportement utilisé.

**Mots-clés** : caractérisation expérimentale, thermoplastique, réseaux de neurones, différences finies, ABS, HIPS.

## **ABSTRACT**

In this work, we are interested in the characterization of circular thermoplastic membranes, ABS (Acrylonitrile Butadiene Styrene) and HIPS (High Impact Polystyrene) thermoforming grade, under biaxial deformation using the bubble inflation technique. The hyperelastic behaviour of the Mooney-Rivlin model is considered. First, the governing equations of the inflation of a flat circular membrane are solved using a finite difference method with deferred corrections and, thereafter, a neuronal algorithm (ANN model) is employed to determine the materials constants. The validation is performed by comparing the obtained results with the experimental measured data for the polymeric material ABS and HIPS membrane inflation. The results show that this approach has a good fit with the model of behaviour used.

**Keywords:** experimental characterization, thermoplastic, neural network, finite differences, ABS, HIPS.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>AVANT-PROPOS</b> .....	<b>III</b>
<b>RÉSUMÉ</b> .....	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>V</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES</b> .....	<b>VI</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>VIII</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>X</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES</b> .....	<b>XI</b>
<b>CHAPITRE 1 : INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
1.1 GENERALITES.....	1
1.2 PROBLEMATIQUE.....	1
1.3 OBJECTIFS.....	1
1.4 ÉTAT DES CONNAISSANCES.....	2
1.5 METHODOLOGIE ET CONTENU DU MEMOIRE.....	5
<b>CHAPITRE 2 : MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DU SOUFFLAGE DES MEMBRANES HYPER-ÉLASTIQUES</b> .....	<b>7</b>
2.1 ÉQUATIONS GEOMETRIQUES.....	8
2.2 ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE ET CONDITIONS AUX LIMITES.....	11
2.3 LOI DE COMPORTEMENT ET EXPRESSIONS DES CONTRAINTES TANGENTIELLES...	14
2.4 EXPRESSION DES CONTRAINTES EN SOUFFLAGE BIAXIAL.....	15
2.5 RESOLUTION NUMERIQUE.....	17
2.6 ADIMENSIONALISATION DES VARIABLES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES.....	18

<b>CHAPITRE 3 : IDENTIFICATION MÉCANIQUE PAR LES RÉSEAUX DE NEURONES .....</b>	<b>19</b>
3.1 APPRENTISSAGE D'UN RESEAU DE NEURONES.....	21
3.1.1 Apprentissage supervisé (Rosenblatt, 1960), (Haykin, 1998) .....	21
3.1.2 Apprentissage non supervisé (Becker, 1991), (Sanger, 1989).....	21
3.1.3 Apprentissage semi supervisé .....	22
3.2 FONCTIONS D'ACTIVATION DU NEURONE.....	22
3.3 ARCHITECTURE DU RESEAU .....	22
3.4 DESCRIPTION STRUCTURALE DU NEURONE ARTIFICIEL .....	23
3.5 PERCEPTRON MULTICOUCHE (PMC) ET LA RETROPROPAGATION DE L'ERREUR	29
3.6 ALGORITHME DE RETROPROPAGATION : .....	31
3.6.1 Erreur quadratique.....	33
3.6.2 Mise à jour des poids de pondération.....	34
3.6.3 L'algorithme de rétropropagation de l'erreur: .....	36
3.6.4 Implantation de l'algorithme.....	41
3.6.5 Procédure de la validation croisée : .....	42
3.6.6 Algorithme de Levenberg-Marquardt .....	43
3.7 ALGORITHME DU RESILIENT.....	45
<b>CHAPITRE 4 : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROCÉDÉ DE SOUFFLAGE BIAXIAL.....</b>	<b>47</b>
4.1 GENERALITES .....	47
4.2 MONTAGE EXPERIMENTAL.....	49
4.2.1 Conditions et données expérimentales .....	49
4.2.2 Module de soufflage.....	49
4.2.3 Chambre environnementale .....	52
4.2.4 Mesure des variables expérimentales.....	53
4.2.5 Système d'acquisition .....	55
4.3 DEROULEMENT DE L'EXPERIENCE .....	56



<b>CHAPITRE 5 :</b> .....	<b>57</b>
5.1 RESULTATS D'IDENTIFICATION BIAXIALE A L'HIPS ET L'ABS .....	59
<b>CHAPITRE 6 : CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS</b> .....	<b>65</b>
6.1. CONCLUSION .....	65
6.2 TRAVAUX FUTURS .....	66
6.3 RECOMMANDATION .....	67
<b>RÉFÉRENCES :</b> .....	<b>68</b>

## LISTE DES FIGURES

FIGURE.2.1 : SOUFFLAGE D'UNE MEMBRANE AXISYMETRIQUE.....	9
FIGURE 3.1 SCHEMA DU NEURONE BIOLOGIQUE (RESEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS : JEAN DANIEL LEROUX, WWW.USHERBROOKE.CA).....	24
FIGURE 3.2 SCHEMA SYMBOLIQUE D'UN NEURONE ARTIFICIEL (EDWIN ET AL, 1996).....	25
FIGURE 3.3 GRAPHIQUE DES FONCTIONS D'ACTIVATION $\varphi$ ET $\varphi'$ (RESEAU DE NEURONE ET BIOINFORMATIQUE : SIMON BEAULNE, WWW.LACIM.UQUAM.CA).....	26
FIGURE 3.4 GRAPHIQUE DES FONCTIONS D'ACTIVATION $\varphi$ ET $\varphi'$ (RESEAU DE NEURONE ET BIOINFORMATIQUE: SIMON BEAULNE : WWW.LACIM.UQUAM.CA).....	27
FIGURE 3.5 SCHEMA D'UN NEURONE LINEAIRE (EDWIN ET AL, 1996) .....	28
FIGURE 3.6 SCHEMA D'UN NEURONE NON LINEAIRE (EDWIN ET AL, 1996).....	28
FIGURE 3.7. SCHEMA D'UN PERCEPTRON A TROIS COUCHES (EDWIN ET AL, 1996).....	31
FIGURE 3.8 SCHEMA DE PROPAGATION DU SIGNAL SUR UN RESEAU MULTICOUCHE (HAYKIN, 1998) .....	<b>ERREUR ! SIGNET NON DEFINI.</b>
FIGURE 3.9 REPRESENTATION GRAPHIQUE DE L'ALGORITHME DE RETRO-PROPAGATION DE L'ERREUR (HAYKIN, 1998). .....	37
FIGURE 3.10 SCHEMA DES SIGNAUX DANS UN NEURONE DE LA COUCHE DE SORTIE (EDWIN ET AL, 1996). .....	40
FIGURE 3.11 SCHEMAS DES SIGNAUX DANS UNE COUCHE CACHEE (EDWIN ET AL, 1996) .....	41
FIGURE 3.12 SCHEMAS DES COURBES DE VALIDATION ET DE L'ERREUR (HAYKIN, 1998). .....	43
FIGURE 4.1 : VUE D'ENSEMBLE DU MODULE DE SOUFFLAGE UTILISE .....	51
FIGURE 4.2 : VUE D'ENSEMBLE DU SYSTEME EXPERIMENTAL D'IDENTIFICATION .....	56

FIGURE 5.1 : RESULTATS DE SIMULATION NUMERIQUE.....	57
FIGURE 5.2 : ALGORITHME UTILISE POUR LE PROBLEME D'IDENTIFICATION.....	59
FIGURE 5.3 RESULTATS DE L'EXPERIMENTATION POUR L'HIPS A 150 OC.....	61
FIGURE 5.4 RESULTATS DE L'EXPERIMENTATION POUR L'ABS 145 °C.....	62
FIGURE 5.5 RESULTATS DE L'IDENTIFICATION POUR L'ABS.....	62
FIGURE 5.6 RESULTATS DE L'IDENTIFICATION POUR L'HIPS.....	63

## **LISTE DES TABLEAUX**

**TABLEAU 5.1 : CONSTANTES MATÉRIELLES DE L'IDENTIFICATION, MODÈLE DE MOONEY-RIVLIN .....61**

## LISTE DES SYMBOLES

<b>Symbole</b>	<b>Grandeur</b>	<b>Unité</b>
$Z$	Hauteur d'un point sur la membrane déformée	cm
$R$	Position d'un point sur la membrane non déformée	cm
$\theta$	Angle	rad
$P$	Pression de soufflage de la bulle	Pa
$\lambda_1$	Extension méridienne	cm/cm
$\lambda_2$	Extension circonférentielle	cm/cm
$\lambda_3$	Extension normale	cm/cm
$\rho_1$	Rayon de courbure dans la direction longitudinale	cm <sup>-1</sup>
$\rho_2$	Rayon de courbure dans la direction circonférentielle	cm <sup>-1</sup>
$T_1$	Force par unité de longueur agissante dans la direction méridienne	T/cm
$T_2$	Force par unité de longueur agissante dans la direction circonférentielle	T/cm
$C_1, C_2$	Constante matérielle	Pa
$I_1, I_2$	Invariant de déformations du tenseur de Gauchi	

# CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

## **Généralités**

Les produits en matière plastique sont très variés et de plus en plus utilisés dans l'industrie. Ils sont présents dans de nombreux domaines industriels tels que l'automobile, l'aéronautique, l'électronique, etc.

Le plastique est un matériau synthétique constitué de polymères. Il peut acquérir des propriétés spécifiques en ajoutant des additifs ou des adjuvants. Ceci permet alors d'obtenir des produits finis de qualité supérieure. Son expansion est liée à la création de nouveaux produits qui trouvent leur origine dans les propriétés inégalées de ces matériaux.

## **Problématique**

Généralement, l'industrie des plastiques a recourt à un nombre élevé d'essais avant d'entamer la production de masse, cela occasionne des opérations coûteuses. Il en est de même lors de l'élaboration de nouveaux produits. Dans ces conditions, la modélisation expérimentale et numérique devient une alternative intéressante pour prédire le comportement de ces matériaux dans des situations difficiles de mise en forme. Toutefois, la modélisation numérique nécessite une bonne connaissance du comportement des matériaux utilisés.

## **Objectifs**

Dans ce travail, nous utilisons une technique de soufflage de bulles thermoplastiques pour identifier les paramètres mécaniques de deux résines thermoplastique : l'ABS (Acrylonitrile Butadiène Styène) et l'HIPS (polystyrène à haut impact). Une loi de comportement hyperélastique de type Mooney-Rivlin sera considérée. Pour

l'identification des paramètres mécaniques on considère une approche hybride qui combine des données expérimentales, des résultats de simulations et la technique des réseaux de neurones

### **État des connaissances**

Du point de vue expérimental, il existe plusieurs types de test pour déterminer les propriétés mécaniques des caoutchoucs et des thermoplastiques. Pour ces tests, en général, les variables mesurées sont : le déplacement, les déformations, la force et le temps. Dans le cas unidimensionnel, on trouve, à titre d'exemple, les tests classiques suivants (Treolar, 1944) : extension simple, compression uniaxiale et cisaillement simple. Dans le cas bidimensionnel, on trouve, à titre d'exemple, les trois principaux tests suivants:

- Extension équi-biaxiale d'une membrane rectangulaire (Meissner et *al*, 1981) : il s'agit d'un test qui consiste à étirer une membrane thermoplastique dans deux directions, plan XY de la membrane, en laissant la troisième direction libre.
- Soufflage biaxial d'une membrane axisymétrique (Treloar, 1944), (Rivlin, 1951), (Joye et *al*, 1973), (Verron et *al*, 2001), (Derdouri et *al*, 2000), (Erchiqui et *al*, 2001) : il s'agit d'un test de soufflage d'une membrane circulaire initialement plane à l'aide d'une charge en débit d'air.
- Extension et soufflage simultanés d'un cylindre creux axisymétrique (Alexander, 1971), (Benjeddou et *al*, 1993) : il s'agit d'un test simultané en extension, à l'aide de forces d'étirement, et en soufflage, à l'aide de l'air, d'un cylindre creux.

Pour ces tests, le problème d'identification des paramètres mécaniques et rhéologiques des lois de comportement qui régissent le comportement structural de des membranes se fait généralement par des méthodes classiques d'optimisation (Levenberg, 1944), (Marquardt, 1963) combinées à des méthodes de résolutions numérique (éléments finis (Erchiqui et *al*, 2005), différences finies (Erchiqui et *al*,

2001), etc.) et à des résultats expérimentaux. Le principe du programme d'identification est basé sur l'optimisation de l'erreur estimée entre des valeurs calculées théoriquement et celles obtenues expérimentalement, au sens des moindres carrés. Dans ce domaine de comportement structural, plusieurs travaux sont consacrés aux problèmes quasi-statiques (Verron et *al*, 1997), (Erchiqui et *al*, 2001), (Derdouri, 2000), (Erchiqui 1998). À titre d'exemple, dans le cas de soufflage de membranes, initialement planes et circulaires, on peut citer les travaux de Verron (Verron et *al*, 1997), (Charlton et *al*, 1994), dans le cas des matériaux hyperélastiques, de type Mooney-Rivlin (Rivlin, 1951) et Ogden (Ogden, 1972), et de Erchiqui (Erchiqui et *al*, 2001), dans le cas des matériaux viscoélastiques de type Lodge (Lodge, 1964) et de Christensen (Christensen, 1980). L'identification des paramètres mécaniques, selon ces auteurs, se fait en deux étapes : la première consiste à résoudre, en régime quasi statique, un système d'équations différentielles non linéaires du premier ordre décrivant l'équilibre de la membrane. La résolution de ce système fournit la valeur de la pression compatible avec les déformations. Ensuite, on construit point par point la courbe de la pression calculée en fonction des déformations mesurées. La deuxième étape consiste à optimiser l'erreur, au sens des moindres carrés, entre les pressions calculées et mesurées. Dans le cas de problèmes dynamiques, Erchiqui a adapté cette approche pour déterminer les paramètres mécaniques des matériaux thermoplastiques de type ABS (Acrylonitrile Butadiène Styène) et HIPS (High Impact Polystyrene) (Erchiqui et *al*, 2005).

Dans le cas des tests d'extension et de soufflage simultanés d'un cylindre creux, Benjeddou (Benjeddou et *al*, 1993) a utilisé la même approche que ci-dessus, en quasi-statique, pour identifier les paramètres mécaniques des matériaux hyperélastiques de type Ogden. Dans le cas des tests d'extension équi-biaxiale d'une membrane polymérique, Meissner a développé un rhéomètre et a estimé les paramètres mécaniques (Meissner et *al*, 1981), pour un état de contrainte biaxiale quelconque.



En plus des techniques classiques utilisant les systèmes continus de modélisation et d'optimisation, on remarque, ces dernières décennies, un intérêt grandissant pour l'utilisation d'algorithmes et de techniques stochastiques pour les problèmes d'identification et de simulation physique. Parmi ces techniques, on trouve les algorithmes des réseaux neuronaux d'apprentissage (Haykin, 1988), (Mackay, 1992). L'intérêt porté à ces réseaux neuronaux réside dans leurs capacités de généralisation (le réseau est en mesure de donner des réponses satisfaisantes à des nouvelles données qu'il n'a pas rencontrées auparavant) et de leur faisabilité d'implantation sur des circuits imprimés (Graf et al, 1988), (Mead, 1989), (Murray, 1989). Du point de vue de la littérature scientifique, ces algorithmes, *a priori*, peuvent être appliqués aux problèmes de classification, regroupement, prévision, identification, optimisation combinatoire et contrôle de procédés (Kohonen, 1988). Toutefois, il existe plusieurs types de réseaux. À titre d'exemple, citons : les réseaux à une seule couche cachée (Sanger, 1989), les réseaux multicouches (Rumelhart 1986) et les réseaux récurrents (Boné et al, 2005). Ces réseaux se distinguent entre eux par le nombre de couches et leurs structures.

Dans le cas d'utilisation des réseaux de neurones pour le problème d'identification en mécanique structurale, les travaux sont presque inexistant dans le domaine des matériaux thermoplastiques ou caoutchouteux. Dans ce mémoire, on s'intéressera au problème d'identification mécanique du comportement structural des membranes thermoplastiques de type hyperélastique. La simulation numérique est utilisée comme moyen d'apprentissage. Ensuite, une fois l'apprentissage bien assimilé, on exploite des données issues de l'expérimentation pour l'identification. Les variables choisies comme entrées du réseau sont les valeurs des hauteurs mesurées et des constantes mécaniques arbitraires introduites dans le simulateur numérique. Le simulateur utilisé dans ce mémoire est le code ThermoForm, développé par le professeur F. Erchiqui, de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (Québec), pour les problèmes dynamiques et quasi-statiques en soufflage libre ou confiné de membranes

thermoplastiques et caoutchouteuses. En quasi-statique, ce simulateur fournit une solution numérique du système des équations différentielles non linéaires de premier ordre qui gouvernent l'équilibre d'une membrane circulaire et axisymétrique de type viscoélastique ou hyperélastique.

Toutefois, il faut souligner l'existence de plusieurs types d'architecture de réseaux de neurones (Haykin, 1998). Ce qui nous intéresse, dans ce mémoire, ce sont les réseaux de neurones multicouches avec apprentissage supervisé (Haykin, 1998). Les matériaux choisis dans ce mémoire sont l'ABS et le HIPS. Ce choix est justifié par leurs nombreuses utilisations dans l'industrie des plastiques (thermoformage, injection, étirage soufflage, etc.). Le modèle de comportement hyperélastique utilisé dans ce travail est celui de Mooney-Rivlin. La stratégie adoptée pour l'identification des paramètres mécaniques associés au modèle hyperélastique consiste à utiliser une approche hybride qui combine, d'une part, des données expérimentales et de simulations et, d'autre part, un algorithme de type réseau de neurones (rétropropagation de l'erreur).

