



UNIVERSITÀ DI PISA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica

PROGETTO DI UN AMPLIFICATORE DA STRUMENTAZIONE A BASSO RUMORE E RIDOTTO CONSUMO DI POTENZA

Candidato:

Andrea Ieri

Relatori:

Prof. Paolo Bruschi

Ing. Massimo Piotto

Ing. Federico Butti

INDICE

INTRODUZIONE	5
CAPITOLO I: Processi di rumore	7
1.1 Richiami sui processi aleatori.....	9
1.2 Rumore nei dispositivi elettronici.....	12
1.3 Studio di MOSFET rumorosi.....	16
CAPITOLO II: Amplificatori da strumentazione	23
2.1 Definizioni generali.....	25
2.2 Topologie più utilizzate.....	36
2.3 Tecniche di cancellazione dell'offset.....	44
2.4 Analisi della modulazione chopper.....	55
CAPITOLO III: Sensori di temperatura	65
3.1 Sensori di temperatura resistivi.....	67
3.2 Sensori di temperatura a giunzione.....	69
3.3 Effetti termoelettrici.....	70
3.4 Termocoppie.....	72
3.5 Natura della sorgente.....	77
CAPITOLO IV: Architettura dell'amplificatore	79
4.1 Topologia della cella.....	81
4.2 Funzione di trasferimento completa.....	83
4.3 Analisi di rumore.....	85
4.4 Tecnica port swapping.....	88
4.5 Mismatch sul secondo integratore.....	93
4.6 Analisi del preamplificatore.....	94
4.7 Analisi del primo integratore.....	105
4.8 Analisi del secondo integratore.....	111
4.9 Controllo del modo comune di uscita.....	114

CAPITOLO V: Dimensionamento e risultati delle simulazioni	117
5.1 Specifiche di progetto.....	119
5.2 Dimensionamento del preamplificatore.....	121
5.3 Dimensionamento del primo integratore.....	124
5.4 Dimensionamento del secondo integratore.....	125
5.5 Simulazioni e risultati finali.....	126
CONCLUSIONI	135
BIBLIOGRAFIA	137

INTRODUZIONE

Come noto la fisica è una scienza empirica, generalmente infatti prima si ipotizza una teoria, e successivamente si esegue un esperimento al fine di confermarla o escluderla; molto spesso per realizzare tale esperimento risulta indispensabile effettuare una misura di grandezze fisiche, quali ad esempio pressione, temperatura, velocità o accelerazione, di conseguenza si necessita di uno strumento che permetta di eseguire la misura. I primi congegni atti a tale scopo sono molto antichi, ma si sono rivelati di importanza fondamentale per molte delle scoperte scientifiche fatte negli ultimi secoli; tra questi dispositivi non possiamo non ricordare il termoscopio del genio pisano Galileo Galilei (1564-1642) o il primo barometro realizzato dal fisico Evangelista Torricelli (1608-1647).

Nell'ultimo secolo, con l'avvento dell'elettronica moderna, si sono fatti passi da gigante anche nel campo dei sensori, soprattutto a partire dagli anni '60 dopo l'invenzione del circuito integrato, quando già si intravedeva la possibilità di realizzare su un unico chip non solo un circuito elettronico completo, ma anche eventuali trasduttori; ai giorni nostri tutto questo è già realtà e si è sempre più orientati verso i cosiddetti *System on a Chip* (SoC), ovvero sistemi che integrano sullo stesso die sia i sensori, che effettuano la trasduzione della grandezza fisica di interesse in una grandezza elettrica, sia l'elettronica di condizionamento ed elaborazione del segnale.

Tra i sensori integrati individuiamo una classe estremamente importante come quella dei sensori termici, in quanto molto spesso mediante una misura di temperatura si è in grado di risalire ad altre grandezze fisiche di interesse; in questo lavoro di tesi verrà discussa la progettazione di un amplificatore da strumentazione per la lettura di sensori termici integrati basati su termopile, e successivamente verrà eseguito un possibile dimensionamento dei componenti al fine di rispettare le specifiche richieste dal progetto.

Per progettare l'interfaccia di lettura utilizzeremo come riferimento il processo tecnologico a 320nm *BCD6s* di *STMicroelectronics* e le simulazioni verranno eseguite mediante il simulatore *ELDO* in ambiente *CADENCE*.

L'elaborato è così strutturato:

- **CAPITOLO I:** Verrà eseguita una breve trattazione sui processi di rumore che coinvolgono i dispositivi elettronici, in particolar modo si forniranno le densità spettrali di potenza delle varie tipologie di rumore e le espressioni che verranno utilizzate nei capitoli successivi.

- **CAPITOLO II:** Si darà una definizione generale di amplificatore da strumentazione, analizzando le caratteristiche principali che fanno di questi circuiti le interfacce ideali per la lettura di sensori integrati; passeremo poi ad elencare e ad analizzare brevemente alcune delle topologie più utilizzate. Infine discuteremo le tecniche di riduzione dell'offset e del rumore a bassa frequenza, con particolare attenzione alla modulazione chopper, ovvero la tecnica utilizzata in questo lavoro.
- **CAPITOLO III:** Verrà fatta una breve panoramica sui sensori termici, in particolar modo ci soffermeremo sui sensori basati su termocoppie e termopile, caratterizzando il tipo di segnale fornito da questa tipologia di sensori.
- **CAPITOLO IV:** Nel quarto capitolo introdurremo l'amplificatore da strumentazione proposto, ne mostreremo l'architettura e ne calcoleremo la funzione di trasferimento; successivamente ci concentreremo sugli stadi che compongono l'interfaccia proposta e li analizzeremo singolarmente motivando le scelte delle topologie utilizzate, andremo poi ad individuare i contributi al rumore totale riportato in ingresso all'amplificatore.
- **CAPITOLO V:** Nell'ultimo capitolo esporremo i risultati delle simulazioni, in particolar modo calcoleremo il rumore totale riportato in ingresso in virtù dei risultati ottenuti sui singoli stadi; successivamente mostreremo ed analizzeremo i risultati delle simulazioni effettuate sull'intero amplificatore da strumentazione proposto in questo lavoro.

CAPITOLO I

Processi di rumore

1.1 Richiami sui processi aleatori

Prima di parlare di rumore è doveroso fare un breve richiamo sulla teoria che sta alla base dei segnali aleatori.

Supponiamo di eseguire un generico esperimento ed associamo ad ogni risultato ottenibile " $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ " una diversa funzione del tempo " $x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots$ "; ciascuna di queste forme d'onda è deterministica ed è associata al risultato mediante una legge di corrispondenza che prende il nome di processo aleatorio:

$$X(t, \omega) = x(t)$$

L'aleatorietà sta nel fatto che a priori non conosciamo assolutamente quale sarà il risultato ω_i che l'esperimento restituirà, ovvero non conosciamo quale forma d'onda $x_i(t)$ si presenterà.

Osserviamo inoltre che:

- Fissando l'istante t il processo aleatorio degenera in una variabile aleatoria $X(\omega)$, ovvero al risultato dell'esperimento non è più associata una forma d'onda, ma semplicemente un numero casuale.
- Fissando il risultato dell'esperimento ω il processo aleatorio degenera in una forma d'onda deterministica $x(t)$.
- Fissando sia l'istante t che il risultato ω il processo aleatorio degenera ovviamente in un numero, in generale complesso.

Per comodità di scrittura si sottintende la dipendenza da ω e ci riferiremo ad un processo aleatorio semplicemente con $X(t)$.

Come già osservato fissando n istanti si ottengono n variabili aleatorie e si possono dunque definire le distribuzioni fino all' n -simo ordine. Nella pratica lo studio di fenomeni aleatori si riduce quasi sempre ai primi due ordini, in quanto sono sufficienti a darci una caratterizzazione del processo in esame adeguata per la maggior parte degli scopi.

1.1.1 Studio al primo ordine di un processo aleatorio

Per studiare il processo al primo ordine si fissa un istante t e si definisce la funzione di distribuzione (fdd) del primo ordine:

$$F_X(x; t) = \Pr[X(t) \leq x]$$

Derivando si ottiene la densità di probabilità (ddp) del primo ordine:

$$f_X(x; t) = \frac{\partial}{\partial x} F_X(x; t)$$

Mediante il teorema dell'aspettazione si possono poi ricavare i momenti del primo ordine. Si individuano il valor medio del processo:

$$\eta_X(t) = \langle X(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x; t) dx$$

Il valor quadratico medio:

$$\langle X^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x; t) dx$$

E la varianza del processo:

$$\sigma_X^2(t) = \langle \Delta X^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \eta_X(t))^2 f_X(x; t) dx$$

Tra questi tre indici esiste la seguente relazione:

$$\langle X^2(t) \rangle = \sigma_X^2(t) + \eta_X^2(t)$$

Definiamo ora una grandezza molto importante, ovvero il valore efficace del processo aleatorio:

$$X_{RMS}(t) = \sqrt{\langle X^2(t) \rangle}$$

Si vede immediatamente che per un processo a valor medio costantemente nullo il valore efficace coincide con la deviazione standard, infatti:

$$\forall t \quad \eta_X(t) = 0 \Rightarrow \langle X^2(t) \rangle = \sigma_X^2(t) \Rightarrow X_{RMS}(t) = \sigma_X(t)$$

1.1.2 Studio al secondo ordine di un processo aleatorio

Analogamente a quanto fatto per il primo ordine, possiamo fissare due istanti distinti t_1 e t_2 e definire la fdd del secondo ordine:

$$F_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = \Pr[(X(t_1) \leq x_1) \cap (X(t_2) \leq x_2)]$$

Derivando si ottiene poi la ddp del secondo ordine:

$$f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} F_X(x_1, x_2; t_1, t_2)$$

Per quanto riguarda i momenti abbiamo l'autocorrelazione definita come:

$$r_X(t_1, t_2) = \langle X(t_1)X(t_2) \rangle = \iint_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

E l'autocovarianza del processo:

$$c_X(t_1, t_2) = \langle \Delta X(t_1) \Delta X(t_2) \rangle = \\ = \iint_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - \eta_X(t_1))(x_2 - \eta_X(t_2)) f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Anche per i momenti del secondo ordine esiste una relazione simile a quella che lega valor medio, varianza e valor quadratico medio, essa risulta essere:

$$r_X(t_1, t_2) = c_X(t_1, t_2) + \eta_X(t_1)\eta_X(t_2)$$

1.1.3 Definizione di processo stazionario e di processo ergodico

A rigore per un processo aleatorio esiste una definizione di stazionarietà in senso stretto, tuttavia la trattazione di tale argomento è poco significativa per questo elaborato, ci limitiamo dunque a dare la definizione di stazionarietà in senso lato, molto più utile da un punto di vista applicativo.

Prendiamo un processo aleatorio $X(t)$ e sia $\tau=t_2-t_1$ l'intervallo temporale tra due istanti di osservazione. Il processo si dice stazionario in senso lato (ssl) se e solo se il suo valor medio è costante nel tempo e la sua autocorrelazione è una funzione pari della sola variabile τ . In formule si ha:

$$X(t) \text{ ssl} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall t & \eta_X(t) = \eta_X = \text{cost} \\ \forall t_1, t_2 & r_X(t_1, t_2) = r_X(\tau) = r_X(-\tau) \end{cases}$$

Un processo $X(t)$ si dice invece ergodico in senso stretto se tutte le sue medie statistiche possono essere ricavate a partire da medie temporali, valutate su una qualsiasi realizzazione $x(t)$. Si capisce immediatamente che per un processo ergodico le cose si semplificano molto, basta infatti prendere una qualsiasi realizzazione e farvi delle medie temporali per ottenere le medie statistiche, altrimenti molto complesse da calcolare soprattutto ad ordini elevati.

I tipi di rumore che analizzeremo sono tutti stazionari ed ergodici, dunque ad esempio possiamo calcolare il valor medio come:

$$\eta_X = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt = \text{cost}$$

Mentre l'autocorrelazione risulterà:

$$r_X(\tau) = r_X(-\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)x(t + \tau) dt$$

1.1.4 Densità spettrale di potenza di un processo aleatorio

La densità spettrale di potenza (dsp) di un generico processo aleatorio può essere definita in maniera rigorosa mediante tediosi calcoli, tuttavia per processi stazionari, e solo per essi, si può utilizzare il teorema di Wiener-Kintchine, il quale afferma che la dsp di un processo stazionario altro non è che la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione.

Dunque per i nostri scopi possiamo utilizzare la formula:

$$S_X(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} r_X(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

Il fattore 2 è dovuto al fatto che per applicazioni pratiche consideriamo la dsp monolaterale anziché bilaterale; questo significa riferirsi alle sole frequenze positive, ovvero quelle con le quali è realmente possibile sollecitare un sistema. Dalla dsp si può ricavare la potenza del processo per integrazione:

$$P_X = \int_0^{+\infty} S_X(f) df$$

Prendiamo ora un sistema con risposta in frequenza $H(f)$ e poniamo in ingresso un processo $X(t)$. La dsp del processo $Y(t)$ in uscita al sistema è data da:

$$S_Y(f) = S_X(f) |H(f)|^2$$

E di conseguenza la sua potenza risulterà:

$$P_Y = \int_0^{+\infty} S_X(f) |H(f)|^2 df$$

1.2 Rumore nei dispositivi elettronici

In questo paragrafo daremo una breve descrizione dei più importanti processi di rumore con i quali un progettista deve necessariamente misurarsi, e per ogni tipologia forniremo un'espressione analitica della relativa dsp.

1.2.1 Rumore shot

Il rumore shot è un processo dovuto alla natura granulare della corrente. Prendiamo in considerazione per semplicità un bipolo percorso da una corrente costante I ; il flusso totale di carica sarà proporzionale al numero di particelle che attraversano una sezione considerata nell'unità di tempo, ma a causa della natura granulare della corrente, formata appunto dal passaggio di particelle, si avrà una fluttuazione intorno ad un valor medio I . Tale fluttuazione è proprio il

rumore shot ed il teorema di Schottky afferma che la sua dsp è costante in frequenza e vale:

$$S_{I_n}^{Sh} = 2qI$$

1.2.2 Rumore termico

Questo processo di rumore è dovuto al fatto che, per temperature diverse dallo zero assoluto, qualsiasi particella è in movimento caotico a causa dell'agitazione termica. Prendiamo in esame una generica impedenza Z , se essa non è collegata a niente la tensione ai suoi capi dovrebbe essere nulla ad ogni istante, tuttavia ciò non accade; quello che è nullo è solamente il valor medio di tale tensione, mentre essa fluttuerà intorno a tale valore a causa del moto caotico delle particelle al suo interno, le quali non saranno distribuite uniformemente. Tale fluttuazione è proprio il rumore termico e per il teorema di Nyquist la sua dsp vale:

$$S_{V_n}^{Th}(f) = 4\text{Re}[Z] \frac{hf}{e^{hf/KT} - 1}$$

Dove con h si è indicata la costante di Planck e con K la costante di Boltzmann. Nella pratica le cose si semplificano molto, infatti a temperature ordinarie, anche ad alte frequenze, è quasi sempre verificata la seguente condizione:

$$\frac{hf}{KT} \ll 1$$

Dunque l'esponenziale può essere espanso in serie di Taylor al primo ordine ottenendo:

$$e^{\frac{hf}{KT}} \cong 1 + \frac{hf}{KT}$$

E quindi la dsp risulta:

$$S_{V_n}^{Th} = 4KT\text{Re}[Z]$$

Come si vede essa può essere considerata costante in frequenza almeno finché è valida l'approssimazione di Taylor dell'esponenziale; per avere un'idea facciamo una stima della frequenza a partire dalla quale la condizione vista comincia a non essere più valida. Mettiamoci a $T=300K$ ed imponiamo come limite di validità:

$$\frac{hf}{KT} < \frac{1}{100} \Rightarrow f < \frac{1}{100} \frac{KT}{h} \cong 62.5 \text{ GHz}$$

Dunque almeno a temperatura ambiente possiamo considerare la dsp del rumore termico costante su tutte le frequenze di reale interesse, comprese le RF.

1.2.3 Rumore flicker

Il rumore flicker, a volte chiamato anche rumore $1/f$, è probabilmente il più complesso da studiare ed allo stesso tempo il più dannoso nella progettazione in tecnologia CMOS. Prendiamo un transistor MOSFET e supponiamo vi sia un difetto all'interfaccia $SiO_2/Si(p)$; il difetto si comporta come una trappola per gli elettroni del canale di conduzione sottostante. Se un elettrone per effetto tunnel passa nell'ossido allora si creeranno delle linee di campo elettrico repulsive per gli elettroni che partecipano alla conduzione nel canale, i quali verranno deviati introducendo rumore, come mostrato schematicamente in figura 1.1:

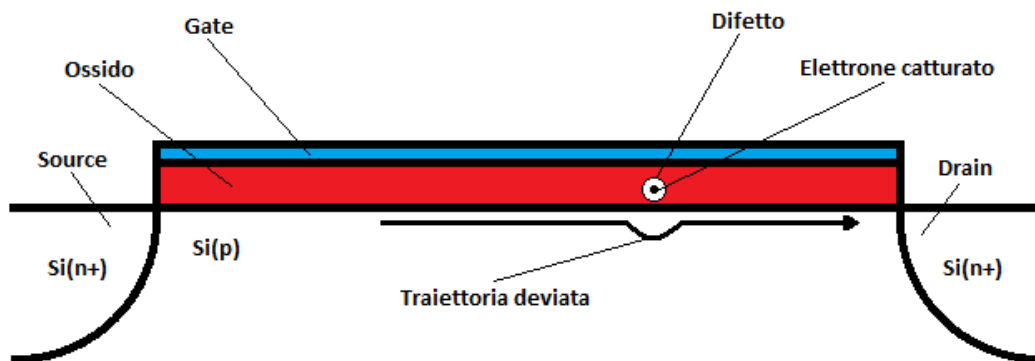


Figura 1.1: Schematizzazione della cattura di elettroni da parte dei difetti all'interfaccia ossido/semiconduttore, fenomeno alla base del rumore flicker

Dopo un tempo medio di cattura l'elettrone viene rilasciato, e sempre per effetto tunnel torna nel canale; questo fenomeno di cattura/rilascio è un processo aleatorio ed è alla base dello studio del rumore flicker. Come già preannunciato la trattazione completa di questa tipologia di rumore è molto complessa, dunque limitiamoci a dare un'espressione della sua dsp, che secondo il modello di McWorter vale:

$$S_{I_n}^{Fk}(f) = \alpha_H \frac{I^\beta}{f^\gamma}$$

Dove α_H è la costante di Hooge che varierà a seconda del dispositivo sotto esame, mentre $\beta=1\div 2$ e $\gamma=0.8\div 1.2$ sono numeri ricavati empiricamente.

1.2.4 Rumore "KT/C"

Questo tipo di rumore prende il nome dal valore della sua potenza, che come vedremo vale proprio $P=KT/C$, ed è tipico dei circuiti switched-capacitor. In realtà questo processo è una diretta conseguenza del rumore termico e si presenta come un'incertezza sulla tensione campionata su un condensatore. Per capire

meglio l'origine di questo rumore guardiamo il semplice circuito di figura 1.2, dove in pratica si campiona una tensione costante:

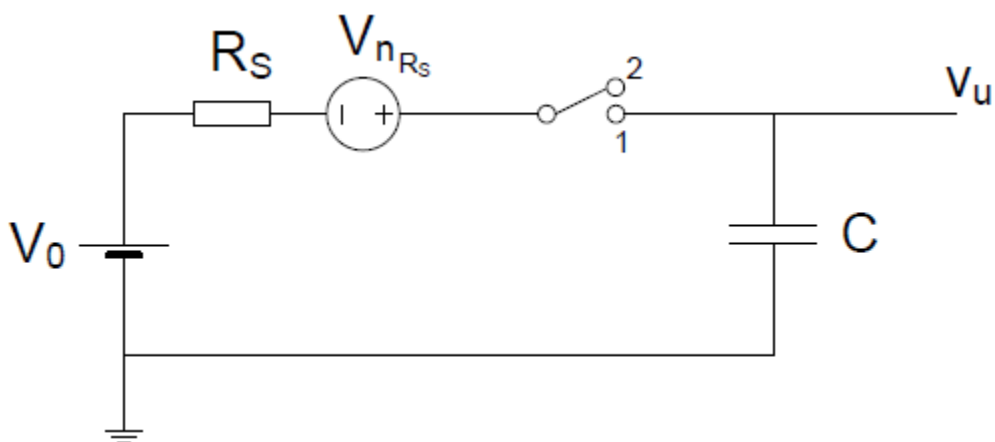


Figura 1.2: Circuito switched-capacitor con equivalente della resistenza rumorosa interna alla sorgente

A causa del rumore termico, generato dalla resistenza R_S interna alla batteria, la tensione di uscita in fase 1 fluttua intorno al valor medio V_0 , dunque quando si passa in fase 2 si campiona una tensione diversa da quella attesa; l'errore commesso è di natura aleatoria, infatti non possiamo conoscere a priori il valore assunto dal processo di rumore termico al momento della commutazione. Il risultato è che ad ogni istante di campionamento t_i troveremo in uscita:

$$\begin{cases} v_u(t_1) = V_0 + V_{\varepsilon_1} \\ v_u(t_2) = V_0 + V_{\varepsilon_2} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ v_u(t_i) = V_0 + V_{\varepsilon_i} \end{cases}$$

Andiamo dunque a valutare la potenza del processo aleatorio V_{ε} , ovvero il suo valor quadratico medio. Osserviamo che in fase 1 il circuito per il rumore generato da R_S altro non è che un filtro passa basso con frequenza di polo:

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_S C}$$

E la risposta in frequenza sarà:

$$H_{LP}(f) = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_p}}$$

Mentre la dsp del rumore termico generato vale:

$$S_{V_{n_{R_S}}} = 4KTR_S$$

Calcoliamo quindi la potenza del rumore in uscita:

$$P_{V_\varepsilon} = \int_0^{+\infty} S_{V_{n_{R_S}}} |H_{LP}(f)|^2 df = 4KTR_S \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + \frac{f^2}{f_p^2}} df$$

Facciamo un cambio di variabile:

$$x = \frac{f}{f_p} \Rightarrow df = f_p dx$$

Dunque si ottiene:

$$P_{V_\varepsilon} = 4KTR_S f_p \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + x^2} dx = \frac{4KTR_S}{2\pi R_S C} [\tan^{-1}(x)]_0^{+\infty} = \frac{2KT}{\pi C} \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right)$$

E quindi si ha, come preannunciato, che la potenza del rumore KT/C vale proprio:

$$P_{V_\varepsilon} = \frac{KT}{C}$$

Come si vede per ridurre l'entità di questa tipologia di rumore servono grandi capacità, difficilmente realizzabili su circuiti integrati se non a costo di un grande impiego di area.

1.3 Studio di MOSFET rumorosi

L'amplificatore da strumentazione relativo a questo lavoro di tesi è progettato in tecnologia CMOS, ci poniamo dunque il problema di valutare la dsp del rumore complessivo riportata in ingresso ad un transistor MOSFET. Prendiamo in considerazione il circuito per le variazioni di figura 1.3 ed individuiamo due sorgenti di rumore prevalenti:

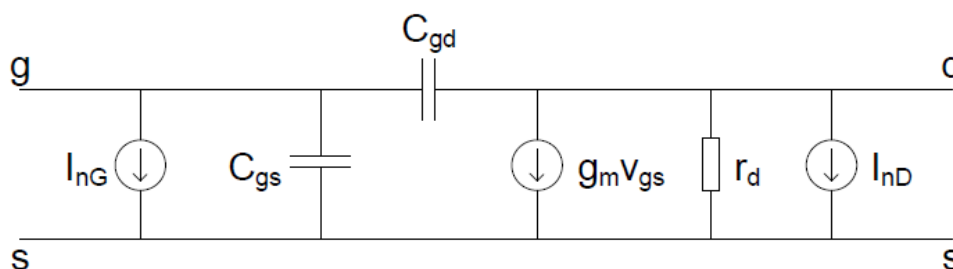


Figura 1.3: Circuito per le variazioni del MOSFET con evidenziate le principali sorgenti di rumore

Supponiamo che la corrente di rumore di gate abbia solo componente shot, mentre la corrente di rumore di drain avrà una forte componente flicker ed una componente termica dovuta alla conduttanza di canale, che in saturazione vale:

$$g_{CH} = \frac{2}{3} g_m$$

In base a quanto affermato sulle dsp osservate avremo quindi, considerando $\gamma=1$:

$$\begin{cases} S_{I_{nG}} = 2qI_G \\ S_{I_{nD}}(f) = \frac{8}{3}KTg_m + \alpha_D \frac{I_D^\beta}{f} \end{cases}$$

Dal teorema di Thevenin generalizzato sappiamo che per una rete ad N porte servono almeno N generatori equivalenti esterni al fine di caratterizzare la rete rumorosa. Il circuito di figura 1.3 ha due porte, dunque servono due generatori esterni i quali, se vogliamo riportarli entrambi sulla porta di ingresso, dovranno essere uno di tensione ed uno di corrente, come mostrato in figura 1.4:

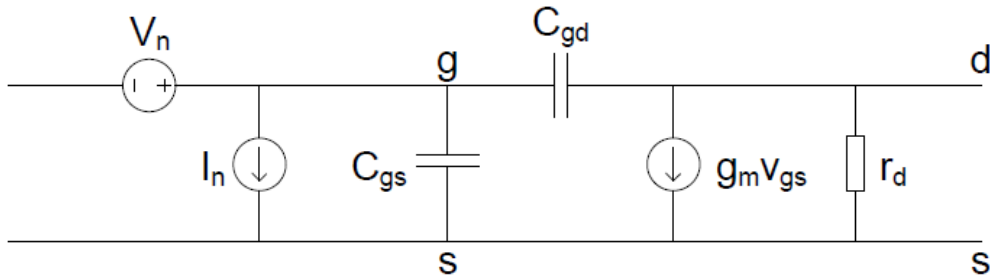


Figura 1.4: Circuito per le variazioni del MOSFET con generatori equivalenti di rumore riportati in ingresso

1.3.1 Calcolo della dsp del generatore di corrente equivalente

Convien aprire l'ingresso ed andare a calcolare la corrente di cortocircuito sull'uscita; operando in questo modo le due capacità risultano in parallelo e la resistenza r_d viene cortocircuitata. Il circuito rumoroso è riportato in figura 1.5:

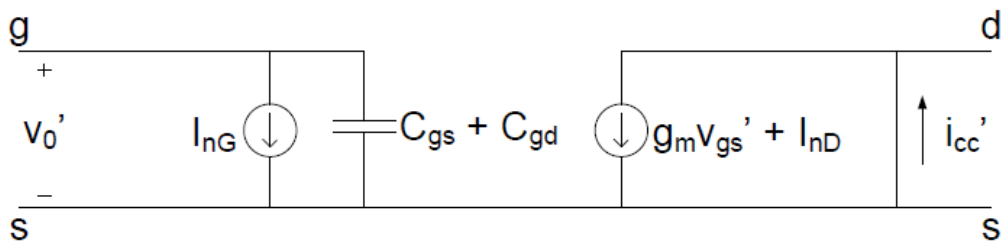


Figura 1.5: Circuito rumoroso con porta di ingresso aperta e porta di uscita cortocircuitata

Si ha subito che:

$$i'_{cc} = g_m v'_{gs} + I_{n_D}$$

Inoltre:

$$v'_{gs} = -\frac{I_{n_G}}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})}$$

Ma per definizione di pulsazione di guadagno di corrente unitario abbiamo:

$$\omega_T = \frac{g_m}{(C_{gs} + C_{gd})} \Rightarrow v'_{gs} = -\frac{I_{n_G}}{j g_m \frac{\omega}{\omega_T}} \Rightarrow i'_{cc} = j I_{n_G} \frac{\omega_T}{\omega} + I_{n_D}$$

Il circuito equivalente risulta invece quello di figura 1.6:

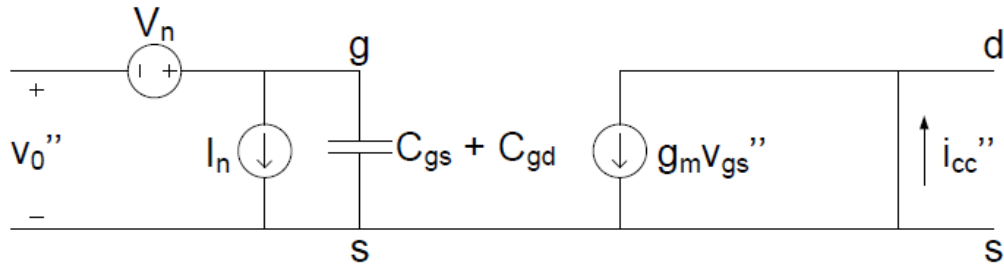


Figura 1.6: Circuito equivalente con porta di ingresso aperta e porta di uscita cortocircuitata

Qui la corrente di cortocircuito vale:

$$i''_{cc} = g_m v''_{gs}$$

E si ha anche:

$$v''_{gs} = -\frac{I_n}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})} = -\frac{I_n}{j g_m \frac{\omega}{\omega_T}} \Rightarrow i''_{cc} = j I_n \frac{\omega_T}{\omega}$$

Affinché i due circuiti siano equivalenti le due correnti di cortocircuito devono coincidere, dunque:

$$j I_n \frac{\omega_T}{\omega} = j I_{n_G} \frac{\omega_T}{\omega} + I_{n_D} \Rightarrow I_n = I_{n_G} - j \frac{\omega}{\omega_T} I_{n_D}$$

Passando alle dsp si ha quindi:

$$S_{I_n}(f) = S_{I_{n_G}} + \frac{f^2}{f_T^2} S_{I_{n_D}}(f) = 2qI_G + \frac{f^2}{f_T^2} \left(\frac{8}{3} KT g_m + \alpha_D \frac{I_D^\beta}{f} \right)$$

Riordinando il polinomio si ottiene infine l'espressione della dsp di corrente equivalente:

$$S_{I_n}(f) = 2qI_G + \left(\alpha_D \frac{I_D^\beta}{f_T^2} \right) f + \left(\frac{8KTg_m}{3f_T^2} \right) f^2$$

Come si vede la dsp di corrente equivalente presenta alle basse frequenze una componente shot, mentre alle alte frequenze salirà, su un grafico bilogarithmico, di 20dB/dec a causa della componente di natura termica.

1.3.2 Calcolo della dsp del generatore di tensione equivalente

Anche in questo caso conviene operare con ingresso aperto ed uscita cortocircuitata, in modo da riportarsi al circuito già studiato nel calcolo della dsp di corrente equivalente. Adesso però la grandezza che andremo a valutare non sarà più la corrente di cortocircuito sull'uscita, ma la tensione a vuoto sulla porta di ingresso.

Facendo riferimento al circuito rumoroso di figura 1.5 si ha:

$$v'_0 = -\frac{I_{nG}}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})} = -\frac{I_{nG}}{jg_m \frac{\omega}{\omega_T}}$$

Guardando invece il circuito equivalente di figura 1.6 si ha:

$$v''_0 = -\frac{I_n}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})} - V_n = -\frac{I_n}{jg_m \frac{\omega}{\omega_T}} - V_n$$

Sostituendo l'espressione di I_n già calcolata in precedenza si ottiene:

$$v''_0 = -\frac{I_{nG} - j\frac{\omega}{\omega_T} I_{nD}}{jg_m \frac{\omega}{\omega_T}} - V_n = -\frac{I_{nG}}{jg_m \frac{\omega}{\omega_T}} + \frac{I_{nD}}{g_m} - V_n$$

Affinché i due circuiti siano equivalenti le due tensioni a vuoto devono coincidere, quindi:

$$-\frac{I_{nG}}{jg_m \frac{\omega}{\omega_T}} + \frac{I_{nD}}{g_m} - V_n = -\frac{I_{nG}}{jg_m \frac{\omega}{\omega_T}} \Rightarrow V_n = \frac{I_{nD}}{g_m}$$

Passando in dsp si ottiene:

$$S_{V_n}(f) = \frac{1}{g_m^2} S_{I_{nD}}(f) = \frac{1}{g_m^2} \left(\frac{8}{3} KTg_m + \alpha_D \frac{I_D^\beta}{f} \right)$$

Riordinando il polinomio si ottiene la dsp di tensione equivalente:

$$S_{V_n}(f) = \left(\alpha_D \frac{I_D^\beta}{g_m^2} \right) \frac{1}{f} + \frac{8}{3} KT \frac{1}{g_m}$$

Si ha dunque una componente flicker che predomina alle basse frequenze, ed una componente puramente termica che sarà sovrastante alle alte frequenze.

1.3.3 Espressioni utilizzate per i calcoli

Come abbiamo avuto modo di osservare, per caratterizzare completamente un MOSFET rumoroso sono necessari due generatori equivalenti di rumore, di cui abbiamo ricavato le dsp.

Il generatore di corrente I_n tuttavia si fa sentire solamente a frequenze piuttosto elevate, per questo motivo nell'analisi di rumore dei circuiti a MOSFET presentati in questo elaborato lo trascureremo e ci limiteremo al solo generatore di tensione riportato in ingresso; le espressioni delle dsp di rumore termico e flicker che utilizzeremo sono:

$$\begin{cases} S_{V_n}^{Th} = \frac{8}{3} KT \frac{1}{g_m} \\ S_{V_n}^{Fk}(f) = \frac{N_f}{WL} \frac{1}{f} \end{cases}$$

Dove N_f è un fattore moltiplicativo di natura empirica, mentre W e L sono le dimensioni del MOSFET in esame.

A seconda dei casi può essere conveniente utilizzare un equivalente con un generatore di corrente di rumore posto tra drain e source, ovvero sulla porta di uscita; le dsp in corrente si ottengono banalmente da quelle in tensione moltiplicando per la transconduttanza al quadrato.

Le formule utilizzate per la dsp in corrente risultano quindi:

$$\begin{cases} S_{I_n}^{Th} = \frac{8}{3} KT g_m \\ S_{I_n}^{Fk}(f) = \frac{N_f}{WL} \frac{g_m^2}{f} \end{cases}$$

Si definisce infine frequenza di corner f_k la frequenza per la quale rumore termico e rumore flicker coincidono; in un grafico asintotico si considera un rumore puramente flicker per frequenze minori di f_k , e puramente termico per frequenze maggiori, anche se è ovvio che in realtà entrambe le tipologie sono presenti a tutte le frequenze.

L'andamento asintotico su scala bilogarithmica di una generica dsp in tensione è riportato in figura 1.7:

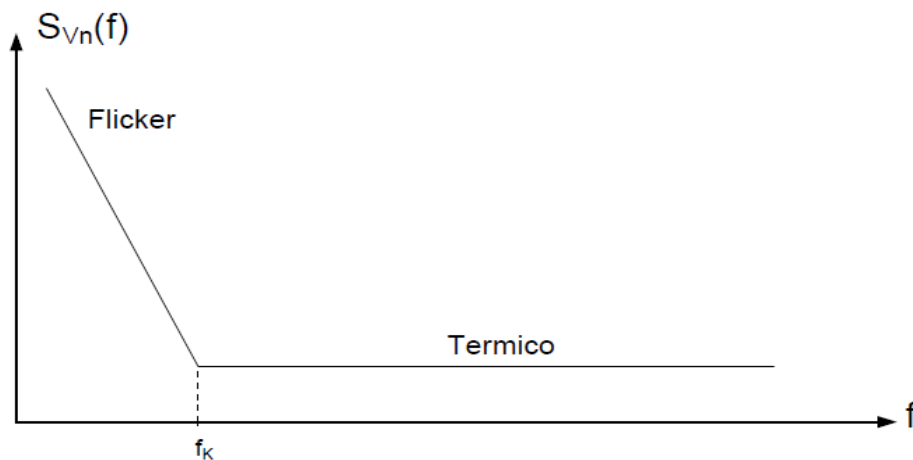


Figura 1.7: Andamento tipico della densità spettrale di potenza del generatore di tensione equivalente riportato in ingresso ad un MOSFET

1.3.4 Osservazione sull'ampiezza picco-picco del rumore

Il valore picco-picco del rumore sovrapposto al segnale è un parametro fondamentale, poiché dà un limite sulla minima variazione del segnale misurabile senza errori, ovvero è ciò che effettivamente limita la risoluzione del sistema.

Prendiamo ad esempio un rumore ergodico e stazionario con ddp gaussiana e valor medio nullo; l'espressione analitica di una curva gaussiana è:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\eta_X)^2}{2\sigma_X^2}}$$

Come si intuisce immediatamente, a causa della natura esponenziale della funzione, una ddp gaussiana non va mai a zero, e questo significa sostanzialmente che la probabilità che il processo in esame assuma un valore minore di un limite finito non è mai unitaria, qualunque limite grande a piacere si scelga; il discorso è analogo per un limite inferiore, qualunque valore si fissi la probabilità che il valore del processo sia minore di tale limite non è mai nulla. Se ne deduce facilmente che un disturbo gaussiano potrebbe assumere con probabilità non nulla valori grandi a piacere. Nella pratica questo risultato è poco significativo, infatti considerare infinito il valore picco-picco di un disturbo renderebbe impossibile stimare l'effetto che il processo di rumore ha sul segnale utile. Per questo motivo nelle applicazioni reali, quando abbiamo a che fare con una distribuzione gaussiana, ci limitiamo comunque ad un intervallo finito, ampio abbastanza da garantire una buona fascia di sicurezza.

Noi ci limiteremo a $[-2\sigma_x, 2\sigma_x]$, in quanto l'integrale su tale intervallo restituisce un valore intorno a 0.9544 , ovvero la probabilità che il valore del disturbo non cada in una fascia $4\sigma_x$ a cavallo del valor medio è minore del 5%.

Possiamo dunque assumere per un generico processo di rumore con ddp gaussiana e valor medio nullo:

$$V_n^{pp} = 4\sigma_{V_n} = 4V_{n_{RMS}} = 4 \sqrt{\int_{f_L}^{f_H} S_{V_n}(f) df}$$

E' doveroso fare una precisazione sugli estremi di integrazione, infatti al valor quadratico medio è associata la potenza del processo e dunque, a rigore, dovremmo integrare la dsp dalla continua fino ad una frequenza infinita.

Come visto però il modello da noi utilizzato per la dsp del rumore flicker, che è predominante alle basse frequenze, va ad infinito verso la continua, mentre rumore termico e shot, in pratica unici contributi alle alte frequenze, sono rumori considerati bianchi, ovvero la cui dsp è costante. Si capisce quindi che se integrassimo da una frequenza nulla fino ad una frequenza infinita la potenza del processo divergerebbe. Questo è un assurdo ed il problema è da ricercarsi nell'espressione analitica delle dsp viste.

Innanzitutto c'è da dire che nessuno può conoscere con precisione quale sia l'andamento della dsp flicker a frequenze estremamente basse, infatti per valutare le componenti vicino alla continua bisognerebbe osservare tale processo di rumore per un tempo pressoché infinito; per quanto riguarda invece le alte frequenze è ovvio che il modello di rumore bianco è valido fino ad un certo punto, oltre il quale anche le dsp di rumore termico e shot crolleranno o, più verosimilmente, saranno limitate dalla banda finita del sistema in esame.

Se vogliamo utilizzare i modelli matematici visti diviene dunque indispensabile fissare una banda di osservazione sulla quale calcolare la potenza del rumore, e di conseguenza il valore efficace.

CAPITOLO II

*Amplificatori da
strumentazione*

2.1 Definizioni generali

Il circuito analogico integrato di più largo impiego è senza dubbio l'amplificatore operazionale (OpAmp), le cui caratteristiche ideali sono riassunte in tabella 2.1:

Guadagno ad anello aperto	Infinito
Impedenza di ingresso	Infinita
Impedenza di uscita	Nulla
CMRR	Infinito
Correnti di ingresso	Nulle
Corrente di offset	Nulla
Tensione di offset	Nulla

Tabella 2.1: Principali caratteristiche di un OpAmp ideale

Risulta evidente che un circuito reale può solo approssimare tali caratteristiche, anche se gli OpAmp sono comunque progettati per avere guadagni in continua dell'ordine delle centinaia di migliaia; a causa dell'elevato guadagno questi amplificatori sono praticamente inutilizzabili ad anello aperto, è sufficiente infatti uno sbilanciamento di poche decine di μV della tensione di ingresso per eccedere i limiti della dinamica di uscita. Questi circuiti necessitano dunque di una catena di reazione che ne fissi il guadagno e grazie alla quale, in linea di principio, è possibile realizzare la quasi totalità delle operazioni matematiche, da cui il nome di amplificatori operazionali.

Poniamoci adesso il problema di dover effettuare la lettura di un segnale differenziale di ampiezza molto piccola, sovrapposto ad una tensione di modo comune di diversi ordini di grandezza superiore; è facile intuire che un OpAmp risulta non idoneo per tale applicazione, in quanto l'amplificazione è imposta da componenti esterni e può risultare poco accurata, sarebbe dunque impossibile risalire all'informazione da leggere a partire dalla tensione di uscita, a causa dell'imprecisione sul fattore moltiplicativo.

Risulta dunque indispensabile l'utilizzo di amplificatori differenziali con le seguenti proprietà:

- Amplificazione di modo differenziale precisa e possibilmente variabile
- Common Mode Rejection Ratio elevato
- Power Supply Rejection Ratio elevato
- Impedenze di ingresso simmetriche ed entrambe elevate
- Correnti di ingresso e tensione di offset limitate
- Basso rumore riportato in ingresso

Circuiti che soddisfano tali caratteristiche prendono il nome di amplificatori da strumentazione (InAmp) in quanto risultano, come avremo modo di osservare meglio in seguito, le interfacce ideali per la lettura di segnali provenienti da sensori o altre apparecchiature elettroniche; si pensi ad esempio che, per le proprietà sopracitate, un InAmp ideale altro non è che un voltmetro.

Andiamo adesso ad analizzare in maniera più dettagliata le caratteristiche viste, soffermandoci sulle non idealità che inevitabilmente affliggono questi amplificatori.

