

Università di Pisa

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea Specialistica in Scienze Fisiche

Anno Accademico 2009/2010

Tesi di Laurea Specialistica

Studio di alcuni processi di background nell'esperimento NA62

Candidato

Relatori

Karim Massri

Dott. Sergio Giudici Prof. Giuseppe Pierazzini

Sommario

L'esperimento NA62 al CERN SPS si propone di misurare il branching ra*tio* del decadimento ultra-raro $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ con maggiore precisione rispetto alla misura ottenuta dagli esperimenti BNL-AGS-E787/E949, al fine di sottoporre ad una verifica più stringente la validità del Modello Standard. Il branching ratio misurato da tali esperimenti è pari a $1.73^{+1.15}_{-1.05} \times 10^{-10}$, per cui è richiesta una soppressione del background estremamente elevata. Tale background è dato prevalentemente dagli altri canali di decadimento del K^+ , ma esiste anche una componente legata all'interazione del fascio di particelle con l'apparato sperimentale. In particolare, le principali fonti di tale background sono il gas residuo nella vacuum tank ed i GigaTracker — dei sottili rivelatori di silicio per la misura della posizione del fascio — poiché questi sono gli unici materiali sulla linea del fascio di particelle a trovarsi prima o all'interno del volume fiduciale di decadimento. In questa tesi si è studiato tale background. Per fare ciò è stato utilizzato Flyo, un programma di simulazione Monte Carlo creato a Pisa. Lo studio del background dovuto al gas residuo ha portato ad una stima della pressione massima tollerabile nella vacuum tank; lo studio del background dovuto ai GigaTracker, invece, è servito per stimarne il rapporto segnale-rumore, parametro determinante per capire se tale fondo possa essere problematico.

Indice

Ι	L'€	sperimento NA62	1
1	Inti	coduzione	3
	1.1	Il decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \overline{\nu}$	5
		1.1.1 La matrice CKM	6
		1.1.2 I triangoli dell'unitarietà	9
		1.1.3 Il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \overline{\nu})$ teorico	10
	1.2	Gli esperimenti E787 ed E949	17
	1.3	I principali background nell'esperimento NA62	19
		1.3.1 I background rigettabili cinematicamente	21
		1.3.2 I background non rigettabili cinematicamente	22
2	L'a	pparato sperimentale di NA62	25
	2.1	Il fascio di K^+	26
	2.2	Il rivelatore Čerenkov CEDAR	28
	2.3	I GigaTracker	29
	2.4	Il sistema di veto per fotoni	31
		2.4.1 I rivelatori a grandi angoli LAV	32
		2.4.2 Il calorimetro elettromagnetico LKr	34
		2.4.3 I rivelatori a piccoli angoli SAV	35
	2.5	Lo Straw Tracker	36
		2.5.1 Outgassing delle Straw Chambers	38
	2.6	Il rivelatore Cerenkov RICH	38
	2.7	I veti per muoni MUV	39
	2.8		41
		2.8.1 II CHANTI	41
		2.8.2 II CHOD	41
тт	ті		49
11	11	background dovuto all'apparato sperimentale	43
3	Tra	ttazione teorica	45
	3.1	Stima dei cammini medi nella materia	45
	3.2	Rate previsto per il segnale	46

	5.5	Il background dovuto al gas residuo	47
		3.3.1 Il background dovuto all'interazione K^+ - gas	49
		3.3.2 Il background dovuto alle interazioni p - gas e π^+ - gas	49
		3.3.3 Il rapporto $R_{qas}(P,\tau)/R_{siq}$	51
		3.3.4 Composizione del gas residuo	51
	3.4	Il background dovuto ai GigaTracker	53
		3.4.1 Studio di un processo esclusivo: $K^+ n \rightarrow K^0 p$	53
		3.4.2 Studio di tutti i possibili processi <i>forti</i>	54
4	Cal	colo delle efficienze dei LAV con Geant4	57
	4.1	Cos'è Geant4	57
	4.2	La simulazione con Geant4	58
		4.2.1 I processi fisici simulati	58
		4.2.2 La geometria simulata	59
	4.3	Analisi e calcolo delle efficienze	60
		4.3.1 La scelta della soglia N_{pe}^{th} nel numero di fotoelettroni .	60
		4.3.2 Risultati ottenuti dalla simulazione	63
	4.4	Confronto tra simulazione e dati sperimentali	66
		4.4.1 Confronto con i dati dei test al LNF	66
		4.4.2 Confronto con i dati dei test di Agosto 2010 al CERN	67
5	\mathbf{Sim}	ulazione del segnale con Flyo	75
5	Sim 5.1	ulazione del segnale con Flyo Cos'è Flyo	75 75
5	Sim 5.1 5.2	ulazione del segnale con Flyo Cos'è Flyo Principali modifiche apportate a Flyo	75 75 76
5	Sim 5.1 5.2 5.3	ulazione del segnale con Flyo Cos'è Flyo Principali modifiche apportate a Flyo La fisica simulata: i file	75 75 76 77
5	Sim 5.1 5.2 5.3	ulazione del segnale con Flyo Cos'è Flyo Principali modifiche apportate a Flyo La fisica simulata: i file .epc 5.3.1	75 75 76 77 78
5	Sim 5.1 5.2 5.3	Cos'è FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoImage: State StructureLa fisica simulata: i file .epcImage: State Structure5.3.1Le reazioniImage: State Structure5.3.2Le opzioni disponibiliImage: State Structure	75 75 76 77 78 79
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato	75 75 76 77 78 79 80
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app	75 75 76 77 78 79 80 81
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV	75 75 76 77 78 79 80 81 81
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori	75 75 76 77 78 79 80 81 81 81 83
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simulato5.4.4Il fascio simulato	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4Il fascio simulatoStudie <td< td=""><td>75 75 76 77 78 79 80 81 81 81 83 85 86</td></td<>	75 75 76 77 78 79 80 81 81 81 83 85 86
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione delle tracce cariche	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione del segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione del segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3Il trigger utilizzato per la ricostruzione del segnale	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88 90
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione del segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3Il trigger utilizzato per la ricostruzione del segnaleL'accettanza del segnale	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88 90 90
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6 Sim	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione del segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3II trigger utilizzato per la ricostruzione del segnaleL'accettanza del segnaleL'accettanza del segnale	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88 90 90 93
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.4 5.5 5.6 Sim 6.1	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione del segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3Il trigger utilizzato per la ricostruzione del segnaleL'accettanza del segnaleL'accettanza del segnaleCos'è Fluka	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88 90 90 93 93
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.4 5.5 5.6 Sim 6.1 6.2	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione del segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3II trigger utilizzato per la ricostruzione del segnaleL'accettanza del segnaleL'accettanza del segnaleL'accettanza del segnaleL'utilizzo in Flyo dei file di output di Fluka	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88 90 90 93 94
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6 Sim 6.1 6.2 6.3	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione dell segnale5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3II trigger utilizzato per la ricostruzione del segnaleL'accettanza del segnaleL'accettanza del segnaleL'utilizzo in Flyo dei file di output di FlukaL'utilizzo in Flyo dei falso segnale	75 75 76 77 78 80 81 81 83 85 86 87 88 90 90 93 93 94 95
5	Sim 5.1 5.2 5.3 5.4 5.4 5.5 5.6 Sim 6.1 6.2 6.3	ulazione del segnale con FlyoCos'è FlyoPrincipali modifiche apportate a FlyoLa fisica simulata: i file .epc5.3.1Le reazioni5.3.2Le opzioni disponibiliL'apparato sperimentale simulato5.4.1I file esterni .app5.4.2Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV5.4.3La funzione Simuladev per gli altri rivelatori5.4.4II fascio simulato5.5.1La ricostruzione delle tracce cariche5.5.2Le due regioni cinematiche fiduciali5.5.3II trigger utilizzato per la ricostruzione del segnaleL'accettanza del segnaleL'accettanza del segnaleL'utilizzo in Flyo dei file di output di FlukaLe accettanze $\bar{\varepsilon}_{gas}^i$ del falso segnale6.3.1L'accettanza $\bar{\varepsilon}_{Rs}^K$	75 75 76 77 78 79 80 81 81 83 85 86 87 88 90 90 93 94 95 96

		6.3.3 L'accettanza $\bar{\varepsilon}_{gas}^{p}$	97
	6.4	Topologia degli eventi accettati	98
		6.4.1 Eventi con K_L leading	99
		6.4.2 Eventi con K_S leading	99
		6.4.3 Eventi con K^+ leading	99
		6.4.4 Eventi con particella leading non kaonica	100
	6.5	Stima del rapporto $R_{gas}(P,\tau)/R_{sig}$	101
7	Sim	ulazione del background dovuto al GigaTracker	103
	7.1	Simulazione del processo esclusivo $K^+n \rightarrow K^0p$	103
		7.1.1 Calcolo delle accettanze $\varepsilon_{CT}^{sc(L)} \in \varepsilon_{CT}^{sc(S)}$	104
		7.1.2 Stima del rapporto R_{GT}^{sc}/R_{siq}	105
	7.2	La simulazione inclusiva con Fluka	106
		7.2.1 Limite superiore delle accettanze ε_{GT}^K , $\varepsilon_{GT}^{\pi} \in \varepsilon_{GT}^p$	107
		7.2.2 Limite superiore del rapporto $R_{GT}^{tot}(\tau)/R_{sig}$	108
8	Con	clusioni	111
	8.1	Risultati ottenuti	111
	8.2	Ulteriori strategie di reiezione	112
		8.2.1 Taglio sulla distanza dalla traccia carica nei MUV1-2 .	112
		8.2.2 Rivelazione dei π^- sfuggiti alle Straw Chambers	113
A	Sepa	arazione a radio-frequenza	115
в	L'ef	fetto Čerenkov	117
\mathbf{C}	I tes	st sui LeadGlass al LNF	121
	C.1	La LeadGlass Test Station	121
	C.2	La misura del guadagno dei LeadGlass	122
	C.3	Il photoelectron yield	122
	C.4	L'equalizzazione dei LeadGlass	123
Bi	bliog	rafia	125

Struttura della tesi

La tesi è divisa in due parti. Nella prima parte viene presentato l'esperimento NA62: nel Capitolo 1 sono esposte le motivazioni teoriche per la misura del branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$, i precedenti risultati degli esperimenti E787 ed E949 e le problematiche relative ai principali background dovuti agli altri decadimenti del K^+ , mentre nel Capitolo 2 è descritto l'apparato sperimentale che verrà utilizzato per l'esperimento NA62.

Nella seconda parte viene presentato lo studio effettuato sul background dovuto all'interazione tra il fascio di particelle e l'apparato sperimentale: nel Capitolo 3 vengono ricavate le relazioni teoriche previste per i rate ed i rapporti segnale-rumore dei due principali background di questo tipo, dovuti rispettivamente al gas residuo nella vacuum tank ed ai GigaTracker; nel Capitolo 4 vengono stimate le efficienze dei LAV per i principali adroni prodotti negli eventi di background, utilizzando una versione modificata del Monte Carlo ufficiale di NA62 in Geant4 mentre nei Capitoli 5, 6 e 7 vengono esposti rispettivamente i risultati delle simulazioni del segnale, del background dovuto al gas residuo e di quello dovuto al terzo GigaTracker. Infine, nel Capitolo 8 sono brevemente discussi i risultati ottenuti.

Parte I L'esperimento NA62

Capitolo 1

Introduzione

L'esperimento NA62 al CERN SPS [1] si propone di misurare il branching ratio del decadimento ultra-raro $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ con maggiore precisione rispetto alla misura ottenuta dagli esperimenti BNL-AGS-E787/E949, al fine di sottoporre ad una verifica più stringente la validità del Modello Standard.

L'obiettivo è di raccogliere circa 110 eventi in due anni di presa dati, con una sensibilità di circa 0.1×10^{-11} (il branching ratio previsto dal Modello Standard è $(8.23 \pm 0.65) \times 10^{-11}$) ed un rapporto segnale-fondo di 10:1, equivalente ad una precisione del 10% sulla misura del branching ratio. Tale precisione è circa un ordine di grandezza maggiore di quella raggiunta dagli esperimenti BNL-AGS-E787/E949 al Brookhaven National Laboratory, che dopo quattro anni di presa dati (dal 1995 al 1998 per E787, nel 2002 per E949) hanno pubblicato [2] una stima del detto branching ratio pari a

$$\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) = 1.73^{+1.15}_{-1.05} \times 10^{-10} \tag{1.1}$$

basata su 2+5 eventi interpretati come segnale (E787+E949). Questi due esperimenti — che sono finora gli unici che abbiano mai osservato il decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ — utilizzavano K^+ che decadevano *a riposo*, prodotti da fasci di protoni a bassa energia (con impulso $p \simeq 24 \text{ GeV}/c$).

L'esperimento NA62 [1], invece, utilizzerà K^+ di 75 GeV/c che decadranno in volo e che saranno prodotti dal fascio di protoni a 400 GeV/c dell'SPS (v. Figura 1.1). I vantaggi di questa scelta sono un maggiore flusso di K^+ a parità di flusso di protoni ed una maggiore soppressione del decadimento di fondo $K^+ \to \pi^+ \pi^0$: il primo è dovuto all'aumento della sezione d'urto di produzione dei K^+ al crescere dell'energia dei protoni, il secondo alla maggiore energia dei due fotoni del decadimento del π^0 , che riduce significativamente la probabilità che entrambi non vengano rivelati dai veti. Lo svantaggio di protoni (e quindi di un fascio secondario) ad alta energia è che i π ed i protoni non possono essere separati in maniera efficace dai K: ad esempio, per utilizzare la tecnica della separazione a radio-frequenza con un fascio di momento p = 75 GeV/c sarebbe necessario far viaggiare i K^+ per più di 2.5 Km, con un conseguente flusso di K residuo pari al 4% di quello iniziale¹. Questo svantaggio espone i rivelatori a monte della zona di decadimento ad un flusso di particelle circa 17 volte superiore a quello dei soli K^+ ; ciò non avviene per gli altri rivelatori, poiché le particelle non decadute passano nella *beam pipe* senza illuminarli. Anche i μ provenienti dal decadimento dei π , avendo piccolo impulso trasverso, sono principalmente contenuti nella zona priva di rivelatori lungo la beam pipe.



Figura 1.1: Il SuperProtoSincrotone (SPS) del CERN.

Dal punto di vista sperimentale, l'esperimento NA62 presenta diverse sfide:

- tracciare particelle con una frequenza di 1 GHz, con minimo tempo morto dei rivelatori ed un'elevata risoluzione temporale;
- identificare i K^+ nel flusso ad alta frequenza di particelle facendo uso di un rivelatore Čerenkov differenziale (CEDAR), con minima identificazione accidentale;
- costruire un sistema di veti per i fotoni (LAV) con un'inefficienza media per il rigetto dei π^0 minore di 10^{-8} ;
- raggiungere un'inefficienza media per il rigetto dei μ minore di 10⁻⁵;
- separare a 2 deviazioni standard i π dai μ fino ad impulsi di 35 GeV/c;
- sopprimere le code nella ricostruzione della missing mass del decadimento a due corpi $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ misurando in maniera ridondante gli impulsi dei K^+ entranti e dei π^+ uscenti;

¹Per maggiori dettagli si rimanda all'Appendice A.

- vetare le particelle cariche provenienti dai decadimenti dei K^+ a tre e a quattro corpi;
- minimizzare l'attività accidentale causata dai decadimenti di particelle diverse dai K^+ .

Attualmente, nel contesto mondiale, NA62 è l'unico esperimento (non ancora concluso) che punti allo studio del decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ e che sia già stato approvato. Un altro esperimento, che utilizzerebbe la tecnologia degli esperimenti E787/E949 con i K^+ a riposo, è stato proposto al J-PARC [3] nel 2006: l'obiettivo sarebbe quello di arrivare a vedere 50 eventi con un rapporto segnale-rumore $\simeq 5:1$, misurando così il Branching Ratio con una precisione $\leq 20\%$. Si parla, infine, di un'idea per il futuro legata al cosìddetto *Project X*, un nuovo complesso di acceleratori al Fermilab [4]: utilizzando protoni da 800 GeV/c provenienti dal *Tevatron Stretcher* si potrebbero collezionare, con la tecnica dei K^+ in volo, fino a 200 eventi l'anno; idea che però, al momento, non è altro che una rosea previsione.

1.1 Il decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \overline{\nu}$

I processi a corrente neutra con cambio di sapore (FCNC: *Flavour Changing Neutral Current*) sono un'importante sorgente d'informazione sui parametri del Modello Standard nonché una finestra verso una nuova fisica.

Nel Modello Standard, infatti, la struttura diagonale nel sapore dei vertici che coinvolgono γ , Z^0 (meccanismo GIM) ed i gluoni proibisce l'apparizione dei processi FCNC al livello ad albero. Con l'aiuto dei vertici a cambio di sapore dei W^{\pm} , comunque, si possono descrivere tali processi con diagrammi ad uno o più *loop*: il fatto che questi siano dominati da contributi ad almeno un loop li rende sia particolarmente utili per testare la struttura quantistica della teoria e nella ricerca di nuova fisica che, purtroppo, molto rari.

In generale, nei decadimenti deboli dei mesoni, gli elementi di matrice adronici costituiscono la più importante fonte di incertezza teorica. Fortunatamente, però, tra i decadimenti semileptonici rari a FCNC ne esistono pochi esempi speciali [5] $(B \rightarrow X_s \nu \bar{\nu}, K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu} \ e \ K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu})$ in cui gli elementi di matrice necessari possono essere estratti da canali di decadimento più comuni e ben misurati. Quindi, praticamente, il problema delle incertezze dovute ad effetti non perturbativi dell'interazione forte a lungo raggio — tra i quali, ad esempio, il cosìddetto *confinamento dei quark* — può essere completamente evitato. Come conseguenza di questo fatto, gli unici effetti che essenzialmente contribuiscono all'incertezza teorica sono quelli perturbativi, e tali effetti possono comunque essere considerevolmente ridotti attraverso l'inclusione di termini di ordine successivo nello sviluppo perturbativo. Tali canali di decadimento sono dunque eccezionali da un punto di vista teorico: sono sensibili alla struttura quantistica della teoria ed hanno branching ratio previsti con precisione dal Modello Standard, il che li rende utilissimi per verificarne sperimentalmente la validità, sebbene siano piuttosto difficili da rivelare a causa della loro natura *ultra-rara*.

In particolare, studiando il decadimento ultra-raro $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ è possibile sottoporre ad una verifica sperimentale molto accurata l'unitarietà della matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM).

1.1.1 La matrice CKM

La matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) è la matrice \hat{V} che lega gli autostati di massa (e del sapore) d, s, b a quelli dell'interazione debole d', s', b' che interagiscono rispettivamente con i quark u, c, t:

$$\begin{pmatrix} d'\\s'\\b' \end{pmatrix} = \hat{V}_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d\\s\\b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub}\\V_{cd} & V_{cs} & V_{cb}\\V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\\s\\b \end{pmatrix}.$$
 (1.2)

La scelta di introdurre un *mixing* tra i quark di carica negativa tenendo fissi quelli di carica positiva (e non viceversa) è assolutamente arbitraria ed è dovuta puramente a ragioni storiche poiché nel 1963, anno in cui Cabibbo propose questo meccanismo [6], si conoscevano solo i quark u, d ed s.

Nel Modello Standard, la soppressione dei processi FCNC rispetto ai corrispettivi a correnti cariche è conseguenza del cosìddetto meccanismo GIM (Glashow-Iliopoulos-Maiani) [7], che impone la diagonalità della matrice $\hat{V}^{\dagger}\hat{V}$: affinché gli autostati D'=(d',s',b') conservino l'ortogonalità degli autostati di sapore D=(d,s,b), le correnti neutre $J_0^{\mu} \propto \bar{D}'_i \gamma^{\mu} D_i'$ devono essere infatti proporzionali alle correnti di flavour $\propto \bar{D}_i \gamma^{\mu} D_i$, ovvero

$$\bar{D}'_{i}\gamma^{\mu}D_{j}' = \bar{D}_{i}\gamma^{\mu}(\hat{V}^{\dagger}\hat{V})_{ij}D_{j} = 0 \quad \text{se} \quad i \neq j \implies \hat{V}^{\dagger}\hat{V} = \begin{pmatrix} \lambda_{1} & 0 & 0\\ 0 & \lambda_{2} & 0\\ 0 & 0 & \lambda_{3} \end{pmatrix}.$$
(1.3)

Inoltre, l'ipotesi dell'universalità delle interazioni deboli impone l'ulteriore vincolo $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$, per cui la condizione su $V^{\dagger}V$ nella (1.3) diventa

$$\hat{V}^{\dagger}\hat{V} = \mathbb{1} \tag{1.4}$$

dunque la matrice CKM deve essere unitaria.

In generale, con n famiglie di quark, la matrice CKM unitaria $n \times n$ ha n^2 parametri, di cui 2n - 1 sono accorpabili alle fasi arbitrarie dei quark (n di tipo D, n di tipo U meno una fase globale residua) e sono quindi irrilevanti: il numero N_R di parametri residui è pertanto

$$N_R = n^2 - (2n - 1); (1.5)$$

di questi, il numero N_{ϕ} di parametri provenienti necessariamente da fasi complesse è dato dalla differenza tra N_R ed il numero di parametri che

avrebbe una matrice ortogonale $n \times n$, ovvero

$$N_{\phi} = N_R - \frac{n^2 - n}{2} = \frac{1}{2} (n - 1)(n - 2).$$
(1.6)

Nel Modello Standard (n = 3) si ottiene $N_R = 4$ ma soprattutto $N_{\phi} = 1$: questa fase complessa è responsabile della violazione della simmetria CP.

In letteratura esistono molte parametrizzazioni della matrice CKM; le due più usate sono la parametrizzazione *standard* (raccomandata dal Particle Data Group [8]) e quella di Wolfenstein [9].

Parametrizzazione standard

Ponendo $c_{ij} = \cos \vartheta_{ij} \in s_{ij} = \sin \vartheta_{ij} \ (i, j = 1, 2, 3)$, la matrice CKM con la parametrizzazione standard è data da

$$\hat{V}_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$
(1.7)

dove ϑ_{ij} è l'angolo di mixing dei quark $D_i \in D_j$ mentre δ è la fase complessa che rende possibile la violazione della simmetria CP. Tutti i valori di c_{ij} e s_{ij} possono essere scelti positivi e δ può variare nell'intervallo $0 \le \delta \le 2\pi$. In particolare, sperimentalmente si osserva che $0 < \delta < \pi$ e che s_{13} e s_{23} sono molto piccoli: $\mathcal{O}(10^{-3}) \in \mathcal{O}(10^{-2})$ rispettivamente. Quindi $c_{13} = c_{23} = 1$ con un'eccellente accuratezza (~ $\mathcal{O}(10^{-6}) \in \mathcal{O}(10^{-4})$ rispettivamente) e si possono prendere come parametri indipendenti

$$s_{12} = |V_{us}|, \quad s_{13} = |V_{ub}|, \quad s_{23} = |V_{cb}|, \quad \delta.$$
 (1.8)

I primi tre possono essere estratti da decadimenti in cui al livello ad albero avvengano le transizioni $s \rightarrow u, b \rightarrow u$ e $b \rightarrow c$ rispettivamente. La fase δ può essere estratta dalle transizioni in cui avviene la violazione di CP oppure da processi sensibili a $|V_{td}|$. Questo perché, dato che $0 \leq \delta \leq \pi$, dalla (1.7) si ricava una corrispondenza biunivoca tra δ e $|V_{td}|$ data dalla relazione

$$V_{td}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\delta}, \quad a = |V_{cd}V_{cb}|, \quad b = |V_{ud}V_{ub}|.$$
(1.9)

I vantaggi della parametrizzazione (1.7) rispetto alle altre sono due:

- Essendo legati in maniera molto semplice a $|V_{us}|$, $|V_{ub}|$ e $|V_{cb}|$ rispettivamente, i parametri s_{12} , s_{13} ed s_{23} possono essere misurati indipendentemente in tre canali di decadimento diversi.
- La fase della violazione di CP è sempre moltiplicata da $s_{13} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$. Questo mostra chiaramente la soppressione della violazione di CP indipendentemente dal valore di δ .

Per valutazioni numeriche la parametrizzazione (1.7) è fortemente raccomandata. Comunque, una volta che si sono determinati i parametri in (1.8) è spesso utile cambiare parametrizzazione, in modo da analizzare meglio la struttura dei risultati: questo porta alla parametrizzazione di Wolfenstein [9].

Parametrizzazione di Wolfenstein

La parametrizzazione di Wolfenstein si ottiene sviluppando ciascun termine della matrice CKM in serie di potenze del parametro $\lambda = |V_{us}| \simeq 0.22$, imponendo che valgano le relazioni

$$s_{12} = \lambda, \qquad s_{23} = A\lambda^2, \qquad s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta).$$
 (1.10)

La dipendenza da λ nelle ultime due relazioni della (1.10) viene scelta in base all'ordine di grandezza stimato sperimentalmente per i parametri s_{23} ed s_{13} , in modo da poter considerare A, $\rho \in \eta \sim \mathcal{O}(1)$. Il vantaggio di questa parametrizzazione è che l'ordine di grandezza dell'elemento di matrice CKM è determinato per costruzione dalla potenza di λ . Il valore numerico di tali parametri è rispettivamente [10]

$$\lambda \approx 0.226, \quad A \approx 0.814, \quad \rho \approx 0.135, \quad \eta \approx 0.349.$$
 (1.11)

Al prim'ordine non banale in λ , la matrice CKM della (1.7) assume la forma

$$\hat{V}_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \qquad (1.12)$$

avendo sostituito il set di parametri (1.8) con il set

$$\lambda, \quad A, \quad \rho, \quad \eta. \tag{1.13}$$

La violazione di CP in questa parametrizzazione può essere descritta da η , essendo proporzionale alla parte immaginaria della fase complessa δ .

Se serve un maggiore livello di accuratezza $(\geq \mathcal{O}(\lambda^4) \simeq \mathcal{O}(10^{-3}))$ è necessario includere nella (1.12) i termini successivi nello sviluppo di λ : gli elementi di matrice includendo le correzioni $\sim \mathcal{O}(\lambda^4)$ sono dati da

$$V_{ud} = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6), \qquad (1.14)$$

$$V_{us} = \lambda + \mathcal{O}(\lambda^7), \qquad (1.15)$$

$$V_{ub} = A\lambda^3(\rho - i\eta), \qquad (1.16)$$

$$V_{cd} = -\lambda + \frac{1}{2} A^2 \lambda^5 [1 - 2(\rho + i\eta)] + \mathcal{O}(\lambda^7), \qquad (1.17)$$

$$V_{cs} = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 - \frac{1}{8}\lambda^4(1 + 4A^2) + \mathcal{O}(\lambda^6), \qquad (1.18)$$

$$V_{cb} = A\lambda^2 + \mathcal{O}(\lambda^8), \qquad (1.19)$$

$$V_{td} = A\lambda^{3}[1 - (\rho + i\eta)(1 - \frac{1}{2}\lambda^{2})] + \mathcal{O}(\lambda^{7}), \qquad (1.20)$$

$$V_{ts} = -A\lambda^{2} + \frac{1}{2}A(1-2\rho)\lambda^{4} - i\eta A\lambda^{4} + \mathcal{O}(\lambda^{6}), \qquad (1.21)$$

$$V_{tb} = 1 - \frac{1}{2}A^2\lambda^4 + \mathcal{O}(\lambda^6).$$
 (1.22)

In seguito verrà utilizzata la notazione

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{1}{2}\lambda^2\right), \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{1}{2}\lambda^2\right)$$
 (1.23)

in modo che V_{td} possa essere scritto in maniera più semplice:

$$V_{td} = A\lambda^3 [1 - (\bar{\rho} + i\bar{\eta})] + \mathcal{O}(\lambda^7).$$
(1.24)

1.1.2 I triangoli dell'unitarietà

Imponendo l'unitarietà della matrice CKM si ottengono tre relazioni provenienti dai vincoli sulla diagonale della matrice $V^{\dagger}V$

$$|V_{uq}|^2 + |V_{cq}|^2 + |V_{tq}|^2 = 1 \quad (q = d, s, b)$$
(1.25)

e tre dagli elementi fuori dalla diagonale

$$V_{us}V_{ud}^* + V_{cs}V_{cd}^* + V_{ts}V_{td}^* = 0 (1.26)$$

$$V_{ub}V_{us}^* + V_{cb}V_{cs}^* + V_{tb}V_{ts}^* = 0 (1.27)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0. (1.28)$$

Ciascuna delle (1.26)-(1.28) può essere rappresentata graficamente nel piano complesso (Re z, Im z), $z \in \mathbb{C}$, da un triangolo formato da tre vettori corrispondenti rispettivamente ai tre addendi di ciascuna relazione, la cui somma vettoriale dà 0. Ovviamente, poiché tutti gli addendi sono sempre diversi da 0, è sempre possibile riscalare tali triangoli in modo che uno dei lati sia reale e di lunghezza 1.

Essendo invarianti sotto cambio di parametrizzazione, le lunghezze dei lati e le ampiezze degli angoli di ciascun triangolo sono delle *osservabili*, perciò i vincoli (1.26)-(1.28) possono essere sottoposti a verifiche sperimentali, ottenendo così indicazioni sull'unitarietà della matrice CKM.

Utilizzando le (1.14)-(1.22), si può effettuare lo studio della dipendenza da λ dei vari addendi di ciascuna delle (1.26)-(1.28), dal quale si nota che i triangoli della (1.26) e della (1.27) sono degeneri:

$$V_{us}V_{ud}^* + V_{cs}V_{cd}^* + V_{ts}V_{td}^* = \mathcal{O}(\lambda) + \mathcal{O}(\lambda) + \mathcal{O}(\lambda^5), \qquad (1.29)$$

$$V_{ub}V_{us}^{*} + V_{cb}V_{cs}^{*} + V_{tb}V_{ts}^{*} = \mathcal{O}(\lambda^{4}) + \mathcal{O}(\lambda^{2}) + \mathcal{O}(\lambda^{2}), \qquad (1.30)$$

$$V_{ud}V_{ub}^{*} + V_{cd}V_{cb}^{*} + V_{td}V_{tb}^{*} = \mathcal{O}(\lambda^{3}) + \mathcal{O}(\lambda^{3}) + \mathcal{O}(\lambda^{3}).$$
(1.31)

Il triangolo relativo alla (1.28), invece, ha i lati dello stesso ordine di grandezza ($\mathcal{O}(\lambda^3)$), il che lo rende molto più adatto degli altri per la verifica sperimentale, soprattutto perché si è interessati alla misura di *tutti* i lati, e per gli altri due triangoli la misura del lato minore è molto più difficoltosa. Il triangolo $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$

Dalle (1.14)-(1.22) si ricavano i tre contributi all'equazione (1.28):

$$V_{ud}V_{ub}^* = A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) + \mathcal{O}(\lambda^7), \qquad (1.32)$$

$$V_{cd}V_{cb}^* = -A\lambda^3 + \mathcal{O}(\lambda^7), \qquad (1.33)$$

$$V_{td}V_{tb}^* = A\lambda^3 [1 - (\bar{\rho} + i\bar{\eta})] + \mathcal{O}(\lambda^7).$$
 (1.34)

Quindi con un'accuratezza ~ $\mathcal{O}(\lambda^7) \simeq \mathcal{O}(10^{-5})$ si può considerare $V_{cd}V_{cb}^*$ reale. Riscalando tutti i termini per $|V_{cd}V_{cb}^*| = A\lambda^3$ si ottiene il triangolo dell'unitarietà riportato in Figura 1.2. Da notare che il verso opposto rispetto agli altri del vettore BC è conseguenza del segno *meno* della (1.33).



Figura 1.2: Triangolo dell'unitarietà relativo alla relazione (1.28).

Nella prossima sezione verrà mostrata la relazione tra il triangolo dell'unitarietà di Figura 1.2 ed il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \overline{\nu})$.

1.1.3 Il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \overline{\nu})$ teorico

In generale, detta *i* una particella che decade e *f* il canale di decadimento d'interesse, il branching ratio del decadimento $i \rightarrow f$ è definito come il rapporto tra la larghezza di decadimento $\Gamma(i \rightarrow f)$ e la somma delle larghezze di decadimento della particella *i* in tutti i possibili canali di decadimento f':

$$\mathcal{B}(i \to f) \stackrel{def}{=} \frac{\Gamma(i \to f)}{\sum_{f'} \Gamma(i \to f')}.$$
(1.35)

Se sperimentalmente lo stato finale f è indistinguibile da un altro stato g il branching ratio previsto si ottiene dalla somma dei due branching ratio:

$$\mathcal{B}(i \to f \lor g) = \frac{\Gamma(i \to f) + \Gamma(i \to g)}{\sum_{f'} \Gamma(i \to f')}.$$
(1.36)

Detta m_i la massa della particella *i*, la larghezza di decadimento $\Gamma(i \rightarrow f)$ è

$$\Gamma(i \to f) = \frac{1}{2m_i} \int |\mathcal{A}(i \to f)|^2 d\Phi(f)$$
(1.37)

in cui $\mathcal{A}(i \to f)$ è l'elemento di matrice detto *ampiezza* che racchiude in sé tutta la dinamica del processo mentre $\Phi(f)$ indica lo spazio delle fasi dello stato finale e dipende esclusivamente dalla cinematica.

