



UNIVERSITÀ DI PISA
Facoltà di Ingegneria

Corso di laurea specialistica in INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Indirizzo DINAMICA DEL VOLO

SVILUPPO DI MODELLI E ALGORITMI PER LA SIMULAZIONE DELLA DINAMICA DELLE PALE NEL ROTORE DI UN VELIVOLO AD ALA ROTANTE

Relatori:

Prof. Ing. Eugenio Denti

Prof. Ing. Attilio Salvetti

Ing. Mauro Frosoni

Candidato:

Michele Moretti

Anno Accademico 2007/2008

*Alla mia famiglia,
ad Alice,
a tutti gli amici e i parenti
che mi hanno sostenuto*

Sommario

La presente tesi ha come oggetto il miglioramento delle potenzialità di un codice di calcolo, in corso di sviluppo grazie ad una collaborazione tra il *Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale* dell'*Università di Pisa* e la *Sistemi Dinamici S.p.A.*, il cui scopo è la valutazione della risposta dinamica di un velivolo ad ala rotante in diverse condizioni di volo.

La base di questo lavoro è la traduzione del codice dalla versione *Matlab*, sviluppata in una precedente tesi di laurea, ad una versione in *Fortran*, che può risultare utile per un'eventuale simulazione della dinamica del velivolo in *real-time*. La nuova versione presenta novità rilevanti come l'estensione del modello di rotore da pala singola ad N pale e l'introduzione di un modello di velocità indotta più raffinato del precedente. Tali nuove funzionalità sono state introdotte per migliorare l'accuratezza della simulazione della dinamica del rotore principale pensato come sistema isolato, principale oggetto di studio di questa tesi.

A conclusione di questa attività è stata sviluppata una prima versione di modello *Simulink* del rotore principale mediante l'impiego delle *S-function*. Tale modello permette di valutare la risposta dinamica del rotore stesso rispetto all'ingresso di comandi pilota (passo collettivo e ciclico), ed è predisposto per ulteriori sviluppi che consentano di determinare la risposta dell'intero aeromobile.

INDICE

Introduzione	1
Parte I – Dinamica linearizzata dell’elicottero	3
1 Equazioni del moto	4
1.1 Equazioni del moto dell’elicottero	5
1.2 Linearizzazione delle equazioni del moto	7
1.2 Equazioni della dinamica longitudinale dell’elicottero	9
1.3 Equazioni della dinamica latero-direzionale dell’elicottero	11
2 Derivate aerodinamiche dell’elicottero	14
2.1 Piano del disco, piano di <i>no-flapping</i> , piano di <i>no-feathering</i>	14
2.2 Calcolo delle derivate aerodinamiche nel piano longitudinale	17
2.3 Calcolo delle derivate aerodinamiche nel piano latero-direzionale	21
2.4 Derivate aerodinamiche rispetto ai comandi	25
2.4.1 Derivate aerodinamiche rispetto a θ_{1s}	25
2.4.2 Derivate aerodinamiche rispetto a θ_0	27
Parte II - Sviluppo degli algoritmi di simulazione	29
3 Conversione del codice <i>Hedyson</i> da <i>Matlab</i> a <i>Fortran</i>	30
3.1 Il codice <i>Hedyson</i>	30
3.2 Modelli e funzionalità aggiuntive nella versione <i>Fortran</i>	31
3.3 Cenni sul linguaggio <i>Fortran</i>	32
3.4 Struttura e funzionalità del codice sviluppato	35
4 Modello di velocità indotta di <i>Peters-He</i> a tre stati	37
5 Verifica del modello aerodinamico della pala	41
5.1 <i>Actuator Disc Theory</i>	43
5.2 <i>Blade Element Theory</i>	43
5.3 Verifica dell’implementazione del modello aerodinamico	45
6 Implementazione del modello di velocità indotta	53
6.1 Descrizione dei test	55
6.2 Risultati	56
6.2.1 Rotore in <i>hovering</i> , stazionario, solo collettivo	56
6.2.2 Rotore in <i>hovering</i> , non stazionario, perturbazione di collettivo	56
6.2.3 Rotore in <i>hovering</i> , stazionario, comando di collettivo e ciclico	60
6.2.4 Rotore in <i>hovering</i> , non stazionario, perturbazione di collettivo	62
6.2.5 Rotore in volo avanzato, stazionario, comando di collettivo e ciclico	64

6.2.6 Rotore in volo avanzato, non stazionario, perturbazione di comando	68
7 Validazione del modello mediante confronto con risultati in forma chiusa	71
7.1 Condizioni di <i>hovering</i> . Risultati	72
7.2 Condizioni di <i>volo avanzato</i> . Risultati	75
7.2.1 Gradino di comando di collettivo	76
7.2.2 Gradino di comando di ciclico longitudinale	77
8 Validazione del modello mediante confronto con risultati del codice <i>Hedyson</i>	79
8.1 Risultati	80
8.1.1 Caso 1	80
8.1.2 Caso 2	95
8.1.3 Caso 3	110
8.1.4 Caso 4	126
8.2 Analisi dei risultati	142
9 Modello <i>Simulink</i> del rotore principale	143
9.1 Caratteristiche principali delle <i>S-function</i>	143
9.2 Modello <i>Simulink</i> realizzato	146
9.3 Risultati della simulazione	149
Conclusioni e Sviluppi futuri	151
APPENDICE A Dati dell'elicottero di riferimento	153
APPENDICE B Derivate aerodinamiche dell'elicottero	158
B.1 Derivate aerodinamiche nel piano longitudinale	158
B.2 Derivate aerodinamiche nel piano latero-direzionale	160
B.2 Derivate aerodinamiche di comando	160
APPENDICE C <i>Template.f</i>	162
Bibliografia	166

Introduzione

La presente tesi ha come oggetto il miglioramento delle potenzialità del codice *Hedyson*, sviluppato in collaborazione tra il *Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale* dell'*Università di Pisa* e la *Sistemi Dinamici S.p.A.*, avvalendosi dell'esperienza pluriennale di quest'ultima in campo elicotteristico.