2.1.1 Amplificazione di modo differenziale

L'amplificatore da strumentazione presentato in questo lavoro di tesi trova il suo principale impiego nella lettura di sensori integrati basati su termopile i quali, come vedremo, presentano in uscita un segnale differenziale sovrapposto ad una tensione di modo comune V_{CMS} . Facciamo quindi riferimento alla figura 2.1, dove si riporta lo schema di un amplificatore differenziale A_d , con a monte l'equivalente della sorgente rappresentata dal segnale utile da amplificare v_s , dalla tensione di modo comune V_{CMS} e dalle resistenze R_{S1} e R_{S2} :

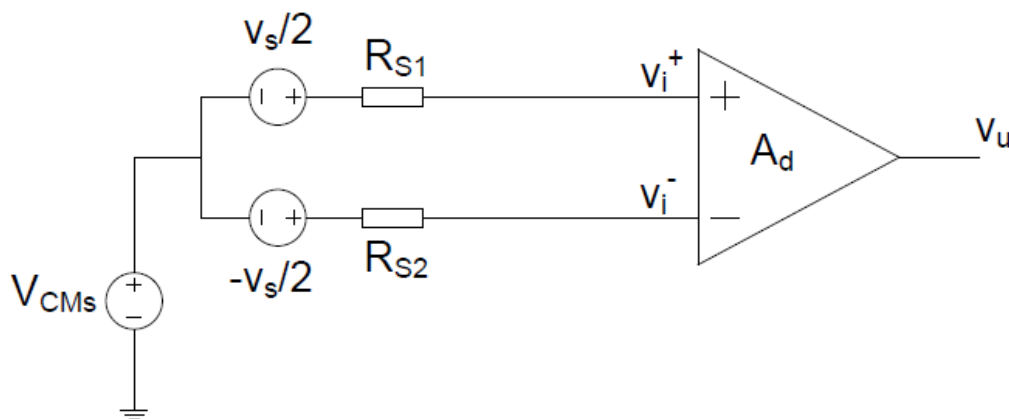


Figura 2.1: Schema di un amplificatore differenziale con a monte l'equivalente della sorgente

Per l'amplificatore in figura si definiscono le tensioni di ingresso di modo differenziale e di modo comune come segue:

$$\begin{cases} v_{id} = v_i^+ - v_i^- \\ v_{ic} = \frac{1}{2}(v_i^+ + v_i^-) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_i^+ = v_{ic} + \frac{v_{id}}{2} \\ v_i^- = v_{ic} - \frac{v_{id}}{2} \end{cases}$$

E le amplificazioni di modo differenziale e di modo comune:

$$A_d = \left[\frac{v_u}{v_{id}} \right]_{v_{ic}=0} \quad A_c = \left[\frac{v_u}{v_{ic}} \right]_{v_{id}=0}$$

Come abbiamo avuto modo di osservare, un'amplificazione di modo differenziale molto accurata è una specifica primaria in un amplificatore da strumentazione, poiché un errore sul guadagno si ripercuote direttamente sulla tensione di uscita andando a degradare la precisione della misura del segnale in ingresso; un buon InAmp deve quindi avere un errore relativo sull'amplificazione differenziale tipicamente inferiore all'1%. Negli InAmp integrati il guadagno differenziale viene fissato mediante componenti interni al chip, i quali vanno scelti in maniera opportuna; se vogliamo errori così piccoli sul guadagno risulta indispensabile fissare A_d tramite un rapporto di grandezze della stessa natura, come ad esempio il rapporto di due capacità, di due resistenze o di due transconduttanze. Agendo in questo modo si ottengono infatti due principali vantaggi:

- Due grandezze omogenee in prima approssimazione variano ugualmente in funzione di altre grandezze fisiche; questo permette di cancellare, almeno al primo ordine, gli errori sul guadagno dovuti alla variazione di parametri fisici o ambientali, come ad esempio la temperatura.
- Si possono utilizzare accorgimenti *ad hoc* in fase di layout, in modo da migliorare il matching tra i componenti critici che fissano il guadagno.

La maggior parte degli amplificatori da strumentazione oggi in commercio presenta inoltre la possibilità di regolare l'amplificazione, o in modo continuo, ad esempio collegando tra due pin un componente esterno di valore appropriato compreso in un range fornito dal costruttore, oppure in base a delle configurazioni prestabilite, selezionabili inviando all'integrato una stringa di bit su dei piedini appositamente dedicati.

2.1.2 Common Mode Rejection Ratio (CMRR)

In un generico amplificatore differenziale il Common Mode Rejection Ratio indica la capacità del sistema di reiettare i segnali di modo comune che si presentano in ingresso, ed è definito come:

$$CMRR = \frac{|A_d|}{|A_c|} \Rightarrow CMRR_{dB} = 20 \log \left(\frac{|A_d|}{|A_c|} \right)$$

Come già detto, nella grande maggioranza delle applicazioni, la tensione da misurare è la sovrapposizione di un segnale utile differenziale e di una tensione di modo comune di diversi ordini di grandezza superiore. Idealmente il Common Mode Rejection Ratio dovrebbe assumere un valore infinito, tuttavia in un amplificatore differenziale è sufficiente avere un $CMRR$ di almeno 80dB per reiettare abbastanza efficacemente le variazioni del modo comune di ingresso,

mentre la grande maggioranza degli amplificatori da strumentazione che si trovano in commercio hanno dei $CMRR$ intorno a $100\div 120\text{dB}$ nella banda di funzionamento; esistono poi InAmp altamente performanti, come ad esempio l'integrato $AD8221$ di *Analog Devices*, che presenta un $CMRR \cong 150\text{dB}$ costante su tutta la banda passante.

L'effetto di un $CMRR$ finito può essere rappresentato mediante una tensione riportata in ingresso v_i^{CM} , ottenuta dividendo la componente del segnale di uscita dovuta al modo comune per l'amplificazione differenziale:

$$v_i^{CM} = \frac{v_u^{CM}}{A_d} = \frac{A_c v_{ic}}{A_d} \Rightarrow v_i^{CM} = \frac{v_{ic}}{CMRR}$$

Tale componente dipende fortemente dalla tensione di modo comune di ingresso ed è particolarmente dannosa nei casi in cui quest'ultima è variabile.

2.1.3 Power Supply Rejection Ratio ($PSRR$)

Prendiamo in considerazione per comodità un amplificatore a singola alimentazione e supponiamo di avere uno sbalzo ΔV_{DD} della tensione di alimentazione V_{DD} :

$$V_{DD} \rightarrow V_{DD} + \Delta V_{DD}$$

Questa variazione comporterà uno sbilanciamento della tensione di uscita, il quale può essere riportato in ingresso diviso per A_d . Il Power Supply Rejection Ratio indica la capacità dell'amplificatore di reiettare le variazioni della tensione del rail di alimentazione ed è definito come:

$$PSRR = \frac{|\Delta V_{DD}|}{|v_i^{PS}|} \Rightarrow PSRR_{dB} = 20 \log \left(\frac{|\Delta V_{DD}|}{|v_i^{PS}|} \right)$$

Dove v_i^{PS} rappresenta la tensione riportata in ingresso dovuta alla variazione ΔV_{DD} . Per un amplificatore a doppia alimentazione la situazione è analoga e si definiscono un $PSRR^+$ per l'alimentazione positiva ed un $PSRR^-$ per quella negativa; questi due parametri solitamente sono diversi, a causa dell'asimmetria dei percorsi che collegano l'uscita ai due rail di alimentazione.

Per correttezza precisiamo che a volte in letteratura si può trovare il $PSRR$ definito come l'inverso di quello appena visto, tuttavia noi utilizzeremo la definizione sopracitata, in quanto con questa scelta un elevato valore del $PSRR$ indica una buona robustezza del circuito agli sbalzi di alimentazione.

2.1.4 Impedenza di ingresso

Una delle caratteristiche principali di un buon amplificatore di tensione è quella di avere un'elevata impedenza di ingresso, necessaria per evitare di caricare la sorgente; se ciò non è verificato allora la tensione che viene effettivamente amplificata risulta essere una partizione di quella prodotta dalla sorgente. Come noto esistono topologie di amplificatori differenziali in cui questa proprietà è verificata solo su uno dei due ingressi; questa soluzione non è assolutamente accettabile per un amplificatore da strumentazione il quale, come già osservato, deve idealmente operare come voltmetro, e necessita quindi di un percorso verso massa ad alta impedenza su entrambi gli ingressi.

Facciamo riferimento alla figura 2.2, dove sono riportate le due resistenze r_{in1} e r_{in2} viste dagli ingressi dell'amplificatore verso massa:

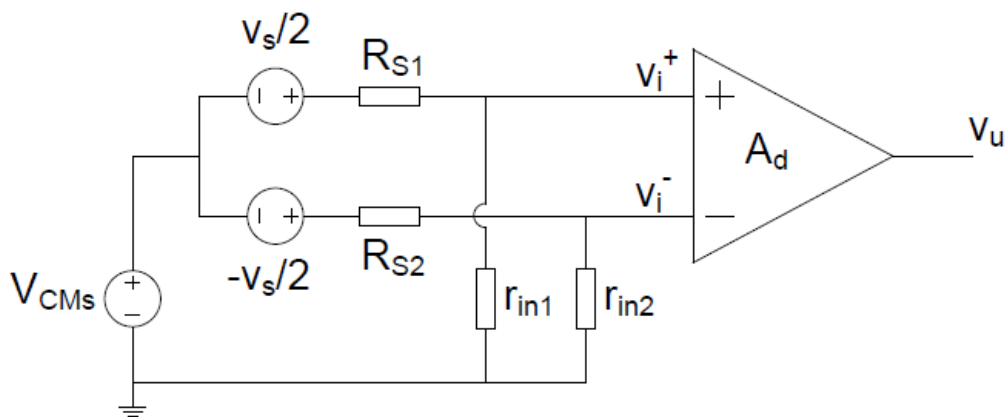


Figura 2.2: Impedenze di ingresso dell'amplificatore

La tensione di uscita risulta:

$$v_u = A_d v_{id} = A_d \left[\left(V_{CMs} + \frac{v_s}{2} \right) \frac{r_{in1}}{r_{in1} + R_{S1}} - \left(V_{CMs} - \frac{v_s}{2} \right) \frac{r_{in2}}{r_{in2} + R_{S2}} \right]$$

Mettendo in evidenza i due segnali di modo comune e di modo differenziale si ottiene:

$$v_u = A_d V_{CMs} \left(\frac{r_{in1}}{r_{in1} + R_{S1}} - \frac{r_{in2}}{r_{in2} + R_{S2}} \right) + A_d \frac{v_s}{2} \left(\frac{r_{in1}}{r_{in1} + R_{S1}} + \frac{r_{in2}}{r_{in2} + R_{S2}} \right)$$

Si osserva subito che l'effettiva amplificazione differenziale non è A_d , infatti il segnale utile v_s riceve un'amplificazione di:

$$A'_d = \frac{v_u}{v_s} = \frac{A_d}{2} \left(\frac{r_{in1}}{r_{in1} + R_{S1}} + \frac{r_{in2}}{r_{in2} + R_{S2}} \right)$$

Inoltre si ha in uscita una componente dovuta al modo comune di ingresso; questa componente è molto dannosa infatti non è eliminabile nemmeno da un amplificatore con un $CMRR$ infinito, poiché agisce a modo differenziale. Tale tensione dipende dal mismatch tra le resistenze della sorgente e di ingresso, e dal modo comune V_{CMS} , dunque produce uno sbilanciamento riportato in ingresso di valore:

$$V'_{IO} = V_{CMS} \left(\frac{r_{in_1}}{r_{in_1} + R_{S_1}} - \frac{r_{in_2}}{r_{in_2} + R_{S_2}} \right)$$

Come si osserva, è molto importante avere entrambe le resistenze di ingresso elevate; supponendole entrambe infinite si ottiene infatti la situazione ideale:

$$A'_d = \frac{A_d}{2}(1 + 1) = A_d \quad V'_{IO} = V_{CMS}(1 - 1) = 0$$

In tal caso non sarebbe necessario avere un'architettura simmetrica, poiché se le impedenze di ingresso fossero infinite il problema appena osservato risulterebbe eliminato. Nella realtà è tuttavia ovvio che le impedenze r_{in} potranno essere molto elevate, ma non certo infinite, è necessario quindi progettare un circuito simmetrico in modo da abbattere l'errore dovuto al valore finito delle resistenze di ingresso.

In caso di matching perfetto delle resistenze di sorgente e di ingresso si avrebbe un'amplificazione effettiva:

$$A'_d = \frac{A_d}{2} \left(\frac{r_{in}}{r_{in} + R_S} + \frac{r_{in}}{r_{in} + R_S} \right) = A_d \frac{r_{in}}{r_{in} + R_S}$$

L'errore sull'amplificazione non viene quindi diminuito, poiché rimane dello stesso ordine di grandezza.

Consideriamo invece la tensione di sbilanciamento riportata in ingresso:

$$V'_{IO} = V_{CMS} \left(\frac{r_{in}}{r_{in} + R_S} - \frac{r_{in}}{r_{in} + R_S} \right) = 0$$

In caso di matching perfetto tale errore viene cancellato completamente, per qualsiasi valore delle resistenze di sorgente e di ingresso.

Possiamo quindi concludere che avere impedenze di ingresso molto elevate è condizione necessaria e sufficiente per abbattere sia la tensione di sbilanciamento che l'errore sull'amplificazione differenziale, mentre utilizzare un'architettura simmetrica non diminuisce l'errore sul guadagno, ma aiuta ad abbattere l'offset in ingresso. Risulta ovvio che nel verosimile caso in cui $r_{in} \gg R_S$ è sufficiente un buon matching delle impedenze di ingresso dell'amplificatore, almeno per quanto riguarda la riduzione dello sbilanciamento appena osservato.

Andiamo adesso ad esplicitare l'effetto del mismatch sulla tensione V'_{IO} . Siano R_1 e R_2 due resistenze integrate nominalmente uguali, ma di valore reale diverso, a

causa ad esempio di errori di processo sulle geometrie o di variazione del profilo di drogaggio nei siti di realizzazione. Si avrà dunque una media dei due valori reali che risulterà:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

Questo valor medio è da non confondersi con il valor medio statistico, in quanto è calcolato su due sole realizzazioni e non ha niente a che vedere con l'aspettazione di una variabile aleatoria; i due valori medi coinciderebbero se mediassimo su infinite realizzazioni. Si definiscono poi l'errore di matching assoluto:

$$\Delta R = R_1 - R_2$$

E l'errore di matching relativo:

$$\frac{\Delta R}{\bar{R}} = 2 \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}$$

Da queste definizioni possiamo scrivere i due valori reali come segue:

$$R_1 = \bar{R} + \frac{\Delta R}{2} \quad R_2 = \bar{R} - \frac{\Delta R}{2}$$

Possiamo adesso scrivere la tensione V_{IO}' in funzione degli errori di matching sulle resistenze R_S e r_{in_i} ; per semplificare i calcoli conviene esprimere V_{IO}' nella forma:

$$\begin{aligned} V_{IO}' &= V_{CM_S} \left(\frac{r_{in_1}}{r_{in_1} + R_{S_1}} - \frac{r_{in_2}}{r_{in_2} + R_{S_2}} \right) = \\ &= V_{CM_S} \frac{r_{in_1}(r_{in_2} + R_{S_2}) - r_{in_2}(r_{in_1} + R_{S_1})}{(r_{in_1} + R_{S_1})(r_{in_2} + R_{S_2})} = \\ &= V_{CM_S} \frac{r_{in_1}r_{in_2} + r_{in_1}R_{S_2} - r_{in_2}r_{in_1} - r_{in_2}R_{S_1}}{(r_{in_1} + R_{S_1})(r_{in_2} + R_{S_2})} = \\ &= V_{CM_S} \frac{r_{in_1}R_{S_2} - r_{in_2}R_{S_1}}{(r_{in_1} + R_{S_1})(r_{in_2} + R_{S_2})} \end{aligned}$$

Nel caso in cui $r_{in} \gg R_S$ si ottiene quindi:

$$V_{IO}' = V_{CM_S} \frac{r_{in_1}R_{S_2} - r_{in_2}R_{S_1}}{r_{in_1}r_{in_2}}$$

Sostituendo i valori reali delle resistenze in funzione degli errori di matching si ha:

$$V_{IO}' = V_{CM_S} \frac{\left(\bar{r}_{in} + \frac{\Delta r_{in}}{2}\right)\left(\bar{R}_S - \frac{\Delta R_S}{2}\right) - \left(\bar{r}_{in} - \frac{\Delta r_{in}}{2}\right)\left(\bar{R}_S + \frac{\Delta R_S}{2}\right)}{\left(\bar{r}_{in} + \frac{\Delta r_{in}}{2}\right)\left(\bar{r}_{in} - \frac{\Delta r_{in}}{2}\right)}$$

Definiamo adesso:

$$\begin{cases} a = \overline{r_{in}} \\ b = \frac{\Delta r_{in}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} c = \overline{R_S} \\ d = \frac{\Delta R_S}{2} \end{cases}$$

Da cui:

$$\begin{aligned} V'_{IO} &= V_{CM_S} \frac{(a+b)(c-d) - (a-b)(c+d)}{(a+b)(a-b)} = \\ &= V_{CM_S} \frac{ac - ad + bc - bd - ac - ad + bc + bd}{(a+b)(a-b)} \end{aligned}$$

Al denominatore si riconosce una differenza di quadrati, dunque si ottiene:

$$V'_{IO} = V_{CM_S} \frac{2bc - 2ad}{a^2 - b^2} = V_{CM_S} \frac{\overline{R_S} \Delta r_{in} - \overline{r_{in}} \Delta R_S}{\overline{r_{in}}^2 - \frac{\Delta r_{in}^2}{4}}$$

In generale il valore reale di una resistenza su una singola realizzazione può differire dal valore nominale anche del 40%, mentre l'errore di matching assoluto tra due realizzazioni sullo stesso chip può essere ridotto anche a meno dell'1% del valore nominale.

Al denominatore l'errore di matching appare al quadrato e può quindi essere trascurato senza commettere una grande inesattezza; sotto tale ipotesi si ottiene:

$$V'_{IO} \cong V_{CM_S} \frac{1}{\overline{r_{in}}} (\overline{R_S} \Delta r_{in} - \overline{r_{in}} \Delta R_S)$$

In conclusione possiamo dire che la tensione di sbilanciamento dovuta al mismatch delle resistenze di sorgente e delle impedenze di ingresso vale:

$$V'_{IO} = V_{CM_S} \frac{\overline{R_S}}{\overline{r_{in}}} \left(\frac{\Delta r_{in}}{\overline{r_{in}}} - \frac{\Delta R_S}{\overline{R_S}} \right)$$

Tale tensione risulta, come era facile aspettarsi, tanto più piccola tanto più grande è l'impedenza di ingresso rispetto alla resistenza della sorgente.

2.1.5 Tensione e Corrente di offset

Un amplificatore differenziale dovrebbe, almeno idealmente, presentare una tensione di uscita nulla se in ingresso si applica una tensione differenziale nulla. Questa situazione purtroppo non è mai verificata completamente, a causa di asimmetrie degli stadi di ingresso e di uscita dell'amplificatore, dovute agli errori di matching sui componenti che li realizzano. Un modello circuitale che tiene

conto di questo sbilanciamento prevede due generatori di tensione posti sull'ingresso e sull'uscita dell'amplificatore, detti rispettivamente V_{io1} e V_{io2} ; se il guadagno è noto è possibile riportare in ingresso l'effetto di V_{io2} dividendolo per l'amplificazione differenziale. Ponendoci in questo caso possiamo quindi utilizzare un unico generatore in ingresso di valore:

$$V_{io} = V_{io1} + \frac{V_{io2}}{A_d}$$

Questo sbilanciamento si dice tensione di offset dell'amplificatore e rappresenta la tensione da applicare in ingresso per avere l'uscita nulla o, nel caso fully-differential, bilanciata ad un valore di modo comune V_{CMO} ; la casa costruttrice riporta solitamente l'offset V_{io} oppure, se il guadagno è variabile mediante componenti esterni, riporta entrambi i valori V_{io1} e V_{io2} .

In genere, per funzionare, un amplificatore assorbe corrente anche dai terminali di ingresso; a causa del mismatch le correnti sui due terminali I_{b1} e I_{b2} possono essere diverse, si può definire dunque una corrente di bias:

$$I_b = \frac{I_{b1} + I_{b2}}{2}$$

Ed una corrente di offset:

$$I_{io} = I_{b1} - I_{b2}$$

Facciamo dunque riferimento al circuito di figura 2.3:

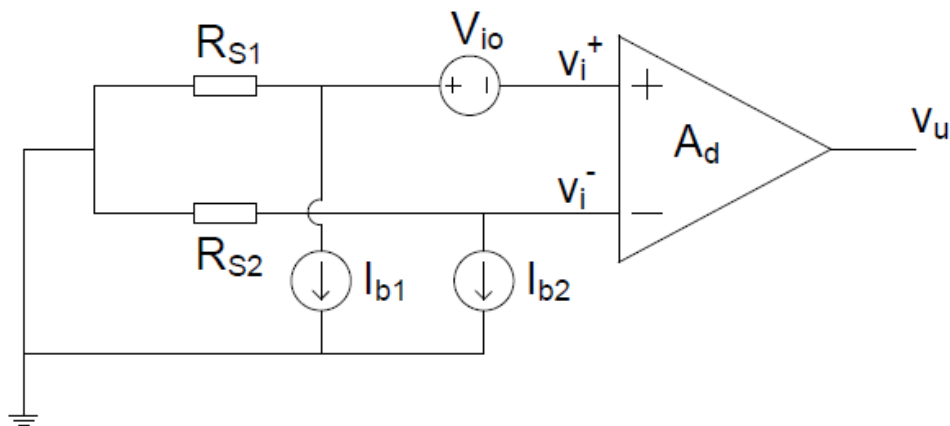


Figura 2.3: Offset dell'amplificatore

Il contributo alla tensione di sbilanciamento in ingresso dovuto ai generatori di offset dell'amplificatore può quindi essere scritto come:

$$V_{io}'' = -I_{b1}R_{S1} + I_{b2}R_{S2} - V_{io}$$

Esprimendo le resistenze in funzione dell'errore di matching si ottiene:

$$\begin{aligned} V_{IO}'' &= -I_{b_1} \left(\overline{R_S} + \frac{\Delta R_S}{2} \right) + I_{b_2} \left(\overline{R_S} - \frac{\Delta R_S}{2} \right) - V_{io} = \\ &= -\overline{R_S} (I_{b_1} - I_{b_2}) - \frac{\Delta R_S}{2} (I_{b_1} + I_{b_2}) - V_{io} = \\ &= -V_{io} - I_{io} \overline{R_S} - I_b \Delta R_S \end{aligned}$$

In conclusione possiamo scrivere lo sbilanciamento in ingresso dovuto all'offset dell'amplificatore come:

$$V_{IO}'' = -V_{io} - I_{io} \overline{R_S} - I_b \overline{R_S} \frac{\Delta R_S}{R_S}$$

2.1.6 Calcolo dell'offset totale

Come abbiamo avuto modo di osservare, allo sbilanciamento totale contribuiscono principalmente le seguenti non idealità:

- Mismatch delle resistenze di sorgente e delle impedenze di ingresso
- Tensioni e correnti di offset dell'amplificatore

Lo sbilanciamento in ingresso può essere dunque scritto come:

$$V_{IO} = V_{IO}' + V_{IO}'' = V_{CM_S} \frac{\overline{R_S}}{\overline{r_{in}}} \left(\frac{\Delta r_{in}}{\overline{r_{in}}} - \frac{\Delta R_S}{R_S} \right) - V_{io} - I_{io} \overline{R_S} - I_b \overline{R_S} \frac{\Delta R_S}{R_S}$$

Le variazioni del modo comune e dell'alimentazione si andranno inevitabilmente ad aggiungere a questa tensione, ma la robustezza del circuito a tali variazioni è già caratterizzata completamente dai due parametri $CMRR$ e $PSRR$.

È utile avere un'espressione della varianza della tensione di offset, dunque mettiamo in evidenza gli elementi di natura aleatoria:

$$V_{IO} = -V_{io} - \overline{R_S} I_{io} + V_{CM_S} \frac{\overline{R_S}}{\overline{r_{in}}} \frac{\Delta r_{in}}{\overline{r_{in}}} - \left(I_b \overline{R_S} + V_{CM_S} \frac{\overline{R_S}}{\overline{r_{in}}} \right) \frac{\Delta R_S}{R_S}$$

Passando alla varianza si ha:

$$\sigma_{V_{IO}}^2 = \sigma_{V_{io}}^2 + \overline{R_S}^2 \sigma_{I_{io}}^2 + \left(V_{CM_S} \frac{\overline{R_S}}{\overline{r_{in}}} \right)^2 \sigma_{\frac{\Delta r_{in}}{\overline{r_{in}}}}^2 + \left(I_b \overline{R_S} + V_{CM_S} \frac{\overline{R_S}}{\overline{r_{in}}} \right)^2 \sigma_{\frac{\Delta R_S}{R_S}}^2$$

Infine vale la pena osservare che, anche in caso di errore di matching nullo sulla sorgente, rimane comunque un termine aggiuntivo dovuto al mismatch sulle impedenze di ingresso; si potrebbe pensare che tale termine sia in realtà già incorporato nell'offset dell'amplificatore V_{io} , in quanto associato a componenti interni, ma ciò sarebbe errato, infatti è un offset ulteriore dovuto all'effetto del

modo comune della sorgente, che vedendo due impedenze diverse causa su di esse due cadute di potenziale differenti. La tensione di offset V_{io} fornita dal costruttore è relativa a tutto ciò che riguarda solo ed esclusivamente l'amplificatore, e non può contenere termini dipendenti da tensioni esterne.

2.1.7 Rumore riportato in ingresso

Per la natura stessa per cui nasce un amplificatore da strumentazione, ovvero la lettura di segnali differenziali spesso molto piccoli, il rumore riportato in ingresso è sicuramente una delle specifiche più stringenti con cui il progettista deve confrontarsi. Al segnale utile prelevato dall'amplificatore sarà sovrapposto il rumore della sorgente, il quale già di per sé influenza negativamente la risoluzione del sensore. La catena di amplificazione posta a valle introduce inevitabilmente ulteriore rumore il quale, se non limitato in fase di progetto, può degradare eccessivamente il rapporto segnale/rumore dell'intero sistema. Un buon compromesso è quello di progettare l'amplificatore in modo da avere un rumore riportato in ingresso (RTI) paragonabile a quello introdotto dalla sorgente. Il valore efficace del rumore totale a monte dell'amplificatore sarà:

$$V_{nRMS}^{TOT} = \sqrt{(V_{nRMS}^{sorg})^2 + (V_{nRMS}^{ampRTI})^2}$$

Se i due valori efficaci sono uguali si ottiene dunque:

$$V_{nRMS}^{TOT} = \sqrt{2} V_{nRMS}^{sorg} \cong 1.41 V_{nRMS}^{sorg}$$

In figura 2.4 sono mostrati i generatori equivalenti di rumore relativi alle due resistenze della sorgente ed all'amplificatore; quest'ultimo è un sistema a tre porte, dunque il suo contributo di rumore può essere rappresentato mediante tre generatori equivalenti V_n , I_{n1} e I_{n2} :

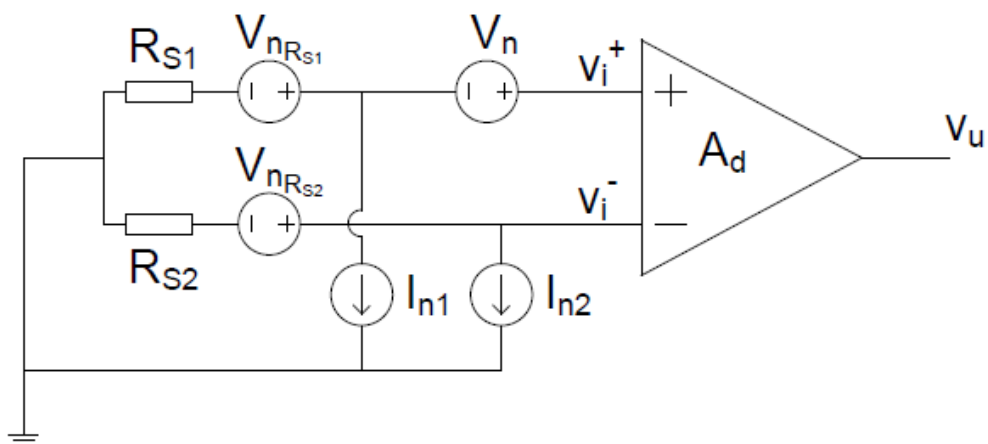


Figura 2.4: Generatori equivalenti di rumore della sorgente e dell'amplificatore

La tensione di rumore totale in ingresso dell'amplificatore risulta:

$$V_n^{RTI} = V_n + V_{n_{RS_1}} - V_{n_{RS_2}} - R_{S_1} I_{n_1} + R_{S_2} I_{n_2}$$

Passando alle densità spettrali di potenza si ottiene, supponendo i processi incorrelati:

$$S_{V_n}^{RTI}(f) = S_{V_n}(f) + S_{V_{n_{RS_1}}} + S_{V_{n_{RS_2}}} + R_{S_1}^2 S_{I_{n_1}}(f) + R_{S_2}^2 S_{I_{n_2}}(f)$$

Nel caso poi di sorgente ed amplificatore perfettamente simmetrici si ottiene un'espressione più compatta:

$$S_{V_n}^{RTI}(f) = S_{V_n}(f) + 2R_S^2 S_{I_n}(f) + 2S_{V_{n_{RS}}}$$

Una volta nota la banda del sistema, il rumore introdotto dalla sorgente avrà valore efficace:

$$V_{n_{RMS}}^{sorg} = \sqrt{\int_{f_L}^{f_H} 2S_{V_{n_{RS}}} df} = \sqrt{8KTR_S(f_H - f_L)}$$

Dunque è necessario progettare l'amplificatore in modo da avere delle dsp di tensione e di corrente tali da soddisfare la relazione:

$$V_{n_{RMS}}^{ampRTI} = \sqrt{\int_{f_L}^{f_H} [S_{V_n}(f) + 2R_S^2 S_{I_n}(f)] df} \cong \sqrt{8KTR_S(f_H - f_L)}$$

Nel caso di amplificatori general purpose, ovvero per i quali non si conosce un'applicazione specifica verso cui orientarsi in fase di progetto, la tendenza più diffusa è quella di introdurre dei pin aggiuntivi di controllo, mediante i quali l'utilizzatore può scegliere a posteriori tra varie configurazioni prestabilite, ognuna delle quali avrà, rispetto alle altre, dei vantaggi e degli svantaggi in termini di banda, rumore RTI, guadagno e corrente assorbita.

2.2 Topologie più utilizzate

In questo paragrafo ci soffermeremo su alcune delle architetture più usate per realizzare un amplificatore da strumentazione. Come abbiamo già avuto modo di osservare, un InAmp è un amplificatore differenziale con caratteristiche particolari, le quali ne fanno l'interfaccia ideale per la lettura di segnali provenienti da sensori o altre apparecchiature elettroniche. In primo luogo analizzeremo il classico amplificatore differenziale a singolo OpAmp, individuando le motivazioni per le quali non può essere considerato un amplificatore da strumentazione. I calcoli svolti saranno tuttavia molto utili successivamente, facciamo dunque riferimento all'amplificatore di figura 2.5:

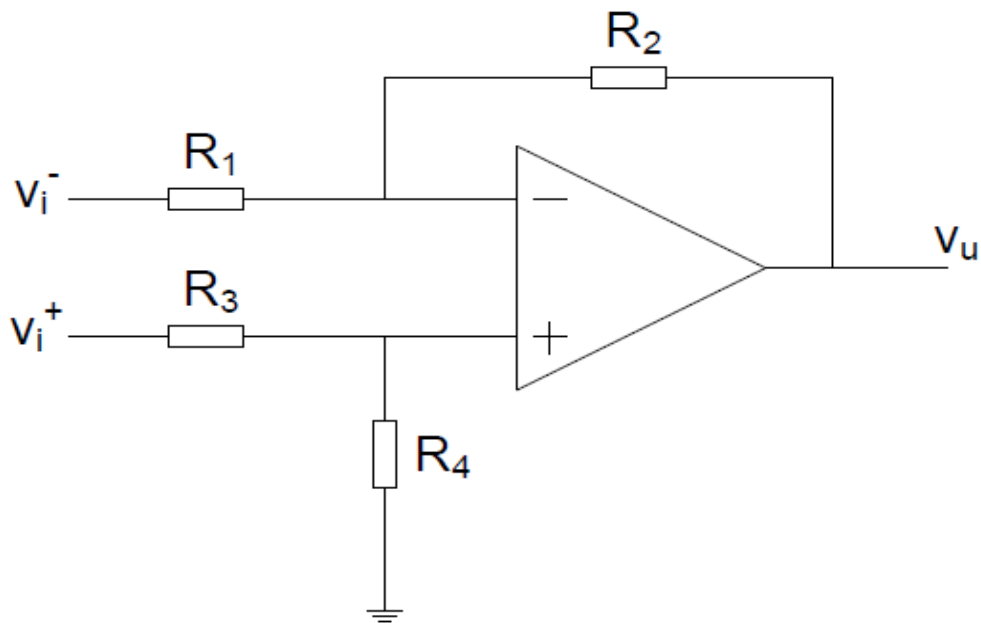


Figura 2.5: Amplificatore differenziale a singolo OpAmp

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti ed il corto circuito virtuale (CCV) la tensione di uscita risulta:

$$v_u = -\frac{R_2}{R_1} v_i^- + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_i^+$$

Per avere la medesima amplificazione sui due rami di ingresso si impone di solito:

$$R_1 = R_3 \quad R_2 = R_4$$

Con questa scelta si ottiene:

$$v_u = -\frac{R_2}{R_1} v_i^- + \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_i^+ = -\frac{R_2}{R_1} (v_i^- - v_i^+) = \frac{R_2}{R_1} v_{id}$$

Come si può notare l'amplificazione differenziale vale:

$$A_d = \frac{R_2}{R_1}$$

Un primo problema è il *CMRR*, che per questo amplificatore non può risultare sufficientemente grande; senza entrare troppo in dettaglio si intuisce immediatamente che gli errori di matching sulle resistenze vanificano la scelta di uguaglianza fatta, un segnale di modo comune vede dunque percorsi diversi verso l'uscita, introducendo un'amplificazione A_c non trascurabile. Anche supponendo un matching perfetto sulle resistenze, questo amplificatore risente comunque di un altro problema importante, legato sia all'asimmetria che al

valore delle impedenze di ingresso; consideriamo per comodità un OpAmp ideale con impedenza di ingresso infinita, allora le resistenze che si vedono dai due terminali v_i^+ e v_i^- sono, facendo riferimento al circuito di figura 2.5:

$$\begin{cases} R_{in^+} = R_3 + R_4 = R_1 + R_2 \\ R_{in^-} = R_1 \end{cases}$$

Queste relazioni sono vere nel caso di applicazione di un segnale alla volta, mentre quando sono applicati entrambi i segnali contemporaneamente, ovvero nelle condizioni di corretto funzionamento, le cose si complicano leggermente, poiché la tensione sul terminale invertente dell'OpAmp non è più a massa virtuale e la resistenza vista da v_i^- risulta in realtà diversa dalla sola R_1 . Senza indagare ulteriormente possiamo comunque affermare che se imponiamo la simmetria delle amplificazioni sui due rami di ingresso si incorre necessariamente in uno sbilanciamento delle impedenze viste, senza contare che esse risulteranno di valore non sufficientemente elevato, condizione incompatibile con le specifiche richieste ad un amplificatore da strumentazione.

2.2.1 Amplificatore da strumentazione a tre OpAmp

L'idea che sta alla base di questa architettura è tanto semplice quanto efficace, ovvero introdurre due buffer sugli ingressi differenziali del classico amplificatore a singolo OpAmp; in questo modo si risolve sicuramente il problema delle impedenze di ingresso che risulteranno entrambe molto elevate, idealmente tendenti ad infinito. L'amplificatore a tre operazionali che analizzeremo in questa sede è quello tradizionalmente utilizzato, con una resistenza R_G da collegare esternamente per fissare il guadagno, come mostrato in figura 2.6:

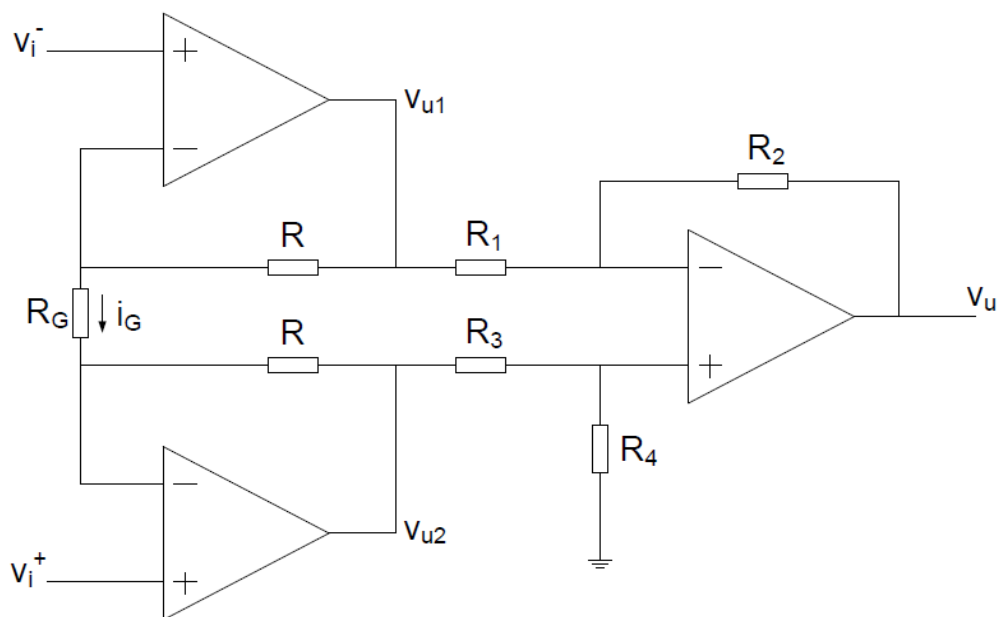


Figura 2.6: Amplificatore da strumentazione a tre OpAmp

Applicando il metodo del CCV si ottiene immediatamente la corrente i_G :

$$i_G = \frac{v_i^- - v_i^+}{R_G} = -\frac{v_{id}}{R_G}$$

Le tensioni di uscita degli OpAmp che formano il primo stadio risultano quindi:

$$\begin{cases} v_{u1} = v_i^- + Ri_G = v_i^- - \frac{R}{R_G} v_{id} \\ v_{u2} = v_i^+ - Ri_G = v_i^+ + \frac{R}{R_G} v_{id} \end{cases}$$

Il secondo stadio altro non è che l'amplificatore differenziale a singolo OpAmp già analizzato in precedenza, dunque imponendo la medesima scelta sulle resistenze si ottiene subito:

$$v_u = \frac{R_2}{R_1} (v_{u2} - v_{u1}) = \frac{R_2}{R_1} \left[v_i^+ + \frac{R}{R_G} v_{id} - v_i^- + \frac{R}{R_G} v_{id} \right] = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + 2 \frac{R}{R_G} \right) v_{id}$$

L'amplificazione differenziale può essere variata agendo sulla resistenza R_G , infatti risulta:

$$A_d = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + 2 \frac{R}{R_G} \right)$$

Come già preannunciato il problema delle impedenze di ingresso è egregiamente risolto, resta tuttavia da analizzare il $CMRR$, che come vedremo rappresenta il limite di questa topologia.

La tensione di ingresso di modo comune del secondo stadio v_{ic}' risulta identica a quella di modo comune in ingresso all'amplificatore, infatti:

$$v_{ic}' = \frac{1}{2} (v_{u2} + v_{u1}) = \frac{1}{2} \left[v_i^+ + \frac{R}{R_G} v_{id} + v_i^- - \frac{R}{R_G} v_{id} \right] = \frac{1}{2} (v_i^+ + v_i^-) = v_{ic}$$

Come si può notare, un qualunque segnale di modo comune in ingresso si ritrova inalterato sul secondo stadio; in altre parole il primo stadio presenta un'amplificazione di modo comune unitaria, ne consegue quindi che il guadagno A_c di questo sistema coincide con quello dell'architettura a singolo OpAmp. In termini di $CMRR$ si ha pertanto, indicando con gli apici il tipo di architettura:

$$\begin{cases} CMRR^{(1)} = \frac{|A_d^{(1)}|}{|A_c^{(1)}|} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{|A_c^{(1)}|} \\ CMRR^{(3)} = \frac{|A_d^{(3)}|}{|A_c^{(3)}|} = \frac{R_2}{R_1} \frac{\left(1 + 2 \frac{R}{R_G} \right)}{|A_c^{(1)}|} \end{cases} \Rightarrow \frac{CMRR^{(3)}}{CMRR^{(1)}} = \left(1 + 2 \frac{R}{R_G} \right)$$

La reiezione del modo comune è quindi migliorata leggermente rispetto all'amplificatore a singolo OpAmp, ma tale beneficio è da attribuirsi esclusivamente all'amplificazione differenziale aggiuntiva introdotta dal primo stadio; vale la pena notare che tale vantaggio non si sarebbe ottenuto ponendo semplicemente dei buffer sugli ingressi dell'amplificatore a singolo OpAmp.

A prima vista si potrebbe quindi pensare di realizzare guadagni grandi a piacere, con conseguente aumento del $CMRR$; valutiamo però la tensione di uscita di uno dei due operazionali che formano il primo stadio:

$$v_{u1} = v_i^- - \frac{R}{R_G} v_{id} = v_{ic} - \frac{v_{id}}{2} - \frac{R}{R_G} v_{id} = v_{ic} - \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{R_G} \right) v_{id}$$

Si nota un evidente limite sul guadagno dettato dalla dinamica di uscita del primo stadio, infatti per garantire il corretto funzionamento dell'amplificatore è necessario impedire la saturazione dei tre operazionali.

Si intuisce che lo stadio critico è il primo, poiché ha un'amplificazione variabile a posteriori oltre che una tensione di modo comune riportata direttamente in uscita, spesso di entità non trascurabile, che favorisce la saturazione; il secondo stadio ha invece un guadagno fissato ed un'uscita a riposo teoricamente nulla.

Per evitare la saturazione si può dividere l'amplificazione in modo opportuno sui due stadi, limitando quella del primo, ma questo contrasta evidentemente con il beneficio sul Common Mode Rejection Ratio analizzato in precedenza.

Si può dunque concludere che il $CMRR$ può essere leggermente migliorato rispetto all'architettura a singolo OpAmp, ma rimane comunque dello stesso ordine di grandezza, ovvero pesantemente limitato dagli errori di matching sulle resistenze del secondo stadio, il quale è l'unico adibito alla reiezione del modo comune.

2.2.2 Amplificatore da strumentazione current feedback

Gli amplificatori current feedback (CFA) sono una categoria di sistemi reazionati in cui il segnale di feedback è una corrente, e non una tensione come nei convenzionali amplificatori voltage feedback (VFA). Noi faremo riferimento alla topologia presentata da Witte, Huijsing e Makinwa in [1], che prevede l'utilizzo di un OpAmp e due transistori, come mostrato in figura 2.7.

Un transduttore è un amplificatore che lega la corrente di uscita alla tensione di ingresso mediante una legge teoricamente lineare del tipo $i_u = G_m v_{in}$; tale sistema deve quindi avere un ingresso ad alta impedenza tipico degli amplificatori di tensione, necessario a non caricare lo stadio a monte, ed un'uscita anch'essa ad alta impedenza tipica degli amplificatori di corrente, al fine di erogare la medesima i_u per qualsiasi carico si presenti a valle.

