

UNIVERSITÀ DI PISA
Scuola di Dottorato in Ingegneria “Leonardo da Vinci”



Corso di Dottorato di Ricerca in
INGEGNERIA MECCANICA

Tesi di Dottorato di Ricerca

**Studio teorico e sperimentale sull'usura
adesiva e sulla lubrificazione in
ingranaggi per impieghi aeronautici**

Francesco Saverio Guerrieri Paleotti

Anno 2012



Università di Pisa

Corso di Dottorato di Ricerca in
Ingegneria Meccanica

**Studio teorico e sperimentale sull'usura
adesiva e sulla lubrificazione in ingranaggi
per impieghi aeronautici**

Tesi svolta per il conseguimento del titolo di dottore di ricerca

Settore Scientifico Disciplinare: ING-IND/13.

Allievo:

Ing. Francesco Saverio Guerrieri Paleotti

Tutori:

Prof. Enrico Ciulli (DIMNP, Pisa)

Prof. Bruno Piccigallo (DIMNP, Pisa)

Ing. Salvatore Manconi (AM Testing, Pisa)

X Ciclo

Anno 2012

UNIVERSITÀ DI PISA

Scuola di Dottorato in Ingegneria “Leonardo da Vinci”



**Corso di Dottorato di Ricerca in
INGEGNERIA MECCANICA**

Tesi di Dottorato di Ricerca

**Studio teorico e sperimentale sull'usura
adesiva e sulla lubrificazione in ingranaggi
per impieghi aeronautici**

Autore:

Francesco Saverio Guerrieri Paleotti _____

Relatori:

Prof. Enrico Ciulli _____

Prof. Bruno Piccigallo _____

Ing. Salvatore Manconi _____

Anno 2012

Sommario

L'usura adesiva è uno dei principali meccanismi di danneggiamento degli ingranaggi. Questa tesi, svolta in collaborazione con Avio Propulsione Aerospaziale e con la società spin-off dell'Università di Pisa AM Testing, riguarda un'analisi teorico sperimentale per la caratterizzazione della resistenza ad usura adesiva di ingranaggi per impieghi aeronautici. È stata eseguita una estensiva campagna sperimentale su un banco a ricircolo di potenza in cui sono stati indagati gli effetti del materiale, della finitura superficiale, dell'angolo di pressione, della velocità e della temperatura del lubrificante sul danneggiamento. Il modello analitico preso a riferimento è stato quello della temperatura totale di contatto, che rappresenta lo standard progettuale proposto dalle vigenti normative di riferimento. Per migliorare l'affidabilità di tale modello, sono state effettuate apposite misure della temperatura del corpo ruota nelle reali condizioni di funzionamento. Sono presentati i risultati sperimentali e le attività di analisi, validazione e taratura del modello. Particolarmente critica è risultata l'interazione tra l'effetto della rugosità, lo sviluppo del meato di lubrificante e l'insorgenza del danneggiamento. Per la valutazione delle problematiche relative al contatto lubrificato tra superfici rugose, è stato sviluppato un apposito programma di calcolo.

Abstract

Scuffing is one of the main failure modes to take into account in gear design. This thesis presents a theoretical and an experimental investigation of scuffing in spur gears for aerospace applications. The experiments were carried out as part of the research activities done by the University of Pisa jointly with Avio Propulsione Aerospaziale and AM Testing. Sixty four tests were undertaken on a power-circulating test rig that replicates the working conditions of an aerospace gearbox. The parameters investigated were: gear material, pressure angle, surface roughness, rotational speed, and lubricant inlet temperature. The total contact temperature model was used to predict the scuffing resistance. Bulk temperature measurements were also performed to improve the reliability of the model. This thesis describes the results of the experimental campaign, presents a comparison between experimental and numerical results and proposes the corrections to the model. It has been noticed a strong correlation between the lubrication regime and the damage. Thus, in order to assess the effects of rough surfaces on the lubrication process, an EHL program has been developed.

Indice

Introduzione	xv
1 Lo <i>scuffing</i>	1
1.1 Introduzione	1
1.2 L'importanza degli strati superficiali	2
1.3 Meccanismo di innesco	5
1.3.1 Cedimento della lubrificazione elastoidrodinamica	6
1.3.2 Cedimento della lubrificazione limite	7
1.3.3 Una possibile sintesi	10
2 Modelli di riferimento	13
2.1 Modello di <i>scuffing</i> : temperatura totale di contatto	13
2.1.1 Introduzione	13
2.1.2 Generalità sul modello	14
2.1.3 Temperatura <i>flash</i>	15
2.1.4 Temperatura <i>bulk</i>	21
2.1.5 Coefficiente di attrito	24
2.1.6 L'approccio della normativa	25
2.2 Modelli di lubrificazione elastoidrodinamica	27
2.2.1 Introduzione	27
2.2.2 Definizione del problema	28
2.2.3 Soluzioni semplificate	31
2.2.4 L'effetto della rugosità	32
2.2.5 Approccio di Patir e Cheng	33
2.2.6 Approccio omogeneizzato	39

3	Sviluppo strumenti di calcolo	49
3.1	Introduzione	49
3.2	Programma Calcolo Ingranaggi, PCI	50
3.3	<i>Homogenized ElastoHydrodynamic Lubrication Program</i> , HEHLP	51
4	Impostazione della campagna sperimentale di <i>scuffing</i>	65
4.1	Obiettivi e procedura di prova	65
4.2	Campioni di prova	68
4.3	Apparato sperimentale	70
4.3.1	Banco prova	70
4.3.2	Strumentazione, controllo ed acquisizione dati	70
4.3.3	Impianto di lubrificazione	73
5	Svolgimento della campagna sperimentale di <i>scuffing</i>	75
5.1	Prove preliminari	75
5.1.1	Obiettivi e procedura di prova	75
5.1.2	Prove effettuate	77
5.1.3	Principali risultati ottenuti	80
5.1.4	Ridefinizione dell'impostazione della campagna	80
5.2	Prove di misura della temperatura <i>bulk</i>	84
5.2.1	Obiettivi e procedura di prova	84
5.2.2	Prove effettuate e taratura del modello HTO	87
5.3	Prove di <i>scuffing</i>	91
5.3.1	Impostazione finale del DoE	91
5.3.2	Un esempio di prova	94
5.3.3	Caratterizzazione del danneggiamento	94
6	Analisi dei risultati	105
6.1	Verifica del postulato di Blok	105
6.2	Confronto con dati di letteratura	106
6.3	Interpretazione dei risultati	110
6.4	Analisi della varianza - ANOVA	113
6.5	Determinazione degli ammissibili di progetto	121
6.5.1	Impostazione	121
6.5.2	Criteri di danneggiamento	124
6.5.3	Risultati ottenuti	125
7	Conclusioni	127

<i>INDICE</i>	vii
A Definizioni ed elementi essenziali degli ingranaggi	129
Bibliografia	137

Lista dei simboli

\bar{P}_r	perdite di potenza medie per rotolamento durante l'ingranamento	W
\bar{P}_s	perdite di potenza medie per strisciamento durante l'ingranamento	W
\dot{m}	portata massica di lubrificante	kg s ⁻¹
A	area di contatto	m ²
$a_{i,j}$	coefficienti dell'equazione di Reynolds omogenea, vedi equazione (2.104)	
b	larghezza di fascia	m
b_H	semilarghezza dell'impronta Hertziana , vedi equazione (A.50)	m
C_D	numero di possibili combinazioni del DoE	
C_R	costante dipendente dalla rugosità superficiale , vedi equazione (2.32)	
c_l	calore specifico del lubrificante	J °C ⁻¹ kg ⁻¹
c_m	calore specifico del materiale	J °C ⁻¹ kg ⁻¹
E_1, E_2	modulo elastico dei materiali a contatto	Pa
E_r	modulo elastico ridotto, vedi equazione (2.43)	Pa
$f(\delta)$	funzione di densità di probabilità di δ	
f_i	frequenza di ingranamento , vedi equazione (4.3)	Hz
f_r	frequenza di rotazione , vedi equazione (4.2)	Hz
F_{wn}	forza normale, vedi equazione (A.44)	N

h	spessore nominale del meato (liscio)	m
H_c	altezza adimensionale del meato per soluzione semplificata di Dowson e Toyoda , vedi equazione (2.50)	
h_0	spostamento rigido	m
h_t	spessore del meato locale (rugoso)	m
k	diffusività termica del materiale	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
k_H	costante per calcolo temperatura <i>flash</i>	m
k_{sump}	costante per il calcolo della temperatura <i>bulk</i> secondo normativa AGMA	
L	numero di Peclet, vedi equazione (2.12)	
L_c	lunghezza caratteristica della microscala	m
l_c	lunghezza caratteristica della microscala	m
$MS(a)$	varianza tra gruppi	$^{\circ}\text{C}^2$
$MS(e)$	varianza d'errore	$^{\circ}\text{C}^2$
n_1	velocità di rotazione del pignone, vedi equazione (2.27)	rpm
p	pressione del film di lubrificante	Pa
P_r	perdite di potenza per rotolamento durante l'ingranamento	W
P_s	perdite di potenza per strisciamento durante l'ingranamento	W
P_t	perdite di potenza totali durante l'ingranamento	W
$P_{v_{1,2}}$	perdite di potenza per ventilazione	W
Q	quantità di calore prodotta dall'attrito	J
q	quantità di calore prodotto dall'attrito per unità di tempo	J s^{-1}
q_A	quantità di calore prodotto dall'attrito per unità di tempo e di area	$\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$
R_a	media delle rugosità medie R_{a_1} , R_{a_2} delle due superfici $(R_{a_1} + R_{a_2})/2$	m

R_D	numero di ripetizioni del DoE	
R_q	Rugosità composita delle superfici, ovvero deviazione standard della distribuzione composita delle ampiezze $R_q^2 = R_{q_1}^2 + R_{q_2}^2$	m
R_{a_1}, R_{a_2}	rugosità media delle superfici dei corpi a contatto	m
R_{q_1}, R_{q_2}	Rugosità quadratiche medie delle superfici dei corpi a contatto, ovvero deviazione standard della distribuzione delle ampiezze δ_1, δ_2	m
r_{w1}, r_{w2}	raggi delle circonferenze primitive di funzionamento della ruota e del pignone, vedi equazione (A.5)	m
R_{x1}, R_{x2}	raggi di curvatura equivalente nelle direzioni x_1 e x_2	m
SB	indicatore di rischio di <i>scuffing</i> , vedi equazione (2.38)	
$SS(a)$	devianza tra gruppi, vedi equazione (6.3)	$^{\circ}\text{C}^2$
$SS(e)$	devianza d'errore, vedi equazione (6.3)	$^{\circ}\text{C}^2$
$SS(z)$	devianza totale, vedi equazione (6.1)	$^{\circ}\text{C}^2$
t	tempo	s
T_{olio}	temperatura di adduzione del lubrificante	$^{\circ}\text{C}$
u	rapporto di trasmissione, vedi equazione (A.1)	
$U_{(i)}$	parametro adimensionale della velocità per soluzione semplificata di Dowson e Toyoda , vedi equazione (2.52)	
$v_{1,2}$	velocità dei corpi 1 e 2 in direzione x_1	m s^{-1}
v_e	velocità di <i>entraining</i> , vedi equazione (A.40)	m s^{-1}
$v_{r1(i)}, v_{r2(i)}$	velocità di rotolamento della ruota e del pignone, vedi equazione (A.38)	m s^{-1}
v_s	velocità di strisciamento, vedi equazione (A.39)	m s^{-1}
$W_{(i)}$	parametro adimensionale del carico per soluzione semplificata di Dowson e Toyoda , vedi equazione (2.52)	
w_n	forza normale per unità di linea del contatto, vedi equazione (A.45)	N m^{-1}

X_{Γ} fattore di ripartizione del carico, vedi equazione (A.48)

Lettere greche

α	Coefficiente di piezoviscosità	Pa^{-1}
δ	distribuzione composita delle ampiezze $\delta = \delta_1 + \delta_2$	m
$\delta_{1,2}$	ampiezza della rugosità delle superfici 1,2 misurata dai rispettivi piani medi	m
ΔT	innalzamento di temperatura subito dal lubrificante	$^{\circ}\text{C}$
ϵ	parametro di separazione delle scale, vedi equazione (2.78)	
ϵ_{α}	rapporto di condotta trasversale, vedi equazione (A.23)	
η	viscosità dinamica del lubrificante, vedi equazione (2.45)	Pa s^{-1}
η_0	viscosità dinamica del lubrificante a pressione atmosferica	Pa s^{-1}
Λ	altezza specifica del meato, vedi equazione (1.1)	
λ	conducibilità termica del materiale	$\text{W m}^{-1} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
μ_m	coefficiente di attrito medio, vedi equazione (2.34)	
$\mu_{m(i)BK}$	coefficiente di attrito medio secondo Benedict e Kelley , vedi equazione (2.33)	
ν_1, ν_2	coefficiente di Poisson dei materiali a contatto	
ν_{40}	viscosità cinematica a 40°C	$\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$
Φ_s	fattori di flusso di taglio, vedi equazione (2.61)	
Φ_{x_1}	fattori di flusso di pressione in direzione x_1 , vedi equazione (2.61)	
Φ_{x_2}	fattori di flusso di pressione in direzione x_2 , vedi equazione (2.61)	
ρ_l	densità del lubrificante	kg m^{-3}
ρ_m	densità del materiale	kg m^{-3}
$\rho_{n(i)}$	raggio di curvatura equivalente, vedi equazione (A.36)	m

θ	temperatura del materiale	°C
$\theta_{am(x,y)}$	temperatura totale di contatto ammissibile (x probabilità di danneggiamento con un livello di confidenza y)	°C
θ_b	temperatura <i>bulk</i>	°C
θ_c	temperatura totale di contatto	°C
θ_f	temperatura <i>flash</i>	°C
θ_s	temperatura totale di contatto media di <i>scuffing</i>	°C

Introduzione

La crescente richiesta di incremento delle prestazioni dei motori aeronautici ha evidenziato, nel campo delle trasmissioni meccaniche, la necessità di sviluppare nuove strategie progettuali, affinché gli ingranaggi possano operare, in sicurezza, in condizioni operative sempre più spinte, coniugando elevate prestazioni con stringenti requisiti di affidabilità.

Nell’ottica della ricerca sulle trasmissioni meccaniche, le prove sperimentali condotte su banco prova rappresentano uno strumento fondamentale per la comprensione dei meccanismi di danneggiamento delle ruote dentate e per lo sviluppo e la validazione di modelli predittivi sempre più raffinati ed evoluti. In questo contesto, ed all’interno di un più ampio programma di collaborazione tra l’Università di Pisa ed Avio Propulsione Aerospaziale SpA nel campo della ricerca sulle trasmissioni per impieghi aeronautici, si colloca il presente lavoro di dottorato, svolto presso il Centro di Ricerca sulle Trasmissioni Meccaniche a Tecnologia Avanzata (CRTM) del Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione (DIMNP) dell’Università di Pisa in collaborazione con la Società di Spin off AM Testing srl.

Le trasmissioni meccaniche utilizzate in campo aeronautico si dividono in due categorie: le trasmissioni comando accessori e le trasmissioni di potenza.

Le trasmissioni comando accessori hanno lo scopo di fornire potenza meccanica ai sistemi idraulico, pneumatico ed elettrico del velivolo ed a tutti i componenti necessari al funzionamento del motore, quali, ad esempio, pompe del combustibile e del lubrificante, avviatore etc. La potenza viene prelevata dall’albero motore tramite una scatola ingranaggi interna e trasferita ad una scatola esterna che funge da supporto per gli accessori (Figura 1). Per ridurre la resistenza aerodinamica, è necessario che il motore offra la minor sezione possibile al flusso d’aria. Le trasmissioni comando accessori, pertanto, sono avvolte attorno al motore e, generalmente, presentano una caratteristica forma a “banana”, come visibile in Figura 2.

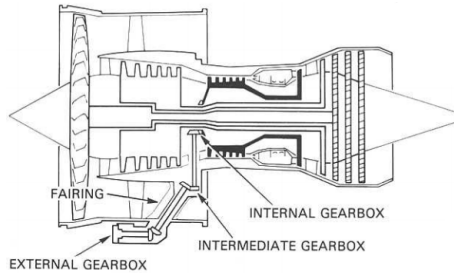


Figura 1: Posizione della trasmissione comando accessori in un motore a reazione (immagine tratta da [35])

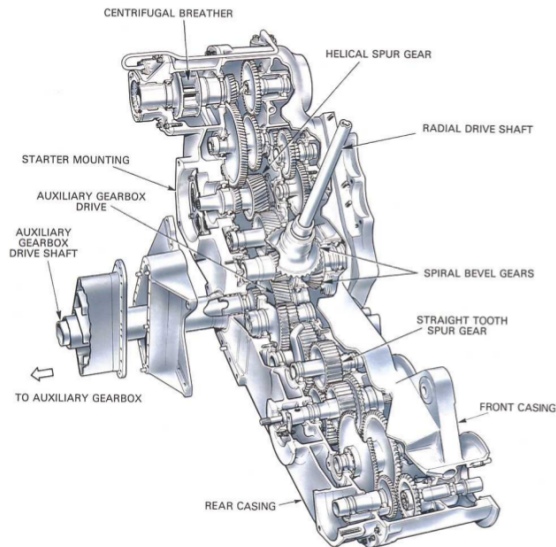


Figura 2: dettaglio di una scatola esterna di una trasmissione comando accessori (immagine tratta da [35])



Figura 3: trasmissione di potenza del motore TP400-D6. È la più grande mai prodotta in occidente, seconda, in termini assoluti, solamente al Kuznetsov NK-12 (immagine tratta da[27])

Le trasmissioni di potenza vengono impiegate esclusivamente nei turboelica ed hanno lo scopo di trasmettere potenza dall'albero motore all'utilizzatore finale: l'elica, nel caso dei velivoli, ed il rotore principale e di coda nel caso degli elicotteri.

Le trasmissioni aeronautiche si trovano spesso ad operare in condizioni estreme, sia dal punto di vista dei carichi, che delle velocità di rotazione e delle temperature di adduzione del lubrificante. In queste condizioni, l'usura adesiva degli ingranaggi, dovuta alla formazione ed alla rottura di microsaldature tra le superfici in contatto, stabilisce un limite alle prestazioni della trasmissione e rappresenta uno dei principali tipi di danneggiamento da considerare in fase di progetto.

Nell'ambito dell'attività di ricerca sull'usura adesiva negli ingranaggi, sono stati svolti presso il DIMNP negli anni precedenti i WP 180 (2003) [8, 9], e 200 (2004-2005), [10]. Il primo ha realizzato una vasta indagine bibliografica ed ha permesso di analizzare i principali criteri di previsione presenti in letteratura, mentre il secondo ha portato allo sviluppo di nuovi modelli e strumenti di analisi. Nel corso di questi studi è emersa la difficoltà nella definizione e nella classificazione dei meccanismi predominanti, nonché l'assenza in letteratura di meccanismi di innesco verificati sperimentalmente se non solo in determinate condizioni di prova e pertanto privi di validità generale. I numerosissimi modelli reperibili in letteratura si basano, generalmente, su un approccio semplificato che lega l'usura adesiva a poche variabili, tipicamente il carico, la velocità e la temperatura di adduzione del lubrificante. Non tengono invece conto, se non

in maniera del tutto marginale, della rugosità superficiale che invece gioca un ruolo dominante nell'insorgere del danneggiamento. Per questo motivo è stata posta particolare attenzione allo sviluppo di modelli alternativi [10], che tuttavia sono risultati di difficile e non immediata applicazione a causa, soprattutto, della difficoltà nel trovare un legame tra gli effetti locali e gli effetti globali.

Nel primo capitolo è riportata una breve sintesi di principali meccanismi ritenuti responsabili del danneggiamento. In tutti i meccanismi individuati, nonostante la loro diversità, risulta evidente una forte dipendenza tra l'usura adesiva e la temperatura della zona di contatto. È pertanto lecito utilizzare un modello di previsione del danneggiamento che sia basato su tale temperatura.

Nel secondo capitolo è descritto il modello di riferimento scelto, quello della temperatura totale di contatto. Questo modello, se pur affetto da un certo numero di indeterminazioni ed approssimazioni, rappresenta, ad oggi, lo standard progettuale Avio nonché il criterio proposto nella normativa AGMA di riferimento. Sono inoltre descritti i modelli di lubrificazione elastoidrodinamica adottati, che permettono, rispetto all'approccio semplificato della normativa, di valutare l'interazione tra finitura superficiale e lubrificazione.

Nel terzo capitolo sono descritti gli strumenti di calcolo sviluppati per caratterizzare le condizioni di funzionamento degli ingranaggi.

Nel quarto capitolo sono descritti gli obiettivi, l'impostazione e gli strumenti per la conduzione della campagna sperimentale di caratterizzazione della resistenza ad usura adesiva di dentature per impieghi aeronautici.

Nel quinto capitolo sono riportati i risultati della campagna sperimentale e le attività di caratterizzazione dello stato superficiale delle dentature dopo il danneggiamento.

Nel sesto capitolo è riportata l'analisi dei risultati sperimentali. Particolarmente critica è risultata la valutazione del coefficiente di attrito e del regime di lubrificazione. In base alle evidenze sperimentali sono state apportate delle piccole modifiche al modello di calcolo e sono stati determinati i corrispondenti valori ammissibili di progetto, cioè i valori massimi di temperatura totale di contatto a cui può lavorare, in sicurezza, un ingranaggio.

I dati relativi alle caratteristiche tecnologiche delle ruote dentate ed i risultati numerici e sperimentali sono stati cancellati od omessi perché ritenuti sensibili e strettamente confidenziali.

Capitolo 1

Lo *scuffing*

1.1 Introduzione

L'usura adesiva è una forma di deterioramento superficiale causata dalla formazione e dalla rottura di microsaldature tra due corpi in contatto. Può verificarsi in qualsiasi contatto fortemente caricato in cui esiste un moto di strisciamento relativo ed in cui il meato di lubrificante è troppo sottile per separare adeguatamente le superfici, ovvero dove non sono presenti strati protettivi in grado di evitare il contatto diretto metallo-metallo.

Negli ingranaggi, l'usura adesiva si manifesta prevalentemente alle estremità dell'addendum e del dedendum, dove maggiori sono le velocità di strisciamento. La rottura delle microsaldature comporta un trasferimento di materiale da una superficie all'altra, con conseguente alterazione del profilo del dente e funzionamento irregolare dell'ingranaggio, aumento delle vibrazioni e della rumorosità, incremento della temperatura superficiale. Si tratta di un fenomeno improvviso, che può risultare distruttivo in brevissimo tempo e che si manifesta, se le condizioni operative sono critiche, entro i primi 10-20 minuti dall'inizio del funzionamento.

Una dentatura che ha subito un danneggiamento da usura adesiva presenta un aspetto caratteristico come quello mostrato in Figura 1.1. La rottura delle microsaldature non lascia necessariamente dei segni preferenziali nella direzione di strisciamento anzi, non è infrequente osservare delle superfici danneggiate che non presentano alcuna direzionalità specifica. A livello di struttura cristallina, invece, si può osservare la formazione del cosiddetto "*white layer*", uno strato



Figura 1.1: dentature danneggiate per usura adesiva

superficiale duro, dal caratteristico colore bianco, che si ritiene essere formato da una miscela di austenite, martensite e carburi. La presenza di questo strato, che spesso è separato dal materiale sottostante da uno stato temperato, suggerisce che le superfici danneggiate abbiano subito un rapido riscaldamento durante il contatto - riscaldamento che, evidentemente, ha portato localmente la temperatura del materiale al di sopra della temperatura di trasformazione austenitica (732°C^1)- ed un altrettanto rapido raffreddamento [19].

Purtroppo, la terminologia con cui, nella letteratura scientifica, ci si riferisce al fenomeno dell'usura adesiva è confusa e non del tutto univoca. In passato è stato utilizzato negli USA il termine *scoring* mentre in Europa si è sempre utilizzato il termine *scuffing*. Oggigiorno la normativa americana ANSI/AGMA 2101-C95 [1] stabilisce che il termine *scoring* debba essere usato solo per indicare l'usura abrasiva che comporta la formazione di graffi (*scratching*) nella direzione di strisciamento. Pertanto in questa trattazione, il termine *scuffing*, che del resto è entrato nell'uso comune della lingua italiana, è usato come sinonimo di usura adesiva.

1.2 L'importanza degli strati superficiali

La presenza di uno strato protettivo che, interposto tra le superfici metalliche, sia in grado di ostacolare la formazione delle microsaldature rappresenta il principale metodo di prevenzione dello *scuffing*. Nei contatti lubrificati, questo strato protettivo è costituito da tre elementi: il film di lubrificante, lo strato

¹Le elevate pressioni che si verificano negli ingranaggi possono ridurre questa temperatura di una quantità sconosciuta

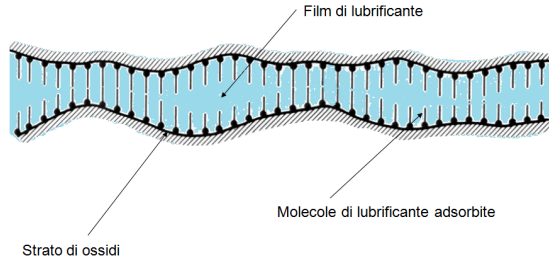


Figura 1.2: strati protettivi in un contatto lubrificato

monomolecolare di lubrificante adsorbito sulla superficie, ovvero lo strato di materiale inorganico creato dall'attivazione di speciali additivi chimici presenti nel lubrificante e lo strato di ossidi superficiali. Se il film di lubrificante non è sufficientemente spesso, alcune delle asperità superficiali entrano in contatto. In questo caso, i fenomeni adesivi dipendono fortemente dalle caratteristiche chimico-fisiche del sistema materiale-lubrificante.

I lubrificanti impiegati negli ingranaggi sono costituiti da molecole polari, cioè da molecole che, a causa dell'asimmetria delle cariche elettriche al loro interno, presentano una diversa affinità chimica tra gli estremi della molecola stessa. Tipicamente le molecole contengono un gruppo che è fortemente attratto dalle superfici metalliche e che si lega ad esse per adsorbimento fisico o chimico. Nel primo caso, il legame è dovuto alle forze di Van der Waals, è debole e completamente reversibile. Nel secondo caso i legami sono chimici, più forti e coinvolgono un certo grado di irreversibilità. Data l'estrema sottigliezza dello strato adsorbito - tipicamente dell'ordine del nm - il meccanismo di contatto delle asperità è identico a quello che si avrebbe in un contatto a secco. L'effetto dello strato adsorbito è allora quello di ridurre le tensioni di taglio all'interfaccia, senza, per questo, influenzare le caratteristiche del materiale sottostante. Si veda, a tal proposito, la Figura 1.3. Il risultato, quindi, è la formazione di uno strato monomolecolare aderente alle asperità e caratterizzato da un basso coefficiente di attrito. Generalmente le molecole polari sono costituite da acidi grassi o da esteri o ammine degli stessi acidi grassi.

Questo meccanismo di protezione è efficace solamente per bassi carichi e per basse temperature. All'aumentare della temperatura, infatti, le molecole acquisiscono energia sufficiente per iniziare il processo di desorbimento. Tipicamente ciò avviene tra gli 80°C ed i 150 °C, a seconda del tipo di molecola polare e della natura del legame con la superficie.

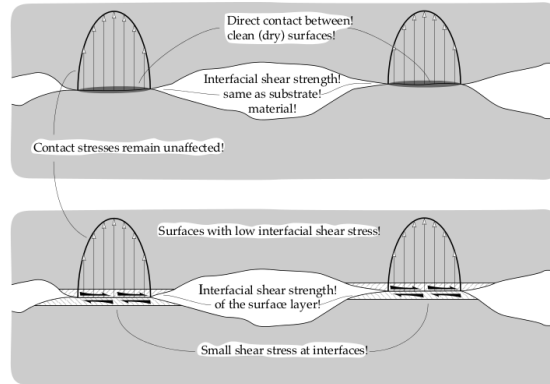


Figura 1.3: lubrificazione limite dovuta alla presenza dello strato di lubrificante adsorbito che riduce le tensioni di taglio all'interfaccia (immagine tratta da [40])

Agli alti carichi, invece, la formazione di uno strato protettivo efficace deve essere ottenuta dalla presenza di speciali additivi chimici nel lubrificante. Gli additivi utilizzati sono di due tipi: gli additivi anti-usura AW (*Anti Wear*) e gli additivi EP (*extreme pressure*). I primi sono costituiti tipicamente da ditiofosfato di zinco (ZDP) o dialchil-ditiofosfato di zinco (ZDDP), i secondi da idrocarburi clorurati, ditiocarbammati, composti organici del fosforo e dello zolfo. Lo zolfo, in particolare, risulta l'elemento più efficace, seguito dal fosforo e dal cloro. Sebbene il meccanismo di protezione non sia del tutto compreso, si ritiene che, a bassa temperatura, gli additivi non facciano altro che formare un comune strato protettivo adsorbito mentre, al di sopra di una temperatura di attivazione, si ritiene che si inneschi una loro decomposizione che permette allo zolfo atomico, o qualsiasi altro elemento attivo, di reagire con le superfici metalliche formando uno strato di sostanze che riempiono le asperità superficiali, riducono l'attrito ed ostacolano la formazione delle microsaldature. Le temperature di attivazione degli additivi anti-usura vanno dalla temperatura ambiente fino ai 200°C, mentre gli additivi EP richiedono temperature decisamente più alte: gli additivi clorurati si attivano tra 180 e 420 °C, quelli a base di fosforo tra 200 e 650 °C e quelli a base di zolfo tra 600 e 1000°C [15]. Queste temperature, ovviamente, possono essere raggiunte solo in corrispondenza dei punti di contatto delle asperità, in condizioni di carico e di strisciamento estreme, da cui deriva, appunto, il nome EP.

Infine, notevole importanza rivestono i materiali con i quali sono costruite

le ruote dentate. Bisogna in primo luogo considerare che i materiali metallici sono estremamente reattivi e formano un sottilissimo strato di ossidi non appena entrano in contatto con l'ossigeno atmosferico o con quello disciolto nel lubrificante. È ampiamente documentato che questo strato riduce il coefficiente di attrito tra le superfici [26, 40] e favorisce l'adsorbimento delle molecole polari. Inoltre, impedendo il contatto diretto tra composti organici dei lubrificanti e superfici metalliche (pulite) ad elevata temperatura, blocca la decomposizione catalitica che porterebbe i composti organici stessi a decomporsi in sostanze gassose, provocando uno sviluppo di gas in superficie chiaramente sfavorevole al meccanismo della lubrificazione. Prove [13] condotte su dischi di acciaio lubrificati con olio minerale hanno mostrato che un'atmosfera inerte causa un danneggiamento catastrofico anche a bassissimo carico, mentre le stesse prove, eseguite però dopo un rodaggio in presenza di ossigeno, mostrano un carico di danneggiamento decisamente più elevato.

Nella trasmissione ad alta densità di potenza, come per esempio quelle aeronautiche, le elevate pressioni di contatto richiedono esclusivamente l'utilizzo di acciai induriti superficialmente. I trattamenti possibili sono due: la cementazione e la nitrurazione. Test di *scuffing* eseguiti su dischi [3], hanno mostrato una migliore resistenza degli acciai nitrurati rispetto a quelli cementati. Fondamentale in questo caso è la microstruttura cristallina: i migliori risultati, infatti, sono stati ottenuti rimuovendo, tramite rettifica, la coltre bianca dalla superficie dei dischi. Nel caso di acciai cementati, invece, il parametro che maggiormente incide sulla resistenza a *scuffing* è il contenuto di austenite residua: maggiore è il suo contenuto, maggiore è la propensione al danneggiamento. Dal momento che l'austenite è chimicamente molto inerte, la maggior propensione al danneggiamento può essere spiegata, ad esempio, considerando l'impedita formazione degli strati protettivi sulla superficie, siano essi dovuti all'ossidazione od all'azione degli additivi AW/EP.

1.3 Meccanismo di innesco

Il meccanismo di innesco dello *scuffing*, nonostante i numerosi studi eseguiti al riguardo, non è stato ancora del tutto compreso. La mancanza di una teoria univocamente accettata è dovuta alla complessità del fenomeno, che risulta dipendente da molteplici parametri e che coinvolge diversi campi di studio, dalla tribologia alla tribochimica ed alla metallografia. Le numerose ipotesi presenti in letteratura possono tuttavia essere classificate all'interno di uno schema generale che prevede sostanzialmente due meccanismi di danneggiamento:

- cedimento della lubrificazione elastoidrodinamica;
- cedimento della lubrificazione limite.

1.3.1 Cedimento della lubrificazione elastoidrodinamica

In condizioni di lubrificazione elastoidrodinamica completa, le superfici sono separate da un film di lubrificante che evita il contatto diretto tra le asperità superficiali. Il calore generato nel film è proporzionale alla viscosità e raggiunge il suo massimo in corrispondenza del centro del contatto dove, a causa della maggiore pressione, l'effetto piezoviscoso² è più significativo. Variazioni nella generazione di calore nel film influenzano ovviamente la distribuzione di temperatura sulle superfici ma, a causa della bassa conducibilità termica dei lubrificanti, questo effetto è limitato e la risposta in temperatura è piuttosto lenta. L'effetto principale, invece, consiste in un repentino aumento della temperatura del lubrificante stesso, che ha la tendenza a manifestare un massimo a metà dello spessore del film, come mostrato in Figura 1.4. Le due superfici, quindi, se separate da un film adeguato, possono avere temperature diverse e la differenza tra il centro del film e la superficie può essere anche maggiore di 60 °C [40]. In queste condizioni il film di lubrificante, una volta formato, può cedere, per esempio a causa della decomposizione chimica dei componenti del lubrificante con la temperatura.

Anche quando il contatto non è fortemente caricato ma la velocità di rotolamento³ delle superfici è alta, gli effetti termici possono essere significativi. Il riscaldamento del lubrificante dovuto agli effetti viscosi, infatti, è tale da causare, localmente, un abbassamento della viscosità stessa. In conseguenza di ciò, si ottiene un abbassamento locale della separazione media delle superfici e, quindi, la possibilità che le asperità superficiali entrino in contatto dissipando calore per attrito. Se il fenomeno risulta instabile, il meato collassa e si innesca il danneggiamento.

Quando lo spessore del meato è inferiore all'altezza media delle asperità, parte del carico è sostenuta dall'interazione tra le asperità e parte dal meato elastoidrodinamico. Secondo *Dyson* [21], anche in queste condizioni, le superfici continuano ad essere protette da un microspessore di lubrificante che, a causa dell'elevata viscosità generata nel meato in condizioni elastoidrodinamiche, forma una sorta di micro-cuscino protettivo che si interpone tra le asperità (Figura 1.5). All'aumentare del carico o della temperatura dei corpi, le superfici

²La variazione di viscosità con la pressione è trattata nel prossimo capitolo

³Per la definizione della velocità di rotolamento negli ingranaggi si rimanda all'appendice

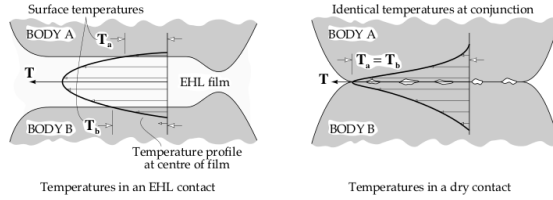


Figura 1.4: profili di temperatura in un contatto elastoidrodinamico ed in un contatto a secco (immagine tratta da [40])

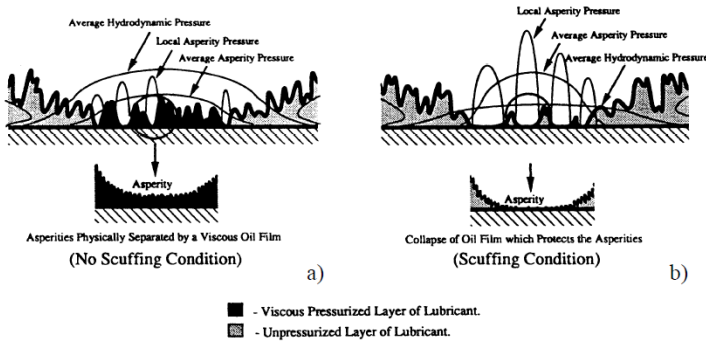


Figura 1.5: meccanismo di protezione micro-EHL (immagine tratta da [25])

tendono ad avvicinarsi, aumenta la frazione di carico sostenuta dall'interazione tra le asperità e diminuisce la pressione del meato, che tuttavia continua a garantire l'esistenza di un microstrato molto viscoso. Il limite a questo processo è raggiunto quando tutto il carico viene ad essere sostenuto dall'interazione diretta tra le asperità. In questo caso il lubrificante non entra in pressione, l'aumento di viscosità risulta trascurabile ed il microstrato protettivo non può formarsi: un ulteriore incremento del carico può portare ad innescare i fenomeni adesivi.

1.3.2 Cedimento della lubrificazione limite

Il cedimento del meato elastoidrodinamico può incrementare notevolmente il coefficiente di attrito ma, di per sé, può non essere sufficiente a generare adesione, in quanto le superfici presentano ancora uno strato protettivo di molecole adsorbite, di ossidi e, nel caso di utilizzo di lubrificanti contenenti additivi AW

o EP, di sostanze prodotte dall'azione degli additivi stessi. In queste condizioni si parla comunemente di regime di lubrificazione limite. Il meccanismo di innesco dello *scuffing* può allora essere messo in relazione con il cedimento della lubrificazione limite, cioè con una serie di trasformazioni improvvise che comportano una alterazione delle caratteristiche chimico-fisiche e meccaniche degli strati protettivi superficiali.

L'intenso calore di attrito generato durante il contatto può innalzare la temperatura delle superfici oltre un valore di transizione, al di là del quale il desorbimento delle molecole polari è più rapido della velocità con cui nuove molecole vengono adsorbite. Si verifica quindi una rimozione progressiva degli strati protettivi e, di conseguenza, un aumento del coefficiente di attrito che comporta, inevitabilmente, una maggior tendenza al danneggiamento. Nei contatti reali, la determinazione di questa temperatura di transizione è tutt'altro che facile. Bisogna infatti considerare che la temperatura superficiale è funzione della temperatura *flash*⁴ e che questa è praticamente impossibile da misurare a causa della sua breve durata e del rapido decadimento che subisce al di sotto della superficie. Diversi esperimenti [20] condotti a bassissima velocità, nei quali era trascurabile sia la temperatura *flash* che qualsiasi effetto idrodinamico di separazione delle superfici, hanno mostrato un ben definito incremento del coefficiente di attrito non appena la temperatura dei corpi veniva innalzata, tramite riscaldamento esterno, oltre un valore di soglia (circa 150 °C). Tuttavia, questo repentino incremento del coefficiente di attrito si verifica per accoppiamenti materiale-lubrificante non comuni nelle trasmissioni meccaniche, come, ad esempio, acciai inossidabili lubrificati con soluzioni di acidi grassi in solventi inerti. Studi eseguiti su materiali e lubrificanti di più pratico interesse, hanno mostrato non un aumento improvviso, ma piuttosto un graduale aumento del coefficiente di attrito con la temperatura.

Inoltre, è stato notato che la temperatura di transizione è fortemente influenzata dalla pressione del meato elastoidrodinamico. Questo potrebbe suggerire che l'innesco del danneggiamento sia dovuto ad una sorta di instabilità termica come mostrato in Figura 1.6: quando la pressione elastoidrodinamica è bassa, la temperatura di transizione è prossima a quella ricavata nelle prove a bassissima velocità. All'aumentare del carico aumenta l'interazione tra le asperità e, di conseguenza, la temperatura superficiale ma questo aumento è compensato da quello della temperatura di transizione ed il desorbimento non può verificarsi. Comunque, oltre un certo livello di carico la pressione del meato raggiunge un valore limite, che può essere dovuto alle caratteristiche del lubrificante od alla

⁴La temperatura *flash* è definita nel prossimo capitolo

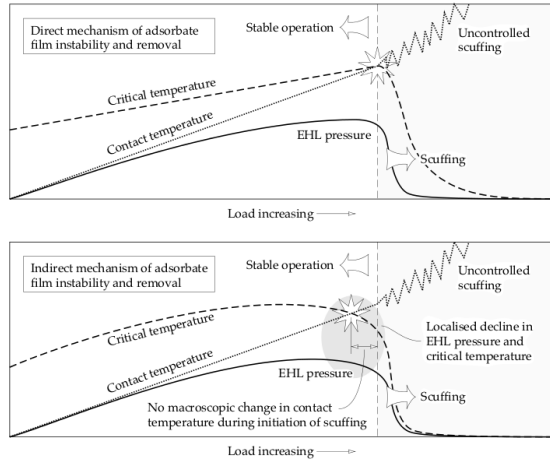


Figura 1.6: meccanismo di cedimento degli strati adsorbiti ed instabilità termica responsabile del danneggiamento a *scuffing* (immagine tratta da [40])

durezza del materiale. Un ulteriore incremento di carico tende semplicemente ad aumentare l'area del contatto o a ripartire una frazione di carico via via crescente sulle asperità che si toccano. A questo punto possono verificarsi due eventualità: o inizia il desorbimento diretto a causa dell'eccessiva temperatura, oppure si verifica una riduzione della pressione idrodinamica localizzata alle asperità interagenti. Quando la pressione scende, la temperatura di transizione diminuisce e lo strato adsorbito diventa localmente instabile. Lo *scuffing* si innesca allora a partire da questi contatti.