### **1.5 Méthodologie et contenu du mémoire**

La méthodologie utilisée pour le problème de l'identification est la suivante :

- i) Établir les équations différentielles qui régissent l'équilibre d'une membrane en régime quasi-statique;
- ii) Utiliser le code 'ThermoForm', qui utilise la méthode des différences finies à pas variables et à correction différées, pour trouver le vecteur solution du système d'équations différentielles;
- iii) Établir expérimentalement, via le soufflage libre d'une membrane thermoplastique, la relation entre la pression et la hauteur mesurée;
- iv) Utiliser les réseaux de neurones pour l'apprentissage des solutions fournies par le code 'ThermoForm'

- v) Vérifier la qualité de l'apprentissage des réseaux de neurones ;
- vi) Dédire, *via* les réseaux des neurones, les paramètres mécaniques de chaque membrane thermoplastique.

Le contenu de ce mémoire est le suivant :

Chapitre 2: Nous présenterons les équations de mouvements et les hypothèses qui sont adoptées pour l'étude de soufflage libre de membranes circulaires et axisymétriques, initialement planes. Aussi, on décrit, sommairement, l'approche utilisée pour la résolution des équations différentielles, non linéaires, qui en résultent. La loi de comportement hyperélastique de Mooney-Rivlin sera considérée.

Chapitre 3 : Nous présenterons un bref aperçu sur l'historique des réseaux de neurones et les différentes architectures de ces réseaux et leurs applications en ingénierie. Ensuite, nous exposons l'algorithme de rétropropagation (Back propagation) que nous avons retenu pour le problème d'estimation des paramètres mécaniques de la loi de comportement de Mooney-Rivlin.

Chapitre 4 : Nous présenterons une description du montage expérimental et de ses composantes, qui ont servi à l'acquisition des données nécessaires à l'identification (température, pression, hauteurs au pôle de la membrane, temps.) au Laboratoire de plasturgie de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue. Le choix des membranes thermoplastiques et les conditions expérimentales seront abordés. On fournira également les résultats expérimentaux obtenus pour une série de tests de soufflage des membranes polymériques utilisées.

Finalement, nous présenterons dans le chapitre, 5 l'algorithme hybride utilisé pour le problème d'identification et les résultats estimés des paramètres mécaniques des membranes thermoplastiques.

## CHAPITRE 2 : MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DU SOUFFLAGE DES MEMBRANES HYPER-ÉLASTIQUES

La simulation numérique des procédés de mise en forme des polymères (thermoformage, extrusion-soufflage, injection, etc.) nécessite une bonne connaissance du comportement des matériaux utilisés. Ces matériaux sont des matériaux thermoplastiques (HDPE, PP, PS ...) chauffés entre la température de transition vitreuse et la température de fusion pour être ensuite mis en forme. Généralement, le comportement de ces matériaux est régi par des modèles viscoélastiques intégraux (Erchiqui et *al*, 2001), (Verron et *al*, 2001). Toutefois, suite aux difficultés associées à la mise en œuvre informatique de ces modèles viscoélastiques au niveau de la résolution numérique des équations qui régissent l'équilibre de la membrane (temps de calcul, intégration numérique, ect.), nous considérons un comportement hyperélastique en mode de déformation biaxiale (mode proche du type de déformation rencontré dans les procédés industriels). Pour cela, nous nous intéresserons au soufflage de membranes thermoplastiques circulaires.

Dans ce chapitre, en se basant sur la technique de soufflage de bulle (Feng, 1992 et en régime quasi-statique, nous présentons les équations d'équilibre qui régissent le soufflage d'une membrane axisymétrique en utilisant les coordonnées sphériques. Ensuite, nous rappelons la loi de comportement hyperélastique de Mooney-Rivlin. Finalement, une discussion suivra sur la méthode utilisée pour la résolution du système d'équations différentielles résultant.

## Équations géométriques

Une mince feuille circulaire de polymère thermoplastique, préalablement marquée à l'encre, est chauffée au voisinage de sa température de mise en forme. La membrane ainsi préparée, est gonflée par de l'air pour former une bulle axisymétrique. Dans son état initial non déformé, la membrane est supposée plane, circulaire, de rayon  $R_0$  et d'épaisseur constant  $h_0$ . Pour la description géométrique de cet état non déformé, nous considérons un système de coordonnées polaire  $(R, \Phi, 0)$ .

Supposons que la membrane se gonfle d'une manière quasi-statique, sous l'effet d'une pression intérieure (charge uniformément répartie à la paroi et de composante radiale  $P$ ). Dans la configuration déformée, nous considérons, tel que mentionné à la Fig.2.1, un système de coordonnées cylindriques, représentées par les coordonnées  $r(R), \phi(R), z(R)$ . L'épaisseur de la membrane polymérique est désignée par  $h(R)$ . Aussi, nous supposons que la membrane est fixée sur son contour,  $R=R_0$ .

Considérons un petit élément (ABCD) de la membrane dans sa configuration non déformée. Dans la configuration déformée, l'élément de membrane, sous l'effet de la pression, devient (abcd). On définit alors les extensions méridienne, circonférentielle et normale  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  telles que :

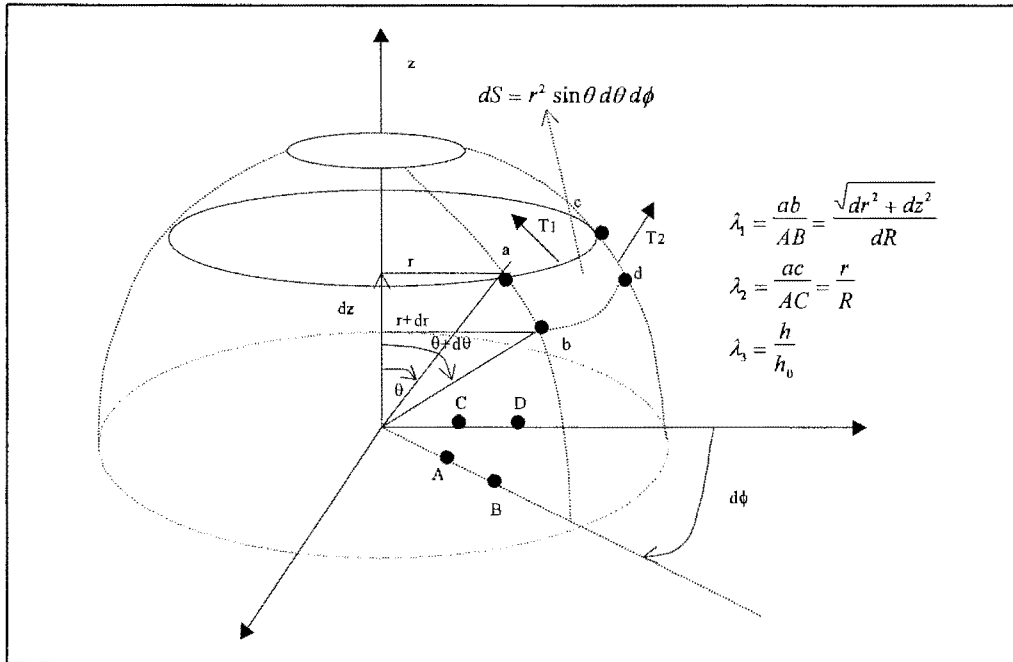


Figure.2.1 : Soufflage d'une membrane axisymétrique.

$$\lambda_1 = \frac{\text{Arc}(ab)}{\text{Arc}(AB)} \quad (2.1)$$

$$\lambda_2 = \frac{\text{Arc}(ac)}{\text{Arc}(AC)} \quad (2.2)$$

$$\lambda_3 = \frac{h}{h_0} \quad (2.3)$$

où  $h$  désigne l'épaisseur de la membrane, au point  $r$ , dans la configuration déformée. Les trois extensions sont liées entre elles par l'hypothèse d'incompressibilité matérielle (que nous adoptons dans ce mémoire) telle que :

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.4)$$

Les expressions des arcs AB, AC, ab et ac (2.1)-(2.2) deviennent par approximation (voir Fig. 2.1) :

$$\text{Arc}(ab) = \|\overline{ab}\| = \sqrt{dr^2 + dz^2} \quad (2.5)$$

$$\text{Arc}(AB) = \|\overline{AB}\| = dR \quad (2.6)$$

$$\text{Arc}(ac) = rd\phi \quad (2.7)$$

$$\text{Arc}(AC) = Rd\phi \quad (2.8)$$

Par l'utilisation des formules (2.5)-(2.8) dans (2.1)-(2.2), nous obtenons alors, pour les extensions  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les expressions:

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{dr^2 + dz^2}}{dR} \quad (2.9)$$

et

$$\lambda_2 = \frac{r}{R} \quad (2.10)$$

les rayons de courbures dans les directions méridienne ( $\rho_1$ ) et circonférentielle ( $\rho_2$ ), sont respectivement donnés par:

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{d\theta}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\sin \theta}{r} \quad (2.12)$$

On peut relier les rayons de courbure dans les directions méridienne et circonférentielle aux extensions dans les mêmes directions par :

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{d\theta}{dR} \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\sin\theta}{R\lambda_2} \quad (2.14)$$

Dans ce qui suit, nous allons relier les expressions des déformations définies ci-dessus aux expressions des contraintes tangentielles au moyen des équations d'équilibre de Newton.

### **Équations d'équilibre et conditions aux limites**

Pour écrire les équations d'équilibre qui régissent l'élément de membrane déformé (abcd) défini à la Fig. 2.1, considérons les hypothèses d'un état de contrainte plan (pas de contrainte dans la direction de l'épaisseur), un moment fléchissant nul et une température de soufflage constante.

Les équations d'équilibre, en termes de contraintes tangentielles agissant dans les directions méridienne ( $T_1$ ) et circonférentielle ( $T_2$ ) respectivement, s'écrivent (Joye, 1993):

$$\frac{T_1}{\rho_1} + \frac{T_2}{\rho_2} = P \quad (2.15)$$

et

$$\frac{dT_1}{dr} = \frac{1}{r}(T_2 - T_1) \quad (2.16)$$



L'équation (2.15) peut être écrite autrement par l'utilisation des équations (2.13) et (2.14), associées aux rayons de courbures  $\rho_1$  et  $\rho_2$  telles que :

$$\frac{T_1}{\lambda_1} \frac{d\theta}{dR} + \frac{T_2 \sin \theta}{R\lambda_2} = P \quad (2.17)$$

ou en réarrangeant les termes:

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left( P - \frac{T_2 \sin \theta}{R\lambda_2} \right) \quad (2.18)$$

Puisque les variables  $r$ ,  $R$  et  $\lambda_2$  sont reliées par :

$$r = R\lambda_2 \quad (2.19)$$

c'est-à-dire :

$$dr = \left( \frac{d\lambda_2}{dR} R + \lambda_2 \right) dR \quad (2.20)$$

l'équation (2.16) peut alors être réécrite en y substituant 2.19 et 2.20 telle que :

$$\frac{dT_1}{dR} = \left( \frac{R \frac{\partial \lambda_2}{\partial R} + \lambda_2}{R\lambda_2} \right) (T_2 - T_1) \quad (2.21)$$

Pour compléter la mise en équation du problème de soufflage de la membrane, il faut ajouter deux relations géométriques supplémentaires afin de lier les variables surabondantes. La première équation peut être déduite de la relation :

$$\cos \theta = \frac{dr}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} \quad (2.22)$$

qui, par utilisation de (2.9), devient :

$$\cos \theta = \frac{1}{\lambda_1} \frac{dr}{dR} \quad (2.23)$$

ou encore, par substitution de (2.19) tel que:

$$\cos \theta = \frac{1}{\lambda_1} \frac{d}{dr} (R\lambda_2) = \frac{1}{\lambda_1} (\lambda_2 + R\lambda_2') \quad (2.24)$$

ou encore :

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \quad (2.25)$$

La deuxième équation géométrique peut être déduite de la relation :

$$dz = -Arc(ab) \sin \theta \quad (2.26)$$

Puisque :

$$Arc(ab) = \sqrt{dr^2 + dz^2} = \lambda_1 dR \quad (2.27)$$

Il vient alors, par substitution de (2.27) dans (2.26) :

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.28)$$

Finalement, comme la pression interne est supposée constante, il vient alors :

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.29)$$

Le système d'équations différentielles de premier ordre en R, qui régit l'équilibre quasi-statique d'une membrane axisymétrique initialement plane, est régi par les cinq équations (2.21), (2.25), (2.18), (2.28) et (2.29) que nous récrivons :

$$\frac{dT_1}{dR} = \frac{(R\lambda_2' + \lambda_2)}{R\lambda_2} (T_2 - T_1) \quad (2.30)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \quad (2.31)$$

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left( p - \frac{T_2 \sin \theta}{R\lambda_2} \right) \quad (2.32)$$

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.33)$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.34)$$

Si nous ajoutons aux équations ci-dessus les conditions aux limites et une loi de comportement permettant de lier les contraintes  $T_1$  et  $T_2$  aux déformations  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , le problème de soufflage biaxial sera bien établi.

Les conditions aux limites associées au problème de soufflage de la membrane sont :

- au pôle, l'état des déformations est équibiaxial :  $\theta=0$ ,  $\lambda_1=\lambda_2$  pour  $R=0$ ;
- sur le contour, la membrane est bloquée :  $\lambda_2=1$  et  $z = 0$  pour  $R = R_0$ ;
- pour la hauteur de la bulle on a au pôle :  $z = h$  pour  $R = 0$ .

### **Loi de comportement et expressions des contraintes tangentielles**

Pour la modélisation et la simulation de la phase de soufflage de la membrane polymérique, qui est chauffée et ensuite soufflée, nous considérons les hypothèses des contraintes planes et de l'incompressibilité du matériau thermoplastique. Il s'ensuit que les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy ont les propriétés suivantes (dans un système cartésien):

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0 \quad (2.35)$$

Généralement, le comportement des thermoplastiques est modélisé par des lois viscoélastiques (Christensen, 1980), (Erchiqui et *al*, 2001). Toutefois, certains auteurs considèrent des modèles hyperélastiques pour estimer leurs comportements (Verron et *al*, 2001). Ce choix n'est justifié que dans le cas où la déformation subite par le matériau thermoplastique est indépendante de la vitesse de la charge. Dans ce travail, nous considérons que le modèle de comportement de Mooney-Rivlin à deux constantes matérielles,  $C_1$  et  $C_2$ , caractérisées par l'énergie des déformations  $W$  suivante (Rivlin, 1951):

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (2.36)$$

où  $I_1$  et  $I_2$  sont respectivement les deux invariants du tenseur de déformation de Cauchy  $C$  qui est défini par :

$$C = F^T F$$

$F$  représente le tenseur gradient des déformations.

La dépendance de ce modèle avec la température peut être modélisée par l'utilisation de la fonction thermique WLF (Ferry, 1980).

Toutefois, soulignons que le modèle de comportement de Mooney-Rivlin est plus adapté aux membranes caoutchouteuses que les membranes plastiques. En effet, dans le cas de polymères amorphes, plusieurs travaux ont montré la nécessité d'utiliser des lois de comportements de type viscoélastique pour décrire ce type de polymère (Derdouri, 2000), (Li, 2001).

### **Expression des contraintes en soufflage biaxial**

Les contraintes méridienne et circonférentielle,  $T_1$  et  $T_2$ , intégrées dans le sens de l'épaisseur de la feuille sont déduites de l'expression suivante de l'énergie des déformations  $W$  (Rivlin, 1958) :

$$\mathbf{T}_i = \lambda_i \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \lambda_i} \quad (2.37)$$

Après dérivations de l'énergie (équation 2.37) en utilisant son expression donnée par (2.36), nous obtenons pour  $T_1$  et  $T_2$  les expressions suivantes pour le modèle de Mooney-Rivlin:

$$\mathbf{T}_1 = 2\mathbf{C}_1 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \right) \left( \mathbf{1} + \frac{\mathbf{C}_2}{\mathbf{C}_1} \lambda_2^2 \right) \quad (2.38)$$

$$\mathbf{T}_2 = 2\mathbf{C}_1 \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \right) \left( \mathbf{1} + \frac{\mathbf{C}_2}{\mathbf{C}_1} \lambda_1^2 \right) \quad (2.39)$$

Ces contraintes sont reliées aux contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  et à l'extension principale  $\lambda_3$  par :

$$\mathbf{T}_1 = \lambda_3 \sigma_1 \mathbf{h}_0 \quad (2.40)$$

$$\mathbf{T}_2 = \lambda_3 \sigma_2 \mathbf{h}_0 \quad (2.41)$$

où  $\lambda_3$  est l'extension principale.

Finalement, après substitution des expressions de  $T_1$  et  $T_2$ , données par (2.38) et (2.39), dans les équations (2.30)-(2.34), nous obtenons les cinq équations différentielles non linéaires de premier ordre qui gouvernent le soufflage d'une membrane circulaire initialement plane :

$$\frac{dT_1}{dR} = \frac{1}{A_1} \frac{1}{R} \cdot ((\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \cdot A_2 + A_3) \quad (2.42)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \quad (2.43)$$

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left( P - \frac{T_2}{R} \sin \theta \right) \quad (2.44)$$

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.45)$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.46)$$

avec

$$A_1 = 2\beta \left[ \left( \frac{1}{\lambda_2} + \frac{3}{\lambda_1^4 \lambda_2^3} \right) + \alpha \left( \lambda_2 + \frac{3}{\lambda_1^4 \lambda_2} \right) \right] \quad (2.53)$$

$$A_2 = 2\beta \left[ \left( -\frac{1}{\lambda_1} + \frac{3}{\lambda_1^3 \lambda_2^4} \right) + \alpha \left( \lambda_1 + \frac{3}{\lambda_1 \lambda_2^4} \right) \right] \quad (2.54)$$

$$A_3 = 2\beta \left[ \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) + \left( \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2^3 - \lambda_1^3 \lambda_2} \right) \right] \quad (2.55)$$

et  $\beta = C_1$ ,  $\alpha = C_2/C_1$ .

### Résolution numérique

Le système d'équations différentielles non linéaires en  $R$  du premier ordre avec les conditions aux limites aux deux extrémités de l'intervalle  $[0, R]$  défini ci-dessus peut être résolu par une méthode des différences finies à pas variables, avec corrections différées (Dennis, 1983). La méthode de résolution est basée sur une approximation des dérivés par des différences finies sur l'intervalle globale  $[0, R]$ . Le maillage est adaptatif. Il faut noter que, comme pour tout problème fortement non linéaire, le choix du point de départ (valeurs initiales des paramètres mécaniques ou

rhéologiques) est primordial. L'algorithme associé à cette méthode est implanté dans le code ThermoForm, développé par le professeur F. Erchiqui, du Département des sciences appliquées, de l'UQAT. Ce code a été validé numériquement et expérimentalement sur plusieurs tests (Erchiqui, 2001). Dans ce mémoire, ce code est utilisé pour simuler le soufflage d'une membrane circulaire.