Dalla (1.36) segue che il branching ratio del decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$, quindi, poiché sperimentalmente i neutrini delle tre famiglie leptoniche sono indistinguibili, è determinato da

$$\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} \mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\ell) \propto \sum_{\ell = e, \mu, \tau} |\mathcal{A}_\ell|^2.$$
(1.38)

Nel Modello Standard, i contributi all'ampiezza \mathcal{A}_{ℓ} che dominano il decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu_{\ell} \bar{\nu}_{\ell}$ sono descritti dai diagrammi di Feynman in Figura 1.3. Tali diagrammi descrivono anche i contributi del corrispettivo decadimento neutro $K_L \to \pi^0 \nu_{\ell} \bar{\nu}_{\ell}$. In letteratura il primo diagramma di questi è detto *a* scatola mentre gli altri due sono chiamati *a pinguino*.



Figura 1.3: Diagrammi di Feynman per il processo $\bar{s} \rightarrow d\bar{\nu}_{\ell}\bar{\nu}_{\ell}$ nel Modello Standard.

Poiché l'ampiezza totale \mathcal{A}_{ℓ} è invariante di Lorentz, la si può calcolare per comodità nel sistema di riferimento in cui il K^+ è fermo: in questo modo gli impulsi esterni $\leq m_{K^+} \simeq 494$ MeV potranno essere trascurati nei propagatori dei bosoni W e Z, dato che $m_{K^+} \ll M_W \simeq 80$ GeV; in questa approssimazione, pertanto, il processo è fondamentalmente *locale* e quindi ben descrivibile da una teoria efficace. In effetti, dal calcolo esplicito del contributo *non locale* [11] risulta che questo è circa 10^{-5} volte quello locale e perciò completamente trascurabile.

L'Hamiltoniana efficace \mathcal{H}_{eff} per il decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ si potrà scrivere quindi nella forma

$$\mathcal{H}_{eff} = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} \frac{G_{\ell}}{\sqrt{2}} \, (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_{\ell} \, \nu_{\ell})_{V-A}, \tag{1.39}$$

in cui G_{ℓ} è la costante d'accoppiamento efficace da determinare dai contributi dei diagrammi in Figura 1.3 nel limite in cui gli impulsi esterni tendono a

zero mentre il termine $(\bar{s}d)_{V-A}(\bar{\nu}_{\ell} \nu_{\ell})_{V-A}$ descrive le linee fermioniche esterne:

$$(\bar{s}d)_{V-A}(\bar{\nu}_{\ell}\,\nu_{\ell})_{V-A} \stackrel{def}{=} \bar{s}\gamma_{\mu}(1-\gamma_{5})d\,\bar{\nu}_{\ell}\gamma^{\mu}(1-\gamma_{5})\nu_{\ell}.$$
(1.40)

Contributo del diagramma a scatola

Il contributo locale all'ampiezza \mathcal{A}_{box}^ℓ relativa al diagramma $a\ scatola$ è pari a

$$\mathcal{A}_{box}^{\ell} = \frac{g^4}{64} \sum_{q=t,c,u} V_{qs}^* V_{qd} \, \Gamma_{\sigma\tau}^{\ell} R_{q\ell}^{\sigma\tau} \tag{1.41}$$

dove si è indicata con Γ la parte spinoriale dell'ampiezza e con R la restante:

$$\Gamma^{\ell}_{\sigma\tau} = -4\bar{s}\gamma_{\mu}(1-\gamma_5)\gamma_{\sigma}\gamma_{\nu}d\,\bar{\nu}_{\ell}\gamma^{\mu}(1-\gamma_5)\gamma_{\tau}\gamma^{\nu}\nu_{\ell} \tag{1.42}$$

e

$$R_{q\ell}^{\sigma\tau} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^{\sigma}k^{\tau}}{[k^2 - m_q^2][k^2 - m_\ell^2][k^2 - M_W^2]^2}.$$
 (1.43)

Tale integrale è finito e dunque non ha bisogno di essere regolarizzato. Dato che l'integrando della (1.43) è della forma $f(k^2) k^{\alpha} k^{\beta}$ si può utilizzare la sostituzione $k^{\alpha} k^{\beta} \rightarrow \frac{g^{\alpha\beta}}{4} k^2$ poiché i contributi per $\alpha \neq \beta$ sono dispari e dunque nulli. Il risultato dell'integrazione è

$$\begin{aligned} R_{q\ell}^{\sigma\tau} &= -\frac{g^{\sigma\tau}}{64\pi^2} \frac{i}{M_W^2} \left[\frac{x_q^2 \ln x_q}{(x_q - x_\ell)(1 - x_q)^2} + (x_q \leftrightarrow x_\ell) + \frac{1}{(1 - x_q)(1 - x_\ell)} \right] (1.44) \\ &\stackrel{def}{=} -\frac{g^{\sigma\tau}}{64\pi^2} \frac{i}{M_W^2} B(x_q, x_\ell) \end{aligned}$$
(1.45)

dove si è posto

$$x_q = \frac{m_q^2}{M_W^2}, \qquad x_\ell = \frac{m_\ell^2}{M_W^2}.$$
 (1.46)

In particolare, è comodo por $B(x_q, x_\ell) = \tilde{B}(x_q, x_\ell) + B(0, x_\ell)$, in modo che tutta la dipendenza da x_q sia racchiusa in \tilde{B} e che $\tilde{B}(0, x_\ell) = 0$:

$$\tilde{B}(x_q, x_\ell) = \frac{x_q}{(1 - x_q)(1 - x_\ell)} + \frac{x_q^2 \ln x_q}{(x_q - x_\ell)(1 - x_q)^2} + \frac{x_q x_\ell \ln x_\ell}{(x_\ell - x_q)(1 - x_\ell)^2}.$$
 (1.47)

Poiché saturando $\Gamma^\ell_{\sigma\tau}$ con $g^{\sigma\tau}$ si ottiene

$$\Gamma^{\ell}_{\sigma\tau}g^{\sigma\tau} = -64 \,(\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_{\ell}\nu_{\ell})_{V-A} \tag{1.48}$$

l'ampiezza \mathcal{A}_{box}^{ℓ} nella (1.41) diventa

$$\mathcal{A}_{box}^{\ell} = \frac{g^4}{64\pi^2} \frac{i}{M_W^2} \sum_{q=t,c,u} V_{qs}^* V_{qd} [\tilde{B}(x_q, x_\ell) + B(0, x_\ell)] (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_\ell \nu_\ell)_{V-A}.$$
(1.49)

L'espressione (1.49) può essere ancora semplificata:

- Dalla (1.26) segue immediatamente che il contributo di $B(0, x_{\ell})$ è nullo, poiché tale termine non dipende da x_q .
- Dato che $m_e, m_\mu, m_\tau \ll M_W$ si può porre $x_\ell \ll 1$: dalla (1.47) si ottiene

$$\tilde{B}(x_q, x_\ell) \bigg|_{x_\ell \ll 1} \simeq \frac{x_q}{1 - x_q} + \frac{x_q \ln x_q}{\left(1 - \frac{x_\ell}{x_q}\right)(1 - x_q)^2} - \frac{x_\ell \ln x_\ell}{1 - \frac{x_\ell}{x_q}} + \mathcal{O}(x_\ell) \quad (1.50)$$

dove $\frac{x_{\ell}}{x_q} = \frac{m_{\ell}^2}{m_q^2}$ è da considerarsi $\neq 0$ solo per q = u, c, poiché $\frac{x_{\ell}}{x_t} < 10^{-4}$.

• Dato che $m_u \ll m_c \ll M_W$ si può considerare $x_u = 0$ e $x_c \ll 1$: in questa ipotesi il quark u non contribuisce, poiché per definizione $\tilde{B}(0, x_\ell) = 0$.

Quindi, mediando sugli indici leptonici², i coefficienti \tilde{B}_q che pesano i contributi di $V_{qs}^* V_{qd}$ all'ampiezza \mathcal{A}_{box}^{ℓ} sono approssimativamente ($\tilde{B}_u = 0$)

$$\tilde{B}_t \simeq \frac{x_t}{1 - x_t} + \frac{x_t \ln x_t}{(1 - x_t)^2}, \quad \tilde{B}_c \simeq \left(\frac{1 - \frac{2}{3}\frac{x_\tau}{x_c}}{1 - \frac{x_\tau}{x_c}}\right) x_c \ln x_c - \frac{1}{3}\frac{x_\tau \ln x_\tau}{1 - \frac{x_\tau}{x_c}}.$$
 (1.51)

Il coefficiente B_t è stato calcolato trascurando i termini $\sim x_{\tau} \ln x_{\tau}$ poiché l'incertezza sulla misura della massa m_t del quark t permette al massimo una precisione del 4%. Per \tilde{B}_c , invece, nonostante siano stati trascurati i termini $\sim \mathcal{O}(x_{\tau})$, si ottiene una precisione $\sim 10^{-3}$.

Tenendo conto della (1.51), la (1.49) si può riscrivere semplicemente come

$$\mathcal{A}_{box}^{\ell} = \frac{g^4}{64\pi^2} \frac{i}{M_W^2} [V_{ts}^* V_{td} \tilde{B}_t + V_{cs}^* V_{cd} \tilde{B}_c] (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_{\ell} \nu_{\ell})_{V-A}.$$
(1.52)

Contributo dei diagrammi a pinguino

Per il contributo locale \mathcal{A}_{pen}^{ℓ} dei diagrammi *a pinguino* all'ampiezza totale si procede analogamente al calcolo di \mathcal{A}_{box}^{ℓ} , con l'unica differenza che in questo caso l'integrale sull'impulso del loop è divergente e va dunque prima regolarizzato. Il contributo che si ottiene è

$$\mathcal{A}_{pen}^{\ell} = -\frac{g^4}{64\pi^2} \frac{i}{M_W^2} [V_{ts}^* V_{td} C_t + V_{cs}^* V_{cd} C_c] (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_{\ell} \nu_{\ell})_{V-A}$$
(1.53)

con

$$C_q = \frac{x_q}{8} \left[\frac{6 - x_q}{1 - x_q} + \frac{3x_q + 2}{(x_q - 1)^2} \ln x_q \right].$$
 (1.54)

²In questo modo il contributo all'ampiezza \mathcal{A}_{ℓ} è indipendente dal flavour leptonico; tale scelta si ripercuote sul branching ratio in maniera trascurabile (~ 0.2%).

Ampiezza totale e Hamiltoniana efficace

Dalle (1.52) e (1.53) si ottiene l'ampiezza totale $\mathcal{A}_{\ell} = \mathcal{A}_{box}^{\ell} + \mathcal{A}_{pen}^{\ell}$:

$$\mathcal{A}_{\ell} = -\frac{g^4}{64\pi^2} \frac{i}{M_W^2} [V_{ts}^* V_{td} X_t + V_{cs}^* V_{cd} X_c] (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_{\ell} \nu_{\ell})_{V-A}$$
(1.55)

dove si è posto $X_q = C_q - \tilde{B}_q$. La precisione teorica di tale ampiezza è stata inoltre migliorata tenendo conto anche delle correzioni di QCD a 2 loop [12]: complessivamente si ottengono i valori

$$X_t = 1.51 \pm 0.05, \quad X_c \stackrel{def}{=} \lambda^4 P_0(X) \quad \text{con} \quad P_0(X) = 0.42 \pm 0.06 \quad (1.56)$$

dove λ è il parametro di Wolfenstein in (1.13). Il valore di $P_0(X)$, con un errore del 15% circa (dovuto principalmente alle incertezze sui parametri (1.13)), è la principale fonte d'incertezza su \mathcal{A}_{ℓ} , che complessivamente limita all'8% circa la precisione sulla stima del branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$.

Dalla (1.55) è possibile determinare anche l'ampiezza totale \mathcal{A}_{ℓ}^{0} per il decadimento neutro $K_{L} \to \pi^{0} \nu_{\ell} \bar{\nu}_{\ell}$: tenendo conto del fatto che il K_{L} è la composizione lineare simmetrica degli stati $d\bar{s}$ ed $s\bar{d}$, l'ampiezza risultante è semplicemente

$$\mathcal{A}_{\ell}^{0} = \frac{\mathcal{A}_{\ell} + \bar{\mathcal{A}}_{\ell}}{\sqrt{2}} = -\frac{g^{4}}{64\pi^{2}} \frac{i\sqrt{2}}{M_{W}^{2}} \operatorname{Im}[V_{ts}^{*}V_{td}X_{t} + V_{cs}^{*}V_{cd}X_{c}] (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_{\ell}\nu_{\ell})_{V-A}.$$

Le Hamiltoniane efficaci \mathcal{H}_{eff} e \mathcal{H}_{eff}^0 per i decadimenti $K \to \pi \nu \bar{\nu}$ sono date per definizione dalla somma delle ampiezze \mathcal{A}_{ℓ} (\mathcal{A}_{ℓ}^0) moltiplicate per *i*, ovvero

$$\mathcal{H}_{eff} = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} \frac{g^4}{64\pi^2 M_W^2} [V_{ts}^* V_{td} X_t + V_{cs}^* V_{cd} X_c] \, (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_\ell \nu_\ell)_{V-A}, \quad (1.57)$$

$$\mathcal{H}_{eff}^{0} = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} \frac{g^4 \sqrt{2}}{64\pi^2 M_W^2} \operatorname{Im}[V_{ts}^* V_{td} X_t + V_{cs}^* V_{cd} X_c] \, (\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_\ell \nu_\ell)_{V-A}. \, (1.58)$$

Dal confronto con la (1.39) si ottiene la costante d'accoppiamento efficace G_{ℓ} :

$$G_{\ell} = \frac{\sqrt{2} g^4}{64\pi^2 M_W^2} [V_{ts}^* V_{td} X_t + V_{cs}^* V_{cd} X_c].$$
(1.59)

Spesso in letteratura si utilizzano le relazioni

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g^2}{M_W^2}, \quad g \sin \vartheta_W = e, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$
(1.60)

per riscrivere la costante d'accoppiamento G_{ℓ} nella forma

$$G_{\ell} = \frac{\alpha G_F}{2\pi \sin^2 \vartheta_W} [V_{ts}^* V_{td} X_t + V_{cs}^* V_{cd} X_c].$$
(1.61)

Stima del branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \overline{\nu})$

Dalle (1.36) e (1.37) segue che il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$ è dato da

$$\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} \frac{|G_\ell|^2}{4m_K \Gamma_{tot}} \int |(\bar{s}d)_{V-A} (\bar{\nu}_\ell \nu_\ell)_{V-A}|^2 d\Phi(\pi^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\ell).$$
(1.62)

Il modulo quadro dell'elemento di matrice adronico $(\bar{s}d)_{V-A}$, a causa del confinamento dei quark, non può essere stimato con precisione in quanto dipendente dalle masse dei quark d ed s. Questa difficoltà, comunque, può essere aggirata utilizzando la misura del branching ratio del decadimento non raro $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$: l'Hamiltoniana efficace \mathcal{H}_{eff} per tale decadimento è

$$\mathcal{H}_{eff}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^*(\bar{s}u)_{V-A}(\bar{\nu}_e e)_{V-A}$$
(1.63)

e quindi il branching ratio è pari a

$$\mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu) = \frac{G_F^2 |V_{us}|^2}{4m_K \Gamma_{tot}} \int |(\bar{s}u)_{V-A} (\bar{\nu}_e e)_{V-A}|^2 d\Phi(\pi^0 e^+ \nu), \quad (1.64)$$

da cui segue

a cui segue

$$\frac{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})}{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu)} = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} \frac{|G_\ell|^2}{G_F^2 |V_{us}|^2} \frac{\int |(\bar{s}d)_{V-A}(\bar{\nu}_\ell \nu_\ell)_{V-A}|^2 d\Phi(\pi^+ \nu_\ell \bar{\nu}_\ell)}{\int |(\bar{s}u)_{V-A}(\bar{\nu}_e e)_{V-A}|^2 d\Phi(\pi^0 e^+ \nu)}.$$
(1.65)

Utilizzando la simmetria di isospin si ottiene la relazione

$$\langle \pi^+ | (\bar{s}d)_{V-A} | K^+ \rangle = \sqrt{2} \langle \pi^0 | (\bar{s}u)_{V-A} | K^+ \rangle$$
 (1.66)

da cui, trascurando le differenze dovute a $m_e \neq m_{\nu_\ell}$ si ottiene

$$\frac{\int |(\bar{s}d)_{V-A}(\bar{\nu}_{\ell}\nu_{\ell})_{V-A}|^2 d\Phi(\pi^+\nu_{\ell}\bar{\nu}_{\ell})}{\int |(\bar{s}u)_{V-A}(\bar{\nu}_{e}e)_{V-A}|^2 d\Phi(\pi^0 e^+\nu)} = 2r_{K^+}$$
(1.67)

dove r_{K^+} è il parametro che include tutte le correzioni che tengono conto della rottura della simmetria di isospin, come il fatto che $m_{\pi^+} \neq m_{\pi^0}$; si è calcolato [13] che $r_{K^+} = 0.901$. Sostituendo la (1.67) nella (1.65) si trova la relazione tra i due branching ratio:

$$\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) = \sum_{\ell = e, \mu, \tau} 2r_{K^+} \frac{|G_\ell|^2}{G_F^2 |V_{us}|^2} \mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu) \quad (1.68)$$

$$= 6r_{K^+} \frac{|G_\ell|^2}{G_F^2 |V_{us}|^2} \mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu)$$
(1.69)

$$= (8.23 \pm 0.65) \times 10^{-11}, \tag{1.70}$$

dove per il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu)$ si è utilizzato il valore misurato sperimentalmente [10]. L'errore sulla stima teorica del branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$ è dominato dall'errore sperimentale sui parametri (1.13) della matrice CKM [5].

Analogamente, per il decadimento neutro $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ si ottiene

$$\mathcal{B}(K_L \to \pi^0 \nu \bar{\nu}) = 6 \frac{\tau_{K_L}}{\tau_{K^+}} r_{K_L} \frac{(\mathrm{Im}G_\ell)^2}{G_F^2 |V_{us}|^2} \mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu)$$
(1.71)

$$= (2.68 \pm 0.06) \times 10^{-11}. \tag{1.72}$$

Relazione tra $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \overline{\nu})$ ed il triangolo $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$

Dalla (1.69), una volta noto il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu})$, è possibile ricavare una stima di $|G_\ell|^2/|V_{us}|^2$:

$$\frac{G_F^2}{6r_K} \frac{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})}{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \bar{\nu_e})} = \frac{|G_\ell|^2}{|V_{us}|^2} = \left(\frac{\alpha G_F}{2\pi \sin^2 \vartheta_W}\right)^2 \frac{|V_{ts}^* V_{td} X_t + V_{cs}^* V_{cd} \lambda^4 P_0|^2}{|V_{us}|^2}$$
(1.73)

dove nell'ultimo passaggio si è utilizzata la (1.61). I parametri $V_{ts}^* V_{td} X_t$, $V_{cs}^* V_{cd} \lambda^4 P_0$ e $|V_{us}|^2$ si possono riscrivere in funzione dei parametri di Wolfenstein (1.13) utilizzando le (1.14)-(1.22):

$$V_{ts}^* V_{td} X_t = -A^2 \lambda^5 (1 - \bar{\rho} + i\bar{\eta}) X_t + \mathcal{O}(\lambda^7)$$
(1.74)

$$V_{cs}^* V_{cd} \lambda^4 P_0 = -\lambda^5 P_0 + \mathcal{O}(\lambda^7)$$
(1.75)

$$|V_{us}|^2 = \lambda^2 + \mathcal{O}(\lambda^8) \tag{1.76}$$

per cui, ponendo inoltre $\rho_0 \stackrel{def}{=} 1 + \frac{P_0}{A^2 X_t},$ la (1.73) diventa

$$\frac{G_F^2}{6r_{K^+}} \frac{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})}{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \bar{\nu}_e)} \simeq \left(\frac{\alpha G_F}{2\pi \sin^2 \vartheta_W}\right)^2 A^4 \lambda^8 X_t^2 \left[(\rho_0 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2\right]. \quad (1.77)$$

Il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$ è quindi proporzionale al quadrato dell'ipotenusa del triangolo rettangolo che ha per cateti l'altezza $\bar{\eta}$ del triangolo dell'unitarietà in Figura 1.2 ed un lato di lunghezza $\rho_0 - \bar{\rho}$. In Figura 1.4 è riportata la rappresentazione grafica di tale relazione.

Analogamente, per il decadimento neutro $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ si ottiene

$$\frac{G_F^2}{6r_{K_L}} \frac{\tau_{K^+}}{\tau_{K_L}} \frac{\mathcal{B}(K_L \to \pi^0 \nu \bar{\nu})}{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^0 e^+ \bar{\nu_e})} \simeq \left(\frac{\alpha G_F}{2\pi \sin^2 \vartheta_W}\right)^2 A^4 \lambda^8 X_t^2 \bar{\eta}^2, \tag{1.78}$$

per cui il branching ratio di tale decadimento è proporzionale al quadrato dell'altezza $\bar{\eta}$ del triangolo dell'unitarietà in Figura 1.2. Dalla (1.78) si capisce perché il canale neutro sia particolarmente pregiato: il contributo del quark *charm* è nullo, per cui la precisione teorica è maggiore, ma soprattutto tale decadimento è soppresso in assenza di violazione di simmetria CP.



Figura 1.4: Relazione tra il triangolo dell'unitarietà relativo alla relazione (1.28) ed il branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$.

La sua rivelazione stabilirebbe il secondo esempio di violazione diretta di simmetria CP dopo la misura di ε'/ε nel sistema $K^0\bar{K}^0$, ma con il vantaggio di un'analisi teorica molto pulita [14]. Purtroppo, però, sperimentalmente è ancora proibitivo, poiché la ricostruzione delle tracce neutre del K_L e del π^0 non è sufficientemente precisa.

Attualmente, l'angolo β del triangolo (Figura 1.4) è stato determinato accuratamente negli esperimenti delle *B*-factory, tramite lo studio della violazione di simmetria CP del decadimento $B \to \psi K^0$, un processo che permette un'analisi teorica molto pulita. La lunghezza del lato AB del trinagolo è invece determinata dallo studio delle oscillazioni $B^0\bar{B}^0$. Combinando la misura del branching ratio del decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ con i dati esistenti relativi a β ed alle oscillazioni $B^0\bar{B}^0$ si ottiene [15] una significativa verifica della validità del Modello Standard.

1.2 Gli esperimenti E787 ed E949

Gli esperimenti E787 ed E949 [16, 17] al BNL (Brookhaven National Laboratory) sono gli unici esperimenti finora ad aver misurato con successo il branching ratio del decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$. Lo studio di tale decadimento è avvenuto utilizzando K^+ che decadevano a riposo all'interno di una targhetta di fibra scintillante posizionata al centro dell'apparato sperimentale, immerso in un campo magnetico di 1 T.

Per tali esperimenti sono stati utilizzati protoni con impulso $\simeq 24 \text{ GeV}/c$ provenienti dall'AGS (Alternating Gradient Synchrotron), ottenendo un fascio di K^+ a 690 MeV/c, con rapporto K/π di 3:1. L'apparato sperimentale utilizzato per i due esperimenti è schematizzato in Figura 1.5. I K^+ entranti venivano identificati da un contatore Čerenkov e prima di arrestarsi nella targhetta attraversavano due tracciatori di particelle cariche, un moderatore di ossido di berillio (BeO) ed un calorimetro. La targhetta era formata da 413 fibre di lunghezza 310 cm e con sezione quadrata di lato 5 mm, disposte nella stessa direzione del fascio. La direzione del pione uscente veniva determinata da una drift chamber cilindrica che circondava la targhetta, esternamente alla quale era posizionato un assorbitore attivo in materiale scintillante (Range Stack), concentrico ed anch'esso cilindrico, nel quale il pione si fermava, e che fungeva anche come veto per fotoni. I rivelatori ancora più esterni dovevano identificare la catena di decadimento $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$ ed inoltre contribuire al veto dei fotoni sfuggiti agli strati più interni.



Figura 1.5: Apparato sperimentale degli esperimenti E787 ed E949 al BNL.

I risultati ottenuti da E787 e da E949

Complessivamente, in quattro anni di presa dati (dal 1995 al 1998 per E787, nel 2002 per E949) sono stati registrati 2+5 eventi (E787+E949) interpretabili come decadimenti $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$, che hanno portato ad una stima del relativo branching ratio pari a [2]

$$\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) = 1.73^{+1.15}_{-1.05} \times 10^{-10}.$$
 (1.79)

La ricostruzione del segnale [2] è basata sull'osservazione di un'unica traccia carica positiva che viene riconosciuta come pione in base allo studio della successiva catena di decadimento $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$ all'interno dell'apparato

sperimentale e dall'assenza di qualsiasi altro segnale. Inoltre, detti E_+ ed r_+ rispettivamente l'energia cinetica ed il range della traccia carica rivelata attribuibile al π^+ , la dinamica degli eventi candidati viene studiata sul piano (E_+, r_+) , nel quale sono state individuate due regioni fiduciali. Il risultato di tale studio per gli eventi candidati degli esperimenti E787 ed E949, che ha interpretato 2+5 eventi come segnale, è riportato in Figura 1.6.



Figura 1.6: I 2+5 eventi $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ rivelati negli esperimenti E787+E949. Le regioni fiduciali delimitate dalla linea continua sono quelle definitive (E949).

1.3 I principali background nell'esperimento NA62

In generale, il background di una misura è formato dai segnali che pur essendo provenienti da eventi differenti da quelli di interesse soddisfano le condizioni della selezione del segnale. Per quanto riguarda l'esperimento NA62, ad esempio, un evento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ è caratterizzato da una traccia di carica positiva nello stato finale e nient'altro; tutti gli altri eventi che potrebbero causare una risposta simile fanno parte del background.

Nel caso dell'esperimento NA62, la principale fonte di background è data dagli altri canali di decadimento del K^+ . I più comuni tra questi sono riportati insieme ai relativi branching ratio in Tabella 1.1.

Poiché nello studio sperimentale del decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ è possibile rivelare solo il K^+ entrante ed il π^+ uscente, per raggiungere un rapporto segnale-fondo $S/B \simeq 10$ è necessario che questi vengano identificati con al-

Canale di decad	imento	B. ratio	Strategia di soppressione	
$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$	$(K_{\mu 2})$	$\sim 63.5\%$	cinematica + identificazione μ	
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$		$\sim 20.6\%$	cinematica + veto fotoni	
$K^+ \!\rightarrow\! \pi^+ \pi^+ \pi^-$		$\sim 5.6\%$	cinematica + veto part. cariche	
$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$	(K_{e3})	$\sim 5\%$	E/p + veto fotoni	
$K^+ \!\rightarrow\! \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$	$(K_{\mu 3})$	$\sim 3.3\%$	identificazione μ + veto fotoni	
$K^+ \!\rightarrow\! \pi^+ \pi^0 \pi^0$		$\sim 1.7\%$	cinematica + veto fotoni	
$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \gamma$	$(K_{\mu 2\gamma})$	$\sim 0.6\%$	identificazione μ + veto fotoni	

Tabella 1.1: Principali canali di decadimento del K^+ e relativa strategia di soppressione.

tissima precisione e che il sistema di veti per fotoni e particelle cariche sia estremamente efficiente. In particolare, i principali canali di decadimento del K^+ riportati in Tabella 1.1 hanno branching ratio fino a 10^{10} volte maggiori di quello previsto per il segnale e pertanto è necessaria una strategia sperimentale che rigetti tali decadimenti con inefficienza minore di 10^{-11} .



Figura 1.7: Cinematica del decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$.

La cinematica del decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ è schematizzata in Figura 1.7: le uniche quantità misurabili sono il momento \vec{p}_K del K^+ entrante, il momento \vec{p}_{π} del π^+ uscente e l'angolo $\theta_{\pi K}$ compreso tra questi due vettori, per cui tutta la cinematica può essere completamente descritta dalla variabile m_{miss}^2 detta squared missing mass, definita come il quadrato della differenza tra i quadrimomenti del K^+ e della traccia carica rivelata nello stato finale, assumendo che questa sia un π^+ :

$$m_{miss}^2 \stackrel{def}{=} (P_K - P_\pi)^2 \tag{1.80}$$

$$= m_K^2 + m_\pi^2 - 2E_K E_\pi + 2|\vec{p}_K||\vec{p}_\pi|\cos\theta_{\pi K}.$$
(1.81)

In particolare, nei limiti $|\vec{p}_K| \gg m_K, |\vec{p}_{\pi}| \gg m_K > m_{\pi}$ si ottiene³

$$m_{miss}^2 \simeq m_K^2 \left(1 - \frac{|\vec{p}_{\pi}|}{|\vec{p}_K|} \right) + m_{\pi}^2 \left(1 - \frac{|\vec{p}_K|}{|\vec{p}_{\pi}|} \right) - |\vec{p}_K| |\vec{p}_{\pi}| \theta_{\pi K}^2.$$
(1.82)

³I due limiti $|\vec{p}_K| \gg m_K$ e $|\vec{p}_{\pi}| \gg m_K$ implicano anche che $\theta_{\pi K} \ll 1$: l'energia nel centro di massa, infatti, è data da m_K e quindi sicuramente l'impulso trasverso del π^+ sarà minore di m_K ; anche considerando un π^+ con impulso trasverso pari a m_K emesso all'indietro nel centro di massa, nel laboratorio si avrebbe che $\theta_{\pi K} < \frac{m_K}{|\vec{p}_{\pi}| - m_K} \ll 1$.

Usando tale parametro è possibile distinguere i background in due categorie:

- i background rigettabili cinematicamente;
- i background non rigettabili cinematicamente.

1.3.1 I background rigettabili cinematicamente

I background rigettabili cinematicamente costituiscono complessivamente quasi il 92% del branching ratio del K^+ . Proprio a causa dell'elevato branching ratio è necessario rigettare tali fondi con un'inefficienza minore di 10^{-11} , che può essere raggiunta solo se la reiezione cinematica integra quelle date dal sistema di veti e dall'identificazione dei muoni.

In Figura 1.8 gli andamenti di m_{miss}^2 per tali background sono confrontati con quello per il segnale (per $|\vec{p}_K| = 75 \text{ GeV}/c$):

- Il decadimento a due corpi $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ viene visualizzato come un *pic*co centrato nel valore $m_{miss}^2 = m_{\pi^0}^2$; questo perché in tale decadimento la missing mass è costante, ed è data proprio dalla massa del π^0 .
- Il decadimento $K^+ \to \mu^+ \nu$, invece, nonostante sia anch'esso a due corpi, non appare come un picco poiché stavolta l'assunzione che la traccia sia un π è sbagliata. In questo caso, quindi, la forma dipende dal momento della particella nello stato finale ed ha $m^2 = 0$ come estremo superiore.
- Nei decadimenti a tre π , infine, la variabile m_{miss}^2 è sempre maggiore di una certa soglia che verrà indicata con min $m_{miss}^2(\pi\pi\pi)$.

Il decadimento $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ è particolarmente pericoloso poiché si trova all'interno della regione utile per lo studio del segnale e dunque, come conseguenza della reiezione cinematica di tale fondo, è necessario suddividere tale regione in due parti, separate una dall'altra dal *picco* legato al decadimento $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ e chiamate rispettivamente regione I e regione II. Tali regioni devono tenere di conto anche del decadimento $K^+ \to \mu^+ \nu$, che potrebbe causare background se il μ^+ venisse interpretato come π^+ , e del decadimento $K^+ \to \pi^+ \pi^+ \pi^-$, che potrebbe essere dannoso se una coppia $\pi^+ \pi^-$ sfuggisse alla rivelazione⁴: complessivamente, ciascuna regione è descritta dai vincoli

- Regione I: $0 < m_{miss}^2 < m_{\pi^0}^2 (\Delta m)^2$
- Regione II: $m_{\pi^0}^2 + (\Delta m)^2 < m_{miss}^2 < \min m_{miss}^2 (\pi \pi \pi) (\Delta m)^2$

⁴In effetti, per il decadimento $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \pi^0$ non sarebbe necessaria la reiezione cinematica: la probabilità che tutti e quattro i γ non vengano rivelati è infatti $\lesssim 10^{-12}$.

dove il termine Δm dipende dalla risoluzione sperimentale di m_{miss}^2 . Una stima della risoluzione minima necessaria per una sufficiente reiezione cinematica dei principali background è stata fatta dalla collaborazione di NA62 ed ha portato [18] al valore $(\Delta m)^2 \simeq 0.008 \text{ GeV}^2/c^4$, il che ha imposto dei requisiti sulla qualità dei GigaTracker e dello StrawTracker, rivelatori adibiti alla ricostruzione delle tracce cariche, che verranno descritti rispettivamente in Sezione 2.3 e 2.5.



Figura 1.8: m_{miss}^2 per il segnale ed i principali canali di decadimento del K^+ .