Nel caso di contatti fortemente caricati, la presenza di additivi EP nel lubrificante può permettere di mantenere il coefficiente di attrito sufficientemente basso anche alle alte temperature nonostante il desorbimento delle molecole polari. Una buona composizione del lubrificante infatti, consente l'attivazione degli additivi prima che venga raggiunta la temperatura di transizione. Se i contatti tra le asperità sono tali da provocare l'asportazione degli strati protettivi superficiali, per esempio sono tali da provocare il cedimento degli strati di ossido, le reazioni di decomposizione catalitica del lubrificante possono non avvenire perchè le superfici metalliche sottostanti continuano ad essere protette dalla rapida formazione di solforati, cloruri, fosfuri, fosfati od altri composti prodotti dalle reazioni degli additivi EP. Questi strati vengono inevitabilmente distrutti dalle azioni di taglio che avvengono all'interfaccia del contatto ma si

riformano rapidamente. La velocità con la quale si riformano è fondamentale ai fini della protezione: se il meccanismo fallisce, l'adesione delle asperità e la forte usura innescano lo *scuffing*.

1.3.3 Una possibile sintesi

L'efficacia della lubrificazione nell'impedire il contatto diretto metallo-metallo viene generalmente valutata tramite un parametro adimensionale Λ , detto altezza specifica del meato e dato dal rapporto tra lo spessore del meato h e la rugosità media delle superfici che lo delimitano $R_{a1,2}$:

$$\Lambda = \frac{h}{\sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}} \quad (1.1)$$

La normativa AGMA 925-A03 [2] suggerisce che, per $\Lambda > 1$, il meato di lubrificante sia sufficientemente spesso da impedire il contatto delle asperità, per $0.4 \leq \Lambda \leq 1$ le asperità entrino occasionalmente in contatto e che per $\Lambda < 0.4$ la maggior parte del carico sia sostenuta dal contatto tra le asperità.

Test di *scuffing* citati da Ludema [26] mostrano che, negli ingranaggi, il valore critico per cui è probabile il danneggiamento è $0.5 < \Lambda < 1.7^5$. In queste condizioni, lo *scuffing* può innescarsi per una combinazione dei precedenti meccanismi e la temperatura della zona di contatto sembra svolgere un ruolo fondamentale. Se si verifica il cedimento parziale del meato, infatti, l'intenso calore di attrito generato dall'interazione tra le asperità può provocare il desorbimento dello stato adsorbito (Figura 1.7), riscaldare il lubrificante, diminuirne la viscosità e favorire quindi un ulteriore avvicinamento delle superfici; il maggior numero di asperità in contatto tende, da un lato, ad aumentare nuovamente la temperatura e, dall'altro, a ripartire il carico in maniera via via crescente sulle asperità stesse, riducendo la pressione del film di lubrificante. Inoltre, se le interazioni tra le asperità sono tali da provocare la rottura dello strato di ossidi, si possono creare delle zone potenzialmente pericolose di contatto diretto metallo-metallo che, tra l'altro, possono anche innescare la degradazione catalitica del lubrificante (Figura 1.8).

⁵Non è chiaro se sia stata utilizzata la definizione di (1.1) oppure una diversa. Nei contatti elastoidrodinamici, infatti, Λ può essere calcolato utilizzando l'altezza minima o quella centrale. Inoltre non è specificato se la rugosità considerata è quella media o quella quadratica. In (1.1), ove non diversamente specificato, si considera l'altezza centrale.

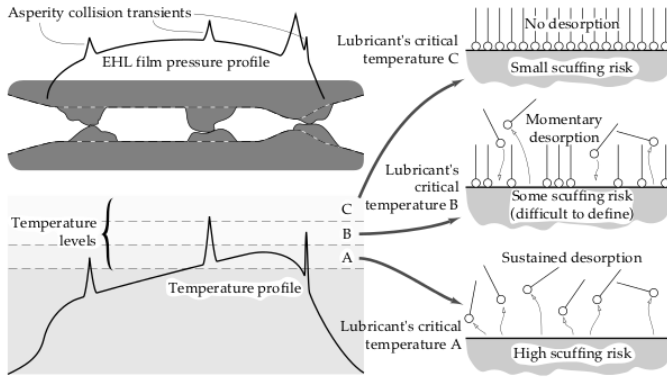


Figura 1.7: effetto della temperatura totale in un contatto operante in regime di lubrificazione misto (immagine tratta da [40])

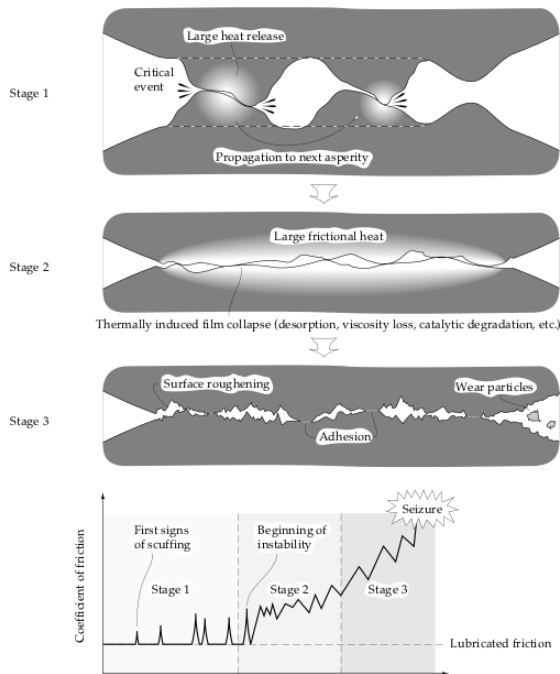


Figura 1.8: una possibile sintesi del meccanismo di innesco dello *scuffing* (immagine tratta da [40])

Capitolo 2

Modelli di riferimento

2.1 Modello di *scuffing*: temperatura totale di contatto

2.1.1 Introduzione

I numerosi modelli presenti in letteratura per la previsione dello *scuffing* negli ingranaggi¹ si basano sul calcolo di una grandezza, istantanea o mediata durante l'ingranamento fra i denti, da confrontare con un valore medio di danneggiamento, da ricavare sperimentalmente per un dato tipo di ingranaggio e per determinate condizioni di contatto. Esistono vari modi per classificare questi modelli. Ad esempio, un metodo molto usato si basa sulla natura della grandezza presa a riferimento. Si distinguono, in particolare, i metodi energetici, che mettono in relazione il rischio di *scuffing* con la potenza dissipata per attrito durante l'ingranamento ed i metodi di temperatura, che mettono in relazione il rischio di *scuffing* con la temperatura raggiunta dai denti durante il contatto. Questi ultimi risultano largamente utilizzati: rappresentano lo standard progettuale Avio nonché i criteri proposti dalle normative AGMA ed ISO di riferimento. Per questa ragione è stato adottato uno di questi modelli, quello della temperatura totale di contatto, come riferimento durante la campagna sperimentale di *scuffing*.

¹Per una trattazione esaustiva dei vari modelli presenti in letteratura si veda [8, 9]

2.1.2 Generalità sul modello

Quando due corpi in contatto si trovano in moto di strisciamento relativo, il calore dissipato per attrito produce un innalzamento della temperatura localizzato nell'area di contatto e circoscritto nel tempo alla durata di tale contatto. Questo incremento di temperatura, proprio a causa della sua breve durata, è detto temperatura *flash*: la temperatura superficiale, infatti, torna istantaneamente al valore *bulk*, cioè alla temperatura stazionaria della superficie, immediatamente dopo la fine del contatto. Indicando con θ_c la temperatura totale di contatto, con θ_b la temperatura *bulk* e con θ_f la temperatura *flash* ², si ha:

$$\theta_c = \theta_b + \theta_f \quad (2.1)$$

Blok [14] osservò che, per oli minerali non additivati, la temperatura totale di contatto si manteneva costante in un vasto campo di condizioni operative, per ciascuna combinazione di materiale e di lubrificante. Propose allora che la costanza della temperatura totale in condizioni di *scuffing* venisse utilizzata come strumento significativo nella progettazione dei contatti lubrificati, prescindendo dal meccanismo fisico e/o chimico di innesco del danneggiamento. Questa assunzione è nota come postulato di Blok - o postulato della costanza della temperatura di *scuffing* - ed è alla base del modello in esame. La resistenza a *scuffing* degli ingranaggi viene pertanto garantita limitando θ_c a valori inferiori a quelli medi di danneggiamento, θ_s , cioè a quei valori della temperatura totale di contatto per cui, per una data combinazione di materiale e lubrificante, si osserva un danneggiamento sul 50% dei campioni in prova. In fase di progettazione, tuttavia, si preferisce, generalmente, confrontare la massima temperatura totale di contatto con dei valori più stringenti, $\theta_{am(x,y)}$, detti valori ammissibili di progetto, che corrispondono alla massima temperatura a cui può operare un ingranaggio garantendo una probabilità x di danneggiamento con un livello di confidenza y .

$$\theta_c \leq \theta_{am(x,y)} \quad (2.2)$$

²Nel seguito si adotta la seguente notazione: θ rappresenta la temperatura delle superfici, mentre T la temperatura del meato di lubrificante interposto tra di esse.

2.1.3 Temperatura *flash*

La valutazione della temperatura *flash* si basa sulla soluzione approssimata del problema della diffusione del calore tra due corpi in contatto ed in moto di strisciamento relativo. Le ipotesi semplificative alla base dell'analisi sono:

- l'area di contatto è considerata come una fonte di calore piana;
- tutta la potenza dissipata per attrito è trasformata in calore sull'area di contatto;
- il calore è uniformemente distribuito sull'area di contatto;
- tutto il calore prodotto si trasmette all'interno dei corpi in contatto;
- le proprietà termiche dei corpi in contatto sono indipendenti dalla temperatura;
- il coefficiente di attrito tra i corpi in contatto è noto e raggiunge un valore stazionario;
- il contatto avviene senza interfacce tra le superfici (lubrificanti, ossidi, ricoprimenti etc.);
- i materiali sono isotropi;
- non esiste generazione di calore all'interno dei materiali.

Alcune di queste assunzioni sono discutibili. Ad esempio, il contatto avviene in presenza di lubrificante: nonostante la maggior parte del calore dissipato per attrito venga trasferito per conduzione all'interno dei solidi, una parte viene asportata per convezione proprio dal lubrificante. Il coefficiente di attrito non è noto a priori ma dipende dal regime di lubrificazione, dalle caratteristiche del lubrificante e, quindi, dalla quantità di calore dissipata durante il contatto. La conducibilità termica varia con la temperatura e questa dipendenza è piuttosto complessa. Infine, il calore dissipato non è distribuito in maniera uniforme all'interno del contatto ma segue l'andamento della distribuzione di pressione, tipicamente Hertziano. Pertanto, la soluzione che si ottiene deve essere intesa come un'indicazione approssimativa della temperatura che ci si aspetta esista tra le superfici nel caso di un cedimento del meato di lubrificante.

L'equazione che governa il fenomeno è quella di Fourier:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 x_1} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 x_2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 x_3} + \frac{1}{k} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

dove θ è il campo di temperatura del dente, t il tempo, k è la diffusività termica del materiale ed indica la facilità con cui il calore si propaga in esso. Detta λ la conducibilità termica del materiale, ρ_m la sua densità e c_m il suo calore specifico (considerando il materiale indilatabile, i valori del calore specifico a pressione e volume costante coincidono), la diffusività termica è data da:

$$k = \frac{\lambda}{\rho_m c_m} \quad (2.4)$$

Ai fini della soluzione dell'equazione (2.3), è molto comodo ipotizzare l'esistenza di una sorgente istantanea di calore, cioè di una sorgente puntiforme che, al tempo $t = 0$, rilascia una quantità di calore finita in un tempo infinitamente piccolo. Il grande vantaggio di questa ipotesi sta nel fatto che la soluzione che si ottiene rappresenta la base per risolvere svariati problemi: ad esempio, integrandola rispetto alle coordinate spaziali si determina la distribuzione di temperatura per una generica sorgente di calore di superficie S , integrandola rispetto al tempo si ottiene la distribuzione di temperatura nel caso di sorgente continua, cioè nel caso di sorgente che rilascia una quantità di calore per unità di tempo con una data legge $q(t)$. Se poi $q(t) = \text{costante}$ e $t \rightarrow \infty$ si ottiene il valore a regime della temperatura.

Per un corpo infinito si può dimostrare [16] che la soluzione dell'equazione (2.3) è data da:

$$\theta(x_1, x_2, x_3, t) = \frac{Q}{8\rho_m c_m (\pi k t)^{3/2}} \exp \left[-\frac{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + (x_3 - x'_3)^2}{4kt} \right] \quad (2.5)$$

La (2.5) rappresenta quindi l'andamento di temperatura in un punto (x_1, x_2, x_3) , al tempo t , dovuto ad una sorgente puntiforme istantanea in (x'_1, x'_2, x'_3) che rilascia una quantità di calore Q sulla superficie. Se la sorgente si muove rispetto alla superficie, come in realtà avviene nei contatti degli ingranaggi, è conveniente utilizzare un sistema di riferimento solidale con la sorgente stessa. In tal modo, la sorgente vede la superficie muoversi sotto di essa, per esempio lungo x_1 con velocità v_1 . Se la sorgente al tempo $t > 0$ inizia a rilasciare una quantità di calore per unità di tempo q , il calore rilasciato nel tempo $dt' = t - t'$ è dato da $dQ = q dt'$ ed il punto che al tempo t si trova in (x_1, x_2, x_3) al tempo t' si trovava in $(x_1 - v_1(t - t'), x_2, x_3)$. Pertanto la temperatura del punto che al tempo t si trova in (x_1, x_2, x_3) , dovuta al calore $q dt'$ rilasciato a t' è data da:

$$\theta(x_1, x_2, x_3, t) = \frac{q dt'}{8\rho_m c_m [\pi k(t-t')]^{3/2}} \exp \left[-\frac{[x_1 - v_1(t-t')]^2 + x_2^2 + x_3^2}{4k(t-t')} \right] \quad (2.6)$$

e la temperatura al tempo t dovuta al calore rilasciato dal tempo 0 al tempo t è:

$$\begin{aligned} \theta(x_1, x_2, x_3, t) &= \frac{q}{8\rho_m c_m (\pi k)^{3/2}} \int_0^t \frac{1}{(t-t')^{3/2}} \exp \left[-\frac{[x_1 - v_1(t-t')]^2 + x_2^2 + x_3^2}{4k(t-t')} \right] dt' \\ &= \frac{q}{2r\lambda\pi^{3/2}} \exp \left[\frac{v_1 x_1}{2k} \right] \int_{r/2\sqrt{kt}}^\infty \exp \left[-\xi^2 - \left(\frac{v_1^2 r^2}{16k^2 \xi^2} \right) \right] d\xi \quad (2.7) \end{aligned}$$

dove $r^2 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$. Per $t \rightarrow \infty$ si ottiene infine:

$$\theta(x_1, x_2, x_3) = \frac{q}{4\pi r \lambda} \exp \left[-\frac{v_1(r-x_1)}{2k} \right] \quad (2.8)$$

la (2.8) rappresenta la soluzione a regime nel punto (x_1, x_2, x_3) una volta raggiunte le condizioni termiche stazionarie. Integrando la 2.8 tra $-\infty < x_2 < +\infty$ si ottiene la soluzione a regime nel caso in cui la sorgente sia una linea infinita in direzione x_2 . Integrando nuovamente in direzione $-b_H < x_1 < b_H$ si ottiene la soluzione a regime nel caso in cui la sorgente di calore sia una banda di larghezza $2b_H$. Questa soluzione a banda può essere utilizzata, almeno in prima approssimazione, per rappresentare il contatto tra i denti:

$$\theta(x_1, x_3) = \frac{q_A}{2\pi\lambda} \int_{-b_H}^{b_H} \exp \left[-\frac{v_1(x_1 - x'_1)}{2k} \right] K_0 \left\{ \frac{v_1 [(x_1 - x'_1)^2 + x_3^2]^{1/2}}{2k} \right\} dx'_1 \quad (2.9)$$

con q_A calore per unità di tempo e di area e K_0 funzione modificata di Bessel del secondo tipo di ordine zero. introducendo le grandezze adimensionali:

$$X_1 = \frac{v_1 x_1}{2k} \quad (2.10)$$

$$X_3 = \frac{v_1 x_3}{2k} \quad (2.11)$$

$$L = \frac{v_1 b_H}{2k} \quad (2.12)$$

la (2.9) diventa:

$$\theta(L, X_3) = \frac{kq_A}{\pi\lambda v_1} \int_{X_1-L}^{X_1+L} e^u K_0(X_3^2 + u^2)^{1/2} du \quad (2.13)$$

La cui soluzione può essere valutata numericamente e dipende dal parametro L . In letteratura si trovano numerose formule semplificate che danno la soluzione di (2.13) in funzione del parametro L . La zona di maggior interesse è tipicamente la superficie di contatto, di conseguenza queste formule sono intese calcolate per $X_3 = 0$.

Il parametro L è detto numero di Peclet ed ha un significato fisico particolare: esso rappresenta infatti il rapporto tra il tempo $\tau_a = x_1/v_1$ che impiega la sorgente di calore ad attraversare il contatto, ed il tempo $\tau_b = x_1^2/2k$ che impiega il calore per diffondere ad una profondità x_1 dalla sorgente.³ Se $L < 0.1$ il tempo di permanenza della sorgente è sufficiente a permettere al calore di diffondere in profondità. Se $L > 5$ il tempo di permanenza della sorgente non è sufficiente a permettere al calore di diffondere in profondità. Nel primo caso la sorgente di calore può essere considerata ferma rispetto alla superficie, nel secondo caso in movimento. Se $0.1 < L < 5$ la sorgente di calore produce una penetrazione del calore intermedia tra i precedenti due casi.

Per alti numeri di Peclet (tipici degli ingranaggi), la soluzione approssimata della (2.13) è:

$$\theta_f = \frac{q_A b_H}{\lambda(\pi L)^{1/2}} \quad (2.14)$$

ed il massimo di temperatura si trova vicino a $X = L$. In Figura 2.2 è mostrata la temperatura *flash* in funzione della coordinata adimensionale x_1/b_H per vari valori di L .

A questo punto bisogna considerare che la (2.14) è valida nell'ipotesi che tutto il calore prodotto per attrito venga trasmesso ad uno dei due denti in contatto. In realtà, il calore è ripartito tra i due denti. La frazione di calore che si ripartisce su ciascun dente si determina imponendo che la temperatura totale nella zona di contatto sia la stessa per entrambi i denti. Se le temperature *bulk* delle due ruote sono identiche, allora si procede in questa maniera: si calcola la temperatura *flash* θ_{f_1} che avrebbe il dente del pignone se ricevesse tutto il calore. Analogamente si calcola la temperatura *flash* θ_{f_2} che avrebbe il dente

³Se si considera un campo di temperatura monodimensionale, la 2.3 diventa $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} + \frac{1}{k} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ la cui soluzione è $\theta = t^{-1/2} e^{-x_1^2/4kt}$. Derivando questa soluzione rispetto al tempo si ottiene che, ad una profondità x_1 dalla superficie, il massimo della temperatura si raggiunge dopo un tempo $t = x_1^2/2k$

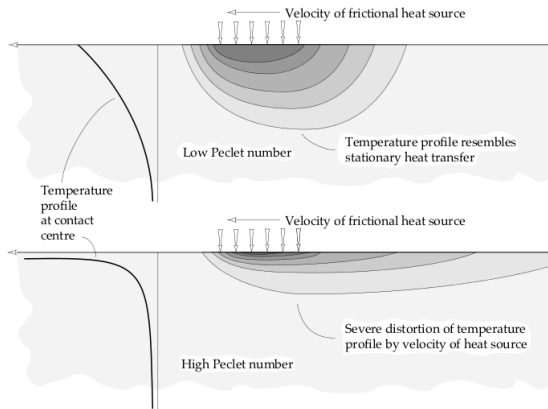


Figura 2.1: profili di temperatura in funzione del numero di Peclet (immagine tratta da [40])

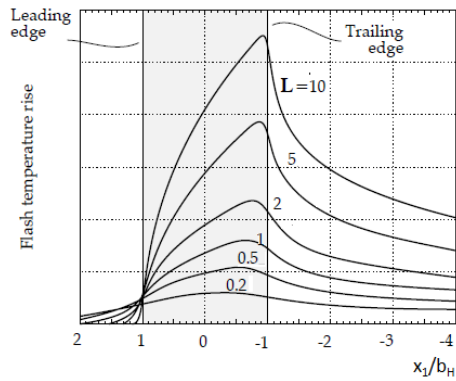


Figura 2.2: temperatura *flash* generata da una sorgente di calore a banda, larga $2b_H$, che si sposta con velocità v_1 (immagine tratta da [40])

della ruota se ricevesse tutto il calore. Detta ζ la frazione di calore che si ripartisce sul dente del pignone e $1 - \zeta$ quella che si ripartisce sul dente della ruota si ha:

$$\begin{cases} \theta_c = \theta_b + \zeta\theta_{f_1} \\ \theta_c = \theta_b + (1 - \zeta)\theta_{f_2} \end{cases} \quad (2.15)$$

risolvendo il sistema (2.15) si ottiene il coefficiente di ripartizione ζ :

$$\zeta = \frac{\theta_{f_2}}{\theta_{f_1} + \theta_{f_2}} \quad (2.16)$$

da cui si ricava che:

$$\frac{1}{\theta_f} = \frac{1}{\theta_{f_1}} + \frac{1}{\theta_{f_2}} \quad (2.17)$$

Sostituendo la (2.14) nella (2.17) si ottiene:

$$\theta_f = \frac{q_A b_H}{(\pi/2)^{0.5} b_H^{0.5}} \frac{1}{(\lambda_1 \rho_{m1} c_{m1} v_1)^{1/2} + (\lambda_2 \rho_{m2} c_{m2} v_2)^{1/2}} \quad (2.18)$$

La normativa AGMA suggerisce l'uso della seguente formula⁴:

$$\theta_{f_{(i)}} = k_H \frac{\mu_{m_{(i)}} X_{\Gamma_{(i)}} w_n}{b_{H_{(i)}}^{0.5}} \frac{|v_{r_{1(i)}} - v_{r_{2(i)}}|}{\left(\lambda_1 \rho_{m1} c_{m1} v_{r_{1(i)}} \right)^{1/2} + \left(\lambda_2 \rho_{m2} c_{m2} v_{r_{2(i)}} \right)^{1/2}} \quad (2.19)$$

dove $X_{\Gamma_{(i)}}$ è un fattore che indica qual è la frazione del carico w_n che viene ripartita su ciascun dente in presa, $\mu_{m_{(i)}}$ è il coefficiente di attrito medio, $v_{r_{1,2(i)}}$ sono le velocità di rotolamento delle dentature e $k_H = 0.8$ è un fattore che tiene conto della distribuzione semiellittica (Hertziana) del calore d'attrito generato su una banda di larghezza $2b_{H_{(i)}}$. Il pedice (i) indica la posizione del punto considerato lungo il segmento di azione. Per la definizione ed il calcolo delle grandezze suddette, si faccia riferimento a quanto riportato in appendice. Poiché:

⁴L'equazione della normativa presenta un ulteriore fattore $31.62 = \sqrt{1000}$ che serve per avere coerenza tra le unità di misura adottate dalla normativa stessa

$$q_{A^{(i)}} = \frac{q}{A} = \frac{\mu_{m^{(i)}} X_{\Gamma^{(i)}} F_{wn} |v_{r1^{(i)}} - v_{r2^{(i)}}|}{b b_{H^{(i)}}} = \frac{\mu_{m^{(i)}} X_{\Gamma^{(i)}} w_n |v_{r1^{(i)}} - v_{r2^{(i)}}|}{b_{H^{(i)}}} \quad (2.20)$$

l'equazione (2.19) rappresenta una approssimazione della soluzione a regime del problema della diffusione del calore tra due corpi alla stessa temperatura *bulk*, in contatto ed in moto di strisciamento relativo, con sorgente di calore a banda e distribuzione semiellittica che si sposta nella direzione dello strisciamento. l'equazione (2.19) è l'equazione di riferimento usata per il calcolo della temperatura *flash*.

2.1.4 Temperatura *bulk*

In ingranaggi veloci e fortemente caricati, la temperatura *bulk* può essere sensibilmente maggiore della temperatura di ammissione del lubrificante. Questo è dovuto al fatto che il calore generato durante il contatto è in parte trasferito nell'ambiente circostante - tipicamente per convezione nell'olio o nell'aria - ed in parte fluisce all'interno della ruota stessa per conduzione. Se nel tempo che impiega il contatto a ripetersi il calore asportato non è tale da riportare la temperatura superficiale al valore che si aveva subito prima del contatto precedente, si ha un progressivo riscaldamento della ruota fino ad una temperatura di equilibrio alla quale il calore prodotto nel contatto è uguale al calore trasmesso all'ambiente. La normativa AGMA [2] propone un'approssimazione piuttosto grossolana:

$$\theta_b = k_{sump} T_{olio} + 0.56 \theta_{f_{max}} \quad (2.21)$$

dove T_{olio} è la temperatura di adduzione del lubrificante e k_{sump} è una costante che vale 1 nel caso di lubrificazione a sbattimento e 1.2 nel caso di lubrificazione a getto. La normativa, tuttavia suggerisce di usare, se possibile, una valutazione della temperatura *bulk* basata sulla misura diretta, tramite esperimenti, della temperatura del corpo ruota o, in alternativa, propone l'utilizzo di un *thermal network* basato sul bilancio del flusso di calore all'interno della scatola di trasmissione.

Nell'equazione (2.21), la dipendenza dalla temperatura *flash* può essere spiegata considerando che, mentre quest'ultima tende a stabilizzarsi rapidamente entro la superficie del contatto, la temperatura *bulk* raggiunge il suo stazionario

in maniera più lenta, proprio a causa del graduale accumulo di calore dovuto alla dissipazione di energia per attrito che è, appunto, legato alla temperatura *flash*.

Durante la campagna di *scuffing* si è deciso di utilizzare il modello HTO (*Heat To Oil*) fornito da Avio. Si tratta di un modello analitico basato sul bilancio tra la potenza termica dissipata all'interno della scatola e la potenza asportata dal lubrificante. Questo approccio ha il pregio di basarsi sul calcolo di grandezze fisiche chiaramente correlate con le condizioni operative degli ingranaggi, è generalizzabile e permette di superare l'approccio semi-empirico proposto dalla normativa.

Si può ipotizzare, in generale, che gli ingranaggi funzionino in regime di lubrificazione misto, cioè ripartendo il carico agente sui denti in parte sul film di lubrificante ed in parte sul contatto diretto tra le asperità superficiali. La potenza termica totale dissipata, P_t , è allora data da tre contributi: quello dovuto al contatto diretto tra le asperità, quello dovuto alle azioni di taglio a cui è sottoposto il lubrificante e quello dovuto alla dissipazione di energia a causa del moto di rotazione delle ruote in un'atmosfera aria/olio. Il primo contributo è detto perdita per strisciamento, P_s , il secondo perdita per rotolamento, P_r , ed il terzo perdita per ventilazione P_v . Si ha quindi:

$$P_t = \bar{P}_s + \bar{P}_r + P_{v_1} + P_{v_2} \quad (2.22)$$

in cui \bar{P}_s e \bar{P}_r rappresentano le perdite medie di potenza durante l'ingranamento dovute, rispettivamente, allo strisciamento ed al rotolamento (le perdite istantanee variano da punto a punto lungo il segmento di azione). Il calcolo delle perdite si effettua secondo il metodo analitico proposto da *Anderson* e *Loewenthal* [6]. Detto ξ l'angolo di ingranamento⁵ (*roll angle*), le perdite per strisciamento sono date dalla ben nota equazione:

$$P_s(\xi) = \mu_m F_{vn}(\xi) v_s(\xi) \quad (2.23)$$

mentre le perdite per rotolamento sono proporzionali all'altezza centrale del meato:

$$P_r(\xi) = \chi b h(\xi) v_e(\xi) \quad (2.24)$$

nelle equazioni precedenti v_s è la velocità di strisciamento, v_e quella di *entraining*, b è la larghezza di fascia, h l'altezza del meato e $\chi = 9 \cdot 10^7 \text{N/m}^2$ è una costante.

⁵si faccia riferimento all'appendice

Durante l'ingranamento, se il rapporto di condotta trasversale è $1 < \epsilon_\alpha < 2$, il carico viene ripartito alternativamente tra una e due coppie di denti consecutivi in presa. Detta ξ_A il *roll angle* in corrispondenza del punto di inizio del profilo attivo del pignone (SAP, *Start of the Active Profile*), ξ_B quello in corrispondenza del punto di contatto singolo inferiore (LPSTC, *lowest point of single tooth contact*), ξ_D quello in corrispondenza del punto di contatto singolo superiore (HPSTC, *highest point of single tooth contact*) e ξ_E quello in corrispondenza del punto di fine del profilo attivo del pignone (EAP, *End of the Active Profile*), le perdite medie di potenza durante l'ingranamento sono:

$$\bar{P}_s + \bar{P}_r = \frac{1}{r_{b1} (\xi_E - \xi_A)} \left\{ 2 \int_{\xi_A}^{\xi_B} [P_s(\xi) + P_r(\xi)] r_{b1} d\xi + \int_{\xi_B}^{\xi_D} [P_s(\xi) + P_r(\xi)] r_{b1} d\xi + 2 \int_{\xi_D}^{\xi_E} [P_s(\xi) + P_r(\xi)] r_{b1} d\xi \right\} \quad (2.25)$$

mentre le perdite per ventilazione sono date da:

$$P_{v1} = 2.82 \cdot 10^{-7} \left(1 + 2.3 \frac{b}{r_{w1}} \right) n_1^{2.8} r_{w1}^{4.6} (0.028\eta + 0.019)^{0.2} \quad (2.26)$$

$$P_{v2} = 2.82 \cdot 10^{-7} \left(1 + 2.3 \frac{b}{r_{w2}} \right) \left(\frac{n_1}{u} \right)^{2.8} r_{w2}^{4.6} (0.028\eta + 0.019)^{0.2} \quad (2.27)$$

dove $r_{w1, w2}$ sono i raggi delle circonferenze primitive della ruota e del pignone, n_1 è la velocità di rotazione del pignone, η è la viscosità dinamica del lubrificante ed u è il rapporto di trasmissione.

Ipotizzando che tutte le perdite si trasformino in calore trasmesso al lubrificante si ha:

$$\dot{m} c_l \Delta T = P_t \quad (2.28)$$

dove \dot{m} è la portata massica di lubrificante, ΔT è l'innalzamento di temperatura subito dal lubrificante e c_l è il calore specifico del lubrificante. Risulta pertanto:

$$\Delta T = \frac{P_t}{\dot{m}c_l} \quad (2.29)$$

da cui si ricava la temperatura *bulk*:

$$\theta_b = T_{olio} + \Delta T \quad (2.30)$$

2.1.5 Coefficiente di attrito

Il coefficiente di attrito medio in un punto dell'arco di ingranamento è una approssimazione dell'effettivo coefficiente di attrito che esiste sull'intera fascia del dente. Quest'ultimo è una funzione locale che dipende da a numerosi fattori: dal lubrificante, dalla rugosità e dalla tessitura superficiale, dalle caratteristiche dei materiali, dalle velocità, dei carichi agenti.

In prima approssimazione, si può assumere che il coefficiente di attrito sia costante lungo l'arco di ingranamento. A tal proposito la normativa suggerisce la formula:

$$\mu_{m(i)} = \mu_{m_{cost}} = 0.06 C_R \quad (2.31)$$

dove C_R è una costante che dipende dalla rugosità superficiale ed è data da:

$$1 \leq C_R = \frac{1.13}{1.13 - R_a} \leq 3^6 \quad (2.32)$$

in cui $R_a = \frac{R_{a1} + R_{a2}}{2}$ è la media delle rugosità medie R_{a1} , R_{a2} delle due superfici.

La (2.31) fornisce un valore di attrito tipico dei contatti operanti in regime di lubrificazione misto. Potrebbe essere troppo basso nel caso di lubrificazione limite, dove non è infrequente che sia maggiore di 0.2, e troppo alto nel caso di lubrificazione completa, dove potrebbe essere inferiore a 0.01.

Una formula di natura semi-empirica, ricavata sulla base di prove condotte in similitudine su banco a dischi, è quella Benedict e Kelley [12]:

$$\mu_{m(i)} = \mu_{m(i)BK} = 0.0127 \log_{10} \left(\frac{29700 X_{\Gamma(i)} w_n}{\eta v_{s(i)} v_{e(i)}^2} \right)^7 \quad (2.33)$$

Misure del coefficiente di attrito condotte su ingranaggi reali [34] hanno dimostrato la validità della formula di Benedict e Kelley, (2.33), nella regione

⁶in questa formula R_a deve essere espresso in μm

⁷in questa formula η deve essere espresso in mPas^{-1} e w_n in N mm^{-1}

lontana dal *pitch point*. Tuttavia, a titolo cautelativo, la normativa prevede di maggiorarne il valore tramite il fattore moltiplicativo C_R :

$$\mu_{m^{(i)}} = C_R \mu_{m^{(i)}_{BK}} \quad (2.34)$$

è interessante notare l'impatto che ha l'utilizzo delle formule precedenti sulla temperatura *flash*. Sostituendo la (2.33) e la (2.34) nell'equazione 2.19 della temperatura *flash* si ottiene:

$$\theta_{f^{(i)}_{AGMA}} = C_R \theta_{f^{(i)}_{BK}} \quad (2.35)$$

La formula del coefficiente di attrito che è stata presa come riferimento per effettuare i calcoli relativi alla campagna sperimentale di *scuffing* è la (2.34).

2.1.6 L'approccio della normativa

È stato osservato che, per oli minerali e acciai tipici delle prove IAE ed FZG, la temperatura media di *scuffing* è indipendente dalle condizioni operative e che può essere convenientemente messa in relazione con il grado di viscosità dell'olio, ν_{40} (espresso in mm^2s^{-1}). A tal proposito la normativa AGMA 925-A03 propone, per oli minerali non additivati con agenti AW/EP, la seguente formula:

$$\theta_{c_s} = 63 + 33 \ln \nu_{40} \quad (2.36)$$

mentre per oli minerali che presentano una bassa concentrazione di additivi AW/EP, la temperatura media di *scuffing* è data da:

$$\theta_{c_s} = 118 + 33 \ln \nu_{40} \quad (2.37)$$

la normativa propone inoltre dei valori di riferimento per oli ed acciai tipici dell'industria aeronautica, come riportato in tabella 2.1.

A questo punto è bene considerare che la dispersione dei dati sperimentali rispetto alla temperatura media di *scuffing* è tutt'altro che trascurabile. La normativa stessa, ad esempio, propone di calcolare la probabilità di *scuffing* assumendo che il fenomeno sia gaussiano con media, θ_s , e deviazione standard pari al 15% della media. D'altra parte questo valore è in linea con la tipica deviazione standard della resistenza a fatica dei materiali e non sarebbe pertanto ragionevole richiedere che fosse minore. Nota la deviazione standard e calcolata

Tabella 2.1: temperatura media di scuffing per oli ed acciai tipici dell'industria aeronautica

Olio	θ_s (°C)
MIL-L-7808	205
MIL-L-23699	220
DERD2487	225
DERD2497	240
DOD-L-85734	260
ISO VG 32 PAO	280
DEXRON® II	290

Tabella 2.2: rischio di *scuffing*

Probabilità di <i>scuffing</i>	Rischio di <i>scuffing</i>
< 10%	basso
10 ÷ 30%	moderato
> 30%	alto

la probabilità di *scuffing*, la normativa propone di valutare il rischio di *scuffing* secondo la tabella 2.2.

Un altro indicatore sintetico del rischio di *scuffing* è il parametro adimensionale SB, definito, secondo la normativa ANSI/AGMA 2101-C95, come:

$$SB = \frac{\theta_s - T_{olio}}{\theta_{c_{max}} - T_{olio}} s \quad (2.38)$$

a cui si associa il seguente criterio di valutazione:

$SB > 1$ assenza di *scuffing*

$SB < 1$ *scuffing*

2.2 Modelli di lubrificazione elastoidrodinamica

2.2.1 Introduzione

Durante l'ingranamento, le superfici attive delle ruote dentate rotolano e strisciano l'una sull'altra ed è necessario garantire un'opportuna lubrificazione al fine di ridurre l'attrito e contenere i fenomeni di usura. Trattandosi di un contatto non conforme, l'effettiva area di contatto è estremamente localizzata e, conseguentemente, le pressioni sono piuttosto elevate. In queste condizioni, le deformazioni elastiche sono significative e la viscosità del lubrificante aumenta di diversi ordini di grandezza per effetto piezoviscoso.

Il meccanismo che porta alla formazione di un meato di lubrificante in pressione, tale da garantire la separazione tra le superfici in contatto, è detto lubrificazione elastoidrodinamica (*EHD lubrication* o *EHL*) ed è comune ad altri componenti molto utilizzati nella pratica ingegneristica quali, ad esempio, cuscinetti e sistemi camma-piattello. Nonostante le equazioni fondamentali fossero state formalizzate alla fine dello '800⁹, si ebbe una reale comprensione del fenomeno elastoidrodinamico solo a partire dal 1949, con il lavoro pionieristico di Grubin [23]. Prima di allora la comunità scientifica si era interrogata sulla possibilità che, anche negli ingranaggi, si potesse instaurare un meccanismo di lubrificazione idrodinamico. Nel 1916 Martin [28] risolse il problema della lubrificazione di un contatto non conforme per un fluido isoviscoso. I risultati furono

⁸ $\theta_{c_{max}}$ è il massimo valore di temperatura totale di contatto.

⁹Hertz pubblica il suo studio sul contatto tra corpi sferici nel 1881, Reynolds pubblica l'equazione che descrive il moto di un fluido viscoso in un meato sottile nel 1886, Barus pubblica il suo studio sulla variazione di viscosità con la pressione nel 1893.

deludenti: risultò che l'altezza del meato era molto inferiore rispetto alla rugosità, non riuscendo quindi a spiegare l'evidenza sperimentale che, al contrario, mostrava come anche in questo genere di contatti si instaurassero degli effetti idrodinamici. A tal proposito è interessante osservare come, ancora alla fine degli anni'40, non si riuscisse a dare una corretta interpretazione del perché, dopo anni di servizio sull'oceano, le ruote dentate che costituivano il sistema di trasmissione dei transatlantici *Queen Mary* e *Queen Elisabeth*, mostravano ancora una rugosità superficiale dello stesso ordine di grandezza di quella che esisteva quando le ruote erano state realizzate [38].

Grubin fu il primo che, pur non risolvendo in maniera esplicita il problema elastoidrodinamico completo, ma anzi basandosi su una serie di felici intuizioni, riuscì ad ottenere una stima sufficientemente corretta dello spessore del meato. la prima soluzione numerica del problema fu invece ottenuta da Dowson e Higginson nel 1959 [18]. Questi, interpolando i risultati ottenuti per varie condizioni operative, fornirono anche una formula semplificata per il calcolo dello spessore del meato in un contatto di linea. Nel 1977, infine, Hamrock e Dowson risolsero il problema della lubrificazione elastoidrodinamica per un contatto di punto, proponendo anch'essi, una formula per lo spessore minimo del meato.

2.2.2 Definizione del problema

Nella sua forma più semplice, il problema della lubrificazione EHD è definito dalle seguenti equazioni:

Equazione di Reynolds

Descrive il moto di un fluido Newtoniano isoterma all'interno di un meato sottile e liscio; si ricava da quella di Navier-Stokes nel caso in cui le forze esterne e di inerzia sono trascurabili rispetto a quelle viscosi:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\rho_l h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\rho_l h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) = \frac{\partial (v_m \rho_l h)}{\partial x_1} + \frac{\partial (\rho_l h)}{\partial t} \quad (2.39)$$

dove p è la pressione del lubrificante, h è lo spessore del meato, $v_m = (v_1 + v_2)/2$ è la velocità media delle superfici, ρ_l è la densità del lubrificante ed η la sua viscosità. L'asse x_1 è allineato con la direzione della velocità media v_m e t rappresenta il tempo.

