

МЕТОД ОПИСАНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Галина Гайворонская, Олег Домаскин

Аннотация: *предложен поход к разработке математической модели, адекватно описывающей изменение требований пользователей на подключение к сети и обслуживание этих требований исследуемой сетью. Решение задачи включает исследование модели требований на развитие сети за счет увеличения ее емкости, объема и видов предоставляемых инфокоммуникационных услуг.*

Ключевые слова: *телекоммуникационная сеть, математическая модель, требования к сети, развитие телекоммуникационной сети.*

Ключевые слова классификации АСМ: *C.2. Computer-communication networks, H. Information Systems - H.1 Models and Principles, K. Computing Milieux - K.6 Management of computing and information system*

Введение

Оптимизация телекоммуникационных сетей (ТС) включает разнообразные задачи: от математических и технических, до экономических и общественно-политических. Значительные усилия исследователей направлены на изучение способов использования средств передачи и коммутации, чтобы найти приемлемый компромисс между необходимыми характеристиками сети и затратами на ее сооружение. Опубликованные работы, посвященные оптимизации ТС [Рогинский, 1981 - Boorstyn, 1977], ограничиваются сетями, режим работы которых характеризуется стационарностью в следующем смысле: техническая база сети и номинальные эксплуатационные параметры ее элементов остаются неизменными; неизменны технология обслуживания и алгоритмы действия сети; случайные внешние воздействия на элементы сети, вызывающие их отказы, стационарны в вероятностном смысле; потребность в связи неизменна; сеть как стохастический объект обладает эргодичностью и рассматривается в состоянии статистического равновесия. Переходные и аномальные режимы работы, когда ТС подвергается модернизации и существенно изменяется общая потребность в связи или интенсивность воздействия внешней среды на ее элементы, в известных публикациях не рассматривались, хотя сети, для которых такие режимы работы являются нормальными, представляют большой интерес [Давыдов, 1984].

Для определения закономерностей, описывающих процессы развития ТС, в конкретных условиях используются различные математические модели [Гайворонская, 2005]. Проектирование ТС с учетом динамики ее развития требует решения задач синтеза сети для некоторого заданного отрезка времени и заключается в том, чтобы указать вариант или несколько вариантов будущей сети, удовлетворяющих прогнозируемым к этому времени требованиям с заданной эффективностью. Эти задачи должны определять процесс развития сети во времени с учетом ее исходного состояния, для того, чтобы обеспечить оптимальный переход от существующей сети к сети в конце исследуемого периода через некоторые фиксированные промежуточные состояния. Теоретическая сложность решения таких задач обусловлена структурной сложностью сети и ее отдельных частей, большим количеством и разнообразием исходных данных, необходимостью их прогнозирования и другими факторами. Особая сложность задач характерна для исследования динамики развития сети от заданного исходного состояния [Рогинский, 1977]. В [Гайворонская, 2005] сформулирована общая проблема синтеза развивающихся информационных сетей, а в [Gayvoronska, 2011, Гайворонская, 2006] предложены некоторые подходы к ее решению. Одним из важных аспектов этой проблемы является формализация процесса изменения количества пользователей, подключенных к ТС, во времени. Решение этой задачи практически не встречается в работах, посвященных исследованию ТС, поскольку в ней просто не было необходимости.

В условиях, когда спрос на подключение к сети практически всегда опережал предложение, изменений емкости ТС описывалось только линейно зависимостью. В современных условиях возможны различные ситуации, при которых емкость ТС может не только увеличиваться, но и уменьшаться. Некоторые подходы к созданию моделей развития ТС рассмотрены в работах [Gayvoronska, 2012 - Гайворонская, 2013], где анализируется возможность использования математических функций для описания процессов изменения емкости ТС, и указаны условия, при которых целесообразно использование той или иной функции.

Постановка задачи

При проектировании сетей требование высокой точности анализа и строгой оптимальности синтеза присутствует далеко не всегда. Зачастую возникает необходимость в достаточно грубом оценочном анализе качества работы сети или предварительной оценке структуры будущей сети, предшествующей детальному проектированию. В представленной авторами работе [Гайворонская, 2013], где предлагаемая модель развития ТС основана на математических методах, описывающих распространение эпидемии, показано, что если процесс развития ТС трактовать как процесс чистого размножения, то для временной зависимости вероятности подключения конкретного числа пользователей к сети в конкретный момент времени получим достаточно громоздкие и неудобные для вычислений выражения. Поэтому в данном исследовании поставлена задача предложить асимптотические формулы, дающие простые выражения для вероятностей состояний сети, с точки зрения количества пользователей, обслуживаемых сетью, и моментов распределения функции, описывающей количество пользователей сети в момент времени.