1.3.2 I background non rigettabili cinematicamente

In Figura 1.9 sono riportati gli andamenti di m_{miss}^2 per i principali background non rigettabili cinematicamente insieme a quello per il segnale (per $|\vec{p}_K| = 75 \text{ GeV}/c$): in questo caso, il sistema di veti per fotoni, quello per particelle cariche e l'identificazione delle particelle sono gli unici strumenti disponibili per rigettare tali background. Tuttavia, i loro branching ratio relativamente piccoli (complessivamente costituiscono circa l'8% del branching ratio del K^+) ne permettono una sufficiente soppressione anche senza lo sfruttamento di vincoli cinematici: in Tabella 1.2 sono riportati i rapporti segnale-background S/B previsti per alcuni di questi decadimenti, insieme alle inefficienze η di rivelazione o d'identificazione che sono state considerate per calcolarli. Per raggiungere una simile inefficienza η_{γ} nella rivelazione dei fotoni (e quindi un'inefficienza $\eta_{\pi^0} \simeq \eta_{\gamma}^2$ di rivelazione dei π^0) è necessario avere un sistema di veti con un'accettanza geometrica praticamente del 100% per i fotoni prodotti nella zona fiduciale di decadimento, il che si traduce con la richiesta di una copertura angolare totale per angoli $\lesssim 50 \text{ mrad } [1, 18]$: il



Figura 1.9: m_{miss}^2 per i principali background non rigettabili cinematicamente.

calorimetro a Kripton liquido (LKr) servirà per le emissioni con angolo compreso tra i 2 e gli 8.5 mrad, mentre 12 veti per fotoni a grande angolo (LAV) provvederanno alla copertura dagli 8.5 ai 50 mrad; infine, la copertura a piccoli angoli sarà fornita da un calorimetro intermedio *ad anello* (IRC) e da un calorimetro per piccoli angoli (SAC): l'IRC coprirà una corona circolare vicina al fascio lasciata scoperta dal calorimetro LKr ed il SAC, che sarà posizionato alla fine dell'apparato sperimentale, dopo un dipolo magnetico che fornisce alle particelle di carica positiva del fascio un impulso trasverso $p_T = +1620 \text{ MeV}/c$, intercetterà i fotoni diretti lungo la linea del fascio. Il layout di questi elementi è mostrato in Figura 2.5.

	$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$	$K^+ \!\!\rightarrow \! \mu^+ \nu_\mu \gamma$	$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$
B. ratio	4.87×10^{-2}	5.50×10^{-3}	2.75×10^{-4}
Accettanza	13.4 %	15.3%	17.9%
$\eta_{\pi\mu}^*$	-	10^{-5}	-
η_{π^0}	5×10^{-8}	-	5×10^{-8}
η_{γ}	-	2×10^{-4}	10^{-3}
$\eta_{\pi e}$	10^{-3}	_	-
S/B	30	5	4000

Tabella 1.2: Rapporti segnale-background S/B previsti per i principali background non rigettabili cinematicamente con le relative inefficienze η di rivelazione o d'identificazione. *: la stima di $\eta_{\pi\mu}$ riportata non tiene conto di un ulteriore fattore ~ 10⁻² dovuto al RICH.

Inoltre, esistono anche altri decadimenti (con branching ratio $\geq 10^{-5}$) come ad esempio il cosiddetto K_{e4} ($K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu$) e l'analogo $K_{\mu4}$, nei quali

il leptone carico può non venire rivelato: se, ad esempio, tale leptone viaggiasse in prossimità della *beam line* non sarebbe possibile distinguerlo dalle altre particelle di carica positiva del fascio e verrebbe perso. Per sopprimere adeguatamente tali decadimenti è necessario che almeno il π^- sia osservato e che i rivelatori siano quindi ermetici per la rivelazione delle particelle di carica negativa di momento $\leq 60 \text{ GeV}/c$. Per tale scopo possono essere utilizzate le 4 Straw Chambers (descritte nella Sezione 2.5) che formano gli elementi attivi dello spettrometro magnetico a valle della *decay region*.

Capitolo 2

L'apparato sperimentale di NA62



Figura 2.1: Schematizzazione dell'apparato sperimentale dell'esperimento NA62.

2.1 Il fascio di K^+

Scelta dell'impulso dei protoni primari

Una volta abbandonato l'intento di separare i K dal fascio di particelle cariche usando le cavità a radiofrequenza¹, è conveniente usare come fascio primario i protoni forniti dall'SPS con il massimo impulso disponibile, vale a dire 400 GeV/c [1]: l'accettanza, l'efficienza e la risoluzione di certi detector come ad esempio i veti per fotoni, i calorimetri ed i veti per muoni, migliorano con l'aumentare dell'energia delle particelle, per cui la scelta di un fascio primario ad alta energia (e di conseguenza di uno secondario) può rendere possibile una maggiore soppressione del background rispetto ad un fascio a bassa energia.

Scelta della carica del fascio secondario

La scelta di utilizzare i K^+ piuttosto che i K^- è motivata dal fatto che per un momento medio p del fascio secondario tra i 60 e i 120 GeV/c si ha una produzione di K^+ maggiore rispetto a quella di K^- (per p = 75 GeV/c $N_{K^+}/N_{K^-} \approx 2.1$) ed una maggiore concentrazione di K carichi rispetto al numero di π carichi (per p = 75 GeV/c $(K^+/\pi^+)/(K^-/\pi^-) \approx 1.2$); la concentrazione di K carichi rispetto al flusso totale della stessa carica, invece, è circa la stessa (per p = 75 GeV/c $K^+/Tot^+ \approx K^-/Tot^-$).

Scelta del momento del fascio secondario

Da una semplice formula empirica ottenuta fittando i dati sperimentali sulla produzione di particelle secondarie [19] si ottiene che per protoni primari di momento p_0 , la produzione di K^+ con momento p_K per $\Delta p_K/p_K$ fissato è massima per $p_K \approx 0.35 p_0$: per $p_0 = 400 \text{ GeV}/c$ si ha $p_K = 140 \text{ GeV}/c$. Quindi, nel range 60-120 GeV/c, con l'aumentare dell'impulso il numero di K prodotti aumenta, mentre il rapporto tra il numero di K che decade in 50 m ed il numero di particelle nel flusso diminuisce: la scelta di usare K di 75 GeV/c è dettata dal giusto compromesso tra i due andamenti che massimizza il numero di decadimenti $K \to \pi \nu \bar{\nu}$ rispetto al flusso totale di particelle.

Design e layout del fascio secondario

Il fascio di protoni primari a 400 GeV/c dell'SPS [1, 18, 20] viene inviato su una targhetta di berillio spessa 400 mm e con un diametro di 2 mm, dalla quale fuoriescono sia particelle secondarie, create dall'interazione con la targhetta, sia i protoni primari residui. A questo punto, il fascio secondario

¹La separazione a radio-frequenza dei K è realisticamente applicabile per un fascio di momento $\leq 30 \text{ GeV}/c$. Per maggiori dettagli si rimanda all'Appendice A.
viene formato selezionando con un collimatore di rame spesso 950 mm solo le particelle uscenti con angolo minore in modulo di 6 mrad; viene poi focalizzato da tre quadrupoli e deflesso verticalmente da un *front-end achromat*, formato da quattro dipoli: il primo devia il fascio ed il secondo (di opposta polarità al primo) raddrizza solo la componente del fascio di carica positiva e di momento ~ 75 GeV/c; il fascio selezionato, che adesso viaggia parallelamente alla sua direzione iniziale, viene fatto passare attraverso un radiatore di tungsteno con spessore di $1.06X_0$: questo causa agli e^+ una sufficiente perdita di energia per *Bremsstrahlung* da essere rigettati dopo il passaggio dal terzo e dal quarto dipolo, che ripristinano la direzione iniziale del fascio, che viene rifocalizzato da un successivo tripletto di quadrupoli. Si ottiene in questo modo un fascio secondario di momento medio di 75 GeV/c ed una deviazione standard di 0.9 GeV/c, formato solo da particelle di carica positiva che è stato inoltre ripulito da più del 99,6% degli e^+ .

Per ottimizzare l'identificazione dei K^+ , una coppia di quadrupoli rende il fascio sufficientemente largo e parallelo all'entrata del CEDAR (Sezione 2.2) ed un'ulteriore coppia all'uscita da questo ripristina la collimazione precedente. Infine, prima di entrare nella *decay region*, posta all'interno di una camera a tenuta stagna — detta *vacuum tank* — in cui viene praticato un vuoto $\leq 10^{-4}$ mbar, il fascio viene fatto passare da un secondo *achromat* e da tre GigaTracker (Sezione 2.3), posizionati rispettivamente all'inizio, a metà ed alla fine dell'achromat ed attraverso un collimatore attivo (CHAN-TI) ad anello (di raggio interno 10 cm) che veta le particelle del fascio più periferiche. Il secondo achromat piega il fascio in modo che esca dal terzo GigaTracker con un angolo di -1.2 mrad rispetto alla linea dell'apparato sperimentale: in questo modo il successivo spettrometro, deflettendo il fascio in senso opposto, lo riporterà al centro dell'apertura del calorimetro LKr. Una volta giunto alla fine dell'apparato sperimentale, il fascio di particelle residuo viene deflesso di +21.6 mrad da un ultimo dipolo magnetico.

Composizione del fascio

Nell'Ottobre 2007 [18] è stata misurata la composizione del fascio secondario all'altezza del terzo GigaTracker (corrispondente ad una distanza di 102.4 m dalla targhetta di berillio); i risultati sono riportati in Tabella 2.1.

	π^+	p	K^+	$\mu^+ + e^+$	Totale
Φ (MHz)	525	173	45	6.6 + 0.3	750
Φ/Φ_{tot} (%)	70%	23%	6%	$0.9\%{+}0.04\%$	100%
Φ/Φ_K	11.6	3.8	1	0.14 + 0.007	16.66

Tabella 2.1: Composizione del fascio secondario all'altezza del terzo GigaTracker (a 102.4 m dal target). I flussi Φ sono stati calcolati considerando uno *spill effettivo* di 3 s.

2.2 Il rivelatore Čerenkov CEDAR

Il CEDAR (ČErenkov Differential counter with Achromatic Ring focus) è un rivelatore Čerenkov differenziale, ovvero rivela solo la luce Čerenkov² emessa con un determinato angolo rispetto alla linea del fascio e per tale caratteristica può essere utilizzato per distinguere particelle di una determinata massa dalle altre: l'angolo di emissione della luce Čerenkov, infatti, è legato alla velocità della particella che l'ha emessa e quindi alla sua massa, nel caso si abbia un fascio di particelle di un dato impulso. In particolare, nell'esperimento NA62, serve per distinguere i K^+ dalle altre particelle del fascio, con lo scopo di vetare i segnali non provenenti da un kaone, come ad esempio quelli causati dalle interazioni dei pioni e dei protoni con l'apparato sperimentale che verranno studiate nel Capitolo 3.



Figura 2.2: Schematizzazione del cammino ottico della luce Čerenkov nel CEDAR.

Design e layout

Il CEDAR [1, 18, 20] che verrà utilizzato sarà la versione modificata di un detector già esistente all'SPS, chiamato West CEDAR. In particolare, le modifiche principali saranno due:

- il gas scelto come radiatore sarà l'idrogeno anziché l'azoto, al fine di minimizzare il multiplo scattering delle particelle del fascio;
- gli 8 fotomoltiplicatori esistenti verranno sostituiti da 8 cluster di dispositivi multi-anodo, riducendo così il rate di ciascun canale e la conseguente inefficienza dovuta al tempo morto dei fotomoltiplicatori.

²Per maggiori dettagli sull'effetto Čerenkov si rimanda all'Appendice B.

Come mostrato in Figura 2.2, per ciascun cluster, la luce Čerenkov emessa nel gas verrà riflessa da uno specchio di Mangin (un menisco di vetro con una superficie riflettente) e dopo essere passata da una lente per la correzione cromatica e da una per la focalizzazione giungerà ad un diaframma, che permetterà l'arrivo ai fotomoltiplicatori solo della luce emessa ad un determinato angolo ϑ . Variando la pressione del gas, e conseguentemente il suo indice di rifrazione, è possibile fare in modo che l'angolo ϑ sia proprio quello dell'emissione Čerenkov delle particelle d'interesse (Figura 2.3). Per K^+ di 75 GeV/c di momento servirà una pressione dell'idrogeno di circa 3 bar.



Figura 2.3: Rapporto tra il rate misurato nel CEDAR in funzione della pressione del radiatore (N₂) ed il rate del fascio di particelle (Ottobre 2007). I tre picchi corrispondono rispettivamente (da sinistra) ai π^+ , ai K^+ ed ai protoni.

Come si può notare dal fondo pressoché costante del grafico in Figura 2.3, la probabilità di interpretare un protone o un pione come un K^+ è $\leq 3 \times 10^{-4}$; l'efficienza del CEDAR richiesta per la rivelazione dei K^+ , invece, dovrà essere $\geq 95\%$, con una risoluzione temporale dell'ordine dei 100 ps. Non conoscendo ancora con precisione il valore di tale risoluzione una volta sostituiti i fotomoltiplicatori, si è deciso di valutare i background studiati nella seconda parte della tesi in funzione di un parametro τ , che dipende anche dalla risoluzione del CEDAR (v. equazione (3.12)).

2.3 I GigaTracker

I GigaTracker [1, 18, 20] sono tre rivelatori di posizione al silicio che verranno utilizzati nell'esperimento NA62 come componente attiva di uno spettrometro, posizionato immediatamente a monte della zona fiduciale di decadimento, che misuri con precisione l'impulso, la direzione ed il tempo di passaggio del K^+ entrante. Tali rivelatori saranno esposti ad un flusso di particelle che potrà avere anche dei picchi di 1 GHz (da cui il nome *GigaTracker*), per cui è fondamentale che siano poco deteriorabili e che soprattutto abbiano un'efficienza elevata anche in tale regime. L'alto rate nei GigaTracker, infatti, può portare ad una situazione in cui la traccia misurata del pione nello spettrometro a valle della zona di decadimento è erroneamente associata ad un kaone nel GigaTracker. Quando questo avviene, la reiezione cinematica è meno efficace. Per evitare un tale background, causato dall'accoppiamento accidentale di segnali dei due spettrometri, un tempo di risoluzione molto buono del GigaTracker è essenziale. In particolare, la risoluzione richiesta per separare efficientemente due tracce successive è ≈ 150 ps (rms).

Inoltre, è stato stimato [20] che il momento della particella incidente deve essere misurato con una risoluzione relativa $\sigma(p_K)/p_K \sim 0.4\%$, mentre la direzione con una risoluzione dell'ordine di 15 µrad.



Figura 2.4: Configurazione del GigaTracker e delle sue componenti.

Design e layout

Ciascuna stazione copre un'area di (60×27) mm² per un totale di 18000 pixel da $(300 \times 300) \ \mu\text{m}^2$ ed è spessa circa 300 μm , di cui 200 μm sono occupati dal sensore di silicio ed i restanti 100 μm dal readout, che è composto da 5×2 chip (Figura 2.4). Tale spessore, pari a $0.5\% X_0$, rappresenta un buon compromesso tra il costo dei rivelatori e la loro risposta (≈ 15000 elettroni) per il passaggio di una MIP.

Poiché il calore dissipativo prodotto dai 10 chip del readout previsto è circa 32 W, è necessario un sistema di raffreddamento dei GigaTracker³: a tal proposito, ognuno di questi sarà montato su una struttura di supporto

³Il calore prodotto dall'interazione tra fascio e GigaTracker è trascurabile rispetto a quello prodotto dal readout: l'energia depositata da una MIP nel silicio è ~ 4 MeV/cm per cui considerando un rate di 750 MHz ed uno spessore di 300 μ m si ottiene ~ 1.5×10^{-5} W.

in fibra di carbonio, che dissiperà il calore prodotto e verrà raffreddata da un sistema di refrigerazione fuori dalla zona di passaggio del fascio.

2.4 Il sistema di veto per fotoni

Il sistema di veto per fotoni è essenziale al fine di sopprimere il background proveniente dal decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ al livello richiesto. Affinché l'inefficienza media per il veto di tali eventi sia minore di 10^{-8} , il sistema di veto deve fornire una copertura geometrica ermetica fino ad angoli di 50 mrad per i fotoni provenienti dalla zona fiduciale di decadimento: in questo modo, solo nello 0.2% degli eventi uno dei due fotoni viene perso ad angoli maggiori.

I rivelatori che verranno utilizzati per ottenere una copertura angolare totale fino ai 50 mrad sono raggruppabili in tre classi [1, 18]:

- i LAV (Large Angle Vetoes): 12 moduli (ANTI 1-12) che provvederanno alla copertura dagli 8.5 ai 50 mrad;
- il calorimetro a Kripton liquido (LKr), che servirà per le emissioni con angolo compreso tra i 2 e gli 8.5 mrad;
- i SAV (Small Angle Vetoes): l'IRC (Intermediate Ring Calorimeter) ed il SAC (Small Angle Calorimeter), che forniranno la copertura per angoli ≤ 2 mrad.



Figura 2.5: Disposizione e copertura angolare dei veti per fotoni.

2.4.1 I rivelatori a grandi angoli LAV

I LAV (Large Angle Vetoes) [1, 18] sono formati da 12 moduli ANTI distribuiti lungo la zona di decadimento: 11 di questi saranno inseriti nella vacuum tank, mentre l'ultimo verrà posizionato tra il RICH ed il calorimetro LKr. Ogni modulo è composto da una corona circolare di materiale attivo che circonda la beam pipe ed è distanziato dagli altri dai 6 ai 12 metri, in modo tale da intercettare sempre la traiettoria di una particella uscente dalla zona di decadimento con angolo tra 8.5 e 50 mrad (Figura 2.5).

Per determinare la tecnologia più conveniente per la realizzazione della componente attiva dei moduli ANTI sono stati costruiti e confrontati tre prototipi:

- **Prototipo CKM:** la corona circolare è formata da 16 blocchi *a spicchio*, composti da strati alternati di piombo da 1 mm e di materiale scintillante da 5 mm. Un rivelatore simile era stato proposto per l'esperimento (cancellato) CKM al Fermilab.
- Prototipo a fibra: la corona circolare è formata da 2 blocchi a forma di U, composti da strati di fibre scintillanti di 1 mm di diametro intervallati da sottili fogli di piombo spessi 0.5 mm. Le fibre sono disposte ortogonalmente alla direzione della particella incidente e hanno il readout alle due estremità. Tale soluzione è basata sul design del calorimetro dell'esperimento KLOE ai Laboratori Nazionali di Frascati.
- **Prototipo con LeadGlass:** la corona circolare è formata da anelli composti da blocchi di vetro al piombo (LeadGlass) utilizzati nell'esperimento OPAL al CERN.

I tre prototipi sono stati testati al Beam Test Facility di Frascati, utilizzando elettroni provenienti dal linac DA Φ NE: in Tabella 2.2 sono riportate le inefficienze ottenute per i tre prototipi. Tali inefficienze sono state calcolate considerando *non visti* gli eventi che hanno depositato meno di 50 MeV, per i quali i prototipi erano stati dichiarati inefficienti. Dato che i risultati dei test hanno mostrato delle prestazioni comparabili, è stata scelta la soluzione meno costosa, ovvero quella dei LeadGlass di OPAL.

Design e layout

I 12 moduli ANTI [20] sono composti da 4 o da 5 anelli formati con dei rivelatori Čerenkov di vetro al piombo (LeadGlass); le specifiche di ciascun modulo sono riportate in Tabella 2.3. Ogni LeadGlass è un trapezoide di vetro al piombo ($\simeq 74\%$ di PbO), con base maggiore di (11×11) cm², base

	Energia e^-	Eventi	Eventi	Inefficienza
	(MeV)	in totale	non visti	$(\times 10^{-5})$
	200	68829	5	$7.3^{+4.1}_{-3.3}$
Prototipo a fibra	350	207385	3	$1.4^{+1.1}_{-0.9}$
	500	371633	1	$0.27\substack{+0.47\\-0.17}$
Prototipo CKM	200	65165	2	$3.1^{+3.1}_{-1.5}$
	350	221162	3	$1.4^{+1.0}_{-0.6}$
	500	192412	1	$0.52_{-0.32}^{+0.08}$
	200	25069	3	$12.0^{+9.2}_{-5.2}$
LeadGlass	-	-	-	-
	500	91511	1	$1.1^{+1.8}_{-0.7}$

Tabella 2.2: Confronto tra i tre prototipi dei LAV (Giugno 2007).

minore di (9×9) cm² ed un'altezza di 37 cm, rivestito da un *wrapping* di Tyvek. Alla base maggiore una guida ottica in plexiglass cilindrica di altezza 2 cm e raggio 4.5 cm collega il contatore ad un fotomoltiplicatore che converte in un impulso elettrico parte della luce Čerenkov prodotta al passaggio di una particella carica all'interno del LeadGlass.

In particolare, l'elevata percentuale di piombo porta ad una diminuzione della lunghezza di radiazione X_0 , il che aumenta lo spessore equivalente del contatore ($\approx 0.66X_0/\text{cm}$) e rende i LeadGlass estremamente efficienti per la rivelazione dei fotoni: sebbene siano di carica neutra, infatti, vengono rivelati poiché nell'interazione con il contatore producono uno sciame di coppie e^+e^- a cascata. Inoltre, il piombo contribuisce ad aumentare anche l'indice di rifrazione n del contatore, abbassando di conseguenza la soglia di emissione Čerenkov ($n \simeq 1.85$ per cui la soglia Čerenkov p_{th} sull'impulso di una particella di massa m è circa $p_{th} = m/\sqrt{n^2 - 1} \approx 0.64m$.).

Dalla Figura 2.6 si può notare la disposizione dei LeadGlass all'interno di un modulo ANTI: i rivelatori vengono montati in ciascun anello con orientazione radiale; poiché, per ottenere anelli del diametro voluto è necessario lasciare una piccola distanza tra contatore e contatore, ogni anello è sfasato di un quinto dell'angolo tra due blocchi rispetto all'anello precedente, in modo da avere una copertura totale, con uno strato di almeno tre blocchi $(\approx 20X_0)$.

ID ANTI	N Anelli	N Cristalli/Anello	Raggio interno
1-5	5	32	$532 \mathrm{~mm}$
6-8	5	48	$772 \mathrm{~mm}$
9-11	4	60	$972 \mathrm{mm}$
12	4	64	$1072 \mathrm{~mm}$

Tabella 2.3: Specifiche della composizione interna dei LAV.



Figura 2.6: Interno del modulo ANTI 1 dei LAV.

2.4.2 Il calorimetro elettromagnetico LKr

Il calorimetro LKr [1, 18], che è lo stesso utilizzato per l'esperimento NA48, è una camera a ionizzazione che utilizza come materiale attivo 9 m³ circa di Kripton liquido. Questo gas nobile è stato scelto per la linearità della sua risposta rispetto all'energia depositata, per l'assenza di problemi dovuti all'usura e per la relativamente piccola lunghezza di radiazione X_0 , che permette di ottenere un dato stopping power con uno spessore di materia minore. In NA62, oltre alla funzione di veto per i fotoni, avrà anche quella di misurare l'energia rilasciata dalla traccia carica, in modo da distinguere i positroni dai pioni tramite il rapporto E/p e rigettare il background dovuto al decadimento $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$.

L'inefficienza nella rivelazione dei fotoni η_{LKr}^{γ} del calorimetro è stata calcolata analizzando i dati raccolti da NA48 nel 2004: selezionando gli eventi ad una sola traccia carica positiva riconosciuti come $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ tramite lo studio della missing mass, è possibile ottenere una sovrastima del numero di fotoni passati dal calorimetro; a questo punto, è bastato confrontare tale stima con il numero di fotoni rivelati dal calorimetro, ottenendo un limite superiore all'inefficienza:

$$\eta_{LKr}^{\gamma} < 0.9 \times 10^{-5} \quad @ 90\% \ C.L. \ (E_{\gamma} > 10 \ \text{GeV}).$$
 (2.1)

Design e layout

Tale rivelatore veniva utilizzato nell'esperimento NA48 come calorimetro elettromagnetico: la sua parte attiva, infatti, ha uno spessore di 127 cm, che corrisponde a circa 27 lunghezze di radiazione, per cui uno sciame di 50 GeV è quasi interamente contenuto (circa il 99%) al suo interno.

Le facce del calorimetro ortogonali alla direzione del fascio sono approssimativamente ottagonali, hanno un apotema di circa 123 cm e sono suddivise in 13248 celle di superficie (2×2) cm²; tali celle sono spesse quanto l'intera parte attiva.



Calorimetro LKr (smontato).

Il calorimetro, inoltre, ha un foro centrale di circa 16 cm di diametro, per permettere il passaggio del fascio di particelle non decadute. Per evitare che il Kripton liquido raggiunga la temperatura di ebollizione è necessario mantenerlo ad una temperatura costante di 121 K $\pm 0.1\%$. Per questo, tutto il calorimetro è racchiuso in un criostato composto da un rivestimento spesso 4 mm di alluminio ed un contenitore d'acciaio a tenuta stagna spesso 29 mm che contiene il Kripton liquido. L'intero criostato introduce circa $0.65X_0$ di materiale passivo prima della componente attiva, il che equivale in media a circa 50 MeV persi nella ricostruzione dell'energia delle particelle; questo lo rende inefficiente per i γ di bassa energia (≤ 100 MeV).

2.4.3 I rivelatori a piccoli angoli SAV

I SAV (Small Angle Vetoes) [1, 18] sono formati da un calorimetro intermedio *ad anello* (IRC) e da un calorimetro per piccoli angoli (SAC): l'IRC (Intermediate Ring Calorimeter) sarà posizionato sulla *beam line*, immediatamente prima del calorimetro LKr, in modo da vetare le particelle che viaggeranno nell'alone del fascio; il SAC (Small Angle Calorimeter), invece, verrà posto alla fine dell'apparato sperimentale, dopo un dipolo magnetico che fornisce alle particelle di carica positiva del fascio un impulso trasverso $p_T = +1620 \text{ MeV}/c$ (corrispondente ad una deflessione di +21.6 mrad), sul prolungamento della direzione iniziale del fascio: in questo modo, tutte le particelle neutre⁴ che viaggiavano lungo la linea del fascio saranno intercettate. I due rivelatori dovranno avere almeno uno spessore equivalente di $16X_0$, in modo da avere una probabilità di non interazione dei $\gamma \leq 10^{-7}$.

⁴Sebbene negli eventi in cui il background è causato dagli altri canali di decadimento del K^+ siano esclusivamente fotoni (e neutrini irrivelabili), in quelli in cui il background è dovuto all'apparato sperimentale possono essere anche K_L e neutroni.



Figura 2.7: Prototipo del SAC.

Design e layout

Entrambi i rivelatori IRC e SAC verranno costruiti utilizzando la stessa tecnologia, chiamata shashlyk technique, che consiste nell'alternare strati di assorbitore ad altrettanti di materiale scintillante: per ottenere uno spessore equivalente di $\approx 17X_0$ verranno utilizzati circa 100 strati da 1 mm di piombo; come materiale scintillante verranno utilizzate delle fibre con diametro di 2 mm disposte longitudinalmente rispetto al fascio di particelle e distanti 9.5 mm l'una dall'altra. Per l'IRC questi strati formerano una corona circolare con raggio interno di 7 cm ed esterno di 14.5 cm, mentre nel SAC saranno quadrati, di lato ≈ 26 cm. Lo spessore di entrambi i rivelatori sarà di circa 25 cm. Un prototipo del SAC (Figura 2.7) è stato realizzato e dai relativi test è risultata un'inefficienza minore di 6×10^{-5} .

2.5 Lo Straw Tracker

Per minimizzare il multiplo scattering del pione uscente è stato proposto di inserire lo spettrometro magnetico (Straw Tracker) nella vacuum tank, dopo la zona fiduciale di decadimento e senza nessuna separazione da questa.

Come discusso nella Sezione 1.3.2, per sopprimere adeguatamente il background proveniente dai decadimenti $K_{e4} \in K_{\mu4}$, lo spettrometro deve essere ermetico per la rivelazione dei π^- : questi devono essere separati dal fascio di particelle a 75 GeV/c sufficientemente da finire sulla componente attiva dello spettrometro. Questa condizione è soddisfatta dal layout proposto per lo Straw Tracker [1, 18], formato dai magneti MNP-33 che forniscono alle particelle di carica positiva un impulso trasverso p_T di +270 MeV/c e da quattro Straw Chambers, due prima e due dopo il campo magnetico, in modo da ricostruire le traiettorie delle particelle cariche entranti ed uscenti da questo.

Le Straw Chambers sono state scelte come componenti attive di tale spettrometro in quanto rivelatori più promettenti per operare nel vuoto. Inoltre, non hanno bisogno di intelaiature o flange e questo evita che le particelle dell'alone del fascio possano creare un ulteriore background.



Figura 2.8: Schematizzazione del layout delle Straw Chambers: (a) disposizione delle quattro viste (x, y, u, v) e zone di sovrapposizione; (b) disposizione delle straw in una vista.

Design e layout

Il design proposto per le Straw Chambers è parzialmente basato sull'esperienza accumulata durante la produzione e l'utilizzo di simili rivelatori costruiti per gli esperimenti COMPASS e ATLAS.

Le Straw Chambers [1, 18] sono formate da una complessa trama di straw con tubo in Mylar metallizzato spesso 36 μ m, lunghe 210 cm e con un diametro di 9.6 mm. Ciascuna camera ha quattro viste (x, y, u, v) in modo da ottenere due piani ortogonali (x, y) e (u, v) sfasati di 45 gradi l'uno dall'altro (Figura 2.8(a)); ogni vista, inoltre, è formata da quattro piani di 112 straw ciascuno, posizionate come mostrato in Figura 2.8(b). Questa configurazione è stata dettata dall'esigenza di mantenere le straw separate di almeno 1.2 mm, per tenere sotto controllo eventuali deformazioni dovute al regime di vuoto della vacuum tank, e da quella di intercettare sempre con almeno due straw la particella incidente, in modo da rimuovere l'ambiguità destra-sinistra nella misura della sua posizione. A loro volta, ciascun piano è composto da due semipiani, separati da 12 cm di spazio per permettere il passaggio delle particelle del fascio. La necessità di utilizzare quattro viste nasce proprio da tale separazione, in modo da avere almeno due coordinate sulla più vasta superficie possibile: in Figura 2.8(a) sono riportate le zone delle camere con diverso numero di coordinate. La risoluzione spaziale delle camere prevista con tale design è $\approx 130 \ \mu m$ per ogni vista.

2.5.1 Outgassing delle Straw Chambers

La composizione del gas interno alle straw [21] è una miscela non infiammabile composta da circa il 90% di anidride carbonica (CO₂), il 5% di tetrafluorometano (CF₄) e dal 5% di isobutene (CH₂C(CH₃)₂).

Nel 2007 a Dubna [18] è stato costruito un prototipo di camera con solo 48 straw (6×8 strati) con il quale è stata misurata la fuoriuscita del gas interno delle straw in presenza di una pressione esterna di 2.7×10^{-4} mbar; la pressione interna delle straw era mantenuta costante per l'intera durata della misura irrorando le straw con un getto di CO₂ a pressione atmosferica. Dopo 180 minuti dallo spegnimento della pompa a vuoto, la pressione è cresciuta di 1.45 mbar, che corrisponde ad una perdita di gas per le 48 straw di 0.6 cc/min, ovvero 1.25×10^{-2} cc/min per straw. Tuttavia, tale risultato è solo una media tra la diversa qualità delle straw utilizzate: per 27 di queste la perdita è solo di 10^{-3} cc/min per straw, pertanto, se fosse necessario un livello di outgassing minore, potrebbe essere raggiunto scartando le straw con perdite maggiori.

Complessivamente, comunque, considerando il numero complessivo delle straw previste per le 4 camere (=7168) e la perdita media di gas misurata, l'outgassing totale sarà $\geq 9 \text{ cc/min} \simeq 2.2 \times 10^{20} \text{ molecole/min}.$

2.6 Il rivelatore Čerenkov RICH

Come visto nella Sezione 1.3, per sopprimere adeguatamente il background proveniente dal decadimento $K^+ \to \mu^+ \nu$ ($K_{\mu 2}$), non è sufficiente richiedere una missing mass ricostruita maggiore di zero: è necessario identificare la traccia carica come muone. Questo compito è prevalentemente assunto dai MUV descritti in Sezione 2.7, ma la loro inefficienza $\eta_{\mu} \sim 10^{-5}$ potrebbe essere troppo elevata e richiedere un vincolo cinematico più forte significherebbe perdere una percentuale molto alta dell'accettanza del segnale. Per migliorare l'identificazione del μ , quindi, è stato proposto di utilizzare un contatore RICH (Ring Imaging Čerenkov) in grado di distinguere i pioni dai muoni nel range d'impulsi 15÷35 GeV/c, riducendo l'inefficienza d'identificazione dei muoni η_{μ} di un ulteriore fattore 100.

Il RICH è un particolare rivelatore Čerenkov in cui uno specchio sferico concavo riflette il cono di luce Čerenkov sul proprio piano focale, dove è posto un rivelatore di fotoni. Considerando una particella che viaggia ortogonalmente al piano focale il raggio r_{ring} dell'anello Čerenkov che viene proiettato sul rivelatore è dato da

$$r_{ring} = f \tan \theta_c \tag{2.2}$$

dove f è la distanza focale dello specchio sferico, pari a metà del suo raggio di curvatura. In generale, per una particella che viaggia con un angolo α rispetto al piano focale, l'anello viene visualizzato come un'ellisse con semiassi

$$r_{min} = f \tan \theta_c; \quad r_{max} = f \frac{\tan \theta_c}{\cos \alpha}.$$

Dalla dimensione dell'anello, quindi, è possibile risalire all'angolo di emissione Čerenkov e, misurando con lo Straw Tracker il momento della particella incidente, si può risalire alla sua massa (v. Appendice B).