Nel caso in cui v_m sia costante e trascurando la variazione di densità con la pressione, che, come mostrato più oltre, è al massimo dell'ordine del 30%, la (2.39) si riduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) = v_m \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.40)$$

I termini a primo membro descrivono il flusso del lubrificante dovuto al gradiente di pressione e sono detti termini di Poiseulle. Il primo termine a secondo membro descrive il flusso del lubrificante dovuto alla velocità media delle superfici ed è detto termine di Couette. L'ultimo termine a secondo membro rappresenta il flusso dovuto alla compressione del lubrificante. Se sono assenti fenomeni transitori, si ottiene infine l'equazione di Reynolds stazionaria:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) = v_m \frac{\partial h}{\partial x_1} \quad (2.41)$$

Equazione della deformazione elastica

Descrive la deformazione che subisce il meato h a causa della distribuzione di pressione del lubrificante. Nell'ipotesi che i materiali siano omogenei ed isotropi, che le deformazioni siano elastiche e lineari e che la dimensione caratteristica della zona di contatto sia piccola rispetto alle dimensioni dei corpi, è possibile approssimare le deformazioni prodotte con:

$$d(x_1, x_2) = \frac{2}{\pi E_r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x'_1, x'_2)}{\sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2}} dx' dy' \quad (2.42)$$

dove:

$$\frac{2}{E_r} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.43)$$

E_1, E_2 sono i moduli elastici dei due corpi, mentre ν_1, ν_2 sono i coefficienti di *Poisson*. E_r è detto modulo elastico ridotto o equivalente.

Note le deformazioni elastiche, lo spessore del meato può essere approssimato da un paraboloide di equazione:

$$h(p, x) = h_0 + \frac{x_1^2}{R_{x_1}} + \frac{x_2^2}{R_{x_2}} + \frac{2}{\pi E_r} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x'_1, x'_2)}{\sqrt{(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2}} dx' dy' \quad (2.44)$$

dove R_{x_1} ed R_{x_2} sono i raggi di curvatura equivalente nelle direzioni x_1 e x_2 e h_0 è lo spostamento rigido.

Equazioni costitutive del lubrificante

Descrivono il cambiamento della viscosità e della densità del lubrificante in funzione della pressione.

La più semplice relazione esistente tra viscosità e pressione è quella di *Barus*:

$$\eta(p) = \eta_0 e^{\alpha p} \quad (2.45)$$

dove η_0 è la viscosità a pressione atmosferica e α è detto coefficiente di piezoviscosità. Il coefficiente di piezoviscosità può variare, per oli minerali, tra 1×10^{-8} e 2×10^{-8} Pa $^{-1}$. L'utilizzo di questa formula nel campo di pressione in cui tipicamente operano gli ingranaggi, può tuttavia risultare eccessivamente catelativo: alla pressione di 1 GPa ed ammettendo un coefficiente di piezoviscosità di 1.5×10^{-8} Pa $^{-1}$, l'incremento risulterebbe $\frac{\eta}{\eta_0} = e^{(15)} \approx 3 \times 10^6$, mentre alla pressione di 1.5 GPa sarebbe addirittura $\eta_0 = e^{(30)} \approx 1 \times 10^{13}$.

Una formulazione più realistica è quella proposta da Roelands:

$$\eta(p) = \eta_0 e^{(\ln(\eta_0) + 9.67) \left(-1 + \left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^z \right)} \quad (2.46)$$

dove z è un coefficiente da ricavare in base a dati sperimentali e $p_0 = 1.96 \cdot 10^8$ Pa è una costante.

Valutazione più accurate non sono strettamente necessarie ai fini del calcolo dello spessore del meato. Ad elevate pressioni, infatti, la viscosità diventa comunque così alta da permettere di trascurare il termine di Poisselle rispetto a quello di Couette.

La variazione di densità con la pressione è data dalla relazione di Dowson e Higginson:

$$\rho_l(p) = \rho_{l_0} \frac{5.9 \cdot 10^8 + 1.34p}{5.9 \cdot 10^8 + p} \quad (2.47)$$

dove ρ_{l_0} è la densità a pressione atmosferica. Dalla 2.47 si nota che, per $p \rightarrow 0$, $\rho_l \rightarrow \rho_{l_0}$ e che, per $p \rightarrow \infty$, $\rho_l \rightarrow 1.34\rho_{l_0}$.

Equazioni di equilibrio

Impone che l'integrale della distribuzione di pressione bilanci il carico esterno applicato F_{wn} :

$$F_{wn} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x'_1, x'_2) dx' dy' \quad (2.48)$$

La combinazione di queste equazioni si traduce in un sistema molto complesso: la dipendenza di viscosità e densità dalla pressione del lubrificante rendono l'equazione di Reynolds fortemente non lineare, mentre il carattere non locale delle equazioni di equilibrio e della deformazione elastica aumentano notevolmente il costo computazionale richiesto per ottenere una soluzione numerica.

Negli ingranaggi, inoltre, il problema si complica ulteriormente: la velocità di strisciamento delle dentature è nulla solamente quando il contatto avviene nel centro di istantanea rotazione, mentre varia linearmente con la distanza da questo in tutti gli altri punti del segmento di azione. In queste condizioni, considerando anche il fatto che lo spessore del meato è generalmente inferiore al micron, la velocità di deformazione (*shear rate*) imposta dalle dentature al lubrificante è tale da produrre consistenti effetti non Newtoniani¹⁰. Infine, il riscaldamento che subisce il lubrificante nell'attraversamento del meato, rende, di fatto, il flusso non isoterma.

2.2.3 Soluzioni semplificate

La soluzione analitica del problema EHD può essere ottenuta solamente in casi estremamente semplificati e, pertanto, di non pratico utilizzo. Nelle comuni applicazioni ingegneristiche è giocoforza ricorrere a tecniche numeriche di soluzione approssimate. Queste, indipendentemente dal metodo utilizzato, consistono nel trasformare il problema continuo (equazioni integro-differenziali e condizioni al contorno) in un problema discreto, in cui le incognite sono i valori assunti dalla pressione e dallo spessore del meato nei punti di una griglia nei quali è stato discretizzato il dominio. Per ogni punto è possibile scrivere un'equazione algebrica che approssima l'equazione differenziale in quel punto ed il sistema che ne risulta può essere risolto facilmente con le usuali tecniche numeriche. A tal proposito è bene ricordare che, se N è il numero dei punti nei

¹⁰su uno spessore di un micron anche solo una variazione della velocità di $0.01m/s$, produce delle velocità di deformazione del lubrificante dell'ordine di $10^{-4}s^{-1}$. È molto probabile che, a pressioni dell'ordine del GPa, in cui la viscosità risulta dell'ordine dei 10^8 Pas, la proporzionalità tra le tensioni tangenziali alle pareti e la velocità di deformazione, tipica dei fluidi Newtoniani, venga meno, ed anzi, che il lubrificante assuma un comportamento viscoplastico in cui le tensioni tangenziali tendono ad un valore limite.

quali si vuole calcolare la soluzione, questa richiederà un numero di operazioni, e quindi un costo computazionale in termini di memoria allocata al calcolatore e di tempo di calcolo, proporzionale ad N .

Dalla soluzione numerica del problema EHD sono state estrapolate delle formule semplificate come quelle, già citate, di Dowson e Higginson e di Hamrock e Dowson. Queste formule sono utilizzatissime nel campo della progettazione meccanica, perché permettono di valutare, in maniera rapida e sufficientemente precisa, lo spessore del meato di un contatto EHD. La normativa AGMA 925-A03, per esempio, propone la formula di *Dowson* e *Toyoda* per calcolare lo spessore del meato negli ingranaggi:

$$H_{c(i)} = 3.06 \frac{G^{0.56} U_{(i)}^{0.69}}{W_{(i)}^{0.10}} \quad (2.49)$$

H_c , G , U e W sono parametri adimensionali relativi, rispettivamente allo spessore del meato, al lubrificante, alla velocità ed al carico.

$$H_{c(i)} = \frac{h_{c(i)}}{\rho_{n(i)}} \quad (2.50)$$

$$G = \alpha E_r \quad (2.51)$$

$$U_{(i)} = \frac{\eta_0 v_{e(i)}}{2E_r \rho_{n(i)}} \quad (2.52)$$

$$W_{(i)} = \frac{X_{\gamma(i)} w_n}{E_r \rho_{n(i)}} \quad (2.53)$$

2.2.4 L'effetto della rugosità

È importante notare che la formula di Dowson e Toyoda, come anche quelle di Dowson e Higginson e di Hamrock e Dowson, sono state ricavate nel caso di superfici idealmente lisce. Tuttavia queste formule risultano inutilizzabili nel momento in cui lo spessore del meato da loro previsto, come spesso avviene negli ingranaggi, è dello stesso ordine di grandezza della rugosità superficiale. La necessità di includere l'effetto della rugosità nella soluzione del contatto elastoidrodinamico complica notevolmente il problema, sia dal punto di vista teorico che da quello numerico (si pensi, ad esempio, al proibitivo costo computazionale derivante dalla necessità di utilizzare griglie finissime per descrivere il moto del lubrificante a livello delle asperità superficiali). Gli approcci possibili sono tre:

- approccio statistico, noto anche come approccio di *Patir* e *Cheng*;
- approccio omogeneizzato;
- approccio deterministico¹¹;

Di questi approcci, solamente quello deterministico consente la soluzione diretta del problema EHD su un dominio rugoso. Gli approcci statistico e omogeneizzato prevedono, invece, di trasformare il problema in uno equivalente, in cui gli effetti della rugosità sono inclusi all'interno di equazione media di Reynolds tramite degli opportuni fattori.

2.2.5 Approccio di Patir e Cheng

Introduzione

Il primo approccio sviluppato per valutare gli effetti della rugosità sulla lubrificazione è stato quello di *Patir* e *Cheng*, pubblicato nel 1978 e tuttora ampiamente utilizzato [32]. Si tratta di un approccio statistico, che permette di ricavare una equazione di Reynolds media, espressa in termini dei valori attesi di pressione e spessore del meato. In questa equazione media, gli effetti della rugosità sono quantificati tramite degli opportuni coefficienti, detti fattori di flusso, ricavabili numericamente attraverso simulazioni su di un volume di controllo. Il volume di controllo può essere delimitato da superfici di rugosità arbitraria, ma le sue dimensioni devono essere piccole rispetto a quelle del contatto, in modo che il problema definito al suo interno sia computazionalmente meno oneroso di quello che si avrebbe se si studiasse l'intero contatto.

Derivazione dell'equazione di Reynolds media

Con riferimento alla Figura 2.3, nel caso di superfici rugose, lo spessore del meato è definito nella forma:

$$h_t = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (2.54)$$

dove h_t è lo spessore del meato locale, h è lo spessore del meato nominale e δ_1 , δ_2 sono le ampiezze della rugosità delle due superfici misurata dai rispettivi piani medi. Si assume che δ_1 , δ_2 abbiano una distribuzione gaussiana con media nulla e deviazione standard R_{q_1} e R_{q_2} . Detta $\delta = \delta_1 + \delta_2$ la rugosità composita delle due superfici, $R_q^2 = R_{q_1}^2 + R_{q_2}^2$ la sua varianza e $f(\delta)$ la sua funzione di

¹¹L'approccio deterministico non verrà qui trattato. Si rimanda a [22]

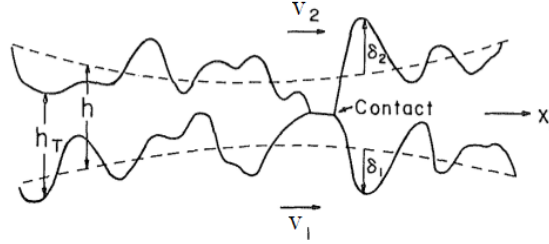


Figura 2.3: meato rugoso (immagine tratta da [32])

densità di probabilità, il valore atteso dello spessore del meato, \bar{h}_t , considerato che nei punti di contatto delle asperità risulta $h_t = 0$, è dato da:

$$\bar{h}_t = \int_{-h}^{\infty} (h + \delta) f(\delta) d\delta \quad (2.55)$$

Date le precedenti definizioni, l'equazione 2.66 diventa, su un dominio rugoso:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) = v_m \frac{\partial h_t}{\partial x_1} + \frac{\partial h_t}{\partial t} \quad (2.56)$$

dove p è la pressione idrodinamica locale. Per derivare un'equazione media in termini della pressione \bar{p} e dello spessore \bar{h}_t attesi, è necessario studiare il bilancio della portata su di un volume di controllo delimitato da superfici rugose. Si consideri a tal proposito un volume di base Δx_1 , Δx_2 ed altezza h_t che sia sufficientemente piccolo rispetto alle dimensioni del contatto, ma sufficientemente grande da contenere un gran numero di asperità. In questo volume di controllo, la portata unitaria nelle direzioni x_1 e x_2 , cioè la portata di lubrificante per unità di spessore, è data da:

$$q_{x_1} = -\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} + v_m h_t \quad (2.57)$$

$$q_{x_2} = -\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \quad (2.58)$$

Bisogna notare che q_{x_1} e q_{x_2} rappresentano delle portate unitarie locali che sono funzioni della variabile aleatoria h_t . I valori medi (attesi) di portata che entrano all'interno del volume di controllo sono dato da:

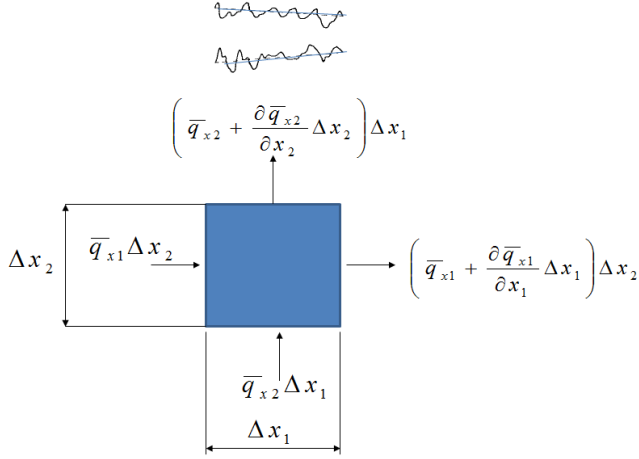


Figura 2.4: volume di controllo

$$\bar{q}_{x_1} = \frac{1}{\Delta x_2} \int_{x_2}^{x_2 + \Delta x_2} q_{x_1} dx_2 = \frac{1}{\Delta x_2} \int_{x_2}^{x_2 + \Delta x_2} \left(-\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} + v_m h_t \right) dx_2 \quad (2.59)$$

$$\bar{q}_{x_2} = \frac{1}{\Delta x_1} \int_{x_1}^{x_1 + \Delta x_1} q_{x_2} dx_1 = \frac{1}{\Delta x_1} \int_{x_1}^{x_1 + \Delta x_1} \left(-\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} + v_m h_t \right) dx_1 \quad (2.60)$$

che possono essere espressi più convenientemente nella forma:

$$\bar{q}_{x_1} = -\Phi_{x_1} \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} + v_m \bar{h}_t + v_m \sigma \Phi_s \quad (2.61)$$

$$\bar{q}_{x_2} = -\Phi_{x_2} \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2} \quad (2.62)$$

dove Φ_{x_1} e Φ_{x_2} sono degli opportuni fattori di flusso che confrontano la portata attesa all'interno del volume di controllo con quella che passerebbe attraverso lo stesso volume di controllo se le sue pareti fossero lisce e Φ_s rappresenta un trasporto addizionale di lubrificante dovuto allo strisciamento delle superfici rugose.

Dal momento che il volume di controllo è sufficientemente esteso da contenere un gran numero di asperità, le portate attese \bar{q}_{x_1} e \bar{q}_{x_2} sono delle grandezze random ma caratterizzate da una piccola varianza. Di conseguenza, anche i valori dei fattori di flusso Φ_{x_1} , Φ_{x_2} e Φ_s avranno una piccola varianza.

Andando ad eseguire il bilancio di portata sul volume di controllo si ottiene:

$$\begin{aligned} \left(\bar{q}_{x_1} + \frac{\partial \bar{q}_{x_1}}{\partial x_1} \Delta x_1 \right) \Delta x_2 - q_{x_1} \Delta x_2 + \\ \left(\bar{q}_{x_2} + \frac{\partial \bar{q}_{x_2}}{\partial x_2} \Delta x_2 \right) \Delta x_1 - q_{x_2} \Delta x_1 = \\ - \Delta x_1 \Delta x_2 \frac{\partial \bar{h}_t}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.63)$$

da cui:

$$\frac{\partial \bar{q}_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{q}_{x_2}}{\partial x_2} = - \frac{\partial \bar{h}_t}{\partial t} \quad (2.64)$$

A questo punto, sostituendo le equazioni (2.61) e (2.62) in (2.64), si ottiene l'equazione media di Reynolds:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi_{x_1} \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Phi_{x_2} \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2} \right) = \\ v_m \frac{\partial \bar{h}_t}{\partial x_1} + v_m \sigma \frac{\partial \Phi_s}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{h}_t}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.65)$$

che può essere facilmente risolta numericamente, una volta noti i valori dei fattori di flusso. Bisogna notare che l'equazione (2.65) tende all'equazione di Reynolds purché si verifichi che: $\Phi_{x_1}, \Phi_{x_2} \rightarrow 1$ per $\frac{h}{R_q} \rightarrow \infty$

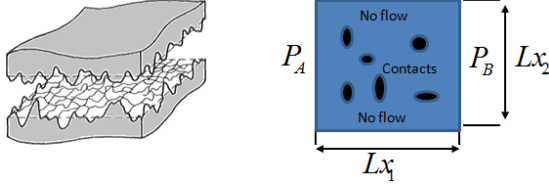


Figura 2.5: volume di controllo a spessore nominale costante e condizioni al contorno per la soluzione del problema locale

Calcolo dei fattori di flusso

I fattori di flusso vengono calcolati attraverso simulazioni numeriche. Di seguito si riporta la procedura per calcolare i fattori Φ_{x_1} , Φ_{x_2} mentre si rimanda a [33] per la determinazione di Φ_s .

Si consideri di approssimare il contatto lubrificato con una serie di volumi di controllo di area δA_i . Se i volumi di controllo sono sufficientemente piccoli rispetto al contatto, ma comunque tali da contenere al loro interno un elevato numero di asperità, è ragionevole supporre che il loro spessore nominale h sia costante.

Per ciascuno di questi volumi di controllo è possibile calcolare i fattori di flusso Φ_{x_1} , Φ_{x_2} andando ad applicare un gradiente di pressione arbitrario sul contorno, risolvendo numericamente l'equazione di Reynolds ed uguagliando i risultati ottenuti con quelli che si otterrebbero nel caso in cui il volume di controllo fosse delimitato da superfici lisce. Ripetendo questa operazione per diversi spessori del meato, si ottengono i fattori di flusso in funzione di h . Il modello è allora dato da:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) = v_m \frac{\partial h_t}{\partial x_1} + \frac{\partial h_t}{\partial t} \quad (2.66)$$

$$h_t = h + \delta_1 + \delta_2 \quad (h \text{ costante}) \quad (2.67)$$

a cui si applicano le seguenti condizioni al contorno:

$$p = p_A \quad \text{per} \quad x = 0 \quad (2.68)$$

$$p = p_B \quad \text{per} \quad x_1 = L_{x_1} \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \quad \text{per} \quad x_2 = 0 \quad \text{e} \quad x_2 = L_{x_1} \quad (2.70)$$

$$\text{assenza di portata nei punti in contatto} \quad (2.71)$$

Considerando che h è costante, i termini a secondo membro della (2.66) si possono scrivere nella forma:

$$v_m \frac{\partial h_t}{\partial x_1} + \frac{\partial h_t}{\partial t} = v_m \frac{\partial(\delta_1 + \delta_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\delta_1 + \delta_2)}{\partial t} \quad (2.72)$$

inoltre, dal momento che la dipendenza dal tempo di δ_1 e δ_2 deriva dal movimento della superficie con velocità v_m , si può scrivere:

$$\delta_i = \delta_i(x_1 - v_m t, x_2) \quad i = 1, 2 \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial t} = -v_m \frac{\partial \delta_i}{\partial x_1} \quad i = 1, 2 \quad (2.74)$$

da cui deriva che:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) = 0 \quad (2.75)$$

a questo punto si generano delle rugosità δ_1 e δ_2 casuali, si determina la corrispondente pressione locale p risolvendo numericamente l'equazione (2.75) ed infine si calcola la portata attesa tramite le equazioni (2.59) e (2.60). I fattori di flusso sono allora dati da:

$$\Phi_{x_1} = \frac{\frac{1}{\Delta x_2} \int_0^{\Delta x_2} \left(-\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) dx_2}{\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1}} \quad (2.76)$$

$$\Phi_{x_2} = \frac{\frac{1}{\Delta x_1} \int_0^{\Delta x_1} \left(-\frac{h_t^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) dx_1}{\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2}} \quad (2.77)$$

Si ripete il calcolo generando m differenti, ma statisticamente identiche, rugosità superficiali. Si ottengono m valori dei coefficienti di flusso, la cui media rappresenta il coefficiente di flusso cercato.

I risultati sono generalmente presentati sotto forma di grafici, come quelli riportati di seguito. Tra questi, particolarmente interessante risulta quello riportato in Figura 2.7, che consente di modificare direttamente l'altezza teorica (liscia) del meato in funzione della tessitura superficiale. Si nota, tra l'altro, che una tessitura disposta prevalentemente in direzione ortogonale a quella del moto, come per esempio si verifica negli ingranaggi dritti a denti dritti rettificati, comporta un ispessimento del meato di lubrificante.

2.2.6 Approccio omogeneizzato

Introduzione

L'omogenizzazione è una branca della matematica che riguarda lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali con coefficienti oscillanti rapidamente. Scopo principale dell'omogenizzazione è quello di approssimare le equazioni di questo tipo con delle equazioni omogeneizzate equivalenti, in cui gli effetti oscillanti vengono opportunamente mediati.

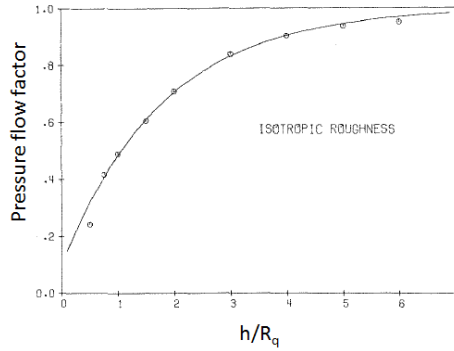
L'equazione di Reynolds, come chiaramente osservabile in Figura 2.8, si presta particolarmente bene ad essere analizzata con la tecnica dell'omogenizzazione, a causa delle rapide oscillazioni che la rugosità superficiale impone allo spessore del meato. Sempre dalla Figura 2.8, risulta evidente come il fenomeno agisca su due scale diverse: una scala rappresentativa della rugosità, di lunghezza caratteristica l_c ed una scala rappresentativa del contatto, di lunghezza caratteristica L_c . Introdotto un parametro ϵ come indice della separazione delle scale:

$$\epsilon = \frac{l_c}{L_c} \quad (2.78)$$

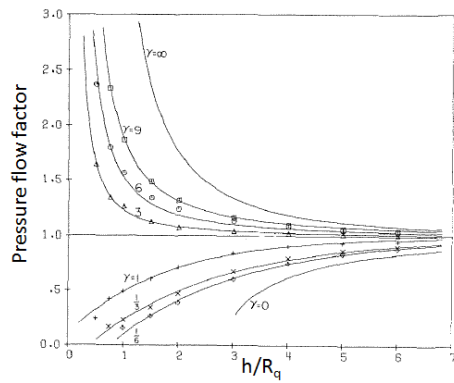
risulta chiaramente che:

$$0 < \epsilon \ll 1 \quad (2.79)$$

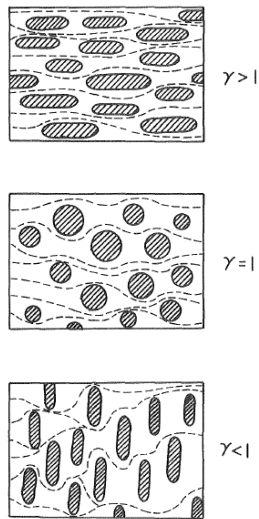
L'omogenizzazione si occupa di studiare il fenomeno nel caso in cui $\epsilon \rightarrow 0$, cioè nel caso di separazione infinita delle scale. Il vantaggio di utilizzare una soluzione al limite risiede nella possibilità di poter studiare il comportamento macroscopico indotto da una data microscala, senza dover risolvere esplicitamente il problema sulla microscala. È importante notare che la separazione delle scale non è una proprietà intrinseca nella geometria o nel fenomeno in esame, ma dipende dalla coppia geometria-fenomeno. Per comprendere questo concetto si consideri la Figura 2.9, in cui il fenomeno di interesse è rappresentato dalla traiettoria seguita dal corridore. Finché il passo del corridore (L_c)



(a)



(b)



(c)

Figura 2.6: fattori di flusso (pressione) secondo il modello di Patir e Cheng a) nel caso di superficie isotropa b). per generiche superfici c) legenda (immagini da [32])

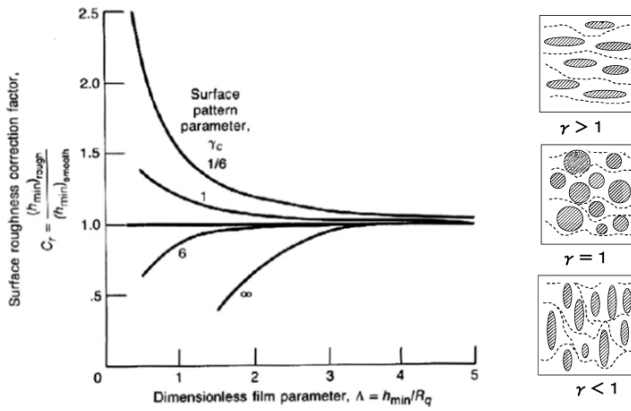


Figura 2.7: correzione di Patir e Cheng per l'altezza del meato da [24]

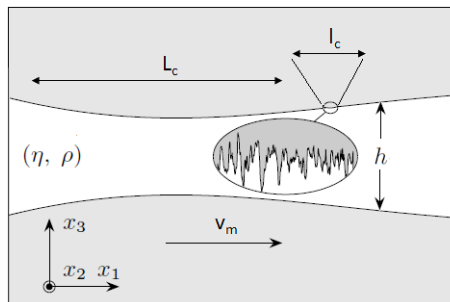


Figura 2.8: scale del problema

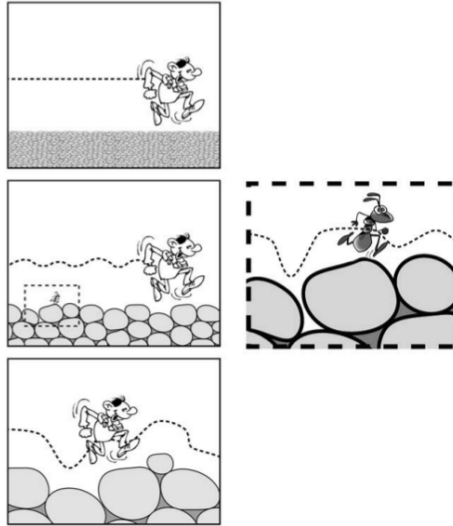


Figura 2.9: la separazione delle scale ha senso solo se si considera la combinazione geometria-fenomeno. (Immagine tratta da[7])

è sufficientemente ampio rispetto alle dimensioni dei blocchi che costituiscono il terreno (l_c), la separazione delle scale è possibile e, dunque, è possibile descrivere la traiettoria e la velocità del corridore in termini globali, trascurando le fluttuazioni locali prodotte dal terreno stesso. In questo caso, un approccio omogeneizzato è possibile. Al contrario, se il corridore si dovesse trovare su un percorso accidentato di montagna, in cui i blocchi del terreno fossero di dimensioni paragonabili a quelle del suo passo, né la sua traiettoria né la sua velocità potrebbero essere noti indipendentemente dalla distribuzione dei blocchi stessi. In questo caso un approccio omogeneizzato non sarebbe possibile. Sempre con riferimento alla Figura 2.9, è interessante notare che, se per la coppia terreno-corridore è possibile utilizzare un approccio omogeneizzato, lo stesso non può dirsi, a parità di terreno, per la coppia terreno-insetto.

Quando la separazione delle scale è netta, qualsiasi sia la natura del terreno, sia esso costituito da una struttura periodica o meno, la traiettoria del corridore è qualitativamente la stessa. Invece, quando la separazione delle scale non è netta, cioè quando la macroscale si avvicina alla microscale, le fluttuazioni di traiettoria diventano significative e, di conseguenza, diventa significativa l'organizzazione della microscale. Si prenda a riferimento la Figura 2.10 e si consideri

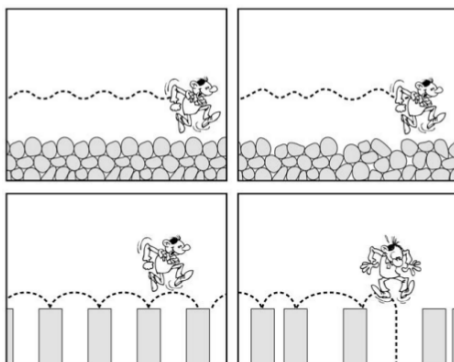


Figura 2.10: il ruolo della microstruttura è più significativo quando non esiste una netta separazione delle scale. (Immagine tratta da[7])

il caso in cui la separazione delle scale non è ben definita. Si nota che la traiettoria del corridore che salta tra un blocco periodico e l'altro e quella del corridore che salta di blocco in blocco divergono. Si può concludere che senza una netta separazione delle scale, l'omogenizzazione non ha senso e l'organizzazione della microstruttura diventa critica.

A questo punto è necessario fare un'ultima considerazione. Infatti, nonostante la netta separazione delle scale permetta di studiare in maniera efficace sia la microstruttura periodica che quella casuale, generalmente viene fatta l'ipotesi che questa sia periodica. Ci sono varie ragioni a supporto di questa ipotesi: in primo luogo questa assunzione è realistica in vari casi, basti pensare alla rugosità di un pezzo rettificato, in cui le linee di rettifica si succedono con una certa regolarità, oppure ai materiali porosi o compositi. In secondo luogo permette di semplificare notevolmente la trattazione matematica del fenomeno. L'omogenizzazione, dunque, ipotizza che la microstruttura sia periodica di periodo l_c .

Derivazione dell'equazione omogeneizzata

La descrizione del contatto lubrificato può essere fatta sia a livello macroscopico, attraverso il sistema di coordinate globali x (x_1, x_2), sia a livello microscopico, introducendo, sulla cella elementare di periodo l_c , un sistema di coordinate locali y (y_1, y_2). Per maggior comodità, i sistemi di coordinate vengono adimensionalizzati nella forma:

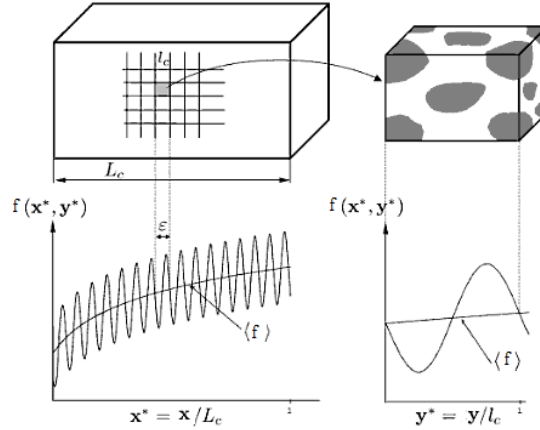


Figura 2.11: coordinate globali e locali. (Immagine tratta da [7])

$$x^* = (x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{x_1}{L_c}, \frac{x_2}{L_c} \right) \quad (2.80)$$

$$y^* = (y_1^*, y_2^*) = \left(\frac{y_1}{l_c}, \frac{y_2}{l_c} \right) \quad (2.81)$$

Assunto come riferimento il sistema x^* , il periodo adimensionalizzato della cella elementare risulta ϵ ed $y^* = x^* \epsilon$. Per $\epsilon \rightarrow 0$, y^* varia molto più velocemente di x^* . Pertanto si può pensare ad x^* come una costante quando si osserva il problema sulla scala locale y^* e, di conseguenza, x^* ed y^* si possono trattare come variabili indipendenti (si veda la Figura 2.11).

Lo spessore del meato e la pressione del lubrificante possono essere espressi nella forma:

$$h_\epsilon(x^*) = h \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) \quad (2.82)$$

$$p_\epsilon(x^*) = p \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) \quad (2.83)$$

dove il pedice indica la parametrizzazione in ϵ . Di conseguenza l'equazione di Reynolds (2.41) si può scrivere nella forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_1^*} \left(\frac{h_\epsilon^3}{12\eta} \frac{\partial p_\epsilon}{\partial x_1^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left(\frac{h_\epsilon^3}{12\eta} \frac{\partial p_\epsilon}{\partial x_2^*} \right) = v_m \frac{\partial h_\epsilon}{\partial x_1^*} \quad (2.84)$$

ipotizzando, per semplicità, che la relazione tra viscosità e pressione sia data dalla formula di Barus (2.45), la (2.84) diventa:

$$\frac{\partial}{\partial x_1^*} \left(h_\epsilon^3 e^{-\alpha p_\epsilon} \frac{\partial p_\epsilon}{\partial x_1^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left(h_\epsilon^3 e^{-\alpha p_\epsilon} \frac{\partial p_\epsilon}{\partial x_2^*} \right) = \Gamma \frac{\partial h_\epsilon}{\partial x_1^*} \quad (2.85)$$

con $\Gamma = 12\eta_0 v_m$. Il fatto che x^* e $y^* = \frac{x^*}{\epsilon}$ si possano trattare come variabili indipendenti implica che la derivata di una qualsiasi grandezza $f_\epsilon(x^*) = f(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})$ rispetto ad x^* sia:

$$\frac{\partial}{\partial x_i^*} = \frac{\partial}{\partial x_i^*} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y_i^*} \quad (2.86)$$

Utilizzando la (2.86) in (2.84) si ottiene un'equazione della forma:

$$\frac{1}{\epsilon^2} A_1 \left[p \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) \right] + \frac{1}{\epsilon} A_2 \left[p \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) \right] + A_3 \left[p \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) \right] = \frac{\Gamma}{\epsilon} B_1 + \Gamma B_2 \quad (2.87)$$

dove:

$$A_1[\cdot] = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial y_j^*} \left(h^3 \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) e^{-\alpha p(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})} \frac{\partial[\cdot]}{\partial y_j^*} \right) \quad (2.88)$$

$$A_2[\cdot] = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial y_j^*} \left(h^3 \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) e^{-\alpha p(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})} \frac{\partial[\cdot]}{\partial x_j^*} \right) + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left(h^3 \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) e^{-\alpha p(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})} \frac{\partial p[\cdot]}{\partial y_j^*} \right) \quad (2.89)$$

$$A_3[\cdot] = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left(h^3 \left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon} \right) e^{-\alpha p(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})} \frac{\partial[\cdot]}{\partial x_j^*} \right) \quad (2.90)$$

$$B_1 = \frac{\partial h(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})}{\partial y_1^*} \quad (2.91)$$

$$B_2 = \frac{\partial h(x^*, \frac{x^*}{\epsilon})}{\partial x_1^*} \quad (2.92)$$

Si ipotizza una soluzione asintotica del tipo:

$$p_\epsilon(x^*) = p_0\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) + \epsilon p_1\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) + \epsilon^2 p_2\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) + \dots \quad (2.93)$$

dove ciascun termine $\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right)$ è periodico di periodo 1 in y^* . Questa assunzione è molto potente, ma la sua validità deve essere verificata a posteriori calcolando la differenza tra $p_\epsilon(x^*)$ e $p(x^*)$. Nel caso del problema in esame si rimanda a [4, 11]. Sostituendo la (2.93) nella (2.87), uguagliando i termini con la stessa potenza di ϵ e trascurando i termini di ordine maggiore di 1 si ottiene:

$$\left(\frac{1}{\epsilon^2}\right) \quad A_1 p_0\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) = 0 \quad (2.94)$$

$$\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \quad A_1 p_1\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) + A_2 p_0\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) = \Gamma B_1 \quad (2.95)$$

$$(1) \quad A_1 p_2\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) + A_2\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) p_1 + A_3 p_0\left(x^*, \frac{x^*}{\epsilon}\right) = \Gamma B_2 \quad (2.96)$$

si noti che la (2.94) e la (2.95) devono essere soddisfatte affinché la (2.87) non presenti singolarità. Le equazioni (2.94), (2.95) e (2.96) sono tutte del tipo:

$$A_1 q = F \quad (2.97)$$

con q funzione generica periodica in Y . Una condizione necessaria per ottenere la soluzione è che:

$$\int_Y F(x^*, y^*) dy^* = 0 \quad (2.98)$$

inoltre, se q è soluzione di (2.97), anche $q + c$ con c costante generica è una sua soluzione. Utilizzando la (2.98) nell'equazione (2.94) si ricava che p_0 non dipende da y^* :

$$p_0 = p_0(x^*) \quad (2.99)$$

Questo significa che è possibile ottenere un'equazione omogeneizzata che è effettivamente indipendente dalla microscala. Se si applica la (2.98) alla (2.95) si vede che l'esistenza della soluzione è garantita. La soluzione della (2.95) è data da:

$$p_1 = w_1(y^*) \frac{\partial p_0(x^*)}{\partial x_1^*} + w_2(y^*) \frac{\partial p_0(x^*)}{\partial x_2^*} + e^{\alpha p_0(x^*)} w_3(z^*) + C(x^*) \quad (2.100)$$

dove $C(x^*)$ è una funzione generica e w_1, w_2, w_3 sono delle soluzioni y^* periodiche dei seguenti problemi locali:

$$A_1 w_i = \frac{\partial h^3}{\partial y_i^*} \quad i = 1, 2 \quad (2.101)$$

$$A_1 w_3 = \frac{\partial h}{\partial y_i^*} \quad i = 1, 2 \quad (2.102)$$

Infine, applicando la (2.98) alla (2.96) si ottiene l'equazione di Reynolds omogeneizzata:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1^*} \left(a_{11} e^{-\alpha p_0} \frac{\partial p_0}{\partial x_1^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1^*} \left(a_{12} e^{-\alpha p_0} \frac{\partial p_0}{\partial x_2^*} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left(a_{21} e^{-\alpha p_0} \frac{\partial p_0}{\partial x_1^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2^*} \left(a_{22} e^{-\alpha p_0} \frac{\partial p_0}{\partial x_2^*} \right) = \\ \frac{\partial b_1}{\partial x_1^*} + \frac{\partial b_2}{\partial x_2^*} \end{aligned} \quad (2.103)$$

dove i coefficienti omogeneizzati sono dati da:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \int_Y \left[h^3 + h^3 \frac{\partial w_1}{\partial y_1^*} \right] dy^* \\ a_{12} &= \int_Y \left[h^3 \frac{\partial w_1}{\partial y_2^*} \right] dy^* \\ a_{21} &= \int_Y \left[h^3 \frac{\partial w_2}{\partial y_1^*} \right] dy^* \\ a_{22} &= \int_Y \left[h^3 + h^3 \frac{\partial w_2}{\partial y_2^*} \right] dy^* \\ b_1 &= \int_Y \left[\Gamma h - h^3 \frac{\partial w_3}{\partial y_1^*} \right] dy^* \\ -b_2 &= \int_Y \left[h^3 \frac{\partial w_3}{\partial y_2^*} \right] dy^* \end{aligned} \quad (2.104)$$

Si noti che l'equazione (2.103) non ha una struttura simile al problema di partenza. Il primo membro, infatti, contiene un termine aggiuntivo in cui compaiono le derivate miste ed il secondo membro contiene un termine aggiuntivo nella direzione x_2^* .

L'equazione (2.103) descrive l'influenza della rugosità sullo sviluppo del meato di lubrificante per $\epsilon \rightarrow 0$. Questo, ovviamente, non avviene mai nella realtà, dove la lunghezza caratteristica della rugosità rimane finita. Tuttavia un confronto tra risultati teorici e sperimentali riportato in [36, 37] mostra la bontà del modello nel caso delle tipiche superfici lubrificate utilizzate in campo ingegneristico.