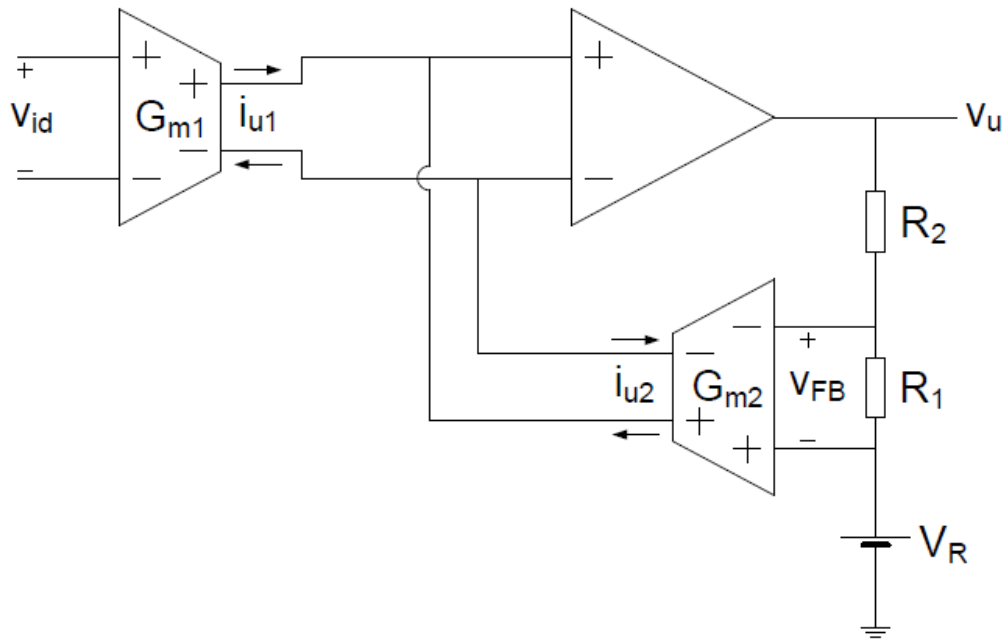


Figura 2.7: Architettura di un CFA realizzato con transconduttori

Ipotizzando un comportamento ideale dell'OpAmp si può applicare il CCV al circuito di figura 2.7 e scrivere:

$$i_{u1} = -i_{u2} \Rightarrow G_{m1}v_{id} = -G_{m2}(-v_{FB}) = G_{m2}v_{FB}$$

Considerando che alle variazioni V_R è cortocircuitato, il segnale prelevato dal secondo transconduttore risulta:

$$v_{FB} = v_u \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{G_{m1}}{G_{m2}} v_{id} = v_u \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Da cui si ottiene l'amplificazione differenziale:

$$A_d = \frac{G_{m1}}{G_{m2}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Agendo su V_R si può traslare la tensione di uscita ed ottenere il punto di riposo desiderato.

Come osservato, l'alta impedenza su entrambi gli ingressi è garantita dallo stadio a transconduttore, mentre l'impedenza di uscita risulta bassa, essendo in pratica quella dell'operazionale. Per quanto riguarda il *CMRR* questo amplificatore è molto robusto, infatti un segnale a modo comune viene reiettato molto bene dallo stadio di ingresso; l'amplificazione di modo comune risulta comunque non nulla a causa del mismatch sui transistori di ingresso del primo transconduttore, che dunque risulta lo stadio critico in fase di progetto se si necessita di elevati *CMRR*.

2.2.3 Amplificatore da strumentazione DDA

Questa topologia si basa su un amplificatore operazionale in cui lo stadio di ingresso è replicato in modo da amplificare la differenza di due segnali differenziali, da cui il nome differential difference amplifier (DDA).

Il segnale utile viene applicato direttamente su uno dei due ingressi differenziali, garantendo così un'elevata impedenza vista su entrambi i terminali, mentre sull'altro ingresso viene applicato il segnale di reazione. Questa topologia è molto compatta, inoltre è particolarmente adatta ad applicazioni biomedicali; per spiegarne le motivazioni è doveroso fare prima una panoramica sui tipici segnali con cui bisogna confrontarsi in tale ambiente.

L'elettrocardiogramma (ECG), assieme all'elettroencefalogramma (EEG) ed all'elettromiogramma (EMG), è il più comune strumento di monitoraggio di biopotenziali utilizzato in medicina moderna; i segnali da misurare per eseguire questi esami hanno caratteristiche molto simili tra loro, come un'ampiezza dell'ordine dei μV e componenti frequenziali molto prossime alla continua. Si intuisce che a tali frequenze il rumore flicker è piuttosto elevato, inoltre gli elettrodi utilizzati per il rilevamento dei biopotenziali introducono un offset, la cui deriva ha componenti spettrali che si estendono fino a qualche decimo di Hz, come mostrato in figura 2.8:

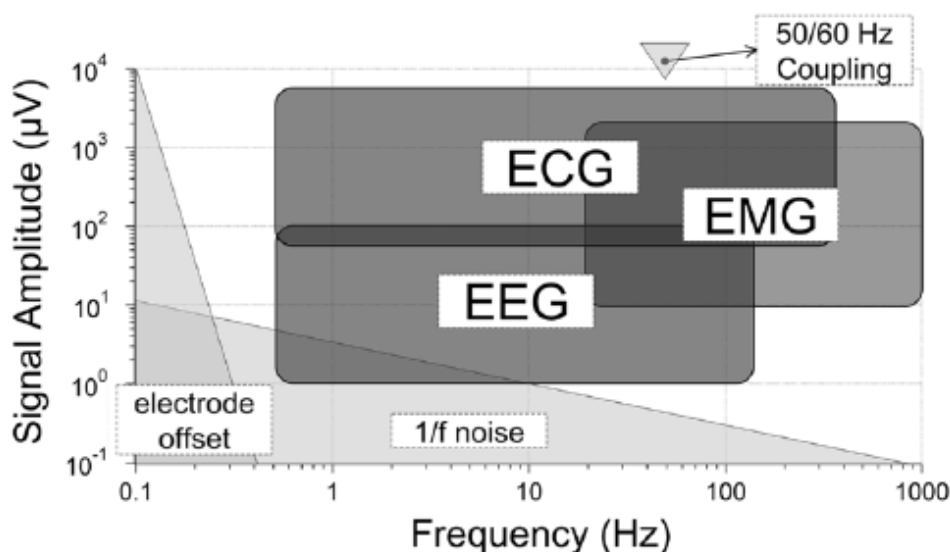


Figura 2.8: Spettro dei biopotenziali più comuni ed offset introdotto dagli elettrodi, la figura è tratta da [2]

Come si vede l'offset introdotto dagli elettrodi ha un'ampiezza paragonabile a quella dei biopotenziali, tuttavia è completamente disaccoppiato in frequenza dal segnale utile; diviene quindi indispensabile l'utilizzo di un InAmp che reietti le basse frequenze, al fine di non amplificare anche l'offset e la sua deriva.

Un amplificatore del genere dovrà quindi avere una risposta di tipo passa banda, e con le topologie viste fino ad ora questo è possibile soltanto introducendo un filtro passa alto in cascata al segnale che, combinato con la risposta tipicamente passa basso degli amplificatori dovuta al limite superiore di banda, realizzerà la funzione di trasferimento richiesta.

In [3] Wang, Wu, Huang e Luo presentano un amplificatore da strumentazione a basso consumo per dispositivi di monitoraggio portatili che utilizza una topologia DDA, con l'aggiunta di una semplice capacità per realizzare il disaccoppiamento in continua.

L'amplificazione di modo comune viene a dipendere solamente dal mismatch sui transistori delle due porte di ingresso, e non è influenzato dalla rete di reazione, garantendo così una buona solidità dell'amplificatore in termini di *CMRR*.

Il circuito utilizzato è quello di figura 2.9:

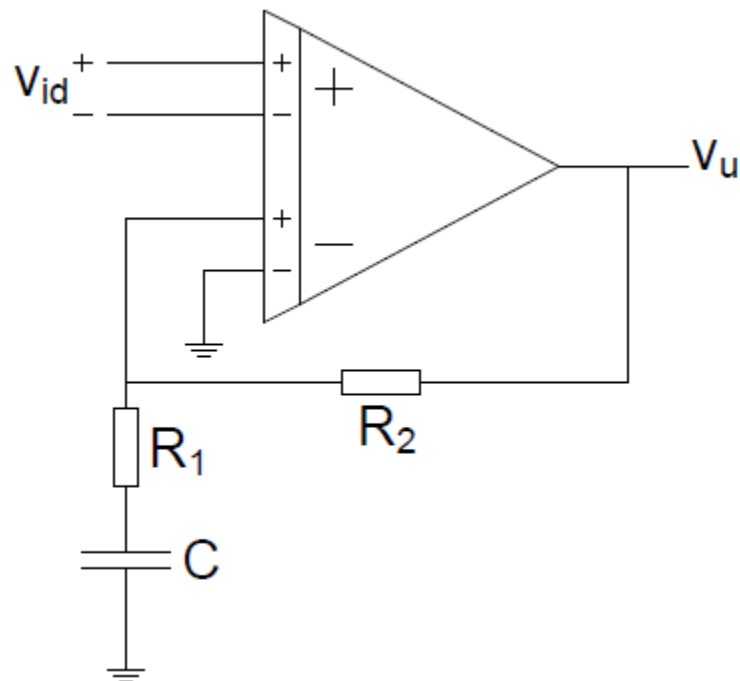


Figura 2.9: Amplificatore DDA con capacità di disaccoppiamento

Applicando il metodo del CCV generalizzato, che consiste nel considerare uguali i segnali differenziali sulle due porte, possiamo scrivere immediatamente nel dominio di Laplace:

$$V_{id}(s) = V_u(s) \frac{R_1 + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}} = V_u(s) \frac{1 + sR_1C}{1 + s(R_1 + R_2)C}$$

La funzione di trasferimento risulta dunque:

$$\frac{V_u(s)}{V_{id}(s)} = \frac{1 + s(R_1 + R_2)C}{1 + sR_1C}$$

Si ottengono quindi uno zero ed un polo a pulsazioni:

$$\begin{cases} s_z = -\frac{1}{(R_1 + R_2)C} \\ s_p = -\frac{1}{R_1C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_z = |s_z| = \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \\ \omega_p = |s_p| = \frac{1}{R_1C} \end{cases}$$

Come si osserva lo zero interviene prima del polo, quindi la risposta in frequenza è di tipo passa alto e risulterà:

$$A_d(f) = \frac{1 + j\frac{f}{f_z}}{1 + j\frac{f}{f_p}}$$

Ovviamente questa è la risposta calcolata supponendo l'operazionale DDA ideale con prodotto guadagno-banda infinito, in realtà alle alte frequenze il guadagno differenziale crollerà a causa della banda finita dell'OpAmp stesso, senza considerare gli inevitabili poli dovuti ai componenti parassiti, portando la risposta completa verso un comportamento passa banda; risulta evidente che se vogliamo limitare il rumore termico riportato in ingresso è conveniente introdurre volontariamente un polo al fine di limitare superiormente la banda, ma questi accorgimenti esulano dal comportamento in bassa frequenza, che è ciò che rende interessante il circuito di figura 2.9.

Come si vede dall'espressione di $A_d(f)$, fino alla frequenza di zero si ha un'amplificazione unitaria, dunque è sufficiente dimensionare correttamente il circuito per evitare di amplificare anche l'offset introdotto dagli elettrodi.

2.3 Tecniche di cancellazione dell'offset

La tecnologia CMOS ha preso già da diversi anni il sopravvento nella progettazione microelettronica grazie ai diversi vantaggi che comporta, tra i quali i più importanti sono senza dubbio il piccolo ingombro e la corrente di gate idealmente nulla.

In ambito digitale, dove i transistori devono lavorare come interruttori, la logica CMOS consente un consumo di potenza statica praticamente nullo, grazie al fatto che gli stadi di pull-up e di pull-down non sono mai contemporaneamente accesi, garantendo così in qualsiasi condizione statica un percorso ad alta impedenza tra l'alimentazione e massa. Un altro vantaggio della tecnologia CMOS sfruttato nella progettazione digitale consiste nella possibilità di effettuare uno scaling

down dei circuiti, infatti mediante piccoli accorgimenti è possibile rimappare celle progettate su processi obsoleti su nuovi e più performanti processi tecnologici, con lunghezze minime di canale inferiori.

Nella progettazione analogica nessuno dei due vantaggi citati è realmente apprezzabile, infatti visto che i transistori in questo caso devono essere polarizzati in condizioni tali da introdurre un guadagno, si incappa inevitabilmente nei seguenti svantaggi:

- A riposo si consuma una corrente statica necessaria a polarizzare correttamente i transistori, la quale diviene quindi una delle specifiche primarie da soddisfare in fase di progetto.
- Uno scaling down dei transistori può comportare uno spostamento del punto di riposo degli stessi, portando il circuito scalato a funzionare non correttamente o, nel peggiore dei casi, a non funzionare per niente.

In ambito analogico tuttavia il problema principale introdotto dalla progettazione CMOS è senza dubbio da attribuirsi al rumore flicker, di cui i MOSFET soffrono in particolar modo, che limita le prestazioni alle basse frequenze; la frequenza di corner dei MOSFET è infatti dell'ordine dei kHz, mentre per BJT e JFET può essere inferiore di uno o anche di due ordini di grandezza.

La scelta del dispositivo attivo con cui realizzare un amplificatore va dunque effettuata attentamente in base alle frequenze di lavoro per cui il sistema è progettato, ma non solo, infatti è molto importante conoscere anche la natura della sorgente, in particolar modo l'entità della resistenza serie R_S introdotta. Ciascun tipo di dispositivo presenta una resistenza di sorgente ottima, con la quale viene minimizzato il rumore complessivo introdotto dall'amplificatore; nella pratica risulta evidente che la sorgente è fissata dal tipo di applicazione, dunque si rende necessaria una scelta del transistore più adatto da utilizzare.

Si potrebbe dimostrare che la resistenza ottima per componenti ad effetto di campo risulta molto più grande rispetto a quella per bipolari, dunque una volta note le frequenze di lavoro e la natura della sorgente dettate dall'applicazione, si può scegliere il dispositivo attivo da utilizzare in base al seguente criterio:

- 1) Se l'impedenza della sorgente è molto piccola si utilizzano i BJT, altrimenti si passa a dispositivi FET.
- 2) Nel caso di impedenze di sorgente elevate si valutano le frequenze di lavoro, se si deve lavorare a frequenze molto basse la scelta si orienta verso i JFET, altrimenti si possono usare i MOSFET.

A prima vista la progettazione analogica a MOSFET sembrerebbe quindi trovare poche applicazioni, tuttavia i BJT non sono affatto esenti da problemi; basti pensare ad esempio che le correnti di base necessarie per polarizzare i bipolari dello stadio di ingresso scorrono inevitabilmente nelle resistenze R_S , comportando uno sbilanciamento del tutto non trascurabile in caso di mismatch della sorgente, a causa dalla caduta di potenziale sulle R_S stesse.

Le moderne tecniche dinamiche di cancellazione di offset e flicker, che analizzeremo in questo paragrafo, rappresentano un altro dei motivi per cui la progettazione analogica in tecnologia CMOS è al giorno d'oggi ampiamente diffusa. Queste tecniche permettono di compensare, in linea di principio, tutti i disturbi alle basse frequenze, ponendo quindi da questo punto di vista i dispositivi attivi tutti sullo stesso piano; si capisce dunque che, una volta eliminate le problematiche analizzate introdotte dai MOSFET, restano solamente i vantaggi irrinunciabili di cui godono tali dispositivi. Nell'analisi che segue ci riferiremo per comodità ad una dsp bilatera asintotica, limitata dalla banda B dell'amplificatore, ed introdurremo nell'origine dell'asse delle frequenze una delta di Dirac che rappresenta la potenza associata all'offset, ovvero di area pari alla varianza della tensione V_{IO} , come mostrato in figura 2.10:

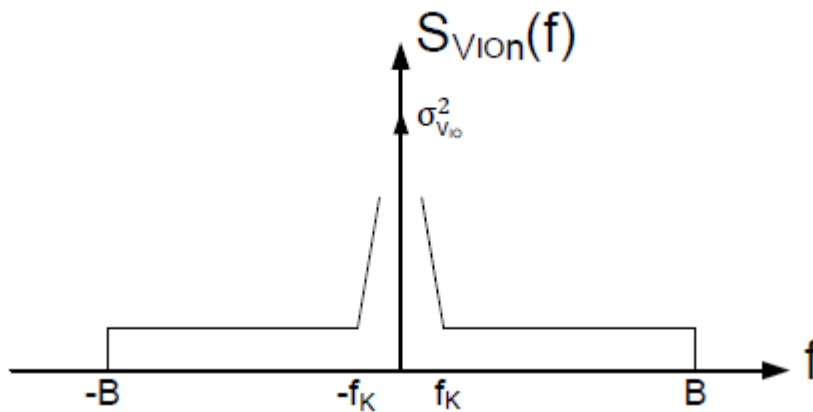


Figura 2.10: Rappresentazione schematica della dsp utilizzata nello studio delle tecniche dinamiche di cancellazione

2.3.1 Tecnica autozero

Facciamo riferimento al circuito di figura 2.11, dove è riportato un amplificatore da strumentazione che sfrutta la tecnica autozero (AZ) in ingresso:

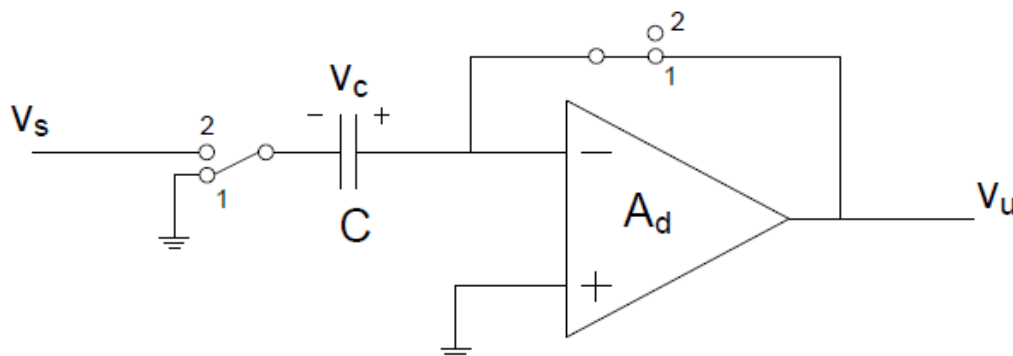


Figura 2.11: Amplificatore con autozero in ingresso

Gli interruttori sono pilotati da un treno di impulsi; la fase 1, detta fase di autozero, deve avere una durata molto minore rispetto alla fase 2, durante la quale l'amplificatore funziona normalmente.

Detta A_d l'amplificazione differenziale del sistema possiamo scrivere la tensione di uscita nella fase 1 come:

$$v_u^{(1)} = A_d(v_{id}^{(1)} - V_{IOn}^{(1)}) = -v_{id}^{(1)}$$

Dove con V_{IOn} si è indicata una tensione che comprende sia l'offset che il rumore riportato in ingresso. Per guadagni A_d abbastanza grandi possiamo dunque scrivere:

$$v_{id}^{(1)}(1 + A_d) = A_d V_{IOn}^{(1)} \Rightarrow v_{id}^{(1)} = \frac{A_d}{1 + A_d} V_{IOn}^{(1)} \cong V_{IOn}^{(1)}$$

Infine, osservando il circuito di figura 2.11 in fase 1 si ottiene:

$$v_c^{(1)} = -v_{id}^{(1)} \Rightarrow v_c^{(1)} = -V_{IOn}^{(1)}$$

In fase 2 abbiamo invece:

$$v_{id}^{(2)} = -(v_s + v_c^{(2)})$$

A causa dell'elevata impedenza d'ingresso dell'amplificatore da strumentazione, la capacità non si scarica durante la fase 2 e resta dunque memorizzata su di essa la tensione campionata in fase di autozero, dunque:

$$v_c^{(2)} = v_c^{(1)} = -V_{IOn}^{(1)} \Rightarrow v_{id}^{(2)} = -(v_s + v_c^{(2)}) = V_{IOn}^{(1)} - v_s$$

La tensione di uscita durante la fase 2 risulta quindi:

$$v_u^{(2)} = A_d(v_{id}^{(2)} - V_{IOn}^{(2)}) = A_d(V_{IOn}^{(1)} - v_s - V_{IOn}^{(2)})$$

Un amplificatore AZ nella pratica può essere visto come un sistema tempo continuo che, ogni periodo T_c , smette di funzionare da amplificatore per un tempo T_{AZ} , durante il quale esegue sulla capacità una memorizzazione dell'offset e del rumore riportato in ingresso. Per garantire un corretto funzionamento è necessario che la fase di autozero abbia una durata molto minore rispetto a quella dell'intero periodo, ovvero si dovrà avere:

$$T_{AZ} \ll T_c$$

L'uscita dell'amplificatore da valutare è ovviamente quella durante la fase 2, nella quale avremo:

$$v_u = -A_d \left[v_s + (V_{IOn}^{(2)} - V_{IOn}^{(1)}) \right]$$

Come si vede si ha una cancellazione dell'offset e del rumore riportato in ingresso. La tecnica autozero in pratica consiste nel sottrarre, durante la fase 2, un campione recente dell'offset e del rumore; il termine sottratto viene aggiornato durante la fase di autozero, ovvero ogni periodo T_c , dunque si ottiene una buona cancellazione solo per le componenti a bassa frequenza del rumore.

Un'osservazione importante da fare su questa tecnica è che visto che il segnale non viene campionato non è necessario rispettare la condizione di Nyquist; quello che viene campionato è soltanto l'offset ed il rumore, dunque in frequenza si avrà una ripetizione della dsp ad ogni multiplo di f_c .

La banda B dell'amplificatore sarà senza dubbio più ampia di quella del segnale in banda base B_s , dunque avremo:

$$f_c < 2B_s \Rightarrow f_c < 2B$$

Non rispettare la condizione di Nyquist sul segnale, che come osservato non viene campionato, implica quindi non rispettarla nemmeno sul rumore e sull'offset, e ciò comporta un aliasing come mostrato in figura 2.12:

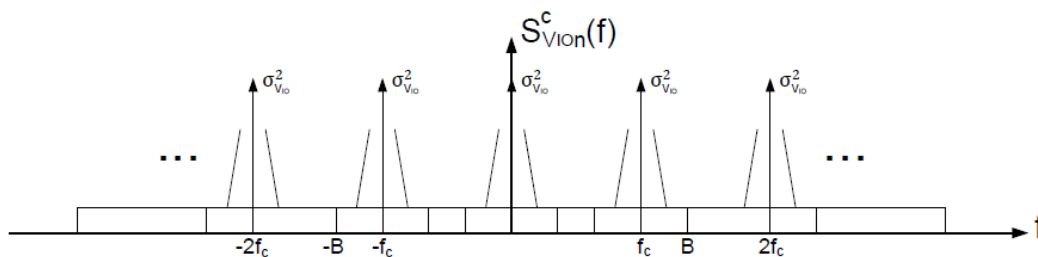


Figura 2.12: Aliasing della dsp di rumore conseguente alla violazione della condizione di Nyquist

Nel dominio della frequenza la ricostruzione del rumore avverrà mediante una funzione del tipo:

$$p(f) = \text{sinc}(fT_c)e^{j\varphi} \Rightarrow |p(f)|^2 = \text{sinc}^2(fT_c)$$

La dsp del rumore ricostruito sarà dunque:

$$S_{V_n}^R(f) = S_{V_n}^C(f)|p(f)|^2 = S_{V_n}^C(f) \text{sinc}^2(fT_c)$$

La funzione $\text{sinc}^2(fT_c)$ può essere considerata praticamente nulla per frequenze $|f| > f_c$, inoltre in prossimità di f_c sarà quasi a zero, attenuando fortemente anche il flicker della prima replica.

In conclusione il rumore ricostruito sarà composto, in buona approssimazione, da una copia abbastanza fedele di $S_{V_n}(f)$ e da una componente aggiuntiva dovuta a tutte le sovrapposizioni del rumore termico che finiscono in banda base.

È facile calcolare il numero di tali sovrapposizioni che sarà:

$$N_{AZ} = 2 \frac{B}{f_c}$$

Una volta eseguita la sottrazione, il rumore residuo, detto rumore di fold over, risulterà avere una dsp dovuta alle sole sovrapposizioni:

$$S_{V_{n_{AZ}}}^{f_o} \cong N_{AZ} S_{BB} \Rightarrow S_{V_{n_{AZ}}}^{f_o} \cong 2 \frac{B}{f_c} S_{BB}$$

Dove con S_{BB} si intende la dsp in banda piatta. Con la tecnica autozero si ottiene quindi una cancellazione dell'offset ed una riduzione del rumore flicker, ma la dsp di fold over può risultare abbastanza elevata; la motivazione è evidente infatti, come osservato, il periodo di autozero deve essere molto piccolo rispetto al periodo di campionamento, ma tale da consentire al condensatore di andare a regime, il che significa avere un T_{AZmin} da rispettare. Questo si traduce in un limite sulla frequenza di campionamento massima, infatti:

$$T_c \gg T_{AZ} \geq T_{AZmin} \Rightarrow f_c \ll \frac{1}{T_{AZmin}}$$

Inoltre la banda B deve essere abbastanza grande da permettere all'amplificatore di andare a regime nel breve periodo di autozero; questi due limiti sulla banda e sulla frequenza di campionamento contrastano evidentemente con l'aspettativa di avere poche sovrapposizioni.

Il vantaggio di questa tecnica sta nella sua semplicità di realizzazione, nonché nell'avere un sistema che in pratica può ancora essere considerato tempo continuo.

2.3.2 Tecnica correlated double sampling

Come si intuisce dal nome, questa tecnica consiste in un doppio campionamento durante un ciclo di clock. Alla fine del primo semiperiodo si campiona solo il rumore, mentre alla fine del secondo semiperiodo si campiona sia il segnale che il rumore, effettuando poi la sottrazione. Un amplificatore correlated double sampling (CDS) è quindi, a differenza dell'autozero, un sistema tempo discreto in cui anche il segnale viene campionato, risulta dunque necessario rispettare la condizione di Nyquist per non avere aliasing del segnale utile.

Facciamo riferimento all'InAmp di figura 2.13, il quale ha un'architettura switched-capacitor dove come vedremo il guadagno differenziale è fissato dal rapporto delle capacità; è bene precisare che l'amplificatore da strumentazione è in questo caso composto da tutto il sistema, mentre il blocco di amplificazione è un classico operativo:

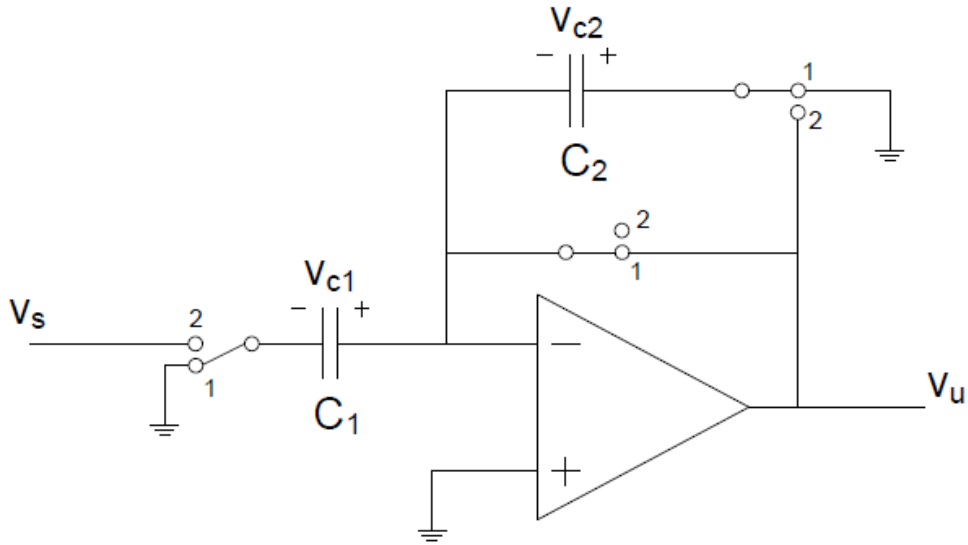


Figura 2.13: Amplificatore correlated double sampling

In fase 1 il circuito risulta analogo a quello studiato nella tecnica autozero, dunque anche qui avremo:

$$v_{id}^{(1)} = \frac{A_{Op}}{1 + A_{Op}} V_{IO_n}^{(1)} \cong V_{IO_n}^{(1)}$$

Le tensioni sulle capacità risulteranno quindi:

$$v_{c_1}^{(1)} = -V_{IO_n}^{(1)} \quad v_{c_2}^{(1)} = V_{IO_n}^{(1)}$$

In fase 2 avremo invece:

$$v_{id}^{(2)} = \frac{\beta A_{Op}}{1 + \beta A_{Op}} V_{IO_n}^{(2)} \cong V_{IO_n}^{(2)}$$

E quindi si ottiene:

$$v_{c_1}^{(2)} = -v_{id}^{(2)} - v_s = -V_{IO_n}^{(2)} - v_s$$

Nel momento in cui si passa in fase 2 avremo poi una redistribuzione delle cariche sulle capacità; la variazione di carica sul condensatore C_1 , che per come è strutturato il circuito coinciderà con la variazione su C_2 , potrà essere scritta come:

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 = C_1 (v_{c_1}^{(2)} - v_{c_1}^{(1)}) = C_1 (-V_{IO_n}^{(2)} - v_s + V_{IO_n}^{(1)})$$

E quindi la tensione di uscita risulta:

$$\begin{aligned} v_u^{(2)} &= -v_{id}^{(2)} + v_{c_2}^{(2)} = -v_{id}^{(2)} + \frac{\Delta Q_2}{C_2} + v_{c_2}^{(1)} = \\ &= -V_{IOn}^{(2)} + \frac{C_1}{C_2} \left(-V_{IOn}^{(2)} - v_s + V_{IOn}^{(1)} \right) + V_{IOn}^{(1)} \end{aligned}$$

Immediatamente si osserva che l'amplificazione differenziale vale:

$$A_d = -\frac{C_1}{C_2}$$

Di conseguenza la tensione di uscita potrà essere espressa come segue:

$$v_u = A_d v_s + (1 - A_d) \left(V_{IOn}^{(1)} - V_{IOn}^{(2)} \right)$$

Le componenti di rumore effettivamente cancellate saranno quelle che possono essere considerate correlate alla fine delle due fasi, ovvero quelle a bassa frequenza; il rumore ad alta frequenza non subisce ovviamente lo stesso trattamento, ed in generale alcune componenti possono cancellarsi ed altre possono sommarsi. Il risultato è che con questa tecnica si cancella piuttosto bene sia l'offset che il rumore a bassa frequenza, mentre quello ad alta frequenza subisce, come nella tecnica AZ, un fenomeno di aliasing.

La trattazione in frequenza di questa tecnica è di poco interesse in questa sede e per maggiori dettagli si rimanda a [4]; riportiamo comunque la dsp di fold over che risulta:

$$S_{V_{nCDS}}^{fo} \cong 4N_{CDS}S_{BB}$$

Dove il numero di sovrapposizioni della tecnica CDS può essere scritto come:

$$N_{CDS} = \frac{B}{f_c} \Rightarrow S_{V_{nCDS}}^{fo} \cong 4 \frac{B}{f_c} S_{BB}$$

A prima vista sembrerebbe quindi che la dsp di fold over sia doppia rispetto a quella della tecnica autozero, ma questo sarebbe vero, a parità di banda dell'amplificatore, solo se la frequenza di campionamento fosse la stessa; se si utilizza la soluzione CDS tuttavia si può operare a f_c molto elevate, a differenza dell'autozero in cui si aveva un limite dettato dal periodo T_{AZ} ; è anzi buona cosa lavorare ad alte frequenze di campionamento, in modo da rispettare la condizione di Nyquist anche per segnali che variano molto velocemente, ovvero con uno spettro ampio.

Il risultato finale consiste in una riduzione della dsp di fold over rispetto alla tecnica autozero.

2.3.3 Tecnica chopper

Facendo riferimento allo schema di figura 2.14 illustriamo la teoria che sta alla base della modulazione chopper:

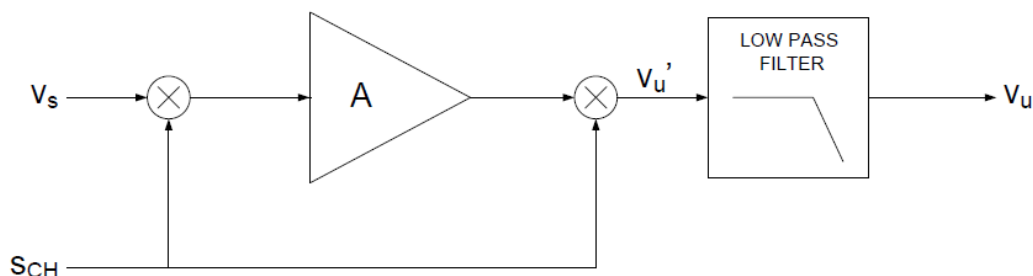


Figura 2.14: Schema di un amplificatore chopper

Il segnale moltiplicativo s_{CH} è un'onda quadra adimensionale di periodo T_c con valor medio nullo ed ampiezza unitaria, come mostrato in figura 2.15:

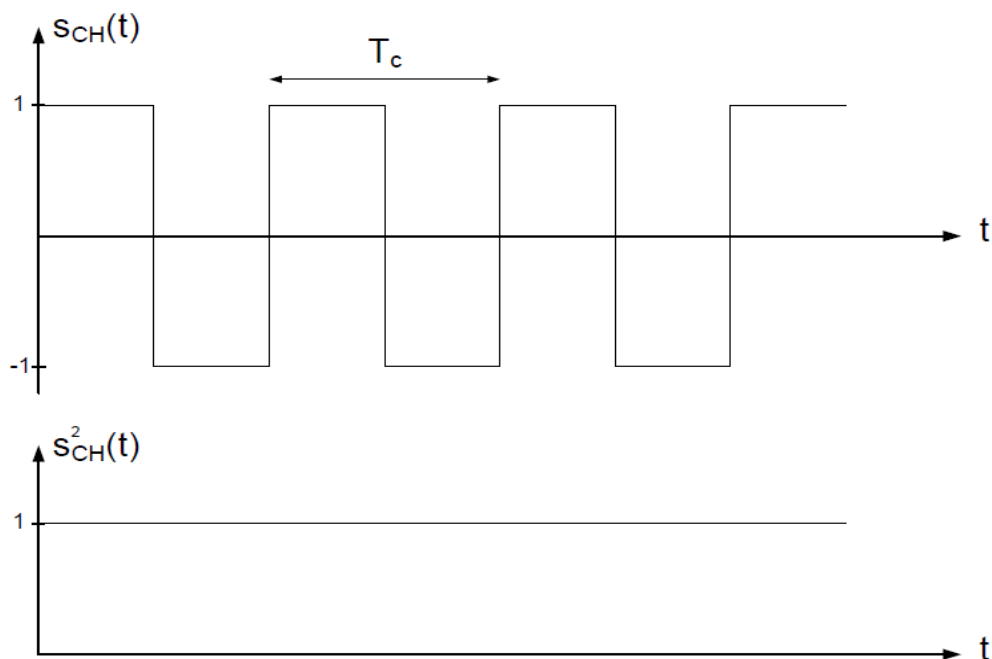


Figura 2.15: Andamento temporale ideale dei segnali che realizzano la modulazione chopper

Il segnale utile v_s viene dunque moltiplicato idealmente per un fattore $As_{CH}^2=A$; il rumore e l'offset vengono invece moltiplicati solamente per As_{CH} , e dunque in

frequenza si avranno infinite repliche della dsp centrate sulle armoniche dell'onda quadra.

Le repliche non saranno tuttavia tutte uguali, ma ognuna risulterà moltiplicata per il modulo quadro del coefficiente di Fourier relativo all'armonica considerata; notiamo inoltre che il segnale s_{CH} è alternativo, ovvero soddisfa la condizione:

$$s_{CH}(t) = -s_{CH}\left(t + \frac{T_c}{2}\right)$$

Lo sviluppo in serie di Fourier di segnali alternativi ha la particolarità di avere coefficienti non nulli solo per le armoniche dispari; per convincersi di questo basta scrivere in forma analitica il segnale onda quadra su un generico periodo:

$$s_{CH}(t) = \frac{t}{|t|} \quad \text{su} \quad \left]-\frac{T_c}{2}, \frac{T_c}{2}\right] \setminus \{0\}$$

L'equazione di analisi diviene dunque:

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{T_c} \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} \frac{t}{|t|} e^{-j\frac{2\pi}{T_c}kt} dt = \frac{1}{T_c} \left(- \int_{-\frac{T_c}{2}}^0 e^{-j\frac{2\pi}{T_c}kt} dt + \int_0^{\frac{T_c}{2}} e^{-j\frac{2\pi}{T_c}kt} dt \right) = \\ &= \frac{1}{T_c} \left(\frac{T_c}{j2k\pi} \left[e^{-j\frac{2\pi}{T_c}kt} \right]_{-\frac{T_c}{2}}^0 - \frac{T_c}{j2k\pi} \left[e^{-j\frac{2\pi}{T_c}kt} \right]_0^{\frac{T_c}{2}} \right) = \\ &= \frac{1}{j2k\pi} \left((1 - e^{jk\pi}) - (e^{-jk\pi} - 1) \right) = \\ &= \frac{1}{j2k\pi} \left(2 - (e^{jk\pi} + e^{-jk\pi}) \right) = \frac{1}{jk\pi} \left(1 - \frac{e^{jk\pi} + e^{-jk\pi}}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{jk\pi} (1 - \cos(k\pi)) \end{aligned}$$

E quindi i coefficienti di Fourier risultano tutti immaginari puri, come era lecito aspettarsi per un segnale dispari:

$$c_k = \begin{cases} 0 & \text{per } k \in \mathbb{Z} \text{ pari} \\ \frac{2}{jk\pi} & \text{per } k \in \mathbb{Z} \text{ dispari} \end{cases}$$

La cosa fondamentale è che il segnale s_{CH} , essendo a valor medio nullo, presenta un coefficiente $c_0=0$, e dunque lo spettro della dsp modulata è privo della replica in banda base; la cancellazione dell'offset e la riduzione del rumore flicker con questa tecnica sono molto buone, poiché non sono dovute ad una sottrazione dei disturbi, ma bensì ad una moltiplicazione per un fattore nullo.

In figura 2.16 è riportata la dsp di rumore modulata con tecnica chopper che si ha all'uscita dell'amplificatore, supposto per adesso di banda B infinita:

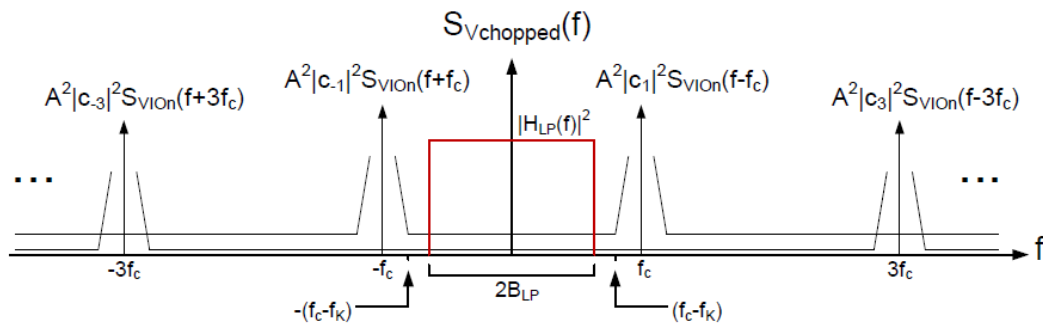


Figura 2.16: Densità spettrale di potenza di rumore modulata con tecnica chopper

Come si osserva in uscita all'amplificatore si ha, oltre al segnale utile ed al rumore modulato, anche l'offset modulato, ovvero un'onda quadra con armonica fondamentale centrata su f_c ; tale disturbo si dice offset ripple ed avrà un andamento temporale del tipo:

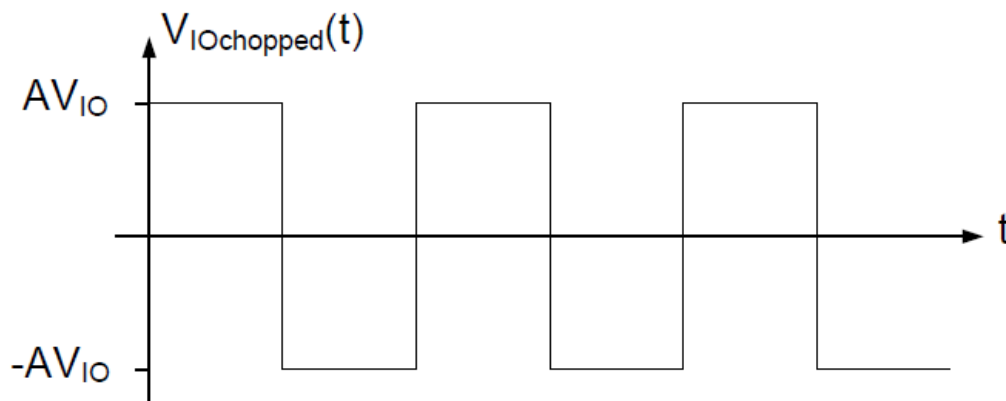


Figura 2.17: Offset ripple in uscita all'amplificatore

In un amplificatore chopper risulta dunque indispensabile introdurre in cascata un filtro passa basso, al fine di reiettare efficacemente l'offset ripple; la banda del sistema è fissata dal filtro, dunque B_{LP} dovrà essere abbastanza ampia da contenere tutto lo spettro del segnale in ingresso. Se rispettiamo la condizione $B_{LP} < (f_c - f_k)$ allora in banda base resterà soltanto il rumore dovuto alle sovrapposizioni del rumore termico; la dsp di fold over riportata in ingresso risulterà dunque:

$$S_{V_{nCH}}^{fo} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (|c_k|^2 S_{BB}) = S_{BB} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2$$

Ma per il teorema di Parseval si ha:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2 = \frac{1}{T_c} \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} |s_{CH}(t)|^2 dt = \frac{1}{T_c} \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} dt = \frac{1}{T_c} \left(\frac{T_c}{2} + \frac{T_c}{2} \right) = \frac{T_c}{T_c} = 1$$

Da cui la dsp di fold over risulta essere, nel caso osservato:

$$S_{V_{nCH}}^{fo} = S_{BB}$$

Dunque con la tecnica chopper si ha un rumore residuo in banda base minore rispetto ad entrambe le soluzioni analizzate in precedenza, inoltre la cancellazione dei disturbi a bassa frequenza è sicuramente più affidabile, addirittura totale nel caso ideale; lo svantaggio rispetto alle altre tecniche risiede in una maggiore complessità circuitale, in quanto è richiesto l'utilizzo di un modulatore e di un demodulatore.

Dall'analisi fatta risulta evidente che una riduzione della banda dell'amplificatore porta ad una riduzione della dsp di fold over, in quanto alcune repliche dovute alle armoniche ad alta frequenza del segnale s_{CH} verranno tagliate; il vantaggio ottenuto in termini di rumore è tuttavia irrisorio, infatti osservando i coefficienti di Fourier si ha:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{2}{j\pi} & \Rightarrow |c_1|^2 \cong 0.405 \\ c_3 = \frac{2}{j3\pi} & \Rightarrow |c_3|^2 \cong 0.045 \\ c_5 = \frac{2}{j5\pi} & \Rightarrow |c_5|^2 \cong 0.016 \end{cases}$$

La maggior parte della potenza dell'onda quadra è dunque contenuta nelle prime armoniche e tagliare le componenti ad alta frequenza comporta una riduzione del rumore molto piccola.

Una banda B non infinita è invece un grande problema per un amplificatore chopper, in quanto si ha un filtraggio passa basso del segnale moltiplicativo che conduce, come vedremo meglio nel prossimo paragrafo, ad un disturbo a frequenza $2f_c$ e ad un errore sul guadagno dell'amplificatore.