Асимптотические формулы для вероятностей состояний сети

Пусть N – число всех потенциальных пользователей ТС на рассматриваемой территории, а $m(t)$ – число пользователей, подключенных к ТС к моменту t . Если рассмотреть в качестве случайной величины не $m(t)$, а момент τ_n подключения к сети n -го пользователя ($n = 2, \dots, N$), то можно получить простые асимптотические формулы. Между распределениями $m(t)$ и τ_n существует простая связь. Значение $m(t)$ не превосходит n тогда и только тогда, когда $(n+1)$ -й пользователь в момент t еще не подключен к сети, т. е. когда $\tau_{n+1} > t$. Следовательно, $P(m(t) \leq n) = P(\tau_{n+1} > t) = 1 - P(\tau_{n+1} \leq t)$ (1)

Обозначим через α_v промежуток $\tau_n - \tau_{n-1}$ ($n = 2, \dots, N$). Тогда $\tau_n = \sum_{v=2}^n \alpha_v$. (2)

α_v является случайной величиной с экспоненциальным законом распределения. Действительно,

$$P(\alpha_v \leq x) = 1 - e^{-\lambda \frac{v-1}{N(N-v+1)} x}. \quad (3)$$

Отсюда легко получить моменты для τ_n : $E(\tau_n) = \sum_{v=2}^n \mu_v = \frac{N}{\lambda} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k(N-k)}$, (4)

$$\sigma^2 = \sum_{v=2}^n \sigma_v^2 = \frac{N^2}{\lambda^2} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k^2(N-k)^2}. \quad (5)$$

Для $E(\tau_n)$ и $\sigma^2(\tau_n)$ можно получить наглядные асимптотические выражения.

Предположим, что $1 < n < N$. Используя равенство и обозначение, приведенные ниже,

$$\frac{1}{k(N-k)} = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{N-k} \right), \quad (6)$$

$$h_n = \sum_{v=1}^n \frac{1}{v}, \quad (7)$$

а так же формулы (4) и (7) получим

$$E(\tau_n) = \frac{1}{\lambda} (h_{n-1} + h_{N-1} - h_{N-n}). \quad (8)$$

Учитывая, что величина h_n отличается от l_n на величину C_n , которая при $n \rightarrow \infty$ стремится к постоянной Эйлера C :

$$h_n = \ln n + C_n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} C_n = C = 0,5772... \quad (9)$$

(8) и (9) дают

$$E(\tau_n) = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{(n-1)(N-1)}{(N-n)} + \frac{1}{\lambda} C_{n,N}, \quad (10)$$

где $\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ N \rightarrow \infty, N-n \rightarrow \infty}} C_{n,N} = C$. Положим теперь $n | N = a$ и допустим, что $\delta < a < 1 - \delta$ (11)

при фиксированном $\delta (0 < \delta < 1)$. Тогда из (11) следует

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(E(\tau_n) - \frac{1}{\lambda} \ln N \right) = \frac{1}{\lambda} \left(\ln \frac{a}{1-a} + C \right). \quad (12)$$

Для вычисления простого приближенного выражения для $\sigma^2(\tau_n)$ используем тождество

$$\frac{1}{k^2(N-k)^2} = \frac{1}{N^2} \left(\frac{1}{k^2} + \frac{1}{(N-k)^2} \right) + \frac{2}{N^3} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{N-k} \right). \quad (13)$$

Обозначив

$$s_n = \sum_{v=1}^n \frac{1}{v^2} \quad (14)$$

и используя (5), (8) и (14), получаем

$$\sigma^2(\tau_n) = \frac{1}{\lambda^2} (s_{n-1} + s_{N-1} - s_{N-n}) + \frac{2}{N\lambda^2} (h_{n-1} + h_{N-1} - h_{N-n}) = \frac{1}{\lambda^2} (s_{n-1} + s_{N-1} - s_{N-n}) + \frac{2}{N\lambda} E(\tau_n). \quad (15)$$

Известно, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s_k = \frac{\pi^2}{6}. \quad (16)$$

Так как, кроме того, имеет место равенство

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{E(\tau_n)}{N} = 0, \quad (17)$$

то из (14), (16) и (17) получаем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sigma^2(\tau_n) = \frac{\pi^2}{6\lambda^2}. \quad (18)$$

Путем ряда преобразований легко доказать, что для достаточно больших N дисперсия τ_n при условии выполнения (11) не зависит от α $E(\tau_n) = t(\alpha) = t$, α является временем, после которого средняя доля пользователей, подключенных к сети, достигает значения α .

Заключение

В работе рассмотрен один из подходов к созданию математической модели развития ТС. А, именно один из аспектов разработки математических моделей, адекватно описывающих изменение требований пользователей на подключение к сети и обслуживание этих требований исследуемой сетью. При этом была поставлена задача, предложить асимптотические формулы, дающие простые выражения для вероятностей состояний сети, с точки зрения количества пользователей, обслуживаемых сетью, и моментов распределения функции, описывающей количество пользователей сети в конкретный момент времени. Исследования выполнены при условии достаточно больших значений числа всех потенциальных пользователей на рассматриваемой территории N . Для дальнейших исследований поставлена задача применения логистической функции для описания процесса подключения пользователей при прогнозировании развития ТС. Логистическая функция позволяет описывать разнообразные процессы, с точностью, более высокой, чем аппроксимирующие функции.