Figura 2.9: Schematizzazione del layout del RICH.

Design e layout

Il RICH [1, 18] sarà posizionato tra l'ultima Straw Chamber ed il calorimetro LKr e sarà riempito con del neon a pressione atmosferica ($\simeq 5.6\% X_0$), che fungerà da radiatore Čerenkov. Il neon sarà contenuto in un tubo cilindrico lungo 18 m e con diametro di circa 3 m, attraverso il quale passerà la beam pipe, il tubo a vuoto del fascio, con un'angolazione di circa 2.5 mrad dovuta all'impulso trasverso fornito al fascio dallo Straw Tracker. All'estremità del RICH più lontana dalla zona di decadimento è posizionato un mosaico di specchi con distanza focale $f \simeq 17$ m, che rifletteranno la luce Čerenkov in due regioni differenti in modo da evitare l'ombra della beam pipe. In ciascuna regione sono posizionati circa 1000 fotomoltiplicatori con pixel di diametro 18 mm, disposti a nido d'ape. Le due regioni sono ai lati opposti della beam pipe, ed i relativi centri sono distanti circa 1 m da questa. Una schematizzazione del layout del RICH è riportata in Figura 2.9.

2.7 I veti per muoni MUV

Il sistema di veto per i muoni [21] è formato da tre moduli (MUV 1-3) distinti. In realtà solo il modulo MUV 3 verrà utilizzato come vero e proprio veto per muoni: i primi due rivelatori (MUV 1 e 2), che saranno posizionati

immediatamente dopo il calorimetro LKr, infatti, fungeranno da calorimetro adronico, misurando l'energia rilasciata dalle particelle incidenti; il MUV 3, invece, verrà disposto dopo un assorbitore di ferro (*iron wall*) spesso 80 cm, come mostrato in Figura 2.10.



Figura 2.10: Disposizione dei MUV.

Design e layout

Le facce ortogonali al fascio di tutti e tre i moduli sono quadrate, con lato di 260 cm e con un foro centrale di circa 20 cm di diametro per permettere il passaggio della beam pipe. I moduli MUV 1 e 2 sono composti rispettivamente da 25 e 23 strati di ferro spessi 25 mm alternati a 24 e 22 strati spessi dai 4 ai 6 cm di fibre scintillanti con diametro di 10 mm, orientate sia verticalmente che orizzontalmente. Lo spessore complessivo di ciascun modulo equivale a circa 6 lunghezze d'interazione per i pioni λ_i^{π} (3 dei 62.5 cm di ferro e 3 dei 260 cm di materiale scintillante); considerando anche gli 80 cm dell'*iron wall* ($\simeq 4\lambda_i^{\pi}$) si ottiene uno spessore complessivo di circa $16\lambda_i^{\pi}$, per cui la probabilità che un pione arrivi al MUV 3 è $\approx e^{-16} \simeq 1.1 \times 10^{-7}$. Il MUV 3, invece, sarà composto da due soli strati di materiale scintillante, per uno spessore complessivo di 5 cm circa. Come MUV 2 sarà utilizzato il primo modulo del calorimetro adronico dell'esperimento NA48 ruotato di 180°, mentre i MUV 1 e 3 verranno costruiti appositamente.

2.8 Altri rivelatori

2.8.1 Il CHANTI

Un set di anelli di materiale scintillante formeranno il CHANTI (CHarged ANTIcounter) [1, 18], un veto per particelle cariche che verrà posizionato dopo l'ultimo GigaTracker, all'entrata della vacuum tank, e servirà a vetare sia gli eventi originati dalle particelle che pur essendo state scartate durante la precedente collimazione del fascio entrano comunque nella zona fiduciale di decadimento, che quelli legati alle interazioni del fascio con il terzo Giga-Tracker, studiate nel capitolo 7. Il CHANTI sarà formato da sei anelli con raggio interno di 5 cm ed esterno di 15 cm e da un settimo anello con raggio interno 18 cm ed esterno di 60 cm; ogni anello sarà composto da due piani di materiale scintillante, spessi 1 cm ciascuno.

2.8.2 Il CHOD

Il CHOD (Charged HODoscope) [1, 18] è un rivelatore di particelle cariche che verrà posizionato tra il RICH ed il calorimetro LKr e sarà formato da due piani di superficie $\approx (2.4 \times 2.4) \text{ m}^2$ (in modo da coprire l'accettanza del calorimetro) e spessi $\approx 15\% X_0$, per cui influirà sull'inefficienza di rivelazione del calorimetro LKr in maniera trascurabile. Fondamentalmente, servirà per funzioni di trigger: determinerà il tempo ed il punto di passaggio delle tracce cariche, per cui potrà essere utilizzato sia durante la presa dati, per scartare immediatamente eventi con più tracce cariche come quelli provenienti dal decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$, sia off-line, per garantire che la traccia carica uscente dalla decay region venga associata alla corretta traccia misurata dai GigaTracker. Per questo scopo è necessario che abbia un'efficienza di rivelazione della traccia carica molto alta ed una risoluzione temporale migliore di 100 ps, visto l'alto rate di passaggio nel GigaTracker (~ 1 GHz).

Una possibile tecnologia per la realizzazione di un rivelatore con tali requisiti può essere quella chiamata *Multigap glass RPC* (Resistive Plate Chamber), che utilizza diversi strati di vetro con una faccia smaltata di materiale conduttore come armature di condensatori, poste a differenze di potenziale a cascata: il passaggio della particella carica ionizza il gas contenuto tra le diverse armature ed i segnali provenienti dai vari condensatori si sommano.

Parte II

Il background dovuto all'apparato sperimentale

Capitolo 3

Trattazione teorica

Il background dovuto all'apparato sperimentale è causato da processi fisici (diversi da quelli di interesse) indotti dalla strumentazione utilizzata in un esperimento. Nell'esperimento NA62 è originato dalla presenza di materia lungo la linea di propagazione del fascio; in particolare, le principali fonti di tale background sono i materiali sulla linea del fascio che si trovano prima o all'interno del volume fiduciale di decadimento, ovvero il gas residuo nella vacuum tank ed i GigaTracker.

In generale, un parametro significativo per valutare l'ammontare di un particolare background è il rapporto R_{bkg}/R_{sig} tra il rate R_{bkg} previsto per i falsi segnali dovuti al background e quello R_{sig} previsto per il segnale. In questo capitolo si determineranno i rapporti R_{bkg}/R_{sig} per i due background studiati, quello dovuto al gas residuo e quello dovuto ai GigaTracker, in funzione delle accettanze ε_{bkg}^i degli eventi di background, che verranno determinate nei capitoli 6 e 7 utilizzando delle simulazioni Monte Carlo. Nel caso del background dovuto al gas residuo, per non avere fondo eccessivo, si vuole che tale rapporto sia minore di un certo valore ϵ : tale richiesta si traduce in un vincolo sulla pressione massima tollerabile nella vacuum tank.

Poiché si studieranno le interazioni delle particelle del fascio con la materia, è opportuno, prima di procedere con le altre valutazioni, stimare i relativi cammini medi per le diverse particelle nei diversi materiali.

3.1 Stima dei cammini medi nella materia

In generale, una particella *i* che attraversa uno strato di materia *m* percorre in media un cammino $\lambda_{eff}^{i,m}$ minore rispetto al cammino medio λ_0^i della stessa particella nel vuoto; considerando le interazioni *distruttive* con questo, ovvero quelle dopo le quali la particella scompare dal fascio, la variazione $d\Phi_i$ del flusso Φ_i di particelle dopo aver percorso uno strato dz di materia è

$$d\Phi_i = -\frac{1}{\lambda_0^i} \Phi_i \, dz - \frac{1}{\lambda_m^i} \Phi_i \, dz = -\left(\frac{1}{\lambda_0^i} + \frac{1}{\lambda_m^i}\right) \Phi_i \, dz \stackrel{def}{=} -\frac{1}{\lambda_{eff}^{i,m}} \Phi_i \, dz. \quad (3.1)$$

Il parametro λ_m^i è il cammino libero medio della particella *i* nel materiale *m*, calcolato come se questa nel vuoto avesse vita media infinita e come se il materiale avesse spessore infinito: considerando una sezione d'urto σ_m^i per l'interazione tra la particella *i* ed il materiale *m*, per la definizione di cammino libero medio si ha che nel volumetto $\lambda_m^i \sigma_m^i$ deve esserci un solo centro scatterante e quindi, detta n_m la densità dei centri scatteranti nel materiale *m*, si ottiene la relazione

$$\frac{1}{\lambda_m^i \sigma_m^i} = n_m \quad \Rightarrow \quad \lambda_m^i = \frac{1}{n_m \sigma_m^i}.$$
(3.2)

Una stima dei cammini liberi medi nel gas λ_{gas}^i e nei GigaTracker λ_{GT}^i per le particelle adroniche del fascio $(i = K^+, \pi^+, p)$ può essere ricavata dalla (3.2) considerando $\sigma_{gas}^i \sim \sigma_{GT}^i \sim 400$ mb e conoscendo le relative densità n_{gas} ed n_{GT} dei centri scatteranti. Essendo il gas residuo estremamente rarefatto ($P \leq 10^{-4}$ mbar, $T \sim 300$ K), lo si può considerare un gas perfetto; dall'equazione di stato dei gas perfetti PV = NkT si ottiene un limite superiore sulla concentrazione n(P):

$$n(P) = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT} \lesssim 2 \times 10^{18} \text{ m}^{-3};$$
 (3.3)

per i Giga Tracker, invece, si può utilizzare la densità atomica del silicio: $n_{GT} \simeq 5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Con questi valori, dalla (3.2) si ottiene rispettivamente

$$\lambda_{gas}^i \gtrsim 10^{10} \text{ m}, \quad \lambda_{GT}^i \simeq 0.5 \text{ m};$$
(3.4)

per cui, poiché i cammini medi nel vuoto per k^+,π^+,p sono rispettivamente

$$\lambda_0^K \simeq 560 \text{ m}, \quad \lambda_0^\pi \simeq 4200 \text{ m}, \quad \lambda_0^p \simeq \infty \qquad (p = 75 \text{ GeV}/c)$$
(3.5)

i cammini medi effettivi $\lambda_{e\!f\!f}^{i,gas}$ e $\lambda_{e\!f\!f}^{i,GT}$ si possono approssimare con

$$\lambda_{eff}^{K,gas} \simeq \lambda_0^K, \quad \lambda_{eff}^{\pi,gas} \simeq \lambda_0^\pi, \quad \lambda_{eff}^{p,gas} \simeq \lambda_{gas}^p, \quad \lambda_{eff}^{i,GT} \simeq \lambda_{GT}^i.$$
 (3.6)

I valori ottenuti nella (3.4) sono enormi se confrontati con gli spessori degli strati di materiale che il fascio di particelle attraversa (60 m di gas residuo e 300 μ m per ciascuno dei 3 GigaTracker), per cui si potrebbe pensare a prima vista che le interazioni con la materia siano trascurabili. Tuttavia, tali interazioni avvengono con probabilità dell'ordine di 10⁻⁹ nel gas residuo e di 10⁻⁴ nel silicio di una stazione GigaTracker, dei valori molto maggiori del branching ratio che si intende studiare, che è dell'ordine di 10⁻¹¹.

3.2 Rate previsto per il segnale

La soluzione dell'equazione (3.1) è un'esponenziale: detto Φ_0^i il flusso iniziale, il flusso Φ_i residuo dopo uno spessore Δz di materiale è dato da

$$\Phi_i = \Phi_0^i e^{-\frac{\Delta z}{\lambda_{eff}^{i,m}}} \tag{3.7}$$

quindi, considerando uno spessore $\delta z_{GT} = 300 \ \mu \text{m}$ del GigaTracker, dato che $\delta z_{GT} \ll \lambda_{GT}^i$ la diminuzione del flusso totale dovuto a questo è trascurabile. Indicando con Φ_K il flusso dei K^+ all'inizio della zona di decadimento, il rate dR_{sig} previsto per il segnale proveniente da un decadimento avvenuto ad una distanza tra $z \in z + dz$ dall'inizio della zona di decadimento è dato da

$$dR_{sig} = \mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) |d\Phi_K| \varepsilon_{sig}(z), \qquad (3.8)$$

dove $\varepsilon_{sig}(z)$ è l'accettanza del segnale proveniente da z, ovvero la probabilità che, una volta avvenuto l'evento ad una distanza z dall'inizio della zona di decadimento, questo venga accettato dalla procedura di selezione del segnale. Integrando e tenendo di conto della (3.1) si ottiene il rate complessivo R_{sig} :

$$R_{sig} = \mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) \Phi_K \int_0^{\Delta Z} \frac{dz}{\lambda_0^K} e^{-\frac{z}{\lambda_0^K}} \varepsilon_{sig}(z)$$
(3.9)

dove $\Delta Z = 60$ m è la lunghezza della zona fiduciale di decadimento. Definendo infine l'accettanza $\bar{\varepsilon}^i$ come il valor medio di $\varepsilon^i(z)$ per $0 \le z \le \Delta Z$, ovvero

$$\bar{\varepsilon}^{i} \stackrel{def}{=} \frac{\int_{0}^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z_{i}}{\lambda_{0}^{i}}} \bar{\varepsilon}^{i}(z)}{\int_{0}^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z_{i}}{\lambda_{0}^{i}}}} \tag{3.10}$$

la (3.9) si può riscrivere come

$$R_{sig} = \mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) \Phi_K \bar{\varepsilon}_{sig} \left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_0^K}} \right).$$
(3.11)

3.3 Il background dovuto al gas residuo

L'impiego delle pompe a vuoto porta la pressione del gas residuo a livello di $10^{-6} \div 10^{-4}$ mbar, restano dunque delle molecole di gas che possono interagire con le particelle del fascio all'interno della zona di decadimento. Queste interazioni, prevalentemente *forti*¹, originano in genere eventi ad elevata molteplicità di particelle nello stato finale tra le quali pioni, mesoni e barioni strani, protoni, neutroni e frammenti nucleari. Nonostante la grande quantità di particelle prodotte, esiste una probabilità non nulla che tra tutte queste ne venga rivelata soltanto una, un π^+ , e che quindi tali eventi causino un falso segnale, interpretabile come un decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$. In effetti, la topologia tipica di questi eventi è tale che si osserva frequentemente una particella *leading*, ovvero una particella dello stato finale a cui è stata trasferita gran parte dell'energia della particella entrante: tale particella, che

¹Le interazioni elettromagnetiche sono trascurabili, poiché le sezioni d'urto σ_{em} di tali processi sono molto minori di quelle σ_{st} dei processi forti: $\sigma_{em} \sim \alpha^2 \sigma_{st} \simeq 5.3 \times 10^{-5} \sigma_{st}$.

può essere un π^+ , può essere l'unica a venire rivelata, al contrario delle altre particelle, poco energetiche. Inoltre, nel caso questa sia un'altra particella, come ad esempio un K_L o un K_S , può anche capitare che il π^+ venga prodotto da un suo successivo decadimento, insieme ad altre particelle sfuggite alla rivelazione.

Sperimentalmente, oltre all'assenza di segnale in tutti i rivelatori di veto, un evento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ sarà caratterizzato da una traccia di carica positiva ricostruita dallo Straw Tracker, identificata come π^+ tramite lo studio del segnale proveniente dal RICH e dal MUV3 e registrata in coincidenza ritardata con la registrazione di una traccia di carica positiva ricostruita dai GigaTracker ed identificata come K^+ dal CEDAR. La corretta associazione delle due tracce cariche è dunque un aspetto molto delicato dell'esperimento, e dipende dalle risoluzioni temporali dei detector dai quali si determineranno i tempi dell'evento, come il CEDAR ed il CHOD. In particolare, dette τ_{CEDAR} e τ_{CHOD} le rispettive risoluzioni temporali, la risoluzione temporale τ complessiva entro la quale le due tracce saranno considerate in coincidenza ritardata è data approssimativamente da

$$\tau \approx 3\sqrt{\tau_{CEDAR}^2 + \tau_{CHOD}^2}.$$
(3.12)

dove è stato scelto di considerare il ritardo misurato con un'incertezza di 3 deviazioni standard.

La presenza di altre particelle del fascio all'interno della finestra temporale $(-\tau, \tau)$ rispetto all'istante t = 0 in cui un K^+ viene rivelato dal CEDAR può dare origine ad eventi di background. Ad esempio, si possono verificare casi come i seguenti:

- un K^+ passa insieme ad un altro K^+ , uno solo dei due decade tramite uno dei canali principali e la traccia carica uscente ricostruita come π^+ viene erroneamente associata a quella del K^+ che non decade, eludendo così la reiezione cinematica;
- un K^+ passa insieme ad un π^+ o ad un p del fascio, il K^+ non decade e l'altra particella interagisce con la materia, producendo particelle di cui ne viene rivelata solo una, carica, ricostruita come π^+ .

In questa tesi verrà studiata solo la seconda tipologia di eventi, che rende non nullo il background dovuto all'interazione dei protoni e dei pioni con la materia, anche in presenza del CEDAR. Alla luce di tali considerazioni, il background dovuto al gas residuo può essere descritto distinguendo due sue componenti:

- il background dovuto all'interazione con il gas dei K^+ ;
- il background dovuto all'interazione con il gas dei p e dei π^+ .

In generale, indicato con i il tipo di una particella del fascio, il rate R_{gas}^i del background dovuto all'interazione gas-particella di tipo i può essere scritto nella forma

$$R_{gas}^{i}(P,\tau) = \sigma_{gas}^{i} n(P) \tilde{\Phi}_{i}(\tau) \int_{0}^{\Delta Z} dz \ e^{-\frac{z}{\lambda_{0}^{i}}} \varepsilon_{gas}^{i}(z)$$
(3.13)

dove $\tilde{\Phi}_i(\tau)$ è il flusso — all'inizio della zona di decadimento — delle particelle di tipo *i* accettate dal CEDAR, σ_{gas}^i è la sezione d'urto delle particelle di tipo *i* sulle molecole di gas, n(P) è il numero medio di molecole di gas nell'unità di volume, ΔZ la lunghezza della decay region ed $\varepsilon_{gas}^i(z)$ l'accettanza del background dovuto alle particelle *i* generato in *z*, ovvero la probabilità che l'interazione tra una particella di tipo *i* ed il gas avvenuta in *z* venga interpretata come segnale. Sostituendo ad n(P) la funzione di *P* trovata nella (3.3), la (3.13) diventa

$$R_{gas}^{i}(P,\tau) = \sigma_{gas}^{i} \frac{P}{kT} \tilde{\Phi}_{i}(\tau) \int_{0}^{\Delta Z} dz \ e^{-\frac{z}{\lambda_{0}^{i}}} \varepsilon_{gas}^{i}(z).$$
(3.14)

Nel caso in cui la particella incidente del fascio è un pione o un protone, il flusso $\tilde{\Phi}_i(\tau)$ nella (3.14) tiene conto della probabilità che tali eventi vengano accettati nonostante la presenza del CEDAR, probabilità che verrà calcolata in Sezione 3.3.2.

3.3.1 Il background dovuto all'interazione K^+ - gas

Nel caso dell'interazione tra
i K^+ ed il gas, il rate R^K_{gas} è indipendente d
a τ ed è semplicemente

$$R_{gas}^{K}(P) = \sigma_{gas}^{K} \frac{P}{kT} \Phi_{K} \int_{0}^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z}{\lambda_{0}^{K}}} \varepsilon_{gas}^{K}(z)$$
(3.15)

$$= \sigma_{gas}^{K} \frac{P}{kT} \Phi_{K} \bar{\varepsilon}_{gas}^{K} \lambda_{0}^{K} \left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_{0}^{K}}}\right).$$
(3.16)

Utilizzando la (3.11), il rapporto $R_{gas}^K(P)/R_{sig}$ è pari a

$$\frac{R_{gas}^{K}(P)}{R_{sig}} = \frac{P}{kT} \frac{\lambda_{0}^{K} \sigma_{gas}^{K} \bar{\varepsilon}_{gas}^{K}}{\mathcal{B}(K^{+} \to \pi^{+} \nu \bar{\nu}) \, \bar{\varepsilon}_{sig}}.$$
(3.17)

3.3.2 Il background dovuto alle interazioni p - gas e π^+ - gas

I p ed i π^+ vengono rivelati dal CEDAR solo in caso di *mistagging*, ovvero se un p o un π^+ viene interpretato come un K^+ . La probabilità che un tale evento possa verificarsi, come si può notare dal fondo pressoché costante del grafico in Figura 2.3 è $\leq 3 \times 10^{-4}$.

Un altro meccanismo che permette che i p ed i π^+ contribuiscano al background dovuto all'interazione del fascio con la materia, nonostante la

presenza del CEDAR, è quello del *pile up*, in cui un protone o un pione passa nel CEDAR entro un tempo $\pm \tau$ dal passaggio di un K^+ che è stato rivelato. La probabilità di *pile up* ovvero la probabilità $P(n \ge 1, \tau)$ di avere almeno una particella *i* entro il tempo $\pm \tau$ dal passaggio di un K^+ è

$$P_i(n \ge 1, \tau) = 1 - P_i(n = 0, \tau) \tag{3.18}$$

dove $P_i(n=0,\tau)$ è la probabilità di non averne nessuna entro il tempo 2τ . Dato che l'intervallo di tempo medio T tra due K^+ nel CEDAR è semplicemente $1/\Phi'_K$, dove con Φ'_K si è indicato il flusso di K^+ all'altezza del CEDAR (circa il 7% maggiore di quello all'inizio della *decay region*) e che il numero N_i di particelle di tipo i ($i = p, \pi^+$) per ogni K^+ è dato dal rapporto tra il flusso di particelle i e quello di K^+ ($N_i = \Phi_i/\Phi'_K$), si ha che

$$P_i(n=0,\tau) = \left(1 - \frac{2\tau}{T}\right)^{N_i} = \left(1 - 2\Phi'_K \tau\right)^{\frac{\Phi_i}{\Phi'_K}},\tag{3.19}$$

nella quale, per definizione, $2\Phi'_K\tau\leq 1.$ Utilizzando la (3.19), la (3.18) diventa

$$P_i(n \ge 1, \tau) = 1 - (1 - 2\Phi'_K \tau)^{\frac{\alpha_i}{\Phi'_K}}.$$
(3.20)

Infine, perché l'interazione della particella di tipo *i* non venga vetata, il K^+ in coincidenza non deve decadere o al massimo deve decadere tra il CEDAR e l'inizio della *decay region*, per cui la probabilità $P_i(n \ge 1, \tau)$ trovata va moltiplicata per la probabilità χ che tale condizione si verifichi, ovvero

$$\chi = e^{-\frac{\Delta Z_{TOT}}{\lambda_0^K}} + 1 - e^{-\frac{\Delta z}{\lambda_0^K}} \simeq 0.71 + 0.07 = 0.78$$
(3.21)

in cui $\Delta Z_{TOT} \approx 190$ m è la distanza tra il CEDAR e la fine dell'apparato sperimentale e $\Delta z \approx 40$ m quella tra il CEDAR e l'inizio della *decay region*:

$$P_i(n \ge 1, \tau) \simeq 0.78 \left(\left(1 - \left(1 - 2\Phi'_K \tau \right)^{\frac{\Phi_i}{\Phi'_K}} \right).$$
(3.22)

Considerando $\tau \lesssim 500$ ps ed utilizzando i valori riportati in Tabella 2.1 per i flussi Φ_i $(i = p, \pi^+)$ e Φ_K $(\Phi'_K \simeq 1.07\Phi_K)$ si può ottenere una stima delle probabilità $P_i(n \ge 1, \tau)$ di *pile up* per π^+ e per *p*:

$$P_{\pi^+}(n\!\ge\!1,\tau)\simeq 0.33, \qquad P_p(n\!\ge\!1,\tau)\simeq 0.13, \tag{3.23}$$

dunque la probabilità di mistagging ($\leq 3 \times 10^{-4}$) è completamente trascurabile rispetto a quella di pile up.

Dato che $P_i(n \ge 1, \tau)$ è la probabilità di *pile up* per ogni K^+ rivelato dal CEDAR, il rate $\tilde{\Phi}_i(\tau)$ delle particelle $i = p, \pi^+$ non rigettate è semplicemente

$$\tilde{\Phi}_i(\tau) = \Phi'_K P_i(n \ge 1, \tau) \simeq 0.78 \, \Phi'_K \Big(1 - (1 - 2\Phi'_K \tau)^{\frac{\Phi_i}{\Phi_K}} \Big). \tag{3.24}$$

per cui, considerando inoltre che $\lambda_0^i \gg \Delta Z$ $(i = p, \pi^+)$, la (3.14) può essere scritta come

$$R_{gas}^{i}(P,\tau) \simeq 0.78 \, \Phi_{K}^{\prime} \Big(1 - (1 - 2\Phi_{K}^{\prime}\tau)^{\frac{\Phi_{i}}{\Phi_{K}^{\prime}}} \Big) \sigma_{gas}^{i} \frac{P}{kT} \int_{0}^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z}{\lambda_{0}^{i}}} \varepsilon_{gas}^{i}(z)$$
$$\simeq 0.84 \, \Phi_{K} \Big(1 - (1 - 2\Phi_{K}^{\prime}\tau)^{\frac{\Phi_{i}}{\Phi_{K}^{\prime}}} \Big) \sigma_{gas}^{i} \frac{P}{kT} \bar{\varepsilon}_{gas}^{i} \Delta Z. \tag{3.25}$$

Utilizzando la (3.11), il rapporto $R^i_{gas}(P,\tau)/R_{sig}~(i=\pi^+,p)$ è pari a

$$\frac{R_{gas}^{i}(P,\tau)}{R_{sig}} = \frac{P}{kT} \frac{0.84 \left(1 - \left(1 - 2\Phi_{K}^{\prime}\tau\right)^{\frac{\Phi_{i}}{\Phi_{K}^{\prime}}}\right) \Delta Z \sigma_{gas}^{i} \bar{\varepsilon}_{gas}^{i}}{\mathcal{B}(K^{+} \to \pi^{+}\nu\bar{\nu}) \left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_{0}^{K}}}\right) \bar{\varepsilon}_{sig}}.$$
 (3.26)

3.3.3 Il rapporto $R_{gas}(P, \tau)/R_{sig}$

Considerando la (3.17) e la (3.26) il rapporto complessivo $R_{gas}(P,\tau)/R_{sig}$ è pari semplicemente a

$$\frac{R_{gas}(P,\tau)}{R_{sig}} = \frac{R_{gas}^{K}(P)}{R_{sig}} + \sum_{i=p,\pi^{+}} \frac{R_{gas}^{i}(P,\tau)}{R_{sig}}.$$
(3.27)

Richiedendo che tale rapporto sia minore di un certo valore ϵ , che in particolare è stato scelto ~ 1%, si ottiene un vincolo sulla massima pressione P_{max} tollerabile ad una data risoluzione temporale τ . Tale studio verrà svolto nel capitolo 6, dopo aver determinato le accettanze $\bar{\varepsilon}_{gas}^{i}$ $(i = K^{+}, \pi^{+}, p)$.

3.3.4 Composizione del gas residuo

Una prima misura nel prototipo dei LAV svolta al CERN il 2 Febbraio 2010 ha mostrato una forte componente di vapore acqueo (corrispondente al picco in Figura 3.1); tuttavia, tale componente è transiente: a lungo termine nella vacuum tank resta solo l'outgassing delle Straw chambers, la cui composizione è data da circa il 90% di anidride carbonica (CO₂), il 5% di tetrafluorometano (CF₄) e dal 5% di isobutene (CH₂C(CH₃)₂).

Una stima del tempo $t(\xi)$ necessario per ottenere nella vacuum tank una concentrazione ξ del gas proveniente dall'outgassing delle straw è stata ricavata nella prossima sezione.

Durante la presa dati, comunque, sarà opportuno monitorare la composizione del gas con spettrometri di massa, poiché non è esclusa la presenza di macromolecole, come i polimeri utilizzati per l'incollaggio di diverse componenti (ad esempio per saldare i fotomoltiplicatori dei moduli ANTI con i relativi cristalli). Tali macromolecole, a causa dell'elevato numero atomico (~ $10^3 \div 10^4$), seppur in piccola quantità potrebbero contribuire in maniera rilevante al background dovuto al gas residuo.



Figura 3.1: Spettrometria della composizione del gas residuo nei LAV (2 Febbraio 2010).

Outgassing delle Straw Chambers

Dopo qualche settimana dall'inizio dello svuotamento della vacuum tank, ad opera delle pompe a vuoto, ci si aspetta che la pressione raggiunta sia con buona approssimazione quella finale $P \leq 10^{-4}$ mbar. A questo punto, all'interno della vacuum tank saranno presenti \tilde{N} molecole di gas residuo e le pompe a vuoto lavoreranno per mantenere il valore di $\tilde{N} \simeq \text{costante}$. Considerando il numero N_{straw} di molecole nella vacuum tank provenienti dall'outgassing delle straw, la condizione di equilibrio al tempo t potrà essere scritta come

$$d\tilde{N}(t) = dN_{straw}(t) + dN_0(t) = 0$$
(3.28)

dove si è indicato con $N_0(t)$ il numero residuo al tempo t delle molecole non provenienti dalle straw chambers.

Nell'ipotesi che la velocità di svuotamento della vacuum tank sia proporzionale a $N(t) - \tilde{N}$ e supponendo inoltre costante nel tempo il flusso μ di outgassing delle straw, si potrà scrivere

$$\begin{cases} dN_{straw}(t) = \mu dt - (N(t)_{straw} - \tilde{N})\lambda(t)dt \\ dN_0(t) = -(N_0(t) - \tilde{N})\lambda(t)dt \end{cases}$$
(3.29)

dove $\lambda(t)$ è il flusso di svuotamento richiesto alle pompe a vuoto per mantenere la pressione all'equilibrio. Ricordando la relazione $N_{straw}(t)+N_0(t)=\tilde{N}$ è possibile eliminare $\lambda(t)$ dal sistema e ottenere le soluzioni

$$N_0(t) = \tilde{N}e^{-\frac{\mu t}{\tilde{N}}} \tag{3.30}$$

$$N_{straw}(t) = \tilde{N}\left(1 - e^{-\frac{\mu t}{\tilde{N}}}\right)$$
(3.31)

dove si è richiesto che $N_{straw}(0) = 0$. La concentrazione $N_{straw}(t)/\tilde{N}$ del gas

proveniente dalle straw nella vacuum tank è data quindi da

$$\frac{N_{straw}(t)}{\tilde{N}} = 1 - e^{-\frac{\mu t}{\tilde{N}}},\tag{3.32}$$

che raggiungerà un valore ξ nel tempo $t(\xi)$

$$t(\xi) = -\frac{N}{\mu}\ln(1-\xi).$$
 (3.33)

Considerando il valore di μ ottenuto dal test di Dubna discusso in Sezione 2.5.1 ($\mu \approx 2.2 \times 10^{20}$ molecole/min) ed una pressione finale di 10^{-4} mbar nella vacuum tank ($\tilde{N} \sim 10^{21}$ molecole) si ottiene che dopo ≈ 23 minuti dal raggiungimento del regime di vuoto il 99% della composizione del gas residuo nella vacuum tank è dato dal gas delle straw, pertanto è ragionevole considerare l'outgassing delle straw la principale componente del gas residuo nella vacuum tank. Il risultato ottenuto, fra l'altro, è una sovrastima del tempo realmente necessario, poiché in realtà l'outgassing sarà presente anche prima del raggiungimento dell'equilibrio ed inoltre la pressione del gas residuo potrebbe essere anche 100 volte minore di quella ipotizzata, con un conseguente aumento del flusso μ ed una diminuzione di \tilde{N} .

3.4 Il background dovuto ai GigaTracker

Le tre stazioni GigaTracker interagiscono per costruzione con il fascio di particelle; tuttavia, l'interazione con il fascio può non essere solo elettromagnetica: può avvenire infatti che il fascio ed i nuclei degli atomi di silicio dei GigaTracker interagiscano *forte* e tale interazione, nel caso in cui riguardasse l'ultima stazione², potrebbe dare origine ad eventi di background.

3.4.1 Studio di un processo esclusivo: $K^+ n \rightarrow K^0 p$

Un possibile meccanismo che potrebbe causare dei falsi segnali è originato dal cosìddetto processo di *scambio carica* in cui un K^0 viene prodotto (insieme ad un protone) dall'interazione forte di un K^+ con un neutrone. Successivamente, il K^0 entra nella zona fiduciale di decadimento e decade come K_L o come K_S in un π^+ che passa la selezione del segnale ed in altri prodotti di decadimento che non vengono rivelati dall'apparato sperimentale.

Canali di decadimento d'interesse

I canali di decadimento più comuni del K_S e del K_L in cui sia presente almeno un π^+ ed i relativi branching ratio sono riportati in Tabella 3.1.

 $^{^2}$ Il background dovuto agli altri due Giga Tracker non viene accettato dalla selezione del segnale a meno che non venga prodotta una particella di carica positiva e con impulso di circa 75 GeV/c: la conservazione della stranezza nelle interazioni forti rende di fatto trascurabile la probabilità che entrambe le condizioni possano verificarsi.