Dans le cas de matériaux hyperélastiques de type Mooney-Rivlin, cet algorithme permet une bonne convergence. Toutefois, il faut souligner que dans certains cas particuliers, pour des grandes valeurs de pression, des instabilités sur la solution numérique peuvent apparaître et faire diverger le système.

### **Adimensionalisation des variables physiques et géométriques**

L'ordre des termes des variables physiques et géométriques varie d'une situation expérimentale à une autre. Ceci peut donc engendrer des problèmes numériques au niveau de la résolution. L'un des moyens les plus efficaces pour éviter ces difficultés est d'effectuer une transformation au niveau des grandeurs caractéristiques de l'expérience, soit les contraintes  $T_1$ ,  $T_2$ , la pression  $P$ , les distances  $r$ ,  $z$  et  $R$ . Il s'ensuit que les valeurs obtenues après résolution et calcul seront des quantités adimensionnelles telle que:

$$R^* = \frac{R}{R_0} \quad (2.35)$$

$$r^* = \frac{r}{R_0} \quad (2.36)$$

$$z^* = \frac{z}{R_0} \quad (2.37)$$

$$T_1^* = \frac{T_1}{R_0} \quad (2.38)$$

$$T_2^* = \frac{T_2}{R_0} \quad (2.39)$$

$$P^* = \frac{PR_0}{h_0} \quad (2.40)$$

En connaissant *a priori* les paramètres mécaniques de la loi du comportement du matériau, on peut alors résoudre le système d'équations différentielles, ci-dessus, par l'utilisation d'une méthode par différences finies à pas variables (Denis, 1983).



### **CHAPITRE 3 : IDENTIFICATION MÉCANIQUE PAR LES RÉSEAUX DE NEURONES**

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont des techniques et des méthodes susceptibles d'acquérir de la connaissance, de l'élargir et de l'améliorer pendant une phase dite d'apprentissage (Haykin, 1998). Cette connaissance est codée, puis stockée par le réseau pour ensuite la faire restituer, au besoin, au milieu extérieur. Ce processus s'effectue par des algorithmes d'entraînement basés essentiellement sur des règles d'apprentissages adaptés aux types de problèmes à traiter. L'efficacité de l'apprentissage se traduit par la capacité du RNA à extraire de l'information pertinente, à partir des exemples qui lui sont présentés. La base d'apprentissage du RNA peut contenir des données expérimentales, des résultats de simulation ou de simples données d'observation.

Parmi les applications des RNA qui suscitent de l'intérêt, on trouve : la vision artificielle, le traitement de la voix, la reconnaissance de la parole, la reconnaissance de l'écriture, la commande de procédés industriels, le diagnostic de maladies, la maintenance industrielle, les prévisions météorologiques, les prévisions boursières, etc. (Aleksander, 1990), (Weigend, 1990)

Parmi les types de problèmes que les RNA sont aptes à traiter, il y a : la classification, le regroupement, la prévision, l'identification, l'estimation, l'optimisation combinatoire et le contrôle des procédés industriels.

Les réseaux de neurones se sont développés grâce à l'émergence de plusieurs domaines scientifiques tels que la neuroscience, l'informatique ou les techniques d'optimisation. En effet, dans le domaine des réseaux de neurones, les chercheurs se sont inspirés du fonctionnement du système nerveux et du cortex cérébral pour élaborer des modèles simples pouvant représenter quelques activités du neurone

biologique (McCulloch, 1943). Dans ces conditions, on peut décrire le fonctionnement d'un neurone artificiel comme un processeur de calcul qui effectue une somme pondérée des signaux qui lui sont présentés à son entrée. (Haykin, 1998), (Widrow, 1990), (Kohonen, 1988a).

Un réseau de neurones peut être défini comme un ensemble de neurones fortement connectés entre eux suivant une architecture bien déterminée. Chaque neurone effectue des calculs sur la base des données déjà traitées par d'autres unités de calcul du réseau ou celles reçues du milieu extérieur. On peut caractériser un réseau de neurones par :

- i) Le type de neurone (neurones d'entrées, neurones de traitement de données et neurones de sorties).
- ii) L'architecture du réseau : mode de connexions entre les différents types de neurones (réseaux multicouches, réseaux à connexions complète, réseaux à connexions partielles ou réseaux récurrents).
- iii) Le mode d'apprentissage : phase de développement du réseau durant laquelle le comportement du réseau est modifié jusqu'à l'obtention de la performance désirée (apprentissage supervisé, non supervisé ou semi supervisé).

Plusieurs algorithmes ont été développés ces dernières décennies pour entraîner les réseaux de neurones. Ces algorithmes d'apprentissage s'appuient généralement sur :

- des règles purement mathématique : règle de delta, moindre carrée (Widrow, 1990) etc.
- des règles basées sur des principes de la mécanique statistique: Machine de Boltzmann (Ackley, 1985)
- des règles basées sur les principes de transmissions des signaux des neurones biologique : règle de Hebb (Hebb, 1949).

### **3.1 Apprentissage d'un réseau de neurones**

Du point de vue bibliographique, on peut considérer trois modes d'apprentissage du réseau de neurones : i) apprentissage supervisé (Rosenblatt, 1960), (Haykin, 1998), ii) apprentissage non supervisé (Becker, 1991), (Sanger, 1989) et iii) apprentissage semi supervisé (Bellman, 1957), (Barto, 1992). Dans les sous paragraphes ci-dessous, une description sommaire de ces types d'apprentissages sont présentés.

#### **3.1.1 Apprentissage supervisé (Rosenblatt, 1960), (Haykin, 1998)**

Dans ce type d'apprentissage, le réseau évolue vers l'adaptation de ses paramètres libres pour retrouver la réponse la plus proche de celle qui lui a été imposée à sa sortie. Chaque nouvel exemple présenté au RNA, est constitué d'un couple formé d'un vecteur d'entrée et d'un vecteur de sortie associé. Le réseau a la possibilité de mesurer l'écart entre son propre comportement et celui qu'on veut qu'il adopte. Une assistance lui est donc nécessaire. Ce type d'apprentissage est utilisé pour les problèmes de prévision, d'estimation et d'identification.

#### **3.1.2 Apprentissage non supervisé (Becker, 1991), (Sanger, 1989).**

Le réseau est laissé à lui-même pour faire son propre apprentissage : Il évolue et prend des décisions sans aucune assistance externe. Il ne reçoit aucune indication ni évaluation sur la réponse trouvée pendant la phase d'apprentissage. Il doit découvrir par lui-même les corrélations et les associations qui existent entre les différents exemples formant la base d'apprentissage, afin de constituer un modèle ou patron sur lequel le réseau se base pour traiter de nouvelles données. Généralement, ce type de réseau est utilisé pour faire la classification et la catégorisation des données.

### **3.1.3 Apprentissage semi supervisé (Bellman, 1957), (Barto, 1992).**

Ce réseau ne possède que des indications et des indices pour la correction des réponses à sa sortie. L'évaluation est de type qualitative : vrai ou faux (succès ou échec). Le genre de problème traité par ce type d'apprentissage relève du domaine de la programmation dynamique.

L'apprentissage peut être en continu ou par paquets (Haykin, 1998). Dans le cas d'un apprentissage en continu, les exemples défilent l'un après l'autre pour être traités. Pour ce qui est de l'apprentissage par paquets, l'ensemble des exemples est présenté au réseau plusieurs fois sous forme d'époques ou de cycles. Après chaque époque, le réseau est censé réduire son erreur. L'ordre de présentation des exemples à chaque époque peut contribuer à améliorer les performances du réseau en contribuant à une bonne généralisation des données.

### **3.2 Fonctions d'activation du neurone**

La transformation du signal d'entrée par le neurone en un autre signal de sortie se fait par l'activation d'une fonction dite de transfert. Cette fonction peut prendre différentes expressions mathématiques telles que les fonctions linéaires, à seuil, gaussienne, sigmoïde tangentielle, sigmoïde exponentielle, etc. Un choix judicieux de la fonction de transfert aidera le réseau à bien modéliser le comportement du système étudié.

### **3.3 Architecture du réseau**

Chaque type de problème à traiter par le RNA nécessite un choix approprié de l'architecture et de l'algorithme d'apprentissage. Parmi les architectures les plus connues, on trouve :

i) Perceptron : réseau à une seule couche avec orientation unidirectionnelle (Rosenblatt, 1960).

ii) Perceptron multicouche : réseau multicouche à orientation unidirectionnelle. Dans ce réseau, les neurones sont organisés en plusieurs couches cachées et en nombre bien défini. Chaque neurone reçoit ses entrées de la couche qui le précède (Haykin, 1998).

iii) Réseau récurrent formé d'une ou plusieurs couches avec des boucles de retour vers la couche d'entrée. La réponse du réseau à l'instant  $t+1$  dépend de celle à l'instant  $t$  (Giles, 1994), (Giles, 1995), (Kohonen, 1988).

Parmi les propriétés du réseau de neurones citons (Haykin, 1998):

- sa capacité de généralisation : le réseau est en mesure de donner des réponses satisfaisantes à des données qu'il n'a pas rencontrées auparavant.
- sa rapidité dans l'exécution de la généralisation des résultats une fois que la phase d'apprentissage est terminée.
- sa mémoire distribuée : l'information stockée ne se trouve pas localisée dans un seul endroit mais partagée sur l'ensemble des neurones. Ainsi, le réseau présente une tolérance aux fautes, une résistance aux bruits et à la dégradation de l'information.
- son adaptabilité : le réseau de neurones peut apprendre et évoluer au cours de la phase d'utilisation (filtre adaptatif ou réseau récurrent).
- sa facilité à implanter directement un système de réseau de neurones sur des circuits imprimés (implantation des réseaux directement sur machine).

### **3.4 Description structurale du neurone artificiel**

Un neurone artificiel est une unité de traitement de l'information, basée sur la modélisation simplifiée du neurone biologique (McCulloch, 1943). Cette unité reçoit

des signaux, les traite, puis les diffuse vers les neurones auxquels elle est connectée. Des neurones reliés les uns aux autres forment un réseau de neurones.

Dans un neurone biologique, le signal passe par trois éléments essentiels : i) les synapses, qui sont des éléments d'entrée des signaux, ii) le noyau et l'axone, pour le traitement et la transmission des signaux et iii) les dendrites, qui sont des éléments de sortie et de communication avec le milieu extérieur du neurone en question. La Figure 3.1 fait apparaître les trois éléments qui caractérisent un neurone biologique tandis que la Figure 3.2 illustre un modèle symbolique du neurone artificiel.

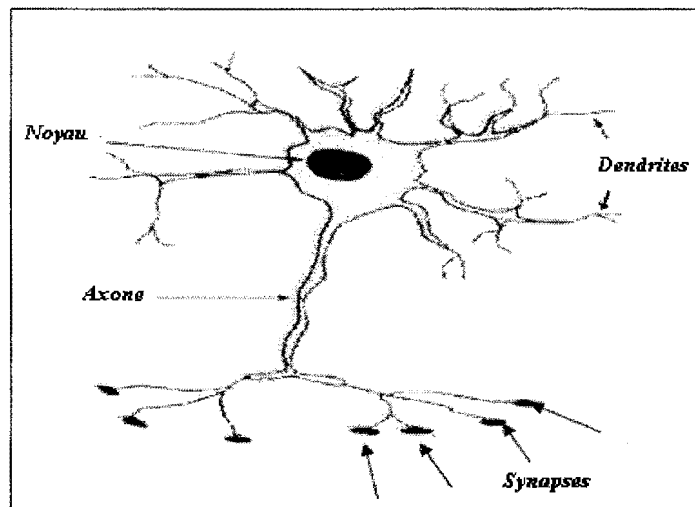


Figure 3.1 Schéma du neurone biologique (Réseaux de neurones artificiels : Jean Daniel Leroux, [www.usherbrooke.ca](http://www.usherbrooke.ca))

Les éléments essentiels d'un modèle symbolique du neurone artificiel sont : i) un module d'entrée de l'information. Il connecte le neurone avec son milieu extérieur et l'information qui lui est présentée est pondérée par des poids synaptiques  $W$ , ii) un module de traitement de l'information qui est composé d'un sommateur  $\sum$  et d'une fonction de transfert  $\phi$  et iii) un module de sortie qui fournit la réponse du neurone.

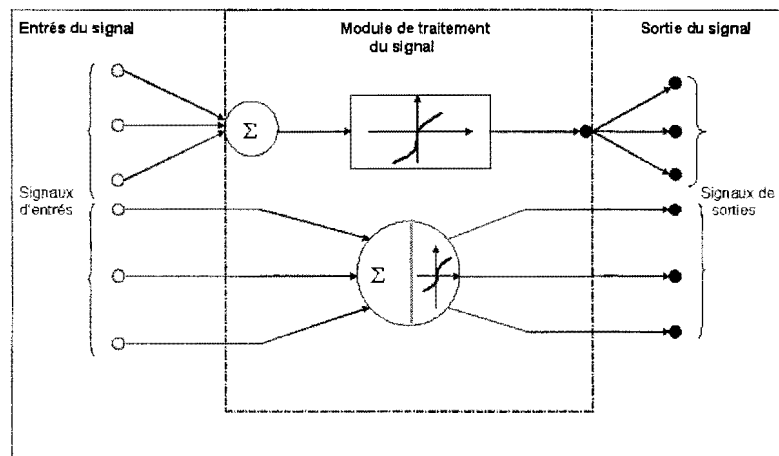


Figure 3.2 Schéma symbolique d'un neurone artificiel (Edwin et al, 1996)

Ainsi, lorsque des signaux,  $x_j$ , sont présentés à l'entrée du neurone, le module de traitement de l'information effectue leur addition pondérée, désigné par  $v_k$ , telle que :

$$v_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} \cdot x_j \quad (3.1)$$

où  $w_{kj}$  est le poids de pondération reliant le neurone  $j$  au neurone  $k$ .

Ensuite, la fonction de transfert est appliquée à la résultante de ces signaux tout en lui ajoutant une grandeur externe appelée seuil d'activation  $b_k$  (l'indice  $k$  est associé au neurone  $k$ ). Une valeur représentative,  $y_k$ , de tous les signaux est alors obtenue à la sortie du neurone telle que:

$$y_k = \varphi (v_k + b_k) \quad (3.2)$$

$\varphi$  étant la fonction de transfert.

Dans cette formulation, le sens de propagation du signal est orienté de l'entrée vers la sortie du neurone. La fonction de transfert  $\varphi$  peut prendre plusieurs formes différentes (linéaires ou non linéaires). Pour illustrer le comportement des fonctions de transfert, nous avons présentés quelques unes de ces fonctions à la Figure 3.3 (Haykin, 1998).

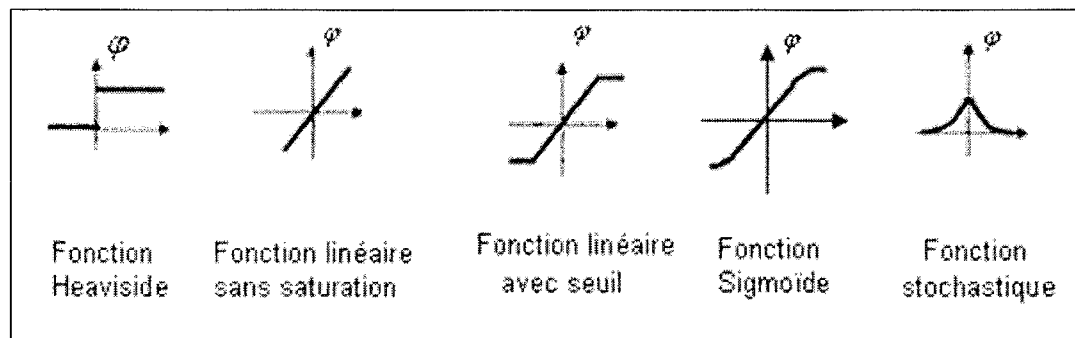


Figure 3.3 Graphique des fonctions d'activation  $\varphi$  et  $\varphi'$  (Réseau de neurone et bioinformatique : Simon Beaulne, [www.Lacim.uqam.ca](http://www.Lacim.uqam.ca))

Dans la littérature des RNA, les fonctions de types Sigmoidales sont généralement utilisées pour modéliser la fonction de transfert du neurone. Parmi la classe des fonctions sigmoïdes, on trouve la fonction tangente hyperbolique dont l'expression est donné par :

$$\varphi(v) = \tanh g(v) = \left( \frac{1 - e^{-v}}{1 + e^{-v}} \right) \quad (3.3)$$

Les principales propriétés de cette fonction sont :

- La fonction est asymétrique :

$$\varphi(-v) = -\varphi(v) \quad (3.4.a)$$

- La plage de variation de cette fonction est limitée dans l'intervalle  $[-1,1]$ .



- La fonction dérivée  $\varphi'$  peut s'écrire sous la forme :

$$\varphi'(v) = (1 - \tanh^2(v)) = (1 - \varphi(v))(1 + \varphi(v)) \quad (3.4.b)$$

La dernière propriété est intéressante car elle simplifie énormément les calculs d'ajustement des paramètres libres du réseau (elle nécessite moins de mémoire pour le stockage de résultats). Toutefois, la fonction de transfert des neurones de la couche de sortie peut être choisie, dépendamment du problème traité, comme une fonction identité ou binaire. La Figure 3.4 est une représentation graphique de la fonction activation  $\varphi(v) = \tanh(v)$  et de sa dérivée  $\varphi'$ . Dans les Figures 3.5 et 3.6 nous avons présenté symboliquement des modèles linéaires et non linéaires d'un neurone.