Литература

- [Boorstyn, 1977] Boorstyn K. R., Erank H. Large-scale network topological optimization // IEEE Trans. Commun. – 1977. – Vol. 25, №1. – P. 29–47.
- [Camerini, 1979] Camerini P. M., Fratta L., Maffioli F. Some results on the design of tree structured communication networks // IX International Teletraffic Torremolinos. – 1979. – P. 214.
- [Damaskin, 2012] Galyna Gayvoronska Formalization of Variation Process of Information Networks' Users' Quantity / Galyna Gayvoronska, Oleg Damaskin // "Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science". Proceedings of the XIth International Conference TCSET'2012. – 2012. – Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic. – P.338-339.
- [Frank, 1971] Optimal design of centralized computer networks / H. Frank, I. Frisch, W. Chou, W. Van Slyke // Networks, Vol. 1. – 1971. – P. 43-57.
- [Gayvoronska, 2011] Gayvoronska G.S. Formalization of telecommunication networks' evolution's model / G.S. Gayvoronska // Applicable Information Models. – Sofia: ITHEA, 2011. – № 22. – P. 155-169.
- [Gayvoronska, 2012] Gayvoronska G. Analysis of mathematical models describing the requirements for network development / Galyna Gayvoronska, Oleg Domaskin // Natural Information Technologies.–Madrid:ITHEA,2012.–P.52-58.
- [Kershenbaum, 1975] Kershenbaum A., Boorstyn R. Centralized teleprocessing network design // Nat. Telecommun. Conf. New Orleans, La, 1975. – Vol. 2. – N. Y. – 1975, P. 27/11– 27/13.
- [Гайворонская, 2005] Гайворонская Г.С. Проблема синтеза развивающихся информационных сетей / Г.С. Гайворонская // Вісник ДУИКТ. – №3. – 2005. – Киев С.14-21
- [Гайворонская, 2006] Гайворонская Г. С. Исследование модели требований на развитие информационной сети / Г.С. Гайворонская, Д.А. Сомсиков // Холодильна техніка і технологія.– 2006.– №3 (101). – С. 99-104
- [Гайворонская, 2013] Гайворонская Г.С. Один из подходов к созданию математической модели развития телекоммуникационной сети / Г.С. Гайворонская, О.М. Домаскин // Збірник матеріалів VI МНТК «Проблеми телекомунікацій». – Київ. – НТУУ «КПІ». – 2013.
- [Давыдов, 1984] Давыдов Г.Б. Информация и сети связи. – М.: Наука, 1984. – 128 с.
- [Давыдов, 1985] Давыдов Г.Б. Некоторые проблемы оптимизации развития сетей // Электросвязь.–1985.–№2.– С.1-5
- [Нейман, 1983] Нейман В. И. Структуры систем распределения информации. – М.: Радио и связь, 1983. – 216 с.
- [Рогинский, 1977] Давыдов Г. Б., Рогинский В. Н., Толчан А. Д. Сети электросвязи. – М.: Связь, 1977. – 380 с.
- [Рогинский, 1981] Теория сетей связи / Под ред. В. Н. Рогинского. – М.: Радио и связь, 1981. – 192 с.
- [Советов, 1990] Советов Б. Я., Яковлев С. А. Построение сетей интегрального обслуживания. – Л.: Машиностроение, 1990. – 332 с.
- [Франк, 1982] Франк Г., Чжоу В. Топологическая оптимизация сетей ЭВМ // ТИИЭР. – 1982. – №11 (60). – С. 147-162.
- [Харкевич, 1975] Харкевич А. Д., Ковалева В. Д. Некоторые результаты моделирования сети связи // Методы теории телетрафика в системах распределения информации. – М.: Наука, 1975. – С. 122-127.

Благодарности

Статья опубликована при частичной поддержке проекта ITHEA XXI ITHEA ISS (www.ithea.org) и ADUIS (www.aduis.com.ua).

Информация об авторах



Галина Гайворонская – Факультет Информационных технологий и кибербезопасности ОНАПТ, д.т.н., профессор, зав. кафедрой информационно-коммуникационных технологий, советник ректора по инфокоммуникациям; Украина, Одесса, 65026, ул. Дворянская, 1/3; тел. (048)-720-91-48; e-mail: gsgayvoronska@gmail.com

Области научных исследований: оптимизация переходных периодов при эволюции телекоммуникационных сетей. Поток вызовов, нагрузка и межзвонное тяготение в сетях. Проблемы создания сетей доступа. Проблема построения полностью оптических сетей и систем коммутации



Олег Домаскин – Факультет Информационных технологий и кибербезопасности ОНАПТ, аспирант кафедры информационно-коммуникационных технологий; Украина, Одесса, 65026, ул. Дворянская, 1/3; тел. (048)-720-91-48

Главные области научных исследований: оптимизация переходных периодов при эволюции телекоммуникационных сетей.