Un recente studio [5] ha inoltre dimostrato che il metodo dell'omogenizzazione può essere utilizzato per rugosità arbitrarie, mentre quello di Patir e Cheng solamente nel caso in cui la rugosità è simmetrica rispetto a x_1 ed x_2 .

Capitolo 3

Sviluppo strumenti di calcolo

3.1 Introduzione

I *software* dedicati alla progettazione di ingranaggi comunemente adottati (per esempio LDP, HELICAL 3D e KISSsoft) tengono conto solo in minima parte, o per niente in alcuni casi, della presenza di uno strato di lubrificante interposto tra le superfici ingrananti. Il contributo del lubrificante è, infatti, spesso relegato al solo calcolo della temperatura *flash* facendo riferimento alla temperatura di ammissione di lubrificante e al tipo di lubrificante adottato. La distribuzione delle pressioni di contatto, invece, è generalmente valutata nelle ipotesi di contatto a secco. Anche la rugosità viene solitamente trascurata se non attraverso l'uso di pochi parametri statistici - generalmente la rugosità media - allo scopo di stimare qualche coefficiente correttivo da utilizzare in formule, spesso semi-empiriche, come quella per il calcolo del coefficiente di attrito necessario al calcolo della temperatura *flash*. D'altra parte molti di questi programmi si rivelano estremamente utili nel tener conto della macrogeometria del dente, della cedevolezza dei supporti, della micro geometria dei fianchi del singolo dente (eventuale presenza di bombature, spoglie dei profili, etc.), degli errori sulla dentatura (angolo di pressione, passo, profilo, allineamento degli alberi di calettamento) i cui effetti sarebbero particolarmente difficili da valutare per altra via e con i quali è possibile stimare in maniera più verosimile le effettive condizioni di funzionamento.

Tenuto conto delle precedenti considerazioni, si è deciso di sviluppare dei nuovi strumenti di calcolo che, da un lato, fossero in grado di integrare i modelli

per la valutazione del rischio di *scuffing* con i modelli per contatti rugosi lubrificati e, dall'altro, di interfacciarsi con i più comuni *software* di progettazione degli ingranaggi. Gli strumenti di calcolo sviluppati sono stati due: il programma PCI, specificamente rivolto agli ingranaggi ed il programma HEHLP per la valutazione degli effetti della rugosità superficiale sul regime di lubrificazione in un generico contatto tribologico.

3.2 Programma Calcolo Ingranaggi, PCI

Il Programma Calcolo Ingranaggi PCI, è uno strumento rivolto alla progettazione ed alla verifica di ingranaggi cilindrici a denti dritti ed elicoidali, sia interni che esterni. Si interfaccia con winLDP e DOS LDP¹, implementa la normativa AGMA 925, il modello HTO, riproduce la procedura GSD² di calcolo Avio e consente di stimare gli effetti della tessitura superficiale sullo sviluppo del film di lubrificante secondo l'approccio di Patir e Cheng (tuttavia senza risolvere in maniera esplicita il problema, ma disponendo di uno strumento che approssima le curve correttive presenti in letteratura, come ad esempio le curve mostrate in Figura 2.7). Il programma, inoltre, implementa ed armonizza le procedure di calcolo relative alle diverse fasi di sviluppo degli ingranaggi. Dispone infatti di uno strumento per le verifiche funzionali e geometriche basato su un analogo foglio di calcolo Avio e permette di generare in maniera automatica il *file* di ingresso per LDP. Il calcolo delle grandezze di interesse è effettuato su un dominio bidimensionale: la grandezza in questione, cioè, è variabile punto per punto sia lungo il segmento di contatto sia lungo la fascia del dente, come mostrato negli esempi da figura (3.2a) a (3.2d).

PCI è stato sviluppato completamente in C++ sfruttando le potenzialità della programmazione ad oggetti, che consentono, in particolare, di renderlo facilmente modificabile e di permettere una rapida e sicura integrazione con nuovi pacchetti derivanti da futuri programmi di ricerca.

PCI è stato estesamente validato con appositi confronti con altri programmi di calcolo. Superata la fase di validazione, è stato ufficialmente fornito ad Avio come programma sostitutivo del vecchio GSD. Tutti i calcoli relativi alla campagna di *scuffing* sono stati eseguiti con PCI.

¹ *Load Distribution Program* nelle due versioni DOS e Windows. Programma sviluppato dal *Gear and Power Transmission laboratory* dell'*Ohio State University*

² Procedura per la verifica a *scuffing* degli ingranaggi

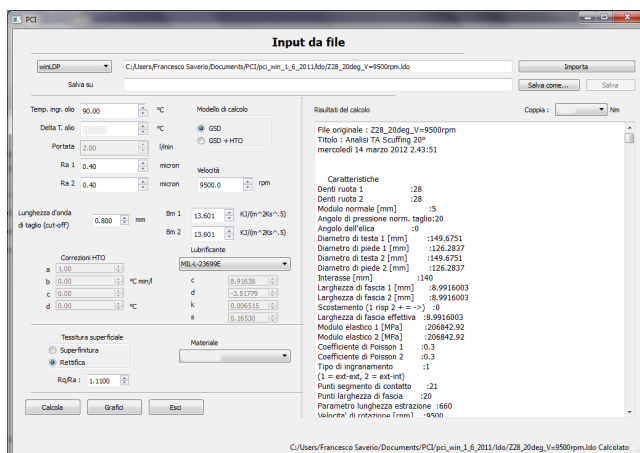


Figura 3.1: interfaccia grafica di PCI

3.3 Homogenized ElastoHydrodynamic Lubrication Program, HEHLP

Il programma HEHLP è stato sviluppato durante il periodo di tirocinio all'estero svolto presso l'*Austrian Center of Competence for Tribology, AC2T*, di Wiener Neustadt. Il programma implementa l'approccio omogeneizzato per la soluzione dell'equazione di Reynolds su un dominio rugoso e consente di superare le limitazioni dell'approccio semplificato di Patir e Cheng adottato nel PCI.

HEHLP è stato sviluppato in Matlab[®] ed è costituito da due blocchi principali, pensati per minimizzare il costo computazionale richiesto dalla soluzione del problema (Figura 3.3). Il primo blocco opera al livello della cella elementare e consente, per una data rugosità, di calcolare i fattori di flusso che vengono successivamente archiviati in una apposita base di dati. Il secondo blocco, avendo libero accesso a questa base di dati, risolve in modo rapido e efficiente l'equazione omogeneizzata sulla macroscale. Il solutore, inoltre, è stato implementato per poter risolvere il problema anche con un approccio deterministico. In questo caso il tempo di soluzione ed il costo computazionale sono decisamente maggiori. A titolo di esempio, si riportano nelle figure seguenti i risultati della soluzione omogeneizzata e deterministica relativa ad un contatto circolare. La soluzione omogeneizzata è stata ottenuta considerando una cella elementare che simula

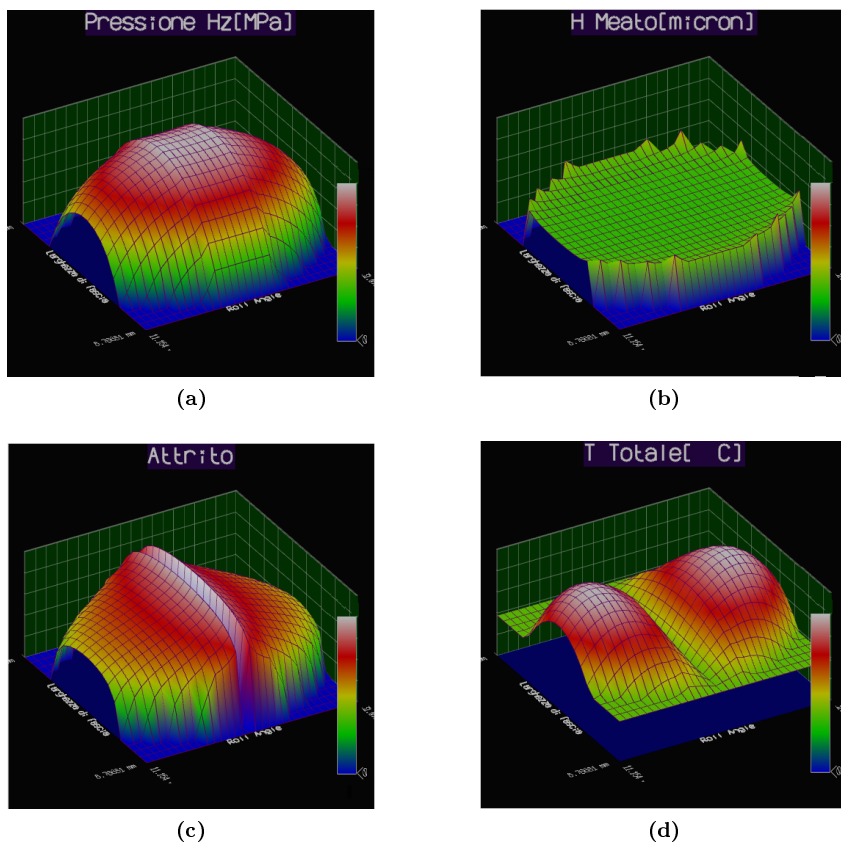


Figura 3.2: risultati di PCL. Andamento in funzione dell'angolo di ingranamento (*roll angle*) e della posizione lungo la larghezza di fascia di a) pressione Hertziana; b) altezza centrale del meato; c) coefficiente di attrito; d) temperatura totale di contatto

una superficie rettificata, come mostrato in Figura 3.4a. Alla cella elementare è stata attribuita una rugosità equivalente, in modo da poter considerare liscia la seconda superficie che delimita il contatto. La velocità della superficie è in direzione y_2 , la grandezza delta rappresenta il rapporto tra l'altezza nominale del meato e l'ampiezza della rugosità e A_{mn} è il generico coefficiente omogeneizzato in direzione m dovuto ad un gradiente di pressione in direzione n . Se delta è uguale ad uno, la seconda superficie si appoggia esattamente sopra le creste della cella elementare. Il lubrificante può allora scorrere solamente lungo le valli in direzione y_1 ed $A_{22} = 0$. Se invece delta diventa grande, la rugosità non influenza il flusso del lubrificante. In altre parole, il flusso tende ad essere quello che si avrebbe tra superfici idealmente lisce.

Nella soluzione deterministica sono stati simulati due diversi tipi di rugosità, uno sinusoidale, con ampiezza delle valli e dei picchi relativamente grande, ed uno casuale con ampiezza ridotta. La prima soluzione approssima un contatto tra superfici rettificata e la seconda approssima un contatto tra superfici superfinite. Il tempo di calcolo è dell'ordine dei minuti per la soluzione omogenea, dell'ordine delle decine di minuti per la prima soluzione deterministica e dell'ordine della decina di ore per la seconda soluzione deterministica. Bisogna notare che non è possibile fare un confronto diretto tra la soluzione omogeneizzata e la corrispondente soluzione deterministica perchè, in quest'ultimo caso, non è stata simulata una netta separazione delle scale. Tuttavia, il proibitivo costo computazionale necessario per ottenerla, reso evidente dal tempo e dalle risorse richieste dalla seconda soluzione deterministica³, non ha permesso, con i mezzi di calcolo a disposizione, di calcolare una soluzione più accurata. Dalla Figura 3.9a si nota comunque che, quando la separazione delle scale diventa netta, la pressione del meato tende a convergere verso una soluzione "liscia".

Infine risulta particolarmente interessante confrontare la soluzione dell'equazione di Reynolds liscia con quella omogeneizzata. Osservando le figure 3.11a - 3.11c si nota che, nelle condizioni simulate e per bassi delta, l'effetto della rugosità è quello di incrementare il valore dello spessore del meato. Questo risultato è fondamentale per la comprensione del meccanismo di lubrificazione tra superfici rettificata: implica infatti che, per bassi delta (tipico degli ingranaggi), l'effetto della rettifica sia quello di favorire l'ispessimento del meato di lubrificante. Analoghe considerazioni possono essere fatte per contatti ellittici (Figura 3.12a - 3.12b).

³Il calcolo della seconda soluzione deterministica è stato effettuato su un server con 32 GB di RAM presso AC₂T

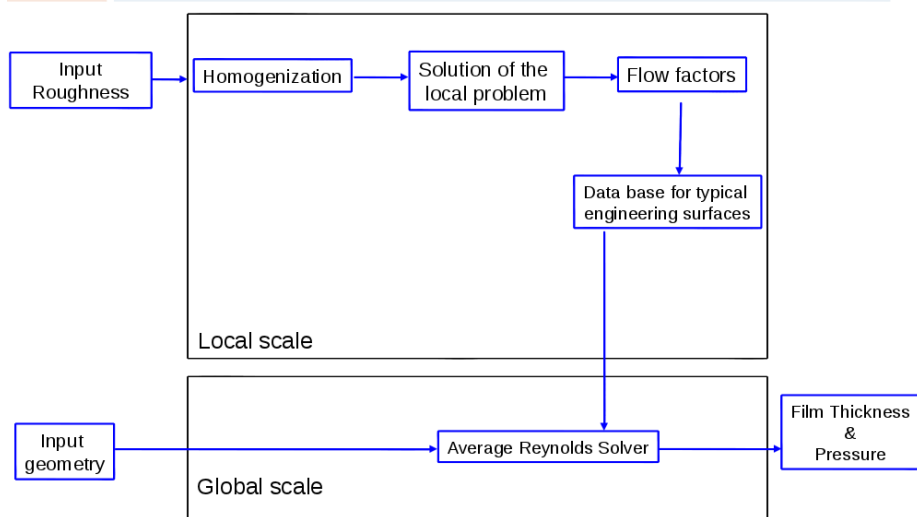
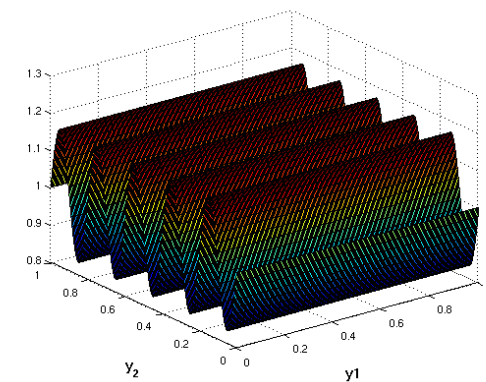
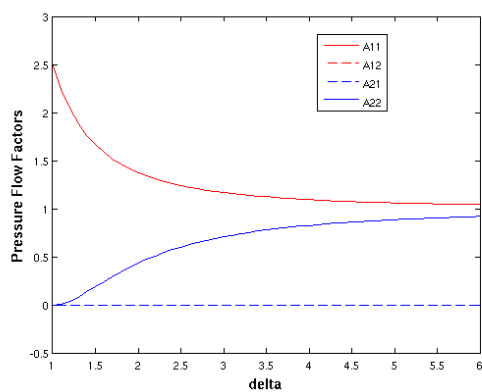


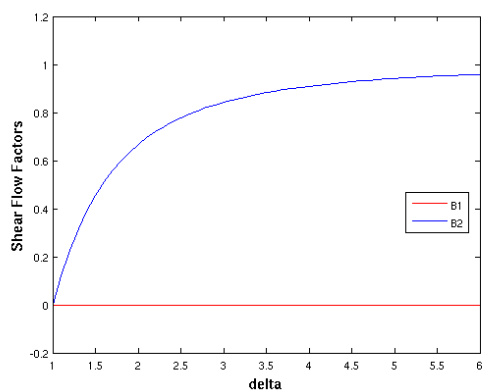
Figura 3.3: Schema di calcolo del programma HEHLP



(a)

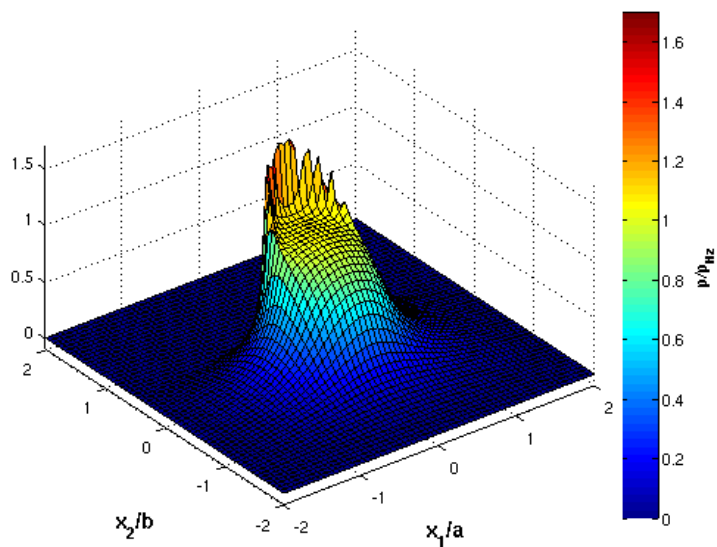


(b)

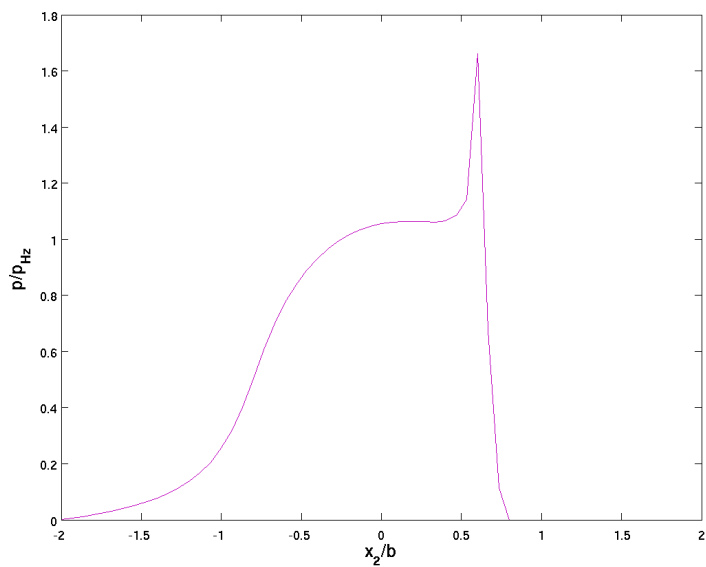


(c)

Figura 3.4: soluzione omogeneizzata di un contatto circolare rettificato ottenuta con HEHLP a) schematizzazione cella elementare; b) fattore di flusso di pressione c) fattore di flusso di taglio



(a)



(b)

Figura 3.5: soluzione omogeneizzata di un contatto circolare rettificato ottenuta con HEHLP a) distribuzione 3D della pressione omogeneizzata; b) sezione centrale della distribuzione 3D

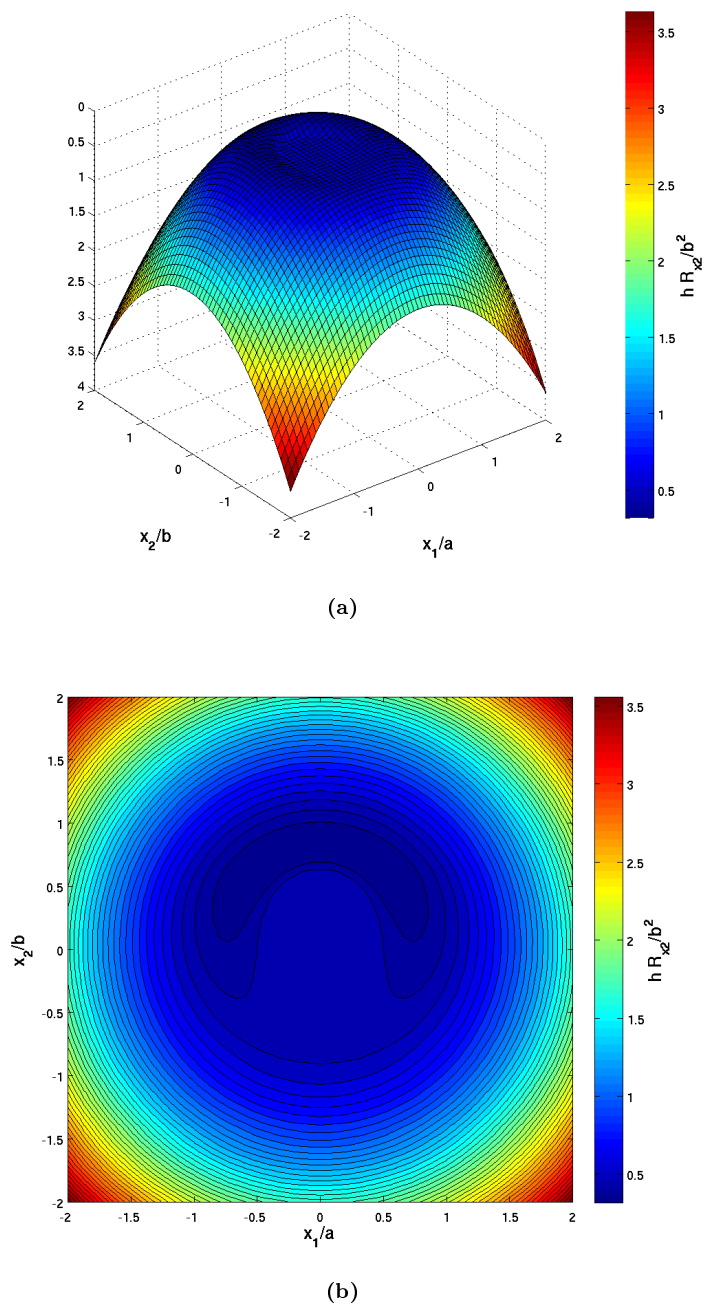
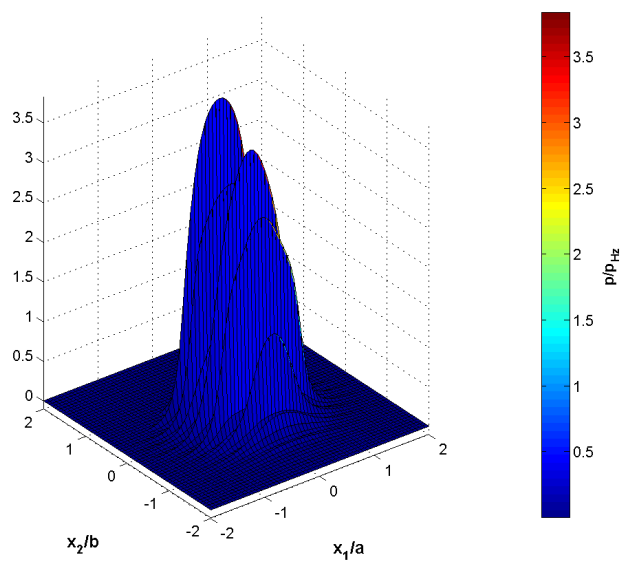
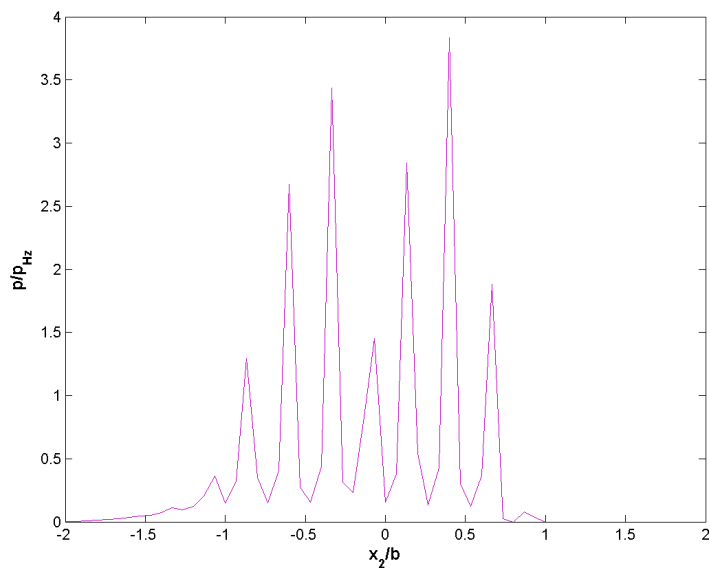


Figura 3.6: soluzione omogeneizzata di un contatto circolare rettificato ottenuta con HEHLP a) forma del meato; b) vista dall'alto della forma del meato



(a)



(b)

Figura 3.7: soluzione deterministica di un contatto circolare rettificato ottenuta con HEHLP a) distribuzione 3D della pressione omogeneizzata; b) sezione centrale della distribuzione 3D

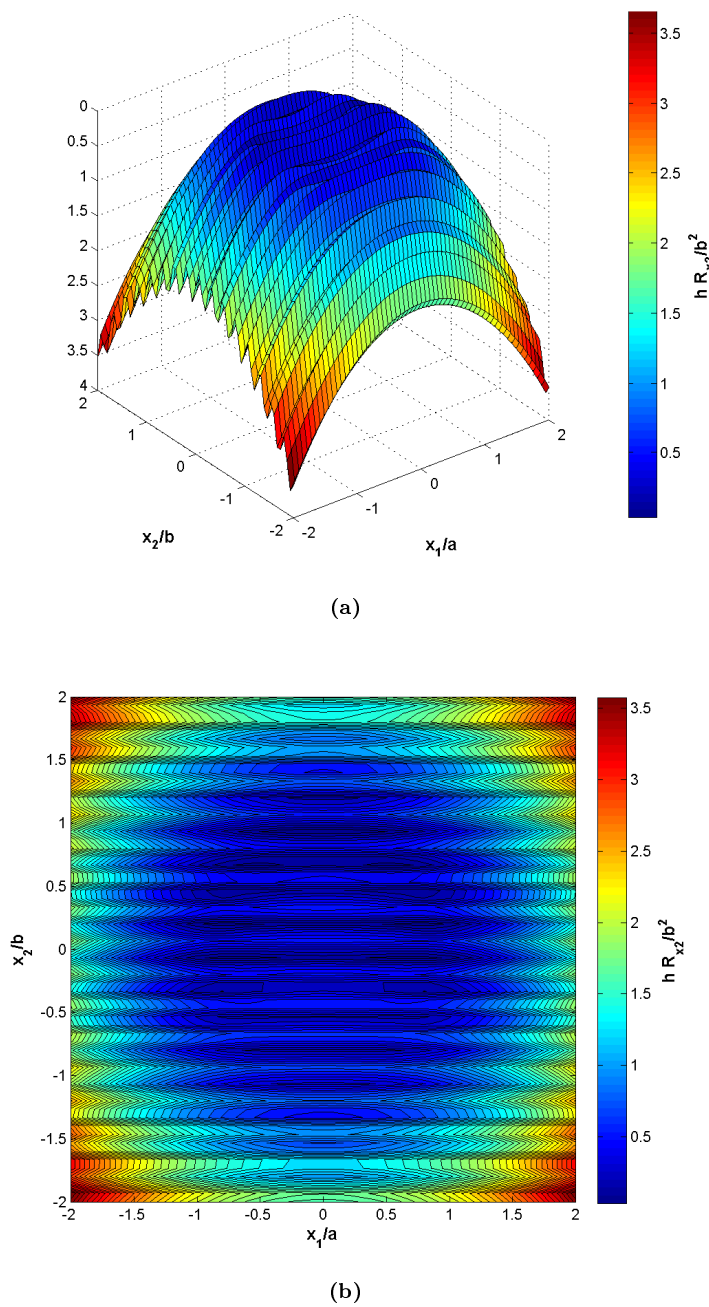
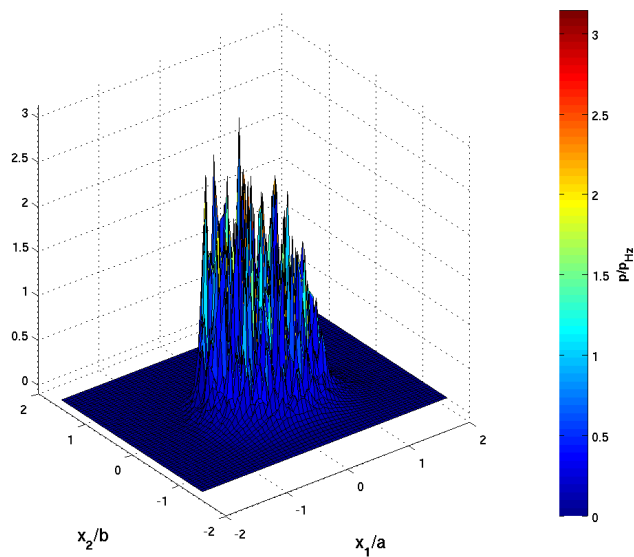
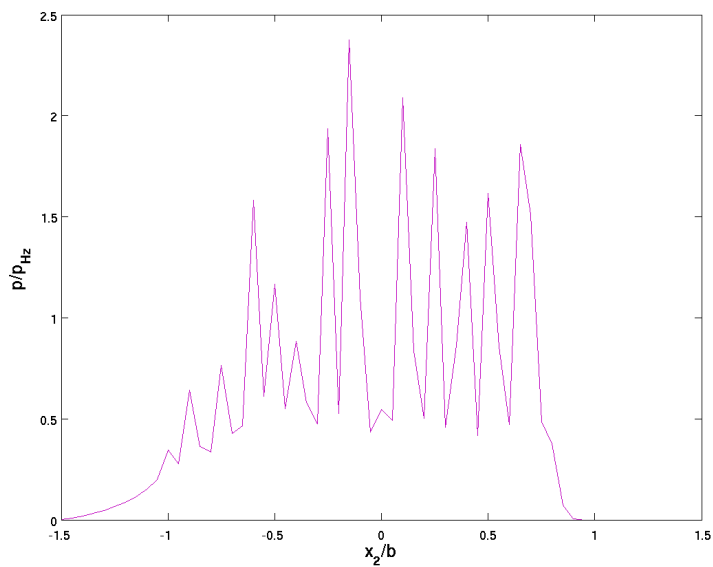


Figura 3.8: soluzione deterministica di un contatto circolare rettificato ottenuta con HEHLP a) forma del meato; b) vista dall'alto della forma del meato



(a)



(b)

Figura 3.9: soluzione deterministica di un contatto circolare superfinito ottenuta con HEHLP a) distribuzione 3D della pressione omogeneizzata; b) sezione centrale della distribuzione 3D

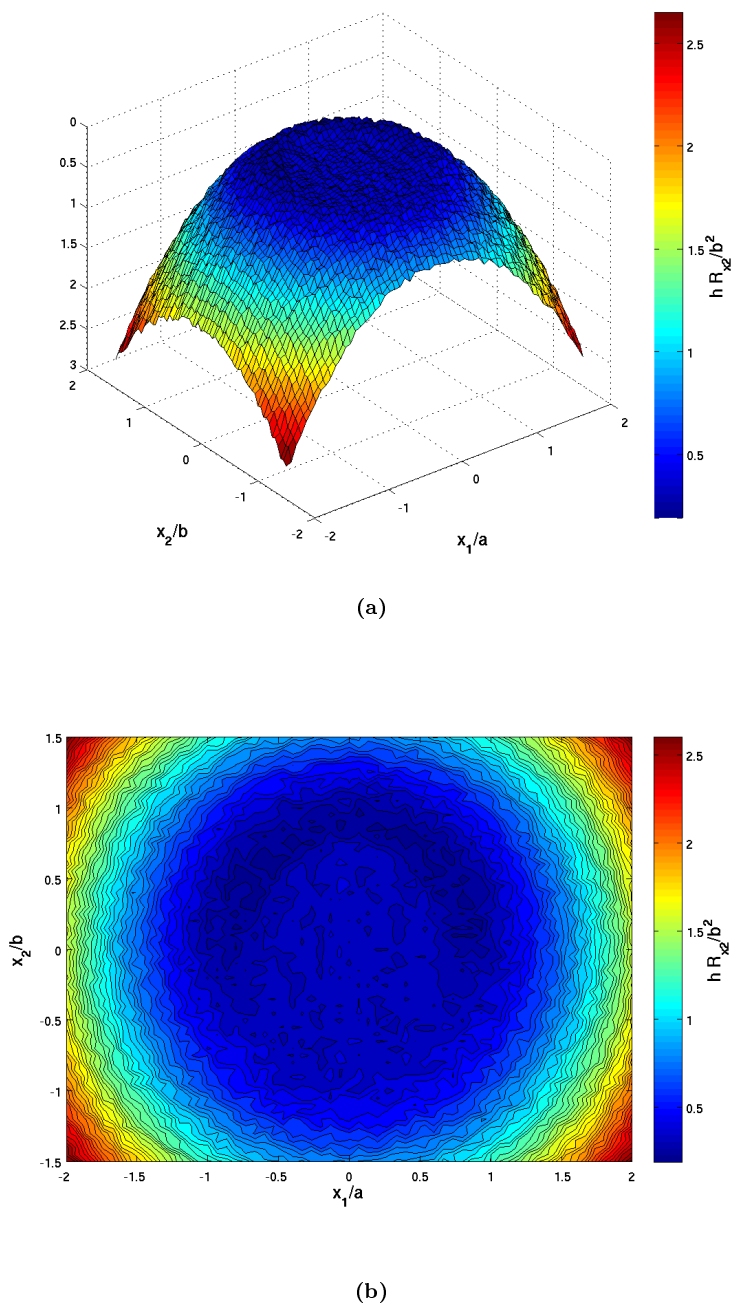
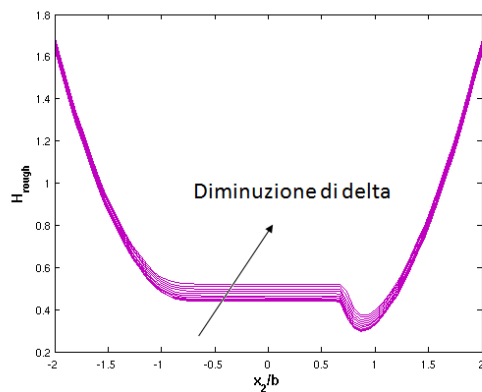
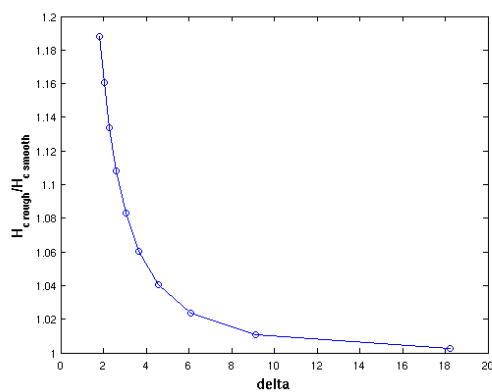


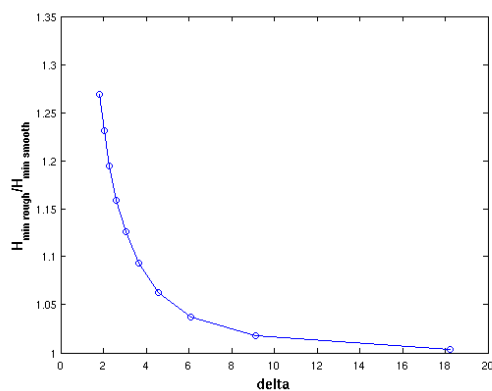
Figura 3.10: soluzione deterministica di un contatto circolare superfinito ottenuta con HEHLP a) forma del meato; b) vista dall'alto della forma del meato



(a)

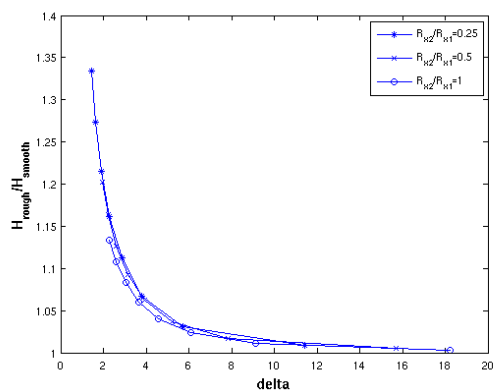


(b)

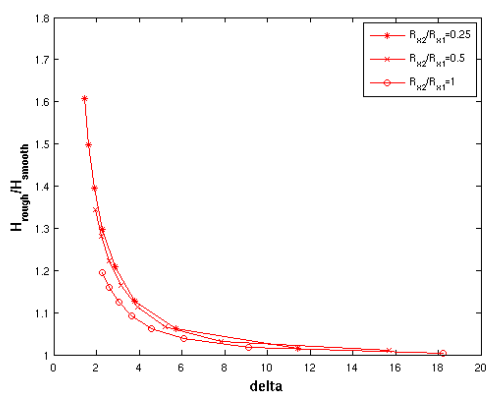


(c)

Figura 3.11: confronto tra soluzione omogeneizzata e liscia ottenuta con HEHLP per un contatto circolare rettificato a) sezione del meato; b) effetto della rugosità sull'altezza centrale del meato; c) effetto della rugosità sull'altezza minima del meato



(a)



(b)

Figura 3.12: confronto tra soluzione omogeneizzata e liscia ottenuta con HEHLP per un contatto ellittico rettificato e per vari rapporti tra i semiassi a) effetto della rugosità sull'altezza centrale del meato; b) effetto della rugosità sull'altezza minima del meato

Capitolo 4

Impostazione della campagna sperimentale di *scuffing*

4.1 Obiettivi e procedura di prova

La campagna sperimentale di caratterizzazione della resistenza a *scuffing* di ruote dentate di impiego aeronautico è stata rivolta al raggiungimento dei seguenti obiettivi:

1. studio del fenomeno di nucleazione e sviluppo dello *scuffing*;
2. validazione dei modelli analitici attualmente disponibili per indagare il rischio di *scuffing*;
3. miglioramento dell'affidabilità di tali valutazioni.

La programmazione iniziale degli esperimenti è stata affrontata con un approccio di tipo DoE ¹con piano fattoriale completo. A partire dall'esperienza progettuale di Avio e dalla già citata attività di ricerca svolta presso l'Università di Pisa [9], sono stati individuati 5 parametri di interesse, di cui 3 caratteristici dei campioni in prova, variabili su 2 livelli:

1. materiale (materiale 88 - materiale 89);
2. finitura superficiale (rettifica - superfinitura);

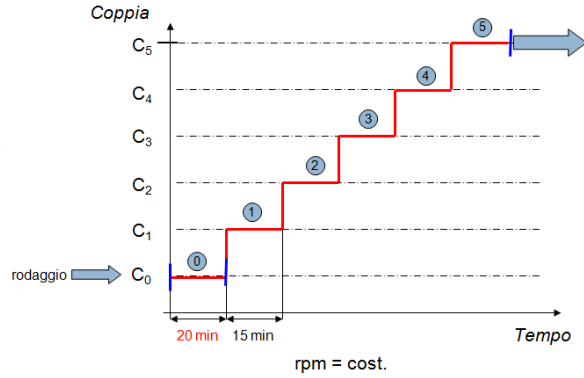
¹Design of Experiments

3. rapporto tra velocità di strisciamento e di rotolamento (angolo di pressione: 20° - 25°);
4. velocità (velocità bassa - velocità alta);
5. temperatura di adduzione del lubrificante (temperatura bassa - temperatura alta).

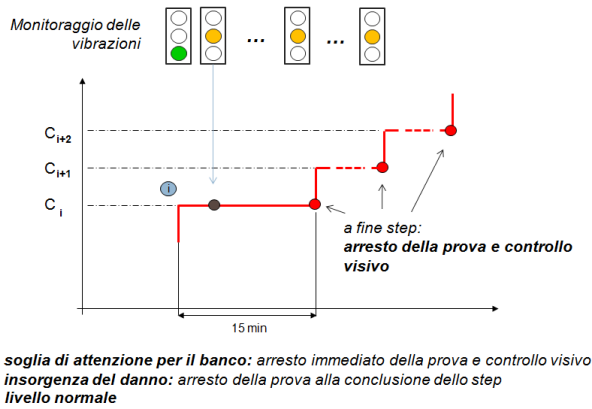
I parametri caratteristici dei campioni di prova - materiale, finitura superficiale e angolo di pressione - sono stati definiti in sede di progettazione conformemente agli standard tipici dell'industria aeronautica, mentre i due valori di velocità e di temperatura ai quali effettuare i test sono stati determinati sperimentalmente con delle apposite prove (*search test*) descritte nel seguito. Queste prove hanno avuto lo scopo di individuare le condizioni di danneggiamento all'interno del campo di funzionamento del banco prova.