2.4 Analisi della modulazione chopper

L'amplificatore da strumentazione discusso in questa sede utilizza la tecnica chopper per la cancellazione dell'offset e del rumore flicker; in questo paragrafo ci soffermeremo dunque ad analizzare le più importanti non idealità che affliggono un amplificatore chopper, degradandone le prestazioni.

2.4.1 Rumore effettivo riportato in banda base

Quando abbiamo calcolato la dsp di fold over abbiamo considerato una dsp asintotica, inoltre abbiamo supposto verificata la condizione $B_{LP} \ll (f_c - f_k)$; in tal caso la dsp di fold over risultava dovuta esclusivamente alle sovrapposizioni del rumore termico. In realtà in banda base ritroviamo anche un contributo dovuto al rumore flicker associato alle due armoniche fondamentali del segnale s_{CH} ; la dsp di rumore flicker traslata relativa alle prime due armoniche risulta:

$$S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f) = |c_{-1}|^2 S_{V_n}^{Fk}(f + f_c) + |c_1|^2 S_{V_n}^{Fk}(f - f_c)$$

Per segnali reali si ha inoltre:

$$c_{-k} = c_k^* \Rightarrow |c_{-k}|^2 = |c_k|^2$$

Dunque sostituendo l'espressione del rumore flicker si ha, considerando che la dsp è una funzione definita positiva:

$$S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f) = |c_1|^2 K_f \left[\frac{1}{|f + f_c|} + \frac{1}{|f - f_c|} \right]$$

Dove con K_f abbiamo indicato una costante moltiplicativa che dipenderà dalla topologia e dal processo tecnologico utilizzato. Mediante il teorema della media integrale valutiamo il contributo del flicker riportato in banda base:

$$\begin{aligned} \overline{S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f)} &= \frac{1}{2B_{LP}} \int_{-B_{LP}}^{B_{LP}} S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f) df = \\ &= \frac{|c_1|^2 K_f}{2B_{LP}} \int_{-B_{LP}}^{B_{LP}} \left[\frac{1}{|f + f_c|} + \frac{1}{|f - f_c|} \right] df \end{aligned}$$

La banda del filtro deve essere minore della frequenza di chopper, altrimenti l'integrale divergerebbe; sul dominio di integrazione la funzione $(f+f_c)$ è quindi sempre positiva, mentre $(f-f_c)$ è sempre negativa. Tenendo conto di questa osservazione l'integrale diviene:

$$\overline{S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f)} = \frac{|c_1|^2 K_f}{2B_{LP}} \int_{-B_{LP}}^{B_{LP}} \left[\frac{1}{(f + f_c)} - \frac{1}{(f - f_c)} \right] df = \frac{|c_1|^2 K_f}{2B_{LP}} \left[\ln \left| \frac{f + f_c}{f - f_c} \right| \right]_{-B_{LP}}^{B_{LP}}$$

Che sempre per la condizione $B_{LP} \ll f_c$ può essere scritto come:

$$\overline{S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f)} = \frac{|c_1|^2 K_f}{2B_{LP}} \left[\ln \left(\frac{f_c + B_{LP}}{f_c - B_{LP}} \right) - \ln \left(\frac{f_c - B_{LP}}{f_c + B_{LP}} \right) \right]$$

In conclusione l'espressione completa per il valor medio della dsp flicker riportata in ingresso dovuta alle armoniche fondamentali risulta essere:

$$\overline{S_{V_{nTRASL}}^{Fk}(f)} = \frac{|c_1|^2 K_f}{B_{LP}} \ln \left(\frac{f_c + B_{LP}}{f_c - B_{LP}} \right)$$

Nella pratica è tuttavia quasi sempre utilizzabile un'espressione approssimata, infatti risulta evidente che se vogliamo un piccolo contributo di rumore flicker in banda base bisogna rispettare la condizione $B_{LP} \ll f_c$; sotto tale ipotesi è possibile espandere il logaritmo naturale in serie di Taylor al primo ordine ottenendo:

$$\ln\left(\frac{f_c + B_{LP}}{f_c - B_{LP}}\right) \cong \frac{f_c + B_{LP}}{f_c - B_{LP}} - 1 = \frac{f_c + B_{LP} - f_c + B_{LP}}{f_c - B_{LP}} = \frac{2B_{LP}}{f_c - B_{LP}}$$

Inoltre sempre per l'ipotesi fatta sarà possibile trascurare il termine B_{LP} al denominatore, ottenendo così:

$$\overline{S_{V_{nTRASL}}^{Fk}}(f) \cong \frac{|c_1|^2 K_f}{B_{LP}} \frac{2B_{LP}}{f_c} = 2|c_1|^2 \frac{K_f}{f_c} = 2|c_1|^2 S_{V_n}^{Fk}(f_c)$$

Sostituendo il valore del modulo quadro del primo coefficiente di Fourier si ha infine:

$$\overline{S_{V_{nTRASL}}^{Fk}}(f) \cong 0.811 S_{V_n}^{Fk}(f_c)$$

Il contributo flicker delle armoniche successive alla fondamentale è praticamente irrilevante, sia per la distanza in frequenza delle repliche dalla banda base, sia per la grande attenuazione introdotta dai coefficienti di Fourier di ordine superiore al primo. In conclusione la dsp di fold over che si ritrova effettivamente riportata in ingresso potrà essere scritta come:

$$S_{V_{nCH}}^{fo} \cong 0.811 S_{V_n}^{Fk}(f_c) + S_{V_n}^{Th}$$

Come visto questo risultato è derivato da approssimazioni, dunque come regola generale si può sovrastimare leggermente il rumore flicker ed utilizzare la formula:

$$S_{V_{nCH}}^{fo} \cong S_{V_n}^{Fk}(f_c) + S_{V_n}^{Th} \Rightarrow S_{V_{nCH}}^{fo} \cong S_{V_n}(f_c)$$

Ovvero l'effettivo rumore di fold over dell'amplificatore è stimabile mediante la dsp che il sistema privo di modulatori presenta alla frequenza di chopper.

Questo risultato evidenzia l'importanza di avere una frequenza di corner paragonabile alla frequenza di chopper, al fine di ottimizzare gli sforzi progettuali di riduzione del rumore. Nel caso infatti in cui $f_c \ll f_k$ si avrebbe una dsp di fold over determinata prevalentemente dal rumore flicker, nel caso opposto si avrebbe invece, alla frequenza di chopper, un contributo quasi esclusivamente termico; in entrambe le situazioni si avrebbe quindi una prevalenza di una tipologia di rumore, mentre l'altra risulterebbe irrilevante, dunque nel primo caso avremmo consumato un'eccessiva corrente per ridurre il termico, mentre nel secondo caso avremmo impiegato inutilmente una grande area di silicio al fine di abbattere il rumore flicker.

2.4.2 Effetto della banda finita dell'amplificatore

Come osservato, una banda non infinita dell'amplificatore comporta un vantaggio in termini di rumore, anche se piuttosto piccolo; la risposta passa basso del sistema andrà tuttavia a tagliare le armoniche ad alta frequenza dell'onda quadra che modula il segnale, mentre non inciderà sul segnale moltiplicativo di demodulazione.

Detto s_{CH}' il segnale che ritroviamo in uscita all'amplificatore, e considerando per semplicità una tensione di ingresso costante V_s , la situazione può essere riassunta per via grafica come mostrato in figura 2.18:

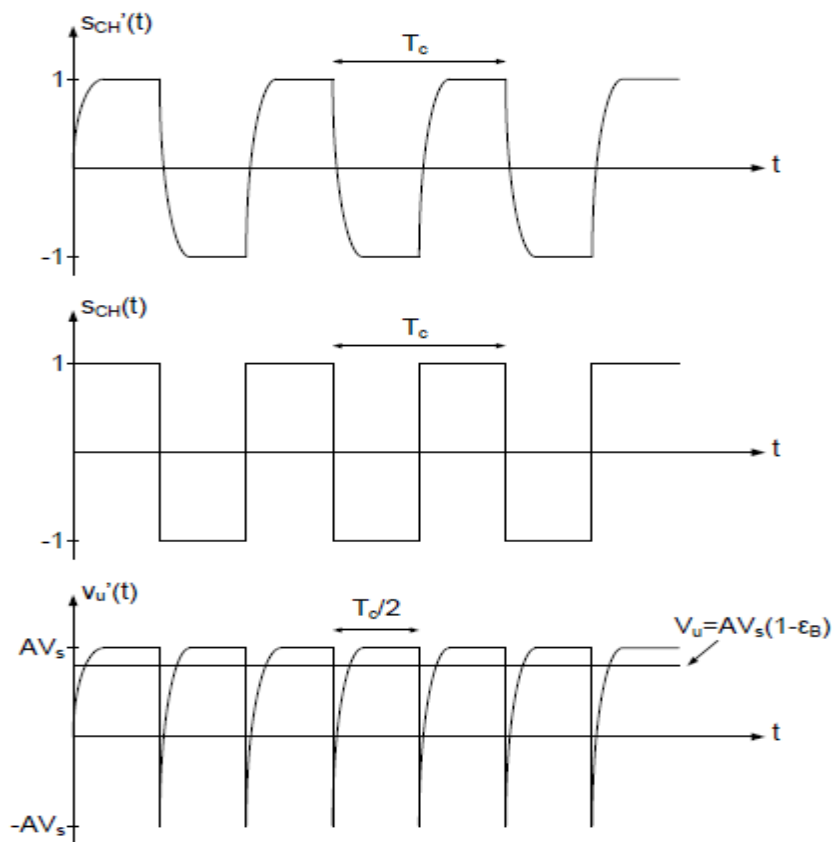


Figura 2.18: Errore sul guadagno dovuto alla banda non infinita dell'amplificatore

Il segnale di ingresso V_s non viene quindi moltiplicato semplicemente per l'amplificazione A , ma per un segnale periodico che presenta degli spike a frequenza $2f_c$. Imponendo la solita condizione $B_{LP} \ll f_c$ il filtro passa basso in uscita estrarrà il valor medio di tale segnale, che risulterà minore di AV_s , introducendo quindi una riduzione dell'amplificazione. Per valutare l'entità dell'errore sul guadagno ϵ_B , introdotto dalla banda finita dell'amplificatore, conviene svolgere i calcoli nel dominio del tempo; in uscita dal demodulatore avremo una tensione:

$$v_u'(t) = V_s A s_{CH}'(t) s_{CH}(t)$$

Visto che al tempo $t=0$ la tensione v_u' è teoricamente nulla, per non commettere errori di calcolo conviene valutare il valor medio su un semiperiodo diverso da quello di innesco, dunque avremo:

$$V_u = \frac{2}{T_c} \int_{\frac{T_c}{2}}^{T_c} V_s A s'_{CH}(t) s_{CH}(t) dt = \frac{2V_s A}{T_c} \int_{\frac{T_c}{2}}^{T_c} s'_{CH}(t) s_{CH}(t) dt$$

Supponendo una risposta dell'amplificatore del primo ordine si avrà poi, sul semiperiodo indicato nell'integrale:

$$s'_{CH}(t) s_{CH}(t) = -1 + 2 \left[1 - e^{-\frac{(t-\frac{T_c}{2})}{\tau}} \right] = 1 - 2e^{-\frac{(t-\frac{T_c}{2})}{\tau}}$$

Dove ovviamente $\tau=1/2\pi B$; la tensione di uscita risulta quindi:

$$\begin{aligned} V_u &= \frac{2V_s A}{T_c} \left[\int_{\frac{T_c}{2}}^{T_c} dt - 2 \int_{\frac{T_c}{2}}^{T_c} e^{-(t-\frac{T_c}{2})2\pi B} dt \right] = \frac{2V_s A}{T_c} \left[t + \frac{2}{2\pi B} e^{-(t-\frac{T_c}{2})2\pi B} \right]_{\frac{T_c}{2}}^{T_c} = \\ &= \frac{2V_s A}{T_c} \left[T_c - \frac{T_c}{2} + \frac{1}{\pi B} e^{-\frac{T_c}{2}2\pi B} - \frac{1}{\pi B} \right] = \\ &= \frac{2V_s A}{T_c} \left[\frac{T_c}{2} - \frac{1}{\pi B} (1 - e^{-\pi T_c B}) \right] = AV_s \left[1 - \frac{2}{\pi B T_c} (1 - e^{-\pi T_c B}) \right] \end{aligned}$$

Per confronto diretto si ricava l'espressione completa per l'errore relativo sul guadagno:

$$\varepsilon_B = \frac{2}{\pi B T_c} (1 - e^{-\pi T_c B}) = \frac{2f_c}{\pi B} (1 - e^{-\pi T_c B})$$

Nel caso in cui la banda dell'amplificatore sia poi molto maggiore della frequenza di chopper si può trascurare l'esponenziale, stimando l'errore relativo sul guadagno introdotto dalla banda finita dell'amplificatore con la relazione:

$$\varepsilon_B \cong \frac{2f_c}{\pi B}$$

Osserviamo infine che l'ipotesi di avere un segnale costante in ingresso non fa perdere di generalità il calcolo eseguito, infatti risulta evidente che affinché l'amplificatore chopper funzioni correttamente è necessario che la banda del segnale sia minore della banda passante del filtro in uscita, ed anche ovviamente della banda B dell'amplificatore; l'errore sul guadagno risulterà quindi identico per tutte le componenti frequenziali del segnale in ingresso, ed è dunque indipendente da quest'ultimo.

2.4.3 Effetto delle capacità di ingresso

In figura 2.19 è riportato l'equivalente della sorgente, la quale è accoppiata ad un amplificatore differenziale mediante una matrice di interruttori che esegue la modulazione chopper in ingresso; riportiamo inoltre le capacità di ingresso sui due rami dell'amplificatore:

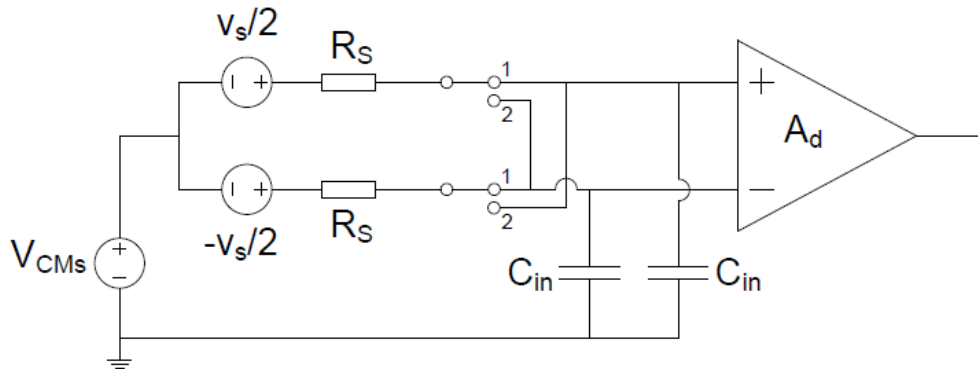


Figura 2.19: Squadre R_S - C_{in} in ingresso all'amplificatore

Ogni volta che si ha lo scambio tra le fasi le capacità C_{in} si caricheranno e scaricheranno, in quanto ai loro capi si presenterà alternativamente il segnale diretto o invertito di segno.

La costante di tempo sarà data da:

$$\tau = R_S C_{in} \Rightarrow f_p = \frac{1}{2\pi R_S C_{in}}$$

Questo transitorio introduce un errore sul guadagno simile a quello dovuto alla banda non infinita dell'amplificatore, il contributo sarà dunque dato dalla medesima equazione, dove la frequenza di polo delle squadre R_S - C_{in} si sostituirà alla banda B dell'amplificatore; in conclusione l'errore relativo sul guadagno introdotto dalle capacità di ingresso risulta:

$$\varepsilon_C \cong \frac{2f_c}{\pi f_p} \Rightarrow \varepsilon_C \cong 4R_S C_{in} f_c$$

2.4.4 Fenomeno del clock feedthrough

Come osservato in figura 2.19, la soluzione più semplice per effettuare la moltiplicazione del segnale per l'onda quadra che realizza la modulazione chopper è quella di utilizzare una matrice di interruttori; quest'ultimi sono ovviamente realizzati con dei transistori i quali, a causa delle capacità parassite, accoppiano il segnale di clock al segnale utile sulla catena di amplificazione

mediante iniezioni di carica. Questo fenomeno si dice clock feedthrough e può essere schematizzato con il generico circuito di figura 2.20:

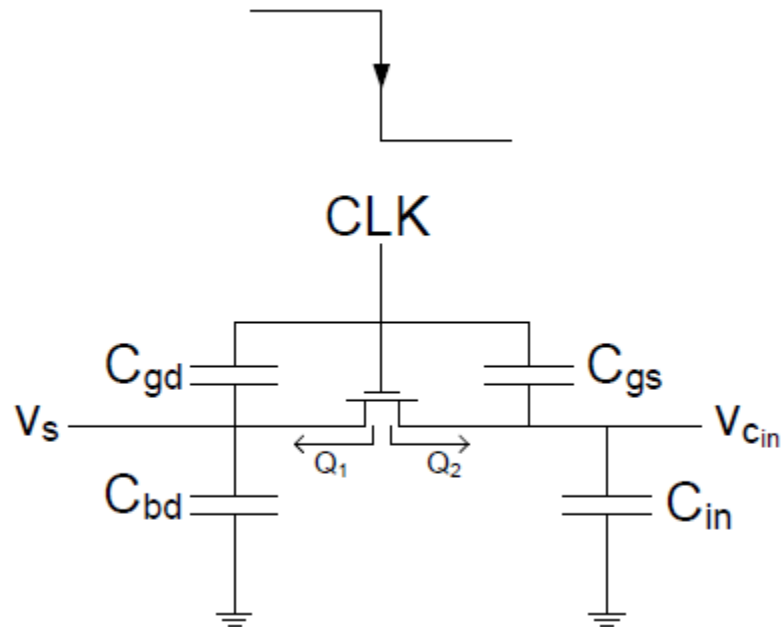


Figura 2.20: Fenomeno del clock feedthrough durante lo spegnimento del MOSFET

In figura 2.20 si è verosimilmente trascurata la capacità C_{bs} , poiché risulta in parallelo alla capacità di ingresso dell'amplificatore, la quale è sicuramente molto più grande.

Supponiamo di avere inizialmente il clock alto e le capacità a regime; al momento della transizione del clock verso il livello basso il MOSFET si spegne e la carica che formava il canale di inversione fluisce verso i pozzetti di drain e di source, dividendosi in generale in parti non uguali a causa delle differenti capacità viste verso massa.

Per maggiori dettagli su questo fenomeno si rimanda a [5]; in questa sede è sufficiente sapere che vi è un'iniezione di carica negativa sulla capacità vista dall'ingresso dell'amplificatore verso massa, e che tale disturbo si va ad aggiungere al segnale utile. Una cosa analoga accade durante l'accensione del MOSFET, il risultato netto è un disturbo formato da spike alternati all'ingresso dell'amplificatore, che verranno amplificati e poi raddrizzati dal demodulatore in uscita, come mostrato in figura 2.21:

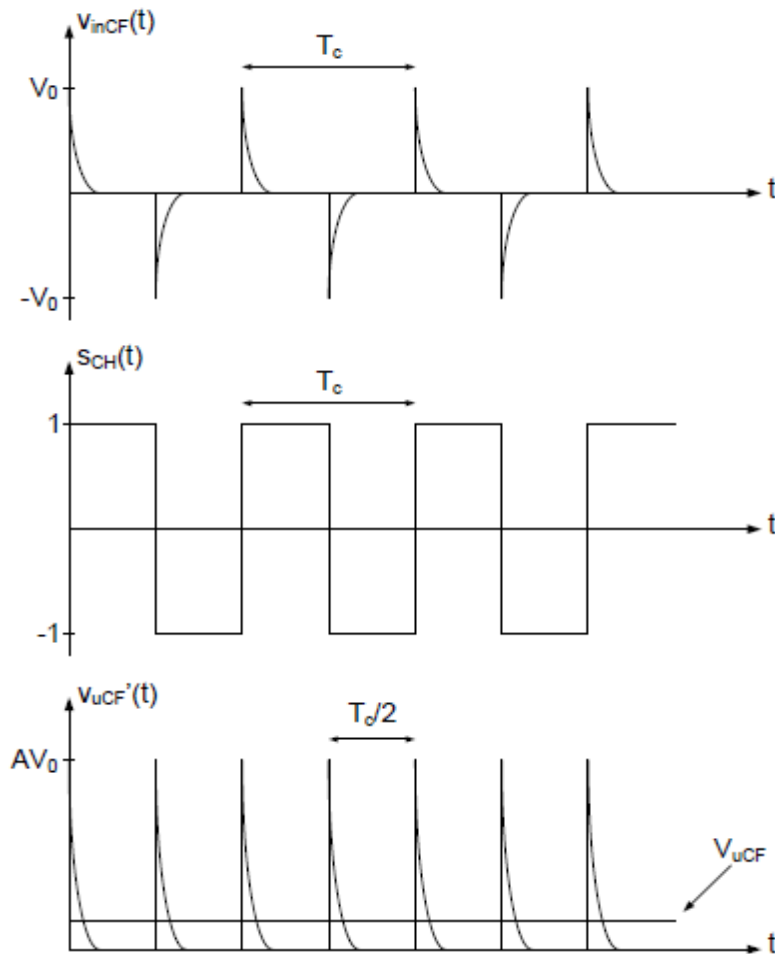


Figura 2.21: Effetto del clock feedthrough sul segnale di uscita

La tensione V_{uCF} , riportata in ingresso divisa per l'amplificazione, rappresenta dunque un offset residuo intrinseco della modulazione chopper:

$$V_{IO_{res}} = \frac{V_{uCF}}{A} = \frac{2}{T_c} \int_0^{T_c/2} |v_{inCF}(t)| dt$$

Per ridurre l'offset residuo si può agire in diversi modi, tra i quali citiamo:

- Riduzione della frequenza di chopper: questa soluzione presenta lo svantaggio di un aumento del rumore riportato in banda base, dovuto alla componente flicker della prima replica, che viene a trovarsi a frequenze più vicine alla continua.
- Utilizzo di pass-gate: quando l'nMOS si spegne ed il pMOS si accende, o viceversa, si hanno due iniezioni di carica di segno opposto che, almeno teoricamente, si cancellano. In realtà le cariche iniettate non sono perfettamente complementari, inoltre nel caso di asincronismo tra le fasi del clock si possono avere dei problemi, come mostrato in figura 2.22:

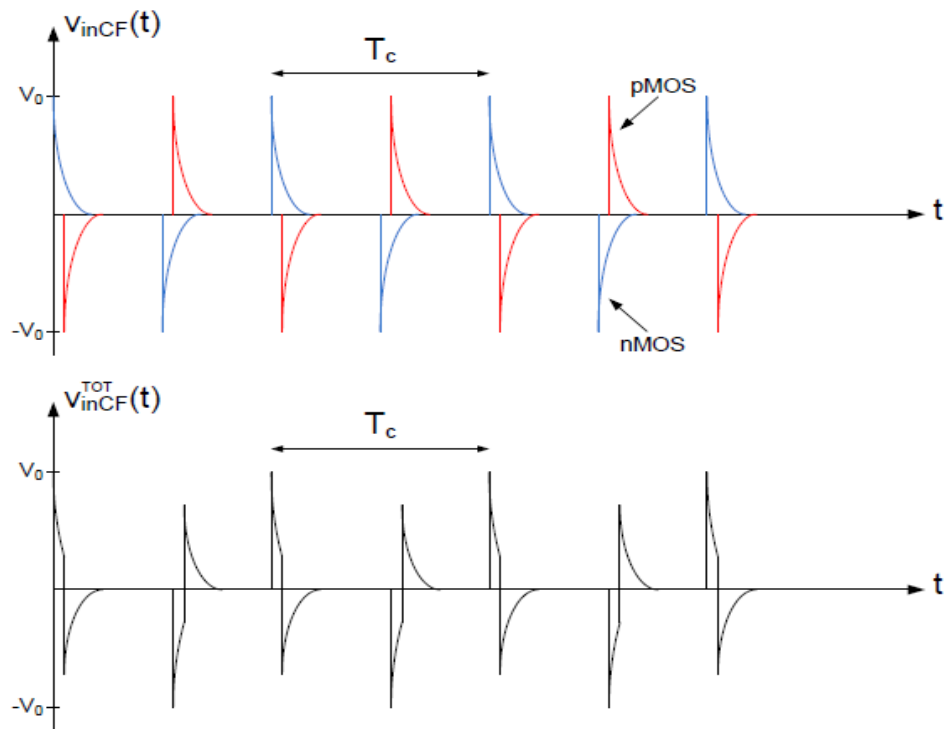


Figura 2.22: Cancellazione incompleta degli spike

- Utilizzo di un'architettura fully-diff: a differenza del caso single-ended, dove l'effetto dell'iniezione di carica si ritrova direttamente sull'uscita, nel caso fully-differential si ha un contributo pressoché identico su entrambi i rami della catena di amplificazione e gli effetti dell'iniezione di carica tendono a cancellarsi, come dimostrato in [4]; una buona simmetria, sia dal punto di vista elettrico che da quello del layout, permettono una riduzione delle iniezioni dovute al clock feedthrough, nonché di quelle dovute ad un eventuale variazione del modo comune di ingresso.
- Utilizzo di dummy switch: questa soluzione prevede l'utilizzo di due MOSFET cortocircuitati e pilotati in controfase rispetto al transistor che funge da interruttore, come mostrato in figura 2.23. I dummy MOS hanno una larghezza pari alla metà di quella del transistor centrale dunque, alla transizione verso il basso del clock, assorbono ognuno una carica necessaria per la formazione del canale pari alla metà della carica totale iniettata dal MOSFET centrale; la situazione duale accade alla transizione verso l'alto, in questo modo le cariche in eccesso vengono continuamente scambiate tra i tre transistori ed idealmente non si ha nessuna iniezione sulla capacità di ingresso. In realtà si ha comunque un effetto di clock feedthrough anche se piuttosto limitato. Per una trattazione dettagliata sull'utilizzo dei dummy switch si rimanda a [6].

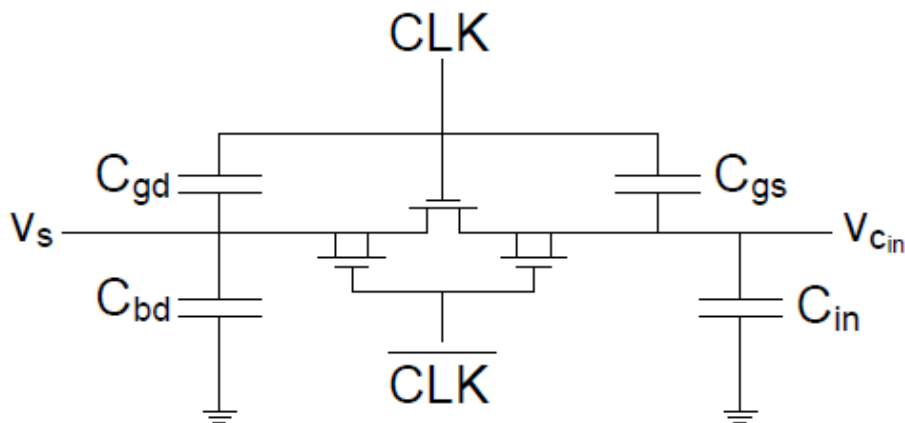


Figura 2.23: Utilizzo dei dummy switch in un'architettura a pass-transistor realizzata con nMOS

- Utilizzo di chopper annidati: questa soluzione prevede l'utilizzo di due chopper distinti, come proposto da Bakker, Thiele e Huijsing in [7]; oltre alla tipica modulazione chopper, che lavora ad alta frequenza e cancella l'offset ed il flicker dell'amplificatore, si introduce un secondo livello di modulazione a frequenza molto minore, il quale inverte periodicamente il segno degli spike demodolati dal chopper interno, rendendone il valor medio nullo. Ovviamente il chopper esterno è comunque affetto dal clock feedthrough, tuttavia essendo la frequenza molto ridotta si ha un notevole abbattimento dell'offset residuo. L'architettura a doppio chopper utilizzata da Bakker in [7] è mostrata in figura 2.24:

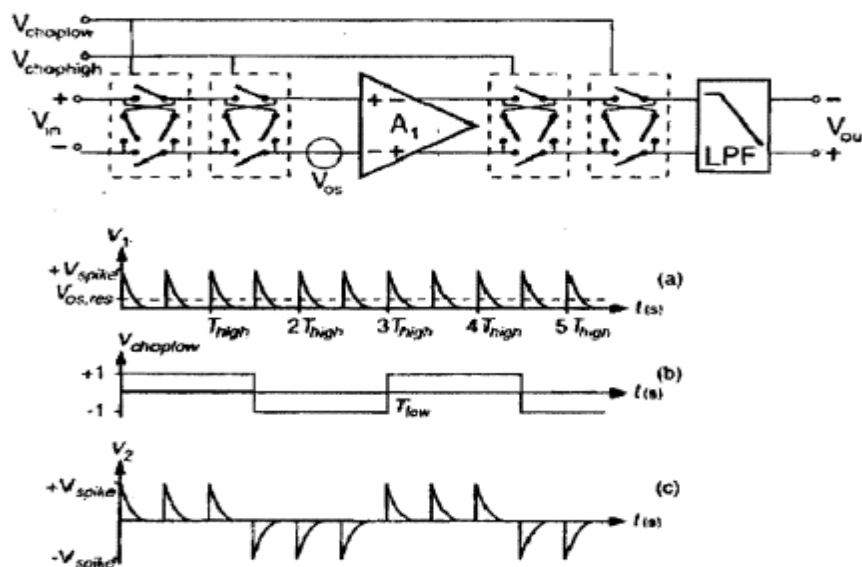


Figura 2.24: Architettura nested chopper fully-differential e relative forme d'onda, la figura è tratta da [7]

CAPITOLO III

Sensori di temperatura

3.1 Sensori di temperatura resistivi

Questa tipologia di sensori si basa su resistori la cui resistenza varia con la temperatura; si definisce *TCR* o coefficiente di temperatura:

$$\alpha(T) = \frac{1}{R(T)} \frac{\partial}{\partial T} R(T)$$

Tale parametro rappresenta la sensibilità del sensore ed è facile dimostrare che non dipende dalla geometria del dispositivo, ma solamente dalla resistività del materiale utilizzato, si ha infatti:

$$R(T) = \rho(T) \frac{l}{S} \Rightarrow \alpha(T) = \frac{1}{\rho(T)} \frac{S l}{l S} \frac{\partial}{\partial T} \rho(T) \Rightarrow \alpha(T) = \frac{1}{\rho(T)} \frac{\partial}{\partial T} \rho(T)$$

In questi sensori l'andamento della resistenza in funzione della temperatura è generalmente non lineare, ma in molte applicazioni si può utilizzare un'espressione linearizzata intorno ad una temperatura T_0 :

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha_0 (T - T_0)]$$

Dove α_0 e R_0 sono rispettivamente il *TCR* e la resistenza alla temperatura di riferimento T_0 .

3.1.1 Sensori a conduttore metallico

Sono costituiti da un filo o da un film metallico la cui resistenza aumenta con la temperatura, dunque sono caratterizzati da un *TCR* positivo.

Quasi sempre per la loro realizzazione viene utilizzato il platino per la sua stabilità chimica, che consente una degenerazione della curva di risposta nel tempo a causa dell'usura quasi nulla; un esempio di questo tipo di sensori è il *PT100*, che presenta una resistenza $R_0=100\Omega$ ad una temperatura di riferimento $T_0=0^\circ\text{C}$.

La non linearità di questi dispositivi è comunque poco accentuata, dunque si può utilizzare la legge linearizzata senza problemi.

3.1.2 Termistori

I termistori sono realizzati mediante una sintetizzazione di polveri di ossidi metallici; i due elettrodi utilizzati nel processo di sintesi risulteranno anche i due terminali del termistore. Rispetto ai sensori a conduttore metallico questi dispositivi presentano una sensibilità di almeno un ordine di grandezza superiore, tuttavia hanno una risposta fortemente non lineare.

Un'altra differenza sta nel tono della curva di risposta, infatti mentre i sensori a conduttore metallico hanno sempre un TCR positivo, ovvero una funzione $R(T)$ monotona crescente, i termistori possono avere un coefficiente di temperatura positivo (termistori PTC), oppure negativo (termistori NTC).

Se il range di temperature in cui deve lavorare il sensore è estremamente limitato, e solo in tal caso, si può continuare ad usare in prima approssimazione la legge linearizzata, altrimenti vista la risposta fortemente non lineare di questi dispositivi si passa ad una legge empirica, nota come legge del termistore:

$$R(T) = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

Dove B è un parametro ottenuto empiricamente. Da questa espressione si può ricavare immediatamente il TCR :

$$\alpha(T) = \frac{1}{R(T)} \frac{\partial}{\partial T} R(T) = \frac{1}{R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}} \left(-\frac{B}{T^2}\right) R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \Rightarrow \alpha(T) = -\frac{B}{T^2}$$

3.1.3 Anemometro a filo caldo

Risulta evidente che nei sensori termici resistivi è necessario misurare una resistenza per risalire alla temperatura; l'idea di base è dunque quella di far scorrere una corrente costante nel dispositivo e poi andare a leggere la tensione ai suoi capi mediante un amplificatore da strumentazione.

Uno dei fenomeni più dannosi nel campo dei sensori termici è l'autoriscaldamento del dispositivo, il quale introduce un errore sulla misura di temperatura; detta P_S la potenza dissipata dal sensore, si potrebbe dimostrare che l'errore ΔT_{AR} introdotto dall'autoriscaldamento è proporzionale alla resistenza termica tra il corpo X , di cui si vuole misurare la temperatura, ed il sensore stesso:

$$\Delta T_{AR} = R_{XS}^T P_S$$

Per minimizzare tale errore si può ridurre la resistenza termica, oppure la potenza dissipata dal dispositivo utilizzando ad esempio una corrente impulsata anziché costante, come illustrato in [8].

L'autoriscaldamento può tuttavia in alcuni casi essere utilizzato a proprio vantaggio, ad esempio per misurare la velocità di un fluido; la legge di King lega infatti la resistenza termica alla velocità relativa tra fluido e sensore:

$$R_{FS}^T(v) = \frac{R_{FS}^T(0)}{1 + \beta\sqrt{v}}$$

Dove β è un parametro di natura empirica. La potenza dissipata da un sensore termico resistivo ad una certa temperatura di riferimento T_0 vale:

$$P_S = R_0 I^2$$

Una volta note la temperatura del fluido e la resistenza termica in quiete si può quindi risalire alla velocità del fluido; considerando esclusivamente il termine dovuto all'auto riscaldamento si avrà:

$$T_{mis} = T_0 + R_{FS}^T(v) P_S = T_0 + \frac{R_0 I^2 R_{FS}^T(0)}{1 + \beta \sqrt{v}} \Rightarrow v = \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{R_0 I^2 R_{FS}^T(0)}{T_{mis} - T_0} - 1 \right)^2$$

3.2 Sensori di temperatura a giunzione

Questi sensori sfruttano la dipendenza dalla temperatura della corrente di saturazione inversa di una giunzione pn , il dispositivo che sta alla base di questi sensori è dunque generalmente un diodo oppure un BJT.

Illustriamo brevemente il principio di funzionamento prendendo in esame un diodo, la cui caratteristica I - V è ben nota e risulta:

$$I = I_S \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right)$$

Polarizzandolo in diretta con una corrente costante $I_0 \gg I_S$ si può trascurare l'unità e scrivere:

$$I_0 = I_S e^{\frac{V}{V_T}} \Rightarrow V = V_T \ln \left(\frac{I_0}{I_S} \right)$$

La corrente di saturazione inversa I_S può essere inoltre espressa come:

$$I_S = Z T^\gamma e^{-\frac{E_{GAP}}{KT}}$$

Dove Z è una costante e $\gamma=3\div 4$ è un parametro di natura empirica; sostituendo I_S nell'equazione della tensione si ha:

$$V = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{I_0}{Z T^\gamma e^{-\frac{E_{GAP}}{KT}}} \right) = \frac{KT}{q} \left[\ln \left(\frac{I_0}{Z T^\gamma} \right) + \frac{E_{GAP}}{KT} \right]$$

Da cui la tensione ai capi del diodo risulta legata alla temperatura dalla relazione:

$$V(T) = \frac{1}{q} \left[E_{GAP} + KT \ln \left(\frac{I_0}{Z T^\gamma} \right) \right]$$

3.3 Effetti termoelettrici

I sensori termici resistivi ed a giunzione appena descritti sfruttano, come osservato, la dipendenza dalla temperatura di grandezze fisiche quali resistenza e corrente di saturazione inversa.

Nel prossimo paragrafo tratteremo le termocoppie, una tipologia di sensori termici che si basano sull'effetto Seebeck, dunque vale la pena fare una panoramica generale sui tre principali effetti termoelettrici.

3.3.1 Effetto Peltier

Prendiamo in considerazione una giunzione non rettificante tra due metalli o semiconduttori diversi, termostata alla temperatura T_0 , e facciamo scorrere una corrente I dall'esterno, come mostrato in figura 3.1:

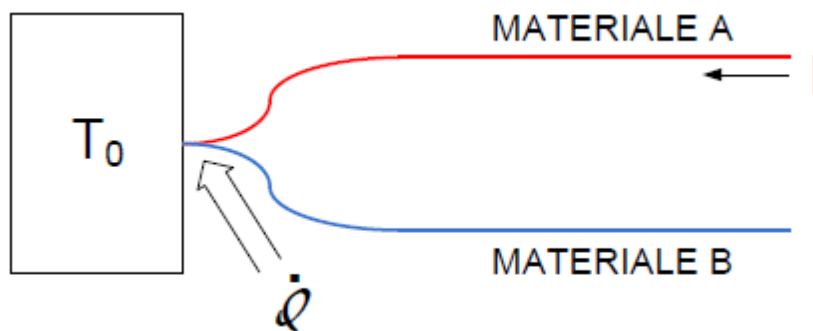


Figura 3.1: Effetto Peltier

In corrispondenza della giunzione viene assorbito o generato un flusso di calore proporzionale alla corrente mediante il coefficiente di Peltier π ; per convenzione termodinamica il flusso di calore è preso positivo se entrante nel sistema, con tale posizione si ha:

$$\dot{Q} = \pi_{BA} I$$

Questo effetto non ha niente a che vedere con l'effetto Joule, inoltre i coefficienti di Peltier godono di un'importante proprietà:

$$\pi_{AB} = -\pi_{BA}$$

Questo significa che se la corrente viene fatta scorrere nel verso opposto il flusso di calore cambia di segno.

3.3.2 Effetto Seebeck

Prendiamo adesso in considerazione due giunzioni tra due materiali diversi termostatate alle temperature T_0 e $T_0+\Delta T$, come illustrato in figura 3.2:

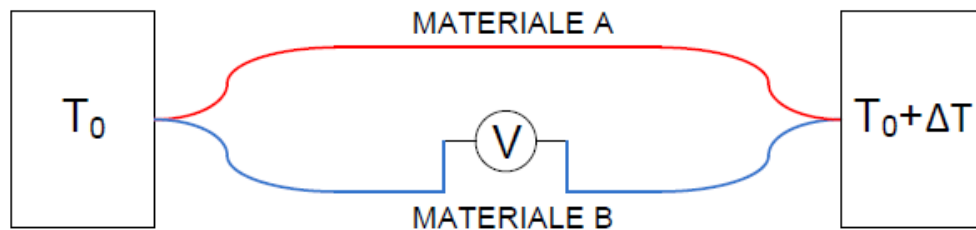


Figura 3.2: Effetto Seebeck

In queste condizioni il voltmetro misura una differenza di potenziale. Si definisce il coefficiente di Seebeck come segue:

$$\alpha_{AB} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

In pratica il coefficiente di Seebeck è la derivata del potenziale calcolata alla temperatura T_0 , ovvero:

$$\alpha_{AB} = \left[\frac{\partial}{\partial T} V(T) \right]_{T=T_0}$$

Questo effetto è molto importante, infatti se ΔT non è eccessivamente elevato si può calcolare la temperatura della seconda giunzione una volta noti i materiali e la temperatura della prima giunzione:

$$T_0 + \Delta T \cong T_0 + \frac{\Delta V}{\alpha_{AB}}$$

Si potrebbe inoltre dimostrare che se siamo in condizioni prossime all'equilibrio termodinamico i coefficienti di Peltier e di Seebeck sono legati dalla relazione:

$$\pi_{AB} = T \alpha_{AB}$$

Per maggiori dettagli si rimanda a [8], dove si dimostra l'uguaglianza sopracitata.

3.3.3 Effetto Thomson

Questo effetto riguarda una dissipazione di potenza aggiuntiva al contributo di Joule in un conduttore percorso da corrente.

Consideriamo un volume infinitesimo $dVol$ di un materiale conduttore attraversato da una densità di corrente J ; per semplicità mettiamoci nel caso monodimensionale, come mostrato in figura 3.3:

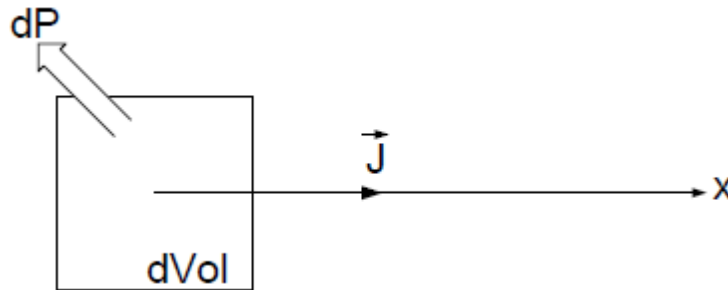


Figura 3.3: Potenza dissipata in un conduttore di volume infinitesimo

Se la temperatura nel volume $dVol$ è costante si ha solo l'effetto Joule:

$$\frac{\partial}{\partial Vol} P = \rho J^2$$

Se nel volume infinitesimo vi è invece un gradiente di temperatura allora si ha anche un contributo dovuto all'effetto Thomson; detto σ_T il coefficiente di Thomson, la densità volumetrica di potenza dissipata risulta:

$$\frac{\partial}{\partial Vol} P = \rho J^2 - \sigma_T J \frac{\partial}{\partial x} T$$

Vale la pena osservare che nella trattazione dell'anemometro a filo caldo abbiamo trascurato per semplicità la componente di Thomson nella potenza dissipata dal sensore; questa approssimazione non conduce tuttavia a grandi errori, in quanto la temperatura all'interno di un sottile filo metallico percorso da corrente può essere considerata in prima approssimazione costante, inoltre se la corrente è elevata predominerà sicuramente la componente di Joule.

3.4 Termocoppie

Prendiamo due giunzioni tra due materiali diversi poste a temperature diverse; se il circuito è interrotto, come in figura 3.4, allora per effetto Seebeck si genera una tensione V , che prende il nome di forza elettromotrice termoelettrica.