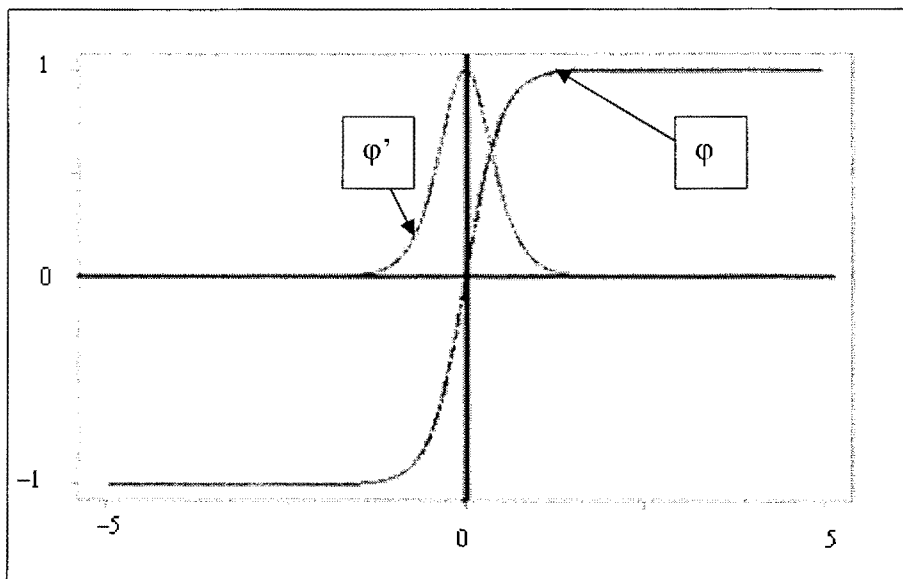


Figure 3.4 Graphique des fonctions d'activation  $\varphi$  et  $\varphi'$  (Réseau de neurone et bioinformatique: Simon Beaulne : [www.Lacim.uqam.ca](http://www.Lacim.uqam.ca))

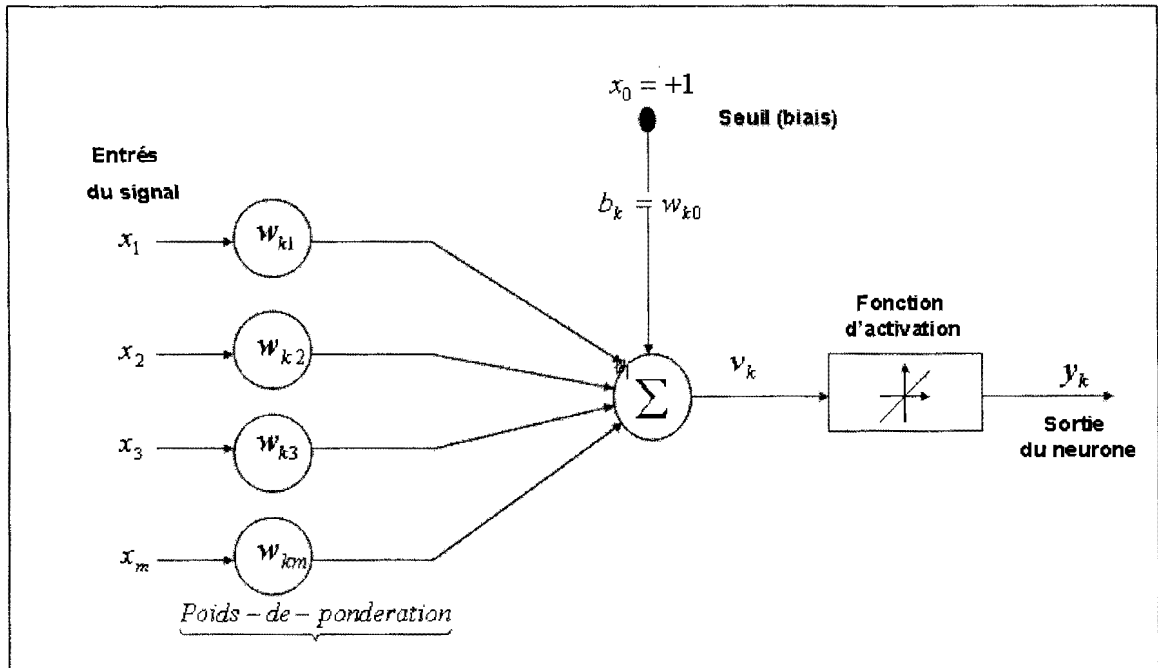


Figure 3.5 Schéma d'un neurone linéaire (Edwin et al, 1996)

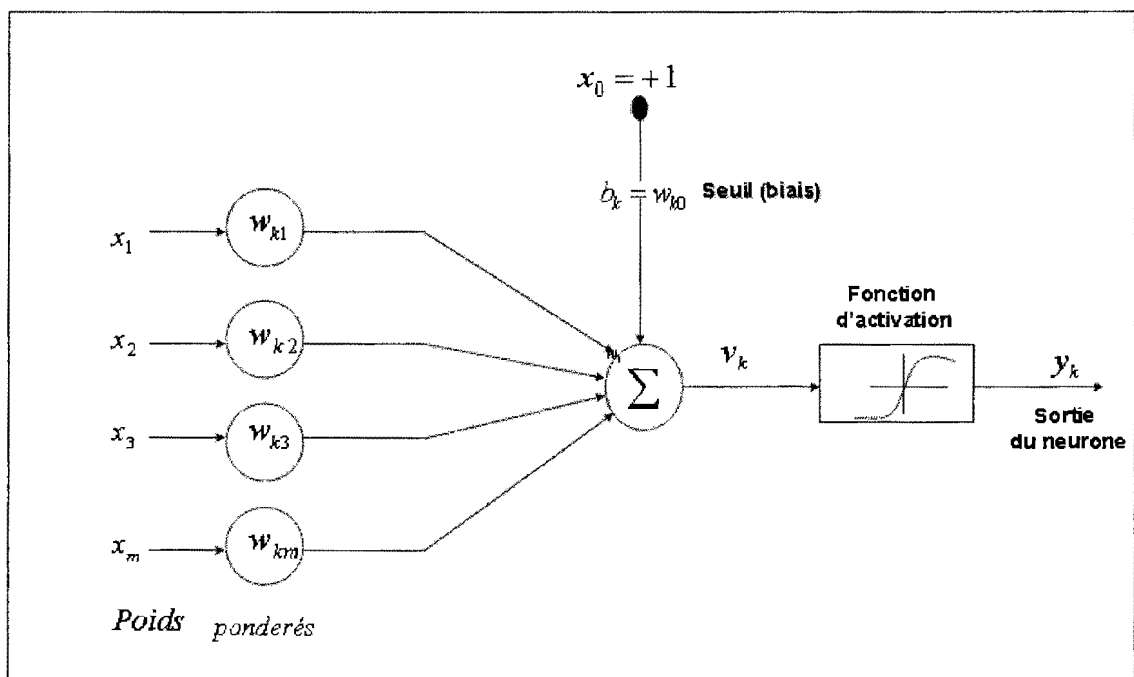


Figure 3.6 Schéma d'un neurone non linéaire (Edwin et al, 1996)

### 3.5 Perceptron Multicouche (PMC) et la rétropropagation de l'erreur

Le perceptron multicouche (PMC) compte parmi les classes de réseaux de neurones les plus couramment utilisées. Ce réseau est adapté au mode d'apprentissage supervisé (Rumelhart, 1986). Les données utilisées peuvent être aussi bien des valeurs réelles que binaires. Son architecture multicouche se prête bien au traitement des problèmes non linéaires (Parker, 1987). Ces réseaux sont considérés comme des approximateurs universels (à condition que le réseau contienne suffisamment de neurones dans les couches cachées), (Park, 1991), (Hornik, 1990), (Poggio, 1990). Dans ce mémoire, le problème d'identification des paramètres mécaniques des matériaux thermoplastiques sera abordé par un réseau de neurones préalablement entraîné par un algorithme connu sous le nom du Resilient Backpropagation (Riedmiller, 1992).

Un réseau multicouche est composé d'un ensemble de neurones réparti sur plusieurs couches : couche d'entrée et couche de sortie, séparées par une ou plusieurs couches cachées intermédiaires. Ces couches cachées n'ont pas de contact direct avec le milieu extérieur et l'information circule de couche en couche, de la couche d'entrée vers la couche de sortie. Les neurones de la même couche ne sont pas connectés entre eux. Chaque perceptron multicouche est caractérisé par au moins trois propriétés, à savoir:

- i) Fonction de transfert  $\varphi$  : elle est choisie de sorte qu'elle doit être continue, différentiable et bornée. La fonction tangente hyperbolique répond à ces critères d'autant plus qu'elle introduit une non linéarité dans le système :

$$y(v) = a \tanh \varphi(b \cdot v) = a \cdot \left( \frac{1 - e^{-2 \cdot b \cdot v}}{1 + e^{-2 \cdot b \cdot v}} \right) = \frac{2 \cdot a}{1 + e^{-2 \cdot b \cdot v}} - a \quad (3.5)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes, les valeurs typiques prises par  $a$  et  $b$  sont respectivement : 1.716 et  $2/3$ . Les valeurs de  $a$  et  $b$  sont choisies de telle façon que les poids du réseau ne se rapprochent pas beaucoup des limites de la zone de saturation de la fonction de transfert, en prenant la précaution de normaliser toutes les données.

ii) Le nombre de couches cachées et le nombre de neurones qui se trouvent dans le réseau. En effet, le réseau peut comporter une ou plusieurs couches cachées. Ces couches permettent au réseau d'apprendre des tâches complexes. Plus la complexité du problème à traiter est grande, plus il est nécessaire d'introduire d'autres couches cachées dans le réseau (Haykin, 1998).

iii) l'algorithme d'apprentissage : c'est un algorithme d'entraînement du réseau. Il permet l'ajustement des paramètres libres du réseau. Dans le cas de l'apprentissage supervisé, la réponse fournie par le réseau doit être au plus près de la valeur cible imposée à la sortie du réseau (Widrow, 1990).

Plusieurs algorithmes ont été développés ces dernières décennies pour entraîner les réseaux de neurones. Ces algorithmes d'apprentissage s'appuient généralement sur :

- des règles purement mathématiques : règle de delta, moindre carrée (Widrow, 1990) etc.
- des règles basées sur des principes de la mécanique statistique: machine de Boltzmann (Ackley, 1985)
- des règles basées sur les principes de transmissions des signaux des neurones biologiques : règle de Hebb (Hebb, 1949).

La Figure 3.7 représente le schéma d'un perceptron à trois couches (trois couches cachées et une couche de sortie).

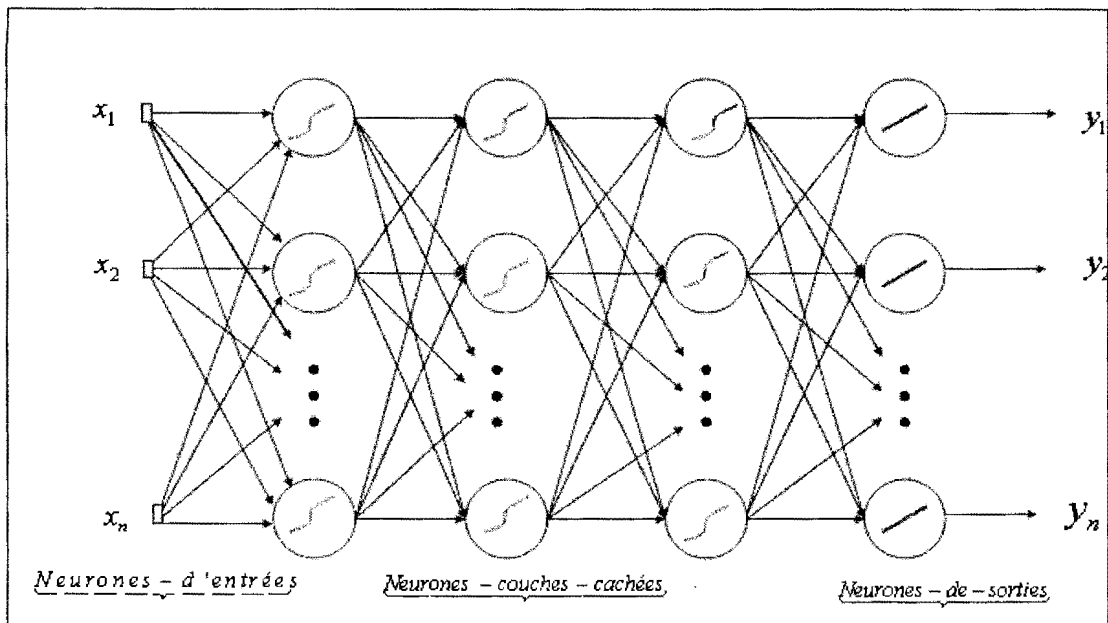


Figure 3.7. Schéma d'un perceptron à trois couches (Edwin et al, 1996)

La sortie  $y_i$  du réseau est fonction du vecteur d'entrée,  $X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ , du vecteur des paramètres libres  $W$  et de la fonction de transfert  $\varphi(\bullet)$ . Elle s'exprime sous la forme :

$$y_i = F(X, W) = \varphi\left(\sum_k w_{ok} \varphi\left(\sum_j w_{kj} \varphi\left(\dots \varphi\left(\sum_i w_{ji} x_i\right)\right)\right)\right) \quad (3.6)$$

### 3.6 Algorithme de rétropropagation :

Le principe de l'algorithme de rétropropagation est basé sur une méthode itérative d'ajustement des paramètres libres d'un réseau (PML) (Rumelhart, 1986). Cet algorithme utilise le principe de minimisation d'une fonction de coût de l'erreur. Les paramètres libres du réseau s'ajustent à chaque itération en fonction de la valeur de l'erreur prise à la sortie du réseau. En désignant par  $d_k(n)$  la valeur désirée à la sortie

du neurone  $j$  et par  $y_k(n)$  celle calculée à la sortie du réseau, l'erreur de sortie correspondante est alors donnée par :

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) \quad (3.7)$$

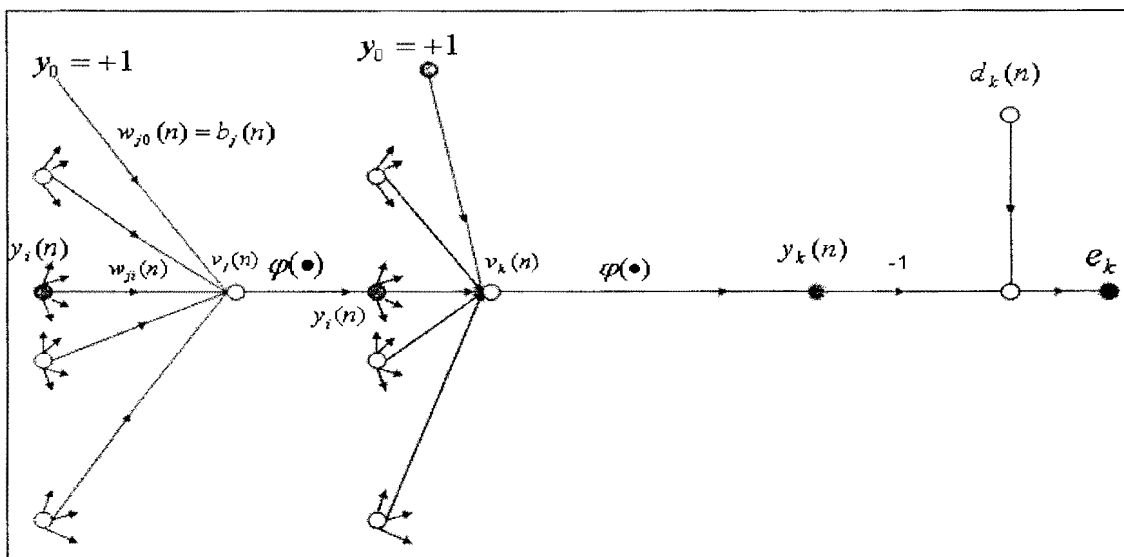


Figure 3.8 Schéma de propagation du signal sur un réseau multicouche (Haykin, 1998)

La figure 3.8 représente la propagation des différents signaux dans un réseau de neurone multicouches.

### 3.6.1 Erreur quadratique

Si on désigne par  $e_k(n)$  l'erreur d'apprentissage associée à un neurone  $j$ , alors que la valeur instantanée de l'erreur quadratique est définie par  $\frac{1}{2}e_k^2(n)$ . De même, la valeur de la somme quadratique instantanée de l'erreur, désigné par  $\xi(n)$ , est définie par :

$$\xi(n) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L e_k^2(n) \quad (3.8)$$

Elle est obtenue en additionnant les termes  $\frac{1}{2}e_k^2(n)$  correspondant à tous les neurones de la couche de sortie. L'expression de la moyenne de la somme de l'erreur quadratique est donnée par :

$$\xi_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi(n) \quad (3.9)$$

Avec  $N$  le nombre d'exemples constituant l'ensemble d'apprentissage.

La valeur de  $\xi_{av}$  est calculée après chaque époque (chaque présentation au réseau de l'ensemble des exemples d'apprentissage). L'erreur moyenne quadratique  $\xi_{av}$  dépend des paramètres libres  $W$  du réseau. L'erreur moyenne  $\xi_{av}$  permet de mesurer les performances de l'apprentissage du réseau.

### 3.6.2 Mise à jour des poids de pondération

L'objectif essentiel du processus d'apprentissage est d'ajuster les paramètres libres du réseau en se basant sur les principes de minimisation de fonction coût  $\xi_{av}$ . C'est sur ce principe que l'algorithme de la rétropropagation de l'erreur est basé pour faire l'apprentissage du réseau. Cet algorithme sera utilisé dans ce mémoire pour le problème d'identification des paramètres mécanique des membranes.

La mise à jour des poids de pondération d'un neurone s'effectue par le calcul du taux de variation de la quantité  $w_{ij}(n+1)$  à partir des relations:

- cas d'un perceptron linéaire (une seule couche avec  $\varphi(\bullet)$  une fonction identité).

$$w_{ki}(n+1) = w_{ki}(n) + \Delta w_{ki}(n) \quad (3.10)$$

$$\Delta w_{ki}(n) = \eta e_k(n) x_j(n) \quad (3.11)$$

où le taux de variation  $\Delta w_{ki}(n)$  est déterminé suivant la règle delta ou règle de Widrow et Hoff (Widrow, 1960).