Sono state previste 2 prove per ognuna delle 32 (2^5) combinazioni dei parametri di interesse. Le prove sono state pianificate con dei gradini di carico crescente, della durata di 15 minuti, come mostrato in Figura 4.1a. Il numero dei gradini ed il corrispondente valore di carico sono stati determinati in base ai risultati dei *search test*. Concordemente con Avio, si è deciso di dichiarare danneggiata una ruota quando più del 20 % dei denti (almeno sei) è stato interessato da fenomeni di *scuffing*. A tal proposito, si è deciso di monitorare il danneggiamento, anziché con dispendiose ispezioni visive che avrebbero comportato l'arresto del banco al termine di ogni gradino di carico, con tecniche diagnostiche in tempo reale basate sull'analisi delle vibrazioni. Si è deciso di arrestare la prova al termine del gradino se gli indicatori preposti al monitoraggio - da calibrare durante la fase di *search test* - avessero mostrato un livello vibrazionale tale da far supporre solamente l'insorgenza di un danneggiamento localizzato (Figura 4.1b). Si è deciso, invece, di arrestare immediatamente la prova se gli indicatori avessero superato una soglia di attenzione ritenuta critica (Figura 4.1c).

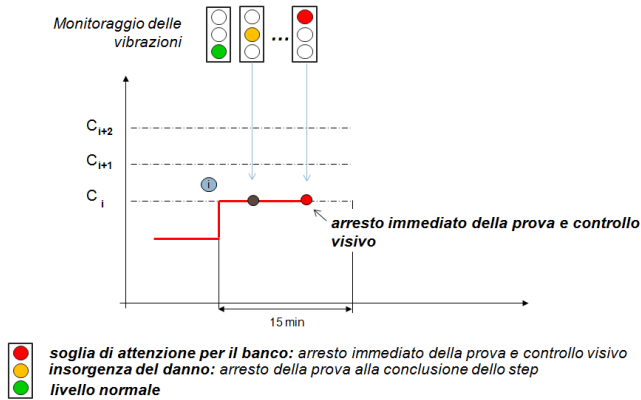
Come variabile di uscita del DoE è stato scelto il carico di danneggiamento. Con questo tipo di impostazione è possibile determinare i limiti prestazionali degli ingranaggi, in particolare i carichi di danneggiamento in date condizioni di funzionamento, raccogliere dati sufficienti a verificare il postulato di Blok circa la costanza della temperatura totale di contatto in condizioni di *scuffing*, determinare il peso relativo dei parametri considerati sul fenomeno in esame ed infine, in subordine alla verifica del postulato di Blok, calcolare i valori ammissibili di progetto.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.1: a) procedura di prova b) monitoraggio del danneggiamento: arresto al termine del gradino di carico c) monitoraggio del danneggiamento: arresto immediato



Figura 4.2: ruota dentata Z28 per prove di *scuffing* e particolare dell'asimmetria del fianco dei denti

4.2 Campioni di prova

I campioni di prova sono ruote dentate cilindriche a denti dritti con profilo ad evolvente modificato in testa dente con legge parabolica. Presentano un angolo di pressione di 20° sul fianco destro del dente e di 25° su quello sinistro. L'identificazione del fianco è univocamente determinata da una marcatura alfanumerica posta su una faccia della ruota: guardando la faccia con la marcatura, il fianco destro è quello che si trova alla destra dell'osservatore, ed il fianco sinistro quello che si trova alla sinistra dell'osservatore. Un'ulteriore marcatura presente su due denti consecutivi (0;1) rende possibile l'identificazione di tutti i denti.

In Tabella 4.1 sono riportate le caratteristiche geometriche delle ruote, mentre in Tabella A.1 sono riportate le tolleranze dimensionali.

I materiali di costruzione, convenzionalmente indicati come materiale 88 e materiale 89 per motivi di segretezza, sono due acciai da cementazione. Il secondo, in particolare, è un materiale sviluppato appositamente per operare e conservare buone caratteristiche meccaniche ad alte temperature. Le finiture delle superfici delle dentature, ottenute rispettivamente tramite processo di rettificazione (*ground*) e superfinitura isotropica (*REM*), presentano valori di rugosità nominali, rispettivamente, di $R_a < 0.4\mu\text{m}$ e $R_a < 0.1\mu\text{m}$.

Tabella 4.1: caratteristiche geometriche dei campioni di prova

numero denti	28
modulo	5 mm
ang. pressione	20 °fianco destro 25 °fianco sinistro
diametro primitivo	140 mm
diametro di base	131.56 mm fianco destro 126.88 mm fianco sinistro
diametro esterno	149.85 ÷ 150 mm
diametro inizio evolvente	132.95 mm fianco destro 130.93 mm fianco sinistro
spessore circolare del dente	7.583 ÷ 7.692 mm
larghezza fascia	8.9 ÷ 9.1 mm
bombatura	omissis

Tabella 4.2: tolleranze dei campioni di prova

massimo errore di divisione tra denti adiacenti	0.006 mm
massimo errore di divisione funzionale	0.029 mm
massimo errore di inclinazione denti	0.05 mm
massimo errore di inclinazione tra dente e dente	0.010 mm

Tabella 4.3: Banco prova per ingranaggi

interasse	140 mm
rapporto di trasmissione	1:1
velocità massima	18000 rpm
coppia massima	500 Nm
Potenza circolante massima	942 kW
temperatura massima di adduzione lubrificante	180°C

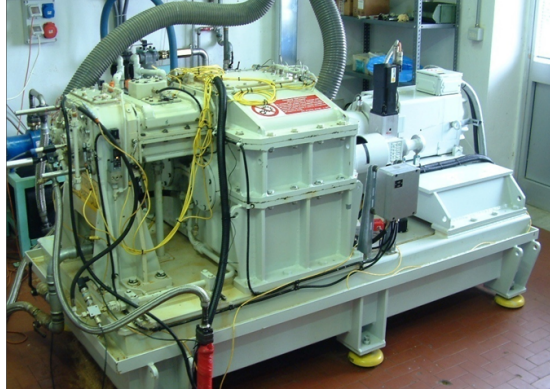


Figura 4.3: banco prova *Renk* per la caratterizzazione di ingranaggi di tipo aeronautico

4.3 Apparato sperimentale

4.3.1 Banco prova

La campagna sperimentale di *scuffing* è stata condotta utilizzando un banco a ricircolo di potenza appositamente progettato per l'esecuzione di prove su ingranaggi di tipo aeronautico (Banco *Renk*). In Tabella 4.3 sono riportate le principali caratteristiche del banco mentre in Figura 4.4 è riportato lo schema semplificato di funzionamento. Il banco può essere diviso in tre sezioni: una sezione di attuazione del moto ed applicazione del carico, una sezione moltiplicatore (*slave gearbox*) ed una sezione test. Il moto è introdotto da un motore AC asincrono, azionato da inverter. Un servoattuatore, comandando lo spostamento assiale di una ruota elicoidale della sezione moltiplicatore, produce la torsione degli alberi, e quindi, il caricamento dell'intera catena cinematica. Agendo opportunamente sul servoattuatore è possibile mettere in contatto il fianco destro o quello sinistro delle ruote in prova.

4.3.2 Strumentazione, controllo ed acquisizione dati

La strumentazione del banco comprende due torsionometri posizionati su entrambi gli alberi test, una serie di termocoppie posizionate in corrispondenza dei cuscinetti, del motore, e del circuito di lubrificazione, un misuratore di portata del lubrificante, un *pick up* ad effetto Hall per la generazione di segnali

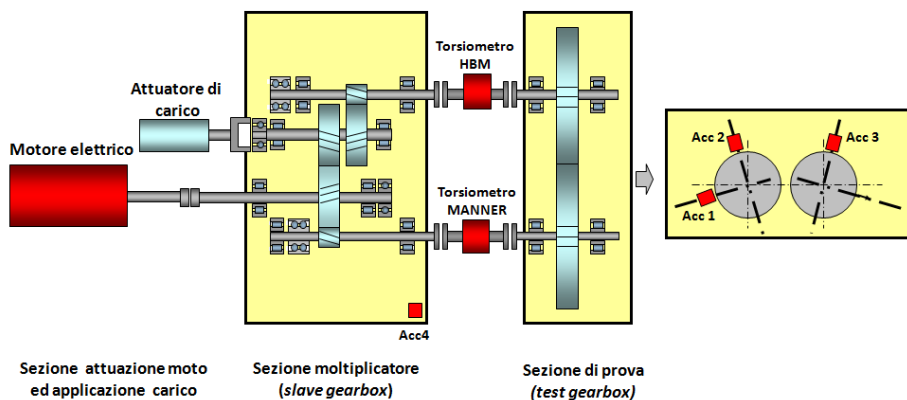


Figura 4.4: schema semplificato del banco prova *Renk*

tachimetrici e quattro accelerometri ad alta frequenza per il monitoraggio delle vibrazioni. Di questi, tre sono posizionati in corrispondenza della sezione - orientati sia nella direzione della retta di azione sia perpendicolarmente ad essa - ed una sulla sezione *slave*. L'acquisizione dei segnali accelerometrici, in particolare, permette di monitorare l'evoluzione della prova ed è alla base delle tecniche diagnostiche per l'individuazione del danneggiamento. L'idea fondamentale è la seguente: se in condizioni operative costanti viene misurato un aumento delle vibrazioni, questo è un indice di un deterioramento superficiale che sta portando l'ingranaggio a funzionare in maniera irregolare. I segnali accelerometrici vengono acquisiti su un PC dedicato ed analizzati in tempo reale da un apposito programma sviluppato in ambiente Labview[®]. Le analisi sono di tre tipi: firme vibratorie, analisi nel dominio del tempo ed analisi nel dominio della frequenza.

La firma vibratoria è una tecnica diagnostica che permette di estrarre dal segnale accelerometrico solamente le componenti di accelerazione sincrone con la velocità di rotazione dell'albero test. In questo modo è possibile studiare lo stato di salute della ruota dentata calettata su quell'albero eliminando le informazioni provenienti da tutte le altre componenti di vibrazione (ad esempio quelle dovute alla rotazione degli alberi della sezione *slave*). Il metodo consiste nel misurare il valore dell'accelerazione in N punti equidistanziati all'interno di un giro dell'albero e nel calcolare, per ognuno di essi, la media dei valori assunti su M giri consecutivi. Gli N punti vengono individuati a partire dal segnale tachimetrico del *pick up* ed il corrispondente valore dell'accelerazione viene

determinato per interpolazione lineare dei segnali digitali disponibili (ricampionamento sincro). In questo modo i segnali sono tutti in fase tra di loro, e la media permette di filtrare il rumore, che tipicamente è un disturbo non periodico caratterizzato da uno spettro a banda larga. In assenza di danneggiamenti, le firme vibratorie presentano un andamento stabile e caratteristico, con tanti picchi quanti sono i denti della ruota dentata. Nel momento in cui si nuclea o sviluppa un danneggiamento, invece, si nota un brusco cambiamento della firma.

L'analisi nel dominio del tempo si basa sul calcolo del valore RMS delle firme vibratorie. Detto N il numero di campioni che costituisce la firma vibratoria ed x_i il valore assunto dall' i -esimo campione, L'RMS (*Root Mean Square*, valore quadratico medio) è definito da:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (4.1)$$

L'RMS, fisicamente, rappresenta l'energia contenuta in una firma vibratoria ed è un indicatore generale dello stato degli ingranaggi. Il suo tracciato in funzione del tempo, infatti, manifesta alterazioni nel momento in cui il danneggiamento raggiunge caratteristiche di particolare gravità, mentre non è sensibile a danneggiamenti in stato iniziale o localizzati in pochi denti.

L'analisi in frequenza fornisce informazioni diagnostiche dal momento che eventuali danneggiamenti si ripercuotono su specifiche frequenze dello spettro di vibrazione del banco. Questa, analisi viene effettuata sui segnali accelerometrici grezzi, cioè non ricampionati per il calcolo le firme vibratorie. Le tipiche componenti dello spettro sono dovute alla frequenza di rotazione degli alberi ed alle frequenze di ingranamento delle ruote dentate. Indicando con n la velocità di rotazione in giri al minuto di un albero e con Z il numero di denti della ruota dentata calettata sull'albero, la frequenza di rotazione è:

$$f_r = \frac{n}{60} \quad (4.2)$$

e la frequenza di ingranamento è:

$$f_i = f_r Z \quad (4.3)$$

Altre componenti dello spettro sono dovute ad errori di profilo o a difetti periodici introdotti nella ruota dal processo di taglio della dentatura. Questi

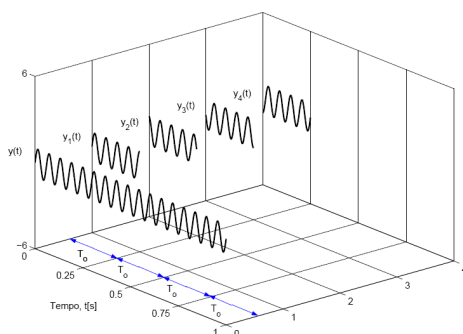


Figura 4.5: schema di calcolo per la determinazione delle medie sincrone

difetti producono delle “componenti fantasma” che danno luogo ad uno spettro di basso livello con un gran numero di armoniche. Inoltre va osservato che, durante la rotazione delle ruote, i segnali sono modulati in ampiezza ed in frequenza. Se durante il funzionamento si manifesta un danneggiamento delle dentature, lo spettro si modifica in modo caratteristico in funzione del danneggiamento stesso.

Il controllo del banco prova avviene tramite un PC dedicato, su cui è installato un apposito programma anch'esso sviluppato in ambiente Labview[®]. Il software gestisce gli azionamenti elettrici ed il sistema di applicazione dei carichi di prova, acquisisce tutti i segnali provenienti dalla strumentazione - eccetto quelli accelerometrici - e li visualizza in tempo reale. È inoltre dotato di un sistema di allarme che garantisce l'arresto automatico del banco nel momento in cui vengono raggiunte condizioni critiche.

4.3.3 Impianto di lubrificazione

L'impianto di lubrificazione è costituito da due circuiti indipendenti di cui uno, termoregolato, è dedicato alla lubrificazione delle dentature in prova e l'altro, a temperatura ordinaria, è dedicato alla lubrificazione degli organi meccanici ausiliari del banco (ingranaggi della sezione *slave* e tutti i cuscinetti). In entrambi i circuiti il lubrificante utilizzato è l'*Aeroshell Turbine Oil 500* con caratteristiche conformi alla specifica MIL-PRF-23699F classe STD. Si tratta di un lubrificante a base di esteri sintetici (esteri del neopentiglicol), che include additivi chimici per migliorare la stabilità termica ed aumentare la capacità di

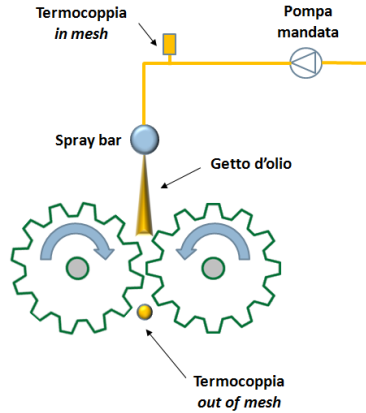


Figura 4.6: posizione dell'ugello per l'alimentazione del lubrificante e delle termocoppie *in/out of mesh* sul banco prova *Renk*

carico. La composizione chimica non è nota, ma sicuramente contiene come agente AW/EP dall'1 ÷ 2.40% di tricresilfosfato (TCP).

La lubrificazione delle dentature in prova avviene con un getto di lubrificante “*in mesh*”, mediante un ugello posizionato sopra la zona di ingranamento dei denti. La temperatura della miscela aria/lubrificante immediatamente sotto la zona di ingranamento è misurata da una termocoppia “*out of mesh*”.

In tabella si riportano le principali caratteristiche del lubrificante.

Tabella 4.4: caratteristiche del lubrificante Turbine Oil 500 (da [30])

caratteristica	valore
densità	1005 kg/m ³ (a 15°C) 9750 (a -40 °C)
viscosità cinematica	28 (a 37.8 °C) 5.3 (a 98.9 °C)
<i>pour point</i>	<-57°C
<i>flash point</i>	260 °C (COC)
acidità totale	0.02 mg KOH/g

Capitolo 5

Svolgimento della campagna sperimentale di *scuffing*

5.1 Prove preliminari

5.1.1 Obiettivi e procedura di prova

La determinazione dei valori di velocità di rotazione e temperatura di adduzione del lubrificante ai quali effettuare le prove previste dal DoE ha richiesto una serie di prove preliminari, dette *search test*, allo scopo di ottenere una mappatura dell'occorrenza del danneggiamento all'interno dell'involucro del banco prova. Si è ritenuto di interesse il campo di velocità compreso tra 3000 e 15000 rpm, corrispondenti rispettivamente a 8 m/s e 46 m/s di velocità di rotolamento ed a 7 m/s e 37 m/s di velocità di strisciamento. Il campo di temperatura di interesse, tenuto conto delle condizioni operative dei motori aeronautici e delle difficoltà di raffreddamento del lubrificante, è compreso tra 60 e 120 °C. La portata è stata fissata in 2 l/min, valore ritenuto sufficiente a garantire una ottima lubrificazione. La minima coppia di prova è stata di 150 Nm, la massima, corrispondente al limite del banco, di 500 Nm.

Le prove sono state eseguite a velocità e temperatura costanti, con gradini di carico della durata di 15 minuti ed incrementi fino al raggiungimento del carico massimo del banco o di quello per il quale si è verificato un danneggiamento di almeno 6 denti.

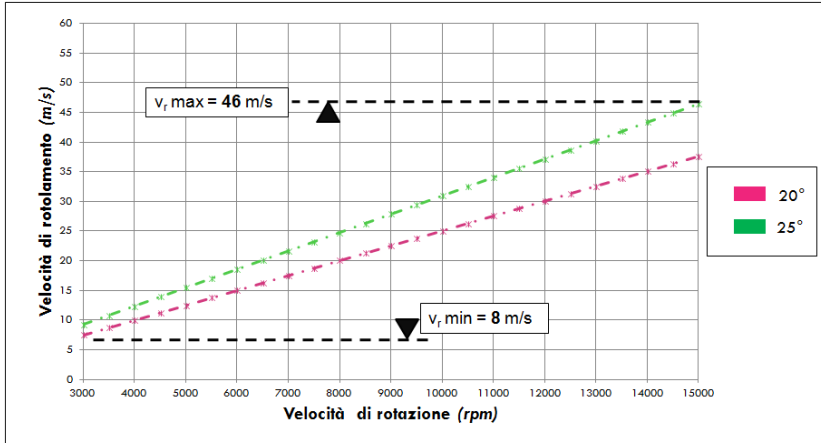


Figura 5.1: inviluppo delle velocità di rotolamento

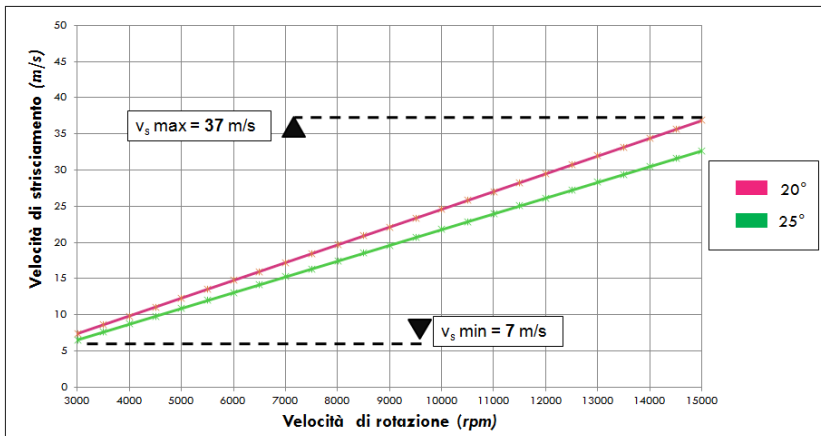


Figura 5.2: inviluppo delle velocità di strisciamento

5.1.2 Prove effettuate

Sono stati effettuati dodici test per un totale di 207 condizioni provate. La Figura 5.3a mostra un quadro riassuntivo dei test, mettendo in evidenza come, indipendentemente dal valore degli altri parametri di prova (temperatura, finitura superficiale, angolo di pressione, materiale) il danneggiamento si sia manifestato solo in corrispondenza di due regimi di velocità (6100 rpm e 12200 rpm).

In Figura 5.3b sono riportati i valori di RMS associati alle condizioni provate ed i corrispondenti valori di rischio *scuffing* calcolati utilizzando l'indicatore SB (2.38). Risulta evidente come, in corrispondenza di bassi valori di RMS, i danneggiamenti si siano verificati per alti valori di rischio, mentre, in corrispondenza di alti valori di RMS, i danneggiamenti si siano verificati per valori di rischio estremamente bassi. Si può pertanto supporre l'esistenza di una forte dipendenza tra il comportamento vibratorio del banco e l'innescò del danneggiamento, da attribuire, presumibilmente, a fenomeni di sovraccarico dinamico delle dentature in prova. A tal proposito sono state effettuate una serie di prove aggiuntive per la caratterizzazione del comportamento dinamico del banco dalle quali è emersa la presenza di una risonanza eccitata dalla frequenza di ingranamento a 6100 rpm e dalla metà della frequenza di ingranamento a 12200 rpm¹. Non disponendo di strumenti sperimentali che consentano di valutare l'entità del sovraccarico dinamico delle dentature, è stato necessario eseguire altri *search test* escludendo da questa nuova indagine i regimi interessati da tali fenomeni. I regimi scelti sono stati 3000, 4500, 9500 e 15000 rpm. Inoltre, stante le limitate capacità di coppia massima erogabili del banco, per indurre danneggiamento sui campioni in prova è stato necessario effettuare test a valori di portata inferiore a 2l/min. L'effetto della riduzione di portata è stato quello di ridurre la quantità di calore asportato dal lubrificante e, quindi, quello di aumentare la temperatura *bulk* delle ruote, come mostrato in Figura 5.4. La scelta dei nuovi valori di portata, eseguita tramite il modello HTO, è stata tale da garantire il non superamento del limite di 200 °C della temperatura di *bulk*, valore oltre il quale si verifica il decadimento delle proprietà dello strato cementato dei campioni di prova. Al fine di garantire la similitudine tra le condizioni di lubrificazione fra prove a bassa ed alta velocità, si è adottato il criterio di mantenere costante il rapporto tra la velocità del getto e la velocità periferica della ruota. In tal modo, infatti, è possibile assicurare che la quantità di lubrificante che raggiunge il vano è identica nei diversi casi.

¹Si veda, a tal proposito [29]

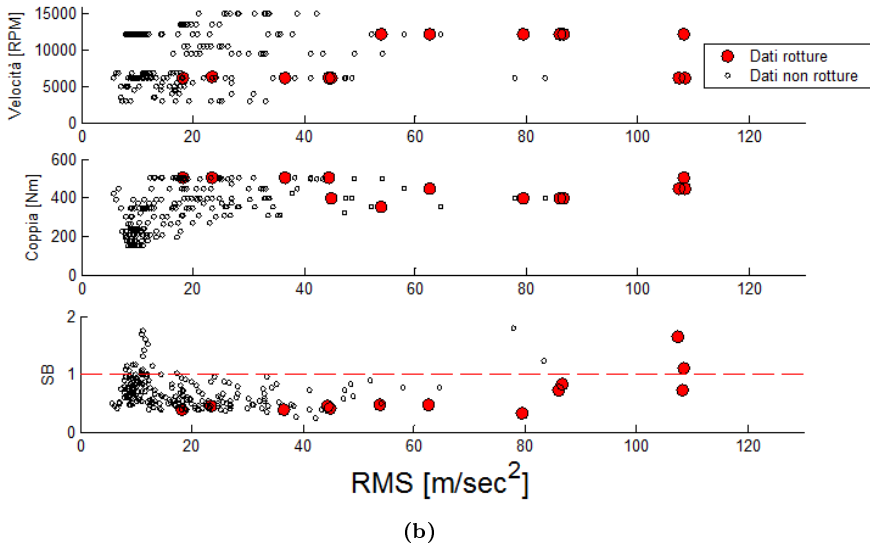
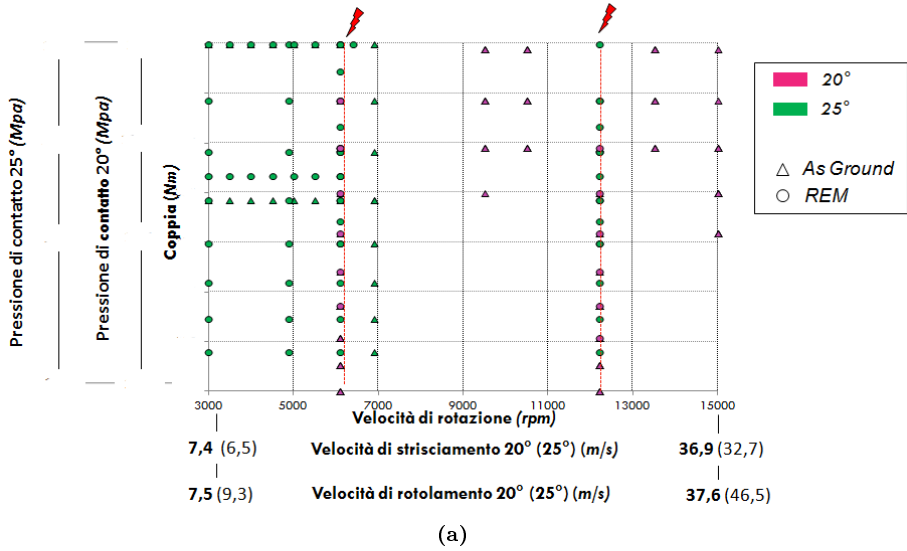


Figura 5.3: sinottico della prima parte dei *search test*. a) sono chiaramente visibili i regimi preferenziali di danneggiamento (6100 rpm - 12200 rpm) b) relazione tra danneggiamento e livello vibrazionale del banco

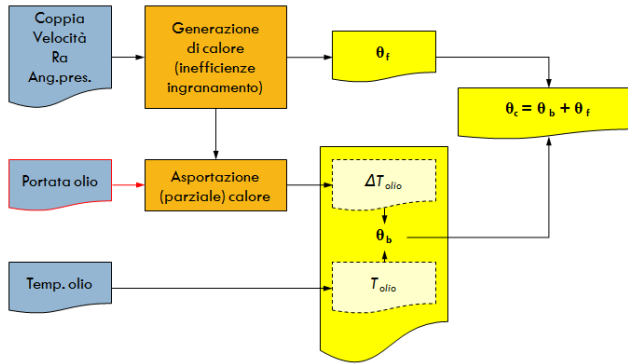


Figura 5.4: effetto della riduzione della portata di lubrificante sulla temperatura totale di contatto

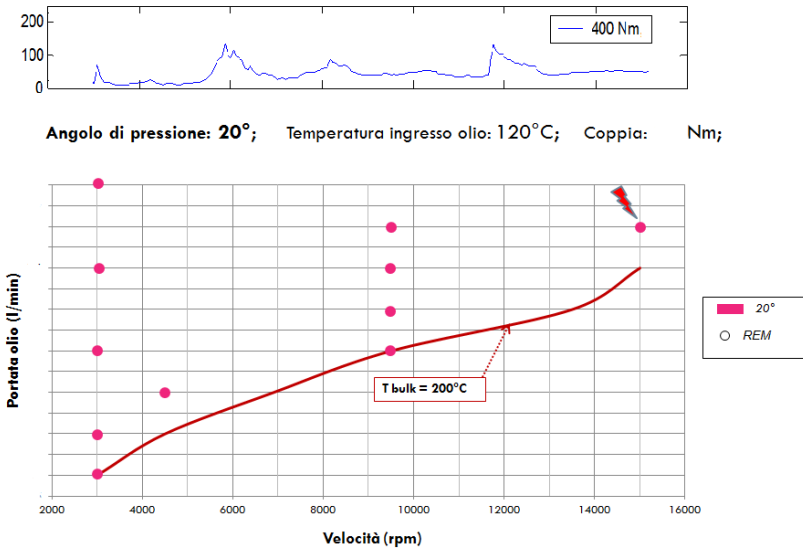


Figura 5.5: Search test e riduzione di portata. In alto è visibile l'RMS acquisito durante le prove di caratterizzazione dinamica del banco, che ha consentito di individuare i regimi di velocità non disturbati

In Figura 5.5 è mostrata, in funzione della velocità di rotazione delle ruote, la curva luogo dei punti a temperatura *bulk* pari a 200°C; in ordinate sono riportati i valori corrispondenti della portata. Nella parte superiore della figura stessa è riportato il valore i RMS acquisito durante le prove dedicate alla caratterizzazione dinamica del banco, al fine di individuare regimi non disturbati da un livello eccessivo di vibrazione. I test effettuati, tuttavia, non hanno evidenziato alcun danneggiamento, se non a velocità di 15000 rpm e comunque in modo non ripetibile (Figura 5.5).

5.1.3 Principali risultati ottenuti

L'analisi dei risultati delle prove effettuate può essere sintetizzata nei seguenti punti:

- è stata osservata una forte correlazione tra danneggiamento e comportamento dinamico del banco;
- sono stati identificati i regimi di funzionamento del banco caratterizzati da un basso livello di vibrazione (regimi “sicuri”);
- per indurre danneggiamento sono state effettuate prove a portata ridotta: la riduzione di portata è stata valutata secondo il modello HTO per avere $\theta_b < 200$ °C in tutti i test;
- è stato ottenuto danneggiamento ad elevate velocità solo in condizioni estreme di funzionamento (alte velocità, temperature, coppie) ed in modo non ripetibile;
- per indurre il danneggiamento in un numero adeguato di condizioni, è necessario ridurre ulteriormente la portata; A tale scopo è stata pianificata una campagna di misura della temperatura *bulk* in modo da verificare la bontà del modello ed, eventualmente, tararlo affinché la riduzione garantisca il non superamento dei 200°C.

5.1.4 Ridefinizione dell'impostazione della campagna

I risultati dei *search test* hanno mostrato la necessità di ridefinire la strategia di impostazione del DOE, includendo la portata come parametro aggiuntivo ed introducendo un'ulteriore riduzione di portata rispetto a quanto già provato per indurre danneggiamento in un numero adeguato di condizioni. In questo modo, la coppia di *scuffing* non può più essere utilizzata come variabile di uscita dal

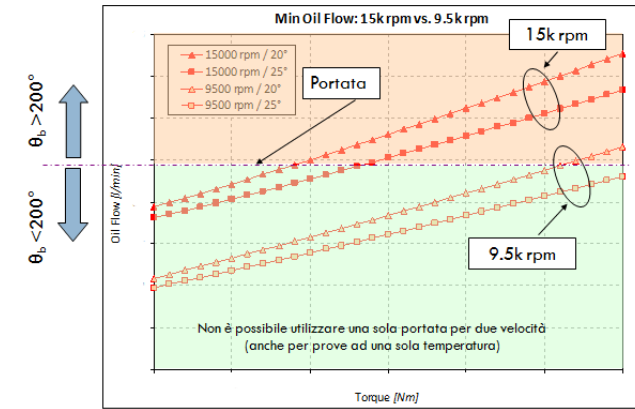
Tabella 5.1: Variabili del DoE

materiale	materiale 88	materiale 89
finitura superficiale	rettifica	superfinitura
angolo pressione (°)	20	25
velocità (rpm)	9500	15000
temperatura (°C)	90	120

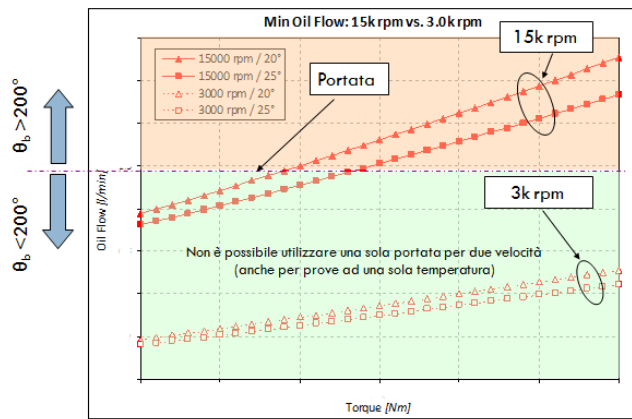
DoE. La variabile di uscita diventa allora la temperatura totale di contatto, la cui regolazione è effettuata, appunto, dalla portata e dalla coppia, come mostrato in Figura 5.4.

Per la determinazione dei parametri di velocità e di temperatura del DoE si è proceduto nel seguente modo: tenuto conto che gli unici danneggiamenti osservati in regimi dinamicamente non disturbati si sono verificati a 15000 rpm e 120 °C, questi valori sono stati scelti, rispettivamente, come valori alti della velocità e della temperatura. Per garantire poi una differenza di temperatura rilevabile dai modelli, ma che fosse comunque all'interno del campo di interesse Avio, è stato scelto 90 °C come valore basso di temperatura. Per quanto riguarda il valore basso di velocità, sono stati inizialmente considerati sia 3000 che 9500 rpm, poiché presentano entrambi livelli vibratorii accettabili. La velocità di 3000 rpm ha il vantaggio di sviluppare un minor spessore di lubrificante ma, di contro, mostra un minore incremento di temperatura *flash* rispetto alla velocità di 9500 rpm. Tenuto conto del fatto che una riduzione di portata al di sotto dei valori minimi già provati avrebbe comportato una criticità nel controllo della prova a 3000 rpm ², è stato scelto 9500 rpm come valore basso di velocità del DoE. La necessità di ridurre la portata ha evidenziato inoltre l'impossibilità di utilizzare un solo valore di portata per entrambe le velocità (anche per prove ad una sola temperatura), né un solo valore di portata per entrambe le temperature (anche per prove ad una sola velocità). A tal proposito si vedano le figure da 5.6a a 5.7b.

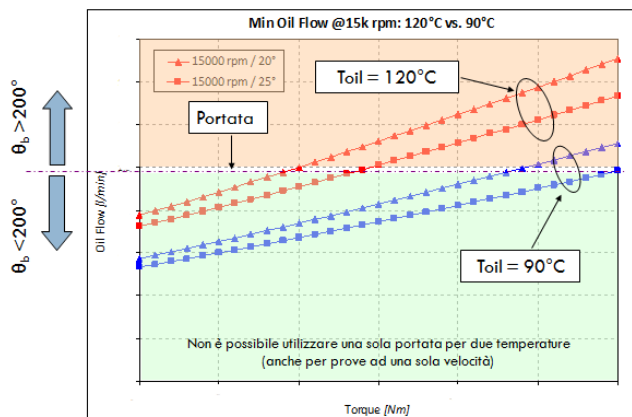
²A causa dell'impossibilità di garantire, con il flussometro montato sul banco, la costanza della portata di lubrificante richiesta



(a)

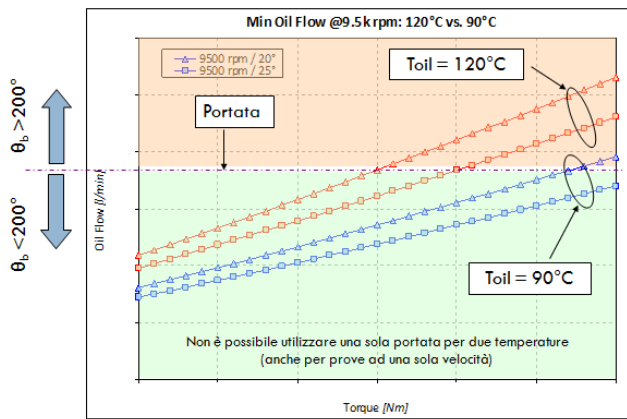


(b)

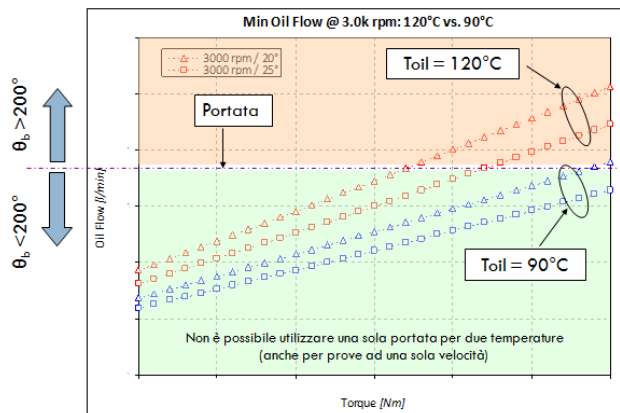


(c)

Figura 5.6: a) b) raggruppamenti in base alla velocità c) raggruppamento in base alla temperatura



(a)



(b)

Figura 5.7: raggruppamento in base alla temperatura

5.2 Prove di misura della temperatura *bulk*

5.2.1 Obiettivi e procedura di prova

La campagna sperimentale di misura della temperatura *bulk* ha avuto l'obiettivo di rendere disponibili le misure della temperatura del corpo ruota al fine di verificare i meccanismi di produzione del calore individuati dal modello HTO:

- funzionamento con prevalenti perdite per ventilazione;
- funzionamento con prevalenti perdite per strisciamento.

Le perdite per rotolamento, che secondo il modello HTO sono, al massimo, il 3% delle perdite per strisciamento, sono state considerate trascurabili.

Una ruota dell'ingranaggio è stata strumentata con una termocoppia annessa nel cuore di un dente e tenuta in posizione da una piastra di bloccaggio come mostrato in Figura 5.8. Il segnale termometrico è stato condizionato a bordo attraverso una elettronica appositamente progettata ed è stato trasferito a terra mediante un sistema a contatti striscianti (*slip-ring*). Lo stesso sistema è stato utilizzato per il trasferimento a bordo delle correnti di alimentazione dell'attrezzatura di misura.

Sono state pianificate nove prove sperimentali al variare della velocità di rotazione delle ruote dentate, del carico applicato, dell'angolo di pressione, della temperatura, della portata e della velocità del getto di lubrificante. In ogni prova è stato variato un parametro per volta secondo il piano riportato in tabella 5.2. Ogni prova non si è conclusa prima del raggiungimento di condizioni termiche stazionarie delle ruote (variazione della temperatura *bulk* misurata in cinque minuti inferiore ad 1°C) e, comunque, la sua durata non è stata inferiore a dieci minuti.

Le prove W1 e W2 sono state condotte mediante cinque step di velocità a coppia costante - 60 Nm, al fine di evitare il martellamento dei denti dovuto al funzionamento senza carico - mentre le prove dalla F1 alla F7 sono state condotte mediante cinque step di coppia a velocità costante (figure 5.9a e 5.9b). Per le prove da F1 a F7, sono stati utilizzati ugelli del lubrificante di diametro variabile, in modo tale da mantenere costante il rapporto fra velocità periferica delle ruote e velocità dell'olio in uscita dall'ugello ($Vt/V_{olio} = cost$).