Per convenzione si sceglie poi il segno della tensione come segue:

$$V = E_{T_1}^{T_2}(A|B)$$

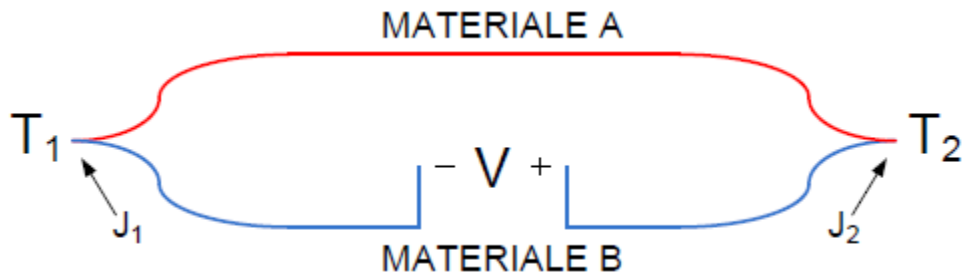


Figura 3.4: Rappresentazione schematica di una termocoppia

Si intuisce subito che vale la relazione:

$$E_{T_1}^{T_2}(A|B) = -E_{T_2}^{T_1}(A|B) = -E_{T_1}^{T_2}(B|A)$$

3.4.1 Leggi delle termocoppie

Esistono quattro leggi che regolano il funzionamento delle termocoppie e che andiamo brevemente a descrivere:

Legge del circuito omogeneo

In un circuito costituito interamente da un unico materiale non si sviluppa mai una forza elettromotrice termoelettrica.

L'aspetto più interessante di questa legge è che la tensione prodotta dalla termocoppia non dipende dalla lunghezza della stessa; basti pensare infatti che prolungare i segmenti di materiale che compongono la struttura significa in pratica introdurre nuove giunzioni tra materiali identici, le quali non generano alcuna tensione termoelettrica.

Legge della temperatura omogenea

In un circuito le cui giunzioni sono tutte alla stessa temperatura non si sviluppa mai una forza elettromotrice termoelettrica.

Questo asserto è molto importante; ne consegue infatti che si può effettuare la misura di V contattando direttamente la termocoppia con i terminali di ingresso dell'amplificatore da strumentazione, a patto di mantenere le nuove giunzioni create alla medesima temperatura.

Legge della temperatura intermedia

Prendiamo in considerazione la termocoppia di figura 3.5, le cui giunzioni sono poste a diverse temperature:

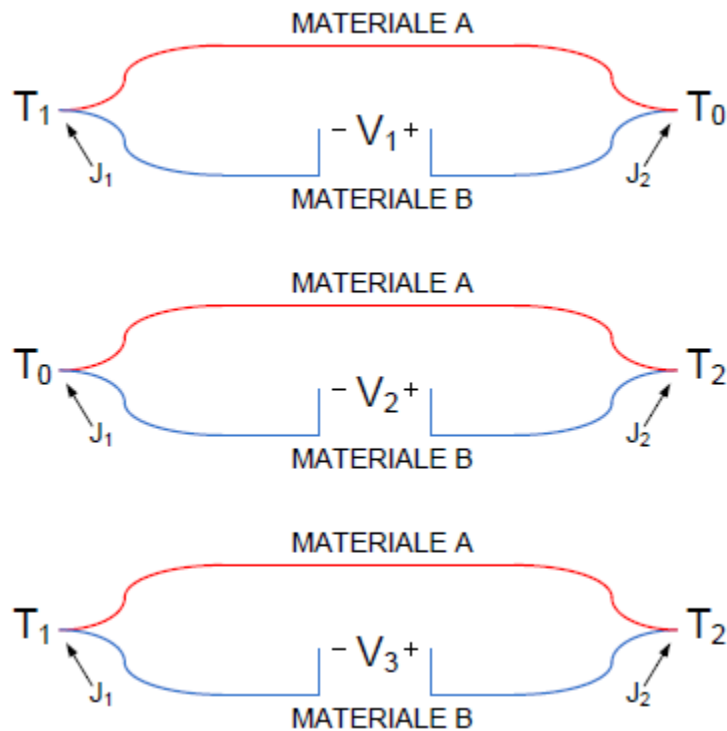


Figura 3.5: Tensioni termoelettriche a diverse temperature

La legge della temperatura intermedia afferma che:

$$V_3 = V_1 + V_2$$

Osserviamo che:

$$\begin{cases} V_1 = E_{T_1}^{T_0}(A|B) \\ V_2 = E_{T_0}^{T_2}(A|B) \end{cases} \Rightarrow V_3 = E_{T_1}^{T_2}(A|B) = E_{T_1}^{T_0}(A|B) + E_{T_0}^{T_2}(A|B)$$

La tensione V_3 può quindi essere espressa come:

$$V_3 = E_{T_0}^{T_2}(A|B) - E_{T_0}^{T_1}(A|B)$$

Dunque per ogni coppia di materiali si può fissare una temperatura di riferimento, ad esempio $T_0=0^\circ\text{C}$, e tabulare la funzione:

$$V_{AB}(T) = E_0^T(A|B)$$

In questo modo si può ricavare immediatamente qualsiasi tensione a qualsiasi coppia di temperature; nel caso appena visto si ha:

$$V_3 = V_{AB}(T_2) - V_{AB}(T_1)$$

Legge del materiale intermedio

Scelto un materiale M_0 vale la seguente relazione:

$$E_{T_1}^{T_2}(A|B) = E_{T_1}^{T_2}(A|M_0) + E_{T_1}^{T_2}(M_0|B)$$

Anche questa legge è molto importante, infatti si può scegliere un materiale di riferimento e tabulare la funzione:

$$V_A(T) = E_0^T(A|M_0)$$

Siamo ora in grado di calcolare qualsiasi tensione per qualsiasi coppia di materiali a qualsiasi temperatura.

3.4.2 Termocoppie e termopile integrate

Le termocoppie hanno dalla loro parte un vantaggio di indubbio valore ingegneristico, ovvero non assorbono potenza per funzionare; come abbiamo infatti osservato, la tensione legata alla temperatura viene generata per effetto Seebeck e non è richiesta nessuna polarizzazione del dispositivo, come invece accade per i sensori resistivi o a giunzione.

Il vantaggio principale delle altre tipologie descritte risiede nel fatto che utilizzando classici dispositivi elettronici allo stato solido, e dunque disponibili nei processi standard della microelettronica moderna, è possibile integrare sullo stesso chip sia il sensore che i circuiti di condizionamento del segnale; si può dunque pensare di fare altrettanto con le termocoppie, sfruttando i materiali che i processi microelettronici mettono a disposizione per realizzare giunzioni direttamente su chip.

L'amplificatore da strumentazione discusso in questa sede è progettato in tecnologia CMOS con il processo a 320nm *BCD6s* di *STMicroelectronics*, dunque se vogliamo integrare sullo stesso die sia le termocoppie che l'elettronica di condizionamento è necessario utilizzare esclusivamente i layer che tale processo mette a disposizione. Usufruento del processo *BCD6s* si possono realizzare le termocoppie con poly(n⁺)/poly(p⁺), la siliciurizzazione garantisce poi che la giunzione ottenuta sia effettivamente non rettificante; le termocoppie così realizzate soffrono però di due problemi, in primo luogo osserviamo che il polisilicio ha una resistività non trascurabile, quindi si otterranno resistenze di sorgente R_S piuttosto grandi, inoltre la sensibilità del sensore ottenuto con una singola termocoppia non è molto elevata. Per aumentare la sensibilità del

senore si possono utilizzare le termopile, ovvero delle termocoppie collegate in serie alternativamente, come mostrato in figura 3.6:

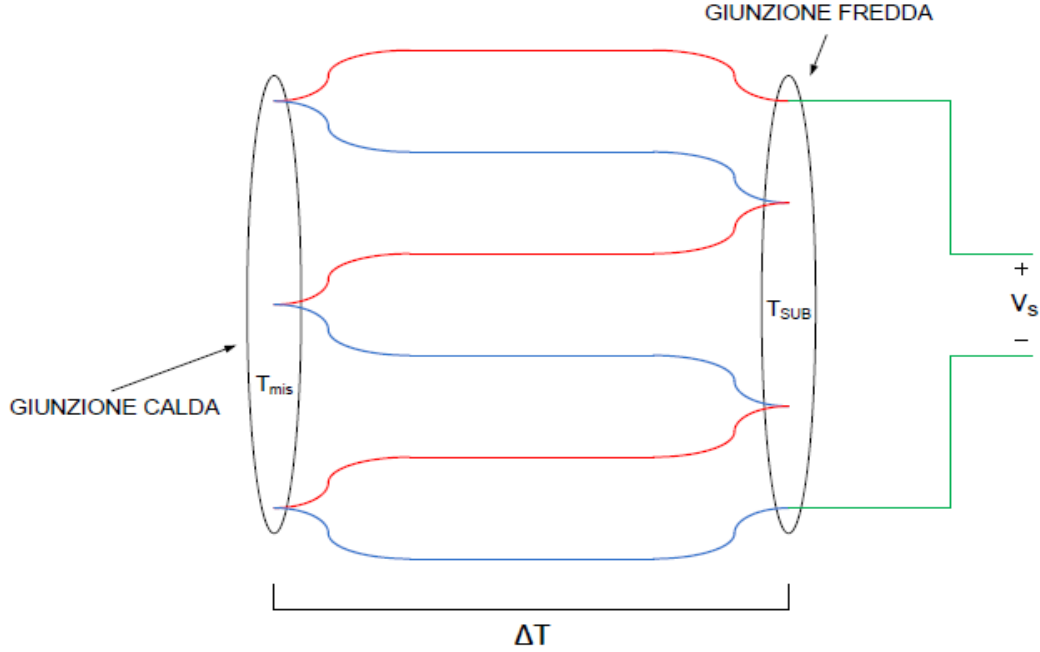


Figura 3.6: Schematizzazione di una termopila formata da tre termocoppie

Detto N_{TC} il numero di termocoppie che formano la termopila si avrà:

$$v_s = N_{TC} \alpha_{AB} \Delta T$$

Utilizzando una termopila si ottiene tuttavia anche un aumento della resistenza di sorgente, la quale risulta:

$$R_S = N_{TC} R_{S_{TC}}$$

Di conseguenza aumenta anche il rumore termico introdotto; dimostriamo tuttavia che il rapporto segnale/rumore (SNR) in ingresso all'amplificatore beneficia di un aumento di N_{TC} . Utilizzando l'espressione compatta della dsp di rumore riportata in ingresso calcolata nel secondo capitolo si ha:

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{v_s^2}{\int_{f_L}^{f_H} S_{V_n}^{RTI}(f) df} = \frac{v_s^2}{\int_{f_L}^{f_H} [S_{V_n}(f) + 2R_S^2 S_{I_n}(f) + 2S_{V_{nR_S}}] df} = \\ &= \frac{N_{TC}^2 \alpha_{AB}^2 \Delta T^2}{\left[\int_{f_L}^{f_H} S_{V_n}(f) df + 2N_{TC}^2 R_{S_{TC}}^2 \int_{f_L}^{f_H} S_{I_n}(f) df + 8KTN_{TC} R_{S_{TC}} \int_{f_L}^{f_H} df \right]} = \\ &= \frac{1}{\left[\frac{1}{N_{TC}^2} \int_{f_L}^{f_H} S_{V_n}(f) df + 2R_{S_{TC}}^2 \int_{f_L}^{f_H} S_{I_n}(f) df + \frac{8KTR_{S_{TC}}}{N_{TC}} (f_H - f_L) \right]} \end{aligned}$$

Il SNR aumenta quindi all'aumentare di N_{TC} ; il limite del numero di termocoppie impilabili sarà dettato dalla difficoltà nel mantenere molte giunzioni termostate alla stessa temperatura.

Inoltre notiamo che N_{TC} non agisce sul termine di rumore dovuto al generatore di corrente riportato in ingresso all'amplificatore, dunque da un certo punto in poi il vantaggio che si ottiene incrementando il numero di termocoppie che compongono la struttura diviene sempre meno significativo.

3.5 Natura della sorgente

Come osservato nel secondo capitolo è necessario conoscere la natura della sorgente al fine di progettare un amplificatore ottimizzato per una determinata applicazione, che rispetti le specifiche imposte di rumore, ingombro, banda passante e consumo di potenza.

L'amplificatore da strumentazione proposto e discusso in questo elaborato trova la sua principale applicazione come interfaccia di lettura per sensori termici integrati basati su termopile, andiamo dunque ad analizzare le principali proprietà di una sorgente di tale natura.

Solitamente il segnale prodotto da queste tipologie di sensori ha un'ampiezza di fondo scala molto limitata, dell'ordine dei mV, mentre lo spettro in frequenza si estende dalla continua fino a poche centinaia di Hz.

L'amplificatore da strumentazione con il quale si effettua la lettura di v_s dovrà avere quindi una risposta in frequenza di tipo passa basso, inoltre la banda passante dovrà essere limitata a poche centinaia di Hz, al fine di ridurre il valore efficace del rumore riportato in ingresso.

Un limite superiore di banda così ridotto comporta non poche problematiche in fase di progetto; come vedremo infatti questa specifica si traduce nella necessità di avere capacità molto grandi e transconduttanze molto piccole, il che significa un ingente ingombro di area di silicio.

Per quanto riguarda invece l'impedenza di sorgente osserviamo che, a causa della resistività non trascurabile dei materiali a disposizione per realizzare le termocoppie, essa risulta piuttosto elevata; inoltre tale valore è ulteriormente aumentato dalla struttura a termopila, che porta le R_s su valori tipici delle decine o centinaia di k Ω , e come abbiamo avuto modo di osservare impedenze di sorgente così elevate indirizzano la scelta dei componenti attivi verso transistori ad effetto di campo. Se come riferimento prendiamo il punto centrale della termopila si ottiene una sorgente già di natura differenziale, il cui equivalente elettrico è già stato ampiamente discusso nel secondo capitolo; osserviamo inoltre che tali sensori offrono la possibilità di variare la tensione di modo

comune della sorgente, il cui valore è solitamente fissato alla metà della tensione di alimentazione dell'interfaccia di lettura.

Infine notiamo che, a temperatura ambiente, su una banda $B=200\text{Hz}$ e con un valore tipico $R_S=50\text{k}\Omega$, si ottiene un valore efficace del rumore termico introdotto dalla sorgente pari a:

$$V_{n_{RMS}}^{sorg} = \sqrt{\int_0^B 2S_{V_{n_{R_S}}} df} = \sqrt{8KTR_S B} \cong 576 \text{ nV}$$

Come già affermato, il compromesso migliore è quello di introdurre con l'amplificatore un rumore paragonabile a quello prodotto dalla sorgente stessa; questo significa dover progettare un amplificatore con una dsp di rumore riportata in ingresso pari a:

$$V_{n_{RMS}}^{ampRTI} \cong 576 \text{ nV} \Rightarrow \sqrt{S_{V_n}^{RTI}} \cong 41 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

Spingersi oltre nella riduzione del rumore comporta sforzi notevoli, sia in termini di area che di consumo di potenza, spesso non giustificabili in quanto risulterebbe comunque predominante il rumore introdotto dalla sorgente. L'approccio tuttavia cambia radicalmente se si vuole progettare un'interfaccia performante per molteplici applicazioni. L'amplificatore da strumentazione discusso in questo lavoro di tesi trova la sua principale applicazione nella lettura di sensori a termopile, ed è quindi progettato per ricevere in ingresso segnali dell'ordine del mV, con componenti spettrali fino a poche centinaia di Hz; ci poniamo tuttavia l'obiettivo di rispettare una specifica di rumore molto più spinta di quella descritta sopra, senza gravare pesantemente sul consumo di potenza.

I valori che ci proponiamo di ottenere sono:

$$\begin{cases} \sqrt{S_{V_n}^{RTI}} \cong 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \\ P < 2 \text{ mW} \end{cases}$$

Come vedremo si introdurrà poi la possibilità, mediante un apposito pin esterno, di ridurre la corrente assorbita a scapito della specifica di rumore; in tal modo se l'applicazione non necessita di dsp di rumore così basse si può usufruire di un ridotto consumo di potenza.

CAPITOLO IV

Architettura dell'amplificatore

4.1 Topologia della cella

L'interfaccia di lettura per sensori termici integrati che proponiamo in questa sede è progettata in tecnologia CMOS ed utilizza la tecnica chopper per la cancellazione dell'offset e del rumore flicker.

A differenza del classico amplificatore chopper analizzato nel secondo capitolo, dove lo stadio di guadagno e quello di filtraggio sono distinti, il circuito da noi utilizzato realizza le due funzioni in un'unica cella, formando così nella fattispecie un filtro attivo passa basso del secondo ordine.

L'architettura da noi proposta è quella mostrata in figura 4.1:

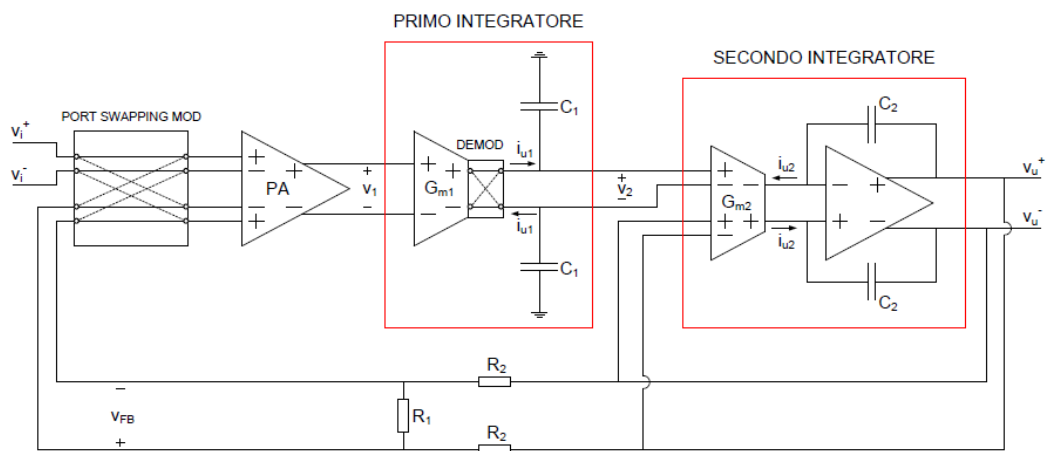


Figura 4.1: Architettura dell'amplificatore da strumentazione proposto

Come vedremo la quasi totalità del consumo di potenza della cella è da attribuirsi al preamplificatore PA , il quale essendo il primo stadio introduce anche un rumore RTI elevato; se vogliamo realizzare un'interfaccia a basso rumore e ridotto consumo di potenza allora il preamplificatore rappresenta senza dubbio il blocco critico su cui lavorare per rispettare le specifiche richieste.

Purtroppo a causa della natura della funzione di trasferimento che vogliamo realizzare è impossibile rinunciare al preamplificatore, il quale introduce benefici che vanno ben oltre gli svantaggi visti; il rumore termico introdotto dai transduttori sarà infatti proporzionale a:

$$S_{V_{nG}}^{Th} \sim \frac{1}{G_m}$$

Nei prossimi paragrafi osserveremo la necessità di avere dei transduttori con G_m molto bassi, dunque il rumore termico introdotto da tali stadi non è affatto trascurabile.

Come osservato in [2], dimostriamo l'utilità del preamplificatore allo scopo di ridurre il rumore termico introdotto da un transconduttore:

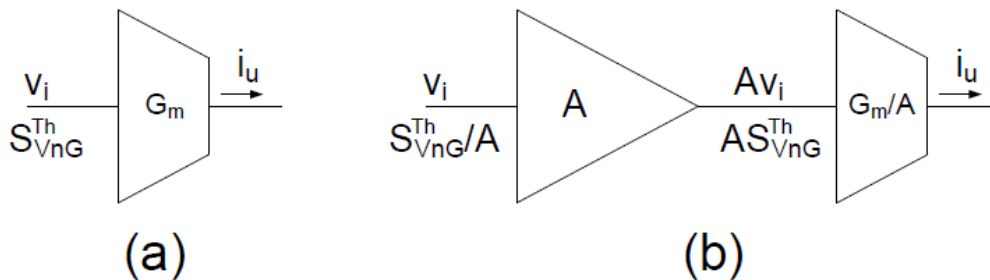


Figura 4.2: Effetto della preamplificazione sul rumore termico introdotto da un transconduttore

Facendo riferimento alla figura 4.2 analizziamo ciò che accade al segnale:

$$\begin{cases} i_u^{(a)} = G_m v_i \\ i_u^{(b)} = \frac{G_m}{A} A v_i = G_m v_i \end{cases}$$

Dunque i due sistemi sono equivalenti dal punto di vista del segnale; osserviamo invece cosa accade al rumore RTI, supponendo per ora il preamplificatore non rumoroso e considerando solo il contributo termico:

$$\begin{cases} S_{V_n}^{RTI(a)} = S_{V_{nG}}^{Th} \sim \frac{1}{G_m} \\ S_{V_n}^{RTI(b)} = \frac{1}{A^2} A S_{V_{nG}}^{Th} = \frac{1}{A} S_{V_{nG}}^{Th} \sim \frac{1}{A G_m} \end{cases}$$

Si ottiene quindi una riduzione del rumore riportato in ingresso di un fattore pari alla preamplificazione; risulta evidente che anche il rumore flicker viene ridotto, tuttavia in questa trattazione non è molto rilevante in quanto, come si vede in figura 4.1, il primo transconduttore viene inglobato nella modulazione chopper, mentre il secondo vede dal suo ingresso verso l'uscita una funzione passa banda con guadagno unitario, la quale taglia le componenti di rumore a bassa frequenza; questo aspetto verrà analizzato più in dettaglio nei prossimi paragrafi e rappresenta il motivo per cui non è necessario incorporare il secondo transconduttore nella modulazione chopper.

Il preamplificatore ha dunque il compito di ridurre il rumore introdotto dagli stadi a valle, inoltre come vedremo il valore della preamplificazione va ad influenzare la frequenza di polo ed il fattore di qualità del filtro, ma non modifica in alcun modo il guadagno complessivo della cella, il quale è idealmente fissato solo dalla rete di reazione; questo è in realtà vero solo se le amplificazioni sulle

due porte del preamplificatore sono uguali, a tal proposito è quindi necessario un buon matching tra i transistori di ingresso che compongono il primo stadio.

L'originale tecnica di port swapping utilizzata nel modulatore di ingresso favorisce il matching tra le due porte e permette in sostanza di mediare su un periodo di clock l'amplificazione ricevuta dal segnale; i vantaggi introdotti da questa tecnica non riguardano solo il beneficio appena discusso, verranno pertanto trattati in un apposito paragrafo.

4.2 Funzione di trasferimento completa

Con riferimento al circuito di figura 4.1 andiamo a calcolare nel dominio di Laplace la funzione di trasferimento tra il segnale di uscita ed il segnale di ingresso; come al solito avremo:

$$\begin{cases} v_{id} = v_i^+ - v_i^- \\ v_{ud} = v_u^+ - v_u^- \end{cases}$$

Lo stadio amplificatore presente nel secondo integratore ha un'impedenza di ingresso tendenzialmente infinita, dunque la corrente i_{u2} scorre tutta nelle capacità C_2 ; con tale posizione possiamo quindi scrivere, considerando le preamplificazioni e le transconduttanze costanti alle frequenze di interesse:

$$\begin{aligned} V_{ud}(s) &= \frac{I_{u2}(s)}{sC_2} - \left(-\frac{I_{u2}(s)}{sC_2} \right) = \frac{2I_{u2}(s)}{sC_2} = \frac{2G_{m2}}{sC_2} [V_2(s) - V_{ud}(s)] = \\ &= \frac{2G_{m2}}{sC_2} \left[\frac{I_{u1}(s)}{sC_1} - \left(-\frac{I_{u1}(s)}{sC_1} \right) \right] - \frac{2G_{m2}}{sC_2} V_{ud}(s) = \\ &= \frac{4G_{m2}I_{u1}(s)}{s^2C_1C_2} - \frac{2G_{m2}}{sC_2} V_{ud}(s) = \frac{4G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2} V_1(s) - \frac{2G_{m2}}{sC_2} V_{ud}(s) \end{aligned}$$

Chiamando A_A e A_B le amplificazioni sulle due porte del preamplificatore si ha poi:

$$\begin{aligned} V_{ud}(s) &= \frac{4G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2} [A_A V_{id}(s) - A_B V_{FB}(s)] - \frac{2G_{m2}}{sC_2} V_{ud}(s) = \\ &= \frac{4A_A G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2} V_{id}(s) - \frac{4A_B \beta G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2} V_{ud}(s) - \frac{2G_{m2}}{sC_2} V_{ud}(s) \end{aligned}$$

Dove si è introdotta la partizione dovuta alla catena di reazione:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + 2R_2}$$

Sviluppando i calcoli si ottiene:

$$V_{ud}(s) \left[1 + \frac{4A_B \beta G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2} + \frac{2G_{m2}}{sC_2} \right] = V_{id}(s) \frac{4A_A G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2}$$

La funzione di trasferimento diviene quindi:

$$H(s) = \frac{V_{ud}(s)}{V_{id}(s)} = \frac{4A_A G_{m_1} G_{m_2}}{s^2 C_1 C_2} \frac{s^2 C_1 C_2}{s^2 C_1 C_2 + 4A_B \beta G_{m_1} G_{m_2} + 2s C_1 G_{m_2}} =$$

$$= \frac{4A_A G_{m_1} G_{m_2}}{s^2 C_1 C_2 + s 2C_1 G_{m_2} + 4A_B \beta G_{m_1} G_{m_2}}$$

Dividendo e moltiplicando per $4A_B \beta G_{m_1} G_{m_2}$ si ottiene infine:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{\beta} \frac{A_A}{A_B}}{s^2 \frac{C_1 C_2}{4G_{m_1} G_{m_2} \beta A_B} + s \frac{C_1}{2G_{m_1} \beta A_B} + 1}$$

Che è effettivamente una risposta passa basso del secondo ordine; per ricavare i parametri del filtro basta confrontarla con la risposta classica:

$$H_{LP}(s) = \frac{H_0}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

Il guadagno in continua vale quindi:

$$H_0 = \frac{1}{\beta} \frac{A_A}{A_B}$$

Come osservato le amplificazioni sulle due porte vengono mediate su un periodo di clock grazie all'innovativa tecnica port swapping, dunque possiamo considerare:

$$A_A = A_B = \bar{A} = A_{PA} \Rightarrow H_0 = \frac{1}{\beta}$$

Come preannunciato, e come poi confermato dalle simulazioni che discuteremo nel quinto capitolo, l'amplificazione complessiva della cella non viene a dipendere dal guadagno del preamplificatore.

La pulsazione di taglio del filtro vale invece:

$$\omega_0^2 = \frac{4G_{m_1} G_{m_2} \beta A_B}{C_1 C_2} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{4G_{m_1} G_{m_2} \beta A_B}{C_1 C_2}}$$

Che per le motivazioni introdotte nell'analisi del guadagno potrà essere scritta come:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4G_{m_1} G_{m_2} A_{PA}}{C_1 C_2 H_0}}$$

Questa espressione è molto utile da un punto di vista ingegneristico, infatti evidenzia che se vogliamo una banda passante del filtro limitata a qualche centinaia di Hz dobbiamo utilizzare capacità piuttosto grandi e transduttori con G_m molto piccoli; notiamo inoltre che una grande preamplificazione è come visto benefica dal punto di vista del rumore riportato in ingresso, ma è al contempo dannosa se vogliamo basse pulsazioni di taglio.

Rimane da analizzare il fattore di qualità del filtro:

$$Q\omega_0 = \frac{2G_{m_1}\beta A_B}{C_1} = Q \sqrt{\frac{4G_{m_1}G_{m_2}\beta A_B}{C_1C_2}}$$

Con le solite imposizioni fatte possiamo scrivere:

$$Q = \frac{2G_{m_1}A_{PA}}{C_1H_0} \sqrt{\frac{C_1C_2H_0}{4G_{m_1}G_{m_2}A_{PA}}} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{G_{m_1}C_2}{G_{m_2}C_1} \frac{A_{PA}}{H_0}}$$

Ricordando che il nostro scopo è quello progettare un amplificatore da strumentazione, risulta necessario avere una risposta piatta sulla banda passante; questa specifica ci impone di realizzare il filtro attivo con risposta di Butterworth, che come noto è quella massimamente piatta.

Come vedremo l'amplificatore verrà dimensionato per avere un guadagno in continua $H_0=200$ ed una frequenza di taglio $f_0=200\text{Hz}$; si ottiene quindi:

$$\begin{cases} H_0 = \frac{1}{\beta} = 200 \\ f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4G_{m_1}G_{m_2}A_{PA}}{C_1C_2} \frac{1}{H_0}} = 200 \text{ Hz} \\ Q = \sqrt{\frac{G_{m_1}C_2}{G_{m_2}C_1} \frac{A_{PA}}{H_0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (Filtro di Butterworth)} \end{cases}$$

Questi risultati verranno ripresi ed elaborati nel quinto capitolo per eseguire un corretto dimensionamento dei vari stadi che compongono la cella.

4.3 Analisi di rumore

Innanzitutto individuiamo le sorgenti di rumore sottoposte alla modulazione chopper, ovvero quelle dovute al preamplificatore ed al primo integratore; il loro contributo RTI, in assenza di modulazione, potrà essere espresso come:

$$S_{V_{n_1}}^{RTI}(f) = S_{V_{n_{PA}}}(f) + \frac{S_{V_{n_{PI}}}(f)}{|A_{PA}(f)|^2}$$

Per quanto riguarda il contributo dovuto al secondo integratore, essendo l'ultimo stadio, è conveniente ragionare in termini di rumore in uscita, basterà poi dividere per il modulo quadro della risposta in frequenza del filtro per ottenere direttamente la dsp di rumore RTI dovuta a tale blocco.

Questo approccio è molto utile anche da un punto di vista operativo, osserviamo infatti che il simulatore per eseguire l'analisi di rumore utilizza un circuito linearizzato intorno al punto di riposo, andando a calcolare i contributi in uscita delle singole sorgenti presenti nel circuito, e riportandoli poi in ingresso divisi per il modulo quadro della risposta in frequenza; si capisce quindi che questo tipo di analisi non viene eseguita nel dominio del tempo, dunque non può tener conto della modulazione chopper, che è ovviamente dinamica. Per ottenere dei risultati concreti da una simulazione di rumore si può quindi agire in due modi:

- 1) Eseguire una simulazione *NOISETRAN*, ovvero un'analisi di rumore in transitorio, la quale però è estremamente onerosa per il simulatore e può essere usata per ricavare il valore picco-picco del processo rumoroso in uscita. Una stima della dsp con sufficiente risoluzione frequenziale richiederebbe tempi di calcolo molto lunghi, solitamente questa analisi si effettua quindi a fine progetto per evidenziare eventuali discrepanze con i risultati analitici precedentemente ottenuti.
- 2) Eseguire una simulazione classica di rumore in AC per ogni singolo stadio, e successivamente andare ad elaborare i risultati analiticamente o con l'ausilio di un software di calcolo come *MATLAB*.

In questa sede abbiamo adottato la seconda soluzione, dunque visto che il simulatore può fornire la dsp in uscita di un singolo blocco è molto conveniente esprimere il contributo di rumore RTI del secondo integratore come:

$$S_{V_{n_2}}^{RTI}(f) = \frac{S_{V_{n_{SIout}}}(f)}{|H(f)|^2}$$

Andiamo tuttavia a calcolare la funzione di trasferimento che si vede dall'ingresso del secondo integratore verso l'uscita, allo scopo di motivare l'esclusione di tale stadio dalla modulazione chopper; per eseguire questo calcolo è utile lo schema a blocchi di figura 4.3:

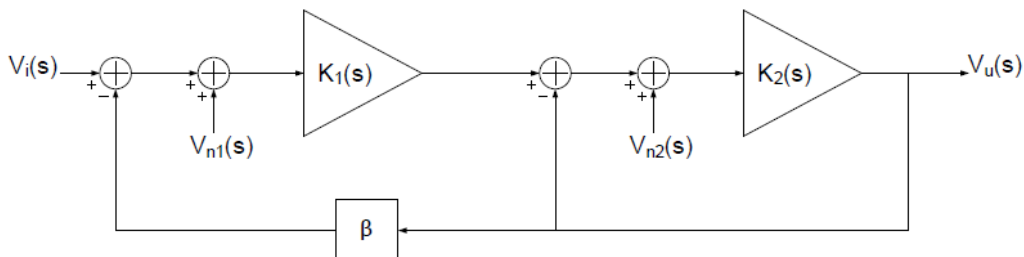


Figura 4.3: Schema a blocchi dell'amplificatore con evidenziate le due principali sorgenti di rumore

Ovviamente per quanto osservato nel calcolo della funzione di trasferimento completa avremo:

$$\begin{cases} K_1(s) = \frac{2A_{PA}G_{m1}}{sC_1} \\ K_2(s) = \frac{2G_{m2}}{sC_2} \end{cases}$$

Se vogliamo calcolare il contributo di rumore in uscita dovuto esclusivamente al secondo integratore dovremo considerare come sorgente solamente V_{n2} . Con riferimento allo schema di figura 4.3 possiamo scrivere dunque:

$$V_u(s) = V_{n2}(s)K_2(s) - V_u(s)K_2(s) - V_u(s)\beta K_1(s)K_2(s)$$

Quindi si ha:

$$V_u(s)[1 + K_2(s) + \beta K_1(s)K_2(s)] = V_{n2}(s)K_2(s)$$

Di conseguenza la funzione di trasferimento vista dal generatore equivalente di rumore in ingresso al secondo integratore risulta:

$$\begin{aligned} \frac{V_u(s)}{V_{n2}(s)} &= \frac{K_2(s)}{1 + K_2(s) + \beta K_1(s)K_2(s)} = \frac{\frac{2G_{m2}}{sC_2}}{1 + \frac{2G_{m2}}{sC_2} + \beta \frac{2A_{PA}G_{m1}}{sC_1} \frac{2G_{m2}}{sC_2}} = \\ &= \frac{\frac{2G_{m2}}{sC_2}}{\frac{s^2C_1C_2 + 2G_{m2}sC_1 + 4\beta A_{PA}G_{m1}G_{m2}}{s^2C_1C_2}} = \\ &= \frac{s2C_1G_{m2}}{s^2C_1C_2 + 2G_{m2}sC_1 + 4\beta A_{PA}G_{m1}G_{m2}} = \\ &= \frac{s \frac{C_1}{2G_{m1}\beta A_{PA}}}{s \frac{C_1C_2}{4G_{m1}G_{m2}\beta A_{PA}} + s \frac{C_1}{2G_{m1}\beta A_B} + 1} \end{aligned}$$

Come si vede è effettivamente una risposta di tipo passa banda, in particolare sostituendo i parametri del filtro si ottiene:

$$H_{BP}(s) = \frac{\frac{s}{Q\omega_0}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{Q\omega_0} + 1}$$

Si ha uno zero nell'origine, dunque il contributo del rumore flicker introdotto dal secondo integratore viene abbattuto dalla natura passa banda della funzione di trasferimento, per questo motivo non è necessario sottoporre tale stadio alla modulazione chopper.

L'analisi appena eseguita fornisce indicazioni importanti anche in termini di elaborazione dei risultati, infatti la frequenza centrale della risposta passa banda è $f_0=200\text{Hz}$, in corrispondenza della quale il modulo è unitario; in uscita dal secondo integratore le componenti della dsp verranno fortemente attenuate a tutte le altre frequenze, dunque possiamo metterci nel caso peggiore e considerare un andamento costante della dsp in uscita pari al valore assunto proprio alla frequenza f_0 . Con tale posizione possiamo quindi calcolare il contributo del secondo integratore al rumore RTI come:

$$S_{V_{n_2}}^{RTI} = \left[\frac{S_{V_{n_{SIout}}}(f)}{|H(f)|^2} \right]_{f=f_0} \cong \frac{S_{V_{n_{SIout}}}(f_0)}{|H_0|^2}$$

In conclusione, considerando trascurabile il rumore introdotto dalle resistenze della catena di reazione ed una risposta ideale del filtro, la dsp del rumore totale riportata in ingresso vale:

$$S_{V_n}^{RTI}(f) \cong \left[S_{V_{n_{1CH}}}^{f_0} + S_{V_{n_2}}^{RTI} \right] \text{ per } 0 < f \leq f_0$$

Dall'analisi della modulazione chopper fatta nel secondo capitolo otteniamo un contributo in banda base del preamplificatore e del primo transduttore:

$$S_{V_{n_{1CH}}}^{f_0} \cong S_{V_{n_{PA}}}(f_c) + \frac{S_{V_{n_{PI}}}(f_c)}{|A_{PA}|^2}$$

Dove si è considerato costante A_{PA} in virtù del fatto che la banda del preamplificatore è molto maggiore della banda del filtro.

L'espressione completa utilizzata per il calcolo del rumore totale RTI risulta quindi:

$$S_{V_n}^{RTI}(f) \cong \left[S_{V_{n_{PA}}}(f_c) + \frac{S_{V_{n_{PI}}}(f_c)}{|A_{PA}|^2} + \frac{S_{V_{n_{SIout}}}(f_0)}{|H_0|^2} \right] \text{ per } 0 < f \leq f_0$$

E di conseguenza il valore efficace sarà:

$$V_{n_{RMS}}^{ampRTI} = \sqrt{\int_0^{+\infty} S_{V_n}^{RTI}(f) df} \cong \sqrt{f_0 \left[S_{V_{n_{PA}}}(f_c) + \frac{S_{V_{n_{PI}}}(f_c)}{|A_{PA}|^2} + \frac{S_{V_{n_{SIout}}}(f_0)}{|H_0|^2} \right]}$$

4.4 Tecnica port swapping

Come preannunciato una grande innovazione introdotta nell'amplificatore da strumentazione proposto risiede nel modulatore di ingresso, il quale utilizza un'originale tecnica di scambio tra la porta di ingresso e la porta di feedback, a

differenza del modulatore classico che realizza semplicemente la commutazione tra gli ingressi delle singole porte.

4.4.1 Matching dinamico delle porte del preamplificatore

Un primo vantaggio introdotto da questa tecnica è sicuramente il matching dinamico delle due porte, che permette in sostanza di mediare le due amplificazioni A_A e A_B , le quali potranno generalmente essere diverse a causa del mismatch tra i transistori che compongono i due stadi di ingresso del preamplificatore.

Con riferimento al circuito di figura 4.1 possiamo scrivere la corrente di uscita del primo transconduttore nelle due fasi di clock come:

$$\begin{cases} \Phi_1: i_{u_1} = G_{m_1}(A_A v_{id} - A_B v_{FB}) \\ \Phi_2: i_{u_1} = -G_{m_1}(A_A v_{FB} - A_B v_{id}) \end{cases}$$

Mediando su un ciclo di clock si ha quindi:

$$\begin{aligned} \overline{i_{u_1}} &= \frac{1}{2} [G_{m_1}(A_A v_{id} - A_B v_{FB}) - G_{m_1}(A_A v_{FB} - A_B v_{id})] = \\ &= G_{m_1} \left[\frac{(A_A + A_B)}{2} v_{id} - \frac{(A_A + A_B)}{2} v_{FB} \right] = \bar{A} G_{m_1} (v_{id} - v_{FB}) \end{aligned}$$

L'errore di matching tra le due porte di ingresso è quindi abbattuto notevolmente dalla tecnica port swapping.

La preamplificazione media differirà comunque da quella nominale, introducendo un errore sul polo del sistema, tuttavia si è praticamente azzerato il mismatch tra le amplificazioni ricevute dai due segnali di ingresso e di feedback, il quale porterebbe ad un errore inaccettabile sul guadagno totale della cella.

4.4.2 Cancellazione dell'errore dovuto alle capacità di ingresso

Come osservato nel secondo capitolo, le capacità di ingresso introducono un errore relativo sul guadagno esprimibile come:

$$\varepsilon_C \cong 4R_S C_{in} f_c$$

Questo risultato non è tuttavia adeguato all'interfaccia discussa in questa sede, la quale ha un'architettura sicuramente più complessa di quella da cui abbiamo ottenuto l'espressione sopracitata, andiamo dunque ad analizzare una struttura più consona alla nostra applicazione.