$K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$	\sim 69.20 $\%$
$K_L \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$	\sim 20.26 $\%$
$K_L \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$	\sim 13.51 $\%$
$K_L \to \pi^+ \pi^- \pi^0$	\sim 12.56 $\%$

Tabella 3.1: Principali canali di decadimento del K_S e del K_L con almeno un π^+ .

Infine, è necessario includere nel calcolo anche le probabilità $P(K^0 \to K_L)$ e $P(K^0 \to K_S)$, rispettivamente di decadimento del K^0 come K_L e come K_S : per tale studio, il piccolo effetto dovuto alla violazione di CP è trascurabile e tali probabilità possono essere considerate uguali e pari a

$$P(K^0 \to K_L) \simeq P(K^0 \to K_S) \simeq \frac{1}{2}.$$

Rate previsto per il background dovuto allo scambio carica

Detta σ_{sc} la sezione d'urto del processo $K^+ n \rightarrow K^0 p$ per un K^+ di momento 75 GeV/c nel sistema del laboratorio ed indicando con $(A-Z)_{Si}$ il numero di neutroni contenuti nel nucleo del silicio, il rate R_{GT}^{sc} del background dovuto al meccanismo di scambio carica nell'ultimo GigaTracker può essere scritto come

$$R_{GT}^{sc} = \Phi_K \,\sigma_{sc} n_{GT} \delta z_{GT} \,(A-Z)_{Si} \,\frac{1}{2} \left(\varepsilon_{GT}^{sc(L)} + \varepsilon_{GT}^{sc(S)} \right) \tag{3.34}$$

dove Φ_K è il flusso dei K^+ all'altezza del terzo GigaTracker, n_{GT} la concentrazione media dei nuclei di silicio nel GigaTracker, δz_{GT} lo spessore del GigaTracker ed $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$ sono le accettanze del background dovuto al processo di scambio carica seguito dal decadimento come K_L e come K_S rispettivamente, che equivalgono alle probabilità che l'evento, una volta avvenuto il processo di scambio carica ed il successivo decadimento, imiti un evento di segnale.

Il rapporto R_{GT}^{sc}/R_{sig}

Considerando la (3.34) e la (3.11) il rapporto R_{GT}^{sc}/R_{sig} è pari a

$$\frac{R_{GT}^{sc}}{R_{sig}} \simeq \frac{\sigma_{sc} n_{GT} \delta z_{GT} \left(A - Z\right)_{Si} \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{GT}^{sc(L)} + \varepsilon_{GT}^{sc(S)}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_0}}\right) \mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) \bar{\varepsilon}_{sig}}.$$
 (3.35)

3.4.2 Studio di tutti i possibili processi forti

Più in generale, considerando complessivamente tutti i possibili processi *forti* tra il fascio di particelle ed i nuclei di silicio, si può trattare il background dovuto all'ultimo GigaTracker in maniera analoga a quello dovuto al gas residuo, studiato nella Sezione 3.3: l'unica differenza sostanziale, in effetti, è che i nuclei di silicio sono confinati in un reticolo cristallino e pertanto alla concentrazione media delle molecole di gas n(P) va sostituita la concentrazione media dei nuclei di silicio n_{GT} che può essere considerata indipendente dai parametri termodinamici. Con tale accortezza e le dovute sostituzioni (ad esempio $\Delta Z \rightarrow \delta z_{GT}$) le (3.16), (3.25) possono essere riutilizzate, ottenendo in questo caso le componenenti del rate R_{GT}^{tot} del background dovuto all'interazione tra il fascio ed il terzo GigaTracker:

$$R_{GT}^{tot,K} \simeq \sigma_{GT}^{K} n_{GT} \Phi_K \varepsilon_{GT}^{K} \delta z_{GT}, \qquad (3.36)$$

$$R_{GT}^{tot,i}(\tau) \simeq 0.84 \Phi_K \left(1 - \left(1 - 2\Phi'_K \tau \right)^{\frac{z}{\Phi'_K}} \right) \sigma_{GT}^i n_{GT} \varepsilon_{GT}^i \delta z_{GT}; \quad (3.37)$$

per cui i rapporti $R_{GT}^{tot,K}/R_{sig}$
e $R_{GT}^{tot,i}(\tau)/R_{sig}$ sono dati rispettivamente da

$$\frac{R_{GT}^{tot,K}}{R_{sig}} \simeq \frac{\sigma_{GT}^{K} n_{GT} \delta z_{GT} \varepsilon_{GT}^{K}}{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) \left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_0^{K}}}\right) \bar{\varepsilon}_{sig}}, \qquad (3.38)$$

$$\frac{R_{GT}^{tot,i}(\tau)}{R_{sig}} \simeq \frac{0.84 \left(1 - \left(1 - 2\Phi'_K \tau\right)^{\frac{\Psi_i}{\Phi'_K}}\right) \sigma^i_{GT} n_{GT} \delta z_{GT} \varepsilon^i_{GT}}{\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) \left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_0^K}}\right) \bar{\varepsilon}_{sig}}, \quad (3.39)$$

dove in questo caso σ_{GT}^i è la sezione d'urto d'interazione della particella *i* con il nucleo di silicio ed ε_{GT}^i la relativa accettanza ($i = K^+, \pi^+, p$). Ovviamente, il rapporto complessivo $R_{GT}^{tot}(\tau)/R_{sig}$ è dato dalla somma dei tre contributi

$$\frac{R_{GT}(\tau)}{R_{sig}} = \frac{R_{GT}^K}{R_{sig}} + \sum_{i=p,\pi^+} \frac{R_{GT}^i(\tau)}{R_{sig}}.$$
(3.40)

Le accettanze ε_{GT} che intervengono nelle (3.35) e (3.40) saranno determinati nel capitolo 7 tramite una simulazione Monte Carlo, in modo da valutare l'ammontare di tale background.

Capitolo 4

Calcolo delle efficienze dei LAV con Geant4

Utilizzando una versione modificata del montecarlo ufficiale di NA62 (in Geant4) sono state studiate le efficienze di rivelazione dei moduli LAV in funzione dell'impulso p per le più frequenti particelle adroniche prodotte nelle interazioni tra il fascio di particelle e l'apparato sperimentale (ovvero $p, \bar{p}, n, \bar{n}, \pi^{\pm}, K^{\pm}, K_L, \alpha$), con lo scopo di migliorare la simulazione di tali veti in Flyo — un montecarlo veloce creato a Pisa¹ — implementandovi le efficienze ottenute.

4.1 Cos'è Geant4

Geant4 (GEometry ANd Tracking) [22] è un software gratuito composto da strumenti che possono essere usati per simulare accuratamente il passaggio di particelle attraverso la materia. Tutti gli aspetti della simulazione sono stati inclusi nel *toolkit*, pertanto è possibile simulare non solo i processi fisici che governano le interazioni delle particelle, ma anche la geometria del sistema, i materiali coinvolti, la risposta delle componenti sensibili dei detector ed anche, ad esempio, la tracciatura di particelle attraverso materiali e campi elettromagnetici, avendo inoltre la possibilità di memorizzare gli eventi e le tracce e di visualizzare i detector e le traiettorie delle particelle.

Alla base di Geant4 c'è un abbondante insieme di modelli fisici per maneggiare le interazioni delle particelle con la materia in un range d'energia molto ampio. I dati ed i modelli implementati sono stati presi da molte fonti di tutto il mondo e, in questo senso, Geant4 può essere considerato un archivio che contiene una grande parte di tutto quello che si conosce riguardo le interazioni delle particelle.

Geant4 è scritto in C++ e sfrutta la tecnologia object-oriented per rag-

¹Per maggiori dettagli su Flyo si rimanda alla Sezione 5.1.

giungere una maggiore trasparenza. Per creare un'applicazione specifica l'utente implementa il proprio codice solo nelle *classi* predisposte per l'azione dell'utente: ad esempio, la parte del programma in cui le sezioni d'urto sono inserite o calcolate è separata da quella in cui sono usate o lette dall'utente. Il metodo *object-oriented*, inoltre, aiuta a tenere sotto controllo la complessità del programma, definendo un'interfaccia uniforme e principi organizzativi comuni a tutti i modelli fisici.

4.2 La simulazione con Geant4

Per la stima delle efficienze di rivelazione dei LAV è stata usata una versione modificata del montecarlo ufficiale (NA62MC). Le principali modifiche apportate al codice sono due:

- modifica della geometria dei LAV: è stato considerato solo un settore della corona circolare di un modulo ANTI;
- modifica dell'output della simulazione: sono stati inseriti e riempiti istogrammi aggiuntivi al file .root prodotto dalla simulazione.

Sono stati eseguiti 12 run da 10000 eventi ciascuno, uno per ogni tipo di particella considerato: oltre alle 10 particelle adroniche $p, \bar{p}, n, \bar{n}, \pi^{\pm}, K^{\pm}, K_L, \alpha$ sono stati considerati anche i leptoni μ^{\pm} in modo da poter confrontare i risultati ottenuti dalla simulazione con quelli dei test sui LeadGlass con i raggi cosmici svolti al Laboratorio Nazionale di Frascati, descritti in Appendice C, e con quelli dei test sul modulo ANTI 2 dell'Agosto 2010 che si sono svolti al CERN. I 12 run differiscono l'uno dall'altro esclusivamente per il tipo di particelle che compongono il fascio: sia la geometria che i paramentri cinematici del fascio (impulso, direzione e forma) sono gli stessi.

4.2.1 I processi fisici simulati

Geant4 permette di attivare o disattivare separatamente determinati tipi d'interazione: ad esempio, per lo studio di un processo puramente elettromagnetico si possono disattivare tutti i processi relativi alle interazioni forti e viceversa. Tutti i processi implementabili sono raggruppati a seconda del tipo d'interazione in pacchetti chiamati *physics lists*: attivando una *physics list* tutti i processi che non possono essere trascurati per lo studio di una determinata interazione vengono attivati.

In questa simulazione le interazioni elettromagnetiche sono state simulate utilizzando le physics list "G4EmStandardPhysics" e "G4EmExtraPhysics", che attivano processi come la *Bremsstrahlung*, la produzione e l'annichilazione di coppie e^+e^- , il multiplo scattering e le interazioni elettro-nucleari, mentre per quelle adroniche sono state utilizzate "HadronPhysicsQGSP_BERT" (consigliata per lo studio delle interazioni adroniche di protoni, neutroni, pioni e kaoni per energie minori di 10 GeV) e "G4HadronElasticPhysics". Si è considerato anche il decadimento delle particelle instabili, attivando la physics list "G4DecayPhysics" e per completare lo studio delle interazioni nella materia sono state introdotte le physics list "G4QStoppingPhysics", "G4IonPhysics", "G4NeutronTrackingCut" e quelle per i principali processi ottici coinvolti: l'effetto Čerenkov ("G4Cerenkov"), lo scattering Rayleigh ("G4OpRayleigh"), l'assorbimento dei fotoni ottici da parte della materia ("G4OpAbsorption") ed i processi legati all'attraversamento di due dielettrici diversi ("G4OpBoundaryProcess").

4.2.2 La geometria simulata

Una schematizzazione della geometria simulata è riportata in Figura 4.1: si è considerato un settore di corona circolare composto da 5 file contenenti 5 blocchi ciascuna di un solo modulo ANTI. Ogni fila è sfasata rispetto alla successiva di un quinto dell'angolo tra contatore e contatore, riproducendo la geometria del detector (Sezione 2.4.1).



Figura 4.1: Schematizzazione della geometria simulata. La freccia indica la direzione del fascio di particelle e le superfici circolari su ogni LeadGlass rappresentano la guida ottica.

I LeadGlass

La geometria dei cristalli è quella nominale riportata in Sezione 2.4.1; il fotomoltiplicatore, invece, è simulato solo parzialmente: i fotoni ottici che attraversano interamente la guida ottica cilindrica di plexiglass posta sulla base maggiore del LeadGlass (v. Figura 4.1) vengono convertiti in fotoelettroni tenendo conto della curva di efficienza quantica fornita dal produttore. Anche la composizione del LeadGlass implementata è quella nominale (24% SiO₂, 74% PbO, 1% Na₂O, 1% K₂O), mentre per le proprietà ottiche si è scelto di utilizzare i valori ottenuti da un test dei LAV nel 2007, sebbene quelli forniti dall'azienda produttrice fossero compatibili con questi.

Il fascio di particelle incidenti

Per ogni tipo di particelle considerato è stato simulato un fascio. I fasci simulati differiscono l'uno dall'altro solo per la tipologia di particelle che li compongono: ciascun fascio è composto esclusivamente da un solo tipo di particelle ed ha gli stessi parametri cinematici degli altri. In particolare, tutti i fasci sono diretti come mostrato in Figura 4.1, ortogonali alle facce dei LeadGlass attraversate. Inoltre, non sono puntiformi: si estendono su una superficie di (25×25) cm² centrata nel centro geometrico del settore ed interamente contenuta al suo interno, in modo da mediare i risultati ottenuti sul punto d'impatto, tenendo quindi conto sia della dipendenza delle risposte dei blocchi da questo sia dei *crack* tra contatore e contatore.

Gli impulsi p delle particelle di ciascun fascio seguono una distribuzione uniforme compresa sempre tra 30 MeV/c e 8 GeV/c, al fine di studiare l'efficienza $\varepsilon_i(p)$ di rivelazione della particella i di massa m_i in prossimità della soglia Čerenkov $p_{th} = m_i/\sqrt{n^2 - 1} \approx 0.64m_i$.

4.3 Analisi e calcolo delle efficienze

4.3.1 La scelta della soglia N_{pe}^{th} nel numero di fotoelettroni

Poiché la funzione dei LeadGlass sarà quella di veto, per rigettare un evento sarà sufficiente che un solo contatore abbia prodotto un segnale. Sperimentalmente, una particella passante all'interno di un contatore viene rivelata se la caduta di tensione V generata dalla corrente raccolta dal fotomoltiplicatore ai capi di un'opportuna resistenza supera una certa soglia V_{th} , dell'ordine di qualche mV. Tale soglia è necessaria per poter distinguere il segnale prodotto dal passaggio di una particella dal rumore dell'elettronica. Una schematizzazione del funzionamento di un fotomoltiplicatore è presentata in Figura 4.2: una parte dei fotoni Čerenkov emessi dalla particella



Figura 4.2: Schematizzazione del funzionamento di un fotomoltiplicatore.

entrante viene convertita in fotoelettroni al fotocatodo; successivamente, i

fotoelettroni prodotti vengono accelerati e urtano contro dei dinodi che emettono a loro volta elettroni, moltiplicando complessivamente il flusso iniziale di un fattore G, detto guadagno, che tipicamente è dell'ordine di 10^6 . La corrente prodotta dal fotomoltiplicatore viene poi fatta scaricare su una resistenza, ai capi della quale c'è un voltmetro che misura la tensione Vprodotta. Nella simulazione, invece, il parametro rilevante per quantificare il segnale prodotto dal passaggio di una particella è il numero N_{pe} di fotoelettroni emessi dal fotocatodo del contatore: la moltiplicazione dei fotoelettroni, infatti, non è stata riprodotta poiché rallenterebbe enormemente la simulazione, rendendola praticamente inutilizzabile. È necessario quindi trovare una relazione tra la soglia V_{th} in mV e la soglia N_{pe}^{th} in numero di fotoelettroni da utilizzare per l'analisi degli eventi simulati. Tale relazione è stata ricavata dal fit lineare della curva di calibrazione Q(V), riportata in Figura 4.3, ottenuta durante i test sul modulo ANTI 2 dell'Agosto 2010 che si sono svolti al CERN. Ogni punto di tale curva è stato ottenuto assegnando



Figura 4.3: Curva di calibrazione $Q_{th}(V_{th})$ e retta estrapolata dai punti con $V_{th} > 3 \text{ mV}$.

al valore della tensione V_{th} utilizzata come soglia dell'elettronica — di tipo TDC (*Time-to-Digital Converter*) — del modulo ANTI il valore Q_{th} della carica minima necessaria perché il TDC registrasse l'evento, misurato con un QDC (*Charge-to-Digital Converter*) indipendente². La retta riportata in Figura 4.3, dunque, è stata utilizzata per la scelta della soglia N_{pe}^{th} nel numero di fotoelettroni da richiedere per il calcolo delle efficienze dei LeadGlass ottenute con la simulazione: dato che il rumore osservato è sempre minore di 1 mV, una soglia V_{th} in mV adeguata può essere di circa 1.5 mV, che

 $^{^2 {\}rm Il}$ valore della soglia del QDC è stato opportunatamente scelto in modo che questo fosse pienamente efficiente rispetto ai conteggi del TDC.



Figura 4.4: Tipico segnale proveniente da una MIP.

dalla calibrazione svolta risulta essere equivalente ad una soglia Q_{th} nella carica registrata di circa 0.75 pC. Inoltre, vale la pena evidenziare che tale rumore, osservato durante i test dell'Agosto 2010, è sicuramente maggiore rispetto a quello che sarà presente durante l'esperimento, poiché sono stati utilizzati alimentatori di qualità e stabilità minore di quelli che verranno impiegati durante la presa dati: riducendo le fluttuazioni della tensione di alimentazione e quindi quelle del guadagno G dei contatori, infatti, è possibile ridurre il rumore — principalmente dovuto all'emissione termoionica di un elettrone dal fotocatodo — anche fino a livelli dell'ordine di 0.5 mV. Infine, per convertire la soglia Q_{th} così ottenuta in una soglia N_{pe}^{th} nel numero di fotoelettroni è necessario conoscere il guadagno G dei blocchi, poiché

$$N_{pe}^{th} = \frac{Q_{th}}{eG}.$$
(4.1)

Il valore del guadagno medio \bar{G} dei LeadGlass è stato stimato utilizzando i dati ottenuti dai test sui LeadGlass svolti al Laboratorio Nazionale di Frascati (LNF) [20, 23] (Appendice C), nei quali è stato misurato il guadagno G di ogni contatore necessario perché questo produca un segnale di 4.5 pC per una MIP (Figure C.2(b) e C.3(b)). Il valore ricavato è di $\bar{G} \approx 1.2 \times 10^6$, da cui si ottiene un valore per la soglia N_{pe}^{th} pari a circa 4 fotoelettroni.

In realtà, però, la dispersione della distribuzione dei guadagni G (Figura C.3(b)) porta ovviamente ad una diversa richiesta sul numero minimo N_{pe}^{th} di fotoelettroni da contatore a contatore, che potrebbe oscillare dai 2 ai 6 circa. Per non tralasciare questo fatto, e non rischiare di sovrastimare le efficienze dei LAV, con una conseguente sottostima del background dovuto all'apparato sperimentale, queste sono state calcolate considerando un criterio d'identificazione del segnale conservativo, che riconosce il segnale proveniente da un contatore come tale se sono stati prodotti almeno 6 fotoelettroni da questo. Infine, per vedere la dipendenza delle efficienze dal criterio d'identificazione del segnale, si sono studiate anche quelle relative ad altre richieste come ad esempio quella di almeno 4 e di almeno 8 fotoelettroni prodotti nel contatore più colpito o quella di almeno un fotoelettrone prodotto in tutto il settore, richiesta che porta alla massima efficienza ottenibile, in completa assenza di rumore. I risultati ottenuti, riportati in Figura 4.13 e discussi
nella seconda parte di questo capitolo, non evidenziano differenze rilevanti tra efficienze relative a soglie N_{pe}^{th} nel numero di fotoelettroni diverse.

4.3.2 Risultati ottenuti dalla simulazione

Nel file .root di output vengono registrate sia le informazioni relative ai singoli fotoelettroni prodotti, come il numero ID del contatore e le coordinate del punto in cui ciascuno viene prodotto, sia quelle relative all'evento, come il numero di blocchi illuminati in un evento ed il numero ID del primo contatore attaversato, oltre al momento iniziale ed al tipo della particella incidente.

La finestra temporale utilizzata per l'acquisizione del segnale nella simulazione è di 10 ns a partire dall'istante in cui la particella giunge alla sezione di LAV. I fotoelettroni prodotti con ritardi maggiori, in effetti, non sono sperimentalmente più attribuibili allo stesso evento e pertanto non sono utili per la funzione di veto. La distribuzione temporale dei fotoelettroni prodotti è riportata in Figura 4.5: com'è evidente, la quasi totalità dei fotoelettroni è prodotta all'interno dell'intervallo di tempo considerato. La deviazione standard σ_{τ} , di circa 1 ns, è principalmente legata al differente istante in cui la particella attraversa due blocchi di file diverse, sebbene ci sia anche una componente statistica, legata alla differente distanza percorsa dai fotoni ottici all'interno di un contatore. Inoltre, è presente una lunga coda, che si estende fino oltre i 2 μ s, dovuta ai decadimenti successivi $\pi \to \mu \to e$, che però non è stata considerata, essendo oltre il tempo di acquisizione del segnale.



Figura 4.5: Distribuzione temporale dei fotoelettroni prodotti da un K^+ (10000 eventi).

Numero di blocchi colpiti

Il numero di blocchi coinvolti in un evento è indicativo dell'interazione dei vari tipi di particelle: i leptoni carichi, ad esempio, tendono a illuminare solo i blocchi che attraversano, poiché la luce Čerenkov emessa non si diffonde nei blocchi limitrofi a causa della non trasparenza del Tyvek, il materiale di rivestimento; gli adroni, al contrario, interagendo forte producono sciami di particelle che non vengono fermate e tendono quindi a coinvolgere anche i blocchi in cui non sono passati. Per illustrare le differenze tra l'interazione elettromagnetica e adronica, in Figura 4.6 sono riportate le distribuzioni spaziali dei muoni e dei neutroni: i muoni, interagendo solo elettromagnetica e aquello dei neutroni, che interagiscono solo forte.



Figura 4.6: Distribuzione spaziale dei fotoelettroni prodotti (10000 eventi per ciascun tipo di particella).

In Figura 4.9 sono riportati gli istogrammi ottenuti per i vari tipi di particelle relativi al numero di blocchi con almeno un fotoelettrone: mentre per i muoni (a) ed i pioni (b) non si notano rilevanti differenze tra i comportamenti delle particelle e quelli delle antiparticelle, per i nucleoni (e),(f) si osserva una netta discordanza tra i due andamenti, dovuta al fatto che i processi di annichilazione nucleone-antinucleone liberano quasi 2 GeV in più di energia rispetto agli scattering nucleone-nucleone. Anche per i kaoni carichi (c) si osserva una differenza tra l'interazione dei K^+ e dei K^- con i LeadGlass, se pur meno evidente di quella per i nucleoni: questa volta, l'asimmetria è prevalentemente dovuta a processi di formazione di barioni strani, come ad esempio Λ_0 , Σ^{\pm} , Σ^0 , che a causa della conservazione della stranezza e del numero barionico nelle interazioni forti hanno una soglia che per i K^- è minore rispetto a quella per i K^+ , per cui nel range d'impulsi considerati per i K^+ sono soppressi.

Sempre dagli istogrammi in Figura 4.9, inoltre, si può notare che per le particelle neutre (n, \bar{n}, K_L) c'è un considerevole numero (dal 10% al 30%) di eventi in cui non è stato prodotto nessun fotoelettrone. Questo ovviamente è

dovuto all'impossibilità per tali particelle di emettere radiazione Čerenkov: tale radiazione viene emessa solo nei casi in cui la particella neutra, interagendo forte, produce particelle secondarie cariche con impulso maggiore della soglia Čerenkov. Anche per le particelle α c'è una buona percentuale ($\approx 25\%$) di eventi senza produzione di fotoelettroni, ma in questo caso tale percentuale è dovuta alla scarsa velocità con cui queste attraversano il LeadGlass: dai grafici di Figura 4.10, nella quale sono riportati i grafici di Figura 4.9 in funzione dell'impulso, si può notare infatti che per le particelle α gli eventi con zero fotoelettroni prodotti tendono a scomparire con l'aumentare dell'impulso come per tutta le altre particelle cariche, mentre per le particelle neutre sono distribuiti quasi uniformemente.

Numero di fotoelettroni nel contatore più colpito

In Figura 4.11 sono riportati gli istogrammi relativi al numero massimo di fotoelettroni prodotti in un contatore per ogni evento. Ovviamente, per le particelle cariche tale quantità dipende dall'intensità della luce Čerenkov emessa e di conseguenza dall'impulso della particella entrante, come si può notare dalla Figura 4.12. Tale numero, inoltre, tende a saturare nel caso di pura interazione elettromagnetica, come per esempio nel caso dei muoni (a): questo è dovuto al fatto che aumentando l'impulso la particella tende ad una velocità limite — quella della luce — per cui la dipendenza dell'emissione Čerenkov dall'impulso è sempre minore. Per gli adroni, invece, è sempre presente una lunga coda nel numero di fotoelettroni prodotti, dovuta esclusivamente alle interazioni forti, come si può dedurre dal fatto che sia presente anche per i neutroni.

Efficienze ottenute

Le efficienze ottenute per le varie particelle al variare della soglia sono riportate in Figura 4.13. Si noti che cambiando la soglia da 4 a 8 fotoelettroni non ci sono differenze rilevanti.

Come prevedibile, le efficienze dei LAV per la rivelazione delle particelle cariche tendono ad 1 con l'aumentare dell'impulso della particella entrante, mentre quelle per gli adroni neutri sono sistematicamente più basse, a causa dell'elevato numero di eventi in cui non avvengono interazioni forti. Inoltre, le efficienze di rivelazione degli antiprotoni e degli antineutroni per bassi valori dell'impulso ($\leq 1 \text{ GeV}/c$) sono vicine ad 1, grazie ai processi di annichilazione nucleone-antinucleone, favoriti per tali valori dell'impulso. Un andamento singolare per bassi valori dell'impulso, invece, è quello delle efficienze dei K, che non tendono a zero come avviene per le altre particelle (antineutroni ed antiprotoni esclusi): per i K carichi ciò è dovuto fondamentalmente al fatto che circa il 30% di questi, essendo di bassa energia, decade entro i 10 ns della finestra temporale scelta, producendo almeno un

muone o un pione che ha sufficiente energia per essere rivelato. Per i K_L , invece, quest'effetto ha una spiegazione analoga ma più complessa: se ad essere rivelato fosse il decadimento del K_L , l'efficienza di rivelazione in effetti dovrebbe essere minore rispetto a quella dei K carichi, in quanto il K_L ha una vita media circa 5 volte maggiore e quindi il numero di decadimenti osservati all'interno della finestra temporale sarebbe minore. Il fatto che invece l'efficienza di rivelazione dei K_L sia maggiore è spiegato dalla cosiddetta rigenerazione dei K_S : i K^0 e gli \bar{K}^0 , a causa della diversa stranezza, interagiscono in maniera differente con la materia e questa asimmetria rende possibile una nuova ricombinazione degli autostati K^0 e \bar{K}^0 dell'interazione forte, diversa da quella iniziale, che di fatto rigenera i K_S ; praticamente tutti i K_S , infine, decadono entro i 10 ns in due pioni, rendendo possibile la rivelazione del K_L iniziale.

4.4 Confronto tra simulazione e dati sperimentali

4.4.1 Confronto con i dati dei test al LNF

La simulazione del segnale proveniente dai muoni (Figura 4.12(a)) fornisce un numero medio di circa 24 fotoelettroni prodotti da ciascun contatore coinvolto; tale valore è stato confrontato con quello ottenuto utilizzando i dati sperimentali relativi ai test svolti al LNF [20, 23] (Appendice C). Il numero N_{pe} di fotoelettroni prodotti in media dal passaggio di una MIP, la



Figura 4.7: Distribuzione di N_{pe} ottenuta rielaborando i dati dei test al LNF.

cui distribuzione è riportata in Figura 4.7, è stato ottenuto dalla relazione

$$N_{pe} = \frac{Q_{eq}}{eG_{eq}},\tag{4.2}$$

in cui Q_{eq} indica la carica di equalizzazione dei blocchi (Figura C.2(b)) e G_{eq} il relativo guadagno (Figura C.3(b)). La procedura per la misurazione di entrambe le quantità è riportata in Appendice C.

La dispersione delle misure di N_{pe} non dipende da fluttuazioni statistiche, ma dalla diversa usura e qualità dei blocchi analizzati. Dal grafico in Figura 4.7 è evidente che in media il numero N_{pe} di fotoelettroni prodotti da un contatore è ~ 24, in pieno accordo con il valore ottenuto dalla simulazione (Figura 4.12(a)).

4.4.2 Confronto con i dati dei test di Agosto 2010 al CERN



Figura 4.8: Efficienza di rivelazione per una MIP in funzione della soglia Q_{th} .

La simulazione presentata in questo capitolo è stata utilizzata dalla collaborazione di NA62 durante i test sul modulo ANTI 2 di Agosto 2010 che si sono svolti al CERN per monitorare l'attendibilità dei risultati. Ad esempio, scelto un contatore del secondo anello³, la previsione del Monte Carlo sulla curva delle efficienze di rivelazione di MIP in funzione della soglia Q_{th} dell'elettronica è stata confrontata con quella ottenuta sperimentalmente: i valori di Q_{th} per i dati sono stati ottenuti volta per volta convertendo la

 $^{^{3}}$ La scelta di considerare un contatore del secondo anello facilita la misura della sua efficienza, poiché i due blocchi adiacenti del primo e del terzo anello in questo modo sono utilizzabili per il trigger degli eventi.

soglia V_{th} in mV con la curva di calibrazione in Figura 4.3 mentre per la simulazione è bastato moltiplicare la soglia N_{pe}^{th} nel numero di fotoelettroni per la carica *e* dell'elettrone e per il guadagno nominale *G* del contatore scelto, ottenuto dai test al LNF ($G \simeq 1.288 \times 10^6$). In Figura 4.8 è riportato tale confronto, che mostra un buon accordo tra le due curve. In particolare, sembra presente una leggera sovrastima ($\leq 1\%$) dell'efficienza da parte della simulazione, ma tale effetto, ad esempio, potrebbe essere dovuto all'utilizzo di un guadagno per il contatore considerato leggermente minore di quello nominale.



Figura 4.9: Numero di LeadGlass illuminati (con almeno un fotoelettrone) per le varie particelle (10000 eventi per ciascun tipo di particella).



Figura 4.10: Numero di LeadGlass illuminati (con almeno un fotoelettrone) in funzione del momento della particella entrante (10000 eventi per ciascun tipo di particella).



Figura 4.11: Numero di fotoelettroni prodotti per le varie particelle (10000 eventi per ciascun tipo di particella).



Figura 4.12: Numero di fotoelettroni prodotti in funzione del momento della particella entrante (10000 eventi per ciascun tipo di particella).



Figura 4.13: Efficienza di rivelazione dei vari tipi di particelle in funzione del momento della particella entrante (10000 eventi per ciascun tipo di particella).

Capitolo 5

Simulazione del segnale con Flyo

Tutte le simulazioni relative sia agli eventi di segnale che a quelli di background descritte in questo e nei prossimi capitoli sono state effettuate utilizzando Flyo. Per tutte le simulazioni si sono utilizzate le stesse procedure di simulazione dei rivelatori e di analisi, in modo da poter comparare direttamente i risultati. In questo capitolo si descrivono tali procedure e, successivamente, vengono riportati i risultati relativi all'accettanza degli eventi di segnale ottenuti dalla simulazione del decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$.

5.1 Cos'è Flyo

Flyo è un programma di simulazione Monte Carlo che genera reazioni tra particelle elementari e traccia il cammino delle particelle prodotte da tali reazioni all'interno di un apparato sperimentale definito dall'utente. Flyo è nato a Pisa negli anni '90 come programma scritto in C con l'obiettivo di avere un simulatore veloce per l'esperimento NA31. In seguito è stato riscritto in C++, un linguaggio *object-oriented*, per renderlo più flessibile e compatibile con i moderni software di analisi tipicamente impiegati nella fisica delle alte energie, come ad esempio Root. Flyo è strutturato in tre parti:

- La prima parte, l'*inizializzazione*, costituisce l'interfaccia per l'utente e prevede una procedura che utilizza file esterni al programma per la definizione dinamica della geometria dell'apparato sperimentale, della fisica che si vuole attivare e del tipo di decadimento o urto che si intende studiare.
- La seconda parte, la *simulazione*, contiene sia le procedure per la cinematica dei decadimenti e degli urti sia le definizioni delle varie tipologie

di rivelatore disponibili; genera gli eventi e traccia le particelle nell'apparato sperimentale, registrando nei vari rivelatori attraversati le variabili cinematiche e geometriche relative all'interazione con questi.

- La terza parte, l'analisi, ricostruisce le osservabili sperimentali a seconda delle ipotesi d'analisi richieste dall'utente, e ne memorizza i valori sotto forma di *n*-tuple in un file di output (ad esempio .root) per le analisi successive.

Questo approccio, insieme alla tecnologia *object-oriented*, dà a Flyo una grande versatilità: l'utente può cambiare la fisica e la geometria che intende studiare modificando solo i file esterni al programma, lasciando quindi inalterate le procedure che gestiscono la fisica di generazione degli eventi e la geometria in senso più astratto.

Infine, si ricorda che Flyo è stato utilizzato per velocizzare il Monte Carlo ufficiale della collaborazione NA62 basato su Geant4, impiegandolo per la simulazione di tutta la parte dell'apparato sperimentale riguardante l'ottica del fascio. Questa scelta ha fatto di Flyo un programma fast Monte Carlo la cui validità è stata riconosciuta da tutta la collaborazione internazionale.