- dans le cas d'un perceptron multicouche, l'ajustement des poids de pondération  $W$  apporté aux neurones de la couche de sortie est donné par l'expression:

$$\Delta W(n) = -\eta \cdot \nabla \xi(n) \quad (3.12)$$

L'équation (3.11) est générale et elle exprime les variations de poids de pondération du réseau par le principe de la descente du gradient. Le signe (-) indique que le changement de la variation des poids de pondération s'effectue dans le sens opposé à celui du gradient de la fonction coût  $\xi$ .



$\eta$  est une constante positive exprimant le taux d'apprentissage du réseau,  $w_{kj}$  représente les poids de pondération associé à la connexion reliant le neurone d'entrée d'indice  $j$  au neurone de sortie d'indice  $k$ ,  $W(n)$  la matrice de poids de pondération du réseau à la  $n^{\text{ième}}$  itération. Les paramètres du réseau  $w_{kj}(n)$  sont ajustés proportionnellement à la valeur du gradient  $\nabla_{\xi_{av}} \xi$  de la fonction erreur.

La formule (3.12) se réécrit sous la forme suivant :

$$\Delta w_{ki}(n) = \eta \delta_k y_i(n) \quad (3.13)$$

avec :

$$\delta_k(n) = -\varphi_k'(v_k(n)) e_k(n) \quad (3.14)$$

$k$  représente l'indice du neurone de sortie. Pour le neurone  $k$ ,  $\delta_k(n)$  est le gradient de l'erreur locale qui lui est associé.  $v_k(n)$  représente le niveau d'activité interne,  $y_i(n)$  est un signal d'entrée,  $\varphi_k'$  la dérivée de la fonction d'activation  $\varphi_k$  par rapport à son argument  $v_k(n)$ , et  $e_k(n)$  est le signal d'erreur mesuré à la sortie du neurone. L'expression du gradient local est donnée par les équations (3.14). Afin d'améliorer les performances du processus d'apprentissage (augmenter la rapidité de convergence), on a tendance à augmenter le paramètre du taux d'apprentissage  $\eta$  (Widrow, 1990). Cependant, une grande valeur de  $\eta$  peut rendre le réseau instable (régime oscillatoire) (Haykin, 1998). Un compromis existe alors entre la rapidité d'apprentissage du réseau et sa stabilité. On ajoute alors à l'équation (3.12), un nouveau terme appelé Momentum (moment),  $\alpha$ , c'est un nombre réel positif dont la valeur est comprise entre 0 et 1. L'introduction de ce terme aide aussi le réseau à ne pas rester emprisonné dans des minimums locaux.

C'est la loi delta modifiée ou la loi delta généralisée, en tenant compte de (3.14), elle s'écrit (Haykin, 1998) :

$$\Delta w_{ji}(n) = \alpha \cdot w_{ji}(n-1) + \eta \delta_j(n) \cdot y_i(n) \quad (3.15)$$

### 3.6.3 L'algorithme de rétropropagation de l'erreur:

Les réseaux de neurones de type perceptron multicouche PML se basent sur l'algorithme de rétropropagation de l'erreur pour faire leur entraînement. Dans ce cas, le fonctionnement de l'algorithme comporte deux phases distinctes;

- i) la première phase (la partie supérieure du graphe, Fig. 3.9), dite de *propagation directe du signal d'entrée*, désigne la phase de la propagation du signal d'entrée vers la couche de sortie en passant par les couches intermédiaires.

Dans cette étape on calcule les niveaux d'activation du réseau  $v_i(n)$ . La valeur de l'activité interne de chaque neurone de la couche cachée est donnée par :

$$v_i^{(l)}(n) = \sum_{j=0}^p w_{ij}^{(l)}(n) \cdot y_j^{(l-1)}(n) \quad (3.16)$$

$y_j^{(l-1)}(n)$  est la valeur du signal, provenant du neurone  $i$  de la couche précédente  $(l-1)$ .  $w_{ij}^{(l)}(n)$  est le poids de la synapse reliant le neurone  $i$  et le neurone  $j$ .

Pour  $l = 1$ , on a :

$$y_j^{(l-1)}(n) = y_j^0 = x_j(n) \quad (3.17)$$

$x_i(n)$  est le vecteur d'entrée.

Pour  $i = 0$  on a :

$$y_0^{(i-1)}(n) = +1 \text{ ET } w_{j0}^{(i)}(n) = \theta_j^{(i)}(n) \tag{3.18}$$

où  $\theta_j^{(i)}$  est le seuil d'activation du neurone.

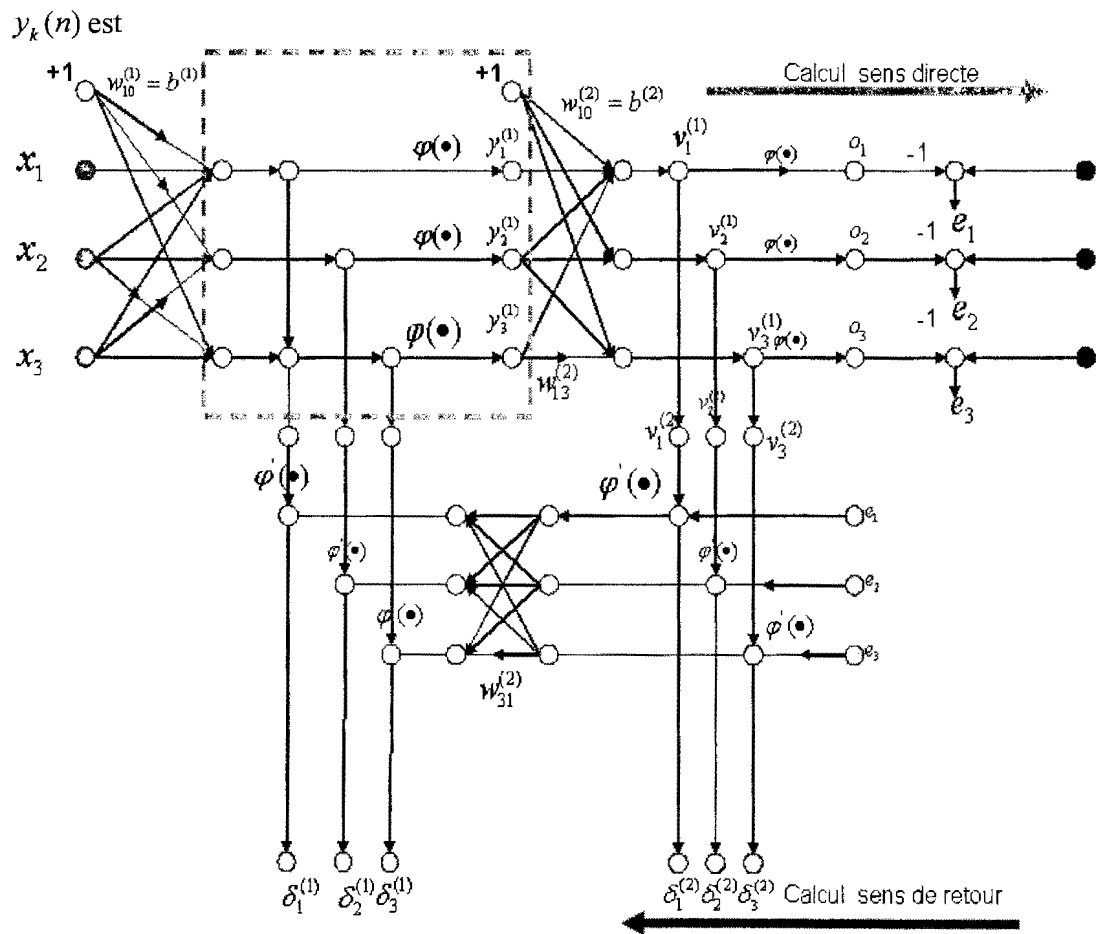


Figure 3.9 représentation graphique de l'algorithme de retro-propagation de l'erreur (Haykin, 1998).

Opération 2 : Rétropropagation de l'erreur

ii) La deuxième phase (la partie inférieure du graphe de la Fig. 3.10), dite de *rétropropagation de l'erreur*, désigne la propagation du signal d'erreur vers la couche d'entrée et d'information circulant de la couche de sortie vers la couche d'entrée. Dans cette étape on détermine les gradients locaux en débutant le calcul à partir de la dernière couche (couche de sortie). La valeur de sortie du neurone  $j$  est calculée par :

$$y_i^{(l)}(n) = \varphi(v_i^{(l)}(n)) = a \tanh(bv_i^{(l)}(n)) \quad (3.19)$$

Si le neurone  $i$  est sur la couche de sortie  $l$ , le signal d'erreur qui lui est associé se calcul comme suit :

$$e_k^{(l)}(n) = d_k(n) - y_k^{(l)}(n) \quad (3.20)$$

$y_k(n)$  est la composante du vecteur de sortie désiré de l'exemple dont le rang est  $n$ .

On détermine les gradients locaux en débutant le calcul à partir de la dernière couche (couche de sortie).

$$\delta_k^{(L)}(n) = e_k^{(L)}(n) \cdot \varphi'(v_k^{(L)}(n)) \quad (3.21.A)$$

avec :

$$\varphi'(v) = \frac{b}{a} (a - \varphi(v))(a + \varphi(v)) \quad (3.21.B)$$

En substituant l'expression de l'équation (3.21.B) dans l'équation (3.21.A) on obtient:

$$\delta_k^{(L)}(n) = \frac{b}{a} \cdot e_k^{(L)}(n) \cdot [a - \varphi(v_k^{(L)}(n))] \cdot [a + \varphi(v_k^{(L)}(n))] \quad (3.21.C)$$

qui par utilisation de la formule (3.19) devient :

$$\delta_k^{(L)}(n) = \frac{b}{a} \cdot e_k^{(L)}(n) \cdot [a - y_k^{(L)}(n)] \cdot [a + y_k^{(L)}(n)] \quad (3.21.D)$$

La mise à jour des poids de pondération des neurones de la couche de sortie L, qui s'applique à tout neurone k appartenant à cette couche, est donnée par :

$$w_{kj}^{(L)}(n+1) = w_{kj}^{(L)}(n) + \eta \delta_k^{(L)} y_k(n) \quad (3.21.E)$$

La Figure 3.10, ci-dessous, illustre les différentes entrées et sorties des signaux du neurone au niveau de la couche de sortie.

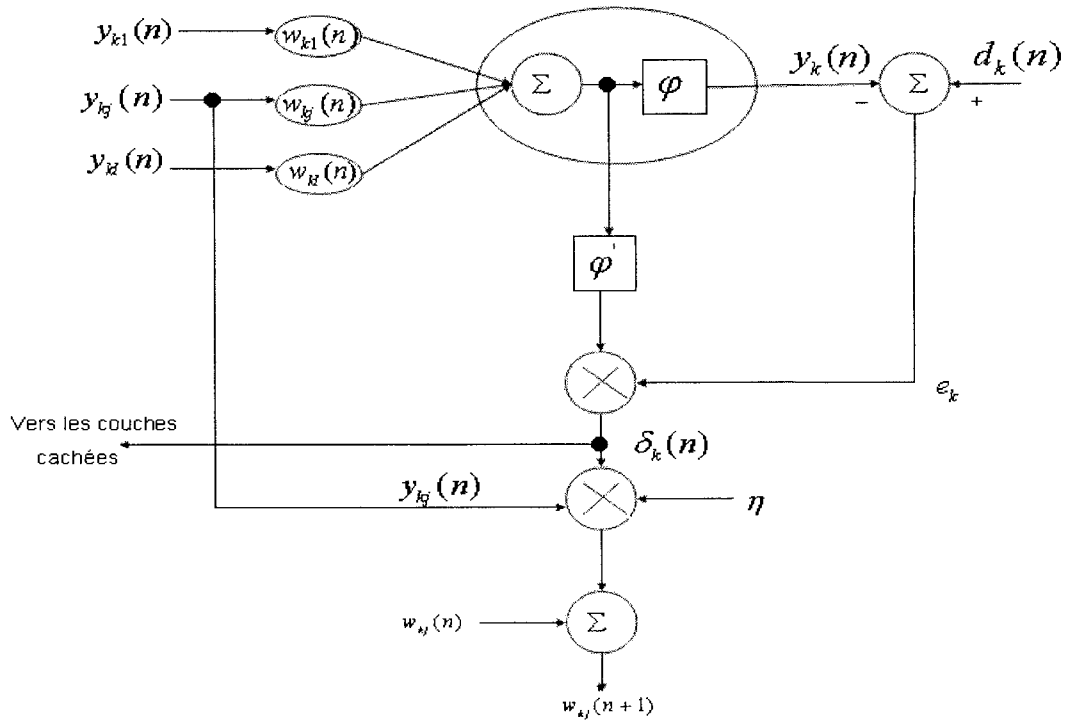


Figure 3.10 Schéma des signaux dans un neurone de la couche de sortie (Edwin et al, 1996).

D'autre part, l'expression de la valeur du gradient de l'erreur retropropagée vers les couches cachés est donné par :

$$\delta_i^{(l)}(n) = \varphi'(v_i^{(n)}(n)) \cdot \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) \cdot w_{ki}^{(l+1)} \quad (3.22.A)$$

De même en remplaçant l'équation (3.21.B) dans l'équation (3.22.A) on obtient :

$$\delta_i^{(l)} = \frac{b}{a} \cdot [a - y_i^{(l)}(n)] \cdot [a + y_i^{(l)}(n)] \cdot \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) \cdot w_{ki}^{(l+1)}(n) \quad (3.22.B)$$

L'équation (3.22.B) s'applique à tout neurone  $j$  appartenant à la couche cachée  $l$  figure 3.11.

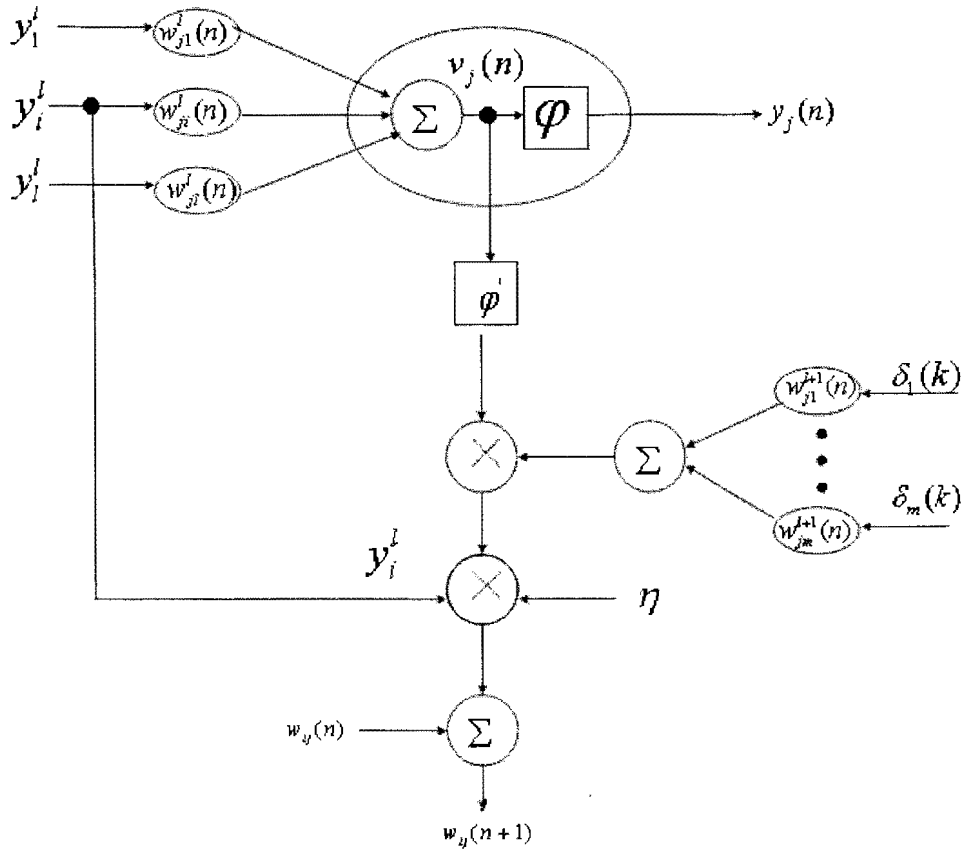


Figure 3.11 schémas des signaux dans une couche cachée (Edwin et al, 1996)

Les poids de pondération du réseau sont ajustés suivant la loi delta généralisée :

$$w_{ij}^{(l)}(n+1) = w_{ij}^{(l)}(n) + \alpha \cdot [w_{ij}^{(l)}(n-1)] + \eta \cdot \delta_i^{(l)}(n) \cdot y_j^{(l-1)}(n) \quad (3.23)$$

### 3.6.4 Implantation de l'algorithme

Le but de l'algorithme de rétro-propagation de l'erreur est de déterminer par itération les poids de pondération du réseau. L'implantation de l'algorithme de rétro propagation suit les étapes suivantes (Haykin, 1988) :

- a) Initialisation : On commence par choisir une configuration raisonnable du réseau : on fixe le nombre des couches cachées et le nombre de neurones qui les constituent puis on initialise les différents paramètres libres du réseau (poids de pondération et seuils) avec des valeurs aléatoires dans l'intervalle  $[-1,1]$ . L'initialisation des paramètres est effectuée au niveau de chaque neurone du réseau.
- b) Présentation des données d'apprentissage : On présente au réseau d'une manière successive et dans un ordre aléatoire les  $N$  couples d'exemples d'apprentissage formé par  $(X(i), Y_d(i))$ , ( $i = 1, \dots, N_e$ ),  $X(i)$  représente le  $i^{eme}$  vecteur d'entrée.  $Y_d(i)$  représente le vecteur de sortie désiré correspondant au vecteur  $X(i)$ . Les valeurs des exemples d'apprentissage sont normalisées.
- c) On procède au calcul de la propagation directe du signal en utilisant les équations : 3.23 et 3.21A
- d) On procède au calcul de rétropropagation arrière en utilisant les équations : (3.23) et (3.22.A)
- e) Par le principe d'itération successive, les valeurs des poids synaptiques subissent des changements jusqu'à ce qu'elles atteignent des valeurs stables. L'erreur quadratique moyenne est évaluée sur la totalité des exemples d'apprentissage. Un critère d'arrêt peut être imposé par l'algorithme d'entraînement du réseau, afin de mettre un terme au processus d'apprentissage et d'éviter le phénomène de sur-apprentissage du réseau (Haykin, 1998).