In figura 4.4 è mostrato un generico amplificatore chopper fully-diff reazionato in cui si utilizza un modulatore di ingresso classico:

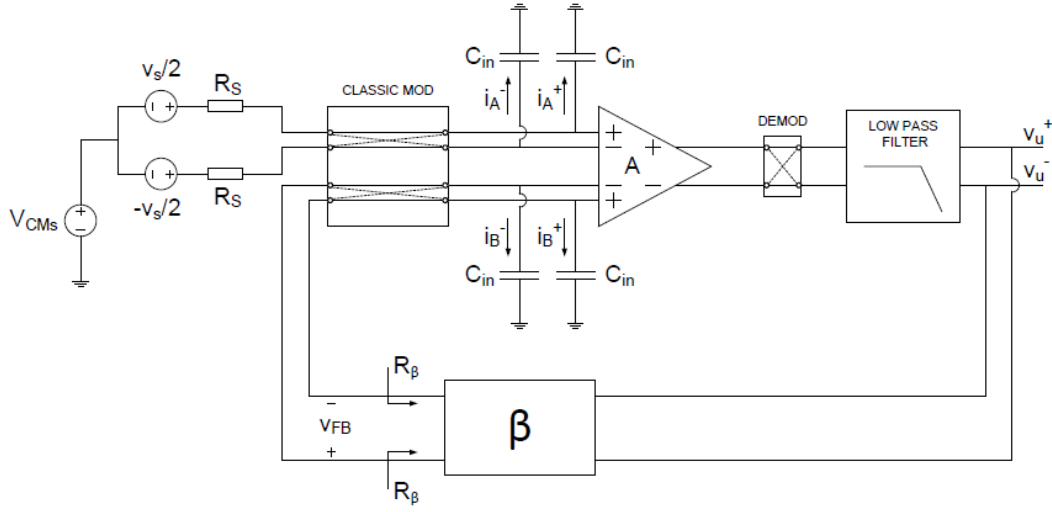


Figura 4.4: Amplificatore chopper fully-diff con modulatore classico e relative capacità di ingresso

Come al solito facciamo un'analisi in continua poiché, come osservato nel secondo capitolo, i risultati ottenuti rimangono validi per tutti i segnali di ingresso con spettro in frequenza limitato rispetto alla banda del sistema; il segnale con cui andiamo a stimolare il sistema è dunque:

$$v_s = V_s$$

Inoltre osserviamo che per il CCV generalizzato sull'amplificatore si ha:

$$v_{TOT}^+ = v_{TOT}^- \Rightarrow v_i^+ + v_{FB}^- = v_i^- + v_{FB}^+ \Rightarrow (v_i^+ - v_i^-) = (v_{FB}^+ - v_{FB}^-)$$

Dunque, se si considera verificato il CCV generalizzato, la tensione v_{FB} risulta:

$$v_{FB} = v_{id}$$

Supponendo che durante la fase 1 del clock il percorso nel modulatore sia indicato dalle linee a tratto continuo, andiamo a scrivere lo scambio di carica sulle capacità di ingresso durante tale semiperiodo:

$$\phi_1: \begin{cases} \Delta Q_{A^+}^{(1)} = C_{in} \left[\left(V_{CMs} + \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CMs} - \frac{V_s}{2} \right) \right] = C_{in} V_s \\ \Delta Q_{A^-}^{(1)} = C_{in} \left[\left(V_{CMs} - \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CMs} + \frac{V_s}{2} \right) \right] = -C_{in} V_s \\ \Delta Q_{B^+}^{(1)} = C_{in} \left[\left(V_{CMs} - \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CMs} + \frac{V_s}{2} \right) \right] = -C_{in} V_s \\ \Delta Q_{B^-}^{(1)} = C_{in} \left[\left(V_{CMs} + \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CMs} - \frac{V_s}{2} \right) \right] = C_{in} V_s \end{cases}$$

Mentre durante la fase 2 si avrà uno scambio di carica pari ed opposto:

$$\phi_2: \begin{cases} \Delta Q_{A^+}^{(2)} = C_{in} \left[\left(V_{CM_S} - \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CM_S} + \frac{V_s}{2} \right) \right] = -C_{in} V_s \\ \Delta Q_{A^-}^{(2)} = C_{in} \left[\left(V_{CM_S} + \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CM_S} - \frac{V_s}{2} \right) \right] = C_{in} V_s \\ \Delta Q_{B^+}^{(2)} = C_{in} \left[\left(V_{CM_S} + \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CM_S} - \frac{V_s}{2} \right) \right] = C_{in} V_s \\ \Delta Q_{B^-}^{(2)} = C_{in} \left[\left(V_{CM_S} - \frac{V_s}{2} \right) - \left(V_{CM_S} + \frac{V_s}{2} \right) \right] = -C_{in} V_s \end{cases}$$

Di conseguenza possiamo scrivere le correnti medie nelle capacità durante la fase 1:

$$\phi_1: \begin{cases} I_{A^+}^{(1)} = \Delta Q_{A^+}^{(1)} \frac{2}{T_c} = 2V_s f_c C_{in} \\ I_{A^-}^{(1)} = \Delta Q_{A^-}^{(1)} \frac{2}{T_c} = -2V_s f_c C_{in} \\ I_{B^+}^{(1)} = \Delta Q_{B^+}^{(1)} \frac{2}{T_c} = -2V_s f_c C_{in} \\ I_{B^-}^{(1)} = \Delta Q_{B^-}^{(1)} \frac{2}{T_c} = 2V_s f_c C_{in} \end{cases}$$

E durante la fase 2:

$$\phi_2: \begin{cases} I_{A^+}^{(2)} = \Delta Q_{A^+}^{(2)} \frac{2}{T_c} = -2V_s f_c C_{in} \\ I_{A^-}^{(2)} = \Delta Q_{A^-}^{(2)} \frac{2}{T_c} = 2V_s f_c C_{in} \\ I_{B^+}^{(2)} = \Delta Q_{B^+}^{(2)} \frac{2}{T_c} = 2V_s f_c C_{in} \\ I_{B^-}^{(2)} = \Delta Q_{B^-}^{(2)} \frac{2}{T_c} = -2V_s f_c C_{in} \end{cases}$$

Dal circuito di figura 4.4 la tensione di uscita in fase 1 risulta quindi:

$$V_{ud}^{(1)} = A \left[V_s - \beta V_{ud}^{(1)} + \left(-R_S I_{A^+}^{(1)} - R_\beta I_{B^+}^{(1)} \right) - \left(-R_S I_{A^-}^{(1)} - R_\beta I_{B^-}^{(1)} \right) \right]$$

Ovvero:

$$\begin{aligned} V_{ud}^{(1)} (1 + \beta A) &= A V_s [1 + 2f_c C_{in} (-R_S + R_\beta - R_S + R_\beta)] = \\ &= A V_s [1 - 4f_c C_{in} (R_S - R_\beta)] \end{aligned}$$

Tenendo conto dell'inversione introdotta dal demodulatore, la tensione di uscita in fase 2 può essere scritta come:

$$V_{ud}^{(2)} = A \left[V_s - \beta V_{ud}^{(2)} + \left(-R_S I_{A^-}^{(2)} - R_\beta I_{B^-}^{(2)} \right) - \left(-R_S I_{A^+}^{(2)} - R_\beta I_{B^+}^{(2)} \right) \right]$$

Di conseguenza otteniamo:

$$\begin{aligned} V_{ud}^{(2)}(1 + \beta A) &= AV_s [1 + 2f_c C_{in}(-R_S + R_\beta - R_S + R_\beta)] = \\ &= AV_s [1 - 4f_c C_{in}(R_S - R_\beta)] \end{aligned}$$

Mediando su un periodo di clock possiamo dunque scrivere:

$$V_{ud}(1 + \beta A) = \frac{(1 + \beta A)}{2} (V_{ud}^{(1)} + V_{ud}^{(2)}) = AV_s [1 - 4f_c C_{in}(R_S - R_\beta)]$$

E quindi il guadagno in continua risulta:

$$H_0 = \frac{V_{ud}}{V_s} = \frac{A}{1 + \beta A} [1 - 4(R_S - R_\beta)f_c C_{in}]$$

Dunque si ha un errore tipico dei sistemi reazionati dovuto al guadagno d'anello non infinito, inoltre appare il termine a cui siamo interessati, che rappresenta l'errore dovuto alle capacità di ingresso dell'amplificatore. In conclusione per un amplificatore chopper fully-diff reazionato in cui si utilizza un modulatore classico possiamo scrivere:

$$\varepsilon_c^{Classico} = 4|R_S - R_\beta|f_c C_{in}$$

Questo errore può essere abbattuto adattando la rete di reazione alla sorgente, ovvero facendo in modo che le resistenze viste dalle capacità siano identiche; è ovvio che questa soluzione comporta dei problemi, infatti si avrebbe un aumento del rumore generato dalle resistenze di reazione, il quale potrebbe divenire non più trascurabile, inoltre otterremmo un amplificatore ottimizzato solo per una sorgente specifica. Adesso guardiamo il circuito di figura 4.5, in cui si utilizza la tecnica port swapping:

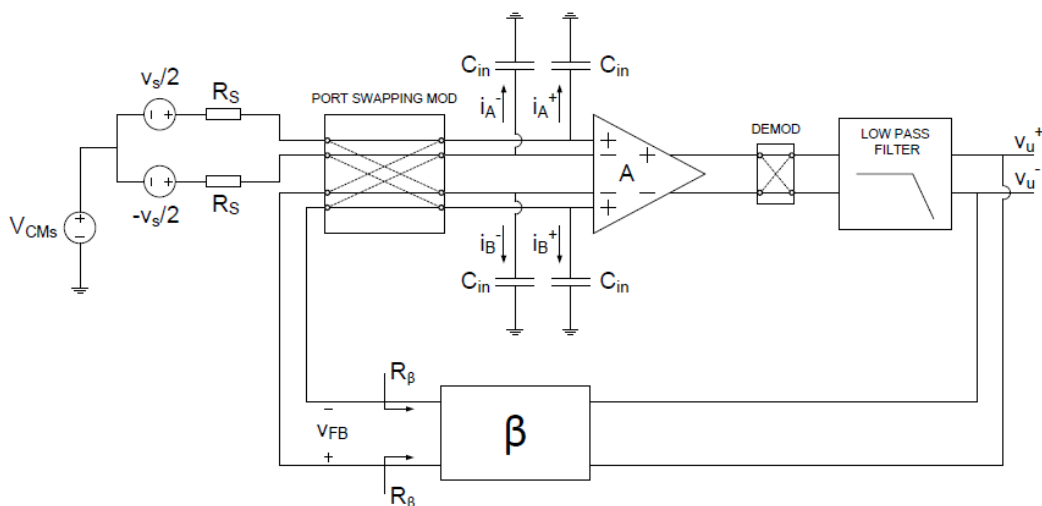


Figura 4.5: Amplificatore chopper fully-diff con modulatore port swapping e relative capacità di ingresso

Le tensioni ai capi delle capacità agli istanti immediatamente antecedenti alle due commutazioni saranno evidentemente le stesse del caso classico, infatti il segnale e la tensione di feedback dovranno presentarsi alternativamente scambiate di segno per realizzare la modulazione chopper, quindi anche le correnti medie nelle due fasi di clock sono le stesse calcolate nel caso di modulazione classica; osserviamo inoltre che nel primo semiperiodo anche il percorso rimane il medesimo, dunque anche utilizzando il modulatore port swapping otteniamo:

$$V_{ud}^{(1)}(1 + \beta A) = AV_s[1 - 4f_c C_{in}(R_S - R_\beta)]$$

Le cose cambiano invece nel secondo semiperiodo di clock, durante il quale si ha lo scambio delle porte; tenendo conto dell'inversione introdotta dal demodulatore di uscita abbiamo:

$$V_{ud}^{(2)} = A \left[V_s - \beta V_{ud}^{(2)} + \left(-R_\beta I_{A^-}^{(2)} - R_S I_{B^-}^{(2)} \right) - \left(-R_\beta I_{A^+}^{(2)} - R_S I_{B^+}^{(2)} \right) \right]$$

E dunque:

$$\begin{aligned} V_{ud}^{(2)}(1 + \beta A) &= AV_s[1 + 2f_c C_{in}(-R_\beta + R_S - R_\beta + R_S)] = \\ &= AV_s[1 + 4f_c C_{in}(R_S - R_\beta)] \end{aligned}$$

Mediando su un periodo di clock si ottiene quindi:

$$V_{ud}(1 + \beta A) = \frac{(1 + \beta A)}{2} (V_{ud}^{(1)} + V_{ud}^{(2)}) = AV_s$$

Il guadagno in continua non è dunque affetto, almeno teoricamente, dall'errore dovuto alle capacità di ingresso, infatti risulta:

$$H_0 = \frac{V_{ud}}{V_s} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

In conclusione possiamo scrivere:

$$\varepsilon_C^{Port\ Swapping} = 0$$

4.5 Mismatch sul secondo integratore

Nel calcolo della funzione di trasferimento completa abbiamo esplicitato la differenza tra le preamplificazioni, la quale introduce un errore sul guadagno della cella; abbiamo poi dimostrato che con la tecnica port swapping tale errore viene cancellato, poiché A_A e A_B vengono mediate su un periodo di clock.

Osservando l'architettura proposta in figura 4.1 si nota tuttavia che anche il secondo transduttore presenta una doppia porta di ingresso, andiamo

dunque ad analizzare gli effetti del mismatch su tale stadio, introducendo le due transconduttanze G_{m2A} e G_{m2B} :

$$\begin{aligned} V_{ud}(s) &= \frac{2I_{u2}(s)}{sC_2} = \frac{2}{sC_2} \left[G_{m2A} V_2(s) - G_{m2B} V_{ud}(s) \right] = \\ &= \frac{4G_{m2A} I_{u1}(s)}{s^2 C_1 C_2} - \frac{2G_{m2B}}{sC_2} V_{ud}(s) = \\ &= \frac{4G_{m1} G_{m2A}}{s^2 C_1 C_2} V_1(s) - \frac{2G_{m2B}}{sC_2} V_{ud}(s) \\ &= \frac{4G_{m1} G_{m2A}}{s^2 C_1 C_2} A_{PA} [V_{id}(s) - V_{FB}(s)] - \frac{2G_{m2B}}{sC_2} V_{ud}(s) \end{aligned}$$

Ovvero:

$$V_{ud}(s) = \frac{4G_{m1} G_{m2A} A_{PA}}{s^2 C_1 C_2} V_{id}(s) - \frac{4G_{m1} G_{m2A} \beta A_{PA}}{s^2 C_1 C_2} V_{ud}(s) - \frac{2G_{m2B}}{sC_2} V_{ud}(s)$$

Sviluppando i calcoli si ottiene:

$$V_{ud}(s) \left[1 + \frac{4G_{m1} G_{m2A} \beta A_{PA}}{s^2 C_1 C_2} + \frac{2G_{m2B}}{sC_2} \right] = V_{id}(s) \frac{4G_{m1} G_{m2A} A_{PA}}{s^2 C_1 C_2}$$

La funzione di trasferimento risulta quindi:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{V_{ud}(s)}{V_{id}(s)} = \frac{4A_{PA} G_{m1} G_{m2A}}{s^2 C_1 C_2} \frac{s^2 C_1 C_2}{s^2 C_1 C_2 + 4A_{PA} \beta G_{m1} G_{m2A} + 2s C_1 G_{m2B}} = \\ &= \frac{4A_{PA} G_{m1} G_{m2A}}{s^2 C_1 C_2 + s 2C_1 G_{m2B} + 4A_{PA} \beta G_{m1} G_{m2A}} \end{aligned}$$

Dividendo e moltiplicando per $4A_{PA} \beta G_{m1} G_{m2A}$ si ottiene infine:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{\beta}}{s^2 \frac{C_1 C_2}{4G_{m1} G_{m2A} \beta A_{PA}} + s \frac{C_1}{2G_{m1} \beta A_{PA}} \frac{G_{m2B}}{G_{m2A}} + 1}$$

Da cui si osserva che il mismatch sulle porte di ingresso del secondo integratore va ad influire esclusivamente sul fattore di qualità Q del filtro, e non su parametri fondamentali come guadagno e frequenza di taglio.

4.6 Analisi del preamplificatore

Come abbiamo avuto modo di osservare, il preamplificatore è lo stadio più critico sia in termini di rumore riportato in ingresso che di consumo di potenza, l'architettura utilizzata è riportata in figura 4.6:

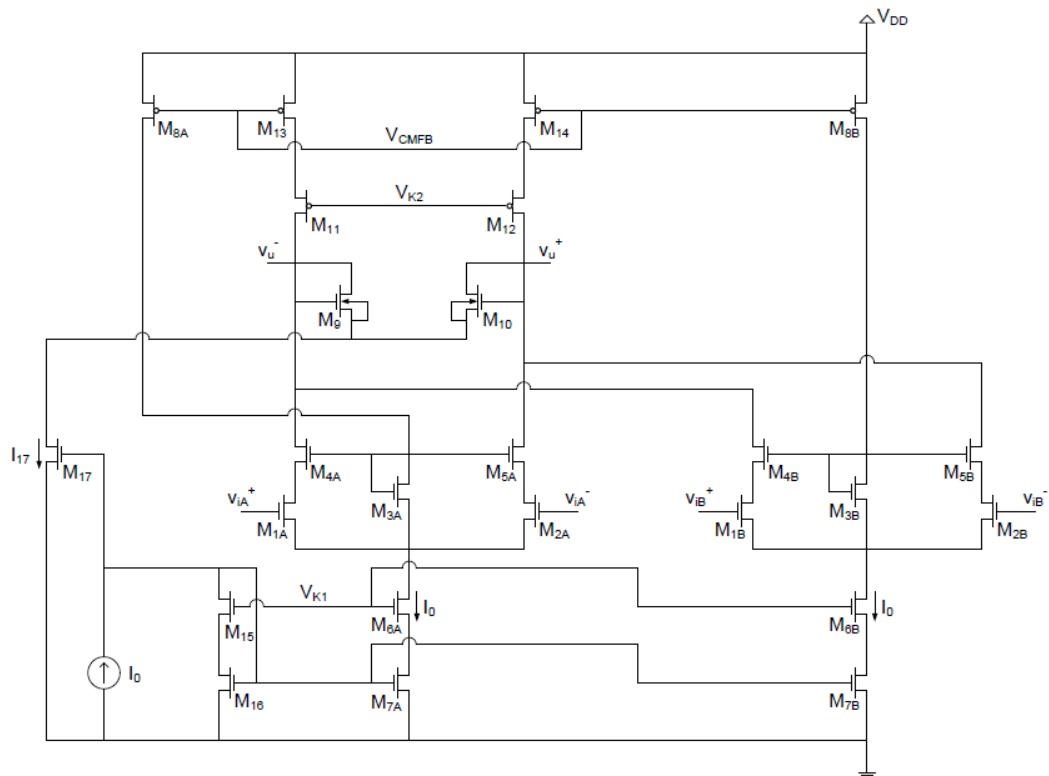


Figura 4.6: Architettura del preamplificatore

Il guadagno deve essere preciso, poiché va ad influenzare la frequenza di taglio ed il fattore di qualità della cella, dunque deve essere determinato dal rapporto di grandezze omogenee; per far questo si utilizza un carico dinamico realizzato dai transistori M_9 - M_{10} , il quale risulta in parallelo alla resistenza di uscita dell'amplificatore che per poter essere trascurata dovrà essere molto elevata. L'aspetto appena discusso ci indirizza necessariamente verso una soluzione cascode, inoltre come vedremo, a causa della piccola entità del segnale di ingresso, la dinamica di uscita non risulta una specifica troppo stringente, per questi motivi si è utilizzato un amplificatore cascode telescopico, che a differenza del folded cascode introduce un rumore minore a parità di corrente assorbita.

Prima di tutto calcoleremo il guadagno differenziale; un'espressione analitica di A_{PA} in funzione delle correnti di riposo e delle tensioni di overdrive dei transistori risulterà infatti estremamente utile in fase di dimensionamento del preamplificatore.

4.6.1 Calcolo dell'amplificazione differenziale

I transistori di carico, per come sono montati, offrono ciascuno una resistenza dinamica pari a $1/g_m$, dunque l'equivalente di Norton sulle uscite risulta quello mostrato in figura 4.7:

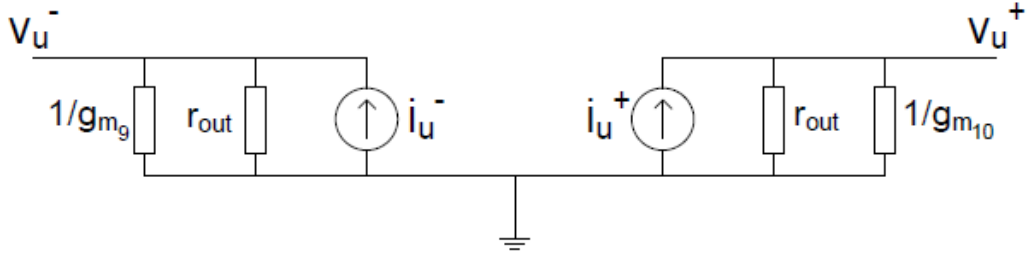


Figura 4.7: Equivalente di Norton sulle uscite del preamplificatore

Da cui si ricava immediatamente:

$$v_{ud} = v_u^+ - v_u^- = i_u^+ \left(r_{out} \parallel \frac{1}{g_{m_9}} \right) - i_u^- \left(r_{out} \parallel \frac{1}{g_{m_{10}}} \right)$$

Le variazioni delle correnti sono quelle prodotte da una coppia differenziale, supponendo i transistori di ingresso identici si ha:

$$\begin{cases} i_u^+ = \frac{1}{2} g_{m_1} v_{id} \\ i_u^- = -\frac{1}{2} g_{m_1} v_{id} \end{cases}$$

Se anche i MOSFET del carico sono uguali si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} v_{ud} &= \frac{1}{2} g_{m_1} v_{id} \left(r_{out} \parallel \frac{1}{g_{m_9}} \right) + \frac{1}{2} g_{m_1} v_{id} \left(r_{out} \parallel \frac{1}{g_{m_9}} \right) = \\ &= g_{m_1} v_{id} \left(r_{out} \parallel \frac{1}{g_{m_9}} \right) \end{aligned}$$

L'architettura cascode garantisce una resistenza di uscita molto maggiore di quella offerta dal carico, dunque si può trascurare r_{out} nel parallelo ottenendo:

$$A_{PA} = \frac{v_{ud}}{v_{id}} \cong \frac{g_{m_1}}{g_{m_9}}$$

L'amplificazione è data da un rapporto di transconduttanze e questo garantisce un'ottima precisione per le motivazioni esposte nel secondo capitolo. Andiamo adesso ad esplicitare il risultato ottenuto in termini di corrente di riposo e di tensioni di overdrive; per definizione la transconduttanza differenziale di un MOSFET in saturazione risulta:

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{\partial}{\partial V_{GS}} I_D = \frac{\partial}{\partial V_{GS}} \left[\frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_t)^2 (1 + \lambda V_{DS}) \right] = \frac{\beta}{2} (1 + \lambda V_{DS}) 2(V_{GS} - V_t) = \\ &= \beta (V_{GS} - V_t) (1 + \lambda V_{DS}) \end{aligned}$$

Da cui immediatamente si ricava:

$$g_m = \frac{2I_D}{(V_{GS} - V_t)}$$

Per ottenere guadagni elevati servono dunque coppie differenziali polarizzate con grandi correnti di riposo e con basse tensioni di overdrive; dalla formula della transconduttanza sembrerebbe addirittura che spingendoci verso la soglia di accensione dei MOSFET si possano ottenere amplificazioni grandi a piacere. Nella realtà ciò non accade, infatti esiste un limite inferiore della tensione di overdrive, oltre il quale si ha la saturazione della caratteristica g_m/I_D come mostrato nel grafico di figura 4.8:

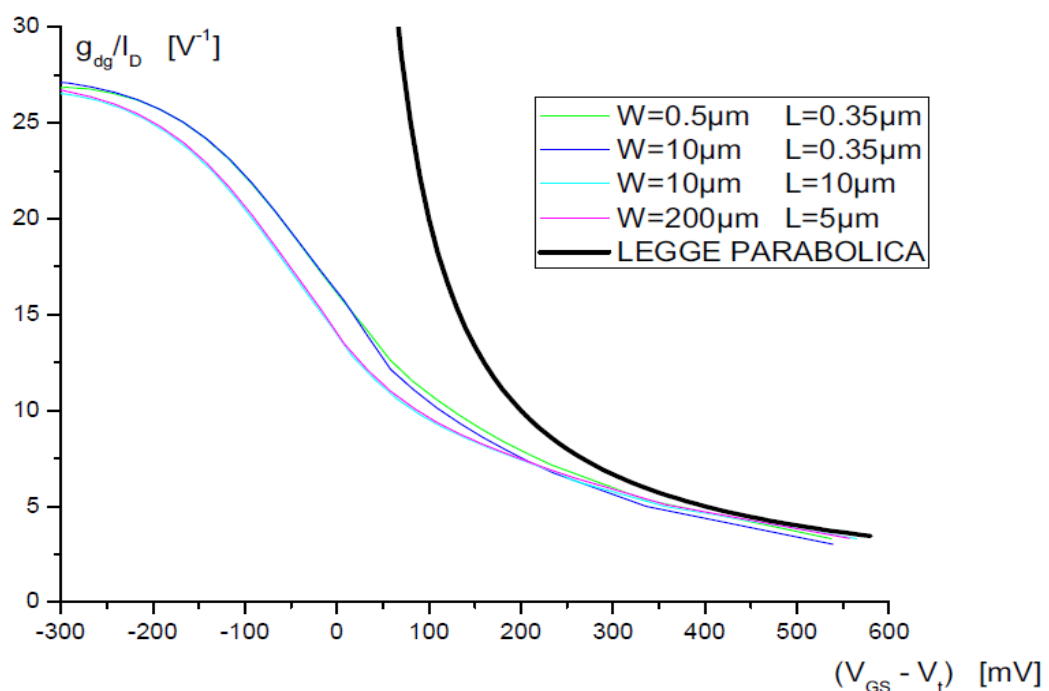


Figura 4.8: Saturazione della caratteristica g_{dg}/I_D

Le simulazioni sono state eseguite su quattro dispositivi MOSFET di dimensioni diverse e come transconduttanza differenziale è stato utilizzato il parametro g_{dg} fornito dal simulatore; per correttezza ricordiamo che il processo di riferimento è il BCD6s di STMicroelectronics.

Le motivazioni della saturazione della caratteristica g_m/I_D sono da ricercarsi nel modello matematico utilizzato, infatti spingendoci verso la soglia di inversione l'espressione della corrente di saturazione utilizzata mostra tutti i suoi limiti; in particolare in debole inversione la legge parabolica non è più valida e la corrente ha andamento esponenziale in funzione della tensione di overdrive:

$$I_D = 2\eta\beta V_T^2 e^{\frac{(V_{GS}-V_t)}{\eta V_T}}$$

Dove $\eta=1.4\div 1.5$ è un parametro di origine empirica. Derivando si ottiene:

$$g_m = \frac{\partial}{\partial V_{GS}} I_D = \frac{\partial}{\partial V_{GS}} \left[2\eta\beta V_T^2 e^{\frac{(V_{GS}-V_t)}{\eta V_T}} \right] = 2\eta\beta V_T^2 e^{\frac{(V_{GS}-V_t)}{\eta V_T}} \frac{1}{\eta V_T}$$

Da cui la transconduttanza differenziale in debole inversione risulta:

$$g_m = \frac{I_D}{\eta V_T}$$

In questo lavoro di tesi ci proponiamo di progettare un amplificatore da strumentazione a basso rumore e ridotto consumo di corrente, servono dunque coppie differenziali del preamplificatore con elevati g_m al fine di abbattere il rumore termico, ma al contempo non si può aumentare troppo la corrente di polarizzazione; risulta evidente che il miglior compromesso si ottiene per grandi valori del rapporto g_m/I_D , per questo motivo i transistori di ingresso del preamplificatore saranno polarizzati in debole inversione.

Il guadagno può essere dunque espresso come:

$$A_{PA} \cong \frac{g_{m_1}}{g_{m_9}} = \frac{I_1}{\eta V_T} \frac{(V_{GS} - V_t)_9}{2I_9} = \frac{I_0}{\eta V_T} \frac{(V_{GS} - V_t)_9}{2 \frac{I_{17}}{2}}$$

E dunque in conclusione:

$$A_{PA} \cong \frac{I_0}{I_{17}} \frac{(V_{GS} - V_t)_9}{2\eta V_T}$$

Vale la pena notare che per ottenere guadagni elevati non possiamo ridurre troppo I_{17} in quanto, per un corretto funzionamento dell'amplificatore, la corrente di riposo del carico deve essere molto maggiore della corrente differenziale che vi scorre producendo la variazione della tensione di uscita:

$$i_u^+ \ll I_{10} \Rightarrow \frac{1}{2} g_{m_1} v_{id} \ll \frac{I_{17}}{2} \Rightarrow I_{17} \gg g_{m_1} v_{id_{MAX}}$$

Grandi variazioni della corrente che scorre nel carico produrrebbero una variazione eccessiva della transconduttanza differenziale, introducendo distorsione. Si può e si deve invece agire sulla tensione di overdrive del carico, che risulterà quindi piuttosto elevata; questo può creare dei problemi, infatti dal circuito di figura 4.6 possiamo scrivere, a riposo:

$$V_u^- = V_{CMO} = V_{GS_9} + V_{DS_{17}} = (V_{GS} - V_t)_9 + V_{DS_{17}} + V_{t_9}$$

Da cui immediatamente:

$$V_{DS_{17}} = V_{CMO} - (V_{GS} - V_t)_9 - V_{t_9}$$

Per garantire la saturazione di M_{17} bisogna imporre:

$$V_{DS_{17}} > (V_{GS} - V_t)_{17} \Rightarrow V_{CMO} - (V_{GS} - V_t)_9 - V_{t_9} > (V_{GS} - V_t)_{17}$$

Sostituendo dei valori progettuali compatibili con l'obiettivo di ottenere un guadagno elevato abbiamo, ad esempio:

$$\begin{cases} V_{CMO} = 1.65 \text{ V} \\ (V_{GS} - V_t)_9 \cong 900 \text{ mV} \\ (V_{GS} - V_t)_{17} \cong 100 \text{ mV} \end{cases} \Rightarrow V_{t_9} \leq 650 \text{ mV}$$

Dobbiamo dunque assicurarci che i transistori che formano il carico non soffrano dell'effetto body, altrimenti risulterebbe difficoltoso mantenere M_{17} in saturazione; per questo motivo sarà necessario realizzare M_9 - M_{10} in un'apposita pWell isolata dal substrato e contattata con i source. Questa opzione non è disponibile nei processi CMOS standard, è tuttavia resa possibile dalle caratteristiche del processo BCD6s utilizzato.

4.6.2 Analisi di rumore

Per eseguire l'analisi di rumore ci riferiamo ad un circuito linearizzato per le variazioni, in cui ad ogni transistor si aggiunge il generatore di rumore di corrente equivalente collegato tra drain e source; le dsp di rumore termico e flicker sono quelle osservate nel primo capitolo:

$$\begin{cases} S_{I_n}^{Th} = \frac{8}{3}KTg_m \\ S_{I_n}^{Fk}(f) = \frac{N_f}{WL} \frac{g_m^2}{f} \end{cases}$$

Il preamplificatore è composto, escludendo il circuito di controllo del modo comune di uscita, da venticinque MOSFET, dunque per non appesantire inutilmente il circuito equivalente andiamo prima a dimostrare che alcuni transistori non contribuiscono al rumore in uscita.

Come osservato l'analisi di rumore si esegue su un circuito linearizzato, dunque è possibile utilizzare la sovrapposizione degli effetti; prendiamo ad esempio in esame il transistor M_{5A} , e suddividiamo il suo generatore di corrente di rumore equivalente collegato tra drain e source in due generatori identici, uno che aspira corrente dal drain e l'altro che la inietta nel source, come mostrato in figura 4.9. Dal circuito abbiamo escluso le coppie di transistori M_{3A} - M_{8A} e M_{3B} - M_{8B} in quanto hanno l'unico scopo di fissare i potenziali di gate dei MOSFET M_{4A} - M_{5A} e M_{4B} - M_{5B} . È inoltre ovvio che i due generatori di rumore indicati in figura 4.9 sono di valore uguale, abbiamo utilizzato notazioni differenti solo per evidenziare i diversi contributi.

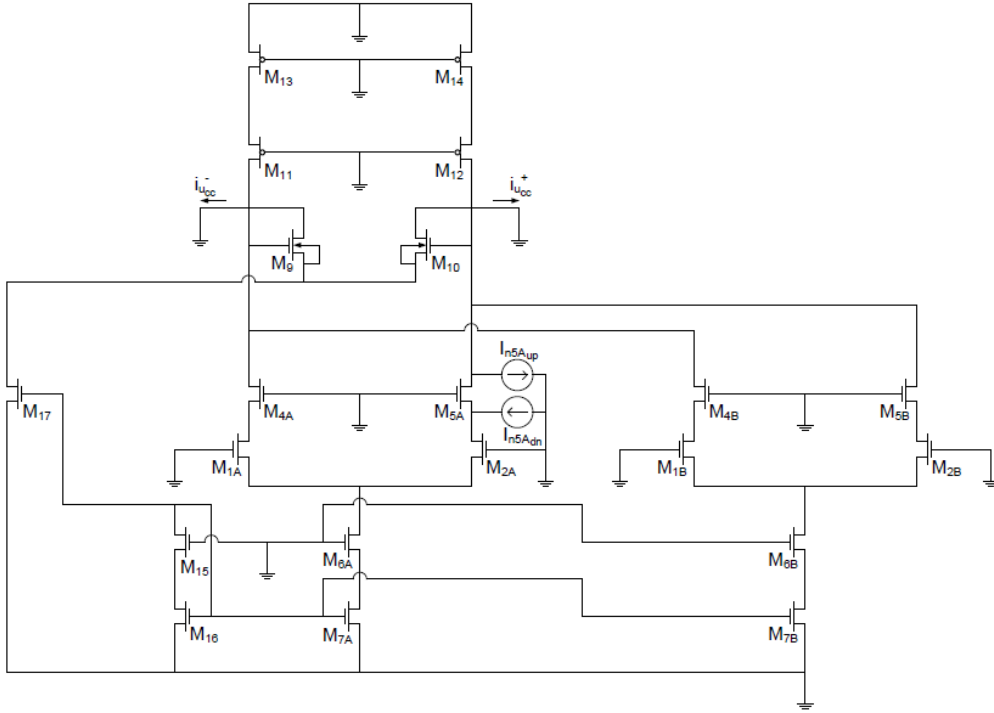


Figura 4.9: Circuito equivalente per l'analisi del rumore in uscita dovuto esclusivamente al transistore M_{5A}

Il generatore I_{n5Aup} vede una resistenza verso massa nulla e quindi darà un contributo:

$$i_{u_{ccup}}^+ = -I_{n5Aup}$$

Il generatore I_{n5Adn} vede invece un partitore di corrente, possiamo dunque scrivere, considerando che la resistenza vista da un drain è estremamente più elevata di quella vista da un source:

$$i_{u_{ccdn}}^+ = I_{n5Adn} \frac{r_{VD2A}}{r_{VD2A} + r_{VS5A}} \cong I_{n5Adn}$$

E dunque si ottiene:

$$i_{u_{cc}}^+ = i_{u_{ccup}}^+ + i_{u_{ccdn}}^+ \approx -I_{n5Aup} + I_{n5Adn} = 0$$

Uno studio identico può essere fatto per tutti i transistori analoghi a M_{5A} , o per i MOSFET degli specchi di polarizzazione delle coppie differenziali e del carico, i quali dunque non contribuiscono al rumore in uscita.

Il circuito per l'analisi di rumore risulta quindi quello di figura 4.10:

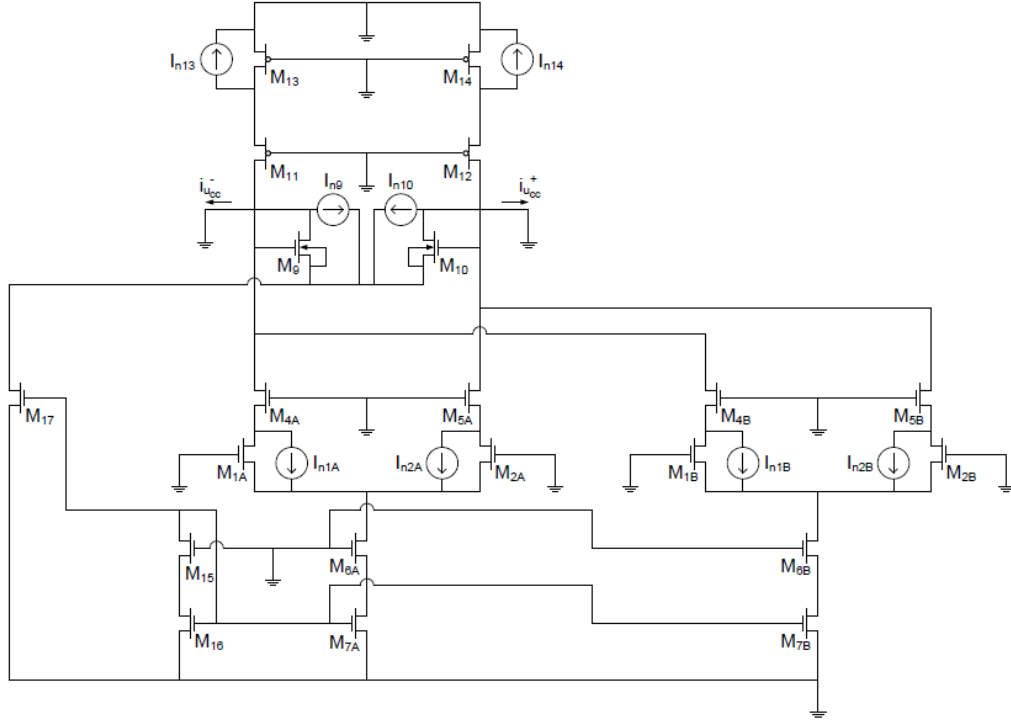


Figura 4.10: Circuito equivalente per l'analisi di rumore del preamplificatore

Dal circuito si ottiene, considerando infinite le resistenze viste dai drain e supponendo simmetriche le due porte di ingresso:

$$V_{u_n} = V_{u_n}^+ - V_{u_n}^- = \frac{i_{u_{cc}}^+}{g_{m_{10}}} - \frac{i_{u_{cc}}^-}{g_{m_9}} \cong$$

$$\cong - \frac{(I_{n_{2A}} + I_{n_{2B}} + I_{n_{10}} + I_{n_{14}})}{g_{m_{10}}} + \frac{(I_{n_{1A}} + I_{n_{1B}} + I_{n_9} + I_{n_{13}})}{g_{m_9}}$$

Considerando i transistori identici a coppie si ottiene una dsp di rumore in uscita:

$$S_{V_{n_{out}}}(f) = \frac{1}{g_{m_9}^2} \left[4S_{I_{n_1}}(f) + 2S_{I_{n_9}}(f) + 2S_{I_{n_{13}}}(f) \right]$$

Utilizzando la medesima notazione vista nell'analisi di rumore della cella si ha quindi, riportando in ingresso:

$$S_{V_{n_{PA}}}(f) = \frac{S_{V_{n_{out}}}(f)}{|A_{PA}|^2} = \frac{g_{m_9}^2}{g_{m_1}^2} S_{V_{n_{out}}}(f) = \frac{2}{g_{m_1}^2} \left[2S_{I_{n_1}}(f) + S_{I_{n_9}}(f) + S_{I_{n_{13}}}(f) \right]$$

Sostituendo le espressioni delle dsp di rumore termico si ottiene:

$$\begin{aligned} S_{V_{nPA}}^{Th} &= \frac{2}{g_{m_1}^2} \left[2 \frac{8}{3} KT g_{m_1} + \frac{8}{3} KT g_{m_9} + \frac{8}{3} KT g_{m_{13}} \right] = \frac{16KT}{3g_{m_1}} \left[2 + \frac{g_{m_9}}{g_{m_1}} + \frac{g_{m_{13}}}{g_{m_1}} \right] = \\ &= \frac{16KT\eta V_T}{3I_1} \left[2 + \frac{1}{A_{PA}} + \frac{2I_{13}}{|V_{GS} - V_t|_{13}} \frac{\eta V_T}{I_1} \right] = \\ &= \frac{16KT\eta V_T}{3 \frac{I_0}{2}} \left[2 + \frac{1}{A_{PA}} + \frac{2(I_0 - I_9)}{|V_{GS} - V_t|_{13}} \frac{\eta V_T}{\frac{I_0}{2}} \right] \end{aligned}$$

Trascurando la corrente di riposo che scorre nel carico rispetto a quella nelle coppie differenziali si ottiene infine:

$$S_{V_{nPA}}^{Th} = \frac{32 \eta (KT)^2}{3 q I_0} \left[2 + \frac{1}{A_{PA}} + \frac{4\eta KT}{q |V_{GS} - V_t|_{13}} \right]$$

Dunque, come era lecito aspettarsi, per ridurre il rumore termico bisogna aumentare la corrente di polarizzazione, inoltre un guadagno elevato abbatte notevolmente il contributo introdotto dai transistori di carico. Osserviamo infine una dipendenza quadratica dalla temperatura del rumore termico introdotto dalle coppie differenziali, mentre quello dovuto agli altri MOSFET cresce con il cubo di T ; è facile convincersi che quanto affermato è vero anche per i transistori di carico osservando l'espressione di A_{PA} :

$$A_{PA} \cong \frac{I_0 (V_{GS} - V_t)_9}{I_{17} 2\eta V_T} \Rightarrow \frac{1}{A_{PA}} \sim T$$

Questa dipendenza del guadagno contrasta evidentemente con l'obiettivo di avere amplificazioni molto precise, tuttavia come osservato il termine A_{PA} va ad incidere solo sulla frequenza di taglio e sul fattore di qualità del filtro, per questo motivo si può rinunciare ad un'eccessiva precisione sul guadagno del preamplificatore, a fronte dei grandi vantaggi che la polarizzazione delle coppie in debole inversione dà in termini di rumore termico a parità di corrente assorbita. Per valutare esattamente l'entità del vantaggio introdotto è necessario osservare il rapporto delle dsp che si ottengono polarizzando i MOSFET di ingresso in debole inversione ed in forte inversione; questa analisi è piuttosto complessa, tuttavia se ci poniamo nel verosimile caso in cui il maggior contributo al rumore è dato dalle coppie differenziali allora le cose si semplificano molto, la polarizzazione in debole inversione porterà infatti dei vantaggi finché:

$$g_{m_1}^{WI} > g_{m_1}^{SI} \Rightarrow \frac{I_1}{\eta V_T} > \frac{2I_1}{(V_{GS} - V_t)_1}$$

Per considerare il MOSFET in forte inversione si dovrà polarizzare il dispositivo con una tensione di overdrive non inferiore al centinaio di mV, dunque:

$$\frac{q}{\eta KT} > 20 \Rightarrow T < \frac{q}{20\eta K} \cong 386K (\cong 113^\circ C)$$

Possiamo dunque concludere che, alle temperature di interesse, la polarizzazione in debole inversione dei MOSFET di ingresso porta sicuramente dei vantaggi dal punto di vista del rumore termico.

Per quanto riguarda il flicker si ottiene, alla frequenza di chopper:

$$\begin{aligned} S_{V_{nPA}}^{Fk}(f_c) &= \frac{2}{g_{m_1}^2} \left[2 \frac{N_{fn}}{W_1 L_1} \frac{g_{m_1}^2}{f_c} + \frac{N_{fn}}{W_9 L_9} \frac{g_{m_9}^2}{f_c} + \frac{N_{fp}}{W_{13} L_{13}} \frac{g_{m_{13}}^2}{f_c} \right] = \\ &= \frac{2}{f_c} \left[2 \frac{N_{fn}}{W_1 L_1} + \frac{N_{fn}}{W_9 L_9} \left(\frac{g_{m_9}}{g_{m_1}} \right)^2 + \frac{N_{fp}}{W_{13} L_{13}} \left(\frac{g_{m_{13}}}{g_{m_1}} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

In conclusione si ha:

$$S_{V_{nPA}}^{Fk}(f_c) = \frac{2}{f_c} \left[2 \frac{N_{fn}}{W_1 L_1} + \frac{N_{fn}}{W_9 L_9} \frac{1}{A_{PA}^2} + \frac{N_{fp}}{W_{13} L_{13}} \left(\frac{4\eta KT}{q|V_{GS} - V_{t_{13}}|} \right)^2 \right]$$

Innanzitutto osserviamo una dipendenza dalla temperatura introdotta dalla polarizzazione in debole inversione, inoltre si nota che per abbattere il rumore flicker si dovrà principalmente agire sull'area dei MOSFET delle coppie differenziali, andando ad aumentare di conseguenza le capacità di ingresso; questo rappresenta un limite della modulazione chopper classica, poiché l'abbattimento del flicker implica necessariamente un aumento dell'errore sul guadagno introdotto dalle squadre R_S-C_{in} . L'innovativa tecnica port swapping utilizzata in questo lavoro di tesi risolve il problema e non introduce, almeno teoricamente, nessun limite sull'aumento dell'area dei transistori delle coppie differenziali, consentendo così una più efficace riduzione del rumore flicker.

4.6.3 Dinamiche

Innanzitutto calcoliamo la dinamica di uscita imponendo il passaggio in zona triodo dei transistori critici, ovvero evidentemente i MOSFET che hanno i drain collegati alle uscite:

$$\begin{cases} V_{DS_{12}} < (V_{GS} - V_t)_{12} & \Rightarrow v_u^+ - V_{D_{14}} < V_{K_2} - V_{D_{14}} - V_{t_{12}} \\ V_{DS_{4A}} > (V_{GS} - V_t)_{4A} & \Rightarrow v_u^- - V_{D_{1A}} > V_{G_{3A}} - V_{D_{1A}} - V_{t_{4A}} \end{cases}$$

A causa del controllo di modo comune, che vedremo in seguito, appena una delle due uscite satura si ha necessariamente anche la saturazione dell'altra uscita, al fine di mantenere il valore medio fissato a V_{CMO} .