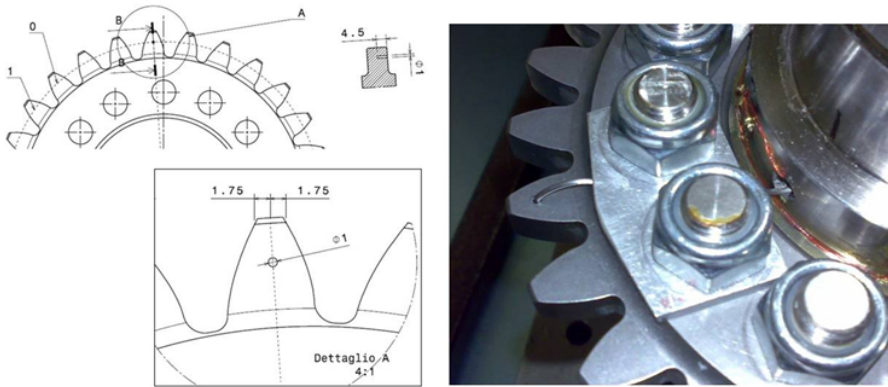


Figura 5.8: strumentazione della ruota dentata per la misura della temperatura *bulk*. La termocoppia è inserita in un foro ottenuto nella faccia laterale del dente avente profondità pari a metà della larghezza di fascia

Tabella 5.2: Piano di prova per la taratura del modello HTO

Test	angolo pressione (°)	T_{olio} (°C)	\dot{m} (l/min)	n_1 (rpm)	C (Nm)	V_{olio} (m/s)
Ventilazione						
W1	25	T_1	0.6	↗	80	9.28
W2	25	T_1	1.2	↗	80	9.28
Strisciamento						
F1	20	T_1	0.9	9500	↗	12.56
F2	25	T_1	0.9	9500	↗	12.56
F3	25	T_1	0.9	7125	↗	9.28
F4	25	T_1	0.9	4500	↗	5.95
F5	25	T_2	0.9	9500	↗	12.56
F6	25	T_1	1.4	9500	↗	12.56
F7	20	T_1	0.9	4500	↗	5.95

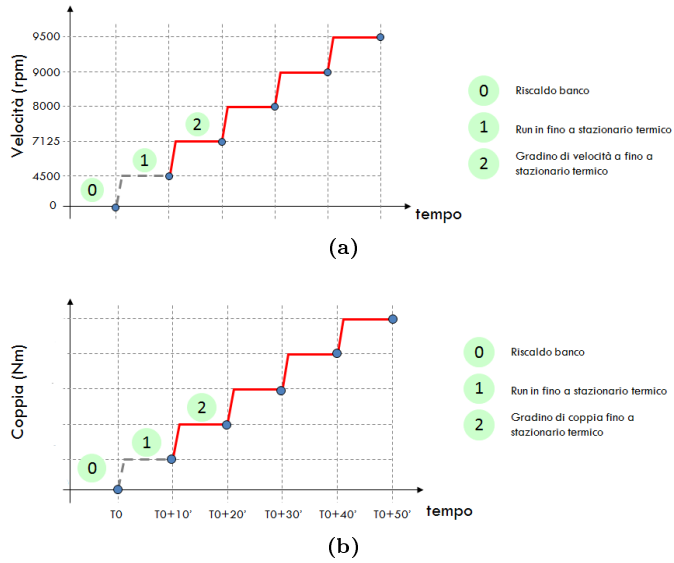


Figura 5.9: Procedura di prova per la misura della temperatura *bulk*

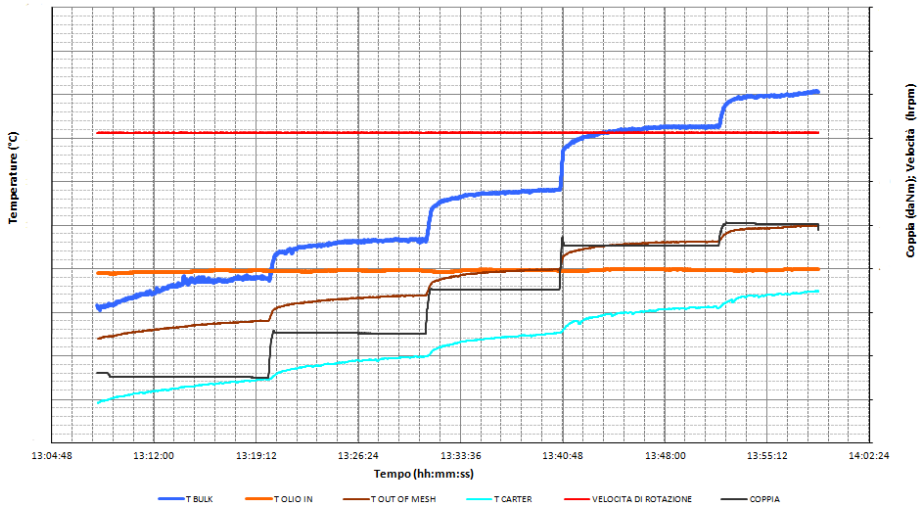


Figura 5.10: prova di misura della temperatura *bulk* F3

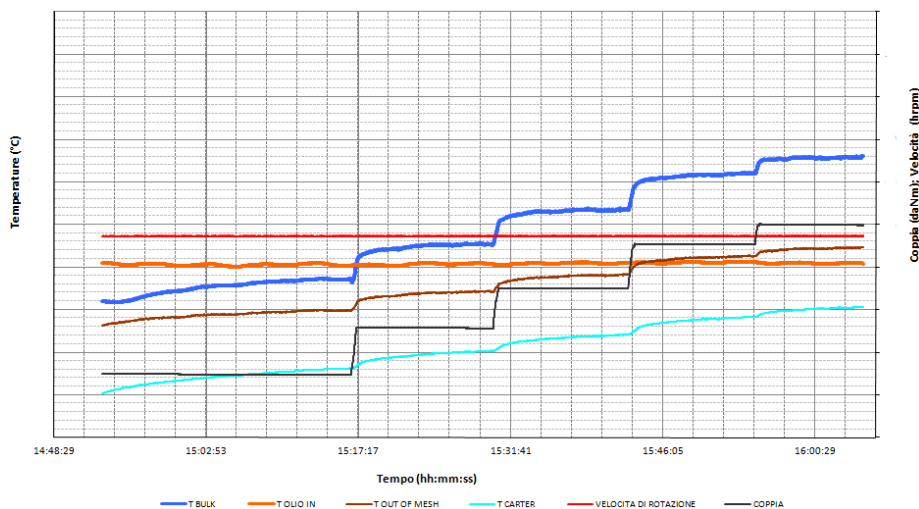
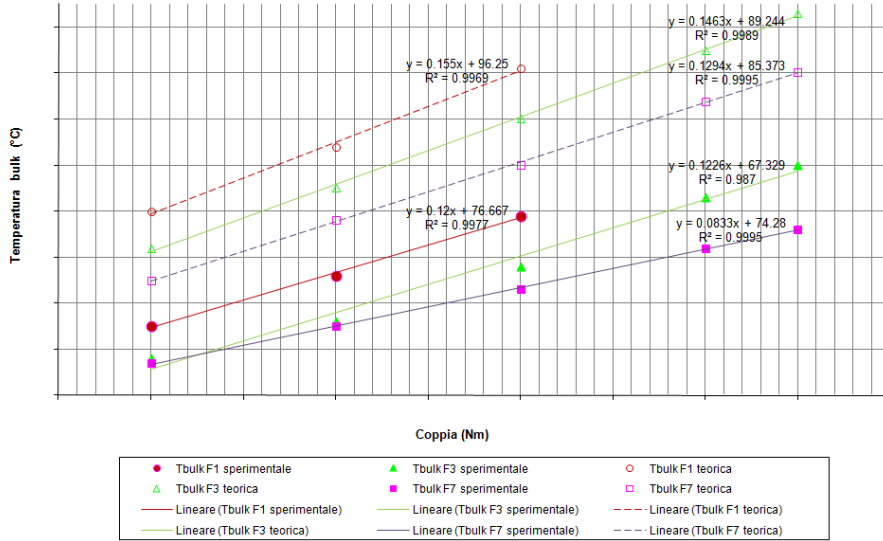


Figura 5.11: prova di misura della temperatura *bulk* F7

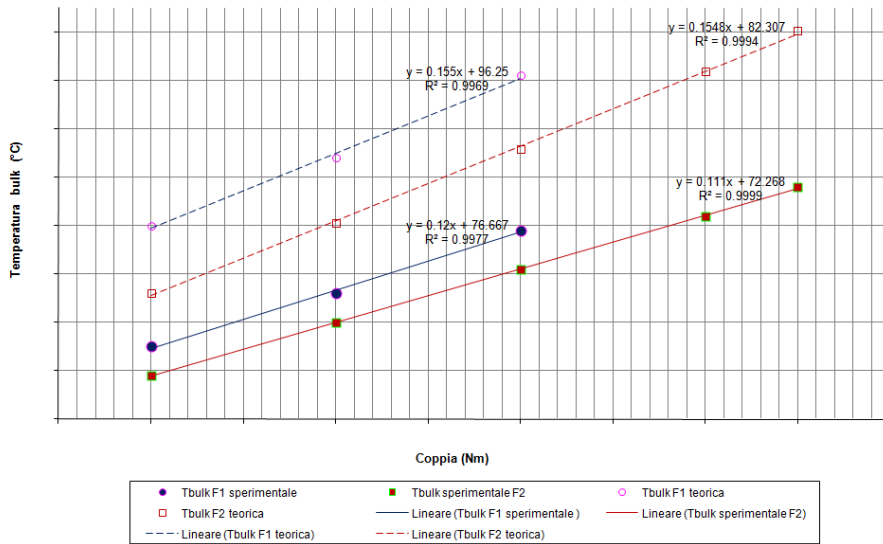
5.2.2 Prove effettuate e taratura del modello HTO

Le condizioni provate sono risultate particolarmente gravose ed hanno comportato il danneggiamento di alcuni denti ed, in alcuni casi, l'impossibilità di proseguire la prova. A causa dei danneggiamenti occorsi, le prove F6, F3, ed F5, inizialmente pianificate su ruote con angolo di pressione di 25° , sono state effettuate su ruote con angolo di pressione di 20° .

Nelle figure 5.10 e 5.11 sono riportati due esempi di prove di misura della temperatura *bulk*. I dati numerici sono stati nascosti per motivi di riservatezza. Dalle figure si evince come ad ogni incremento di carico corrisponda un aumento della temperatura *bulk* ed un lieve aumento di quella *out of mesh*. I valori misurati sono stati successivamente riportati in grafico come funzione dei parametri del modello HTO e confrontati con le corrispondenti previsioni teoriche. Ad esempio, in Figura 5.12a è rappresentato l'andamento della temperatura *bulk* in funzione della coppia relativo alle prove F1, F3, F7 (stesso angolo di pressione, stessa portata, stessa temperatura di ingresso olio, diversa velocità), mentre in Figura 5.12b è rappresentato lo stesso andamento relativo alle prove F1, F2 (stessa portata, stessa temperatura di ingresso olio, stessa velocità, diverso angolo di pressione).



(a)



(b)

Figura 5.12: Andamento della temperatura *bulk*, teorico e sperimentale a) per le prove F1, F3, F7 b) per le prove F1 ed F2

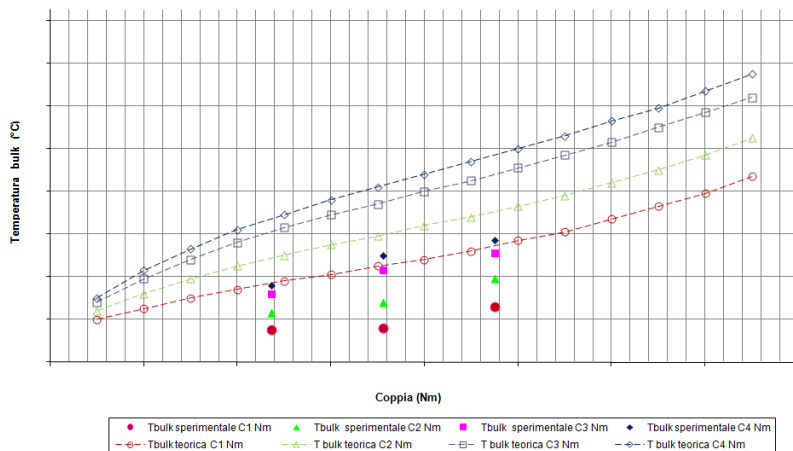


Figura 5.13: Andamento della temperatura *bulk*, teorico e sperimentale, in funzione della velocità

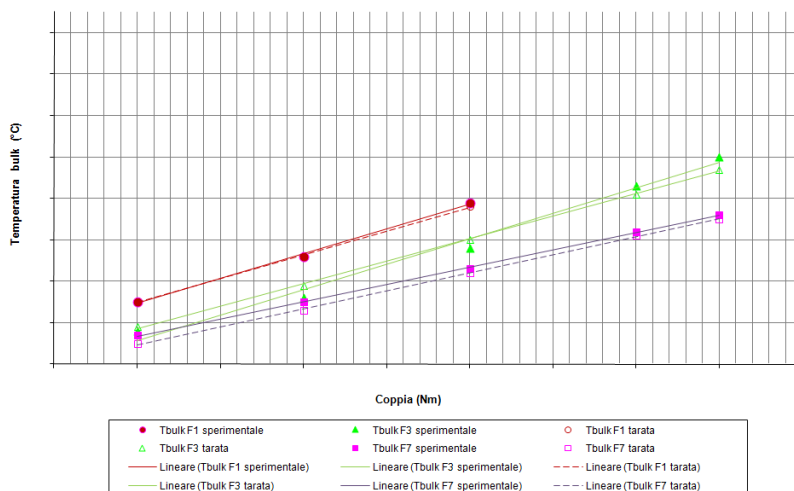


Figura 5.14: Andamento della temperatura *bulk*, tarato e sperimentale, per le prove F1, F3, F7

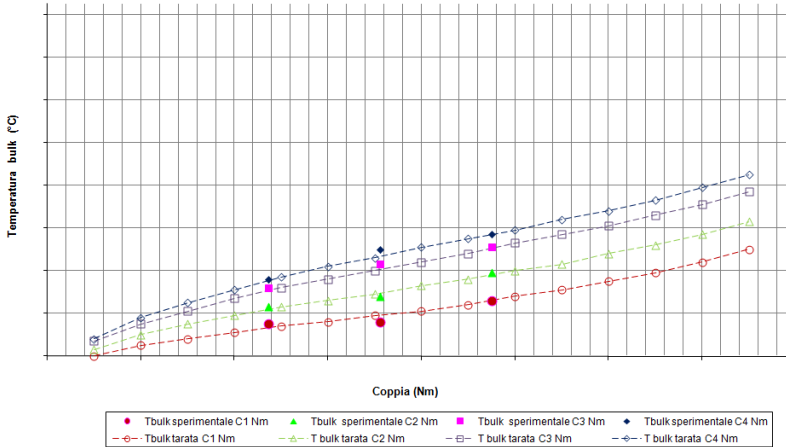


Figura 5.15: Andamento della temperatura *bulk*, tarato e sperimentale, in funzione della velocità

Dalle figure si nota che sia i risultati sperimentali che quelli teorici si trovano su una retta. Questo permette, da un lato, di estrapolare linearmente i valori della temperatura *bulk* corrispondenti agli step di prova non effettuati e, dall'altro, di poter concludere che il modello HTO descrive in maniera appropriata la dipendenza della temperatura *bulk* dalla coppia ma che necessita di una ritaratura che permetta il *fit* tra i risultati teorici e quelli sperimentali.

In Figura 5.13 è riportato il confronto tra l'andamento teorico della temperatura *bulk* in funzione della velocità ed il corrispondente andamento sperimentale. Anche in questo caso si nota che, almeno per velocità fino a 9500 rpm, il modello HTO è in grado di descrivere correttamente l'andamento della temperatura *bulk*, ma che necessita di una ritaratura che permetta il *fit* tra i risultati teorici e quelli sperimentali.

Non è invece possibile fare alcuna considerazione per quanto riguarda l'andamento della temperatura *bulk* in funzione della portata e della temperatura del lubrificante. Infatti, poiché si hanno a disposizione solamente due punti sperimentali ($Q=0.9$ l/min e $Q=1.4$ l/min di portata e T_1 e T_2 di temperatura), l'andamento osservato non può che essere lineare.

In base alle considerazioni espone precedentemente, il modello è stato ritara-

to introducendo una legge di variazione lineare in grado di scalare l'andamento originale della temperatura *bulk* senza introdurre alcuna distorsione:

$$\Delta T_{rit} = a\Delta T_{teo} + bQ + cT + d \quad (5.1)$$

Le costanti a , b , c e d sono state ricavate in base ai dati sperimentali ma non sono riportate in questa sede per motivi di riservatezza. La taratura ha consentito un *fit* sui dati sperimentali con errore percentuale massimo inferiore al 4%. Nelle figure 5.14 e 5.15 sono mostrati gli andamenti della temperatura *bulk* secondo il modello ritarato.

5.3 Prove di *scuffing*

5.3.1 Impostazione finale del DoE

La definizione dei valori di portata del lubrificante a cui effettuare le prove previste dal DoE è stata effettuata seguendo il criterio di mantenere costante la temperatura *bulk* all'ultimo gradino di carico (500 Nm) in corrispondenza del quale è stato deciso, al fine di massimizzare l'occorrenza del danneggiamento, di raggiungere la massima temperatura prevista dall'HTO ritarato. Questa temperatura è vincolata alla minima portata misurabile dal flussometro del banco e risulta pari a 163°C. I valori di portata individuati sono riportati in tabella 5.3.

La definizione dei gradini di coppia è stata eseguita adottando il criterio di mantenere costante, al variare dell'angolo di pressione, la temperatura *bulk* ad ogni step di carico e di mantenere circa costante l'incremento di temperatura *bulk* tra un gradino di coppia e l'altro (si veda, a tal proposito, la tabella 5.4). Infine, al fine di garantire la similitudine tra le condizioni di lubrificazione fra prove a bassa ed alta velocità, si è adottato il criterio di mantenere costante il rapporto fra la velocità del getto e la velocità periferica della ruota.

Il regime di lubrificazione, calcolato sia con l'approccio da normativa che tramite la correzione di Patir e Cheng ³, è mostrato nella Figura 5.16a - 5.16b. È interessante notare che, mentre per le ruote superfinite si può sempre affermare che il regime di lubrificazione è completo, per quelle rettificate si nota una transizione dal regime misto al completo a seconda del metodo di calcolo.

³Correzione effettuata secondo PCI

Tabella 5.3: definizione dei valori di portata del DoE

n (rpm)	T_{olio} (°C)	\dot{m} (l/min)	θ_b (°C)
9500	90	0.6	163
15000		0.9	165
9500	120	0.9	159
15000		1.4	163

Tabella 5.4: Temperatura *bulk*

Gradino coppia	90°C				120°C			
	9500 rpm		15000 rpm		9500 rpm		15000 rpm	
	25°	20°	25°	20°	25°	20°	25°	20°
I	119	120	131	132	127	127	138	139
II	125	125	135	136	132	131	142	142
III	132	132	140	141	136	136	145	146
IV	138	138	145	145	141	141	149	149
V	145	145	150	151	146	146	153	153
VI	152	151	155	155	151	150	156	156
VII	–	163	–	165	–	159	–	163

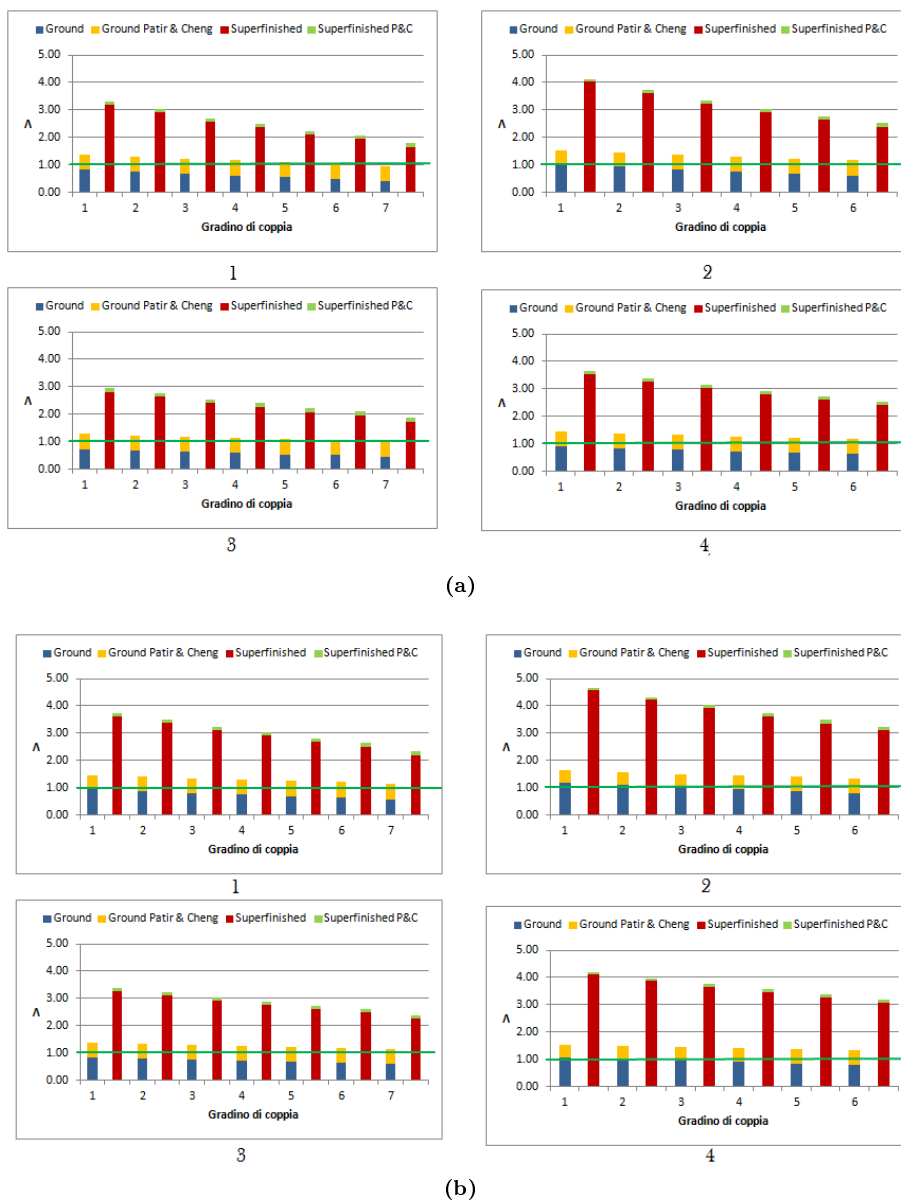


Figura 5.16: Altezza specifica del meato. Confronto tra ruote superfinite e rettificate; a1) $n=9500$ rpm, $\alpha_n = 20$, $T_{olio} = 90^\circ\text{C}$; a2) $n=9500$ rpm, $\alpha_n = 25$, $T_{olio} = 90^\circ\text{C}$; a3) $n=9500$ rpm, $\alpha_n = 20$, $T_{olio} = 120^\circ\text{C}$; a4) $n=9500$ rpm, $\alpha_n = 25$, $T_{olio} = 120^\circ\text{C}$; b1) $n=15000$ rpm, $\alpha_n = 20$, $T_{olio} = 90^\circ\text{C}$; b2) $n=15000$ rpm, $\alpha_n = 25$, $T_{olio} = 90^\circ\text{C}$; b3) $n=15000$ rpm, $\alpha_n = 20$, $T_{olio} = 120^\circ\text{C}$; b4) $n=15000$ rpm, $\alpha_n = 25$, $T_{olio} = 120^\circ\text{C}$

5.3.2 Un esempio di prova

Si riporta di seguito l'evoluzione temporale dei principali parametri di prova monitorati durante l'esecuzione di un test condotto a 15000 rpm sul fianco a 20°. La Figura 5.17a mostra, in funzione del tempo, l'andamento di:

- RMS di tutti e tre gli accelerometri posti in corrispondenza sulla sezione test del banco;
- temperatura di adduzione del lubrificante, temperatura *out of mesh* e loro differenza;
- coppia di prova e velocità di prova.

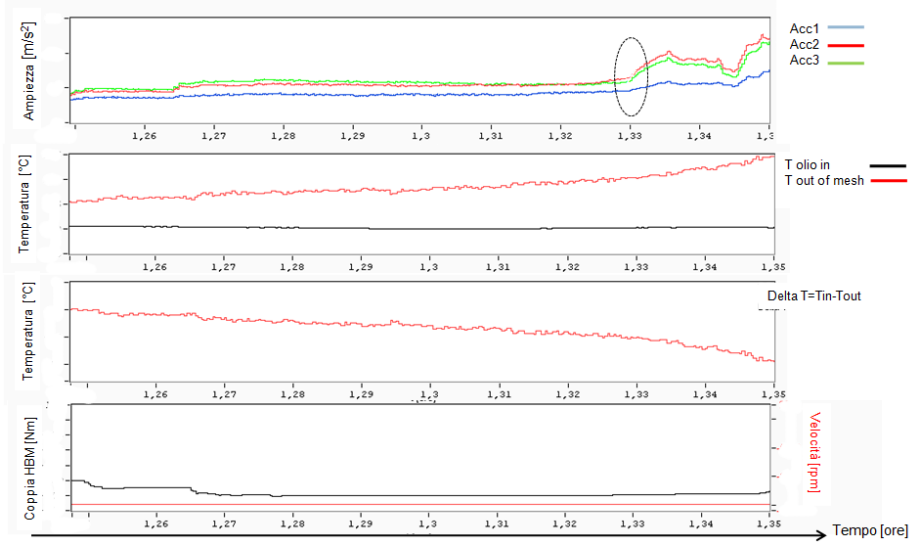
In figura è anche evidenziato un brusco aumento dei valori di RMS degli accelerometri, dovuto probabilmente all'inizio di un cambiamento dello stato superficiale delle dentature in prova. L'arresto del banco, deciso in conseguenza dell'alterazione dei livelli vibrazionali del banco, ed i successivi controlli visivi effettuati hanno infatti permesso di rilevare presenza di *scuffing* su tutti i denti di ciascun campione in prova.

In Figura 5.17b, 5.18a e 5.18b sono mostrate le firme vibratorie ed il contenuto in frequenza dei segnali accelerometrici rispettivamente all'inizio della prova (1), dopo il presunto danneggiamento superficiale delle dentature (2) ed al termine della prova (3).

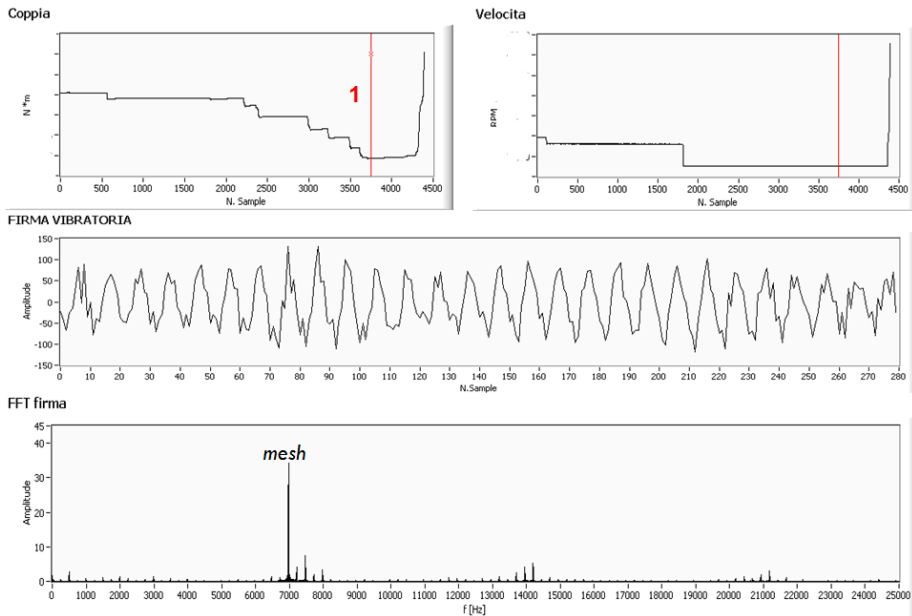
In Figura 5.19a e 5.19b è invece mostrato un confronto tra gli andamenti delle firme vibratorie e del loro contenuto in frequenza nei tre istanti di tempo considerati. È chiaramente evidente l'alterazione della forma della firma.

5.3.3 Caratterizzazione del danneggiamento

Al termine delle prove sono stati effettuati vari controlli per stabilire il numero e la posizione dei denti danneggiati e per individuare la gravità e l'estensione del danneggiamento. Lo stato superficiale delle dentature è stato documentato attraverso osservazioni al microscopio ottico, esecuzione di repliche in acetato e rugosimetrie 3D. Nelle figure seguenti si riportano, a titolo di esempio, alcuni rilievi eseguiti su denti che hanno subito un danneggiamento particolarmente grave. In Figura 5.20a e 5.20b è mostrato un danneggiamento esteso a quasi tutto il fianco attivo del dente. L'unica zona esente da *scuffing* è quella a cavallo del *pitch point* poiché qui le velocità di strisciamento sono pressoché nulle. Sulla stessa ruota è stata osservata una bruciatura sulla faccia laterale di un dente che



(a)



(b)

Figura 5.17: test condotto a 15000 rpm sul fianco a 20°a) andamento dell'RMS, della temperatura *out of mesh* e dei parametri di prova; b) firma vibratoria ed FFT del segnale accelerometrico nell'istante di tempo 1

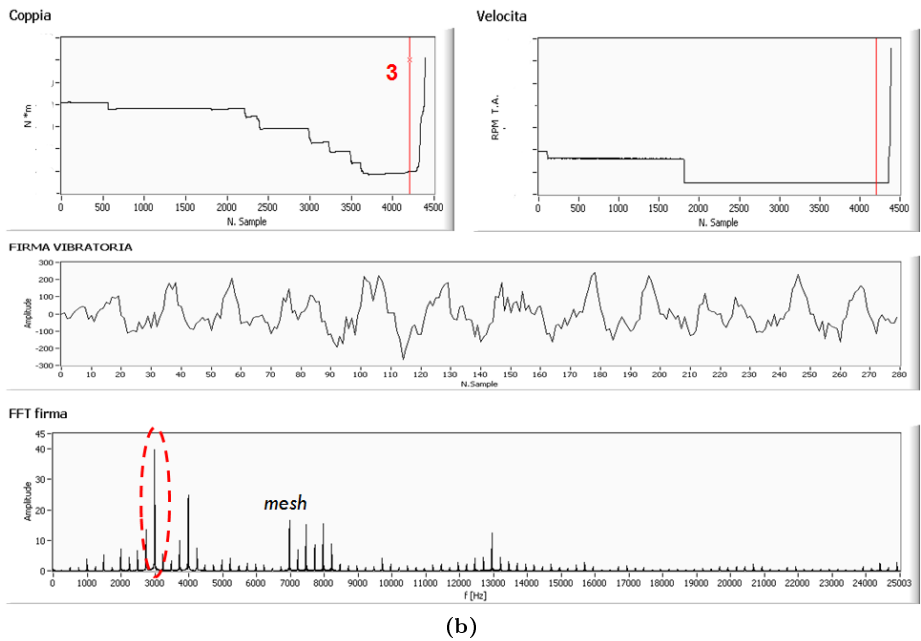
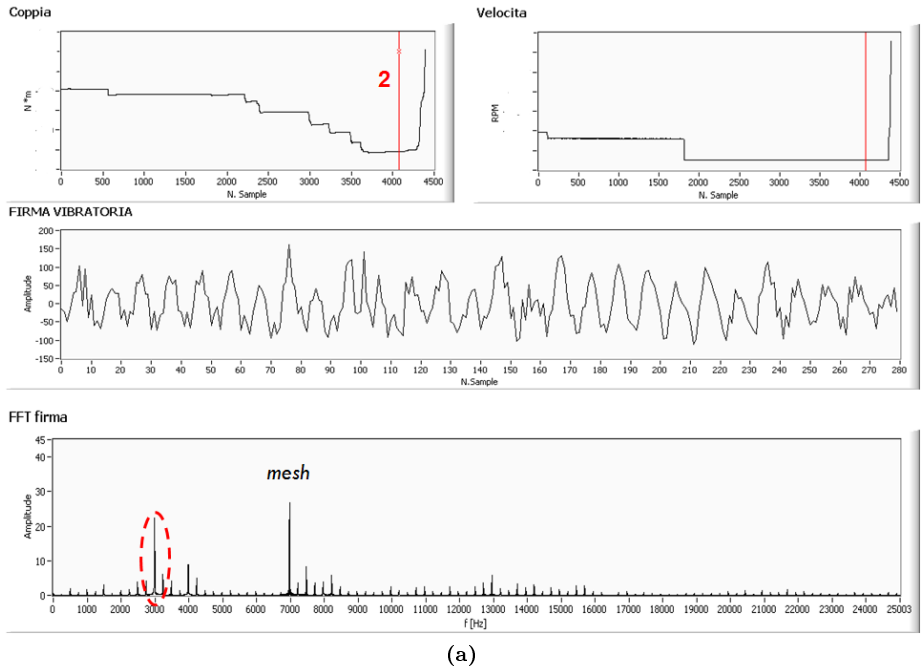


Figura 5.18: test condotto a 15000 rpm sul fianco a 20° a) firma vibratoria ed FFT del segnale accelerometrico nell'istante di tempo 2; b) firma vibratoria ed FFT del segnale accelerometrico nell'istante di tempo 3

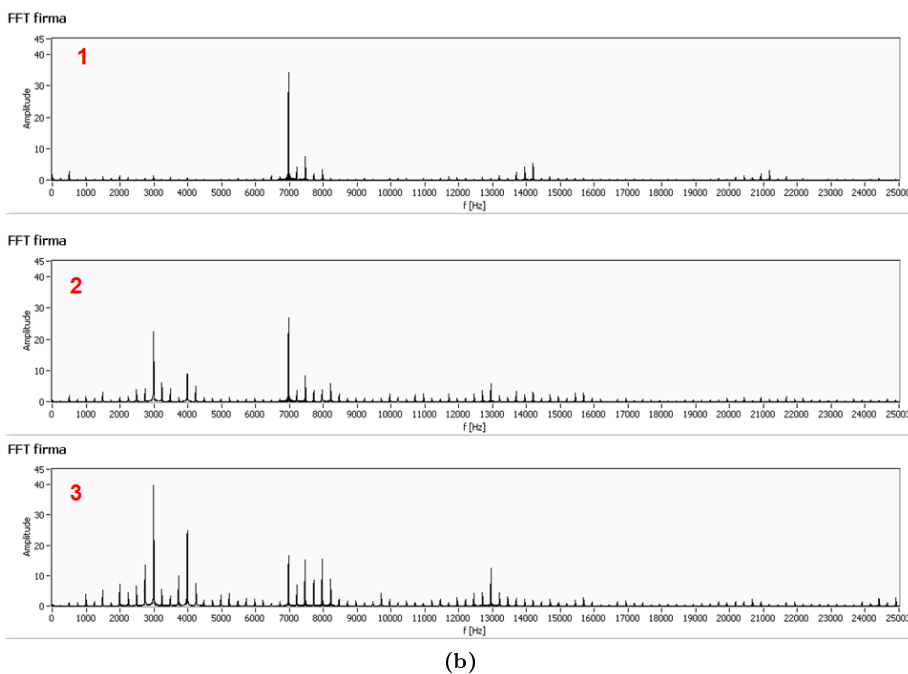
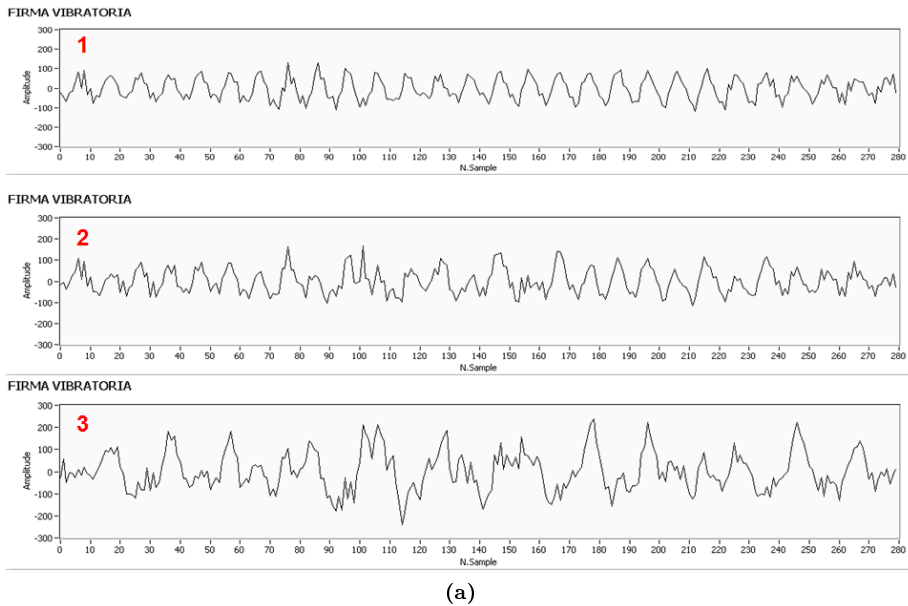


Figura 5.19: test condotto a 15000 rpm sul fianco a 20° a) confronto firme vibratorie relative agli istanti di tempo 1,2,3 b) confronto FFT del segnale accelerometrico relative agli istanti di tempo 1,2,3

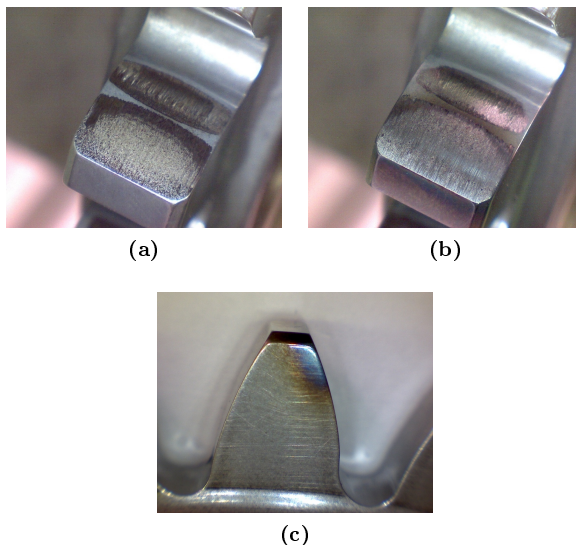
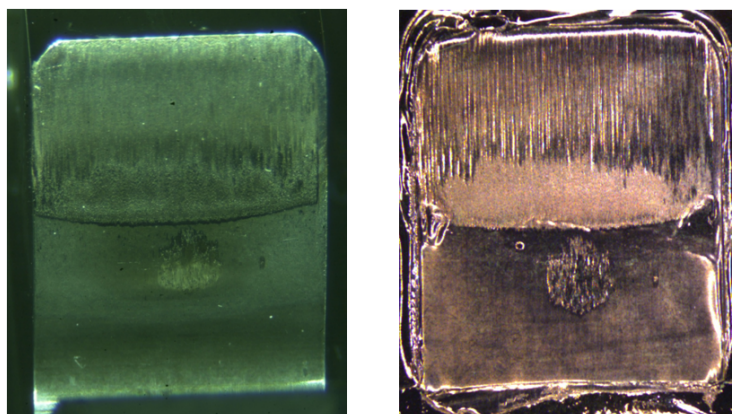


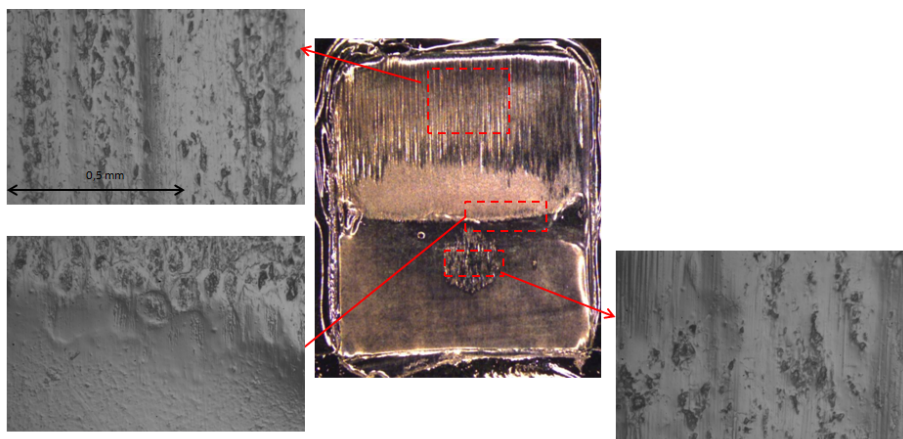
Figura 5.20: Prova 21A, ruota Fase9881, dentature danneggiate per usura adesiva (a) dente 5, (b) dente 10, (c) faccia laterale dente 10

dimostra il raggiungimento di elevate temperature durante il danneggiamento (figura 5.20c). Nelle figure da 5.21a a 5.24 è chiaramente visibile l'alterazione dello stato superficiale delle dentature.

È stata inoltre effettuato, su un campione di prova che ha presentato un danneggiamento particolarmente esteso, un controllo distruttivo con attacco nital (Figura 5.25). L'analisi della microstruttura ha evidenziato la presenza di una struttura superficiale martensitica rappresentativa del raggiungimento di elevate temperature indotte dal forte riscaldamento locale (ritempra da *scuffing*). L'esame di microdurezza, al contrario, non ha evidenziato rilevanti variazioni di micro durezza lungo lo spessore del dente. Le eccessive dimensioni del penetratore utilizzato non consentono probabilmente di rilevare variazioni di micro durezza in spessori dell'ordine della decina di micron (si vedano le figure 5.26, 5.27a e 5.27b).