### 3.6.5 Procédure de la validation croisée :

Cette procédure est utilisée pour tester le degré de performance du réseau de neurones et sa capacité à effectuer la généralisation des données. Elle consiste à diviser l'ensemble des exemples d'entraînement en trois sous-ensembles distincts: un ensemble d'apprentissage, un ensemble de tests et un autre ensemble de validation. Les données de l'ensemble de tests peuvent également servir à indiquer à l'utilisateur



le moment où il faudrait arrêter la phase d'apprentissage pour éviter un surapprentissage des données (on se base sur le graphique des courbes de l'erreur des ensembles de données d'apprentissage et de test généré par le réseau). La figure 3.12 illustre bien cette démarche et elle représente les courbes de l'erreur commise par le réseau pendant la phase de l'apprentissage.

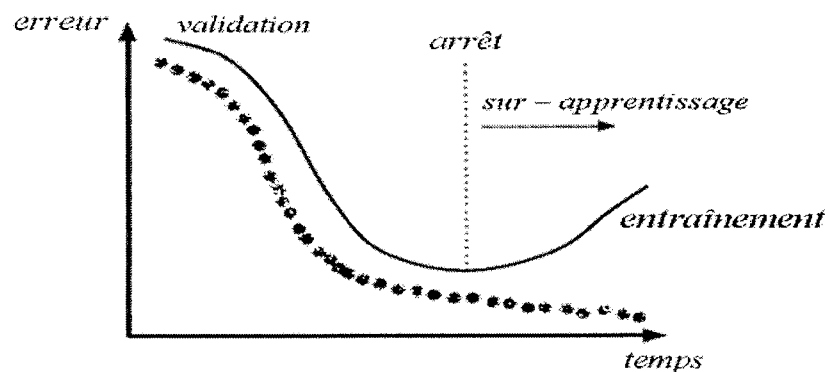


Figure 3.12 schémas des courbes de validation et de l'erreur (Haykin, 1998).

### 3.6.6 Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de rétropropagation de base (Haykin, 1998) est fondé sur le principe de la descente du gradient selon lequel les paramètres libres du réseau tel les poids de pondération et les seuils d'activation, sont ajustés dans la direction opposée de celle du gradient de la fonction d'erreur. Souvent et en pratique, l'utilisation de cette méthode ne suffit pas à elle seule pour garantir un bon entraînement du réseau.

Plusieurs algorithmes d'apprentissage ont été développés dans le but d'améliorer les performances du processus d'entraînement du réseau, et ce en utilisant des techniques d'optimisation du deuxième ordre basées sur la méthode de Newton.

Ces algorithmes présentent au moins deux avantages par rapport à celui de la descente du gradient, à savoir : une convergence plus rapide des paramètres du réseau et une valeur minimale de la fonction d'erreur beaucoup plus faible. Parmi ces algorithmes on retrouve ceux de Levenberg-Marquardt (Marquard, 1963). L'expression du taux de variation des paramètres,  $\Delta W$ , du réseau s'exprime, en faisant appel à l'algorithme de Levenberg-Marquardt, sous la forme suivante :

$$\Delta W = -(J^T J + \mu I)^{-1} J^T e \quad (3.24)$$

où :

- $\Delta W$  est le taux de mise à jour de la matrice des paramètres du réseau;
- $J$  est la matrice jacobien de la fonction erreur quadratique;
- $e$  est le vecteur d'erreur.
- $I$  est la matrice identité.
- $\mu$  est un coefficient adaptatif et dépend de l'évolution de l'apprentissage.

Remarque : si de grandes valeurs sont attribuées à  $\mu$ , la fonction coût est loin de l'optimum. Pour des petites valeurs de  $\mu$ , la fonction coût s'approche d'avantage de l'optimum à déterminer.

La méthode de Gauss Newton (Ljung, 1987) est aussi performante (plus rapide et plus robuste) que la méthode de descente du gradient et ceci lorsque la fonction d'erreur est proche de son minimum.

### Algorithme du Résilient

Une autre façon d'ajuster les poids du réseau serait de considérer uniquement le changement du signe du gradient de la fonction coût au lieu de la valeur du gradient (Riedmiller, 1993). Cette méthode permet d'améliorer la convergence du réseau et nécessite moins de mémoire pour le stockage des valeurs du gradient par le réseau. La règle de mise à jour des poids est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta w_{ij} = -\sin g\left(\frac{\partial E}{\partial w_{ij}}\right)\Delta_{ij} \quad (3.25)$$

$\Delta_{ij}$  est la valeur du pas de modification du poids, elle évolue en fonction du signe du produit de deux gradients successifs. Le principe de l'algorithme du résilient de rétropropagation est le suivant :

$$\Delta_{ij}^{(t)} = n^+ \Delta_{ij}^{(t-1)} \quad \text{si } \frac{\partial E^{(t-1)}}{\partial w_{ij}} * \frac{\partial E^{(t)}}{\partial_{ij}} > 0 \quad (3.26)$$

$$\Delta_{ij}^{(t)} = n^- \Delta_{ij}^{(t-1)} \quad \text{si } \frac{\partial E^{(t-1)}}{\partial w_{ij}} * \frac{\partial E^{(t)}}{\partial_{ij}} < 0 \quad (3.27)$$

$$\Delta_{ij}^{(t)} = \Delta_{ij}^{(t-1)} \quad \text{sinon, avec } 0 < n^- < 1 < n^+ \quad (3.28)$$

Avec  $\Delta_0 = 0.1$  pour initialiser les poids avec :  $n^+ = 1.2$  ;  $n^- = 0.5$

Dans ce travail de mémoire, on s'est intéressé à l'application de l'algorithme de rétropropagation de l'erreur pour identifier les paramètres mécaniques,  $C_1$  et  $C_2$ , associés à la loi de comportement de Mooney-Rivlin. La base d'apprentissage de cet algorithme est constituée des résultats obtenus par simulations numériques du soufflage libre des membranes thermoplastiques circulaires initialement planes. À cet

effet, nous avons eu recours au code « Thermoform » développé par le professeur Fouad Erchiqui, de l'université du Québec en Abitibi-Témiscamingue.

Notons que les résultats des ces simulations consistent à déterminer les pressions, agissant à l'intérieur des membranes soufflées, à partir de hauteurs fixées de la bulle et des paramètres arbitraires  $C_1$  et  $C_2$  du modèle de Mooney-Rivlin.

Une fois cette phase d'apprentissage terminée, le réseau de neurones sera en mesure d'identifier les paramètres  $C_1$  et  $C_2$  en fournissant cette fois-ci les données obtenues par le biais du dispositif expérimental qui été conçu et développé au laboratoire de plasturgie de l'université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, par le professeur F. Erchiqui.

L'ensemble de base de l'apprentissage est constitué d'un nombre  $N$  d'exemples représentant les résultats de simulation. Chaque exemple est constitué de deux vecteurs d'entrées (hauteurs mesurées expérimentalement et pression calculées numériquement). Chaque vecteur est constitué de  $N$  valeurs. La sortie est constituée de deux valeurs désirées  $C_1$  et  $C_2$ .

Parallèlement au processus d'apprentissage, on teste l'évolution des performances du réseau en s'appuyant sur une base de données provenant des simulations numériques, et ce dans l'optique d'éviter le « surapprentissage du réseau ».

## **CHAPITRE 4 : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROCÉDÉ DE SOUFFLAGE BIAXIAL**

### **4.1 Généralités**

Dans cette partie, on s'intéresse au problème de modélisation expérimentale de soufflage libre de membranes minces circulaires sous l'effet de la pression. Les données expérimentales qui en résultent seront utilisées pour l'identification des paramètres mécaniques associés au modèle hyperélastique de comportement de Mooney-Rivlin, décrit dans le chapitre 2. Dans ce contexte, il est donc nécessaire de mettre en place une méthode expérimentale robuste qui doit, *a priori*, fournir des données utilisables pour la modélisation mathématique. On rappelle que les matériaux considérés dans ce travail sont des thermoplastiques amorphes de type HIPS et ABS. À cet effet, nous présenterons, ci-dessous, d'une part, une description du montage expérimental, les conditions d'opération et les géométries des membranes thermoplastiques utilisées, et d'autre part, les résultats obtenus.

Les travaux, qui sont dédiés aux problèmes expérimentaux de soufflage ou d'étirement de membranes (caoutchouteuses ou thermoplastiques) et qui mettent un état de déformation biaxial, sont généralement orientés vers trois types d'essais :

- essais d'extension plane biaxiale qui permet l'obtention d'un état plan des contraintes. Du point de vue du contrôle expérimental des déformations, ce type d'essai est généralement difficile à réaliser (Meissner, 1981),
- essais combinés d'extension et de soufflage d'un cylindre creux. À titre d'exemple, citons le travail d'Alexander (Alexander, 1977) sur le comportement du latex. Dans ses tests, Alexander a mis en évidence des phénomènes d'instabilité du latex lors du soufflage.

- essais de soufflage biaxial des membranes initialement planes. Dans le cas de membranes circulaires, on peut citer les travaux de Erchiqui (Erchiqui *et al*, 2001) et de Verron (Verron *et al*, 2001). Dans leurs travaux, ils ont étudié le comportement expérimental et numérique des membranes en HIPS et en ABS, dans les conditions d'un soufflage libre, et à des températures au dessus de la température de transition vitreuse de ces matériaux.

Dans ce mémoire, nous avons retenu ce dernier essai expérimental avec l'utilisation d'une membrane thermoplastique mince, initialement plane. Ensuite, nous nous sommes intéressés aux mesures, dans le temps, des variables suivantes :

1. le déplacement vertical au pôle de la membrane thermoplastique;
2. la pression d'air à l'intérieur de la membrane pendant la phase de soufflage;
3. le débit d'air utilisé pour le soufflage de la membrane circulaire.

Toutes ces mesures sont effectuées pendant une période qui ne dépasse pas quelques secondes, et le soufflage est effectué au dessus de la température de transition vitreuse des matériaux thermoplastiques utilisés. Toutefois, il faut souligner que la qualité des données expérimentales recueillies joue un rôle capital dans la suite de nos travaux qui concernent le problème d'identification des paramètres mécaniques. En effet, le système expérimental doit répondre à plusieurs critères techniques, à savoir : précision, rapidité, répétitivité, adaptabilité au système expérimental existant et sécurité des manipulations.

Pour la mise en application, deux feuilles thermoplastiques en HIPS et en ABS sont utilisées pour l'expérimentation. Le soufflage de ces deux feuilles est effectué à l'aide de débits d'air. Pour préserver la répétitivité des expériences, un ensemble de tests a été effectué pour chaque matériau. L'erreur moyenne pour la mesure des pressions est de l'ordre de 12%. Les températures de mise en forme considérées lors des essais expérimentaux sont 145°C, pour l'ABS, et 150°C, pour l'HIPS. Les résultats collectés lors de l'expérimentation sont les valeurs de la pression  $P_e$ , de la hauteur de la bulle  $h$

et du temps  $t$ .

## **4.2 Montage expérimental**

Un montage expérimental a été conçu et développé au laboratoire de plasturgie de l'Université de Québec en Abitibi Témiscamingue, et ceci dans le but d'étudier le soufflage libre d'une membrane mince circulaire sous l'effet de la pression dynamique. La description générale de ce montage est illustrée dans la figure ci-dessous (figure 4.1) :

Le montage expérimental est composé de trois modules distincts et complémentaires :

- un module de soufflage;
- une chambre environnementale;
- un système d'acquisition;

### **4.2.1 Conditions et données expérimentales**

Le diamètre circulaire de chaque membrane thermoplastique utilisé dans les essais est de l'ordre de  $10.0 \pm 0.01$  cm. Pour l'HIPS, l'épaisseur est de l'ordre de  $2.0 \pm 0.01$  mm pour l'ABS est de  $2.2 \pm 0.01$  mm. La température de soufflage de la membrane de type HIPS est  $150 \pm 3$  °C et pour l'ABS est de  $140 \pm 3.0$ °C. Soulignons finalement que la pression et le débit d'air généré par le circuit pneumatique du laboratoire sont approximativement 6.5 bar, pour la pression, et 70 l/min, pour le débit.

### **4.2.2 Module de soufflage**

Ce module est constitué de deux anneaux métalliques amovibles et fixés sur un cylindre métallique d'un diamètre intérieur de  $15.0 \pm 0.1$  cm, d'un diamètre extérieur

de  $19.0 \pm 0.1$  cm et d'une profondeur de  $13.0 \pm 0.1$  cm. Le cylindre métallique joue le rôle d'un réservoir Tampon (voir Figure 4.1).

Un tube métallique d'un diamètre intérieur de  $2.0 \pm 0.01$  cm est soudé à la base inférieure du réservoir au centre. Ce conduit d'une longueur de  $35.0 \pm 0.1$  cm permet de connecter le cylindre au circuit pneumatique du laboratoire. L'air, sous pression, dans le réservoir métallique est diffusé uniformément vers la face inférieure la membrane thermoplastique. L'uniformité de la diffusion de l'air dans le cylindre est assurée par une calotte métallique, de diamètre  $10.0 \pm 0.01$  cm, placée au milieu du cylindre métallique. Cette calotte est percée de petits trous circulaires identiques de 1 mm de diamètre chacun.

Deux joints d'étanchéité résistant à la haute température sont placés entre la membrane et les anneaux pour empêcher toute fuite d'air vers l'extérieur. Pour s'assurer de l'efficacité des étanchéités, nous avons effectué des tests.



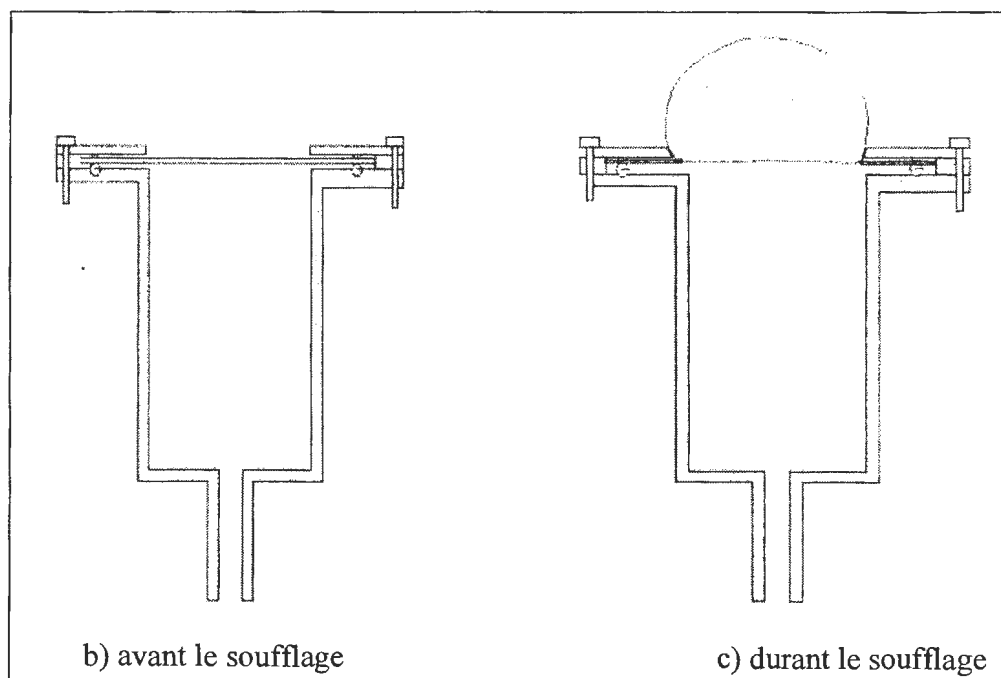
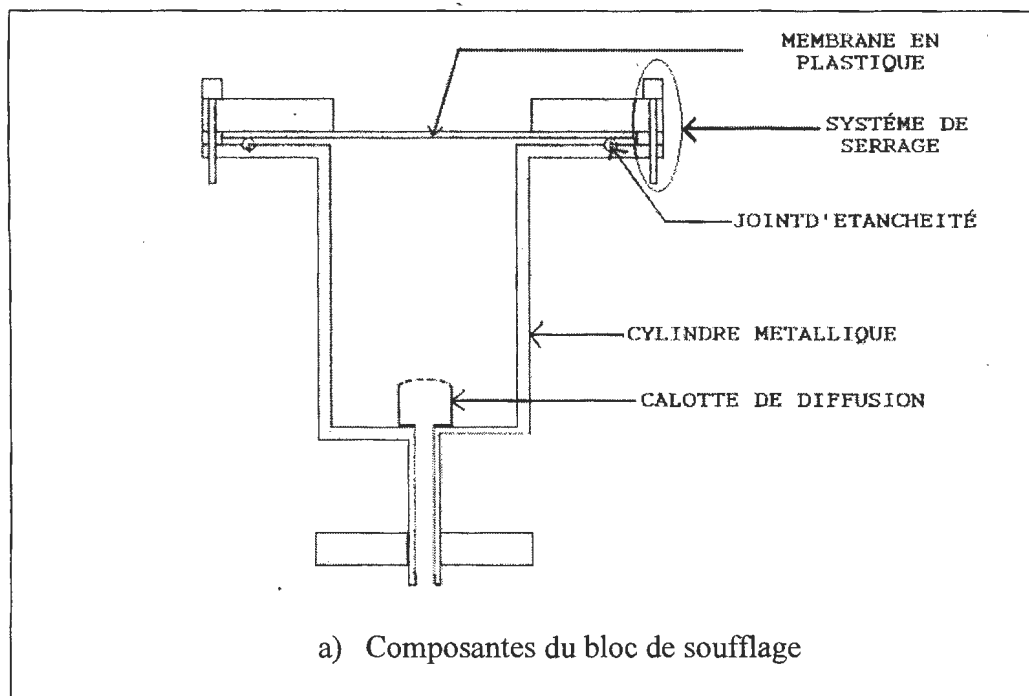


Figure 4.1 : Vue d'ensemble du module de soufflage utilisé

### Tests d'étanchéité de module de soufflage

Des tests d'étanchéité sont effectués sur le système de soufflage dans le but de s'assurer de l'efficacité du système d'étanchéité. Nous avons considéré deux méthodes:

#### Méthode A

Cette technique consiste à introduire le module de soufflage (anneaux, membranes, joints d'étanchéité, et réservoir tampon) dans un bac rempli d'eau. Ensuite, on injecte de l'air comprimé dans le module de soufflage, on vérifie s'il n'y a pas de dégagement des bulles à travers les parois (fuites d'air).