Considerando che i due stadi di ingresso sono identici, si possono eliminare pedici superflui e scrivere:

$$\begin{cases} v_u^+ < V_{K_2} - V_{t_{12}} \\ v_u^- > V_{G_3} - V_{t_4} \end{cases} \Rightarrow V_{udMAX} = 2 \min[|v_{uMAX}^+ - V_{CMO}|, |v_{uMIN}^- - V_{CMO}|]$$

Osserviamo che, essendo V_{t4} e V_{t12} tensioni negative, l'effetto body di cui soffrono i transistori M_4 e M_{12} è benefico per la dinamica di uscita; inoltre, vista la simmetria del circuito, lo stesso identico risultato si sarebbe ottenuto sbilanciando l'uscita nel verso opposto, dunque:

$$-V_{ud_{MAX}} < v_{ud} < V_{ud_{MAX}}$$

Passando alla dinamica di ingresso di modo comune notiamo che il limite inferiore sarà dato dall'uscita dalla saturazione dei MOSFET che compongono lo specchio di polarizzazione, mentre il limite superiore è da attribuirsi al passaggio in zona triodo dei transistori di ingresso; i MOSFET delle coppie sono tuttavia polarizzati in debole inversione quindi, variando il modello matematico utilizzato, non è più possibile utilizzare la classica tensione di saturazione derivata dalla legge parabolica. Si potrebbero eseguire i calcoli utilizzando come tensione di saturazione in debole inversione $V_{D_{ssat}}=4V_T$, bisogna tuttavia ricordare che la sorgente prevede la regolazione della tensione di modo comune che si presenta in ingresso all'amplificatore e che quindi, nell'applicazione per cui nasce l'interfaccia progettata, la dinamica di modo comune ha un'importanza relativa, basta infatti garantire una fascia di sicurezza intorno al valore V_{CMS} , valutabile direttamente in fase di simulazione.

La dinamica di ingresso di modo differenziale sarà dettata dal limite di linearità delle coppie in ingresso e non rappresenta una specifica troppo stringente vista la piccola entità dei segnali differenziali da amplificare, le simulazioni evidenzieranno comunque una dinamica che va ben oltre la massima ampiezza dei tipici segnali di ingresso per cui l'interfaccia proposta è progettata.

4.6.4 Polarizzazione a corrente ridotta

Come preannunciato nel terzo capitolo, abbiamo introdotto la possibilità di ridurre notevolmente il consumo di potenza della cella a scapito delle prestazioni in termini di rumore; il preamplificatore assorbe quasi il 90% della corrente totale, dunque siamo intervenuti esclusivamente su tale stadio riducendo la corrente I_0 al 25% di quella utilizzata normalmente. Per non appesantire troppo l'architettura abbiamo modificato solo alcuni transistori, utilizzando una struttura modulare a larghezze di canale diverse. Diminuendo la corrente I_0 si ottengono alcuni problemi di polarizzazione, tuttavia mediante attenti accorgimenti in fase di progetto è possibile fare in modo che la maggior parte dei MOSFET resti nella zona di funzionamento corretta; i transistori che devono necessariamente subire delle modifiche sono M_{3A} - M_{3B} , in quanto andrebbero ad assorbire una corrente non più trascurabile rispetto a quella che polarizza le coppie, ed i MOSFET di carico M_9 - M_{10} che impongono il guadagno, al fine di non spostare la frequenza di taglio della cella. La struttura modulare utilizzata è la stessa per tutti i transistori sopracitati ed è riportata in figura 4.11:

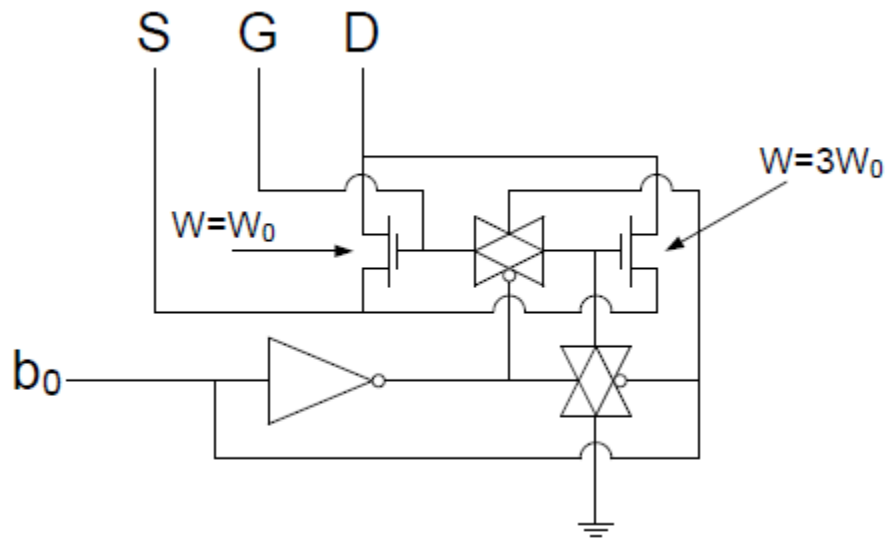


Figura 4.11: Struttura modulare utilizzata per la polarizzazione a corrente ridotta del preamplificatore

Come si può vedere, se il bit di controllo b_0 è alto si ottiene un transistor equivalente con $W=4W_0$, mentre se b_0 è basso il MOSFET di destra viene escluso e si ottiene un transistor con $W=W_0$; agendo sul bit di controllo si può quindi adattare la struttura a seconda della corrente di polarizzazione imposta dagli specchi, in particolare:

$$\begin{cases} I_{BIAS} = I_0 & \Rightarrow b_0 = 1 \\ I_{BIAS} = \frac{I_0}{4} & \Rightarrow b_0 = 0 \end{cases}$$

Come vedremo nel quinto capitolo, lavorando a corrente ridotta le prestazioni in termini di rumore peggiorano, è tuttavia garantito un corretto funzionamento dell'amplificatore.

4.7 Analisi del primo integratore

Il primo integratore è formato da un transconduttore con in uscita le capacità di integrazione. Il transconduttore deve presentare un G_{m1} molto piccolo, al fine di non dover utilizzare capacità troppo elevate per realizzare la bassa frequenza di taglio della cella; per questo motivo si utilizza una topologia con coppia di ingresso realizzata a pMOS, la quale grazie alla più bassa mobilità delle lacune aiuta ad ottenere i bassi valori di transconduttanza richiesti.

La resistenza di uscita deve essere molto elevata per evitare che essa alteri la risposta ideale dell'integratore, per questo motivo si necessita di un'architettura cascode; si utilizza poi una topologia folded al fine di migliorare la dinamica di uscita.

Il circuito che realizza il primo integratore è quello mostrato in figura 4.12:

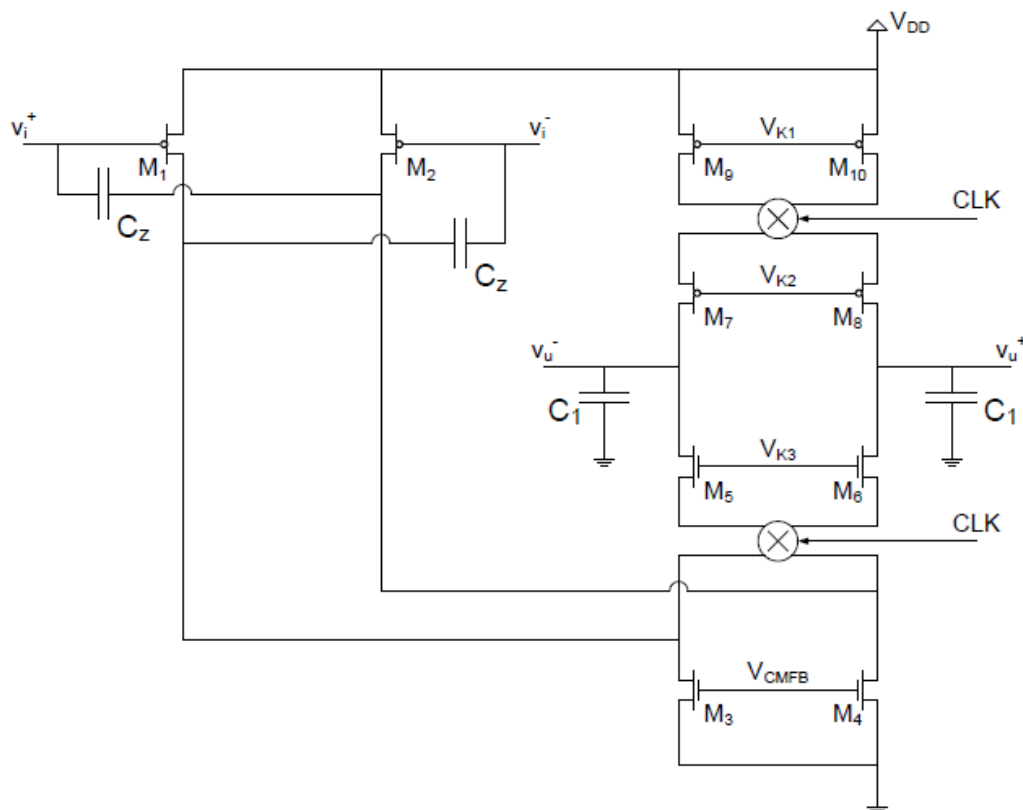


Figura 4.12: Architettura del primo integratore

Il primo integratore comprende anche il demodulatore, il quale viene realizzato mediante due matrici di scambio poste in punti a bassa impedenza, al fine di evitare accoppiamenti capacitivi indesiderati.

I MOSFET M_1 - M_2 formano una coppia pseudo-differenziale, ovvero autopolarizzata dal segnale di ingresso; osserviamo inoltre la presenza di due condensatori C_z , i quali hanno il compito di cancellare lo zero introdotto dalle capacità parassite dei MOSFET di ingresso, particolarmente dannoso in quanto il segnale elaborato dal transconduttore non è in banda base.

Come prima cosa andremo a calcolare la transconduttanza G_{m1} , in particolare osserveremo che quest'ultima risulta pari alla metà della transconduttanza differenziale dei transistori che formano la coppia di ingresso.

4.7.1 Calcolo della transconduttanza

L'equivalente di Norton sulle uscite risulta quello di figura 4.13:

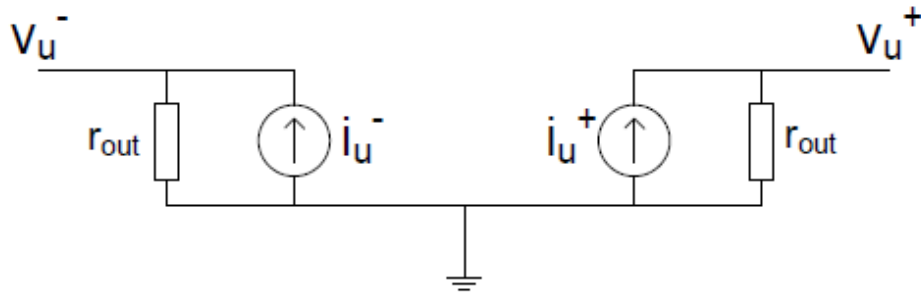


Figura 4.13: Equivalente di Norton sulle uscite del primo integratore

Le correnti sono quelle prodotte dalla coppia pseudo-differenziale, supponendo i transistori di ingresso identici si ha:

$$\begin{cases} i_u^+ = \frac{1}{2} g_{m1} v_{id} \\ i_u^- = -\frac{1}{2} g_{m1} v_{id} \end{cases}$$

Utilizzando la stessa convenzione adottata nel calcolo della funzione di trasferimento, il G_{m1} del transconduttore è dato dal rapporto tra la corrente che scorre in una singola uscita e la tensione differenziale in ingresso; considerando le resistenze di uscita infinite le correnti erogate coincidono con quelle prodotte dalla coppia, dunque si ottiene:

$$G_{m1} = \frac{i_u^+}{v_{id}} \Rightarrow G_{m1} = \frac{g_{m1}}{2}$$

4.7.2 Analisi di rumore

Facciamo riferimento al circuito linearizzato per le variazioni di figura 4.14, dove si riportano le sorgenti di rumore dovute ai MOSFET.

Considerando come al solito infinite le resistenze viste dai drain si ottiene:

$$\begin{aligned} V_{u_n} = V_{u_n^+} - V_{u_n^-} &= i_{u_{cc}^+} r_{out} - i_{u_{cc}^-} r_{out} \cong \\ &\cong r_{out} (-I_{n_2} - I_{n_4} - I_{n_{10}} + I_{n_1} + I_{n_3} + I_{n_9}) \end{aligned}$$

Considerando i transistori identici a coppie si ottiene una dsp di rumore in uscita:

$$S_{V_{n_{out}}}(f) = r_{out}^2 \left[2S_{I_{n_1}}(f) + 2S_{I_{n_3}}(f) + 2S_{I_{n_9}}(f) \right]$$

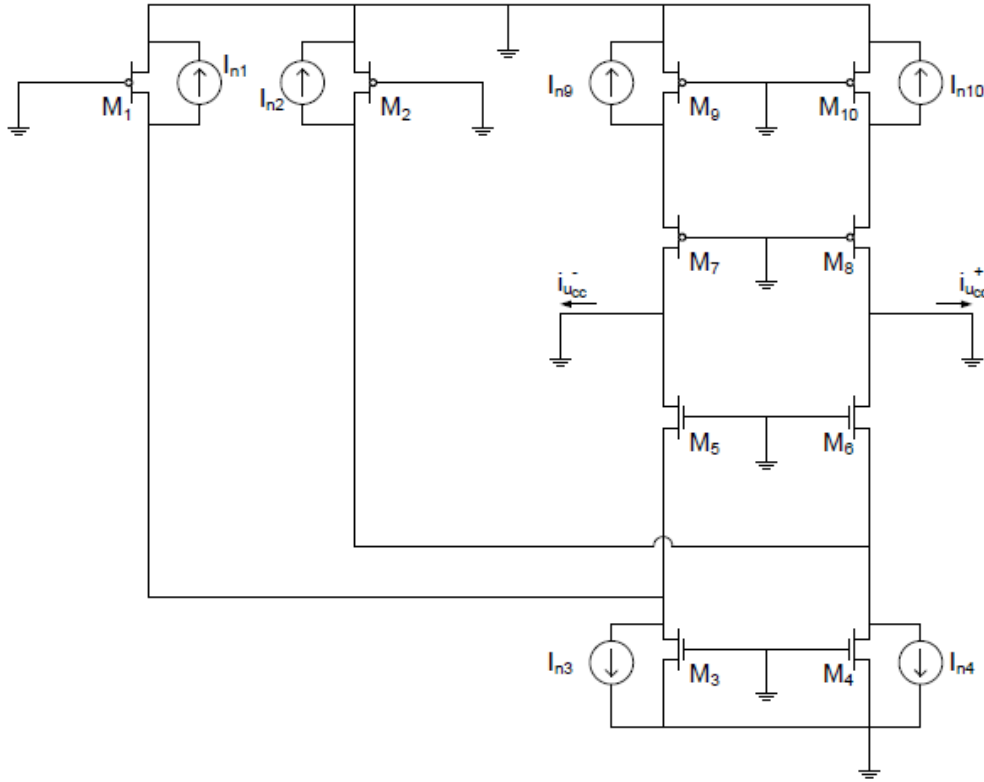


Figura 4.14: Circuito equivalente per l'analisi di rumore del primo integratore

L'amplificazione di tensione si ricava dall'equivalente di Norton e vale:

$$v_{ud} = v_u^+ - v_u^- = (i_u^+ - i_u^-)r_{out} = g_{m_1}v_{id}r_{out} \Rightarrow A_d = \frac{v_{ud}}{v_{id}} = g_{m_1}r_{out}$$

Utilizzando la stessa notazione adottata nell'analisi di rumore della cella si ottiene una dsp riportata in ingresso al transconduttore pari a:

$$S_{V_{n_{PI}}}(f) = \frac{S_{V_{n_{out}}}(f)}{|A_d|^2} = \frac{2}{g_{m_1}^2} [S_{I_{n_1}}(f) + S_{I_{n_3}}(f) + S_{I_{n_9}}(f)]$$

Per quanto riguarda il rumore termico si ha dunque:

$$\begin{aligned} S_{V_{n_{PI}}}^{Th} &= \frac{2}{g_{m_1}^2} \left[\frac{8}{3}KTg_{m_1} + \frac{8}{3}KTg_{m_3} + \frac{8}{3}KTg_{m_9} \right] = \frac{16KT}{3g_{m_1}} \left[1 + \frac{g_{m_3}}{g_{m_1}} + \frac{g_{m_9}}{g_{m_1}} \right] = \\ &= \frac{16}{3}KT \frac{|V_{GS} - V_t|_1}{2I_1} \left[1 + \frac{2I_3|V_{GS} - V_t|_1}{2I_1(V_{GS} - V_t)_3} + \frac{2I_9|V_{GS} - V_t|_1}{2I_1|V_{GS} - V_t|_9} \right] = \\ &= \frac{8}{3}KT \frac{|V_{GS} - V_t|_1}{I_1} \left[1 + \frac{I_3|V_{GS} - V_t|_1}{I_1(V_{GS} - V_t)_3} + \frac{I_9|V_{GS} - V_t|_1}{I_1|V_{GS} - V_t|_9} \right] \end{aligned}$$

Passando al flicker si ha invece, alla frequenza di chopper:

$$\begin{aligned}
 S_{V_{n_{PI}}}^{FK}(f_c) &= \frac{2}{g_{m_1}^2} \left[\frac{N_{fp}}{W_1 L_1} \frac{g_{m_1}^2}{f_c} + \frac{N_{fn}}{W_3 L_3} \frac{g_{m_3}^2}{f_c} + \frac{N_{fp}}{W_9 L_9} \frac{g_{m_9}^2}{f_c} \right] = \\
 &= \frac{2}{f_c} \left[\frac{N_{fp}}{W_1 L_1} + \frac{N_{fn}}{W_3 L_3} \left(\frac{g_{m_3}}{g_{m_1}} \right)^2 + \frac{N_{fp}}{W_9 L_9} \left(\frac{g_{m_9}}{g_{m_1}} \right)^2 \right] = \\
 &= \frac{2}{f_c} \left[\frac{N_{fp}}{W_1 L_1} + \frac{N_{fn}}{W_3 L_3} \left(\frac{I_3 |V_{GS} - V_t|_1}{I_1 (V_{GS} - V_t)_3} \right)^2 + \frac{N_{fp}}{W_9 L_9} \left(\frac{I_9 |V_{GS} - V_t|_1}{I_1 |V_{GS} - V_t|_9} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

Come si vede g_{m_1} è un fattore importante per la riduzione della componente termica del rumore, il che contrasta evidentemente con la necessità di avere una transconduttanza G_{m_1} ridotta; questo aspetto rappresenta il punto critico nella progettazione del primo integratore e porterà a dover utilizzare capacità C_1 piuttosto elevate.

4.7.3 Dinamiche

Come osservato la coppia pseudo-differenziale è polarizzata dal segnale di ingresso, che deve dunque garantire sia l'accensione che la saturazione dei MOSFET, bisogna quindi imporre:

$$\begin{cases}
 V_{GS_1} < V_{t_1} \Rightarrow v_i^+ - V_{DD} < V_{t_1} \\
 V_{GS_2} < V_{t_2} \Rightarrow v_i^- - V_{DD} < V_{t_2} \\
 V_{DS_1} < (V_{GS} - V_t)_1 \Rightarrow V_{D_3} - V_{DD} < v_i^+ - V_{DD} - V_{t_1} \\
 V_{DS_2} < (V_{GS} - V_t)_2 \Rightarrow V_{D_4} - V_{DD} < v_i^- - V_{DD} - V_{t_2}
 \end{cases}$$

Esprimendo il segnale di ingresso in componente differenziale e di modo comune si ottiene, considerando identici i MOSFET della coppia:

$$\begin{cases}
 v_{ic} + \frac{v_{id}}{2} < V_{DD} + V_{t_1} \\
 v_{ic} - \frac{v_{id}}{2} < V_{DD} + V_{t_1} \\
 v_{ic} + \frac{v_{id}}{2} > V_{D_3} + V_{t_1} \\
 v_{ic} - \frac{v_{id}}{2} > V_{D_4} + V_{t_1}
 \end{cases}$$

Per analizzare la dinamica di ingresso di modo comune bisogna imporre $v_{id}=0$, il che comporta per simmetria $V_{D_3}=V_{D_4}$, in definitiva rimangono solamente due disequazioni indipendenti:

$$\begin{cases}
 v_{ic} < V_{DD} + V_{t_1} \\
 v_{ic} > V_{D_3} + V_{t_1} = V_{K_3} - V_{GS_5} + V_{t_1}
 \end{cases}$$

La dinamica di ingresso di modo comune risulta quindi:

$$V_{K_3} - V_{GS_5} + V_{t_1} < v_{ic} < V_{DD} + V_{t_1}$$

Considerando che la tensione comune in ingresso coincide con il modo comune di uscita del preamplificatore, il quale come vedremo deve essere stabilizzato, il range ottenuto è più che sufficiente a garantire un'adeguata fascia di sicurezza.

Per calcolare la dinamica di ingresso di modo differenziale bisogna invece imporre $v_{ic}=V_{CM_I}$, con tale posizione si ottiene:

$$\begin{cases} v_{id} < 2(V_{DD} - V_{CM_I} + V_{t_1}) \\ v_{id} > -2(V_{DD} - V_{CM_I} + V_{t_1}) \\ v_{id} > 2(V_{D_3} - V_{CM_I} + V_{t_1}) \\ v_{id} < -2(V_{D_4} - V_{CM_I} + V_{t_1}) \end{cases}$$

La dinamica sarà data dall'intersezione dei due intervalli, è tuttavia evidente che le ultime due disequazioni risultano meno stringenti delle prime due finché:

$$\begin{cases} 2(V_{D_3} - V_{CM_I} + V_{t_1}) < -2(V_{DD} - V_{CM_I} + V_{t_1}) \Rightarrow V_{D_3} < -V_{DD} + 2V_{CM_I} - 2V_{t_1} \\ -2(V_{D_4} - V_{CM_I} + V_{t_1}) > 2(V_{DD} - V_{CM_I} + V_{t_1}) \Rightarrow V_{D_4} < -V_{DD} + 2V_{CM_I} - 2V_{t_1} \end{cases}$$

Imponendo verosimilmente il modo comune a metà dell'alimentazione si ottiene che le ultime due disequazioni sono meno stringenti fintanto che:

$$V_{CM_I} = \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow \begin{cases} V_{D_3} < -2V_{t_1} \cong 1.3 \text{ V} \\ V_{D_4} < -2V_{t_1} \cong 1.3 \text{ V} \end{cases}$$

Questa condizione sulle tensioni di drain dei transistori M_3 - M_4 è in pratica sempre verificata per qualsiasi segnale differenziale di ingresso, la dinamica di conseguenza è imposta dalle prime due disequazioni e risulta:

$$-2(V_{DD} - V_{CM_I} + V_{t_1}) < v_{id} < 2(V_{DD} - V_{CM_I} + V_{t_1})$$

Per la dinamica di uscita si impone invece il passaggio in zona triodo dei transistori critici:

$$\begin{cases} V_{DS_8} < (V_{GS} - V_t)_8 \Rightarrow v_u^+ - V_{D_{10}} < V_{K_2} - V_{D_{10}} - V_{t_8} \\ V_{DS_5} > (V_{GS} - V_t)_5 \Rightarrow v_u^- - V_{D_3} > V_{K_3} - V_{D_3} - V_{t_5} \end{cases}$$

Di conseguenza si ottiene, ricordando la saturazione di una delle due uscite imposta dal controllo di modo comune:

$$\begin{cases} v_u^+ < V_{K_2} - V_{t_8} \\ v_u^- > V_{K_3} - V_{t_5} \end{cases} \Rightarrow v_{ud_{MAX}} = 2 \min[|v_{u_{MAX}}^+ - V_{CM_O}|, |v_{u_{MIN}}^- - V_{CM_O}|]$$

Come al solito lo stesso calcolo si sarebbe potuto eseguire sbilanciando le uscite nel verso opposto per ottenere la minima v_{ud} , che risulterà identica alla massima ma cambiata di segno.

I transistori M_{1A} - M_{2A} - M_{1B} - M_{2B} - M_3 - M_4 formano il transconduttore a due ingressi realizzato con coppie pseudo-differenziali, mentre lo stadio a valle è un classico amplificatore differenziale a source comune. La struttura semplice del secondo stadio introduce un ridotto ingombro di area ed un rumore piuttosto limitato, garantendo al contempo un'impedenza di ingresso molto elevata; la corrente prodotta dal transconduttore può scorrere quindi esclusivamente nelle capacità C_2 le quali, essendo per necessità di progetto abbastanza grandi, presentano un'impedenza molto minore di quella introdotta dalle capacità parassite dei MOSFET M_5 - M_6 , che possono dunque essere trascurate non influenzando sulla costante di integrazione.

Un inconveniente introdotto da questa soluzione risiede nella resistenza di uscita, che non sarà più estremamente bassa come quella di un operazionale; l'impedenza che si vede dall'uscita della cella è dunque in prima approssimazione imposta dalla rete di reazione, che dovrà comunque presentare una R_β piuttosto limitata, al fine di poter trascurare il suo contributo al rumore totale dell'amplificatore.

4.8.1 Calcolo della transconduttanza

Utilizzando come al solito le notazioni adottate nel calcolo della funzione di trasferimento, anche in questo caso la transconduttanza G_{m2} sarà data dal rapporto tra una singola corrente che scorre in una capacità C_2 e la tensione differenziale in ingresso ad una porta.

Supponendo identici i MOSFET di ingresso, le correnti prodotte da una singola coppia pseudo-differenziale risultano:

$$\begin{cases} i_u^+ = \frac{1}{2} g_{m1} v_{id} \\ i_u^- = -\frac{1}{2} g_{m1} v_{id} \end{cases}$$

E dunque anche per il secondo integratore abbiamo:

$$G_{m2} = \frac{i_u^+}{v_{id}} \Rightarrow G_{m2} = \frac{g_{m1}}{2}$$

4.8.2 Analisi di rumore

Gli unici transistori che non contribuiscono al rumore sono quelli dello specchio di polarizzazione del secondo stadio, inoltre le capacità C_2 verranno considerate dei cortocircuiti, in quanto anche se alle frequenze di interesse presentano ancora una reattanza rilevante, quest'ultima è comunque trascurabile rispetto all'impedenza teoricamente infinita offerta dai gate dei MOSFET ed alla

resistenza di uscita dello stadio precedente; il circuito equivalente risulta quindi quello mostrato in figura 4.16:

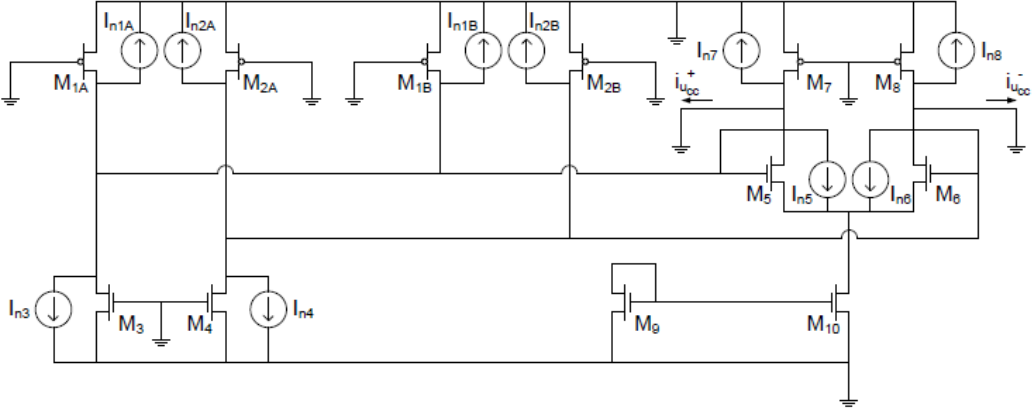


Figura 4.16: Circuito equivalente per l'analisi di rumore del secondo integratore

Come al solito la tensione di rumore in uscita potrà essere scritta come:

$$V_{u_n} = V_{u_n}^+ - V_{u_n}^- = i_{u_{cc}}^+ r_{out} - i_{u_{cc}}^- r_{out}$$

Dunque supponendo simmetriche le porte di ingresso e considerando infinite le resistenze viste dai drain si ottiene:

$$V_{u_n} \cong r_{out} (-I_{n_{1A}} - I_{n_{1B}} - I_{n_3} - I_{n_5} - I_{n_7} + I_{n_{2A}} + I_{n_{2B}} + I_{n_4} + I_{n_6} + I_{n_8})$$

Se i transistori sono identici a coppie la dsp di rumore in uscita risulta quindi:

$$S_{V_{n_{out}}}(f) = r_{out}^2 [4S_{I_{n_1}}(f) + 2S_{I_{n_3}}(f) + 2S_{I_{n_5}}(f) + 2S_{I_{n_7}}(f)]$$

Come già osservato nell'analisi di rumore della cella, prenderemo come riferimento il valore della dsp in uscita alla frequenza f_0 , ovvero:

$$S_{V_{n_{out}}}(f_0) = 2r_{out}^2 [2S_{I_{n_1}}(f_0) + S_{I_{n_3}}(f_0) + S_{I_{n_5}}(f_0) + S_{I_{n_7}}(f_0)]$$

Tale valore verrà estratto direttamente dalle simulazioni, dunque ulteriori calcoli in merito sono superflui, come al solito tuttavia si dovrà agire sulla corrente di polarizzazione per abbattere il rumore termico e sull'area dei transistori per ridurre il rumore flicker.

4.8.3 Dinamiche

Le dinamiche di ingresso saranno limitate dal corretto funzionamento delle coppie pseudo-differenziali e si possono sfruttare i risultati ottenuti nell'analisi del primo integratore; per quanto riguarda la dinamica di uscita, di importanza

estremamente più rilevante, si dovrà invece imporre il passaggio in triodo dei MOSFET critici:

$$\begin{cases} V_{DS_7} < (V_{GS} - V_t)_7 & \Rightarrow v_u^+ - V_{DD} < V_{CMFB_2} - V_{DD} - V_{t_7} \\ V_{DS_6} > (V_{GS} - V_t)_6 & \Rightarrow v_u^- - V_{D_{10}} > V_{D_4} - V_{D_{10}} - V_{t_6} \end{cases}$$

Ricordando che a causa del controllo di modo comune la dinamica è dettata dalla prima uscita che satura, si avrà:

$$\begin{cases} v_u^+ < V_{CMFB_2} - V_{t_7} \\ v_u^- > V_{D_4} - V_{t_6} \end{cases} \Rightarrow V_{ud_{MAX}} = 2 \min[|v_{u_{MAX}}^+ - V_{CMO}|, |v_{u_{MIN}}^- - V_{CMO}|]$$

E quindi come al solito si ottiene:

$$-V_{ud_{MAX}} < v_{ud} < V_{ud_{MAX}}$$

In questo caso i transistori M_7 - M_8 non presentano effetto body, che sarebbe benefico, tuttavia vista la piccola ampiezza dei segnali prodotti dai sensori basati su termopile ed il guadagno della cella che verrà impostato a $H_0=200$, si capisce che si può ottenere facilmente una dinamica di uscita abbastanza ampia da evitare la saturazione dell'amplificatore da strumentazione proposto.

4.9 Controllo del modo comune di uscita

In una qualsiasi architettura fully-differential è di estrema importanza avere una tensione di modo comune in uscita fissata ad un valore noto e stabile nel tempo. Un circuito elettronico infatti, anche se progettato nominalmente simmetrico, non potrà mai essere realmente speculare, a causa degli inevitabili errori di matching; questo fenomeno comporta uno sbilanciamento intrinseco delle correnti di polarizzazione che, scorrendo nelle resistenze r_{out} , causano la saturazione dell'uscita di natura differenziale dell'amplificatore.

Per risolvere il problema si introduce una rete di reazione che imposta il modo comune di uscita ad un valore noto V_{CMO} ; il circuito di feedback diviene quindi parte integrante di un qualsiasi progetto con architettura fully-diff, ed anche se introduce un aumento di ingombro, rumore e corrente assorbita, non si può in alcun modo prescindere da esso.

Esistono diverse soluzioni per realizzare una rete di reazione per il controllo del modo comune di uscita [4], nell'amplificatore da strumentazione proposto utilizzeremo un circuito statico; i MOSFET che compongono le due coppie differenziali saranno dello stesso tipo con il quale sono realizzati i transistori di ingresso del circuito da stabilizzare, in figura 4.17 riportiamo una generica versione a doppia coppia differenziale nMOS:

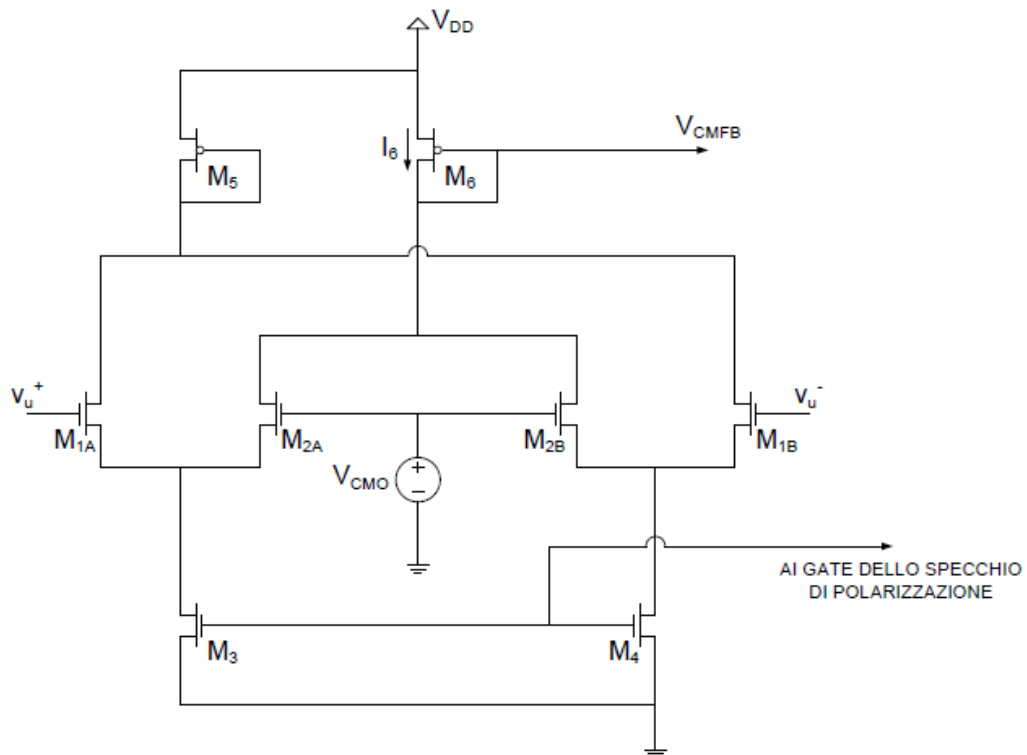


Figura 4.17: Generico circuito statico di controllo del modo comune di uscita

Finché le due uscite sono entrambe pari a V_{CM0} il circuito è perfettamente bilanciato e si avrà:

$$I_{1A}^{CMFB} = I_{2A}^{CMFB} = I_{1B}^{CMFB} = I_{2B}^{CMFB} = \frac{I_6^{CMFB}}{2}$$

Solitamente, per non far assorbire troppa corrente al circuito di feedback, si utilizzano rapporti di specchio non unitari con i rispettivi MOSFET del circuito da bilanciare, tuttavia per non appesantire i calcoli conviene porsi nel caso più semplice di transistori identicamente replicati; prendendo come riferimento il preamplificatore si avrà:

$$I_5^{CMFB} = I_6^{CMFB} = I_{13}^{PA} = I_{14}^{PA}$$

Nel caso di sbilanciamento delle uscite, i due transistori centrali delle coppie del circuito di controllo forniranno le variazioni, supponendo i MOSFET identici:

$$\begin{cases} i_{2A}^{CMFB} = \frac{g_m^{CMFB}}{2} (V_{CM0} - v_u^+) \\ i_{2B}^{CMFB} = \frac{g_m^{CMFB}}{2} (V_{CM0} - v_u^-) \end{cases}$$

La variazione della corrente I_6 del circuito di controllo, e dunque delle correnti I_{13} e I_{14} del preamplificatore, sarà quindi:

$$i_6^{CMFB} = i_{13}^{PA} = i_{14}^{PA} = i_{2A}^{CMFB} + i_{2B}^{CMFB} = \frac{g_m^{CMFB}}{2} (V_{CMO} - v_u^+ + V_{CMO} - v_u^-)$$

Ovvero:

$$i_{13}^{PA} = i_{14}^{PA} = -g_m^{CMFB} (v_{uc} - V_{CMO})$$

Dunque se il modo comune di uscita si sposta verso l'alto rispetto a V_{CMO} , la corrente nei rami di uscita del circuito da stabilizzare diminuisce, producendo una conseguente diminuzione di v_{uc} , la cosa duale si ha se il modo comune si sposta verso il basso; si ha dunque una reazione negativa che stabilizza il modo comune di uscita del circuito fully-diff al valore V_{CMO} .

I problemi di questa soluzione statica sono legati alla dinamica di uscita dell'amplificatore da stabilizzare, che risulta limitata dalla dinamica di ingresso di modo differenziale del circuito di controllo. Per aumentare la dinamica di ingresso servono tensioni di overdrive elevate che, a parità di corrente di polarizzazione, riducono la transconduttanza g_m , ovvero la forza della reazione; bisogna quindi trovare un compromesso tra corrente assorbita e dinamica, se ciò non è accettabile si deve passare ad un'altra soluzione.

CAPITOLO V

*Dimensionamento e risultati
delle simulazioni*

5.1 Specifiche di progetto

In questo capitolo analizzeremo un possibile dimensionamento dell'amplificatore da strumentazione discusso nel quarto capitolo, in particolare dimensioneremo la cella per la lettura di segnali differenziali prodotti da sensori termici integrati basati su termopile; il processo di riferimento è il *BCD6s* di *STMicroelectronics*, inoltre come osservato nell'analisi degli stadi utilizzeremo un'architettura a singola alimentazione con $V_{DD}=3.3V$, di conseguenza ci riferiremo ad un modo comune pari alla metà della tensione di alimentazione sia per la sorgente che per l'uscita.

I parametri fissati dall'applicazione specifica e dall'alimentazione risultano quindi:

$$\begin{cases} V_{DD} = 3.3 \text{ V} \\ V_{CM_S} = 1.65 \text{ V} \\ V_{CM_O} = 1.65 \text{ V} \\ R_S \cong 50 \text{ k}\Omega \\ v_{id_{MAX}} \cong 5 \text{ mV} \end{cases}$$

Le specifiche primarie sono quelle di rumore riportato in ingresso e di consumo di potenza che abbiamo già osservato nel terzo capitolo:

$$\begin{cases} \sqrt{S_{V_n}^{RTI}} \cong 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \\ P < 2 \text{ mW} \end{cases}$$

Questi valori sono stati fissati al fine di introdurre con l'interfaccia un rumore trascurabile rispetto al rumore termico prodotto dalla sorgente, mentre per la potenza abbiamo preso come riferimento valori paragonabili a quelli necessari al sensore stesso per funzionare.

Aggiungiamo inoltre le specifiche sulla risposta in frequenza, dettate dalla necessità di avere una banda passante massimamente piatta e limitata a poche centinaia di Hz; i valori scelti di guadagno, frequenza di taglio e fattore di qualità sono quelli anticipati nello studio della funzione di trasferimento completa, riprendiamo dunque i risultati precedentemente ottenuti:

$$\begin{cases} H_0 = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{2R_2}{R_1} = 200 \\ f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4G_{m_1}G_{m_2}A_{PA}}{C_1C_2} \frac{1}{H_0}} = 200 \text{ Hz} \\ Q = \sqrt{\frac{G_{m_1}C_2A_{PA}}{G_{m_2}C_1} \frac{1}{H_0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Resta da fissare la frequenza di chopper, che deve risultare molto maggiore della banda del filtro, ma non eccessivamente elevata al fine di non enfatizzare gli errori sul guadagno, soprattutto quello dovuto alla banda finita del preamplificatore, in quanto l'errore introdotto dalle capacità di ingresso è cancellato, almeno idealmente, dalla tecnica port swapping. È inoltre buona cosa scegliere f_c dell'ordine delle tipiche frequenze di corner dei circuiti a MOSFET, in tal modo risulterà molto più semplice equalizzare gli sforzi di riduzione di rumore termico e flicker in fase di progetto. In questa sede abbiamo scelto una frequenza di chopper:

$$f_c = 20 \text{ kHz}$$

Partendo dalle specifiche sulla risposta in frequenza si possono ricavare dei risultati importanti per i valori delle resistenze di reazione, del guadagno del preamplificatore e delle costanti di integrazione; sviluppando il sistema si ha:

$$\begin{cases} R_2 = 99.5R_1 \\ A_{PA} \frac{G_{m1}}{C_1} \cong 88.858 \frac{\text{krad}}{\text{s}} \\ \frac{G_{m2}}{C_2} \cong 888.577 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

La costante del primo integratore sarà nota e ben definita una volta fissato il valore della preamplificazione; per quanto riguarda le resistenze della catena di reazione non si possono scegliere valori troppo elevati, per non introdurre un rumore rilevante e per non aumentare troppo l'impedenza di uscita della cella, al contempo valori troppo bassi sono sconsigliabili, poiché si introdurrebbe un errore sul guadagno non trascurabile. Innanzitutto consideriamo il mismatch sulle resistenze R_2 :

$$H_0 = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{\left(\overline{R_2} + \frac{\Delta R_2}{2}\right) + \left(\overline{R_2} - \frac{\Delta R_2}{2}\right)}{R_1} = 1 + \frac{2\overline{R_2}}{R_1}$$

Di conseguenza il guadagno non dipende dall'errore di matching su R_2 , andrà invece a dipendere dall'errore sistematico introdotto dalle resistenze di contatto:

$$H_0 = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{2(R_c + R_2)}{(R_c + R_1)}$$

Essendo R_1 la resistenza di valore più piccolo, si deve imporre la condizione:

$$R_1 \gg R_c$$

È comunque consigliabile l'utilizzo di una struttura modulare, al fine di ridurre ulteriormente l'errore introdotto dalle resistenze di contatto, ad esempio si può scegliere:

$$\begin{cases} R_1 = 2R_0 \\ R_2 = 199R_0 \end{cases}$$

Ogni modulo R_0 introduce una resistenza R_c , quindi si ottiene:

$$H_0 = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{2R_2}{R_1} = 1 + \frac{398(R_c + R_0)}{2(R_c + R_0)} = 1 + 199 = 200$$

In tal modo si è cancellato, almeno idealmente, l'errore dovuto alle resistenze di contatto. I valori da noi scelti per realizzare la catena di reazione sono:

$$R_0 = 1 \text{ k}\Omega \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 2R_0 = 2 \text{ k}\Omega \\ R_2 = 199R_0 = 199 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

5.2 Dimensionamento del preamplificatore

In tabella 5.1 riportiamo le dimensioni dei MOSFET che compongono il preamplificatore:

MOSFET	W [μm]	L [μm]	M
M _{1A} -M _{2A} - M _{1B} -M _{2B}	120	2	100
M _{3A} -M _{3B}	1	47	4
M _{4A} -M _{5A} - M _{4B} -M _{5B}	4	6.5	200
M _{6A} -M _{6B} -M ₁₅	8	1	20
M _{7A} -M _{7B} -M ₁₆	12	1	20
M _{8A} -M _{8B}	2.5	40	1
M ₉ -M ₁₀	1	105	4
M ₁₁ -M ₁₂	20	1	10
M ₁₃ -M ₁₄	20	10	10
M ₁₇	5.5	1	1

Tabella 5.1: Dimensioni dei MOSFET del preamplificatore

Le correnti e le tensioni di bias utilizzate sono, considerando anche il caso di polarizzazione a corrente ridotta:

$$\begin{cases} I_0 = 170 \mu\text{A} \quad (I_0 = 42.5 \mu\text{A} \text{ a corrente ridotta}) \\ V_{K_1} = 1 \text{ V} \\ V_{K_2} = 1.3 \text{ V} \end{cases}$$

Visto il grande vantaggio in termini di rumore introdotto da un guadagno elevato, abbiamo scelto di massimizzare A_{PA} compatibilmente con la specifica di corrente assorbita.