5.2 Principali modifiche apportate a Flyo

La versione di Flyo utilizzata per le simulazioni descritte in questo e nei prossimi capitoli è stata ottenuta dalla versione precedente approntando numerose modifiche. Fondamentalmente è stato migliorato l'accordo tra i rivelatori simulati e quelli dell'apparato sperimentale e si sono introdotte le modifiche necessarie per lo studio relativo al background dovuto al terzo GigaTracker, ma si è cercato anche di aumentare la velocità di esecuzione del programma. Inoltre, sono state sono stati aggiunti anche *comandi* più pratici per il controllo della simulazione ed alcune variabili nel file di output per migliorare l'analisi statistica dei dati. Ad esempio:

- sono stati aggiunti i rivelatori mancanti, come il SAC ed il CHANTI;
- sono state ridefinite le funzioni Simuladev (Sezione 5.4) per i principali rivelatori;
- è stata migliorata la procedura di simulazione degli urti tra particelle (utilizzata per lo studio del processo di scambio carica $K^+n \to K^0p$ riportato nel Capitolo 7);
- la procedura per la simulazione delle interazioni descritte dai file di output di un programma esterno è stata generalizzata (per poi essere utilizzata anche per lo studio delle interazioni forti con il terzo GigaTracker riportato nel Capitolo 7);

- è stato introdotto un fascio già collimato (Sezione 5.4.4), il che ha triplicato la velocità d'esecuzione del programma;
- sono state migliorate le procedure di analisi e preselezione del segnale;
- sono stati inseriti nuovi istogrammi nel file di output .root, ottenendo una descrizione più completa degli eventi studiati;
- sono state introdotte nuove opzioni inseribili nei file .epc, come ad esempio "kinematics" e "bersaglioon" (Sezione 5.3.2).

5.3 La fisica simulata: i file .epc

Come descritto in Sezione 5.1, tutti i processi fisici e le reazioni che si vogliono attivare, compresi decadimenti ed urti di particelle, sono descritti all'interno di file di testo (solitamente salvati con estensione $.epc^1$) esterni all'eseguibile di Flyo e letti da questo all'inizio di ogni run. In questi file vengono inseriti dall'utente sia i parametri numerici relativi alla generazione delle particelle del fascio che i *comandi* per indicare a Flyo quale processo simulare, quali opzioni attivare e quali ipotesi d'analisi seguire per la ricostruzione dell'evento.

Per specificare il processo che si intende simulare è possibile utilizzare i comandi "decay particella", "urto particella" o "beam particella" nel caso si voglia studiare rispettivamente un decadimento, un urto o un'interazione descritta da un programma esterno (come Fluka²); in realtà, questa distinzione tra i vari comandi è solo una rimanenza storica e viene ancora utilizzata nonostante nella versione attuale di Flyo tutti e tre i comandi siano equivalenti: le diverse tipologie di processo sono distinte dalle istruzioni successive, descritte in Sezione 5.3.1; tali comandi, a seconda dell'opzione "particella", determinano il tipo di particella che si vuole far trasportare da Flyo attraverso l'apparato sperimentale fino all'istante del decadimento o dell'interazione e che comporrà il fascio iniziale simulato. Ad esempio, per ottenere un fascio di K^+ basta scrivere come opzione "Kp". I comandi per definire la direzione e gli altri parametri del fascio iniziale sono discussi in Sezione 5.4.4. Con il comando "fiducial z1 z2" si determina la regione in z in cui far avvenire tutti i decadimenti o le interazioni (le quantità z1 e z2 vanno espresse in centimetri). Ad esempio, per evitare di scartare troppi eventi, per tutti i processi studiati — ad eccezione ovviamente delle interazioni con il terzo GigaTracker — le particelle del fascio sono state fatte decadere o interagire in prossimità della zona fiduciale di decadimento, inserendo nei relativi file .epc il comando "fiducial 10250 17000".

¹ "epc" è un acronimo che significa *experimental physics control*.

²Per maggiori dettagli su Fluka si rimanda alla Sezione 6.1.

5.3.1 Le reazioni

In Flyo le reazioni da simulare vengono indicate inserendo nei file .epc una stringa di caratteri della forma "reagenti = prodotti"; i decadimenti, gli urti e le interazioni descritte da un programma esterno sono distinti l'uno dall'altro a seconda della posizione del carattere "=": se tale carattere si trova in seconda posizione la stringa descrive un decadimento, se è in terza un urto; se, invece, il carattere "=" è assente (e la stringa comprende una sola particella), viene generato solo il fascio che, se richiesto, può interagire come descritto da file di output di un programma esterno. Ad esempio, la stringa "Kp = pip nu nu" descrive il decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$, la stringa "Kp n = Kl p" descrive un urto (in particolare, il processo di scambio carica studiato nel Capitolo 7) mentre la stringa "Kp" indica che il K^+ deve essere tracciato come particella stabile del fascio, a meno che non passi all'interno di un device con flag "fluka": in quel caso è forzato ad interagire come descritto da un file di output di un programma esterno (come ad esempio per la simulazione delle interazioni con il gas residuo descritta nel Capitolo 6, in cui come programma esterno è stato utilizzato Fluka).

Inoltre, una volta indicato il processo primario, è possibile — sempre con lo stesso formalismo — inserire anche ulteriori decadimenti secondari, che ovviamente avverranno seguendo le relative distribuzioni esponenziali. Nel caso delle interazioni descritte da un programma esterno tutti i decadimenti sono automaticamente attivati, mentre per gli altri processi, se necessari, devono essere specificatamente richiesti: ad esempio, per attivare il decadimento del pione $\pi^+ \to \mu^+ \nu$ in tutte le altre simulazioni effettuate è stata inserita la stringa "pip = mup nu".

È possibile inoltre definire anche più processi primari in un unico run, simulati in proporzione alla frequenza inserita con il comando "**rate** *numero*": i numeri inseriti vengono automaticamente normalizzati a 1, pertanto conta solo la proporzione tra questi.

La correzione dell'elemento di matrice

In un decadimento a più di due corpi, l'energia di ciascuna particella prodotta nel sistema di riferimento del centro di massa non è nota a priori, ma dipende dallo spazio delle fasi, a sua volta modulato da un elemento di matrice dipendente dall'energia delle particelle stesse. Anche la variabile m_{miss}^2 definita in equazione (1.80), quindi, dipende da tale elemento di matrice.

In Flyo, l'algoritmo con cui si simula il decadimento di una particella è basato su una struttura gerarchica a cascata binaria che normalmente tiene conto solo della cinematica dello spazio delle fasi; tuttavia, se richiesto, è possibile correggere gli andamenti simulati, introducendo una particella che funge da risonanza virtuale e la cui massa è determinata volta per volta dall'elemento di matrice del decadimento. Ad esempio, per lo studio del decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ è stata introdotta la particella di massa variabile "pvv": una volta implementata nell'eseguibile, è bastato sostituire nel file .epc relativo alla simulazione del segnale il comando "Kp = pip nu nu" con "Kp = pip pvv" e "pvv = nu nu", affinché questa decadesse in neutrino ed antineutrino. Gli andamenti della variabile m^2_{miss} ottenuti con e senza la correzione data dall'elemento di matrice sono riportati in Figura 5.1.



Figura 5.1: m_{miss}^2 per il decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ con e senza correzione dinamica.

5.3.2 Le opzioni disponibili

A seconda del livello di precisione richiesto, in Flyo si possono attivare o meno numerose opzioni, rendendo più o meno realistica la fisica simulata. Ad esempio, il comando "scatter" attiva la deflessione delle particelle causata dallo scattering multiplo e "perdita" tiene di conto della loro relativa perdita d'energia, mentre "bremsstrahlung" e "pairprod" attivano rispettivamente la Bremsstrahlung (sia per elettroni che per muoni) e la produzione di coppie e^+e^- . Questi ultimi due processi, tuttavia, non sono stati attivati durante le simulazioni effettuate, poiché rallentano il programma: per ottenere un effetto equivalente alla sciamatura elettromagnetica si è preferito modellizzare la risposta dei rivelatori del sistema di veto per fotoni (come i LAV, il calorimetro elettromagnetico LKr, l'IRC ed il SAC) memorizzando in essi tutta l'energia di $e^+, e^- e \gamma$ con il comando "dump" (Sezione 5.4.1).

Anche la risposta dell'apparato sperimentale può essere simulata in maniera più o meno realistica: il comando "errori" attiva l'utilizzo delle funzioni Simuladev e Datasmear — descritte in Sezione 5.4 — che tengono conto della sistematica dei vari rivelatori.

Inoltre, esistono opzioni che possono servire anche a rendere più efficiente il programma: ad esempio, per velocizzare il programma, si è scelto di non far tracciare tutte le particelle che non verrebbero in ogni caso rivelate dai rivelatori, come ad esempio i neutrini: questo è possibile con il comando "unseen *particella*" (in particolare "unseen nu"). Per interrompere invece la tracciatura di tutte le particelle che hanno percorso una certa distanza, è disponibile il comando "zona distanza"; ovviamente, tale comando può essere utilizzato per evitare di tracciare le particelle che sono uscite dall'apparato sperimentale: a tale scopo si è scelto di interrompere la tracciatura dopo 300 m (distanza va espressa in centimetri).

Infine, esistono anche opzioni per impostare la scelta delle variabili dei file di output: ad esempio, il comando "kpivv" — che è stato utilizzato per tutte le simulazioni effettuate — attiva la ricostruzione dell'evento sotto l'ipotesi di decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ (Sezione 5.5) mentre il comando "illumina" registra le principali informazioni relative ad ogni particella generata, come ad esempio l'impulso, il tipo di particella ed i rivelatori che ha attraversato.

Per comodità, sono state introdotte anche alcune opzioni che consentono di accentrare nei file .epc la gestione di alcune funzionalità di Flyo, come i comandi "kinematics", che disabilita alcuni tagli presenti nella preselezione degli eventi interna all'eseguibile e "bersaglioon", che costringe le particelle del fascio ad interagire all'interno di un eventuale device con flag "bersaglio", come ad esempio il terzo GigaTracker nelle simulazioni del Capitolo 7.

5.4 L'apparato sperimentale simulato

I rivelatori che formano l'apparato sperimentale sono riprodotti utilizzando diverse classi relative a solidi geometrici semplici come, ad esempio, cilindri, parallelepipedi e sfere: classi relative a rivelatori con geometrie complesse possono essere ottenute componendo più classi di rivelatori elementari o eventualmente definendole ex novo. Tali classi ereditano le funzioni di una classe base chiamata device, ed in particolare le seguenti procedure:

- **Posizione:** è la procedura che data la posizione della particella restituisce 1 se la particella è esterna al rivelatore considerato, 0 se è al suo interno e -1 se si trovasse nella cavità prevista in alcuni rivelatori per il passaggio della *beam pipe*.
- **Cammino:** è la procedura che valuta il "cammino libero potenziale", ovvero la distanza che questa dovrebbe percorrere prima di colpire la più vicina superficie interna o esterna del rivelatore considerato.
- **Traccia:** è la procedura che trasporta all'interno del rivelatore considerato la particella seguendo una traiettoria che tiene conto delle caratteristiche fisico-geometriche del rivelatore, come ad esempio della presenza di un campo magnetico e, se richiesto, genera processi come il multiplo scattering, la produzione di coppie e^+e^- e la Bremsstrahlung.
- **Datasmear:** a differenza delle procedure precedenti, viene chiamata al termine della tracciatura dell'evento, per rielaborare le variabili cinematiche introducendovi gli errori caratteristici del rivelatore reale.

Simuladev: come Datasmear, viene chiamata al termine della tracciatura dell'evento e serve per descrivere in maniera più realistica la risposta del rivelatore in questione, tenendo conto in questo caso della sua efficienza per la rivelazione delle varie particelle e di eventuali ripartizioni del segnale in sottosettori del rivelatore.

5.4.1 I file esterni .app

Oltre ai file esterni con estensione .epc descritti in Sezione 5.3, ne esistono anche altri (solitamente salvati con estensione .app), anch'essi letti da Flyo all'inizio di ogni run, nei quali sono descritti i rivelatori che formano l'apparato sperimentale. In questi file, ogni rivelatore è inizializzato come oggetto di una delle classi disponibili (definite nell'eseguibile) con il comando "device nomeclasse"; per ciascun rivelatore viene inoltre inserito un nome, un nickname ed una *flag* (diversa da none nel caso abbia particolari funzioni come, ad esempio, quella di magnete o di bersaglio) e vengono specificate le particelle a cui si vuole che sia sensibile, con il comando "detect particella", seguito da "dump" nel caso si voglia che queste si fermino al suo interno, rilasciandovi tutta la loro energia e facendo interrompere a Flyo la loro tracciatura, come ad esempio per gli elettroni nel calorimetro elettromagnetico. Infine, sempre all'interno dei file .app, vengono inseriti anche il materiale ed i parametri geometrici che caratterizzano ciascun rivelatore, compresa la posizione all'interno dell'apparato sperimentale.

La geometria ed i materiali scelti per le simulazioni effettuate rappresentano realisticamente l'apparato sperimentale descritto nel Capitolo 2, ad eccezione dell'ottica del fascio — discussa in Sezione 5.4.4 — e dei moduli ANTI che costituiscono i LAV, simulati come corone circolari omogenee anziché composti da blocchi, al fine di non appesantire troppo la simulazione; tale scelta, comunque, non si ripercuote in alcun modo sui risultati della simulazione, poiché le efficienze dei LAV — ottenute dalla simulazione in Geant4 descritta nel Capitolo 4 ed implementate in Flyo come riportato nella prossima sezione — tengono conto anche dei *crack* tra contatore e contatore e della risposta dei singoli LeadGlass.

5.4.2 Implementazione in Flyo delle efficienze dei LAV

Come già detto nel Capitolo 4, per non rischiare di sottostimare il background dovuto all'apparato sperimentale, si è scelto di considerare un criterio d'identificazione del segnale conservativo, che riconosce il segnale proveniente dai LAV come tale solo se in un contatore sono stati prodotti almeno 6 fotoelettroni. Le efficienze dei LAV in funzione dell'impulso p relative a questa scelta, riportate in Figura 4.13, sono state implementate in Flyo tramite la ridefinizione della funzione **Simuladev** per tali rivelatori. Per fare questo,



Figura 5.2: Confronto tra le efficienze dei LAV riportate in Figura 4.13 e quelle implementate in Flyo, ottenute con fit lineari.

è stato eseguito un fit di tali efficienze con la funzione f(p), definita come

$$f(p) = \begin{cases} ap+b & \text{per} \quad p_0 \le p \le p_1 \\ cp+d & \text{per} \quad p_1 \le p \le p_2 \\ e & \text{per} \quad p \ge p_2 \end{cases}$$
(5.1)

in cui a, b, c, d, e sono i parametri del fit e p_i (i = 0, 1, 2) sono opportuni valori dell'impulso della particella iniziale scelti per ottimizzare l'accordo del fit con i grafici. In Figura 5.2 sono riportate le funzioni f(p) ottenute dai fit, insieme alle efficienze di Figura 4.13 per il confronto.

L'efficienza di rivelazione dei neutroni, inoltre, è stata utilizzata anche per tutte le altre particelle neutre non studiate con la simulazione in Geant4, mentre per le altre particelle cariche, trattandosi principalmente di frammenti nucleari, si è utilizzata l'efficienza di rivelazione delle particelle α , modificata opportunamente: poiché la soglia Čerenkov nell'impulso p è proporzionale alla massa m, si è effettuata una traslazione di tale curva lungo l'asse degli impulsi, determinata dalla trasformazione $p_1 = p_1 \cdot m/m_{\alpha}$, in cui p_1 è il parametro indicato nella (5.1), m è la massa della particella carica in questione e m_{α} quella della particella α .

5.4.3 La funzione Simuladev per gli altri rivelatori

Oltre che per i LAV, la funzione Simuladev è stata ridefinita anche per il calorimetro LKr, le Straw chambers, i MUV, il RICH ed i SAV. I rivelatori restanti (come ad esempio il CHOD) — in cui la funzione Simuladev non è ridefinita — hanno efficienza di rivelazione 1 per tutte le particelle a cui sono sensibili, specificate come opzione del comando detect nei file .app. Viene adesso descritto l'effetto di tali ridefinizioni per ciascun rivelatore.

Il calorimetro elettromagnetico LKr

Nel caso del calorimetro LKr, la funzione Simuladev tiene conto della suddivisione in celle del calorimetro, eliminando gli hit provenienti dalle celle morte e fondendo i cluster distanti tra loro meno della lunghezza dei lati delle celle (2 cm); inoltre, stima l'energia rilasciata da ogni traccia tenendo conto anche della probabilità d'interazione forte dei pioni al suo interno e fissa a 400 MeV/c la soglia nell'impulso per la rivelazione delle particelle.

Infine, in previsione di disattivare i processi di Bremsstrahlung e di produzione di coppie e^+e^- , è stato considerato l'effetto della sciamatura dei γ e degli e^{\pm} sull'eliminazione dei relativi hit provenienti da una cella morta: il raggio di Moliere per il Kripton liquido in effetti è $\approx X_0 \simeq 4.7$ cm, per cui la sciamatura, coinvolgendo ~ 17 celle, renderebbe comunque possibile la loro rivelazione. Per questo motivo è stato scritto un algoritmo che, nel caso di γ e di e^{\pm} di energia maggiore di 500 MeV incidenti in una cella morta, sposta gli hit di tali particelle in una delle celle limitrofe, scelta a caso; se le celle limitrofe fossero morte, l'hit viene eliminato.

Le Straw chambers

La funzione Simuladev, per le Straw chambers, tiene conto della struttura interna in *straw*, in modo da ricostruire in seguito il punto d'impatto della traccia tramite il segnale registrato dal relativo filo. Inoltre, è stata introdotta l'inefficienza di rivelazione per le particelle cariche, stimata considerando inefficiente la zona circostante al filo di circa 1.5 mm di raggio. Tenendo conto della disposizione delle *straw* (Figura 2.8(b)), per ogni vista di ciascuna Straw chamber si è ottenuto un valore per l'inefficienza di circa 0.106.

I veti per muoni MUV

Nel caso dei MUV, la funzione Simuladev fissa semplicemente a 400 MeV/c la soglia nell'impulso per la rivelazione di tutte le particelle cariche e neutre (eccetto ovviamente i neutrini). L'efficienza di rivelazione di una particella sopra soglia è considerata 1 anche per le particelle neutre, poiché la probabilità di interazione forte al loro interno è complessivamente $\approx 1 - O(10^{-7})$. Per il MUV3, ovviamente, questa descrizione dell'efficienza di rivelazione per le particelle neutre non vale, dato l'esiguo numero di lunghezze d'interazione corrispondenti al suo spessore ($\approx 0.05\lambda_i^{\pi}$), ma tale scelta non lo riguarda poiché nei file .app è stato reso sensibile solo alle particelle cariche.

Il rivelatore Čerenkov RICH

Per il RICH la funzione Simuladev permette esclusivamente la rivelazione dei pioni nel range d'impulso $15 e tiene conto inoltre della loro eventuale mancata rivelazione, nel caso in cui questi decadano in volo entro il 70% della lunghezza del RICH. Inoltre, è stata simulata una possibile errata identificazione di un muone in un <math>\pi$, che avviene solo per muoni con impulso p > 30 GeV/c e con una probabilità di 10^{-2} . Per tutte le altre particelle, invece, è stato considerato insensibile.

I rivelatori a piccoli angoli SAV

La funzione Simuladev per il SAC e l'IRC è la stessa: viene fissata a 100 MeV la soglia nell'energia per la rivelazione dei fotoni e a 500 MeV/c quella nell'impulso per la rivelazione di tutte le altre particelle (cariche e neutre) ad eccezione ovviamente dei neutrini. L'efficienza di rivelazione delle particelle sopra soglia è considerata 1 per quelle cariche, mentre per quelle neutre dipende dalla probabilità di interazione forte all'interno del rivelatore, stimata utilizzando la distanza percorsa al suo interno da ogni particella e la lunghezza d'interazione efficace λ_i^{eff} data dalla composizione di quella del piombo e di quella del materiale scintillante. Come lunghezza d'interazione del materiale scintillante è stata presa come riferimento quella dell'antracene ($\lambda_i = 89.44$ cm). Sperimentalmente però, il SAC non avrà la possibilità di rivelare le particelle cariche, essendo posizionato dopo un magnete che le deflette; è stato scelto quindi di renderlo sensibile solo per quelle neutre agendo sul relativo file .app, senza così dover simulare l'ultimo magnete.

Inoltre, tale funzione è stata utilizzata anche per il CHANTI che, in attesa di un design definitivo, è stato definito come oggetto della classe "irc".

5.4.4 Il fascio simulato

L'ottica del fascio è stata simulata interamente, considerando in maniera accurata tutti gli apparati (principalmente collimatori, dipoli e quadrupoli magnetici) discussi in Sezione 2.1. Il fascio simulato è composto da particelle che vengono emesse da un volume cilindrico con semialtezza di 20 cm e raggio 1 mm, al fine di emulare la targhetta di berillio. Nel file .epc tale richiesta è dettata dal comando "target 0. 0. 0. 0.1 20.". La direzione iniziale del fascio, invece, è determinata da un collimatore virtuale di raggio 3.5 cm, posizionato a 10000 cm dalla targhetta: tutte le particelle sono generate in modo che la retta tangente al loro versore iniziale passi al suo interno, con il comando "coll 0. 0. 10000. 3.5 1.". Inoltre, utilizzando il comando "pinc 0. 0. 75. 2. 0. 400.", l'impulso iniziale prodotto



(a) Direzione e dispersione dei fasci (piani $xz \in yz$).



(b) Distribuzione degli impulsi all'entrata della vacuum tank

Figura 5.3: Confronto tra il fascio ufficiale e quello utilizzato.

è distribuito seguendo la sezione d'urto differenziale $\frac{d\sigma}{dpd\Omega}$ per la produzione di particelle secondarie (K, π, p) dall'interazione dei protoni primari a 400 GeV/c dell'SPS con la targhetta di berillio [19]. Si è scelto di generare soltanto particelle con momento di 75±2 GeV/c poiché per impulsi differenti verrebbero eliminate dall'ottica del fascio, in particolare dagli achromat. Tuttavia, simulando in maniera così accurata l'ottica del fascio, circa il 25% degli eventi generati viene perso nella focalizzazione e nella selezione del momento; inoltre, gli apparati introdotti esclusivamente per la simulazione dell'ottica sono 62 su un totale di 103: questo rallenta notevolmente il programma, pertanto si è deciso di utilizzare un fascio iniziale che abbia già le proprietà del fascio collimato, evitando così di dover simulare tutta la parte dell'apparato sperimentale prima dei GigaTracker. In questo modo è possibile utilizzare il 100% degli eventi generati per lo studio del processo in questione, ottenendo inoltre un notevole incremento nella velocità del programma (da ~ 100 eventi/s a più di 300).

Per tale scopo, il nuovo collimatore virtuale è stato calibrato in modo da ottenere un buon accordo tra le direzioni e le dispersioni dei due fasci; inoltre, la distribuzione degli impulsi del fascio collimato è stata approssimata da una gaussiana, introdotta tramite il comando "upinc" (user-pinc), con media e deviazione standard opportunamente scelte per massimizzarne l'accordo. In Figura 5.3 sono confrontate le direzioni (a) e le distribuzioni dei momenti dei due fasci (b): sebbene le due distribuzioni degli impulsi siano leggermente diverse, tale differenza è completamente trascurabile, come si deduce dal fatto che le le relative variabili m_{miss}^2 , riportate in Figura 5.4, sono perfettamente compatibili.



Figura 5.4: Confronto tra gli andamenti di m_{miss}^2 per il decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ ottenuti con il fascio ufficiale e con quello utilizzato.

5.5 Procedura di ricostruzione del segnale

Un evento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ è caratterizzato da una traccia di carica positiva nello stato finale e nient'altro; l'analisi del segnale, quindi, si basa fondamentalmente sulla ricostruzione dell'unica traccia carica in uscita dalla zona

fiduciale di decadimento e sulla richiesta di nessun altro segnale nei vari veti. Inoltre, per ottenere la soppressione richiesta, altrimenti non raggiungibile a causa delle inefficienze dei vari rivelatori, il segnale verrà studiato all'interno di due regioni cinematiche, in cui i principali background sono soppressi di fattori dell'ordine di $10^4 \div 10^5$.

5.5.1 La ricostruzione delle tracce cariche

Una prima selezione degli eventi avviene scartando tutti quelli in cui le tracce cariche non vengono ricostruite adeguatamente. Nella simulazione utilizzata, però, la traccia carica relativa alla particella entrante nella zona fiduciale di decadimento viene sempre ricostruita precisamente, poiché per comodità è stato scelto di utilizzare come impulso ricostruito direttamente quello generato dalla simulazione. La selezione, pertanto, esamina solo la traccia uscente dalla zona fiduciale di decadimento, essendo l'unica traccia ricostruita veramente. In particolare, gli eventi selezionati hanno

- una sola traccia ricostruita dallo spettrometro e di carica positiva³;
- tutte le Straw chambers coinvolte nella ricostruzione della traccia;
- un $\chi^2 < 2$ relativo al fit per la ricostruzione della traccia carica⁴;
- tutti gli hit relativi alla traccia ricostruita all'interno della regione 7.5 < r < 110 cm di ciascuna camera, in cui r è la distanza dal centro geometrico della Straw chamber;
- una *closest distance of approach* tra le tracce della particella entrante e di quella uscente dalla zona fiduciale di decadimento minore di 0.8 cm;
- il vertice ricostruito all'interno del tronco di cono delimitato in z dalla zona fiduciale di decadimento (10500 < z < 16500 cm) e radialmente dalla dispersione del fascio⁵;
- la traiettoria della traccia ricostruita nell'accettanza del LKr e dei MUV;
- un impulso p della traccia carica rivelata, ricostruito dallo spettrometro, nel range 15 .

³Per avere una sufficiente statistica per lo studio della variabile m_{miss}^2 del decadimento $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$, si è fatto in modo che attivando l'opzione "kinematics" tale richiesta fosse sostituita dalla più debole "almeno una traccia ricostruita dallo spettrometro".

⁴La variabile χ^2 è detta *chi quadro ridotto* ed è definita come la variabile *chi quadro* divisa per il numero di gradi di libertà.

⁵Dallo studio della dispersione del fascio riportato in Figura 5.3(a) si è visto che vale approssimativamente la relazione r < 0.000118519z - 0.514814815, in cui r è la distanza delle particelle del fascio dal suo centro.

In particolare, la scelta delle ultime due richieste è dettata dalla necessità di selezionare solo gli eventi per cui le inefficienze dei rivelatori siano minime: ad esempio, affinché il MUV3 possa vetare correttamente gli eventi in cui la traccia ricostruita è relativa ad un muone, è necessario, ovviamente, che questo passi al suo interno; il taglio sugli impulsi, invece, è dovuto all'elevata inefficienza del RICH per impulsi diversi dal range selezionato.

5.5.2 Le due regioni cinematiche fiduciali

Come discusso in Sezione 1.3, la ricostruzione del segnale avviene all'interno di due regioni cinematiche fiduciali denominate regione I e regione II: per determinare tali regioni è necessario studiare le distribuzioni delle variabili m_{miss}^2 per i decadimenti del K^+ rigettabili cinematicamente, ovvero i decadimenti $K^+ \to \mu^+ \nu \ (K_{\mu 2}), \ K^+ \to \pi^+ \pi^0 \ (K_{\pi 2})$ e $K^+ \to \pi^+ \pi \pi \ (K_{\pi 3})$.

Tale studio, svolto in precedenza dalla collaborazione di NA62, ha individuato come fiduciali le regioni cinematiche descritte dai vincoli [18]

- $0 < m_{miss}^2 < 0.01 \text{ GeV}^2/c^4$ (regione I)
- $0.026 < m_{miss}^2 < 0.068 \text{ GeV}^2/c^4$ (regione II).

Utilizzando gli eventi che avevano passato la prima selezione del segnale è stato verificato che Flyo simulasse adeguatamente le risoluzioni delle variabili m_{miss}^2 e che quindi si ottenesse una reiezione cinematica $\gtrsim 10^4$ nelle due regioni: le distribuzioni delle variabili m_{miss}^2 ottenute sono riportate in Figura 5.5, confrontate con quella del segnale. Come è evidente, le due zone limitrofe al picco relativo al decadimento $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ presentano una



Figura 5.5: m_{miss}^2 ottenute con Flyo per i principali background.

soppressione dei principali background non superiore ad un fattore ~ 10²; in realtà, però, le code che riempiono le due regioni sono causate da una errata ricostruzione della variabile m_{miss}^2 , dovuta al decadimento $\pi^+ \to \mu^+ \nu$ ed al conseguente errato assegnamento della massa m_{π} del pione ad un muone. Imponendo l'ulteriore vincolo di nessun hit nel MUV3 per i decadimenti $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ e $K^+ \to \pi^+ \pi \pi$, infatti, le code vengono rigettate ed all'interno delle due regioni cinematiche rimangono ben pochi eventi di background (Figura 5.6): il numero $N_{\pi s}$ degli eventi residui e la relativa accettanza cinematica ε_{kin} di ogni decadimento sono riportati in Tabella 5.1, dalla quale risulta che le reiezioni dei principali background ottenute con Flyo siano effettivamente compatibili con quelle della collaborazione. In particolare, ad esempio, la deviazione standard $\sigma_{\pi 2}$ delle misure della variabile m_{miss}^2 del decadimento $K^+ \to \pi^+ \pi^0$ ottenuta è di $9.7 \times 10^{-4} \text{ GeV}^2/c^4$, per cui i limiti superiore ed inferiore scelti rispettivamente per le regioni I e II distano circa $8.2 \sigma_{\pi 2}$ dal valore medio del picco $m_{\pi 0}^2$.

	N_{res} (regione I+II)	N_{tot}	ε_{kin}	
$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$	8 + 7	186803	$\sim 8.0 \times 10^{-5}$	
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$	12 + 22	228928	$\sim 1.5 \times 10^{-4}$	
$K^+ \!\!\rightarrow\! \pi^+ \pi^+ \pi^-$	0 + 0	281895	$< 10^{-5}$	
$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$	0 + 5	377013	$\sim 1.3 \times 10^{-5}$	

Tabella 5.1: Stima dell'accettanza cinematica dei principali background con Flyo.



Vale la pena notare, infine, che per ottenere una sufficiente soppressione

Figura 5.6: m_{miss}^2 ripulite dai decadimenti consecutivi $K^+ \rightarrow \pi^+ \rightarrow \mu^+$ ottenute con Flyo.

delle code dovute al decadimento consecutivo $\begin{array}{c} K^+ \rightarrow \ \pi^+ \pi^0 \\ \rightarrowtail \ \mu^+ \nu \end{array}$ basta che la reiezione data dal sistema di veti per il decadimento $K^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu$ sia adeguata, in quanto tale reiezione per i due decadimenti è la stessa, ma il decadimento consecutivo ha una frequenza circa $2 \div 3$ volte minore.

5.5.3 Il trigger utilizzato per la ricostruzione del segnale

Oltre alla selezione — data dalla ricostruzione delle tracce cariche (Sezione 5.5.1) e dal taglio cinematico relativo alle regioni I e II (Sezione 5.5.2) — degli eventi candidati ad essere interpretati come segnale, ne è stata fatta un'altra introducendo degli ulteriori tagli, fondamentalmente relativi alle richieste sul sistema di veti: gli eventi che oltre ad aver passato le selezioni precedenti avranno

- un hit nel RICH;
- al massimo un hit nel calorimetro LKr e distante meno di 6 cm dal punto più vicino della traiettoria della traccia ricostruita;
- al massimo un hit nel MUV1 ed al massimo uno nel MUV2;
- nessun hit nei LAV, nell'IRC, nel SAC, nel MUV3 e nel CHANTI;

verranno interpretati come decadimenti $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$.

5.6 L'accettanza del segnale

Utilizzando la versione di Flyo descritta nelle sezioni precedenti sono stati prodotti 10^6 eventi di segnale: i K^+ del fascio iniziale sono stati costretti a decadere in $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ all'interno di una regione (10250 < z < 17000 cm) comprendente la zona fiduciale di decadimento. Sono stati quindi applicati tutti i tagli descritti in Sezione 5.5.3 con lo scopo di ottenere l'accettanza $\varepsilon_{sig}(z)$ del segnale. In Figura 5.7 è riportato il grafico dell'accettanza ε_{sig} in funzione di z_{gen} , la coordinata z del punto in cui è stato generato il decadimento. Com'è evidente, per valori di $z_{gen} \lesssim 10500$ cm o $z_{gen} \gtrsim 16500$ cm l'accettanza ε_{sig} tende a zero, e questo è dovuto al taglio sulla coordinata z del vertice ricostruito (10500 < z < 16500 cm).

Per il calcolo dell'accettanza $\bar{\varepsilon}_{sig}$, definita come in (3.10), si è sfruttata una semplice relazione tra $\bar{\varepsilon}_{sig}$, il numero totale N_{TOT}^{acc} di eventi accettati ed il numero totale N_{TOT}^{dec} di eventi decaduti all'interno della zona fiduciale di decadimento (10500 < z_{qen} < 16500 cm):

$$\bar{\varepsilon}_{sig} = \frac{N_{TOT}^{acc}}{N_{TOT}^{dec}}.$$
(5.2)



Figura 5.7: Accettanza ε_{sig} del segnale in funzione della coordinata z del punto in cui è stato generato il decadimento (10⁶ eventi simulati).