#### Méthode B

Cette technique consiste à maintenir le module de soufflage sous une pression constante, par exemple, de 1 bar pendant une période de quelques minutes. L'évolution de la pression, en fonction du temps, à l'intérieur du système de soufflage est enregistrée. Une analyse des courbes de pressions nous permet de déceler la présence ou non des fuites d'air vers l'extérieur.

### **4.2.3 Chambre environnementale**

La chambre environnementale, qui est l'élément essentiel du montage expérimental, utilisée pour l'expérimentation possède les dimensions suivantes : longueur de  $59.0 \pm 0.2$  cm, largeur de  $47.0 \pm 0.2$  cm et hauteur de  $41.0 \pm 0.2$  cm. Ce four peut être maintenu à une température désirée à l'aide de résistances chauffantes dont l'alimentation est assurée par un système électrique. Le contrôle de l'alimentation, en courant électrique du four, est assuré par un régulateur de température (de type Honeywell). Le module de soufflage, décrit précédemment, peut être installé (ou retiré) à l'intérieur d'un four.

#### **4.2.4 Mesure des variables expérimentales**

##### **- Mesure des températures**

Trois thermocouples sont placés à deux endroits différents dans la chambre environnementale. Un de ces thermocouples transmet le signal électrique vers le régulateur de température qui, en fonction du signal reçu, apporte des corrections sur la température désirée, si nécessaire. Un afficheur digital incorporé au régulateur indique la valeur de la température ainsi mesurée. Pour suivre l'évolution de la température dans la chambre, les deux autres thermocouples sont placés à deux endroits différents et leurs sorties sont branchées directement aux entrées d'une carte d'acquisition des données.

Pour des fins de vérification de la température qui règne dans la chambre environnementale, un troisième thermomètre digital témoin est utilisé. Il est placé à l'intérieur du four. La température sur la surface de la membrane en plastique est mesurée par un thermomètre infrarouge.

Lorsque la valeur de la température désirée de mise en forme est atteinte et reste maintenue stable dans le four pendant un certain temps, on procède alors à la phase de soufflage de la membrane thermoplastique.

Remarque : La membrane thermoplastique reste dans le four en moyenne 30 minutes avant de lui injecter de l'air sous pression.

##### **- Mesure des débits**

Le soufflage de la membrane est assuré par un débit d'air maintenu constant grâce à une valve de débit pneumatique, dont les orifices s'ouvrent ou se ferment pour laisser passer l'air en fonction de la commande du signal électrique qui lui parvient.

Le signal électrique de commande est délivré par une carte électronique dont le signal de commande lui parvient d'un micro-ordinateur (PC) du laboratoire, à travers

une carte de sortie, D/A, qui transforme le signal numérique de l'entrée du PC en un signal analogique à sa sortie.

Un capteur de débit analogique est installé sur la conduite d'alimentation d'air sous pression juste avant l'entrée du réservoir Tampon. Il transmet un signal analogique, image, de la donnée de mesure du débit d'air traversant le module de soufflage, vers une carte d'acquisition qui est connectée à son tour au PC, grâce à une carte de conversion des signaux analogique en des signaux numériques.

Le capteur de débit est relié également à un afficheur digital dont la lecture nous informe instantanément du débit d'air lors du passage de l'air à travers la conduite.

L'indication de la valeur de débit nous permet de mieux ajuster les ouvertures ou les fermetures de la valve de débit suivant le programme d'expérimentation déjà préétabli au départ

#### **- Mesure des pressions**

Un capteur de pression analogique est installé sur la conduite d'air du système de soufflage. Ce capteur est placé à proximité du réservoir. Ce dernier transmet un signal de la pression qui règne sous la membrane à souffler pendant la phase d'expérimentation. Le signal analogique est envoyé alors par ce capteur vers une carte d'acquisition multiplexée.

#### **- Mesure des positions**

Un capteur de position (capteur qui effectue la mesure de distance sans contact avec la cible) est utilisé pour suivre l'évolution de la hauteur au pôle de la membrane. La plage de mesure est comprise entre 0.cm et 25.0cm. La position centrale de la membrane est ajustée avant le soufflage par un faisceau laser émis par le capteur. Le capteur de position reçoit, par réflexion, les signaux qu'il émet à travers une fente transparente; il est placé directement au-dessus d'une membrane en plastique, à l'extérieur de la chambre environnementale.

#### 4.2.5 Système d'acquisition

Le système d'acquisition est composé de trois parties essentielles (voir Figure 4.2):

*- cartes électroniques*

La Carte PCI fait le lien entre les périphériques et l'ordinateur. Elle est caractérisée d'une part, par la vitesse à laquelle elle transmet l'information et, d'autre part, par le nombre de canaux qu'elle peut traiter simultanément.

*- capteurs de mesures*

La carte périphérique d'acquisition de données utilisée dans ce travail est un CIO-EXP16 qui possède 16 entrées analogiques multiplexées. Une partie de ces entrées est utilisée pour traiter les signaux de thermocouples et les autres entrées sont adaptées à traiter des signaux analogiques compris entre soit 0-20mA, soit 0-5 Volts.

Ces dernières entrées servent à recevoir les signaux des capteurs de débit (0-20mA), de pression (0-5V) et de position (0-5V). On a utilisé trois sources d'alimentation pour alimenter ces trois capteurs.

*- Logiciel d'acquisition de données*

C'est à partir du logiciel DasyLab que l'ordre est donné aux différentes cartes périphériques (connectées au PC) de transmettre les signaux électriques de commande aux valves de débit et de pression, ainsi que la consigne de la température désirée vers le régulateur de température.

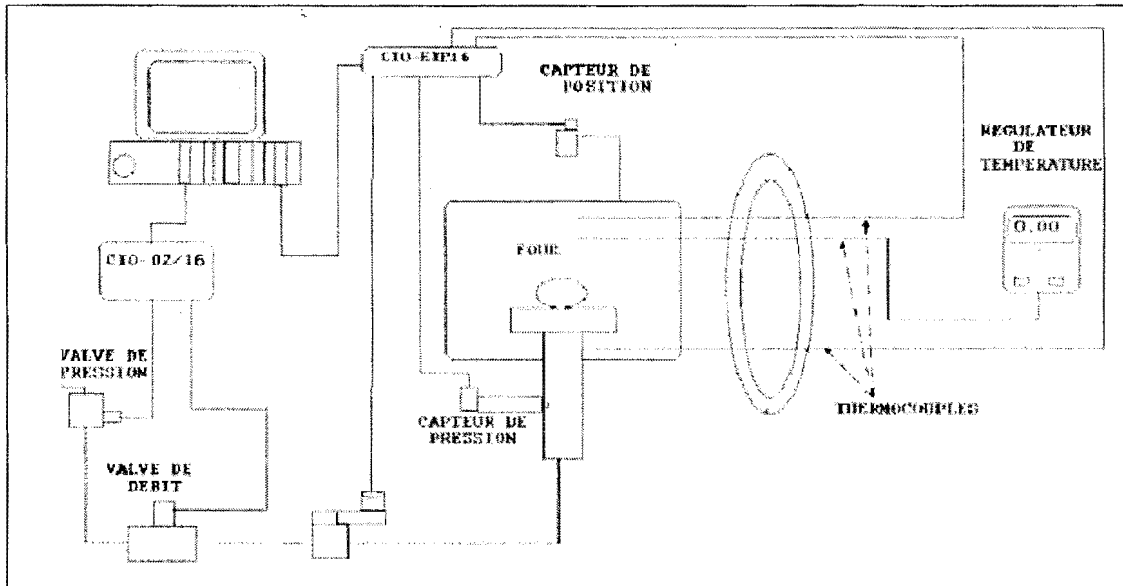


Figure 4.2 : Vue d'ensemble du système expérimental d'identification

### 4.3 Déroulement de l'expérience

Chaque feuille de plastique d'épaisseur uniforme est marquée à l'encre, insérée entre deux plaques reliées au module de soufflage, et chauffée à une température fixée à l'intérieur de la chambre. Lorsque la température à la surface de la membrane devient uniforme, celle-ci est soufflée à l'air à un débit contrôlé à l'aide de la valve. Le système d'acquisition des données enregistre l'évolution de la pression à l'intérieur de la bulle au cours du temps tandis que le capteur laser de position, placée juste au-dessus du montage, enregistre l'évolution de la hauteur au pôle de la membrane.

Soulignons que la partie supérieure de la membrane est en contact direct avec l'air ambiant du four tandis que la partie inférieure est en contact direct avec l'air qui se trouve dans le réservoir tampon. La température à l'intérieur de la chambre environnementale est contrôlée grâce à un régulateur de température.

## CHAPITRE 5 : APPLICATION À L'IDENTIFICATION DES RÉSEAUX DE NEURONES

Pour l'application de l'approche neuronale, nous avons, dans un premier temps, utilisé le code 'Thermoform' pour générer des valeurs numériques de pressions compatibles aux hauteurs mesurées. À cette fin, nous avons introduit la géométrie de chacune des deux configurations non déformées des membranes (rayons et épaisseurs) et des paramètres mécaniques, choisis pour le modèle de comportement de Mooney-Rivlin, dans le code 'Thermoform'. Ainsi, après 'N' simulations (à chaque simulation on associe une paire de paramètres mécaniques de Mooney-Rivlin), on a généré un ensemble de 'N' vecteurs solutions. Chaque vecteur solution contient 'n' valeur de pressions, compatibles aux hauteurs mesurées. La figure 5.1 illustre un exemple de ces simulations dans le cas de la membrane en ABS.

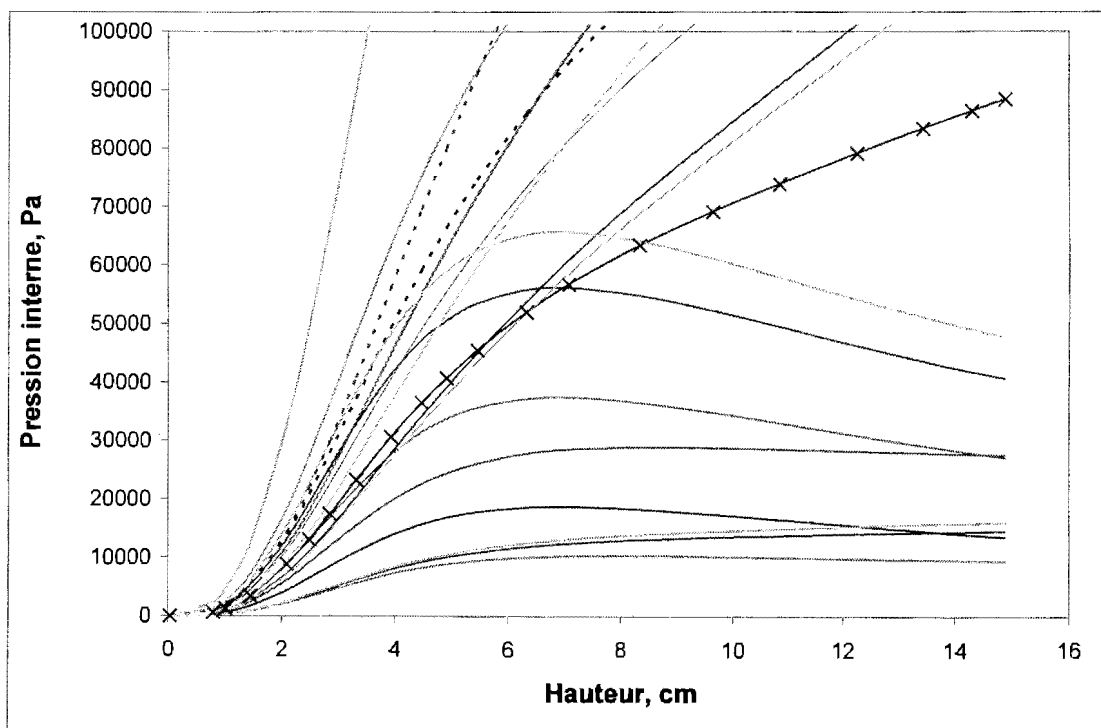


Figure 5.1 : Résultats de simulation numérique.

Le réseau de neurones est entraîné par 150 couples représentant des exemples d'apprentissage, chaque couple est constitué d'un vecteur formé de 21 valeurs de la pression (déterminées par les résultats de la simulation numérique) et d'un autre vecteur de sortie constitué par des paramètres mécaniques (valeurs arbitraires qui ont permis de déminer les valeurs de pression). Un autre ensemble formé de 30 exemples de même dimension que celui qui a servi pour l'entraînement du réseau est utilisé afin de tester la capacité du réseau à faire la généralisation des données.

Du point de vue de l'utilisation de l'algorithme des réseaux neuronaux (algorithme de rétropropagation), les 'N' vecteurs solutions ont été utilisés pour la phase d'entraînement du réseau. Une fois que la phase d'apprentissage est réalisée (150 tests ont été utilisés), nous avons procédé à un test de validation (20 exemples ont été utilisés pour ce test).

Soulignons que dans le cas de nos tests, chaque vecteur présenté au réseau des neurones est composé de 21 donnés, représentant la pression calculée pour chaque hauteur mesurée de la bulle. La sortie du réseau est constituée par un vecteur composé par deux valeurs qui représentent les paramètres mécaniques du matériau hyperélastique de Mooney-Rivlin, soient  $C1$  et  $C2$ . Les couches cachées du réseau sont formées par trois couches successives et chaque couche est constituée de 21 neurones. Dans la figure 5.2 nous avons illustré graphiquement la stratégie utilisée pour l'identification).

Etant donné qu'on traite un problème lié à l'identification des paramètres mécaniques, un apprentissage de type supervisé du réseau de neurones est utilisé. L'architecture choisie pour entraîner notre réseau est une architecture de type Perceptron Multicouche avec rétropropagation de l'erreur. Pour la fonction de transfert des neurones de la couche cachée, nous avons considérés une fonction Sigmoidale (de type Tangente Hyperbolique). Ce choix se justifie par les propriétés de cette fonction à s'adapter à des problèmes plus généraux. Pour la fonction de transfert des neurones de la couche de sortie, nous avons utilisé la fonction identité.



Pour entraîner le réseau de neurones, nous avons utilisé deux simulateurs: SNNS (Stuttgart Neural Network Simulation) et la librairie des réseaux de neurones de Matlab. Les critères d'arrêt utilisés pour les algorithmes d'apprentissages seront les suivants : soit une convergence de l'erreur moyenne vers une valeur imposée inférieure ou égale à  $10^{-4}$ , soit le dépassement du nombre d'époques fixé à  $10^3$ .

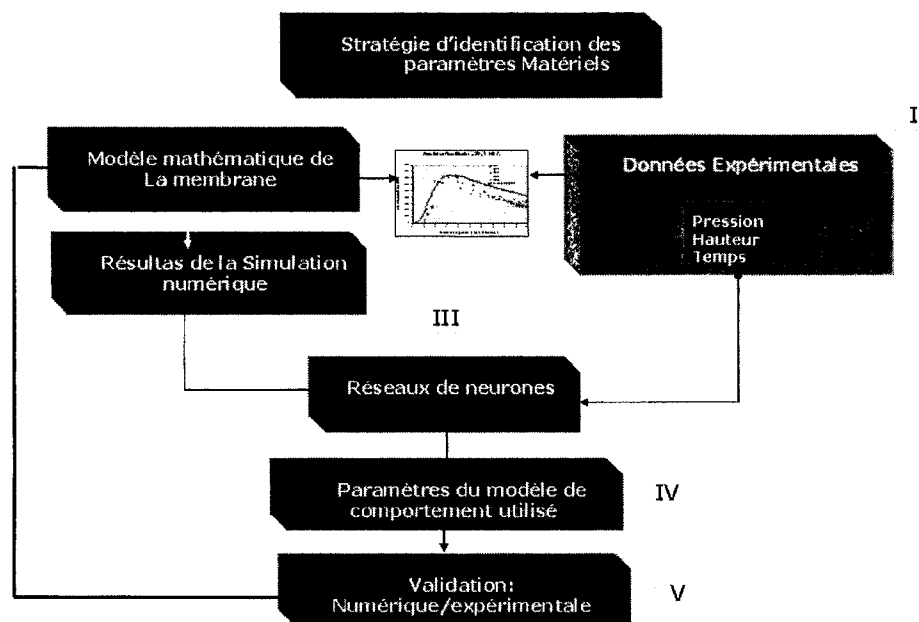


Figure 5.2 : Algorithme utilisé pour le problème d'identification

### 5.1 Résultats d'identification biaxiale à l'HIPS et l'ABS

Les figures 5.3 et 5.4 présentent respectivement les courbes expérimentales de la pression interne en fonction de la hauteur au pôle de la membrane pour l'ABS et pour l'HIPS. Pour l'identification des paramètres mécaniques, par le biais de l'approche quasi-statique décrite dans le chapitre 1 et pour des températures au-dessus des températures de transition vitreuse de l'ABS et du HIPS, nous avons considéré le

modèle hyperélastique de Mooney-Rivlin et une hauteur qui ne dépasse pas 7.5 cm au pôle de la bulle. Pour ce modèle de comportement, les paramètres mécaniques d'identifications obtenus sont présentés dans la table 5.1. Les résultats théoriques de l'identification, relativement à l'évolution de la pression interne en fonction de la hauteur au pôle de la membrane, sont comparés aux résultats expérimentaux sur les figures 5.5 et 5.6 pour l'ABS et pour le HIPS, respectivement. On remarque que le modèle hyperélastique de Mooney-Rivlin reproduit plus correctement le comportement de la membrane en ABS. Par contre, pour la membrane en HIPS, on remarque que ce modèle de comportement modélise mal le comportement du HIPS au sein de la branche descendante (branche associée à la chute de la pression). Pour améliorer la modélisation de la chute de pression lors du gonflement de la membrane polymérique en HIPS, on doit donc faire intervenir des modèles de comportement de type viscoélastique. En effet, théoriquement, des modèles viscoélastiques, qui dépendent de l'historique des déformations, semblent *a priori* prédire plus adéquatement le comportement en déformation biaxiale lors du soufflage de la bulle. Toutefois, le nombre des travaux qui sont consacrés à la caractérisation biaxiale des membranes viscoélastiques est relativement faible en comparaison avec des travaux de caractérisation des membranes hyperélastiques. Pour ces problèmes de caractérisation biaxiale, nous suggérons au lecteur les références suivantes (Erchiqui et 2001), (Verron et *al.*, 2001).