(a)



(b)

Figura 5.21: test condotto a 15000 rpm sul fianco a 20° a) osservazione al microscopio ottico di un dente danneggiato e della sua replica; b) osservazione al microscopio metallografico della replica

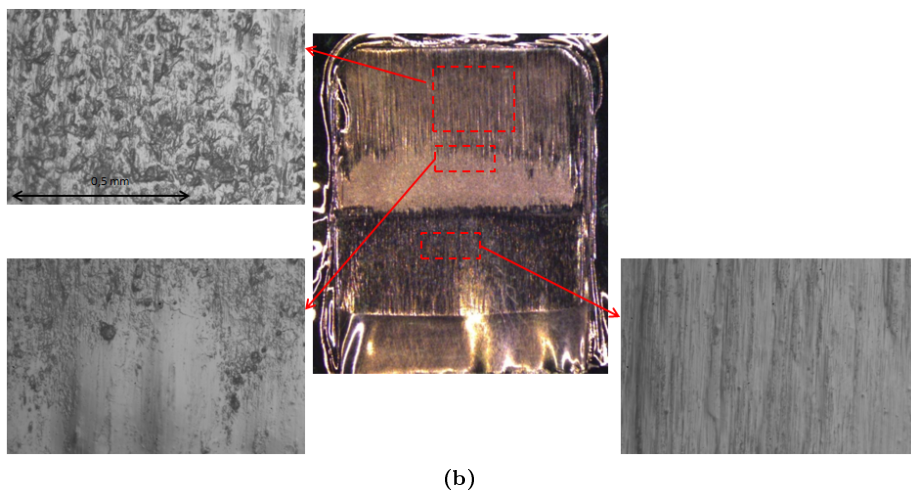
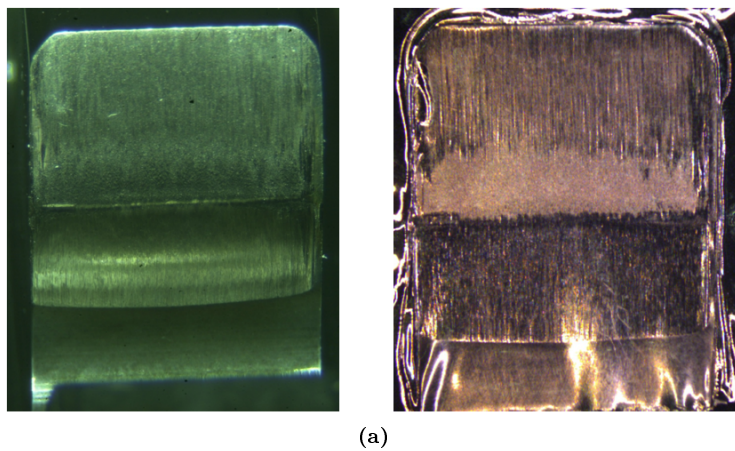


Figura 5.22: test condotto a 15000 rpm sul fianco a 20° a) osservazione al microscopio ottico di un dente danneggiato e della sua replica; b) osservazione al microscopio metallografico della replica

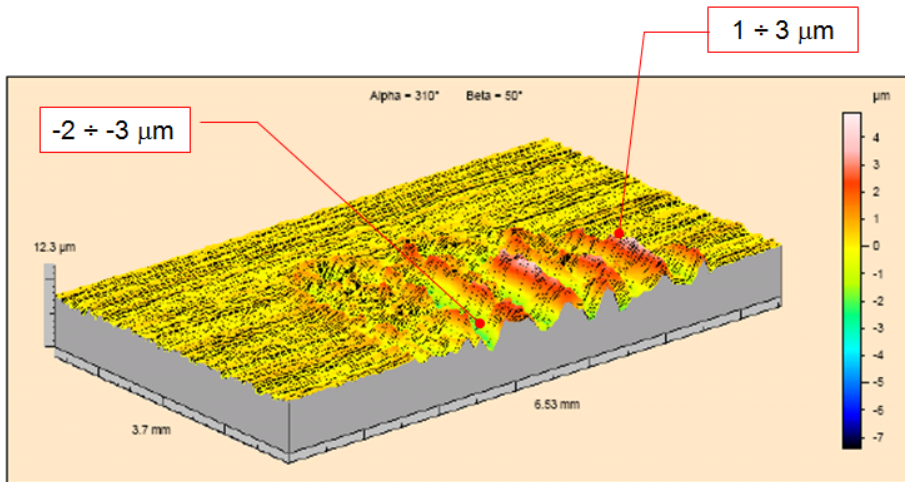


Figura 5.23: topografia rugosimetrica

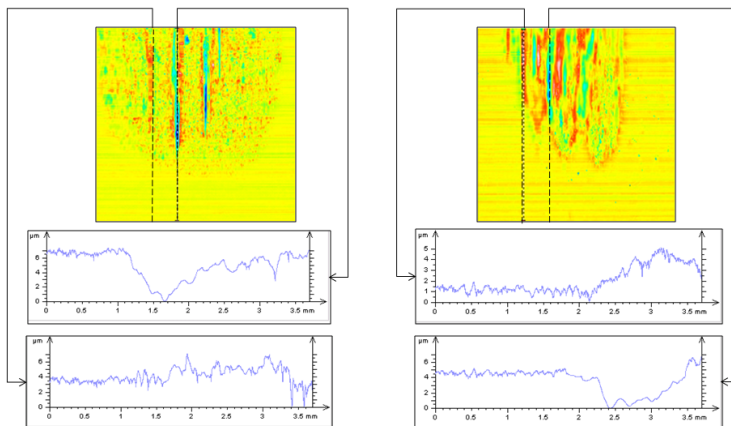


Figura 5.24: estrazione di profili rugosimetrici dalla topografia. È evidente il trasferimento di materiale da una superficie all'altra

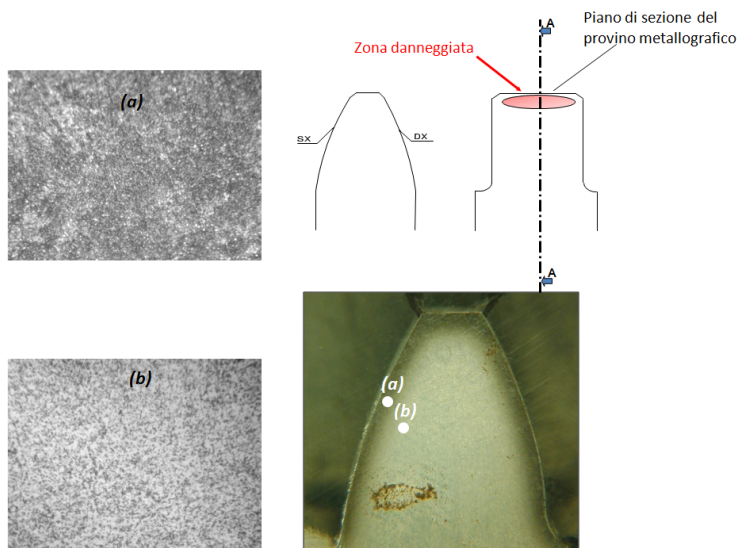


Figura 5.25: preparazione provino metallografico e struttura metallografica

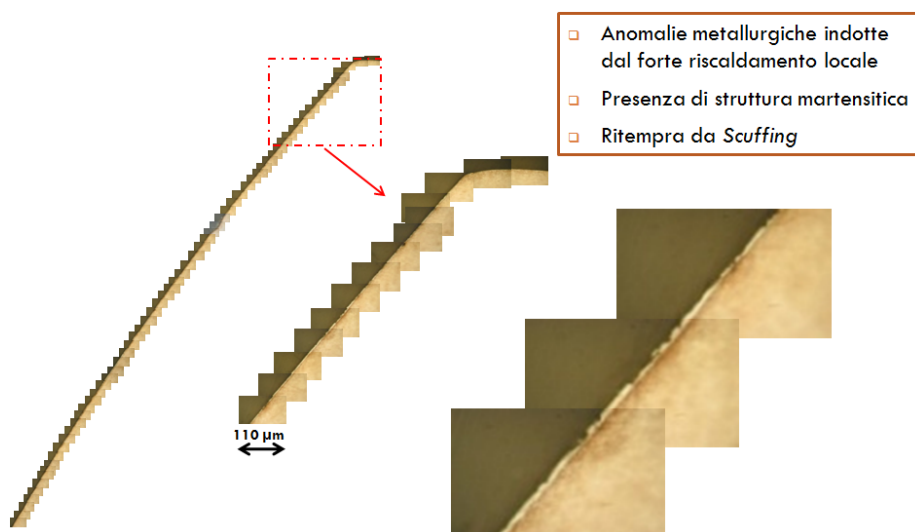
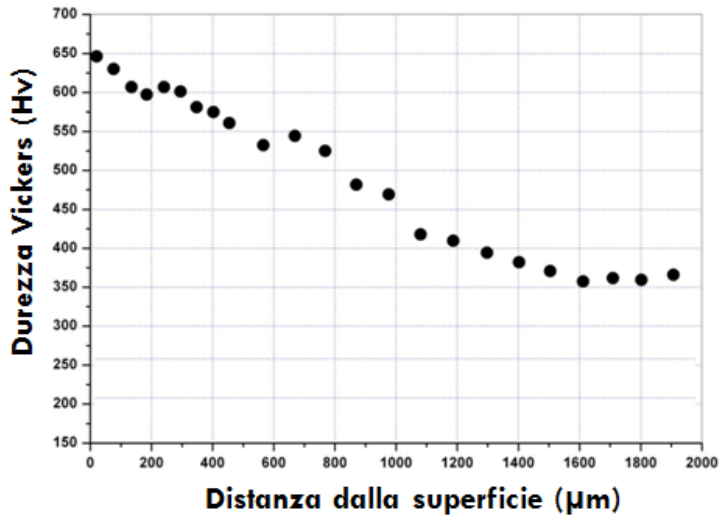
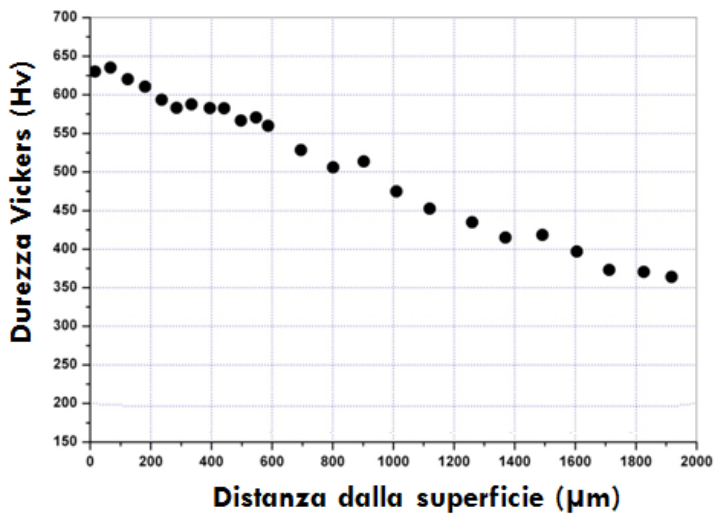


Figura 5.26: struttura metallografica e ritempra da *scuffing*



(a)



(b)

Figura 5.27: microdurezza su dente con ritempra da *scuffing*; b) microdurezza su dente senza ritempra da *scuffing*

Capitolo 6

Analisi dei risultati

6.1 Verifica del postulato di Blok

Al fine di verificare la fondatezza del postulato di Blok, i dati sperimentali relativi ai danneggiamenti occorsi durante la sperimentazione sono stati raggruppati come mostrato in Figura 6.1a. La dimensione verticale dei due rettangoli di colore celeste e verde rappresenta il campo di variazione della temperatura totale di contatto rispettivamente per i materiali 88 e 89 per ogni possibile combinazione dei valori assunti dai rimanenti parametri di prova. E' evidente che, nel caso in esame, poiché la differente tipologia dei due acciai utilizzati non influenza il valore della temperatura totale di contatto, i campi di variazione suddetti sono gli stessi. Nella medesima figura sono rappresentati con degli indicatori gli eventi di danneggiamento (almeno sei denti), suddivisi per materiale. La distribuzione di tali eventi mette immediatamente in evidenza la differente resistenza dei due materiali: su 22 danneggiamenti complessivi, 18 si sono verificati su ruote di materiale 88 e solamente 4 su ruote di materiale 89.

Considerando l'insieme dei dati relativi al materiale 88 si nota una dispersione dei dati con una deviazione standard pari al 14.7% del valore medio della distribuzione. Questo valore è compatibile con quanto riportato dalla normativa e discusso precedentemente e quindi si può concludere che il postulato di Blok è verificato.

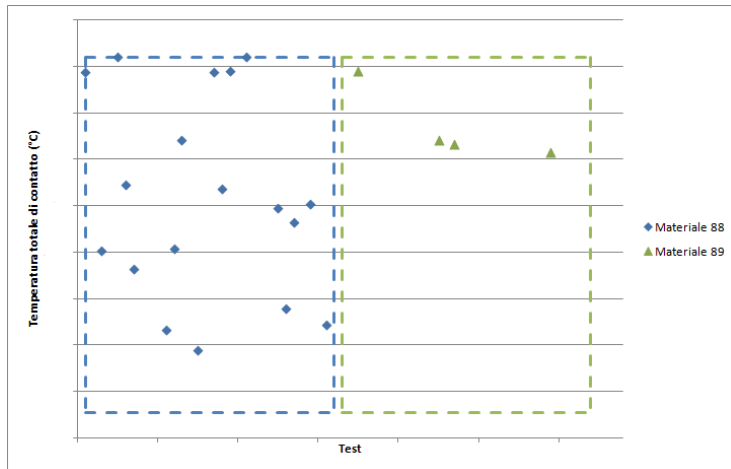
Rappresentazioni analoghe a quelle di Figura 6.1a, fatte stavolta non su tutta la popolazione di danneggiamenti, ma su quella omogenea relativa al materiale 88, mostrano qualitativamente che i danneggiamenti sono distribuiti, almeno

numericamente, in egual misura tra i restanti parametri, con l'unica eccezione dell'angolo di pressione (Figura 6.2b). Si potrebbe pensare che l'angolo di pressione di 25° , per il quale sono state osservati solamente 4 danneggiamenti su 18, garantisca una resistenza migliore rispetto a quello a 20° . Questo tuttavia non sarebbe corretto, in quanto il campo di variazione della temperatura totale di contatto è sensibilmente diverso tra i due casi, che quindi non sono direttamente confrontabili. Non si può sapere, ad esempio, se, avendo potuto aumentare la temperatura totale di contatto delle prove sui 25° fino ai valori delle prove sui 20° , si fosse potuto osservare un maggior numero di danneggiamenti per l'angolo di 25° .

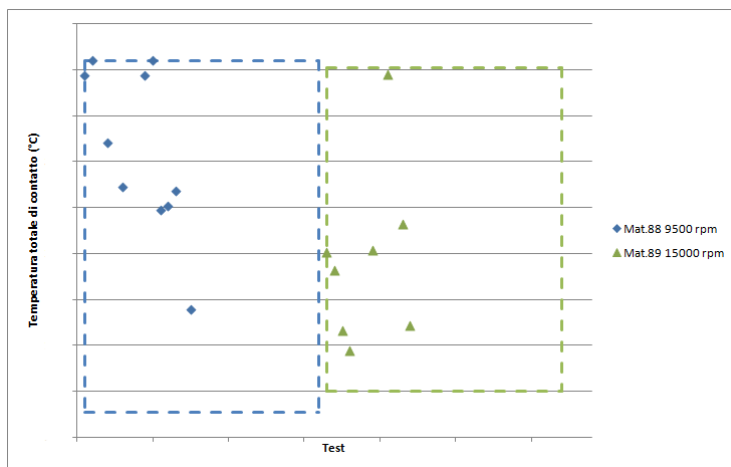
Particolarmente interessante risulta il caso relativo alla finitura superficiale (Figura 6.3a). Anche in questo caso la differenza tra i campi di variazione è considerevole, tuttavia si sono ottenuti 9 danneggiamenti per entrambe le finiture. Se si fossero potute provare le stesse temperature totali di contatto delle ruote rettificata su quelle superfinite, probabilmente su queste ultime si sarebbero verificati un maggior numero di danneggiamenti. Si vede inoltre che le ruote superfinite hanno mediamente temperature totali minori di quelle rettificata. Se poi il confronto viene fatto in termini di coppia di danneggiamento, le ruote super finite risultano danneggiarsi a coppie mediamente inferiori rispetto a quelle delle rettificata (Figura 6.3b). Questo risultato merita un approfondimento in quanto i dati reperibili in letteratura hanno sempre mostrato che, in termini di carichi di danneggiamento, le superfici superfinite sono migliori rispetto a quelle rettificata.

6.2 Confronto con dati di letteratura

Sono state prese in considerazione diverse prove sperimentali [31] condotte in similitudine su una macchina a dischi all'Università di Cardiff su dischi di acciaio con trattamento termico tipico dell'industria aeronautica, rettificata e superfinite, operanti ad alte velocità di strisciamento e lubrificati con un caratteristico olio per motori a turbina rispondente alla specifica MIL-PRF-23699F-STD. Tali prove hanno mostrato che l'effetto della superfinitura comporta, rispetto ad una normale rettifica, un aumento significativo della capacità di carico unitamente ad una riduzione della forza di attrito. Tuttavia i dischi rettificata, sebbene meno resistenti a *scuffing*, si sono danneggiati mediamente ad una temperatura totale di contatto considerevolmente maggiore rispetto a quelli superfinite. Un risultato analogo è stato trovato con indagini successive [39].

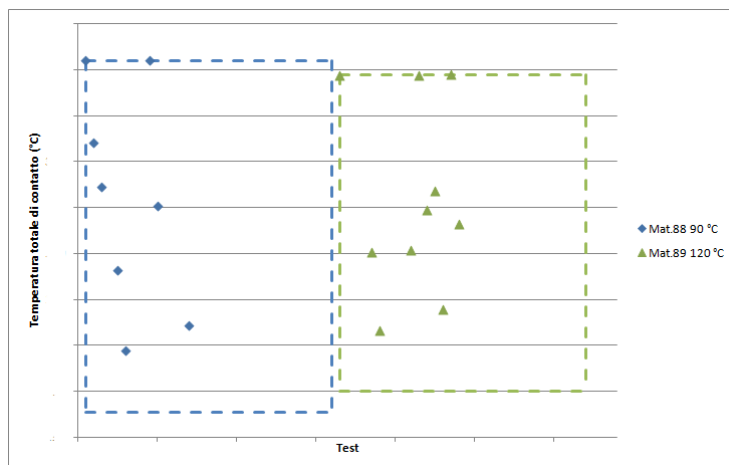


(a)

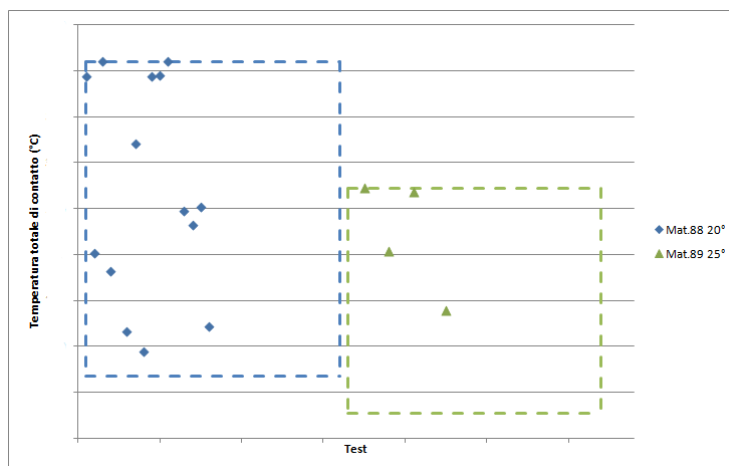


(b)

Figura 6.1: Involuppo delle condizioni provate. I punti rappresentano i danneggiamenti (almeno 6 denti). a) confronto tra i materiali; b) Confronto tra le velocità per il materiale 88

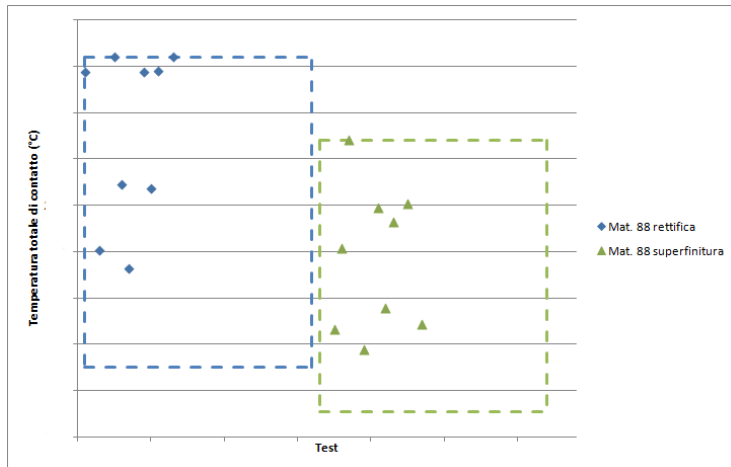


(a)

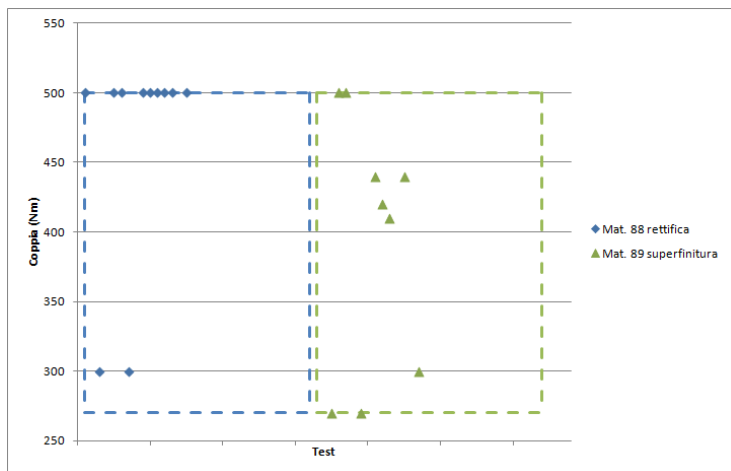


(b)

Figura 6.2: Involuppo delle condizioni provate. Confronto, per il materiale 88, tra a) temperatura; b) angolo di pressione



(a)



(b)

Figura 6.3: Involuppo delle condizioni provate. Confronto tra le finiture superficiali per il materiale 88 in termini di a) temperatura totale di contatto; b) coppia di danneggiamento

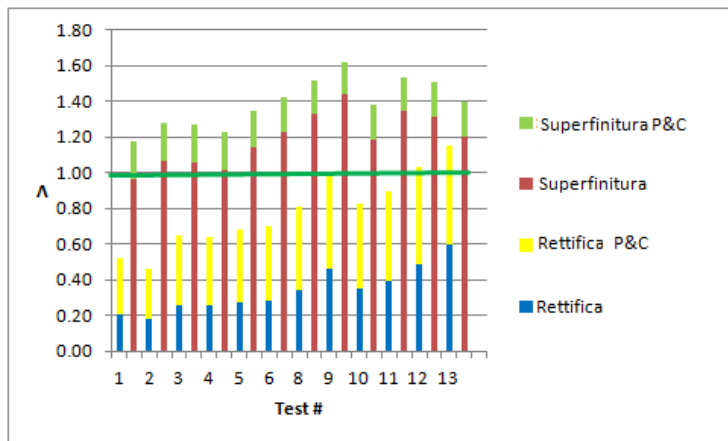
Il fatto che il danneggiamento nelle prove in [31] si sia manifestato, per le due finiture, a diverse temperature medie è in accordo con le evidenze sperimentali della presente campagna di *scuffing*, mentre il fatto che si sia riscontrato un maggior carico di danneggiamento nei dischi superfiniti è in contrasto con queste osservazioni. Per cercare di spiegare tali analogie e differenze, è necessario considerare il regime di lubrificazione in cui sono state condotte le prove. Nel caso delle prove in [31], il regime di lubrificazione è completo per i dischi superfiniti e misto per quelli rettificati,¹ come mostrato in Figura 6.4a.

In queste condizioni, l'interazione tra le creste della rugosità che avviene tra le superfici rettificate porta necessariamente ad avere un coefficiente di attrito maggiore rispetto alle superfici superfinite. Dalle Figura 6.4a e 6.4b Si nota che all'aumentare di Λ , il coefficiente di attrito relativo alle prove su dischi rettificati tende a diminuire per attestarsi intorno ai valori delle prove su dischi superfiniti quando $\Lambda > 1$. in Figura 6.5a è inoltre riportato il confronto tra il coefficiente di attrito misurato su dischi rettificati (Ra pari a 0.4 μm) e quello calcolato tramite le formule di Benedict e Kelley ed AGMA. Dalla figura si può notare come il coefficiente di attrito calcolato secondo Benedict e Kelley sia prossimo a quello misurato sperimentalmente (il rapporto tra i due termini è mediamente pari a 1.02). In Figura 6.5b è riportato lo stesso confronto per dischi superfiniti (Ra pari a 0.1 μm). In questo caso il coefficiente di attrito calcolato secondo Benedict e Kelley risulta sovrastimato rispetto a quello misurato (il rapporto tra i due termini è mediamente pari a 2.74).

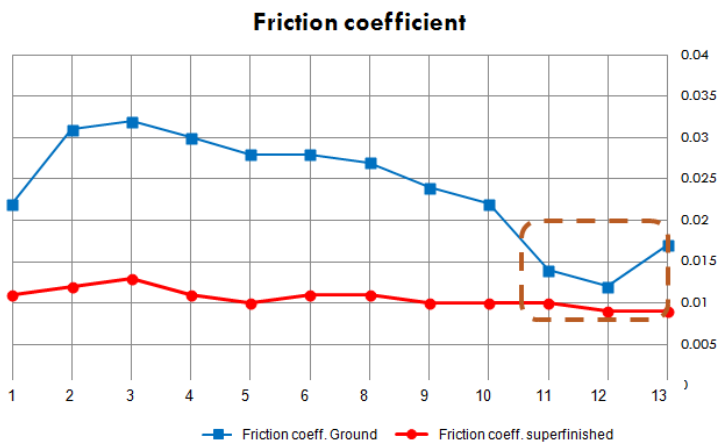
6.3 Interpretazione dei risultati

Sulla base delle evidenze sperimentali suddette, sono state individuate due criticità del modello della temperatura totale di contatto: la prima riguarda il calcolo del coefficiente di attrito e la seconda riguarda l'ipotesi di assenza di lubrificante tra le superfici che è alla base del calcolo della temperatura *flash*. Cominciamo coll'analizzare il coefficiente di attrito. Questo è l'unico termine del modello della temperatura totale di contatto che è sensibile, tramite il fattore C_r (2.34) alla finitura superficiale. Tuttavia, come ampiamente dimostrato dalle figure 6.5a e 6.5b, il suo valore è, in condizioni di lubrificazione mista, sostanzialmente in accordo con la formula di Benedict e Kelley. Il fattore C_r , pertanto, risulta eccessivamente cautelativo e tende ad accentuare la differenza

¹Per uniformità con i calcoli sugli ingranaggi, si è calcolata l'altezza centrale del meato alla temperatura di *bulk* e si sono considerati gli effetti di Patir e Cheng secondo il programma PCI

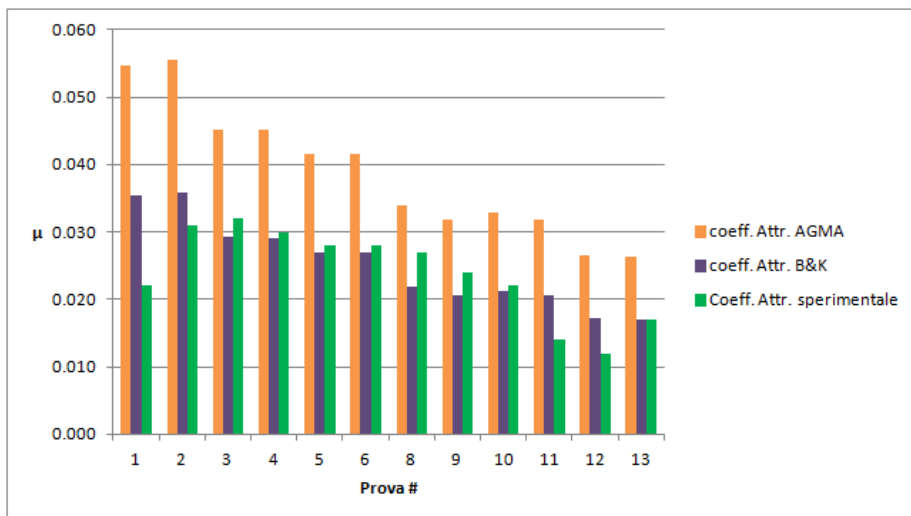


(a)

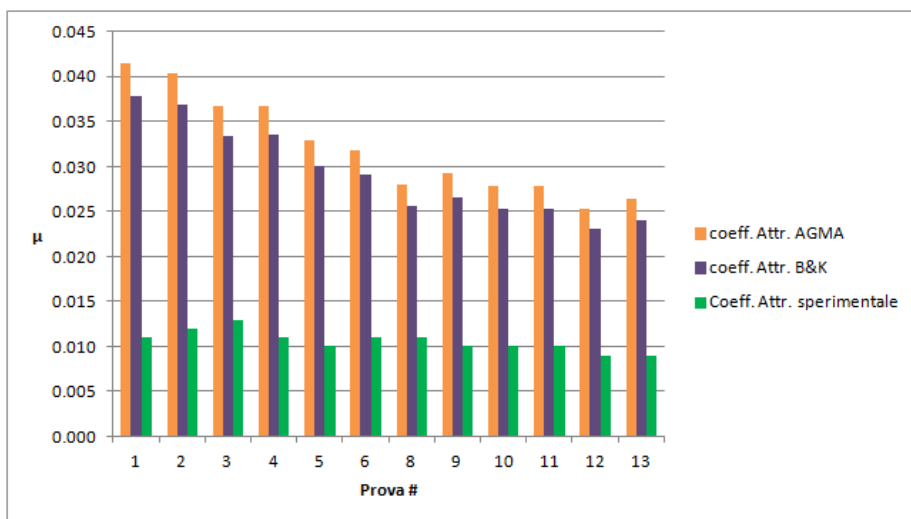


(b)

Figura 6.4: a) altezza specifica del meato. Confronto tra REM - As Groud, per le prove in [31]. Si considera l'altezza centrale del meato alla temperatura di bulk dei dischi. Si considerano gli effetti di Patir e Cheng; b) Coefficiente di attrito misurato sperimentalmente per le prove in [31]. Confronto tra REM - Groud



(a)



(b)

Figura 6.5: a) coefficiente di attrito misurato in [31] e calcolato con le formule di Benedict e Kelley e AGMA. a) dischi rettificati; b) dischi superfiniti

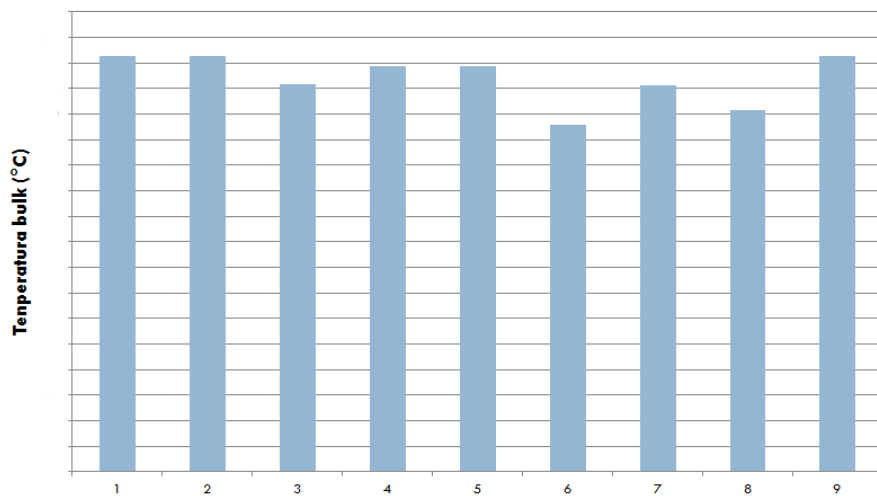
di comportamento previsto fra le due finiture. Nel caso delle prove in [31], la maggiore resistenza a *scuffing* dei dischi superfiniti rispetto a quelli rettificati può essere spiegata considerando il diverso regime di lubrificazione tra le due superfici. In regime di lubrificazione completa, le superfici risultano completamente separate dal film di lubrificante e sono quindi protette contro i fenomeni adesivi (per provocare il danneggiamento è infatti necessario il cedimento del film). In regime di lubrificazione misto, invece, le interazioni tra le asperità superficiali possono innescare il danneggiamento secondo un meccanismo simile a quanto mostrato in Figura 1.8.

Nel caso delle prove di *scuffing* oggetto della presente tesi, le ruote di entrambe le finiture si sono trovate ad operare in regime di lubrificazione completo. Una spiegazione fisica del meccanismo di innesco del danneggiamento può essere la seguente: ad elevate velocità di *entraining* il riscaldamento che subisce il lubrificante a causa degli effetti viscosi può provocare un improvviso collasso del film. In queste condizioni, la presenza di additivi AW/EP o di molecole polari nel lubrificante potrebbe non essere sufficiente ad evitare lo *scuffing*. Gli additivi, infatti, non dovrebbero essere attivi in regime di lubrificazione completa poiché non vengono raggiunte le elevatissime temperature richieste, mentre la temperatura *bulk* delle superfici potrebbe essere sufficiente per ostacolare l'adsorbimento delle molecole polari del lubrificante. Il collasso improvviso comporterebbe quindi il contatto diretto metallo-metallo e l'innesco del danneggiamento. Osservando le immagini in figura Figura 6.6a e 6.6b si nota un dato molto interessante. Il danneggiamento è avvenuto sempre a intorno ad un valore medio di temperatura *bulk*. È possibile che questo valore, non riportato per motivi di riservatezza, rappresenti appunto la temperatura critica di desorbimento del lubrificante.

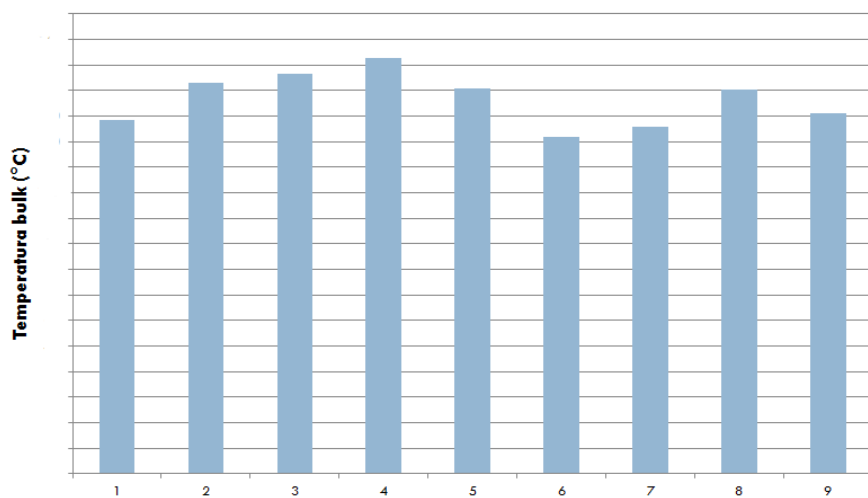
Si può pertanto concludere che, in regime di lubrificazione completa, il danneggiamento si inneschi nel momento in cui le condizioni operative sono tali da provocare il collasso improvviso del film di lubrificante. In queste condizioni, il coefficiente di attrito può essere assunto uguale tra le due superfici ed approssimato con la formula di Benedict e Kelley.

6.4 Analisi della varianza - ANOVA

I risultati sperimentali della campagna di *scuffing* sono stati analizzati utilizzando la tecnica dell'analisi della varianza (ANOVA) al fine di determinare il peso relativo dei parametri considerati (materiale, finitura superficiale, angolo di pressione, velocità e temperatura) sul fenomeno in esame. Di seguito si ripor-



(a)



(b)

Figura 6.6: temperatura *bulk* dei danneggiamenti sul materiale 88 a) ruote rettificate
b) ruote superfinite

ta una breve descrizione di tale tecnica, rimandando a [17] per una trattazione esaustiva.

La variabilità nei risultati di un esperimento può essere dovuta alla diversità dei parametri sotto il controllo dello sperimentatore oppure, semplicemente, a fonti di variazione casuali. Indicando con i il generico parametro considerato, con j è la generica ripetizione dell'esperimento e con \bar{Z} la media generale dei dati, la devianza totale risulta:

$$SS(z) = \sum_i \sum_j (z_{ij} - \bar{Z})^2 \quad (6.1)$$

Che può essere scomposta in una devianza tra gruppi, $SS(a)$, che misura la quota di variabilità attribuibile alla diversità di parametri ed in una devianza di errore, $SS(e)$, che misura la quota di variabilità attribuibile a tutte le cause non controllate o casuali:

$$SS(z) = \sum_i \sum_j (z_{ij} - \bar{Z})^2 = R_D \sum_i (\bar{Z}_i - \bar{Z})^2 + \sum_i \sum_j (z_{ij} - \bar{Z}_i)^2 \quad (6.2)$$

$$SS(z) = SS(a) + SS(e) \quad (6.3)$$

$$(6.4)$$

dove Z_i è la media dei valori corrispondenti al i -esimo parametro e R_D il numero di ripetizioni. Detto C_D il numero di possibili combinazioni del DoE ($2^5 = 32$), i gradi di libertà della devianza sono:

- devianza totale = $C_D R_D - 1$;
- devianza tra gruppi = $C_D - 1$;
- devianza d'errore = $C_D (R_D - 1)$.

Per poter effettuare un confronto, è necessario dividere le devianze per i rispettivi gradi di libertà; in questo modo si ottiene la varianza tra gruppi, $MS(a)$, e la varianza d'errore, $MS(e)$. Se i risultati osservati venissero tutti da una stessa distribuzione - in altre parole se i parametri non avessero alcuna influenza sul fenomeno in esame - la varianza tra gruppi dovrebbe essere circa uguale a quella d'errore, $MS(a) \simeq MS(e)$. Se invece i parametri in questione avessero influenza sul fenomeno, allora dovrebbe verificarsi che $MS(a) \gg MS(e)$. Per determinare quantitativamente se i dati osservati differiscono tra loro per una

semplice variabilità casuale o, se al contrario, differiscono a causa della differenza tra i parametri considerati, è allora ragionevole costruire un test statistico basato sul rapporto $F = \frac{MS(a)}{MS(e)}$. Si fa l'ipotesi nulla che i parametri non abbiano influenza e si confronta il valore di tale rapporto con quello di una distribuzione di Fisher-Snedecor con parametri $C_D - 1$; e $C_D (R_D - 1)$:

$$\frac{MS(a)}{MS(e)} \sim F_{C_D-1, C_D (R_D-1)} \quad (6.5)$$

rifiutando l'ipotesi nulla se:

$$\frac{MS(a)}{MS(e)} > F_{C_D-1, C_D (R_D-1); \alpha} \quad (6.6)$$

L'analisi ANOVA relativa alla campagna sperimentale di *scuffing* è stata condotta considerando la temperatura totale di contatto come variabile continua di uscita. Tale scelta impone di fare alcune considerazioni. Innanzitutto la temperatura totale di contatto non è una grandezza misurata sperimentalmente ma deriva da un processo di calcolo. A questa considerazione va aggiunto il fatto che, per utilizzare correttamente questa tecnica statistica, i campi di variazione della variabile continua di uscita devono essere confrontabili. Avendo deciso, in base alle considerazioni precedenti, di utilizzare il coefficiente di attrito di Benedict e Kelley, questa condizione è sempre verificata eccetto che per il parametro angolo di pressione (Figura 6.7, 6.8a, 6.8b, 6.9a e 6.9b). In questo caso, la diversa estensione del campo di variazione della temperatura totale, può a priori indurre il test statistico in errore. Pertanto, l'analisi dell'influenza dell'angolo di pressione, non può essere valutata con la tecnica ANOVA. Un ulteriore problema, infine, è rappresentato dall'impossibilità di associare un valore di temperatura totale di contatto alle prove in cui non si è riscontrato danneggiamento. Per risolvere questa limitazione si è considerato, come condizione di *scuffing*, il gradino di carico immediatamente successivo a quello massimo provato.

L'analisi ANOVA riportata di seguito è stata condotta con il software commerciale DOEpack[®] della PQ Systems. I parametri, o le combinazioni di parametri, che risultano influenzare significativamente il fenomeno dello *scuffing* sono riportati in tabella 6.1. In Figura 6.10 è riportato il grafico relativo alla devianza tra gruppi per i parametri, o le combinazioni di parametri, che risultano influenzare il comportamento a scuffing degli ingranaggi esaminati. Si ricorda che la devianza misura la quota di variabilità attribuibile alle differenze tra i

Tabella 6.1: Parametri di influenza sul fenomeno dello *scuffing*

Parametro	Varianza tra gruppi	Rapporto F	P-value
materiale	7189	24.04	<0.001 2
α_n	9828	32.87	<0.001
n_1	1831	6.122	<0.019
mat.- α_n	4481	14.98	<0.001
mat.- n_1	1103	3.689	0.064
$\alpha_n - n_1$	2872	9.603	0.004
mat.- $\alpha_n - n_1$	2099	7.019	0.012

parametri considerati. In Figura 6.11 è riportato il diagramma di Pareto relativo alla semi-differenza tra le medie dei singoli trattamenti. Tale diagramma, ordinato in senso decrescente, mostra, in ordine di importanza, quali siano i fattori che maggiormente influenzano il fenomeno dello *scuffing*.