Infatti, l'accettanza $\varepsilon_{sig}(z)$ non è altro che il rapporto tra il numero $\delta N^{acc}(z)$ di eventi accettati tra $z \in z + dz$ ed il numero $\delta N^{dec}(z)$ di eventi decaduti tra $z \in z + dz$:

$$\varepsilon_{sig}(z) = \frac{\delta N^{acc}(z)}{\delta N^{dec}(z)} = \frac{\rho^{acc}(z)}{\rho^{dec}(z)}$$
(5.3)

dove le densità ρ^i sono definite dalle relazioni

$$N^{i}(z) \stackrel{def}{=} \int_{0}^{\Delta Z} dz \,\rho^{i}(z).$$
(5.4)

Dato che la distribuzione del numero $N^{dec}(z)$ di decadimenti è esponenziale, ed in particolare è data da

$$\rho^{dec}(z) = \frac{N_{TOT}^{dec} e^{-\frac{z}{\lambda_0^K}}}{\int_0^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z}{\lambda_0^K}}},\tag{5.5}$$

dalla (3.10) segue direttamente che

$$\bar{\varepsilon}_{sig} = \frac{\int_{0}^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z}{\lambda_0^K}} \frac{\rho^{acc}(z)}{\rho^{dec}(z)}}{\int_{0}^{\Delta Z} dz \, e^{-\frac{z}{\lambda_0^K}}} = \frac{1}{N_{TOT}^{dec}} \int_{0}^{\Delta Z} dz \, \rho^{acc}(z) = \frac{N_{TOT}^{acc}}{N_{TOT}^{dec}}.$$
 (5.6)

Dalla simulazione svolta si è ottenuto un numero $N^{acc}_{\scriptscriptstyle TOT} = 132138$ di eventi $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ accettati dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3,

su un totale di $N^{dec}_{_{TOT}}=890993$ decadimenti all'interno della zona fiduciale di decadimento. Il valore dell'accettanza $\bar{\varepsilon}_{sig}$ ricavato è pertanto

$$\bar{\varepsilon}_{sig} \simeq 0.1483.$$
 (5.7)

Con tale valore, il rate R_{sig} del segnale stimato tramite la relazione (3.11) è

$$R_{sig} = \mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) \Phi_K \bar{\varepsilon}_{sig} \left(1 - e^{-\frac{\Delta Z}{\lambda_K^K}} \right)$$

$$\simeq 5.5623 \times 10^{-5} \text{ Hz}, \qquad (5.8)$$

dove si sono utilizzati i valori $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}) = 8.22 \times 10^{-11}, \Delta Z = 60 \text{ m}, \Phi_K = 45 \text{ MHz}$ (Tabella 2.1) e $\lambda_0^K = 560 \text{ m}$ (dalla (3.5)).

Capitolo 6

Simulazione del background dovuto al gas residuo

Utilizzando Fluka sono state simulate le interazioni forti tra il fascio di particelle ed i materiali sulla linea del fascio: in questo capitolo verranno studiate le interazioni con il gas residuo nella *vacuum tank* mentre nel prossimo verranno studiate quelle con il silicio del terzo GigaTracker. Le informazioni riguardanti le particelle prodotte durante ogni evento, in cui una particella del fascio (K^+, π^+, p) diretta lungo l'asse z con 75 GeV/c d'impulso viene fatta urtare contro un nucleo atomico (rispettivamente di ossigeno o di silicio a seconda del processo studiato), vengono registrate in un file di output (in formato .txt) che viene successivamente decodificato da Flyo, il quale continua la tracciatura di tali particelle all'interno dell'apparato sperimentale simulato descritto nel Capitolo 5. In questo capitolo, prima di studiare le interazioni con il gas, verranno brevemente trattati alcuni aspetti generali applicabili anche alla simulazione del background dovuto al terzo GigaTracker descritta nel prossimo capitolo, come ad esempio il procedimento utilizzato da Flyo per la tracciatura delle particelle generate da Fluka.

6.1 Cos'è Fluka

Fluka [24] è un software per la simulazione del trasporto delle particelle e della loro interazione con la materia, che può simulare con alta precisione l'interazione e la propagazione nella materia di circa 60 tipi di particelle differenti, tra cui fotoni, elettroni, neutrini e muoni in un ampio range d'energia cinetica (da 1 keV fino a migliaia di TeV), adroni di energie fino a 20 TeV e tutte le corrispondenti antiparticelle. Il programma può trasportare anche fotoni polarizzati (come la radiazione di sincrotrone) ed i fotoni ottici.

I modelli fisici utilizzati da Fluka tengono conto ovunque sia possibile dei singoli processi microscopici che avvengono durante le interazioni, garantendo sia la consistenza tra tutti gli *step* di una reazione o tra i diversi tipi di reazione, che l'osservanza delle leggi di conservazione per ogni processo.

La modellizzazione delle interazioni adrone-nucleone è basata sulla produzione e sul successivo decadimento delle risonanze per energie dell'ordine del GeV e sul *Dual Parton Model* per energie maggiori. Questi due modelli sono usati anche per simulare le interazioni adrone-nucleo.

Le possibili applicazioni di Fluka sono molteplici: dallo studio della schermatura per gli acceleratori di particelle alla calorimetria, dalla dosimetria alla fisica del neutrino, dalla radioterapia alla fisica delle alte energie.

6.2 L'utilizzo in Flyo dei file di output di Fluka

All'interno dei file .txt ottenuti dalla simulazione delle interazioni forti con Fluka è riportato un elenco delle informazioni relative alle particelle prodotte in ogni singolo evento. Ad esempio, le seguenti righe rappresentano un evento in cui un K^+ ha interagito con un nucleo di ossigeno:

```
Evento 3 23
```

n	0.38420	0.13730	0.21200	0.93960	0	0	23
pi0	-0.38560	0.40720	1.25730	0.13500	0	1	23
pip	0.06930	0.30810	2.14700	0.13960	1	2	23
KO	-0.61620	-0.01450	24.75400	0.49770	0	3	23
pi0	-0.30370	0.06500	2.32680	0.13500	0	4	23
pim	-0.29830	-0.24490	0.91980	0.13960	-1	5	23
pip	-0.34910	0.04070	1.42680	0.13960	1	6	23
pi0	-0.03360	0.38990	1.84820	0.13500	0	7	23
р	0.14790	0.25460	2.65190	0.93830	1	8	23
pi0	-0.06250	0.13640	2.65800	0.13500	0	9	23
a_n	0.03190	-0.12440	5.23730	0.93960	0	10	23
n	0.70320	0.18010	3.47200	0.93960	0	11	23
pi0	0.08810	-0.36500	0.37130	0.13500	0	12	23
pip	0.29490	-1.13500	17.29190	0.13960	1	13	23
pim	0.08010	0.08390	1.95470	0.13960	-1	14	23
pi0	0.43220	0.02370	6.38090	0.13500	0	15	23
n	-0.04340	0.04850	-0.03710	0.93960	0	16	23
р	-0.04580	-0.03330	0.00850	0.93830	1	17	23
AT36	0.14860	0.00790	0.06360	3.72740	2	18	23
AT36	-0.11400	-0.07950	0.04430	3.72740	2	19	23
AT36	-0.12820	-0.08660	0.01080	3.72740	2	20	23.

La prima riga di ogni evento è caratterizzata dalla stringa "Evento", seguita dal numero sequenziale dell'evento (3 nell'esempio) e dalla somma del numero delle particelle prodotte e del numero delle particelle iniziali (21+2 nell'esempio). Le righe successive si riferiscono alle particelle prodotte dall'interazione: per ogni particella è indicato rispettivamente il tipo, l'impulso lungo gli assi x, y, z (in GeV/c), la massa (in GeV/c²) e la carica (in unità di e). Le ultime due colonne sono date dal numero sequenziale della particella nell'evento e dal numero delle particelle prodotte dall'evento sommato al numero delle particelle iniziali. Le stringhe di testo che identificano il tipo di particella sono state scelte in modo da essere le stesse utilizzate da Flyo: la stringa **pip**, ad esempio, indica un π^+ mentre le stringhe "ATnumero" indicano dei frammenti nucleari, che sono stati opportunamente inseriti nel database delle particelle di Flyo.

Tali file di testo vengono letti evento per evento da Flyo non appena la particella del fascio giunge all'interno di un rivelatore con flag "fluka": in quel caso viene eseguita la procedura "MkCluster", che attiva la lettura e crea all'interno del rivelatore in questione le particelle elencate, inizializzandole con valori dell'impulso ottenuti da quelli letti in modo che siano compatibili con l'angolazione di 1.2 mrad del fascio di particelle iniziale. A questo punto, la tracciatura delle particelle prodotte nell'interazione prosegue utilizzando la procedura Traccia, descritta in Sezione 5.4, come per una simulazione ordinaria.

6.3 Le accettanze $\bar{\varepsilon}_{qas}^{i}$ del falso segnale

Per la simulazione dell'interazione tra le particelle del fascio ed il gas residuo nella vacuum tank, il device con flag "fluka" utilizzato è chiamato "decaytubo" e rappresenta la vacuum tank. Al suo interno, per tenere conto dell'attenuazione lungo z della componente instabile del fascio, i K^+ ed i π^+ sono stati fatti interagire con il gas in modo che il numero di interazioni seguisse una distribuzione esponenziale in z identica a quella del numero di decadimenti, mentre per i protoni si è utilizzata una distribuzione uniforme¹. In questo modo, le accettanze $\bar{\varepsilon}^i$ definite in (3.10) si ottengono semplicemente dalla (5.2):

$$\bar{\varepsilon}^i_{gas} = \frac{N^{acc}_{TOT}}{N^{int}_{TOT}},\tag{6.1}$$

dove ovviamente N_{TOT}^{int} in questo caso indica il numero totale di eventi in cui è avvenuta l'interazione con il gas residuo.

Per il calcolo delle accettanze $\bar{\varepsilon}_{gas}^i$ sono stati eseguiti 3 run da 10⁷ eventi ciascuno, uno per ogni tipo di particella incidente considerato (K^+, π^+, p) . Come bersaglio, nella simulazione con Fluka che ha prodotto i file esterni successivamente letti da Flyo, è stato sempre utilizzato un nucleo atomico di ossigeno, vista sia la maggior abbondanza ($\simeq 50.7\%$) di tale nucleo nella composizione tipica del gas delle straw, principale componente del gas

¹In realtà, l'attenuazione esponenziale del flusso di particelle del fascio nella vacuum tank, che dipende dalle $\lambda_{eff}^{i,gas}$ della (3.6), è presente anche per i protoni, ma dato che $\lambda_{eff}^{p,gas} \sim 10^{10}$ m, il flusso si può considerare costante.

residuo (Sezione 3.3.4), sia il peso nucleare medio ($\simeq 13.18$ uma) di tale composizione, non molto diverso da quello dell'ossigeno. In particolare, poiché il peso molecolare medio del gas delle straw è $\simeq 46.8$ uma, si è considerata una molecola di ozono (O₃) — che pesa $\simeq 48$ uma — in modo da ottenere una stima di $R^i_{qas}(P, \tau)$ conservativa.

Il fatto di utilizzare come bersaglio un nucleo atomico anziché una molecola non influisce in alcun modo sulla stima di $\bar{\varepsilon}_{gas}^{i}$, poiché l'interazione avviene sul singolo nucleo e non sulla molecola che lo contiene. Tuttavia, il raggruppamento degli atomi in molecole influisce sulla pressione P del gas residuo e quindi, per tenere conto di questo fatto, è necessario considerare la sezione d'urto σ_{gas}^{i} come quella relativa all'interazione con l'intera molecola: nel caso dell'ozono (O₃) si ha semplicemente $\sigma_{gas}^{i} = 3\sigma_{O}$.

Ovviamente, la procedura per la selezione del segnale utilizzata per il calcolo delle accettanze $\bar{\varepsilon}_{qas}^{i}$ è quella descritta in Sezione 5.5.3.

6.3.1 L'accettanza $\bar{\varepsilon}_{gas}^{K}$

In Figura 6.1 è riportato il grafico dell'accettanza ε_{gas}^{K} in funzione di z_{gen} , la coordinata z del punto in cui è stata generata l'interazione tra il K^{+} ed il gas residuo. Dalla simulazione svolta si è ottenuto un numero N_{TOT}^{acc} di eventi



Figura 6.1: Accettanza $\bar{\varepsilon}_{gas}^{K}$ del falso segnale ottenuto in funzione della coordinata z del punto in cui è stata generata l'interazione K^+ - gas (10⁷ eventi simulati).

di background accettati dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3 pari a $N_{TOT}^{acc} = 179$, su un totale di $N_{TOT}^{int} = 8907488$ interazioni K^+ - gas all'interno della zona fiduciale di decadimento (10500 $< z_{gen} < 16500$ cm).

Il valore di $\bar{\varepsilon}_{qas}^{K}$ ottenuto dalla (6.1) è quindi

$$\bar{\varepsilon}_{gas}^K \simeq 2.01 \times 10^{-5}.$$
(6.2)

6.3.2 L'accettanza $\bar{\varepsilon}^{\pi}_{aas}$

In Figura 6.2 è riportato il grafico dell'accettanza ε_{gas}^{π} in funzione di z_{gen} , la coordinata z del punto in cui è stata generata l'interazione tra il π^+ ed il gas residuo. Dalla simulazione svolta si è ottenuto un numero N_{TOT}^{acc} di eventi



Figura 6.2: Accettanza $\bar{\varepsilon}_{gas}^{\pi}$ del falso segnale ottenuto in funzione della coordinata z del punto in cui è stata generata l'interazione π^+ - gas (10⁷ eventi simulati).

di background accettati dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3 pari a $N_{TOT}^{acc} = 98$, su un totale di $N_{TOT}^{int} = 8890917$ interazioni π^+ - gas all'interno della zona fiduciale di decadimento (10500 < z_{gen} < 16500 cm). Il valore di $\bar{\varepsilon}_{aas}^{\pi}$ ottenuto dalla (6.1) è quindi

$$\bar{\varepsilon}_{gas}^{\pi} \simeq 1.1 \times 10^{-5}. \tag{6.3}$$

6.3.3 L'accettanza $\bar{\varepsilon}^{p}_{qas}$

In Figura 6.3 è riportato il grafico dell'accettanza ε_{gas}^p in funzione di z_{gen} , la coordinata z del punto in cui è stata generata l'interazione tra il protone ed il gas residuo. Dalla simulazione svolta si è ottenuto un numero N_{TOT}^{acc} di eventi di background accettati dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3



Figura 6.3: Accettanza $\bar{\varepsilon}_{gas}^{p}$ del falso segnale ottenuto in funzione della coordinata z del punto in cui è stata generata l'interazione p- gas (10⁷ eventi simulati).

pari a $N_{TOT}^{acc} = 942$, su un totale di $N_{TOT}^{int} = 8890316$ interazioni p - gas all'interno della zona fiduciale di decadimento (10500 < z_{gen} < 16500 cm). Il valore di $\bar{\varepsilon}_{gas}^{p}$ ottenuto dalla (6.1) è quindi

$$\bar{\varepsilon}_{gas}^p \simeq 1.06 \times 10^{-4}. \tag{6.4}$$

6.4 Topologia degli eventi accettati

La conservazione della stranezza nelle interazioni forti fa sì che nello stato finale dell'interazione K^+ - gas ci sia sempre almeno un K^+ o un K^0 , che tipicamente è la *leading particle*, avendo impulso $\geq 30 \text{ GeV}/c$; per le interazioni π^+ - gas e p - gas, invece, la *leading particle* è in genere un pione o un neutrone, per cui gli eventi che hanno passato la selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3 possono essere distinti in quattro diverse casistiche:

- gli eventi con un K_L leading;
- gli eventi con un K_S leading;
- gli eventi con un K^+ leading;
- gli eventi con una particella *leading* non kaonica;
6.4.1 Eventi con K_L leading

Circa l'80% degli eventi K^+ - gas ed il 10% di quelli π^+ - gas accettati dalla selezione del segnale appartiene a questa categoria. Ad esempio, in uno di questi eventi, ottenuto dalla simulazione, l'interazione K^+ - gas nella vacuum tank produce 10 particelle: tre π^+ — uno con impulso $\approx 28 \text{ GeV}/c$ e gli altri d'impulso $\leq 800 \text{ MeV}/c$ — un K_L di 40 GeV/c, un π^- di circa 3 GeV/c, un π^0 di 350 MeV/c che decade in due γ di circa 200 MeV ciascuno e dei frammenti nucleari (un neutrone, un protone, un nucleo di ³He ed uno di boro), di cui solo il protone ed il neutrone hanno impulso $\geq 100 \text{ MeV}/c$, ma comunque minore di 500 MeV/c. Le uniche particelle che non sfuggono a grandi angoli (da 90 mrad per il π^- fino anche a 2.4 rad per il nucleo di boro) sono il π^+ di 28 GeV/c, con angolo di ≈ 7 mrad, che viene rivelato dallo spettrometro, dal RICH e dal calorimetro LKr nel quale si ferma, e il K_L , che viene rivelato dal MUV1. L'evento, quindi, non viene scartato poiché sia nel calorimetro LKr che nel MUV1 è stato registrato un solo hit e nessun veto ha prodotto un segnale.

6.4.2 Eventi con K_S leading

A questa categoria appartiene circa il 2% degli eventi K^+ - gas accettati dalla selezione del segnale. Ad esempio, dalla simulazione si è ottenuto il seguente evento: l'interazione K^+ - gas nella vacuum tank produce solo 6 particelle, di cui un K_S di circa 71 GeV/c, due π^+ di 2.5 GeV/c e di 200 MeV/c rispettivamente, un π^- di circa 200 MeV/c, un neutrone di 1.2 GeV/c ed un nucleo di ¹⁵O. Le uniche due particelle che non sfuggono a grandi angoli sono il π^+ di 29 GeV/c ed il π^- di 42 GeV/c provenienti dal decadimento del K_S , all'interno della vacuum tank: la traccia relativa al π^+ viene ricostruita dallo spettrometro, mentre quella del π^- — poiché questo viene rivelato solo in poche viste delle straw chambers — non viene ricostruita adeguatamente. Infine, dopo il passaggio dello spettrometro, il π^- viene perso perché viaggiando sulla linea del fascio non attraversa quindi nessun altro rivelatore. L'evento, quindi, non viene scartato poiché l'unica traccia carica rivelata è quella del π^+ di 29 GeV/c.

6.4.3 Eventi con K^+ leading

A questa categoria appartiene circa il 2% degli eventi K^+ - gas accettati dalla selezione del segnale. Ad esempio, uno di questi eventi, ottenuto dalla simulazione, è il seguente: l'interazione K^+ - gas nella vacuum tank produce 11 particelle di cui un K^+ di circa 58 GeV/c d'impulso, un π^+ di circa 16 GeV/c, un π^- con impulso $\leq 300 \text{ MeV}/c$ e dei frammenti nucleari (tre neutroni, un protone, due nuclei di ³He, una particella α ed un deutone), tutti con impulso $\leq 100 \text{ MeV}/c$ tranne i tre neutroni, di impulso comunque minore di 500 MeV/c. Tutti i frammenti nucleari vengono arrestati dallo spessore della vacuum tank, tranne i tre neutroni che però sfuggono alla rivelazione; il π^- sfugge a grandi angoli (≈ 1.10 rad), mentre il K^+ viaggia sulla linea del fascio fino allo spettrometro, dove — poiché ha un impulso minore di 75 GeV/c — viene deflesso di un angolo maggiore rispetto a quello del fascio (14.3 mrad anziché 3.8 mrad) e finisce quindi all'interno del MUV1, nel quale si arresta e viene rivelato. L'unica traccia carica rivelata dallo spettrometro è dunque quella del π^+ di 16 GeV/c, che viene rivelato dal RICH e che si ferma all'interno del calorimetro LKr. Come nell'esempio con il K_L leading, quindi, l'evento non viene scartato poiché sia nel calorimetro LKr che nel MUV1 è stato registrato un solo hit e nessun veto ha prodotto un segnale.

6.4.4 Eventi con particella leading non kaonica

Il restante 6% degli eventi K^+ - gas appartiene a questa categoria: in questo caso vengono prodotti almeno tre K (che in genere vengono persi a grandi angoli), tutti con impulso $\leq 10 \text{ GeV}/c$, per cui la particella più energetica è un'altra, tipicamente il π^+ con impulso maggiore di 15 GeV/c la cui traccia viene ricostruita dallo spettrometro.

Inoltre, tutti gli eventi accettati p - gas ed il 90% circa di quelli π^+ - gas ottenuti dalla simulazione svolta rientrano in questa casistica: per quanto riguarda l'interazione p - gas, circa il 75% di questi ha come *leading particle* un neutrone, il 15% un π^+ mentre solo nel 10% circa dei casi è un protone; per l'interazione π^+ - gas, invece, il 10% circa ha come particella leading un K_L , nel 70% è un π^+ e nel restante 20% è un neutrone o un antineutrone.

Un esempio in cui la particella leading è un neutrone è il seguente: l'interazione p - gas nella vacuum tank produce 11 particelle, di cui un π^0 che decade in due fotoni (persi a grande angolo) di 300 MeV e di 2.6 GeV circa, due π^+ di cui uno di 34 GeV/c e l'altro di circa 300 MeV/c, un π^- di circa 100 MeV/c e dei frammenti nucleari, tra cui il neutrone leading di 37 GeV/c, altri tre neutroni con impulso ≤ 800 MeV/c, una particella α ed un nucleo di ⁸B. Le uniche due particelle che non sfuggono a grandi angoli sono il neutrone leading — che però passa dal modulo ANTI 11 senza essere rivelato — ed il π^+ da 34 GeV/c che viene ricostruito dallo spettrometro.

Un altro esempio, in cui, invece, la particella leading è un π^+ è il seguente: dall'interazione π^+ - gas vengono prodotte 21 particelle, di cui tre π^0 — che decadono in 2 γ ciascuno, tutti minori di 500 MeV tranne uno da 4.6 GeV ed uno da 1.5 GeV — quattro π^+ da 32 GeV/c, 7 GeV/c, 5.5 GeV/c e circa 100 MeV/c di impulso rispettivamente, quattro π^- da 9 GeV/c, 3.4 GeV/c, 3 GeV/c e circa 1 GeV/c di impulso rispettivamente, una coppia $K^+K^$ e dei frammenti nucleari, tra cui un nucleo di ³He, due particelle α , due neutroni e tre protoni, tutti con impulso minore di 1 GeV/c. Tutte le particelle, escluso il π^+ da 32 GeV/c — che viene rivelato dallo spettrometro e successivamente dal RICH — vengono perse a grandi angoli, senza passare dalle stazioni ANTI.

6.5 Stima del rapporto $R_{gas}(P,\tau)/R_{sig}$

Utilizzando le accettanze (6.2)-(6.4) ottenute dalle simulazioni, il valore del rapporto $R_{gas}(P,\tau)/R_{sig}$ descritto dalla (3.27) è stato studiato in funzione della pressione P del gas e della risoluzione temporale τ relativa all'acquisizione del segnale². In Figura 6.4 è riportato il grafico così ottenuto, in cui sono evidenziate le curve per cui il rapporto tra il rate del background prodotto dalle interazioni del fascio con il gas residuo e quello del segnale è pari all'1% e al 5%. Considerando le risoluzioni del CEDAR e



Figura 6.4: Rapporto $R_{gas}(P,\tau)/R_{sig}$.

del CHOD $\tau_{CEDAR} \sim \tau_{CHOD} \sim 100$ ps, un valore realistico $\tilde{\tau}$ per la risoluzione temporale entro la quale può avvenire il *pile up* è ottenuto dalla (3.12):

$$\tilde{\tau} \approx 3\sqrt{\tau_{CEDAR}^2 + \tau_{CHOD}^2} \approx 450 \text{ ps},$$
(6.5)

pertanto, fissato $\tilde{\tau}$, dal grafico in Figura 6.4 si ottengono i corrispettivi valori $P_{max}^{(1\%)}(\tilde{\tau})$ e $P_{max}^{(5\%)}(\tilde{\tau})$ della pressione massima tollerabile all'interno della vacuum tank, necessari per ridurre all'1% ed al 5% rispettivamente il rate

²Per le sezioni d'urto delle particelle del fascio sul nucleo di ossigeno in (3.27) si sono utilizzati i valori $\sigma_O^K = 195$ mb, $\sigma_O^{\pi} = 220$ mb e $\sigma_O^p = 295$ mb, implementati in Fluka [24].

del background rispetto a quello del segnale:

$$P_{\max}^{(1\%)}(\tilde{\tau} \approx 450 \text{ ps}) \simeq 4 \times 10^{-6} \text{ mbar}, \qquad (6.6)$$

$$P_{max}^{(5\%)}(\tilde{\tau} \approx 450 \text{ ps}) \simeq 1.7 \times 10^{-5} \text{ mbar.}$$
 (6.7)

Infine, per tale valore di $\tilde{\tau}$ è stato calcolato il peso del contributo di ciascuna delle tre componenti al background complessivo dovuto al gas residuo: il contributo dato dall'interazione K^+ - gas — che sarebbe presente anche per $\tilde{\tau} = 0$ ps — è quello dominante, e corrisponde a circa il 47.6% del totale; il contributo dei protoni, invece, è pari al 43.7% del totale mentre quello dei π^+ al restante 8.7% circa. In Figura 6.5 è mostrato l'andamento della variabile m^2_{miss} per il background totale dovuto al gas residuo, evidenziando il contributo di ciascuna componente.



Figura 6.5: Andamento della variabile m_{miss}^2 per il background totale dovuto al gas residuo confrontato con quello per il segnale. Il contributo di ciascuna componente è individuato dai diversi colori.

Capitolo 7

Simulazione del background dovuto al GigaTracker

In questo capitolo verranno riportati i risultati ottenuti dalle simulazioni svolte con Flyo relative alle interazioni forti tra il fascio di particelle ed il terzo GigaTracker. Nella prima parte del capitolo verrà studiato il processo esclusivo $K^+n \rightarrow K^0p$, detto di *scambio carica*, che rappresenta un possibi-le meccanismo di produzione dei falsi segnali; nella seconda parte, invece, verranno studiati più in generale tutti i possibili processi d'interazione forte simulati con Fluka ed introdotti in Flyo come descritto nel Capitolo 6. L'apparato sperimentale simulato è quello descritto nel Capitolo 5.

Per tali studi, è stata introdotta la possibilità di obbligare Flyo a far interagire la particella del fascio all'interno di un particolare rivelatore con flag "bersaglio" e, successivamente, si è inizializzato con tale flag il terzo GigaTracker, nel relativo file .app. Inoltre, per una migliore gestione dei comandi, si è introdotta la possibilità di gestire la flag "bersaglio" direttamente dal file .epc: tale flag viene attivata dal comando "bersaglioon", che ovviamente è stato utilizzato per queste simulazioni. L'interazione con il bersaglio da simulare può essere specificata direttamente all'interno del file .epc (come per il processo di scambio carica) o esser descritta dai file di testo .txt ottenuti con Fluka, nel caso nel file .epc sia specificato soltanto il tipo di particella del fascio.

7.1 Simulazione del processo esclusivo $K^+n \rightarrow K^0p$

Il processo $K^+n \to K^0p$ è stato sempre fatto avvenire all'interno del terzo GigaTracker, in corrispondenza del punto d'impatto del K^+ del fascio, attivando la flag "bersaglio" del terzo GigaTracker e inserendo nel relativo file .epc le stringhe "Kp n = Kl p" o "Kp n = Ks p", rispettivamente per lo studio del decadimento del K^0 come K_L o come K_S . Il neutrone iniziale è stato sempre considerato a riposo, mentre come fascio di K^+ incidenti si è utilizzato il fascio collimato descritto in Sezione 5.4.4, come per le altre simulazioni. La distribuzione spaziale del K^0 uscente richiesta, invece, è stata estrapolata dalla letteratura esistente [25].

7.1.1 Calcolo delle accettanze $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$

Per il calcolo delle accettanze $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$ — definite in Sezione 3.4.1 come le probabilità che l'evento, una volta avvenuto il processo di scambio carica ed il successivo decadimento come K_L e come K_S rispettivamente, venga accettato dalla procedura di selezione del segnale — sono stati prodotti 4 run da 10⁷ eventi ciascuno, uno per ogni canale di decadimento principale del K_L e del K_S con almeno un π^+ (Tabella 3.1). In realtà, le accettanze che verranno ricavate da tali simulazioni non sono $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$: indicando con $\varepsilon_{GT}^{sc(X,i)}$ l'accettanza ottenuta dalla simulazione del decadimento del K_X (X = L, S) nel canale *i*, la relazione che lega $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$ a tali accettanze è

$$\varepsilon_{GT}^{sc(X)} = \sum_{i} \mathcal{B}(K_X \to i\text{-esimo canale}) \,\varepsilon_{GT}^{sc(X,i)} \qquad (X = L, S)$$
(7.1)

in cui $\mathcal{B}(K_X \to i\text{-esimo canale})$ indica il branching ratio del decadimento del K_X (X = L, S) nel canale *i*.

Come per tutte le altre analisi svolte, il segnale prodotto dagli eventi è stato selezionato utilizzando la procedura descritta in Sezione 5.5.3 e le accettanze $\varepsilon_{GT}^{sc(X,i)}$ sono state ottenute dal rapporto tra il numero degli eventi N_{TOT}^{acc} accettati e quello N_{TOT}^{int} degli eventi che hanno interagito.

Decadimento del K_L e calcolo di $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$

Per ogni canale di decadimento del K_L si sono simulate $N_{TOT}^{int} = 10^7$ interazioni. Per ciascun canale, il numero di eventi N_{TOT}^{acc} accettati dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3 è riportato in Tabella 7.1, insieme alla relativa stima dell'accettanza ottenuta.

Canale di decadimento	N_{TOT}^{acc}	Accettanza	l
$K_L \to \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$	45	$\varepsilon_{GT}^{sc(L,e)} \simeq$	5.6×10^{-6}
$K_L \to \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$	7	$\varepsilon_{GT}^{sc(L,\mu)} \simeq$	$9 imes 10^{-7}$
$K_L \to \pi^+ \pi^- \pi^0$	0	$\varepsilon_{GT}^{sc(L,\pi)} \lesssim$	$3 imes 10^{-7}$

Tabella 7.1: Numero N_{TOT}^{acc} di eventi accettati ottenuto dalla simulazione e relativa accettanza per ogni canale di decadimento del K_L considerato.

Dalla (7.1) si ottiene la relazione tra le accettanze $\varepsilon_{GT}^{sc(L,e)}$, $\varepsilon_{GT}^{sc(L,\mu)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(L,\pi)}$

ottenute dalle simulazioni (Tabella 7.1) e $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$:

$$\varepsilon_{GT}^{sc(L)} \simeq 0.203 \, \varepsilon_{GT}^{sc(L,e)} + 0.135 \, \varepsilon_{GT}^{sc(L,\mu)} + 0.126 \, \varepsilon_{GT}^{sc(L,\pi)}$$
(7.2)

$$\simeq 1.05 \times 10^{-6},$$
 (7.3)

in cui si sono utilizzati i valori di $\mathcal{B}(K_L \to \pi^+ e^- \bar{\nu}_e), \ \mathcal{B}(K_L \to \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu) \in \mathcal{B}(K_L \to \pi^+ \pi^- \pi^0)$ misurati sperimentalmente [pdg].

Decadimento del K_S e calcolo di $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$

Dalla simulazione svolta si è ottenuto un numero N_{TOT}^{acc} di eventi accettati dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3 pari a $N_{TOT}^{acc} = 78$, su un totale di $N_{TOT}^{int} = 10^7$ interazioni simulate. Poiché dalla (7.1) si ottiene che l'accettanza $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$ è semplicemente pari a $\varepsilon_{GT}^{sc(S,+)}\mathcal{B}(K_S \to \pi^+\pi^-)$, il valore $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$ trovato utilizzando il valore di $\mathcal{B}(K_S \to \pi^+\pi^-)$ misurato sperimentalmente [pdg] è

$$\varepsilon_{GT}^{sc(S)} \simeq 5.4 \times 10^{-6}. \tag{7.4}$$

7.1.2 Stima del rapporto R_{GT}^{sc}/R_{sig}

Utilizzando i valori ottenuti per le accettanze $\varepsilon_{GT}^{sc(L)}$ e $\varepsilon_{GT}^{sc(S)}$, riportati in Sezione 7.1.1, è stato stimato il rapporto R_{GT}^{sc}/R_{sig} descritto dalla (3.35).



Figura 7.1: Sezione d'urto σ_{sc} del processo $K^+n \to K^0p$ misurata sperimentalmente per diversi valori dell'impulso del K^+ iniziale $\leq 13 \text{ GeV}/c$ [26]. Il punto relativo a 75 GeV/c è stato ottenuto dall'estrapolazione dei punti sperimentali.