Du point de vue numérique, soulignons que dans certains cas de résolution du problème quasi-statique, qui régit l'équilibre de la membrane, la structure polymérique supporte mal certaines valeurs de pression et par conséquent, le système d'équations du problème quasi-statique diverge. Ce problème d'instabilité et de divergence peut aussi se manifester lors d'un mauvais choix du point de départ des paramètres mécaniques. Dans nos travaux, on a rencontré plus de difficultés avec le HIPS qu'avec l'ABS pour assurer la stabilité et la convergence.

ABS	HIPS
C1=0.223 MPa, C2=0.005	C1=0.123 MPa, C2=0.0013

Tableau 5.1 : Constantes matérielles de l'identification, modèle de Mooney-Rivlin

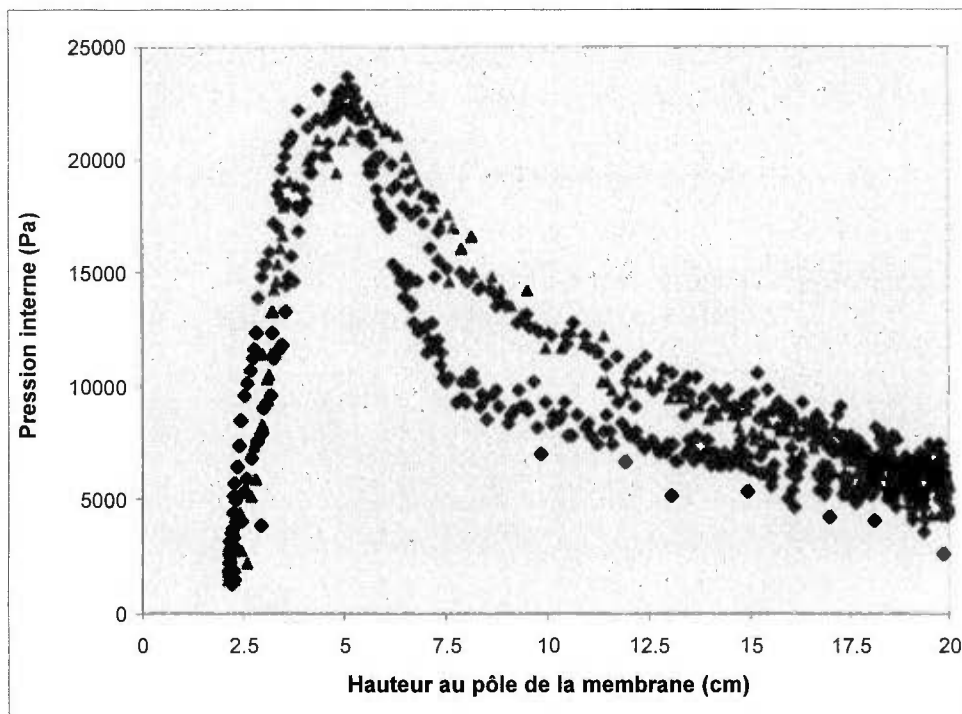


Figure 5.3 Résultats de l'expérimentation pour l'HIPS à 150 °C

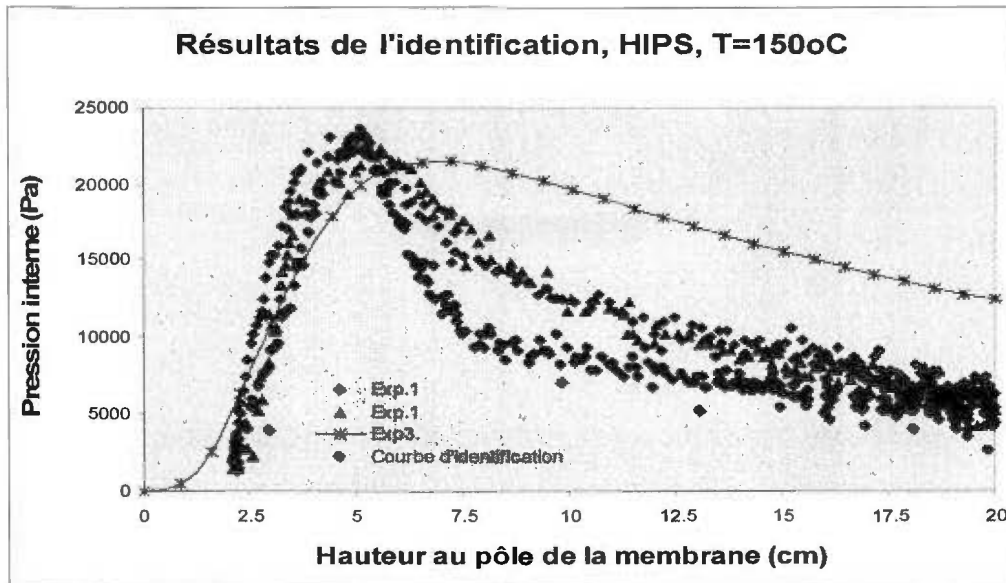


Figure 5.6 Résultats de l'identification pour l'HIPS

## CHAPITRE 6 : CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

### 6.1. Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons traité le problème inverse d'identification des paramètres mécaniques associés au modèle de comportement hyperélastique de Money-Rivlin, pour deux membranes thermoplastiques. Les membranes utilisées sont l'ABS (Acrylonitrile Butadiène Styène) et l'HIPS (polystyrène à haut impact). Pour ce problème d'identification, nous avons considéré une méthode basée sur une approche hybride, qui combine des outils numériques (méthodes des différences finies), stochastiques (réseaux de neurones) et expérimentaux (pressions, déformations, températures). Pour la caractérisation expérimentale, nous avons utilisé la technique de soufflage libre des membranes (mode biaxial). Comme application des réseaux de neurones, nous avons considéré l'algorithme de la rétropropagation de l'erreur.

À partir de la comparaison des résultats expérimentaux et théoriques obtenus, nous pouvons affirmer que nos résultats d'identification sont satisfaisants. Toutefois, le caractère viscoélastique des membranes thermoplastiques, et en particulier celui de l'HIPS, à la température de mise en forme considérée et *via* les résultats obtenus, montre que le modèle de comportement de Money-Rivlin est moins adapté pour la modélisation de son comportement. Pour l'ABS, le modèle de Mooney-Rivlin est satisfaisant pour la modélisation de son comportement.

Du point de vue numérique, la convergence de la méthode utilisée des différences finies à pas variables, pour la simulation de soufflage libre de la membrane et qui est nécessaire pour la phase d'apprentissage associée à la méthode des réseaux de

neurones, est très sensible aux choix des paramètres mécaniques utilisés dans la loi de comportement de Mooney-Rivlin. Un choix judicieux s'impose donc.

L'avantage d'utilisation d'un algorithme de réseaux de neurones réside dans sa simplicité pour une mise en application et le faible coût en temps de calcul pour l'estimation des deux paramètres associés à la loi de Mooney-Rivlin. Dans le cas où le nombre de paramètres dépasse deux, puisqu'il faut générer un grand nombre de simulation pour la phase d'apprentissage associée à la méthode des réseaux de neurones, la technique des réseaux de neurones peut s'avérer très lourde en termes de temps de calcul.

À titre de conclusion et en surmontant le problème de résolution des équations d'équilibre, la technique des réseaux de neurones s'est avérée une méthode satisfaisante pour traiter le problème d'identification des deux paramètres associés à la loi de comportement de Mooney-Rivlin pour les deux membranes ABS et HIPS malgré la présence de forte non linéarité dans le modèle étudié.

## **6.2 Travaux futurs**

Dans le cas des matériaux de type caoutchouteux, il sera opportun de travailler sur des modèles de comportement plus robuste tels que le modèle d'Ogden. Aussi, il faut développer des méthodes numériques robustes pour la résolution des équations de conservations associées aux membranes minces en fonction de la pression et de la température. Ensuite, il sera opportun d'analyser l'efficacité des algorithmes des réseaux de neurones et le nombre de paramètres associé à la loi de comportement sur le temps et la qualité de l'estimation des paramètres recherchés. Dans le cas de matériaux viscoélastiques, tels les thermoplastiques, il faut refaire le même exercice d'analyse.

### **6.3 Recommandation**

À la suite de cette étude, pour les problèmes d'identification en mécanique, nous recommandons l'utilisation des algorithmes des réseaux de neurones seulement dans le cas où le modèle de comportement considéré ne fait intervenir qu'un très petit nombre de paramètres (un ou deux ou maximum). Dans le cas contraire, cette technique peut devenir très lourde, en temps de calcul, ce qui peut réduire considérablement son utilisation dans des problèmes pratiques.

## RÉFÉRENCES :

- Ackley, D.H., G.E. Hinton, and T.J. Sejnowski, 1985. « A learning algorithm for Boltzmann machines » *Cognitive Science*, vol.9, pp. 147-169.
- Aleksander, I., and Morton, H., 1990. *An Introduction to Neural computing*, London: Chapman and Hall.
- Alexander, H. 1971 «The tensile instability of an inflated cylindrical membranes as effected by an axial load» , *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 13, pp. 87-95.
- Barto, A.G., 1992. Reinforcement learning and adaptive critic methods. In *Handbook of intelligent Control*, D.A. White and D.A. Solge, eds., pp. 469-491 , New-York: Van Nostrand Reinhold.
- Becker, S. 1991 «Unsupervised learning procedures for neural networks» , *International Journal of Neural Systems*, vol.2, pp. 17-33.
- Bellman, R., 1957. *Dynamic Programming*, Princeton, NJ: Princeton University Press
- Benjeddou, A., Jankovich E., and Hadhri T., 1993 «Determination of the parameters of Ogden's law using biaxial data and Levenberg-Marquardt-Fletcher algorithm» , *J. of Elastomers and Plastic*, Vol. 25, pp.224-248.
- Boné, R., Cardot., H. 2005 «Time Delay learning by gradient descent in recurrent neural network». *International conference on artificial Neural Network*.
- Charlton D. J., Yang J., and Teh K.K., 1994 «A review of methods to characterize rubber elastic behavior for use in finite element Analysis» , *Rubber Chem. Technol.*, Vol.67, pp. 481-503.
- Christensen R. M., 1980, «A Nonlinear Theory of Viscoelasticity for Applications to Elastomers » *Journal of Applied Mechanics*, ASME Trans. No 47, pp.762-768
- Derdouri A., Erchiqui F., Bendada A., Verron E., peseux B., 2000 «Viscoelastic behavior of polymer membranes under inflation». *Rheology'20000-XIII International Congress on Rheology*, Vol. 3, Cambridge, United Kingdom pp.394-396.
- Dennis J. E., and Schnabel, R. B., 1983. «Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations». Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.



- Edwin K.P Chong and Stanislaw H. Zak.1996 «An introduction to optimization». John Wiley & Sons.inc
- Erchiqui F., Derdouri A ., Verron E., 2001 «Analyse expérimentale et numérique en soufflage libre d'une membrane thermoplastique» Entropie No 235/236.
- Erchiqui F., A. Derdouri, D. Laroche «Biaxial Characterization of Softened Polymers ». PPS-14 The polymer Processing Society, pp. 115-116, 17-19 août 1998, Toronto, Ontario
- Erchiqui F., Derdouri A., 2005 «Analyse expérimentale et numérique du comportement des membranes thermoplastique en ABS et en HIPS dans le procédé de thermoformage». The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol.83 No 3, pp. 527-536.
- Feng W. W., 1992 «Viscoelastic behavior of elastomeric membranes». Journal of Applied Mech. Vol. 59, pp. S29-S34.
- Ferry J.D, 1980, «Viscoelastic properties of polymers», John Wiley & Sons.
- Giles, C.L., D. Chen, G.Z. Sun, H.H. Chen, Y.C Lee, and M.W. Goudreau 1995.« Constructiove learning of recurrent neural networks: Limitation of recurrent cascade correlation with a simple solution». Tutorial 4, international conference on neural networks Washington, DC.
- Giles, C.L., and Horne, B.G., 1994. «Representation of learning in recurrent neural network architectures». Proceeding of the Eighth Yale Workshop on adaptive and learning Systems, pp. 128-134, Yale University, New Haven, Ct.
- Graf H.P., Jackel L.D., Hubbard W.E., 1988 «VLSI implementation of neural network model» Computer, Vol. 21, No.3, pp. 41-51.
- Grossberg, S., 1978 «Competition, decision, and consensus», J. Mathematical analysis and applications, Vol.66, pp. 470-493.
- Haykin S., 1998 «Neural Networks a Comprehensive Foundation». Prentice Hall. 2<sup>nd</sup> edition.
- Hebb, D.O., 1949. the organization of Behavior: A Neuropsychological Theory, New York: Wiley.

- Hornik, K., M. Stinchcombe and H. White, 1989. «Multilayer feedforward networks are universal approximators.» *Neural Networks*, vol.2, pp. 359-366.
- Kohonen, T., 1988. «An Introduction to neural computing». *Neural Networks*, vol. 1, pp. 3-16.
- Joye D. D., Poehlein G.W., and Denson C. D., 1973 «A bubble inflation Technique for the measurement of viscoelastic properties in equal biaxial extensional flow», *J. Trans. Soc. Rheol.*, Vol. 17 , No. 2, pp. 287-302.
- Ljung, L., 1987. «System Identification- Theory for the User», Prentice-Hall.
- Levenberg K., 1944 «A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares». *Quarterly of applied mathematics* 2, 164-168.
- Li, Y., Nemes, J.A., and Derdouri, A. (2001), «Membrane inflation of polymeric materials: experiments and finite element simulations». *Polymer Engineering and Sciences*. 41, p.1399-1412.
- Lodge A. S., 1964 *Elastic liquids*, Academic Press, London.
- MacKay, D., 1992 «Bayesian interpolation in Neural Computation», pages 415-447.
- Marquard D., 1963 «An algorithm for the least-squares estimation of non-linear». *J. Applied mathematics* 11, 431-441.
- McCulloch, W.S., and W. Pitts, 1943. «A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity». *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol.5, pp.115-133
- Mead C. 1989 «Analog VLSI and neural systems», Addison-Wesley.
- Meissner J., Raible T., and Stephenson S.E., 1981 «Rotary clamp in uniaxial and biaxial rheometry of polymer melts» *J. Rheol.*, Vol. 25, No. 1, pp. 1-28.
- Murray A.F., 1989 «Pulse arithmetic in VLSI Neural network» *IEEE Micro*, pp.64-74.
- Ogden R.W., 1972 «Large deformation isotropic elasticity-on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids» *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol. A326, pp. 565-584.
- Park, J., and I.W. Sandberg, 1991 «Universal approximation using radial-basis-

function networks » *Neural Computation*, vol. 3, pp.246-257.

- Parker, D.B., 1987 «optimal algorithms for adaptive networks: second order back-propagation, second order direct propagation, and second order Hebbian learning» *IEEE 1<sup>st</sup> International Conference on neural Networks*, vol.2,pp.593-600, San Diego, Ca.
- Poggio, T., and F. Girosi, 1990 « Networks for approximation and learning» *Proceedings of the IEEE*, Vol. 78, pp.1481-1497.
- Powell, M.M.D., 1988. «Radial basic function approximation to polynomials» *Numerical Analysis 1987 Proceedings*, pp. 223-241, Dundee, UK.
- Riedmeiller, M., and H. Braum, 1993. A fast and robust backpropagation learning strategy. In Marwan Jabri, editor, *Fourth Australian Conference on Neural Networks*, page 169-172, Milbourne.
- Rivlin R. S., and Saunders D.W., 1951 «Large elastic deformations of isotropic materials-VII.Experiments on deformation of rubber» , *Phil. Trans.R.Soc.*, Vol. A243, pp. 251-288.
- Rosenblatt, F., 1960 «Perceptron simulation experiments» *Proceeding of the institute of Radio Engineers* vol.48,pp.301-309.
- Rumelhart D.E., et all, 1986 «Learning representations by back-propagation errors», *Nature* , vol.323.
- Sanger T.D., 1989 «Optimal unsupervised learning in a single-layer linear Feedforward ». *neural network. Neural networks*, 2:459, 473.
- Treolar L. R. G., 1944. «Stress-strain data for vulcanised rubber under various type of deformation». *Trans. Faraday Soc.*, Vol.40, pp.59-77.
- Verron E., Marckmann G., and Peseux B., 2001 «Dynamic inflation of non-linear Elastic and viscoelastic rubberlike membrane», *Int. J.Numer. Meth. Engrg.*, Vol.50, No. 5, pp. 1233-1251.
- Verron E., Peseux B., Dourdou A ., and Connolly R., 1997 «Bubble inflation of heat-softened polymeric membranes above the glass transition temperature» *proceedings of the 16 th Canadian Congress of Applied mechanics*, Vol. 1 pp. 81-82 Quebec.Canada.