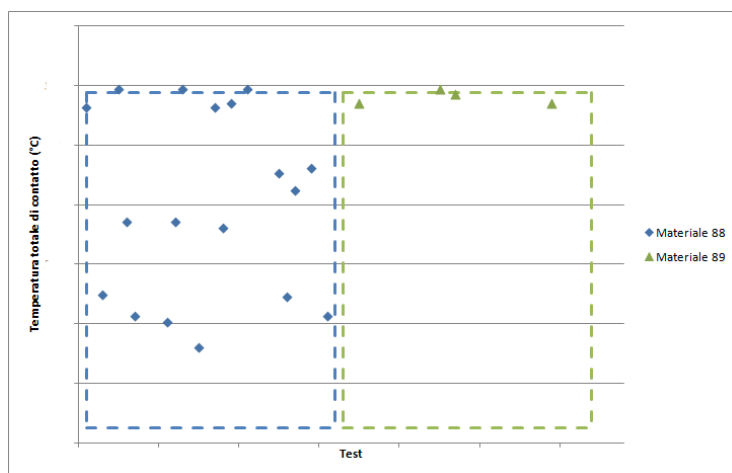
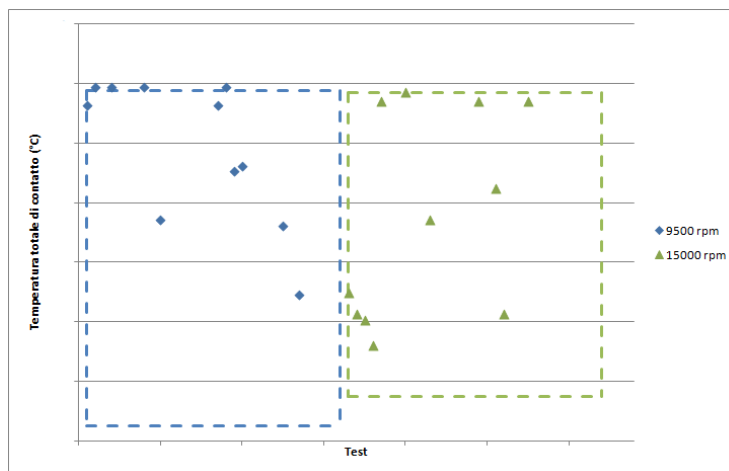
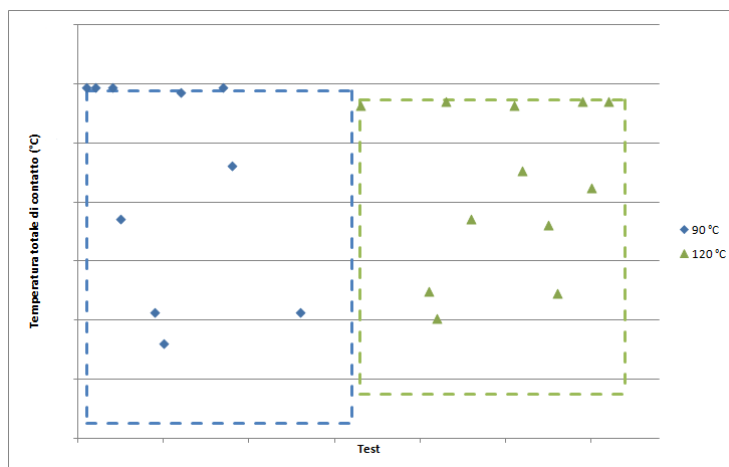


Figura 6.7: Inviluppo delle condizioni provate, confronto tra i materiali. I punti rappresentano i danneggiamenti (almeno 6 denti). Temperatura totale calcolata con il coefficiente di attrito di Benedict e Kelley

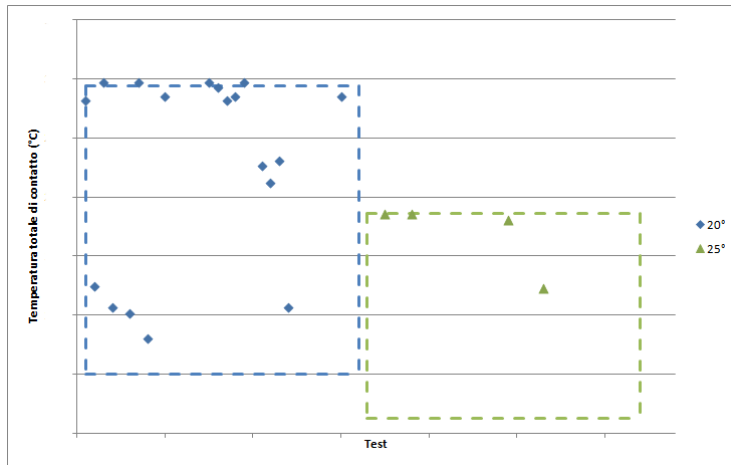


(a)

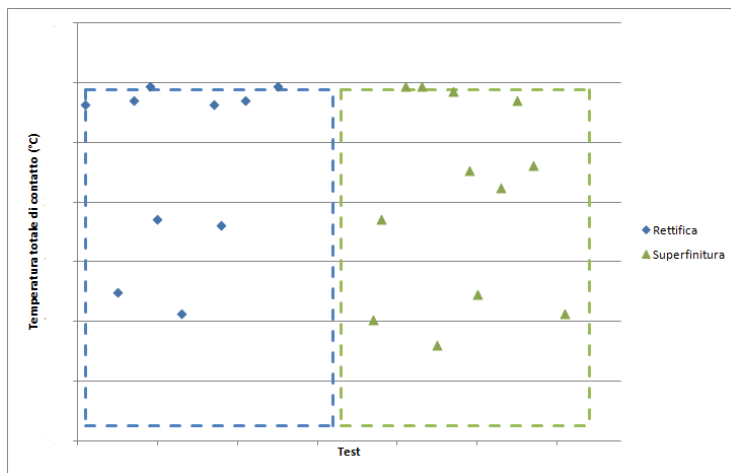


(b)

Figura 6.8: Involuppo delle condizioni provate. Temperatura totale calcolata con il coefficiente di attrito di Benedict e Kelley Confronto tra a) velocità; b) temperatura



(a)



(b)

Figura 6.9: Involuppo delle condizioni provate. Temperatura totale calcolata con il coefficiente di attrito di Benedict e Kelley. Confronto tra a) angolo di pressione; b) finitura superficiale

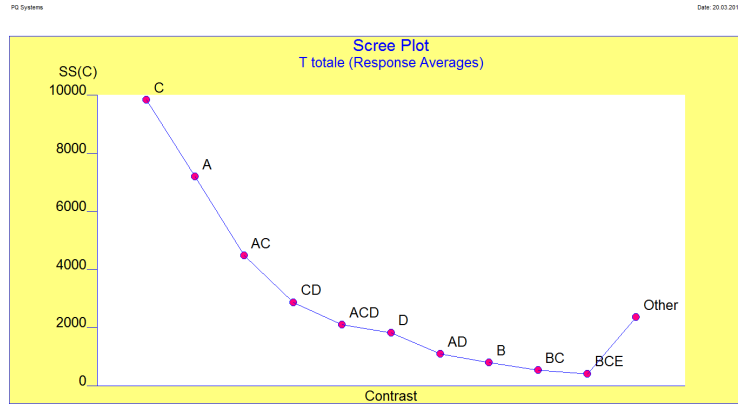


Figura 6.10: Devianza tra gruppi. A: materiale, B: finitura superficiale, C: angolo di pressione, D: velocità, E: temperatura ingresso olio

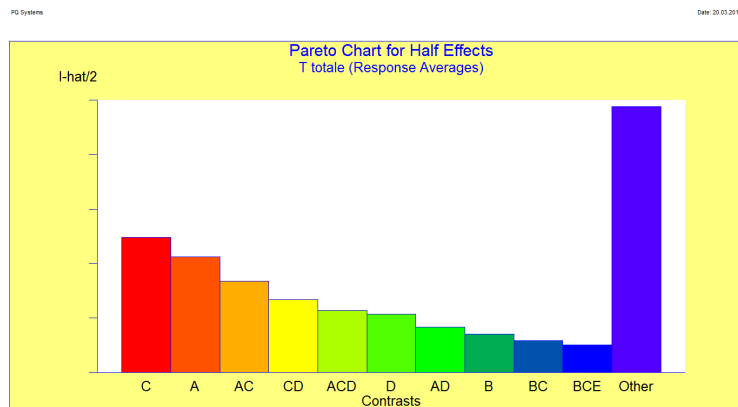


Figura 6.11: Importanza dei fattori considerati sullo scuffing. Semi-differenza tra le medie dei singoli trattamenti. A: materiale, B: finitura superficiale, C: angolo di pressione, D: velocità, E: temperatura ingresso olio

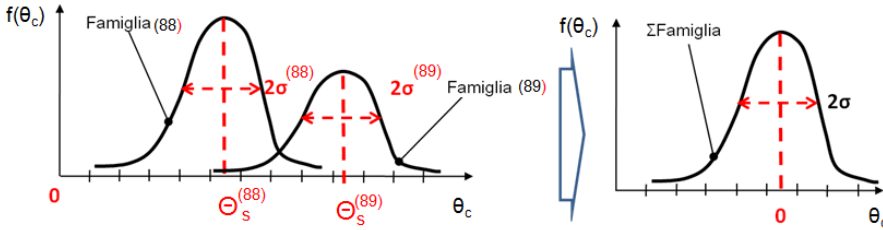


Figura 6.12: determinazione della deviazione standard per la superfamiglia “acciaio“

6.5 Determinazione degli ammissibili di progetto

6.5.1 Impostazione

Di seguito è descritta la procedura per il calcolo degli ammissibili di progetto per le due famiglie materiale 88 e 89.

Le assunzioni alla base dell’analisi sono le seguenti:

- la distribuzione statistica degli eventi di danneggiamento di ogni famiglia è di tipo gaussiano, con media $\theta_s^{(i)}$ e deviazione standard $\sigma^{(i)}$. L’apice $(i) = (88), (89)$ indica la famiglia di materiale;
- la media $\theta_s^{(i)}$ di ogni famiglia viene stimata con la media aritmetica delle temperature totali di contatto di *scuffing* occorse durante la sperimentazione;
- la deviazione standard $\sigma^{(i)}$ viene considerata unica e stimata sulla superfamiglia acciaio, ottenuta sottraendo ad ogni singolo danneggiamento occorso durante la sperimentazione il corrispondente valore medio $\theta_s^{(i)}$ della famiglia in questione, in modo da ottenere una distribuzione centrata sull’origine ($\sigma^{(88)} = \sigma^{(89)} = \sigma$). Si veda la Figura 6.12).

Per dimostrare l’ammissibilità sull’ipotesi di distribuzione Gaussiana, si è applicato il criterio di Kolmogorov - Smirnov agli eventi di danneggiamento (almeno sei denti danneggiati) della famiglia del materiale 88. In Figura 6.13 è mostrato il confronto tra l’andamento teorico e sperimentale della distribuzione dei danneggiamenti. Il test ha verificato l’ipotesi nulla che la distribuzione sperimentale è di tipo gaussiano. Questo risultato è stato esteso anche alla

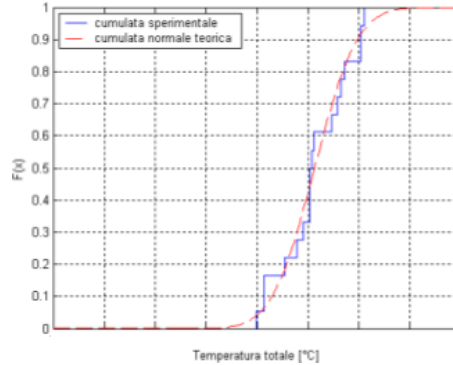


Figura 6.13: est di Kolmogorov - Smirnov per la famiglia del materiale 88

famiglia del materiale 89 a cui, a causa del numero esiguo di danneggiamenti, non è stato possibile applicare il test.

La temperatura ammissibile è stata definita, concordemente con Avio, come la temperatura corrispondente ad una probabilità di danneggiamento del 5% con una confidenza del 95%. La temperatura corrispondente ad una probabilità di danneggiamento del 5% è data dalla temperatura alla quale l'area sottesa alla distribuzione gaussiana di media $\theta_s^{(i)}$ e deviazione standard σ è pari a 0.05. (si veda a tal proposito la Figura 6.14). Per determinare il valore dell'estremo sinistro dell'intervallo unilatero di confidenza al 95%, si è seguita la procedura riportata schematicamente in Figura 6.15. Indicando con N il numero di danneggiamenti di ogni famiglia:

- sono state generate M serie di N valori casuali secondo la medesima legge gaussiana $(\theta_s^{(i)}, \sigma)$;
- sono stati determinati i valori di media $\theta_{s_m}^{(i)}$ e di deviazione standard σ_m di ciascuna delle M serie;
- tramite $\theta_{s_m}^{(i)}$ e σ_m , per ciascuna delle M serie è stato determinato il relativo percentile $\theta_{m5\%}^{(i)}$;
- dalla distribuzione dei percentili $\theta_{c5\%_1}^{(i)} \dots \theta_{c5\%_m}^{(i)}$ è stato calcolato l'estremo inferiore dell'intervallo unilatero di confidenza al 95% per il percentile, che rappresenta, appunto, il valore ammissibile ricercato.

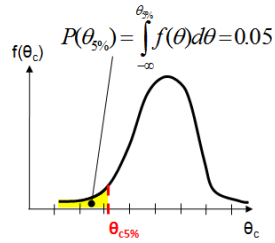


Figura 6.14: temperatura corrispondente ad una probabilità di danneggiamento del 5%

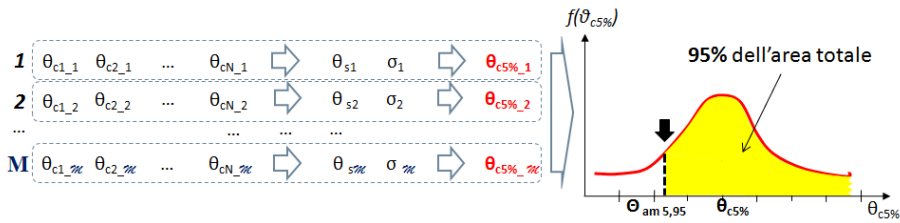


Figura 6.15: temperatura totale di contatto corrispondente ad una probabilità di danneggiamento del 5%

6.5.2 Criteri di danneggiamento

L'analisi per la determinazione degli ammissibili di progetto, secondo la metodologia precedentemente descritta, è stata condotta considerando tre diversi criteri di danneggiamento, di seguito elencati:

- **I scenario**

Si considera come campione di prova l'ingranaggio e come criterio di danneggiamento la presenza di almeno sei denti con *scuffing*. Pertanto l'esito di ciascun esperimento può essere "danneggiamento sì", se ci sono almeno sei denti con *scuffing*, o "danneggiamento no", se il numero dei denti danneggiati è minore. La criticità di questo scenario è dovuta all'arbitrarietà del criterio di danneggiamento. In altre parole, nel calcolo della distribuzione di danneggiamento, si considera solo il gradino di carico in cui si sono danneggiati almeno 6 denti.

- **II scenario**

Si considera come campione di prova ciascuna coppia di denti appartenenti all'ingranaggio e come criterio di danneggiamento la presenza o meno dello *scuffing*. La criticità di questo scenario è dovuta al fatto che l'esito di ciascun esperimento risulta indipendente dall'esito degli altri. In altre parole, si ammette che il danneggiamento su una coppia di denti non influenzi in alcun modo, per esempio alterando il livello vibrazionale o le condizioni di ingranamento, il danneggiamento su una coppia successiva. Inoltre, il computo del numero di denti danneggiati è stato assunto indipendente dal fatto che il gradino di carico sia stato completato o meno.

- **III scenario**

Si considera come campione di prova l'ingranaggio e come criterio di danneggiamento la presenza di almeno un nuovo dente on *scuffing* rispetto alla condizione precedente. La criticità di questo scenario è dovuta al fatto che il danneggiamento in un gradino di carico risulta indipendente dai danneggiamenti nei gradini precedenti.

A titolo di esempio si riporta una tabella comparativa tra i singoli scenari. La prova citata come esempio è la 21A.

Tabella 6.2: tabella comparativa tra i singoli scenari. Si riporta, come esempio, la prova 21A

Coppia (Nm)	denti danneggiati	esito I scenario	esito II scenario	esito III scenario
340	2	0 “scuffing si”	2 “scuffing si”	1 “scuffing si”
370	0	0 “scuffing si”	0 “scuffing si”	0 “scuffing si”
410	2	0 “scuffing si”	2 “scuffing si”	1 “scuffing si”
440	0	0 “scuffing si”	0 “scuffing si”	0 “scuffing si”
500	16	1 “scuffing si”	2 “scuffing si”	1 “scuffing si”

6.5.3 Risultati ottenuti

Di seguito sono riportate le temperatura medie di scuffing ed ammissibili di progetto calcolate. Si ricorda che la temperatura media di scuffing è data dalla media degli eventi di danneggiamento, mentre la temperatura ammissibile rappresenta la temperatura totale di contatto corrispondente ad una probabilità di danneggiamento del 5% con un livello di confidenza del 95%.

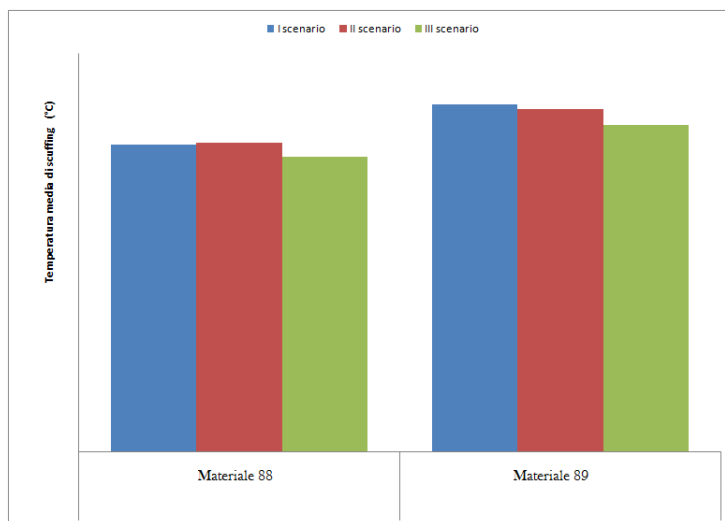


Figura 6.16: Confronto tra le temperature medie di scuffing per i tre scenari considerati

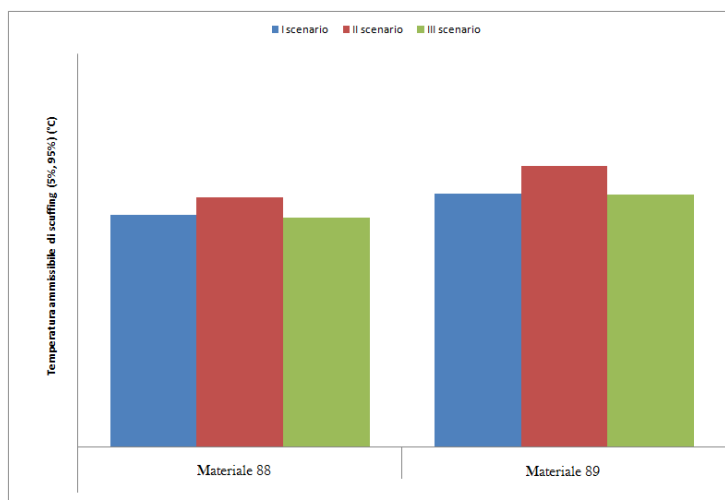


Figura 6.17: Confronto tra le temperature ammissibili per i tre scenari considerati

Capitolo 7

Conclusioni

Si riportano nel seguito le principali conclusioni della campagna di *scuffing*:

1. è stata rilevata una maggiore resistenza del materiale 89 rispetto al materiale 88;
2. sono stati registrati, a parità di altre condizioni di funzionamento, valori di coppia di *scuffing* molto simili per ruote superfinite e rettifiche. In particolare, i valori di coppia di *scuffing* delle ruote superfinite sono mediamente inferiori rispetto a quelli ottenuti per le ruote rettifiche.
3. è stata rilevata una sostanziale differenza tra la temperatura media di *scuffing* (valutata secondo il metodo AGMA) tra ruote superfinite e rettifiche;
4. la notevole differenza rilevata fra le temperature totali medie di *scuffing* delle ruote superfinite e rettifiche, a fronte di valori di coppia di *scuffing* sostanzialmente uguali, denuncia l'inadeguatezza del modello utilizzato inizialmente;
5. si ritiene che tale inadeguatezza risieda principalmente nel metodo di calcolo del coefficiente di attrito, non adatto al regime di lubrificazione completa che caratterizza le condizioni di prova sia delle ruote rettifiche che di quelle superfinite;
6. il metodo di calcolo utilizzato inizialmente (AGMA) porta a sovrastimare i valori del coefficiente di attrito, in particolare nel caso di ruote rettifiche.

Per superare questo problema è stata proposta una modifica nel calcolo del coefficiente di attrito, rendendolo indipendente dalla finitura (utilizzo del modello di Benedict e Kelley);

7. sono state individuate due famiglie (materiale 88, materiale 89) per le quali sono stati determinati gli ammissibili di progetto, espressi in termini di temperatura totale di contatto.
8. si sottolinea la necessità di procedere a misure del coefficiente di attrito da condurre su attrezzature dedicate (i.e. prove in similitudine su macchina a dischi), onde verificare la bontà del calcolo;
9. il metodo della temperatura totale di contatto può comunque essere efficacemente impiegato per definire i valori ammissibili di riferimento da utilizzare nella progettazione degli ingranaggi;
10. un ulteriore risultato di notevole importanza sia teorica che applicativa, è stato la messa a punto e la successiva validazione sperimentalmente del modello HTO per la stima della temperatura bulk dell'ingranaggio in funzione della portata di lubrificante;
11. è stata dimostrata una grande influenza sul fenomeno di alcuni aspetti macroscopico- ambientali (i.e. vibrazioni, effetti di raffreddamento del lubrificante);
12. è stata dimostrata l'influenza del regime di lubrificazione ed è stata messa in evidenza la possibile influenza di aspetti di rugosità e *texture* non considerati da nessun modello.

Appendice A

Definizioni ed elementi essenziali degli ingranaggi

Di seguito sono riportate le principali grandezze geometriche e meccaniche relative agli ingranaggi cilindrici a denti dritti ed elicoidali, sia interni che esterni ¹. Si ricorda che un ingranaggio cilindrico a denti dritti può essere considerato come un caso particolare di ingranaggio elicoidale in cui l'angolo dell'elica è nullo. La ruota motrice, detta pignone, è indicato con il pedice 1, mentre la ruota condotta, detta semplicemente ruota, è indicato con il pedice 2. Quando compare un doppio segno (\pm, \mp), quello superiore si riferisce agli ingranaggi esterni e quello inferiore agli ingranaggi interni.

definizioni geometriche di base

rapporto di trasmissione:

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (\text{A.1})$$

raggi primitivi di taglio:

$$r_1 = \frac{z_1 m}{2 \cos \beta} \quad (\text{A.2})$$

$$r_2 = r_1 u; \quad (\text{A.3})$$

¹Si adottano e le formule riportate nella normativa AGMA [2] e, ove possibile, la sua notazione

Tabella A.1: dati necessari per calcolare le principali grandezze relative agli ingranaggi cilindrici

numero di denti del pignone e della ruota	z_1, z_2
modulo normale	m_n
angolo di pressione normale di taglio	α_n
angolo d'elica	β
interasse	a_w
larghezza di fascia	b
velocità di rotazione del pignone	n_1
potenza trasmessa dall'ingranaggio	P

raggi primitivi di funzionamento:

$$r_{w1} = \frac{a_w}{u \pm 1} \quad (\text{A.4})$$

$$r_{w2} = a_w - r_{w1} \quad (\text{A.5})$$

angolo di pressione trasversale di taglio:

$$\alpha_t = \text{atan} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right) \quad (\text{A.6})$$

raggi di base:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t \quad (\text{A.7})$$

$$r_{b2} = r_{b1} u \quad (\text{A.8})$$

angolo di pressione trasversale operativo:

$$\alpha_{wt} = \text{acos} \left(\frac{r_{b1}}{r_{w1}} \right) \quad (\text{A.9})$$

passo di base trasversale:

$$p_{bt} = \frac{2\pi r_{b1}}{z_1} \quad (\text{A.10})$$

passo di base normale:

$$p_{bn} = \pi m_n \cos \alpha_n \quad (\text{A.11})$$

passo assiale:

$$p_x = \frac{\pi m}{\sin \beta} \quad (\text{A.12})$$

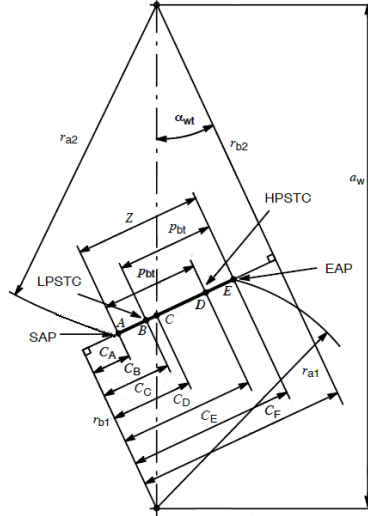


Figura A.1: distanze lungo il segmento di azione (immagine tratta da [2])

angolo dell'elica di base:

$$\beta_b = \arccos\left(\frac{p_{bn}}{p_{bt}}\right) \quad (\text{A.13})$$

angolo operativo dell'elica:

$$\beta_w = \arctan\left(\frac{\tan\beta_b}{\cos\alpha_{wt}}\right) \quad (\text{A.14})$$

angolo di pressione normale operativo:

$$\alpha_{wn} = \arcsin(\cos\beta_b \cdot \sin\alpha_{wt}) \quad (\text{A.15})$$

Distanze lungo il segmento di azione

In Figura A.1 è mostrato il segmento di azione nel piano trasversale.

Le distanze C_i sono misurate a partire dal punto di tangenza del segmento di azione con la circonferenza di base del pignone. La distanza C_A individua la posizione di inizio del profilo attivo del pignone (SAP, *Start of the Active*

Profile) e la distanza C_E individua la posizione di fine del profilo attivo del pignone (EAP, *End of the Active Profile*). La distanza C_B individua la posizione del punto di contatto singolo inferiore (LPSTC, *lowest point of single tooth contact*), La distanza C_C individua la posizione del centro di istantanea rotazione e la distanza C_D individua la posizione del punto di contatto singolo superiore (HPSTC, *highest point of single tooth contact*)

$$C_F = a_w \sin \alpha_{wt} \quad (\text{A.16})$$

$$C_A = \pm \left[C_F - \sqrt{(r_{a2}^2 - r_{b2}^2)} \right] \quad (\text{A.17})$$

$$C_C = \frac{C_F}{u \pm 1} \quad (\text{A.18})$$

$$C_D = C_A + p_{bt} \quad (\text{A.19})$$

$$C_E = \sqrt{(r_{a1}^2 - r_{b1}^2)} \quad (\text{A.20})$$

$$C_B = C_E - p_{bt} \quad (\text{A.21})$$

$$Z = C_E - C_A \quad (\text{A.22})$$

Rapporti di condotta

rapporto di condotta trasversale:

$$\epsilon_\alpha = \frac{Z}{p_{bt}} \quad (\text{A.23})$$

$$n_r \quad \text{parte frazionaria di } \epsilon_\alpha \quad (\text{A.24})$$

rapporto di condotta assiale:

$$\epsilon_\beta = \frac{b}{p_x} \quad \text{per ruote elicoidali} \quad (\text{A.25})$$

$$n_a \quad \text{parte frazionaria di } \epsilon_\beta \quad (\text{A.26})$$

$$\epsilon_\beta = 0 \quad \text{per ruote a denti dritti} \quad (\text{A.27})$$

lunghezza minima del contatto:

$$L_{min} = \frac{\epsilon_\alpha b - n_a n_r p_x}{\cos \beta_b} \quad \text{per ruote elicoidali quando } 1 - n_r \geq n_a \quad (\text{A.28})$$

$$L_{min} = \frac{\epsilon_\alpha b - (1 - n_a)(1 - n_r)p_x}{\cos \beta_b} \quad \text{per ruote elicoidali quando } 1 - n_r < n_a \quad (\text{A.29})$$

$$L_{min} = b \quad \text{per ruote a denti dritti} \quad (\text{A.30})$$

Angolo di ingranamento

Per identificare univocamente i punti del profilo del dente si utilizza convenzionalmente l'angolo di ingranamento (*roll angle*) $\xi_{(i)}$; Di seguito sono riportati i *roll angle* per cinque posizioni fondamentali durante l'ingranamento:

$$\xi_j = \frac{C_j}{r_{b1}} \quad (\text{A.31})$$

Raggi di curvatura

In Figura A.2 sono mostrati i raggi di curvatura $\rho_{1(i)}$ e $\rho_{2(i)}$ dei profili di due denti coniugati in un generico punto di contatto definito dal roll angle $\xi_{(i)}$

$$\rho_{1_i} = r_{b1} \xi_{(i)} \quad (\text{A.32})$$

dove:

$$\xi_A \leq \xi_{(i)} \leq \xi_B \quad (\text{A.33})$$

$$\rho_{2(i)} = C_F \mp \rho_{1(i)} \quad (\text{A.34})$$

raggio di curvatura equivalente trasversale:

$$\rho_{r(i)} = \frac{\rho_{1(i)} \rho_{2(i)}}{\rho_{1(i)} + \rho_{2(i)}} \quad (\text{A.35})$$

raggio di curvatura equivalente normale:

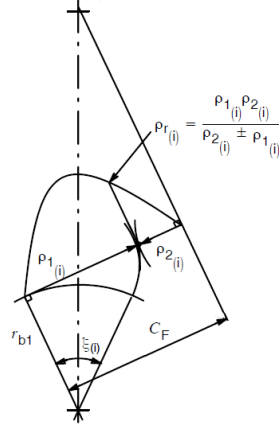


Figura A.2: distanze lungo il segmento di azione (immagine tratta da [2])

$$\rho_{n(i)} = \frac{\rho_{r(i)}}{\cos \beta_b} \quad (\text{A.36})$$

Cinematica

Velocità di rotolamento:

$$v_{r1(i)} = \frac{\pi n_1 \rho_{x1(i)}}{30} \quad (\text{A.37})$$

$$v_{r2(i)} = \frac{\pi n_1 \rho_{x2(i)}}{30 u} \quad (\text{A.38})$$

velocità di strisciamento:

$$v_{s(i)} = |v_{r1(i)} - v_{r2(i)}| \quad (\text{A.39})$$

velocità di *entraining*:

$$v_{e(i)} = |v_{r1(i)} + v_{r2(i)}| \quad (\text{A.40})$$

Forze scambiate tra le dentature

forza tangenziale normale:

$$(F_t)_{nom} = \frac{P}{v_t} \quad (\text{A.41})$$

fattore di declassamento:

$$K_D = K_0 K_m K_v \quad (\text{A.42})$$

forza tangenziale reale:

$$F_t = (F_t)_{nom} K_D \quad (\text{A.43})$$

forza normale:

$$F_{wn} = \frac{F_t}{\cos \alpha_{wn} \cos \beta_w} \quad (\text{A.44})$$

forza normale per unità di linea del contatto:

$$w_n = \frac{F_{wn}}{L_{min}} \quad (\text{A.45})$$

Fattore di ripartizione del carico

Il fattore di ripartizione del carico, X_Γ è il parametro che tiene in considerazione la modalità con cui il carico totale agente sull'ingranaggio viene ripartito tra coppie di denti successivi. Per convenzione è rappresentato come una funzione poligonale sul segmento di azione, con ampiezza pari a 1 tra i punti di contatto singolo superiore ed inferiore.

Il fattore di ripartizione del carico è fortemente influenzato dalle modifiche di profilo del dente. Di seguito si riporta la funzione porposta dalla normativa AGMA per profili modificati al fine di ottenere un ingranamento dolce (Figura A.3).

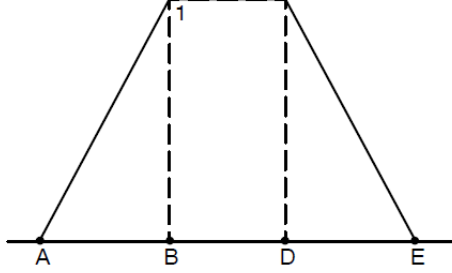


Figura A.3: fattore di ripartizione del carico (immagine tratta da [2])

$$X_{\Gamma(i)} = \frac{\xi(i) - \xi_A}{\xi_B - \xi_A} \quad \text{per } \xi_A \leq \xi(i) < \xi_B \quad (\text{A.46})$$

$$X_{\Gamma(i)} = 1 \quad \text{per } \xi_B \leq \xi(i) \leq \xi_D \quad (\text{A.47})$$

$$X_{\Gamma(i)} = \frac{\xi_E - \xi(i)}{\xi_D - \xi_E} \quad \text{per } \xi_D < \xi(i) \leq \xi_E \quad (\text{A.48})$$

Impronta Hertziana di contatto

modulo elastico equivalente:

$$E_r = \frac{2}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}} \quad (\text{A.49})$$

semilarghezza dell'impronta Hertziana:

$$b_{H(i)} = \left(\frac{8 \cdot X_{\Gamma} w_n(i) \cdot \rho_{\text{eqx}(i)}}{E_r \cdot \pi} \right)^{0.5} \quad (\text{A.50})$$

Bibliografia

- [1] AGMA2101C95. *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*. American Gear Manufacturers Association, 1995.
- [2] AGMA925-A03. *Effect of Lubrication on Gear Surface Distress*. American Gear Manufacturers Association, 2003.
- [3] M.P. Alanou, H.P. Evans e R.W. Snidle. “Effect of different surface treatments and coatings on the scuffing performance of hardened steel discs at very high sliding speeds”. In: *Tribology International* 37 (2004), pp. 93–102.
- [4] A. Almqvist e J. Dasht. “The homogeneization process of th Reynolds equation describing compressible liquid flow”. In: *Tribology International* 39 (2006), pp. 994–1002.
- [5] A. Almqvist et al. “Similarities and differences between the flow factor method by Patir and Cheng and Homogenization”. In: *Trans. ASME, Journal of Tribology* 133 (031702) (2011), pp. 1–5.
- [6] N.E. Anderson, S.H. Loewenthal e Black J.D. *An analytic Method to Predict Efficiency of Aircraft Gearboxes*. 83716. NASA Technical Memorandum. 1984.
- [7] C. Auriault J.L.and Boutin, Geindreau C. e Girault M. *Homogenization of Coupled Phenomena in Heterogenous Media*. ISTE, 2010.
- [8] R. Bassani et al. *Caratterizzazione e ottimizzazione della progettazione di ingranaggi cilindrici e conici - WP180: Hot/cold scuffing – Stato dell’arte. - Relazione tecnica stato dell’arte sui fenomeni di “hot scuffing” e “cold scuffing*. relazione 1009. Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione, Università di Pisa, 2003.

- [9] R. Bassani et al. *Caratterizzazione e ottimizzazione della progettazione di ingranaggi cilindrici e conici - WP180: Hot/cold scuffing – Stato dell’arte. – Data Base Scuffing*. relazione 1008. Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione, Università di Pisa, 2003.
- [10] R. Bassani et al. *WP 200: Hot/cold scuffing-sviluppo modelli di analisi*. relazione 1082. Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione, Università di Pisa, 2005.
- [11] G. Bayada, S. Martin e C. Vazquez. “Two scale homogenization of a hydrodynamic Elrod-Adams model”. In: *Asimptotic anal.* 44 (2005), pp. 75 –110.
- [12] G. H. Benedict e B. W. Kelley. “Instantaneous Coefficients of Gear Tooth Friction”. In: *ASLE Trans.* 4 (1961), pp. 59 –70.
- [13] R.O. Bjerk. “Oxygen — an extreme pressure agent”. In: *Trians ASLE* 16.2 (1973), pp. 97 –106.
- [14] H. Blok. *The postulate about the constancy of scoring temperature*. SP-237. NASA Technical Memorandum. 1969.
- [15] N. Canter. “Special Report: Trends in extreme pressure additives”. In: *Tribology and Lubrication Technology* (2007), pp. 10 –17.
- [16] H. S. Carslaw e J.C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, 1959.
- [17] Dugué D. e Girault M. *Analyse de variance et plans d’experience*. Dunod, Paris, 1959.
- [18] D. Dowson e G.R. Higginson. “A numerical solution to the elastohydrodynamic problem”. In: *J. Mech. Eng. Sci.* 1.1 (1959), pp. 6 –11.
- [19] A. Dyson. “Scuffing — a review”. In: *Tribology International* 8.3 (1975), pp. 77 –87.
- [20] A. Dyson. “Scuffing — a review: Part 2: The mechanism of scuffing”. In: *Tribology International* 8.3 (1975), pp. 117 –122.
- [21] A. Dyson e L.D. Wedeven. *Assessment of Lubricated Contacts — Mechanism of Scuffing and Scoring*. 83074. NASA Technical Memorandum. 1983.
- [22] H.P. Evans, R.W. Snidle e Sharif K.J. “Deterministic mixed lubrication modelling using roughness measurements in gear applications”. In: *Tribology International* 42 (2009), pp. 1406 –1417.

- [23] A.N. Grubin. “Fundamentals of the Hydrodynamic Theory of Lubrication of Heavily Loaded Cylindrical Surfaces”. In: *Central Scientific Research Institute for Technology and Mechanical Engineering* 30 (1949). traduzione dal russo.
- [24] B.J. Hamrock et al. *Fundamentals of fluid film lubrication*. CRC Press, 2004.
- [25] S. C. Lee e H. S. Cheng. “Correlation of scuffing experiments with ehl analysis of rough surfaces”. In: *Trans. ASME* 113 (1991), pp. 318 –326.
- [26] K.C. Ludema. “A Review of Scuffing and Running-in of Lubricated Surfaces, with Asperities and Oxides in Perspective”. In: *Wear* 100 (1984), pp. 315 –331.
- [27] E. Manfredi, S. Manconi e A. Polacco. “Caratterizzazione sperimentale della resistenza di dentature aeronautiche”. In: *Atti del XXXV convegno nazionale*. A cura di Associazione Italiana per l’Analisi delle Sollecitazioni (AIAS). 2006.
- [28] H.M. Martin. “The lubrication of gear teeth”. In: *Engineering* 102 (1916), pp. 119 –121.
- [29] I. Mazzitelli. “Progettazione di sistemi per il monitoraggio di trasmissioni meccaniche ad elevate prestazioni”. tesi di dottorato. Università degli Studi di Pisa, 2012.
- [30] N/A. *The Aeroshell Book*. Shell International Trading Company, 1991.
- [31] M.J. Patching et al. “Conditions for scuffing failure of ground and super-finished steel disks at high sliding speeds using a gas turbine engine oil”. In: *Trans. ASME* 117 (1995), pp. 482 –487.
- [32] N. Patir e H.S. Cheng. “An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication”. In: *Trans. ASME, Journal of Lubrication Technology* 100 (1978), pp. 12 –17.
- [33] N. Patir e H.S. Cheng. “Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces”. In: *Trans. ASME, Journal of Lubrication Technology* 101 (1979), pp. 220 –229.
- [34] B. Rebbeci, B. Oswald e P. Townsend. *Measurement of gear tooth dynamic friction*. 107279. NASA Technical Memorandum. 1996.
- [35] Rolls Royce. *The jet engine*. The Technical Publications Department Rolls-Royce plc, 1986.

- [36] F. Sahlin et al. "A mixed lubrication model incorporating measured surface topography. Part1: theory of flow factors". In: *Proc Instn Mech Engrs, Part J* 224 (2010), pp. 335 –351.
- [37] F. Sahlin et al. "A mixed lubrication model incorporating measured surface topography. Part2: roughness treatment, model validation, and simulation". In: *Proc Instn Mech Engrs, Part J* 224 (2010), pp. 353 –365.
- [38] R.W. Snidle, H.P. Evans e Alanou N.P. "Gears: elastohydrodynamic lubrication and durability". In: *Proc Instn Mech Engrs, Part C* 214 (2000), pp. 39 –50.
- [39] R.W. Snidle et al. "Scuffing performance of a hard coating under EHL conditions at sliding speeds up to 16 m/s and contact pressures up to 2.0 GPa". In: *Trans. ASME, Journal of Tribology* 130 (021301) (2008), pp. 1 –10.
- [40] G.W. Stachowiak e A.W. Batchelor. *Engineering tribology*. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.