La sezione d'urto σ_{sc} relativa al processo di scambio carica $K^+n \to K^0p$ utilizzata è stata ricavata dalla letteratura esistente [26]: i valori di σ_{sc} al variare dell'impulso p del K^+ iniziale sono riportati in Figura 7.1. Il valore $\sigma_{sc} \simeq 1.2 \ \mu$ b relativo all'impulso di 75 GeV/c è stato estrapolato con un fit dei punti sperimentali (Figura 7.1). Con questa scelta il valore R_{GT}^{sc}/R_{sig} ottenuto è

$$R_{GT}^{sc}/R_{sig} \simeq 6.5\%.$$
 (7.5)

Il livello stimato per tale background, quindi, è critico, ma ancora non sufficientemente elevato da compromettere la precisione sulla misura del branching ratio $\mathcal{B}(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$. Tuttavia, vale la pena evidenziare che circa l'84% di tale background è dovuto al contributo del K_S , per cui un modo per ridurre notevolmente il numero degli eventi accettati potrebbe essere quello di spostare la *decay region* di circa 5 m nella direzione del fascio: in Figura 7.2 è riportata la coordinata z_{rec} del vertice ricostruito per gli eventi accettati dalla selezione e, come si può notare, l'82% circa degli eventi ha $z_{rec} < 11000$ cm; pertanto, una simile selezione porterebbe il rapporto R_{GT}^{sc}/R_{sig} ottenuto a livelli del 2% circa.



Figura 7.2: Distribuzione della coordinata z_{rec} del vertice ricostruito per gli eventi di scambio carica $K^+n \rightarrow K_S p$ accettati.

7.2 La simulazione inclusiva con Fluka

Per la simulazione inclusiva dell'interazione tra le particelle del fascio ed il terzo GigaTracker si è attivata la flag "bersaglio" di tale rivelatore e si sono

inserite nel relativo file .epc le stringhe "Kp", "pip" o "pip", che indicano a Flyo di generare un fascio stabile rispettivamente di K^+ , di π^+ o di protoni, a seconda della componente del fascio scelta volta per volta. Infatti, Flyo è stato impostato in modo che se nel file .epc non è definito alcun processo di tipo urto e la funzionalità della flag "bersaglio" è attiva, ai rivelatori con tale flag viene automaticamente attribuita la flag "fluka", in modo che l'evento da simulare all'interno di questi sia quindi descritto dai file di output di un programma esterno (in questo caso Fluka). A questo punto, come descritto in Sezione 6.2, vengono eseguite le procedure che leggono il file di output di Fluka e creano le particelle all'interno del rivelatore in questione, dopodiché Flyo prosegue con la tracciatura delle particelle come per una simulazione ordinaria.

Per il calcolo delle accettanze ε_{GT}^i sono stati eseguiti 3 run da 10⁷ eventi ciascuno, uno per ogni tipo di particella incidente considerato (K^+, π^+, p) . Ovviamente, vista la composizione del GigaTracker, il nucleo atomico che è stato utilizzato come bersaglio nella simulazione con Fluka — che ha prodotto i file esterni successivamente letti da Flyo — è quello di silicio.

Anche in questo caso, la procedura per la selezione del segnale utilizzata per il calcolo delle accettanze ε_{GT}^i è quella descritta in Sezione 5.5.3.

7.2.1 Limite superiore delle accettanze ε_{GT}^{K} , ε_{GT}^{π} e ε_{GT}^{p}

Dalle simulazioni svolte non si è ottenuto neanche un evento di background accettato dalla selezione del segnale descritta in Sezione 5.5.3, su un totale di $N_{TOT}^{int} = 10^7$ interazioni con il silicio per ogni tipo di particella del fascio.

Una maggiore statistica è dunque necessaria per ottenere una misura diretta: il limite attuale sul numero degli eventi simulati è dettato dai limiti dell'hardware utilizzato, sia a livello di tempo macchina che di memoria necessaria.

Poiché il numero delle interazioni simulate è $N_{TOT}^{int} = 10^7 \gg 1$ e che le accettanze $\varepsilon_{GT}^i \ll 1$, il numero medio $\mu = N_{TOT}^{int} \varepsilon_{GT}^i$ di eventi accettati dalla selezione del segnale seguirà con buona approssimazione la statistica di Poisson, per cui la probabilità $P(0,\mu)$ di non ottenere nessun evento accettato, dato il valore medio μ è pari a

$$P(k,\mu) = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!} \quad \Rightarrow \quad P(0,\mu) = e^{-\mu}.$$
 (7.6)

Nell'ipotesi che la probabilità di ottenere il risultato che è stato ottenuto sia $\gtrsim 5\%$ — ovvero con un livello di confidenza del 95% — si ottiene un limite su μ e quindi sull'accettanza massima $\varepsilon_{GT}^i = \mu/N_{TOT}^{int}$ compatibile con una simile osservazione e con il principio di massima verosimiglianza:

$$P(0,\mu) = e^{-\mu} \gtrsim 5\% \quad \Rightarrow \quad \mu \lesssim -\ln 0.05 \simeq 3. \tag{7.7}$$

Il limite superiore delle accettanze ε_{GT}^i ottenuto dalla (7.7) è quindi

$$\varepsilon_{GT}^i < 3 \times 10^{-7} \quad @ 95\% \ C.L. \quad (i = K^+, \pi^+, p)$$
 (7.8)

7.2.2 Limite superiore del rapporto $R_{GT}^{tot}(\tau)/R_{sig}$

Utilizzando il limite sulle accettanze ε_{GT}^i riportato nella (7.8), il limite ottenuto sul valore del rapporto $R_{GT}^{tot}(\tau)/R_{sig}$ — descritto dalla (3.40) — è stato studiato in funzione della risoluzione temporale τ dell'acquisizione del segnale¹. Il grafico così ottenuto è mostrato in Figura 7.3. Come descritto in



Figura 7.3: Limite superiore sul rapporto $R_{GT}^{tot}(\tau)/R_{sig}$.

Sezione 2.3, un Giga Tracker è composto da un sensore di circa 200 μ m di silicio e da uno spessore aggiuntivo di 100 μ m di silicio per il readout. Tuttavia, non tutti i 300 μ m di silicio contribuiscono al background dovuto alle interazioni forti con il fascio; è stato scelto, infatti, di posizionare i Giga Tracker in modo che il fascio incontri prima il readout e poi il sensore: in questo modo, un evento di interazione forte che avviene nel readout, poiché produce numerose particelle lungo la direzione del fascio, potrà essere distinto e quindi scartato studiando il segnale in uscita dal Giga Tracker. Ad esempio, una MIP rilascia nel Giga Tracker un'energia di circa 45 keV, corrispondente a circa 15000 elettroni; in un evento in cui una particella del fascio interagisce forte con il silicio del readout, si producono sia diverse MIP per ogni evento

¹Per le sezioni d'urto delle particelle del fascio sul nucleo di silicio in (3.40) si sono utilizzati i valori $\sigma_{Si}^{K} = 301 \text{ mb}, \sigma_{Si}^{\pi} = 342 \text{ mb} \text{ e } \sigma_{Si}^{p} = 444 \text{ mb},$ implementati in Fluka [24].

che frammenti nucleari che rilasciano energie anche maggiori di quella per una MIP, per cui tipicamente il segnale è molto maggiore rispetto a quando la particella del fascio passa interagendo solo elettromagneticamente. Questo ragionamento si può estendere anche alla prima parte del sensore: di fatto, quindi, le interazioni forti che potranno causare background sono quelle che avvengono negli ultimi μ m del sensore [21] (~ 10 μ m) poiché in quel caso il GigaTracker non è in grado di collezionare sufficiente carica per poter discriminare i due tipi d'interazione. Per questo motivo, nella (3.40) — e quindi anche nel grafico di Figura 7.3 — si è utilizzato il valore $\delta z_{GT} \approx 10 \ \mu$ m anziché $\approx 300 \ \mu$ m.

Considerando il valore $\tilde{\tau}$ per la risoluzione temporale entro la quale può avvenire il *pile up* stimato nella (6.5), il corrispondente limite sul rapporto $R_{GT}^{tot}(\tau)/R_{sig}$ che si ottiene è

$$R_{GT}^{tot}(\tilde{\tau} \approx 450 \text{ ps})/R_{sig} \lesssim 5.7 \quad @ 95\% \ C.L.$$
 (7.9)

Capitolo 8 Conclusioni

In questo capitolo sono brevemente riportati i risultati ottenuti dallo studio dei background considerati. Infine, vengono proposte delle possibili strategie per rigettare ulteriormente tali background.

8.1 Risultati ottenuti

Lo studio del background dovuto all'interazione tra il fascio di particelle ed il gas residuo nella *vacuum tank*, svolto nel capitolo 6, ha portato alla stima della massima pressione $P_{max}(\tilde{\tau})$ del gas tollerabile ad una data risoluzione temporale $\tilde{\tau}$ affinché il rapporto rumore-segnale sia minore dell'1% e del 5%:

$$P_{max}^{(1\%)}(\tilde{\tau} \approx 450 \text{ ps}) \simeq 4 \times 10^{-6} \text{ mbar},$$
 (8.1)

$$P_{max}^{(5\%)}(\tilde{\tau} \approx 450 \text{ ps}) \simeq 1.7 \times 10^{-5} \text{ mbar.}$$
 (8.2)

Inoltre, per $\tilde{\tau} \approx 450$ ps è stato calcolato il peso del contributo di ciascuna delle tre componenti al background complessivo dovuto al gas residuo: il contributo dato dall'interazione K^+ - gas — che sarebbe presente anche per $\tilde{\tau} = 0$ ps — è quello dominante, e corrisponde a circa il 47.6% del totale; il contributo dei protoni, invece, è pari al 43.7% del totale mentre quello dei π^+ al restante 8.7% circa.

Lo studio del background dovuto all'interazione tra il fascio di particelle ed il terzo GigaTracker, svolto nel capitolo 7, ha determinato invece l'ammontare della componente di tale background causata dal processo esclusivo di scambio carica $K^+n \rightarrow K^0p$

$$R_{GT}^{sc}/R_{sig} \simeq 6.5\%,$$
 (8.3)

ed ha fissato un limite superiore per il rapporto rumore-segnale legato all'interazione inclusiva del fascio di particelle con il terzo GigaTracker

$$R_{GT}^{tot}(\tilde{\tau} \approx 450 \text{ ps})/R_{sig} \lesssim 5.7 \quad @ 95\% \ C.L.$$
 (8.4)

Per tali studi, inoltre, sono state stimate — con l'ausilio di una simulazione Monte Carlo in Geant4 — le efficienze dei moduli ANTI, utilizzati come Large Angle Vetoes (LAV), per le più frequenti particelle adroniche prodotte durante le interazioni studiate. I dati ottenuti dalla simulazione, riportati nel Capitolo 4, sono stati confrontati con due differenti test sperimentali (avvenuti al LNF ed al CERN), entrambi dei quali hanno mostrato un buon accordo tra la simulazione ed i dati sperimentali.

8.2 Ulteriori strategie di reiezione

8.2.1 Taglio sulla distanza dalla traccia carica nei MUV1-2

Come è stato descritto in Sezione 6.4, spesso gli eventi di background — sia quelli dovuti al gas residuo che quelli dovuti al terzo GigaTracker — che vengono accettati dalla selezione del segnale hanno un hit nel MUV1 che non proviene dal π^+ la cui traccia è stata ricostruita dallo spettrometro. Poiché nel decadimento $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ un hit nel MUV1 può avvenire solo se è prodotto dal π^+ tracciato, potrebbe essere possibile distinguere tali eventi di background da quelli di segnale studiando la distanza tra il punto in cui è stato registrato l'hit e ed il punto della traiettoria ricostruita dallo spettrometro della minima distanza tra la traiettoria della traccia ricostruita e l'hit nel MUV1 per gli eventi di background che hanno passato la selezione differisce nettamente da quella relativa al segnale: in Figura 8.1 sono confrontati i due andamenti. Rigettando tutti gli eventi con hit nel MUV1 non ricollegabili



Figura 8.1: Minima distanza tra l'hit nel MUV1 e la traiettoria della traccia ricostruita.

alla traccia carica, dunque, si aumenterebbe notevolmente la reiezione del fondo, lasciando inalterata l'accettanza del segnale: il fattore di reiezione, però, dipende dalla risoluzione spaziale del MUV1: secondo il design attuale è composto da piastrelle di circa 20 cm di larghezza, per cui sarebbe in grado di distinguere dagli eventi di segnale solo quegli eventi di background con distanza tra l'hit e la triettoria della traccia carica maggiore di 20 cm circa. Tale risoluzione, comunque, sarebbe sufficiente a ridurre di oltre un ordine di grandezza il background dovuto al gas residuo, con un conseguente aumento di un ordine di grandezza del valore della massima pressione tollerabile.

8.2.2 Rivelazione dei π^- sfuggiti alle Straw Chambers

Un approccio complementare all'utilizzo delle Straw Chambers per la rivelazione dei π^- potrebbe essere quello di rivelare le particelle di carica negativa che rimangono sulla linea del fascio tramite un rivelatore posto dopo l'ultimo dipolo magnetico, dove queste vengono deflesse dal lato opposto del SAC rispetto al fascio di carica positiva: in questo modo, gli eventi di background in cui un π^- sfugge alla rivelazione da parte delle Straw Chambers — come ad esempio quelli di scambio carica in cui si produce un K_S — verrebbero rigettati senza dover spostare di qualche metro la *decay region*.

In passato, l'idea di un simile rivelatore era stata scartata [1] poiché avrebbe richiesto una configurazione geometrica meno efficiente per l'identificazione dei μ ; attualmente, però, poiché il layout dell'apparato sperimentale è stato notevolmente modificato, tale problema non è più presente.

Appendice A

Separazione a radio-frequenza

La separazione a radio-frequenza è una tecnica che può essere utilizzata per separare le componenti di diversa massa di un fascio di particelle cariche con stesso momento p.

Il fascio di particelle con momento p viene fatto passare da due emettitori di un campo elettrico E(t) con radiofrequenza ν , sincronizzati e posti ad una distanza Δz . Il primo emettitore trasferisce un momento trasverso $p_T^{(1)}(t)$ a ciascuna particella, per cui il fascio viene deviato con un angolo $\alpha_1(t)$; successivamente dei quadrupoli magnetici rifocalizzano il fascio, rendendolo incidente nel centro del secondo emettitore con angolo $-\alpha_1(t)$; a questo punto, le particelle passano al tempo $t' = t + \Delta t$ dal secondo emettitore e ricevono un impulso $p_T^{(2)}(t')$ che le devia di un angolo $\alpha_2(t')$.

L'angolo α di uscita delle particelle dal secondo emettitore dipende quindi da t ma soprattutto da Δt : $\alpha(t, \Delta t) = \alpha_2(t, \Delta t) - \alpha_1(t)$. Dato che

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{\beta} = \frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{p} \Delta z \qquad (c = 1)$$
(A.1)

l'angolo di uscita α di una particella dipende dalla sua massa m. In particolare, se si sceglie la distanza Δz adeguatamente, si può fare in modo che le particelle di una certa massa m vengano sempre emesse con $\alpha = 0$: le particelle di massa m, infatti, impiegano un tempo $\Delta t(m)$ per arrivare da un emettitore all'altro; se al tempo $t + \Delta t(m)$ il secondo emettitore è *in fase* con il primo, le particelle vengono deviate esattamente di $\alpha_2(t + \Delta t(m)) = \alpha_1(t)$, ottenendo così che $\alpha(t) = 0$. La richiesta su Δz è data dunque dalla relazione

$$\nu \Delta t(m) = n \quad \Rightarrow \quad \Delta z_n(\nu) = \frac{n\sqrt{p^2 + m^2}}{\nu p}, \quad n \in \mathbb{N}/\{0\}.$$
(A.2)

A questo punto, dopo il secondo emettitore è possibile intercettare le componenti indesiderate con un *beam stopper*: se la componente di massa m è indesiderata è possibile eliminarla dal fascio mettendo il *beam stopper* a piccoli angoli (metodo Panofsky); se altrimenti è la componente di interesse, è sufficiente utilizzare un collimatore che fermi tutte le altre particelle (di massa diversa da m) che escono dall'emettitore con angoli diversi da zero (metodo Lissajous, v. Figura A.1).



Figura A.1: Separazione a radio-frequenza (metodo Lissajous).

Il limite della separazione a radio-frequenza è puramente tecnologico: detta ν_{max} la frequenza massima producibile, affinché due particelle di massa m_1 ed m_2 vengano emesse ad almeno un angolo $\delta \alpha$ l'una dall'altra, necessario per la separazione, la più pesante deve arrivare al secondo emettitore con almeno un ritardo δt rispetto alla più leggera:

$$|\Delta t_1 - \Delta t_2| \gtrsim \delta t, \quad \delta t \propto \frac{\delta \alpha}{2\pi \nu_{max}} \sim 10^{-10} \text{ s.}$$
 (A.3)

Tale richiesta può essere problematica per $p \gg m_1, m_2$, soprattutto se la componente di interesse del fascio non è stabile; dalla (A.3), infatti, si ottiene un vincolo su Δz :

$$\Delta z \gtrsim \frac{p\delta t}{|\sqrt{p^2 + m_1^2} - \sqrt{p^2 + m_2^2}|} \xrightarrow{p \gg m} \Delta z \gtrsim \frac{2p^2\delta t}{\Delta m^2}$$
(A.4)

dove si è posto $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$. Detta τ la vita media delle particelle d'interesse, m la loro massa e Φ_0 il loro flusso iniziale, dopo una distanza Δz il flusso residuo è dato da

$$\Phi(\Delta z) = \Phi_0 e^{-\frac{\Delta zm}{p\tau}} \lesssim \Phi_0 e^{-\frac{2\delta tpm}{\Delta m^2 \tau}},\tag{A.5}$$

quindi da un certo \bar{p} in poi non risulta più conveniente utilizzare la separazione a radio-frequenza, poiché il flusso residuo diminuisce esponenzialmente all'aumentare di p. Utilizzando radio-frequenze $\leq 4 \text{ GHz}$ per separare i K^+ dai π^+ , ad esempio, $\bar{p} \simeq 30 \text{ GeV}/c$, poiché $\Delta z \approx 400 \text{ m e } \Phi(\bar{p}) \approx 0.27 \Phi_0$.

Appendice B L'effetto Čerenkov

L'effetto Ĉerenkov consiste nella produzione di un'onda d'urto elettromagnetica da parte di una particella carica che attraversa un dielettrico: tale fenomeno avviene quando la particella viaggia all'interno del dielettrico ad una velocità v maggiore di quella della luce in tale mezzo. Dato che la velocità della luce in un mezzo con indice di rifrazione n è semplicemente c/ntale effetto avviene solo se la relazione v > c/n è verificata. In Figura B.1 sono schematizzati i due andamenti delle onde elettromagnetiche generate dalla particella nei casi di velocità v minore (a) e maggiore (b) di c/n: mentre nel caso (a) le onde elettromagnetiche interferiscono distruttivamente l'una con l'altra, nel caso (b) formano un fronte d'onda coerente, e quindi un'onda elettromagnetica rivelabile viene prodotta. Una particolarità di tale fenome-



Figura B.1: (a) interferenza distruttiva; (b) effetto Čerenkov.

no è che il fronte d'onda viaggia rispetto alla direzione della particella con un angolo ϑ_c ben determinato dalla velocità v e dall'indice di rifrazione n del mezzo: la particella, che al tempo t_0 si trova nel punto s_0 , emette un'onda che si propaga ad una velocità c/n in tutte le direzioni; al tempo $t = t_0 + dt$, ovviamente, si sarà spostata nel punto $s = s_0 + vdt$ ed emetterà un'onda che in quel preciso istante non ha ancora iniziato a propagarsi; il fronte dell'onda dunque è individuato dalle semirette tangenti alla circonferenza descritta dall'onda emessa al tempo t_0 passanti dal punto s e l'angolo ϑ_c che descrive la direzione di tale fronte si ricava facilmente dalla relazione

$$v\Delta t\cos\vartheta_c = \frac{c}{n}\Delta t \quad \Rightarrow \quad \vartheta_c = \arccos\frac{c}{vn} = \arccos\frac{1}{\beta n}.$$
 (B.1)

Il numero di fotoni di energia E prodotti nell'emissione di luce Čerenkov ad una distanza x dall'entrata della particella carica nel radiatore è determinato dalla formula di Frank-Tamm:

$$\frac{d^2N}{dEdx} = \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \sin^2 \vartheta_c(x, E) = \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \left(1 - \frac{1}{\beta^2(x)n^2(E)}\right)$$
(B.2)

$$\approx 370 z^2 \sin^2 \vartheta_c(x, E) \text{ eV}^{-1} \text{cm}^{-1}.$$
(B.3)

L'effetto Čerenkov in NA62

L'effetto Ĉerenkov è molto interessante dal punto di vista sperimentale, poiché con l'apporto di un fotomoltiplicatore tale fenomeno può essere utilizzato per rivelare ed identificare le particelle cariche. Nell'esperimento NA62 questo effetto è alla base del funzionamento del CEDAR, dei LAV e del RICH.

Il CEDAR

Il CEDAR utilizza l'effetto Čerenkov per indentificare i K^+ tra le particelle del fascio. L'impulso p delle particelle del fascio è noto, essendo stato selezionato dal primo *achromat* posizionato poco prima del CEDAR, per cui è nota anche la velocità β dei K^+ entranti:

$$\beta = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m_K^2}}.$$
(B.4)

Il CEDAR è fatto in modo tale che ai fotomoltiplicatori giungono solo quei fotoni che sono stati emessi con un determinato angolo ϑ rispetto alla direzione del fascio: scegliendo la pressione P dell'idrogeno utilizzato come radiatore in modo tale che l'indice di rifrazione n(P) sia pari a

$$n(P) = \frac{1}{\beta \cos \vartheta} = \frac{\sqrt{p^2 + m_K^2}}{p \cos \vartheta}$$
(B.5)

si ottiene che l'angolo ϑ è esattamente l'angolo di emissione Čerenkov dei K^+ .

I LAV

I LAV sfruttano l'effetto Čerenkov per rivelare il passaggio di fotoni o di particelle cariche. Una particella carica che attraversa un contatore con velocità $\beta > 1/n$, dove n è l'indice di rifrazione del LeadGlass, emette luce Čerenkov che viene rivelata dal fotomoltiplicatore posto su una faccia del contatore, segnalando il passaggio della particella sopra soglia.

I fotoni, se hanno un'energia di almeno pochi MeV, vengono rivelati nonostante siano elettricamente neutri, poiché interagendo con il LeadGlass producono prevalentemente coppie e^+e^- , sufficientemente energetiche per emettere radiazione Čerenkov. Questo è possibile poiché lo spessore equivalente di ogni contatore è $\approx 7X_0$ per cui la probabilità che un fotone non vi interagisca è $\approx 10^{-3}$. Inoltre, ovviamente, utilizzando più strati di blocchi tale probabilità viene ulteriormente ridotta.

Il RICH

Il RICH utilizza l'effetto Čerenkov per distinguere i pioni dai muoni: misurando il raggio dell'anello Čerenkov rivelato dal fotomoltiplicatore interno al RICH si determina l'angolo di emissione Čerenkov ϑ_c e conoscendo l'indice di rifrazione *n* del neon utilizzato come radiatore e l'impulso *p* della traccia carica — misurato precedentemente dallo Straw Tracker — è possibile risalire alla massa *m* della particella entrante nel RICH:

$$\cos\vartheta_c = \frac{1}{\beta n} = \frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{pn} \quad \Rightarrow \quad m = p\sqrt{n^2 \cos^2\vartheta_c - 1}, \tag{B.6}$$

rigettando in questo modo le tracce cariche con una massa ricostruita diversa da quella del pione.

Appendice C

I test sui LeadGlass al LNF

Prima di essere montati nei moduli ANTI, i LeadGlass vengono sottoposti a diversi test, svolti al Laboratorio Nazionale di Frascati (LNF) [20] ed in particolare:

- misura del guadagno G del fotomoltiplicatore in funzione della tensione V dell'anodo;
- misura del photoelectron yield (PeY) del contatore;
- scelta della tensione V_{eq} di equalizzazione per ciascun contatore, in modo da avere la stessa risposta per tutti i LeadGlass.

C.1 La LeadGlass Test Station

I test a cui sono sottoposti i LeadGlass prima di essere montati nei moduli ANTI avvengono nella *LeadGlass Test Station*, un apparato che durante i test viene chiuso ermeticamente per mantenere i blocchi al buio e che può ospitare fino a 20 blocchi, disposti in cinque righe da quattro; in realtà, però, la prima e l'ultima riga sono composte sempre dagli stessi 8 blocchi, impiegati per il trigger sui raggi cosmici, perciò solo 12 blocchi possono essere sottoposti ai test contemporaneamente. L'intero sistema è controllato in remoto da un computer ed i segnali sono acquisiti da un modulo VME ADC (CAEN V792, 12 bit 0-400 pC).



LeadGlass Test Station.

Ogni alloggiamento per i blocchi è associato a due connettori, uno per l'alimentazione e l'altro per la trasmissione del segnale del relativo LeadGlass, ed è inoltre raggiunto da una fibra ottica, che durante i test distribuisce impulsi luminosi provenienti da un LED. Le fibre ottiche possono iniettare all'interno dei LeadGlass gli impulsi luminosi utilizzando una piccola apertura circolare (di 1 cm circa di diametro) presente nel wrapping. L'ampiezza degli impulsi luminosi può variare più di un ordine di grandezza ed è controllata via software. Il trigger sugli impulsi può essere dato da un *clock* interno (tipicamente di frequenza ~100 Hz) o da un segnale esterno.

C.2 La misura del guadagno dei LeadGlass

Il guadagno G di un fotomoltiplicatore può essere misurato usando numerosi impulsi luminosi della stessa ampiezza: nell'ipotesi che questi seguano una distribuzione poissoniana e detta R la risposta misurata, il valore medio $\langle R \rangle$ e la deviazione standard σ_R misurati sono legati dalla relazione

$$\sigma_R^2 = \langle R \rangle (1 + \delta_{SER}^2(G)) \tag{C.1}$$

in cui δ_{SER} è la fluttuazione dovuta alla risposta per un singolo elettrone (SER: single electron response). Tale termine dipende dal guadagno G e dalla struttura del fotomoltiplicatore, e tipicamente è dell'ordine di $0.2 \div 0.3$. Una buona approssimazione di δ_{SER} è ottenuta dalla relazione

$$\delta_{SER} = \frac{1}{G^{\frac{1}{N}}} \left[\frac{(\prod_i k_i)^{\frac{1}{N}}}{k_1} \right]^{\alpha} \tag{C.2}$$

dove N è il numero di dinodi del fotomoltiplicatore, k_i (i = 1, ..., N) è la frazione della tensione totale V applicata allo *i*-esimo dinodo ed α , che è un parametro tipicamente compreso tra 0.6 e 0.7, è stato considerato pari a 0.6.

Dopo aver fissato un valore per la tensione totale V del fotomoltiplicatore, $\langle R \rangle \in \sigma_R$ vengono misurati per un campione di ~ 10⁴ impulsi generati con la stessa ampiezza su un periodo di tempo relativamente breve (100 s). In seguito la misura è ripetuta per un differente valore di ampiezza. Il guadagno G è estratto con un fit dei minimi quadrati tra i dati ottenuti e la funzione di $\sigma_R \in \langle R \rangle$ in (C.1).

L'intera procedura è ripetuta variando la tensione totale V tra 1150 V e 1350 V, con intervalli di 50 V. La curva di guadagno G(V) ricavata in questa maniera è ottenuta dall'interpolazione analitica dei punti misurati.

C.3 Il photoelectron yield

Il photoelectron yield (PeY) è definito per ciascun contatore come il numero di fotoelettroni prodotti dal fotocatodo per ogni MeV di energia rilasciata da una MIP (*Minimum Ionizing Particle*). Tale valore dipende principalmente dalle proprietà ottiche del cristallo e dall'efficienza quantica del fotocatodo ed è quindi indicativo delle caratteristiche intrinseche di ciascun contatore, dato che a ciascun cristallo è incollato un particolare fotomoltiplicatore. Per ogni contatore, il numero medio N_{pe} di fotoelettroni prodotti dal fotocatodo viene stimato misurando la carica $\langle Q \rangle$ prodotta in media al passaggio di una MIP e dividendola per il guadagno $G = 10^6$, fissato ricavando opportunamente V dalla curva G(V) — ottenuta precedentemente come descritto in Sezione C.2 — e per la carica *e* dell'elettrone:

$$N_{pe} = \frac{\langle Q \rangle}{eG}.$$
 (C.3)

A questo punto, il PeY è stimato semplicemente dividendo il numero N_{pe} di fotoelettroni per $E \simeq 77$ MeV, l'energia media rilasciata da una MIP incidente ortogonalmente rispetto all'asse del cristallo:

$$PeY = \frac{N_{pe}}{E} = \frac{\langle Q \rangle}{eEG}.$$
 (C.4)

Il numero di MIP su cui si esegue la media è tipicamente ~ 10^4 , con una frequenza di circa 0.5 Hz. Una procedura automatica esegue il fit della distribuzione della carica Q e ricava $\langle Q \rangle$, e quindi il PeY. L'intera procedura è infine ripetuta con un differente valore del guadagno ($G = 9 \times 10^5$) come controllo indipendente del PeY stimato, che ovviamente non dipende da G.



Figura C.1: Distribuzione del PeY ottenuta dai dati del LNF [23].

C.4 L'equalizzazione dei LeadGlass

Nota la curva di guadagno G(V) ed il PeY di ciascun contatore, è possibile impostare per ciascun LeadGlass la tensione di lavoro V_{eq} in modo che tutti diano la stessa risposta. Dopo la prima stima di V_{eq} dalla curva di guadagno, la risposta — equalizzata fissando il valore della carica Q prodotta da una MIP al valore Q = 4.5 pC — è controllata in un run con i raggi cosmici durante il quale eventualmente la tensione V_{eq} viene aggiustata: se l'equalizzazione non è soddisfacente, viene attuato un piccolo cambiamento di V_{eq} seguendo la curva G(V) ed un ulteriore run viene eseguito per verificare che una migliore equalizzazione sia stata raggiunta. Le risposte dei blocchi durante le due iterazioni ed i relativi guadagni G sono mostrati rispettivamente nelle Figure C.2 e C.3.



Figura C.2: Risposta equalizzata dei LeadGlass ottenuta dai dati del LNF [23].



Figura C.3: Guadagno di equalizzazione dei LeadGlass ottenuto dai dati del LNF [23].

Bibliografia

- [1] Proposal to measure the Rare Decay $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ at the CERN SPS, CERN-SPSC-2005-013, 11/6/2005.
- [2] A. V. Artamonov et al. [E949 Collaboration], New Measurement of the $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ Branching Ratio, Phys. Rev. Lett. **101** (2008).
- [3] T. Nakano et al., Letter of intent for Study of Exotic Hadrons with S = +1 and Rare Decay $K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu}$ with Low-momentum Kaon Beam at J-PARC, http://j-parc.jp/NuclPart/pac_0606/pdf/p09-Nakano.pdf.
- [4] Fermilab Steering Group, *Fermilab Steering Group Report 2007*, http://www.fnal.gov/pub/directorate/steering/pdfs/SGR_2007.pdf.
- [5] A. J. Buras, Weak Hamiltonian, CP violation and rare decays, in Probing the Standard Model of particle interactions, eds. F. David and B. Gupta, Elsevier Science B. V., 1998 [hep-ph/9806471].
- [6] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531.
- [7] S. L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maiani Phys. Rev. D2 (1970) 1285.
- [8] Particle Data Group, Phys. Rev. **D54** (1996) 1.
- [9] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1945.
- [10] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), J. Phys. G37, (2010).
- [11] D. Rein e L. M. Sehgal, Phys. Rev. **D39** (1989) 3325.
- [12] G. Buchalla e A. J. Buras, Nucl. Phys. **B548** (1999) 309.
- [13] W. Marciano and Z. Parsa, Phys. Rev. **D53**, R1 (1996).
- [14] L. Littenberg, Phys. Rev. D 39 (1989) 3322.
- [15] G. D'Ambrosio e G. Isidori, Phys. Lett. B. 530 (2002) 108 [hep-ph/0112135].
- [16] http://www.phy.bnl.gov/.

- [17] M. Aoki et al. [E949 Collaboration], An experiment to measure the branching ratio $B(K^+ \to \pi^+ \nu \bar{\nu})$, http://www.phy.bnl.gov/e949/.
- [18] NA62/P-326 Status Report, CERN-SPSC-2007-035, 26/11/2007.
- [19] H. W. Atherton et al., Precise Measurements of Particle Production by 400 GeV/c Protons on Beryllium Targets, CERN Yellow Report (1980).
- [20] NA62 Technical Design, http://na62.web.cern.ch/na62/Documents/.
- [21] http://na62.web.cern.ch/na62/.
- [22] Geant4 Collab., Introduction to Geant4, http://geant4.web.cern.ch.
- [23] http://www.lnf.infn.it/esperimenti/na62/Database.html.
- [24] Fluka Collab., Fluka: a multi-particle transport code, CERN-2005-010.
- [25] W. D. Apel et al., Study of the reaction at momenta of 25 and 40 GeV/c, Nuclear Physics B, Volume 129, DOI: 10.1016/0550-3213(77)90195-X.
- [26] A. Baldini, V. Flaminio, W. G. Moorhead, D. R. O. Morrison: IV.2 List of reactions. Schopper, H. (ed.). SpringerMaterials - The Landolt-Börnstein Database (http://www.springermaterials.com). DOI: 10.1007/10353188_19