Nel caso di polarizzazione a corrente ridotta il guadagno risulta leggermente maggiore, a causa della non identica variazione dei g_m dei MOSFET delle coppie e del carico, nonostante l'utilizzo di una struttura modulare. La preamplificazione

sarà inoltre affetta da un errore maggiore, in quanto riducendo la corrente si osserva anche una riduzione considerevole della banda, che scende a $B_{PA} \cong 63\text{kHz}$; ciò introduce un accentuato comportamento passa basso, che come analizzato nel secondo capitolo va a degradare l'accuratezza sul guadagno del preamplificatore. Operando a corrente ridotta si ha dunque una minor precisione sulla frequenza di taglio e sul fattore di qualità del filtro, tuttavia questi problemi sono del tutto irrilevanti rispetto al grande calo di prestazioni in termini di rumore, che come vedremo risulta lo svantaggio principale se si vuole assorbire poca corrente.

Il modulo della risposta in frequenza del preamplificatore nei due casi di polarizzazione è riportato in figura 5.1:

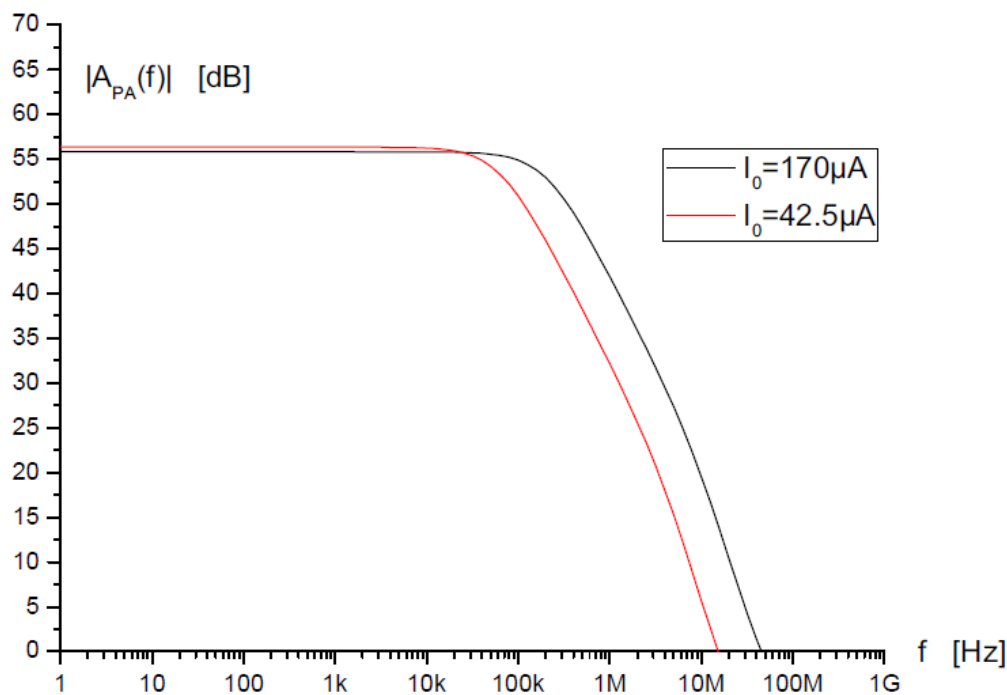


Figura 5.1: Modulo della risposta in frequenza del preamplificatore

Immediatamente si nota la riduzione di banda appena discussa, inoltre i due valori del guadagno in continua sono:

$$\begin{cases} I_0 = 170 \mu\text{A} \Rightarrow A_{PA_{dB}} = 55.81 \text{ dB} \\ I_0 = 42.5 \mu\text{A} \Rightarrow A_{PA_{dB}} = 56.35 \text{ dB} \end{cases}$$

Mentre le correnti totali assorbite dal preamplificatore risultano:

$$\begin{cases} I_0 = 170 \mu\text{A} \Rightarrow I_{PA_{TOT}} \cong 445.58 \mu\text{A} \\ I_0 = 42.5 \mu\text{A} \Rightarrow I_{PA_{TOT}} \cong 111.39 \mu\text{A} \end{cases}$$

Risulta evidente che la preamplificazione che prenderemo come riferimento per eseguire i calcoli, sia sul rumore introdotto che sulla costante del secondo integratore, è quella associata al funzionamento a basso rumore, ovvero:

$$A_{PA_{dB}} = 55.81 \text{ dB} \Rightarrow A_{PA} = 617.305$$

In figura 5.2 sono invece graficate le dsp di rumore riportate in ingresso al preamplificatore nelle due diverse polarizzazioni:

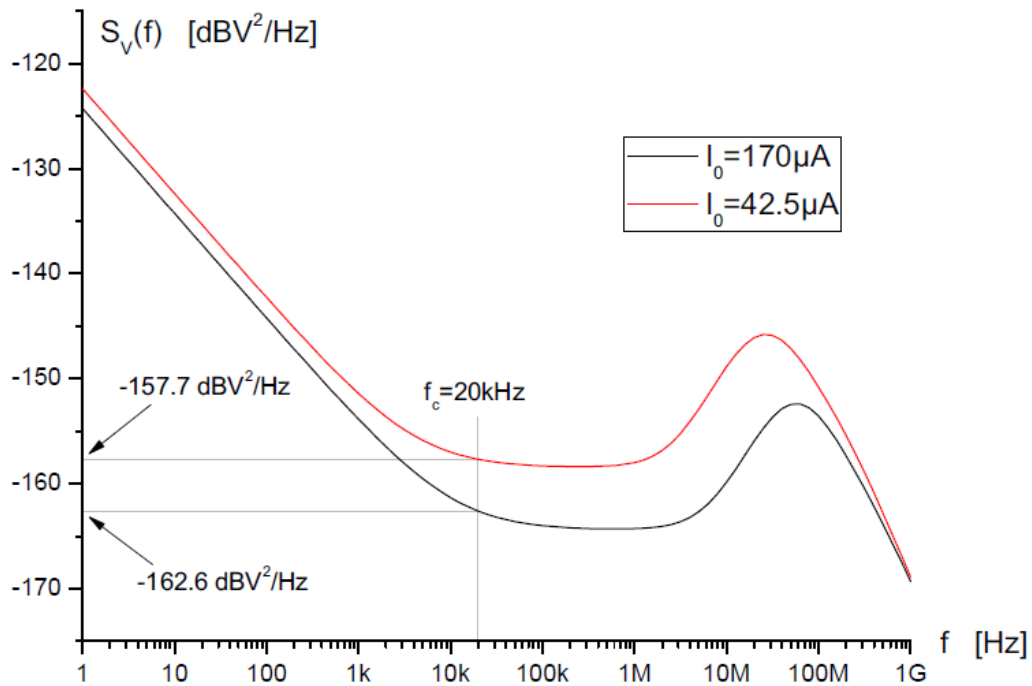


Figura 5.2: Densità spettrali di potenza di rumore in ingresso al preamplificatore

Si osserva subito l'enorme svantaggio in termini di rumore che si ha nel caso di polarizzazione a corrente ridotta; alla frequenza di chopper si ha:

$$\begin{cases} I_0 = 170 \mu\text{A} \Rightarrow S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = -162.6 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \Rightarrow \sqrt{S_{V_{n_{PA}}}(f_c)} \cong 7.413 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \\ I_0 = 42.5 \mu\text{A} \Rightarrow S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = -157.7 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \Rightarrow \sqrt{S_{V_{n_{PA}}}(f_c)} \cong 13.032 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \end{cases}$$

Come si vede la dsp di rumore nel caso di polarizzazione a corrente ridotta è già ben oltre la specifica di rumore richiesta dal progetto; riprenderemo questo risultato nell'analisi completa della cella, al fine di evidenziare l'aumento del rumore totale a fronte di una notevole riduzione della corrente.

In conclusione per il preamplificatore possiamo affermare, considerando i dati estratti nel caso di funzionamento a basso rumore:

$$\begin{cases} A_{PA} = 617.305 \\ I_{PA_{TOT}} \cong 445.58 \mu\text{A} \\ S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = -162.6 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \end{cases}$$

5.3 Dimensionamento del primo integratore

Una volta noto il valore della preamplificazione possiamo calcolare la costante del primo integratore, che risulterà:

$$A_{PA} \frac{G_{m_1}}{C_1} \cong 88.858 \frac{\text{krad}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{G_{m_1}}{C_1} \cong 143.945 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Le dimensioni dei transistori del primo integratore sono riportate in tabella 5.2:

MOSFET	W [μm]	L [μm]	M
M ₁ -M ₂	0.8	400	1
M ₃ -M ₄	2	380	1
M ₅ -M ₆	2	55	1
M ₇ -M ₈	2	6	1
M ₉ -M ₁₀	2	250	1

Tabella 5.2: Dimensioni dei MOSFET del primo integratore

I valori delle tensioni di polarizzazione e delle capacità di compensazione C_Z sono:

$$\begin{cases} V_{K_1} = 2.2 \text{ V} \\ V_{K_2} = V_{K_3} = 1.7 \text{ V} \\ C_Z = 250 \text{ fF} \end{cases}$$

Mentre il valore della transconduttanza differenziale dei MOSFET di ingresso fornito dal simulatore risulta:

$$g_{m_1}^{PI} \cong 43.25 \text{ n} \frac{\text{A}}{\text{V}}$$

Di conseguenza il valore delle capacità di integrazione C_1 va fissato a:

$$\frac{G_{m_1}}{C_1} = \frac{g_{m_1}^{PI}}{2C_1} \cong 143.945 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow C_1 \cong 150.231 \text{ pF} \Rightarrow C_1 = 150 \text{ pF}$$

Infine in figura 5.3 si riporta la dsp di rumore del primo integratore, da cui si può estrarre il valore della dsp da utilizzare nel calcolo del rumore RTI totale:

$$S_{V_{n_{PI}}}(f_c) = -110.1 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}}$$

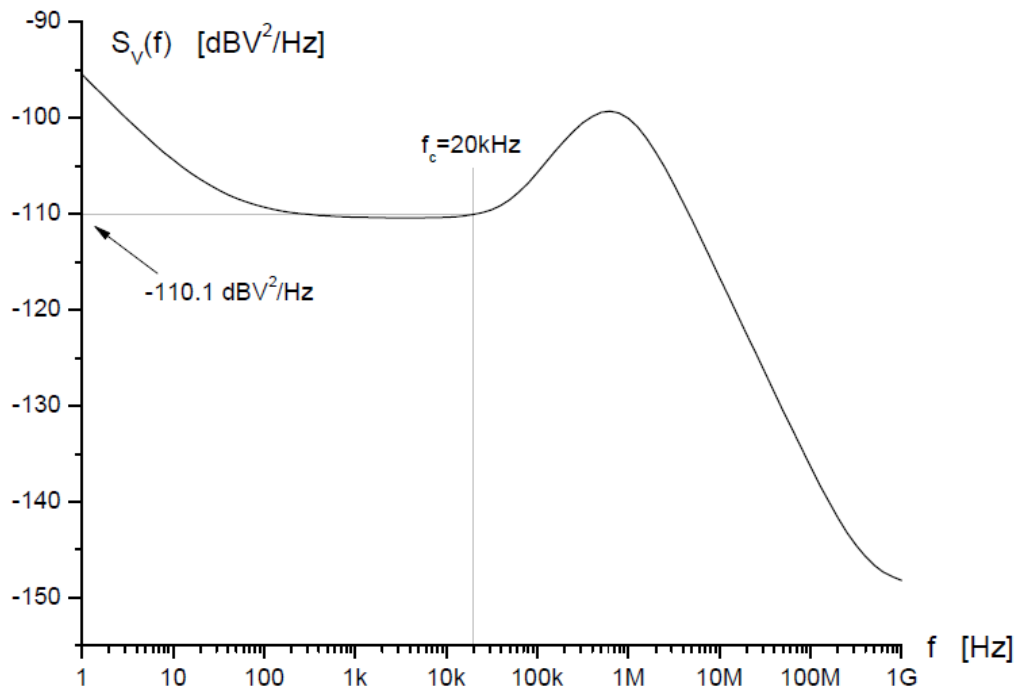


Figura 5.3: Densità spettrale di potenza di rumore in ingresso al primo integratore

5.4 Dimensionamento del secondo integratore

Le dimensioni dei MOSFET del secondo integratore sono riportate in tabella 5.3:

MOSFET	W [μm]	L [μm]	M
M _{1A} -M _{2A} - M _{1B} -M _{2B}	2	315	1
M ₃ -M ₄	1	400	1
M ₅ -M ₆	15	9	12
M ₇ -M ₈	4	5	7
M ₉ -M ₁₀	25	10	7

Tabella 5.3: Dimensioni dei MOSFET del secondo integratore

La corrente di polarizzazione del secondo stadio è $I_0=50\mu\text{A}$, inoltre il valore della transconduttanza differenziale delle coppie di ingresso fornito dal simulatore risulta:

$$g_{m_1}^{SI} \cong 177.6 \text{ n} \frac{\text{A}}{\text{V}}$$

Il valore delle capacità di integrazione C_2 va di conseguenza fissato a:

$$\frac{G_{m2}}{C_2} = \frac{g_{m1}^{SI}}{2C_2} \cong 888.577 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow C_2 \cong 99.935 \text{ pF} \Rightarrow C_2 = 100 \text{ pF}$$

La dsp di rumore in uscita al secondo integratore è riportata in figura 5.4:

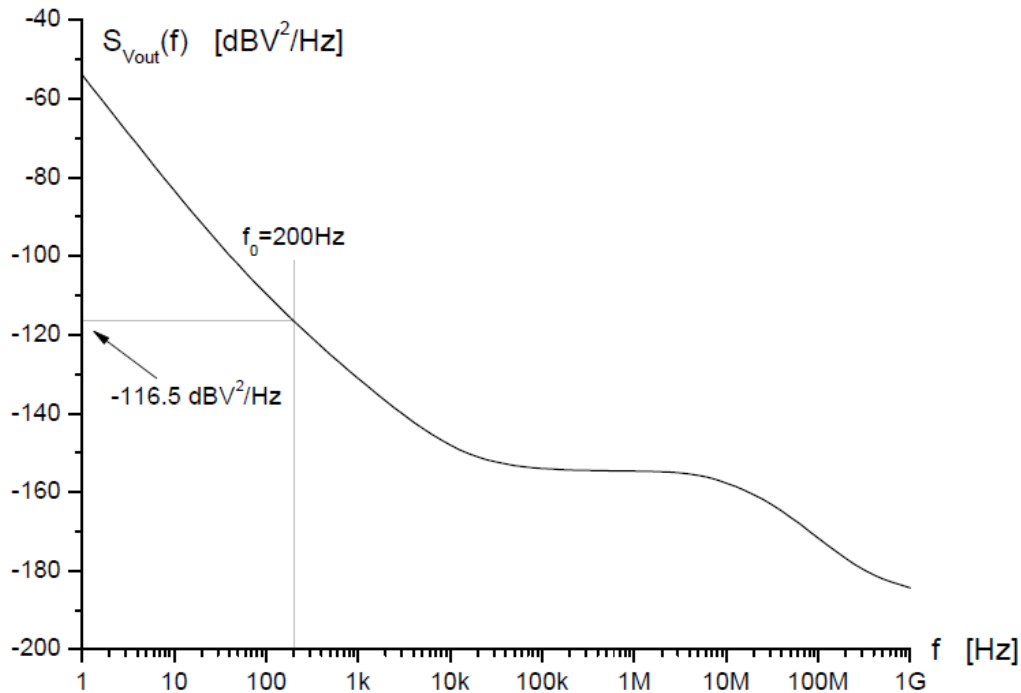


Figura 5.4: Densità spettrale di potenza in uscita al secondo integratore

Da cui si estrae il valore:

$$S_{V_{nSIout}}(f_0) = -116.5 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}}$$

5.5 Simulazioni e risultati finali

In questo paragrafo elaboreremo i risultati delle simulazioni eseguite sui singoli blocchi, utilizzando le espressioni analitiche introdotte nei capitoli precedenti; andremo poi ad analizzare i risultati delle simulazioni eseguite sull'intero amplificatore da strumentazione proposto.

5.5.1 Rumore totale riportato in ingresso all'amplificatore

Come osservato nel quarto capitolo, la dsp di rumore totale riportata in ingresso all'amplificatore può essere calcolata come:

$$S_{V_n}^{RTI}(f) \cong \left[S_{V_{n_{PA}}}(f_c) + \frac{S_{V_{n_{PI}}}(f_c)}{|A_{PA}|^2} + \frac{S_{V_{n_{SIout}}}(f_0)}{|H_0|^2} \right] \text{ per } 0 < f \leq f_0$$

I risultati che abbiamo ottenuto mediante le simulazioni sui singoli stadi che compongono la cella sono:

$$\begin{cases} S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = -162.6 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \Rightarrow S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = 54.954 \cdot 10^{-18} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \\ S_{V_{n_{PI}}}(f_c) = -110.1 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \Rightarrow S_{V_{n_{PI}}}(f_c) = 9.772 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \\ S_{V_{n_{SIout}}}(f_0) = -116.5 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \Rightarrow S_{V_{n_{SIout}}}(f_0) = 2.239 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \end{cases}$$

Con questi valori la dsp di rumore totale riportata in ingresso alla cella risulta:

$$S_{V_n}^{RTI}(f) \cong 136.573 \cdot 10^{-18} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \text{ per } 0 < f \leq f_0$$

Si ottiene infine, sulla banda di interesse:

$$\sqrt{S_{V_n}^{RTI}} \cong 11.686 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

Considerando che si è sovrastimato il rumore introdotto dal secondo integratore, possiamo concludere che il risultato ottenuto è compatibile con la specifica di rumore richiesta dal progetto.

Il valore efficace del rumore introdotto dall'amplificatore può essere calcolato, in prima approssimazione, considerando una risposta passa basso ideale:

$$V_{n_{RMS}}^{ampRTI} = \sqrt{\int_0^{+\infty} S_{V_n}^{RTI}(f) df} \cong \sqrt{f_0 S_{V_n}^{RTI}} \cong 165.265 \text{ nV}$$

La corrente totale assorbita dall'amplificatore in condizioni di funzionamento a basso rumore risulta:

$$I_{TOT} \cong 507.29 \mu\text{A} \Rightarrow P \cong 1.674 \text{ mW}$$

La specifica sul consumo di potenza è quindi perfettamente rispettata.

Considerando che il preamplificatore è lo stadio che richiede il maggior consumo di corrente, allora anche agendo esclusivamente su tale blocco si può ottenere una notevole riduzione della potenza totale, ovviamente a scapito delle

prestazioni in termini di rumore; in condizioni di polarizzazione a corrente ridotta il consumo totale della cella risulta:

$$I_{TOT} \cong 173.11 \mu\text{A} \Rightarrow P \cong 571 \mu\text{W}$$

La dsp di rumore riportata in ingresso al preamplificatore era invece:

$$S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = -157.7 \text{ dB} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \Rightarrow S_{V_{n_{PA}}}(f_c) = 169.824 \cdot 10^{-18} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}}$$

Utilizzando questo risultato nel calcolo del rumore totale riportato in ingresso alla cella, e considerando anche il lieve aumento del guadagno del preamplificatore, si ottiene infine:

$$\sqrt{S_{V_n}^{RTI}} \cong 15.762 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

Il corrispondente valore efficace risulta aumentato di circa il 35% rispetto al funzionamento a basso rumore, ed in prima approssimazione vale:

$$V_{n_{RMS}}^{ampRTI} \cong 222.908 \text{ nV}$$

5.5.2 Risposta in frequenza

In figura 5.5 si riporta il modulo della risposta in frequenza dell'amplificatore da strumentazione proposto in questo lavoro:

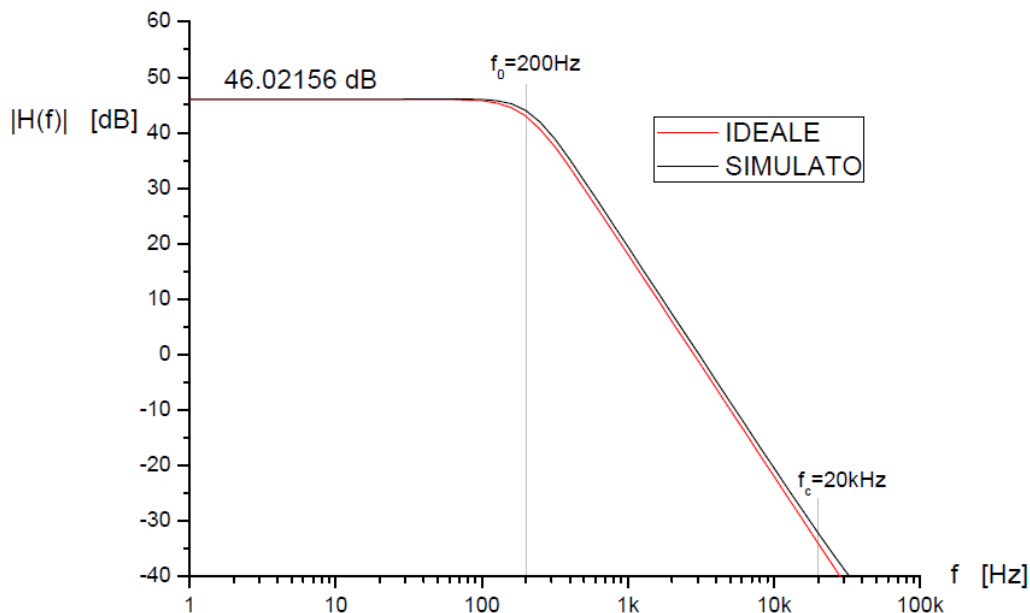


Figura 5.5: Modulo della risposta in frequenza dell'amplificatore

La risposta in frequenza è stata ottenuta mediante una simulazione AC che utilizza il circuito linearizzato intorno al punto di riposo, dunque non tiene conto della modulazione chopper. L'andamento ideale è quello di un filtro passa basso di Butterworth del secondo ordine con guadagno in continua $H_0=200$; dalla simulazione deduciamo dunque un comportamento quasi ideale del filtro progettato, e soprattutto osserviamo un'attenuazione di circa 83dB tra la banda passante e la frequenza di chopper, di conseguenza si ha un'ottima reiezione dell'offset ripple.

L'argomento della risposta in frequenza è invece mostrato in figura 5.6:

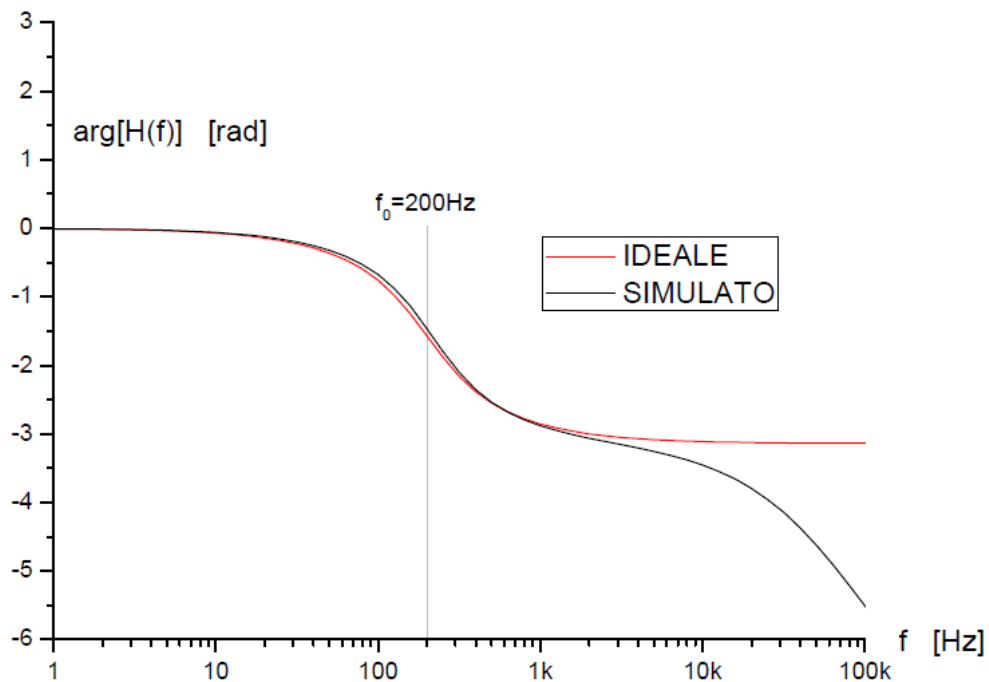


Figura 5.6: Argomento della risposta in frequenza dell'amplificatore

Come si può osservare la fase approssima molto bene quella ideale fino a frequenze che vanno ben oltre quella di taglio del filtro.

5.5.3 Offset residuo

Per stimare l'offset residuo abbiamo eseguito una simulazione Monte Carlo, andando a valutare la risposta in transitorio della cella ad un gradino in ingresso di ampiezza pari ad 1mV. Le tensioni di uscita a regime sono state poi riportate in ingresso divise per l'amplificazione differenziale; valutando la deviazione standard di tali valori abbiamo ottenuto una stima dell'offset residuo pari a :

$$V_{I0_{res}} \cong \pm 4.75 \mu V$$

In realtà questo termine contiene anche l'errore sul guadagno riportato in ingresso, tuttavia tale contributo è piuttosto piccolo e non varia di molto la stima dell'offset residuo. In figura 5.7 sono riportati i risultati della simulazione Monte Carlo eseguita:

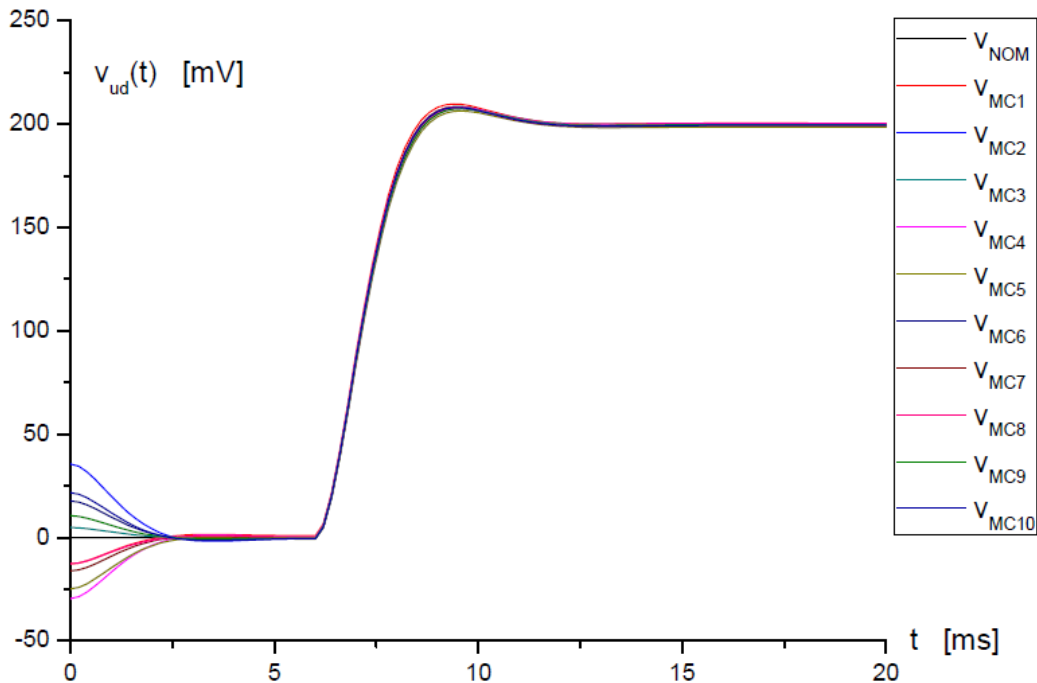


Figura 5.7: Simulazione Monte Carlo della risposta al gradino dell'amplificatore

5.5.4 Confronto tra tecnica port swapping e modulazione classica

Come dimostrato nel quarto capitolo, l'originale tecnica port swapping adottata annulla, almeno idealmente, l'errore sul guadagno introdotto dalle squadre R_S-C_{in} in ingresso; in figura 5.8 si riportano le risposte al gradino dell'amplificatore nei casi di port swapping e di modulazione chopper classica, con resistenze di sorgente pari a $R_S=50k\Omega$. Come si può osservare, nel caso di modulazione classica si ottiene un errore relativo sul guadagno pari a:

$$\varepsilon^{Classico} = \frac{|173.34 - 200|}{200} \Rightarrow \varepsilon^{Classico} \cong 13.33\%$$

Adottando la tecnica port swapping si ha invece:

$$\varepsilon^{Port Swapping} = \frac{|199.9 - 200|}{200} \Rightarrow \varepsilon^{Port Swapping} \cong 0.05\%$$

Le simulazioni confermano quindi il grande vantaggio che la tecnica port swapping introduce in termini di precisione sul guadagno.

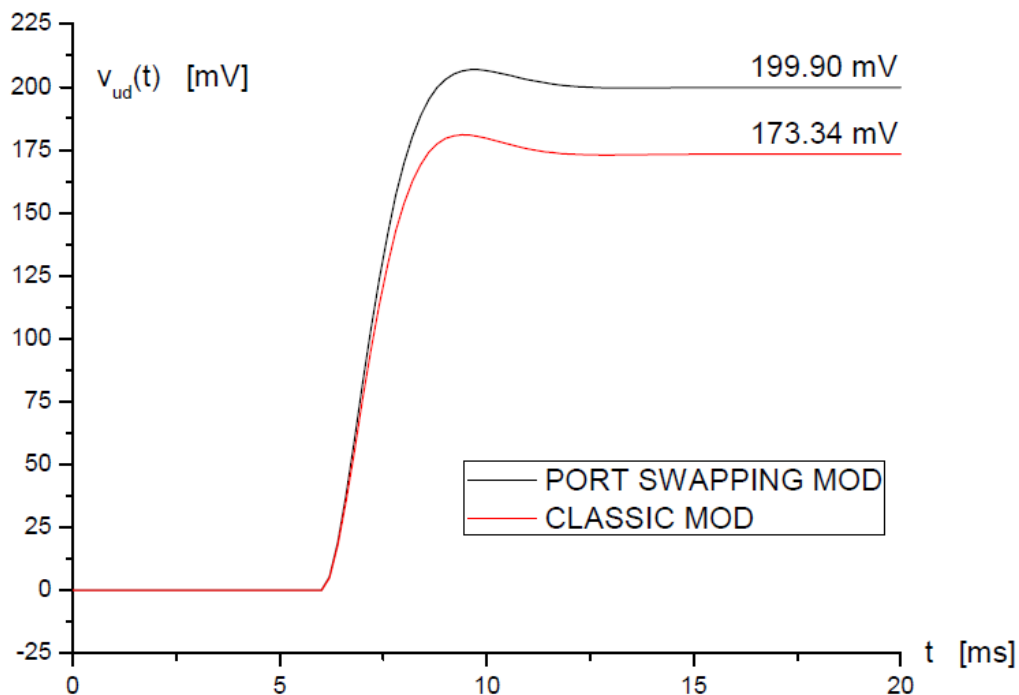


Figura 5.8: Risposta al gradino dell'amplificatore con $R_S=50k\Omega$ nei casi di port swapping e di modulazione chopper classica

5.5.5 Dinamiche dell'amplificatore

Per valutare le dinamiche si potrebbe eseguire uno sweep DC della tensione differenziale in ingresso all'amplificatore, in tal modo però si osserverebbe un comportamento statico, e non si terrebbe in considerazione la modulazione chopper.

Per tenere conto del comportamento dinamico del sistema in esame abbiamo quindi effettuato diverse simulazioni in transitorio, ponendo in ingresso dei gradini di ampiezza crescente ed andando poi ad estrarre i valori della tensione di uscita a regime; utilizzando i valori così ottenuti si è tracciato il grafico della caratteristica ingresso-uscita.

I risultati delle simulazioni confermano un andamento lineare della tensione differenziale di uscita, in funzione della tensione differenziale di ingresso, su un range che si estende ben oltre le massime ampiezze dei segnali forniti dai sensori per cui questa interfaccia è stata progettata, in particolare possiamo stimare la dinamica di ingresso di modo differenziale come:

$$-7 \text{ mV} < v_{id} < 7 \text{ mV}$$

Il grafico costruito per punti, a partire dalle tensioni a regime estratte dalle simulazioni in transitorio, è riportato in figura 5.9:

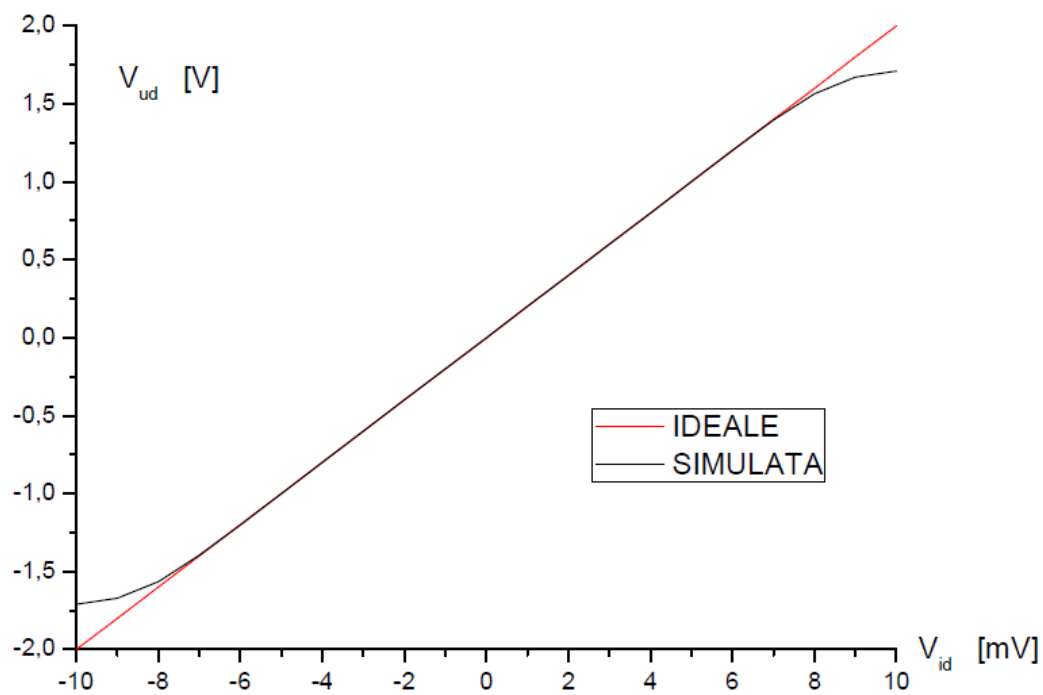


Figura 5.9: Caratteristica ingresso-uscita dell'amplificatore

5.5.6 Comportamento al variare della temperatura

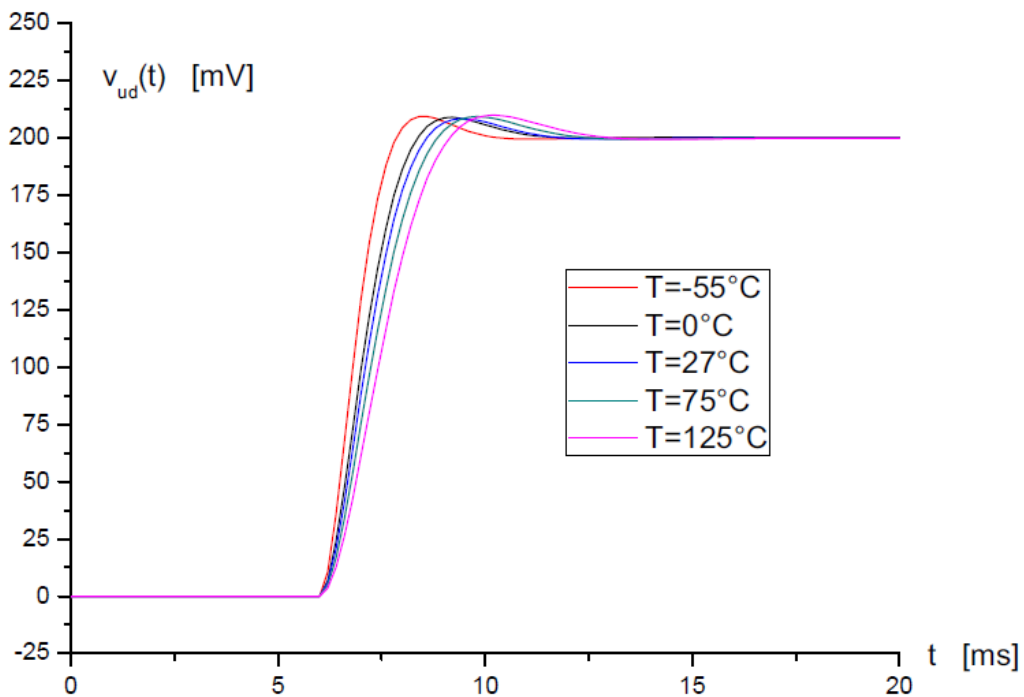


Figura 5.10: Risposta al gradino dell'amplificatore a diverse temperature

In figura 5.10 è infine mostrato il risultato delle simulazioni in transitorio effettuate a diversi valori di temperatura; notiamo una significativa variazione della forma della risposta, causata dalla dipendenza dalla temperatura della preamplificazione A_{PA} e delle transconduttanze G_{m1} - G_{m2} , che influiscono sulla frequenza di taglio e sul fattore di qualità del filtro. Il guadagno H_0 rimane invece praticamente invariato, poiché dipende esclusivamente dal rapporto delle resistenze della catena di reazione.

CONCLUSIONI

In questo lavoro di tesi è stato proposto un amplificatore da strumentazione a basso rumore e ridotto consumo di potenza per la lettura di sensori termici integrati basati su termopile; l'interfaccia proposta è progettata sul processo tecnologico a 320nm BCD6s di *STMicroelectronics*.

Le grandi resistenze di sorgente hanno richiesto l'utilizzo di dispositivi MOSFET che introducono, almeno idealmente, una corrente di ingresso nulla; sono state successivamente analizzate le problematiche relative al rumore flicker che, alle basse frequenze di lavoro imposte dal segnale fornito dalla sorgente, risulterebbe predominante.

Si è dunque reso necessario l'utilizzo di una delle tecniche di cancellazione dell'offset e del rumore a bassa frequenza, ed abbiamo indirizzato la nostra scelta verso la modulazione chopper, che è quella che presenta una minore densità spettrale di potenza riportata in banda base.

La soluzione adottata in questa sede prevede di incorporare la funzione filtrante, tipica degli amplificatori chopper, nell'amplificatore stesso, andando così nella fattispecie ad ottenere un filtro attivo di Butterworth del secondo ordine; successivamente abbiamo dimostrato che soltanto il preamplificatore ed il primo integratore necessitano della modulazione chopper, in quanto il secondo integratore vede dal suo ingresso una funzione passa banda, con guadagno massimo unitario in corrispondenza della frequenza di taglio del filtro.

Abbiamo inoltre individuato nel preamplificatore lo stadio critico per rispettare le specifiche di rumore e di consumo di potenza, ed abbiamo di conseguenza optato per una polarizzazione in debole inversione dei MOSFET che compongono le due coppie di ingresso del preamplificatore, dimostrando che questa soluzione consente il miglior compromesso tra rumore introdotto e corrente di assorbita. Le grandi aree dei transistori delle coppie differenziali di ingresso introducono delle capacità C_{in} elevate, e questo comporterebbe un significativo errore sul guadagno della cella, assolutamente inaccettabile per un amplificatore da strumentazione. L'originale tecnica port swapping adottata nel modulatore di ingresso permette di ovviare a questo problema, cancellando idealmente l'errore introdotto dalle squadre R_S-C_{in} ; l'innovativa tecnica adottata consente inoltre un matching dinamico delle preamplificazioni sulle due porte di ingresso, andando così ad eliminare la dipendenza del guadagno totale della cella dalle stesse.

Una volta descritto l'amplificatore nel suo intero siamo passati ad un possibile dimensionamento dei dispositivi ed abbiamo successivamente eseguito le simulazioni sulla cella.

I risultati ottenuti e riportati in questo elaborato confermano un comportamento idoneo alla lettura di sensori integrati basati su termopile, in particolar modo la banda passante risulta $B=200\text{Hz}$, con un guadagno in continua $H_0=200$, mentre la dinamica di ingresso risulta $|v_{id}|<7\text{mV}$, più che sufficiente per l'applicazione specifica.

L'offset residuo è stato stimato mediante simulazioni Monte Carlo intorno a $V_{IO}=4.75\mu\text{V}$, mentre le prestazioni in termini di rumore e di consumo di corrente rientrano nelle specifiche primarie richieste dal progetto; in particolar modo abbiamo ottenuto:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{S_{V_n}^{RTI}} \cong 11.686 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \\ P \cong 1.674 \text{ mW} \end{array} \right.$$

La densità spettrale di potenza di rumore riportata in ingresso può essere considerata costante su tutta la banda passante dell'amplificatore.

Abbiamo inoltre introdotto la possibilità, agendo su un pin esterno, di ridurre il consumo di potenza a circa $P=571\mu\text{W}$, a scapito delle prestazioni in termini di rumore.

BIBLIOGRAFIA

- [1] J.F. Witte, J.H. Huijsing, K.A.A. Makinwa, *A Current Feedback Instrumentation Amplifier With 5 μ V Offset for Bidirectional High-Side Current-Sensing*, IEEE JOURNAL OF SOLID-STATE CIRCUITS, Vol. 43, No. 12, December 2008.
- [2] L. Luschi, *Progetto di un amplificatore da strumentazione compatto per la lettura di sensori termici integrati*, Tesi di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica, Università di Pisa, A.A. 2009/2010.
- [3] W.S. Wang, Z.C. Wu, H.Y. Huang, C.H. Luo, *Low-Power Instrumental Amplifier for Portable ECG*.
- [4] P. Bruschi, *Appunti del corso di Complementi di Microelettronica Analogica*, materiale disponibile in rete.
- [5] M. Dei, *Progetto di un amplificatore da strumentazione in tecnologia BCD6s*, Tesi di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica, Università di Pisa, A.A. 2005/2006.
- [6] C.C. Enz, G.C. Temes, *Circuit Techniques for Reducing the Effects of Op-Amp Imperfections: Autozeroing, Correlated Double Sampling and Chopper Stabilization*, PROCEEDING OF THE IEEE, Vol. 84, No. 11, Pag. 1584, November 1996.
- [7] A. Bakker, K. Thiele, J.H. Huijsing, *A CMOS Nested-Chopper Instrumentation Amplifier with 100-nV Offset*, IEEE JOURNAL OF SOLID-STATE CIRCUITS, Vol. 35, No. 12, Pag. 1877, December 2000.
- [8] A. Nannini, *Appunti del corso di Progettazione di Sensori e Microsistemi*, materiale disponibile in rete.