Il codice *Hedyson* è stato realizzato in un precedente lavoro di tesi ([3]) per simulare la dinamica della pala e valutare le grandezze che caratterizzano la meccanica del volo dell'elicottero in condizioni stazionarie; per ragioni legate ad una eventuale implementazione della dinamica in *real-time* di un velivolo ad ala rotante, in questa tesi si è scelto di convertire il codice dalla versione in *Matlab* ad una in *Fortran*, attività che ha impegnato parte rilevante dell'intero lavoro.

La prima parte della tesi riguarda lo studio della dinamica dell'elicottero mediante gli approcci tipici che si possono trovare in letteratura ([1], [2]), evidenziando le ipotesi e le considerazioni caratteristiche che consentono di passare dal classico sistema di equazioni del moto di corpo rigido al sistema che descrive il moto perturbato del velivolo. Anche nei velivoli ad ala rotante si possono separare i moti nel piano longitudinale da quelli nel piano latero-direzionale, ottenendo gli stessi sistemi di equazioni del moto dei velivoli ad ala fissa.

Con queste premesse si è affrontato il problema del calcolo delle derivate aerodinamiche per velivoli ad ala rotante, utile nella risoluzione del moto perturbato e nello studio di stabilità dell'aeromobile, evidenziandone la dipendenza dal piano di riferimento scelto per il rotore principale.

La seconda parte del lavoro riguarda la conversione del codice *Hedyson* completo (che comprende i modelli di rotore di coda, fusoliera e piani di coda) in linguaggio *Fortran*, con particolare attenzione al modello di rotore principale isolato, in quanto è il componente più complesso da caratterizzare numericamente e in più è quello che genera la quasi totalità delle forze e dei momenti che si scaricano sulla struttura del velivolo. Rispetto alla precedente tesi sono state introdotte le seguenti funzionalità nel modello di rotore principale:

- Modello di rotore ad N pale (nella versione precedente era a pala singola);
- Modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati (nella versione precedente il modello era di tipo *Uniform Inflow*).

A differenza del *Uniform Inflow*, in cui la velocità indotta è generata istantaneamente ed è uniforme nel disco, nel modello di *Peters-He* si tiene conto dell'inerzia del campo aerodinamico, quindi del ritardo con cui la velocità indotta raggiunge la condizione di regime. Inoltre la velocità indotta ha una distribuzione dipendente dal raggio del disco e dalla posizione della pala nel giro. La formulazione più generale di tale modello, che si trova in letteratura ([7], [8], [9]), comprende uno sviluppo in serie della velocità indotta in un numero finito di armoniche, i cui coefficienti vengono detti *stati della velocità indotta*. In questo lavoro si è utilizzata la teoria a tre stati, applicando il modello soltanto al rotore principale mentre per quello di coda si è continuato ad utilizzare il modello *Uniform Inflow*, in quanto la caratterizzazione della velocità indotta non ha un'importanza così stringente come per quello principale.

I risultati delle simulazioni effettuate sul rotore isolato, posto in diverse condizioni di volo, sono stati confrontati con quelli ottenuti nella precedente tesi a parità di condizioni e a parità di velivolo di riferimento. Per convalidare l'implementazione del nuovo modello di velocità indotta si è scelto di valutare le derivate aerodinamiche della trazione del rotore isolato in cui a regime si è introdotto un gradino di comando (sia di collettivo che di ciclico), confrontando i valori forniti dalle espressioni analitiche delle derivate presenti in letteratura ([1]) con quelli ottenuti dal rapporto incrementale calcolato tra la condizione di regime a seguito del gradino e la condizione di regime prima del gradino. Inoltre si è ritenuto opportuno verificare la correttezza dell'implementazione del modello aerodinamico della pala confrontando il valore della trazione ottenuto dalla simulazione in condizioni di assenza di velocità indotta, assenza di velocità di avanzamento, pala rigida e non svergolata, con quelli che si ottengono dalla teoria dell'elemento di pala ([2]) a parità di condizioni.

A conclusione del lavoro è stato sviluppato un modello *Simulink* del rotore isolato sfruttando le potenzialità delle *S-function*, che consentono di generare dei blocchi di simulazione in ambiente *Simulink* partendo da *script* non necessariamente scritti in linguaggio *Matlab*, ma pure in *Fortran*, *C*, *C++* e *Ada*.

Parte I

Dinamica linearizzata dell'elicottero

Capitolo 1

Equazioni del moto

Lo studio delle equazioni del moto è alla base dello studio della stabilità e del controllo degli aeromobili, compresi gli elicotteri. Generalmente questo studio è molto complesso nel caso di velivoli ad ala rotante poiché sono composti da un'*airframe* (fusoliera e piani di coda) che ha una propria elasticità e una propria dinamica, e da due rotori (principale e di coda), che a loro volta sono formati da un certo numero di pale, collegate ad un mozzo, che hanno dinamiche ed elasticità proprie. In questa trattazione si assume che la dinamica dell'*airframe* sia molto più lenta di quella delle pale del rotore, il quale quindi può essere visto come un sistema che evolve attraverso una sequenza di stati di equilibrio, limitando a sei il numero di gradi di libertà del sistema. In realtà ogni pala del rotore ha dei gradi di libertà caratteristici (figura 1.1), esaminati in [3], in questo capitolo il rotore viene visto come una “fonte” di forze e momenti che si trasmettono all'*airframe* attraverso il mozzo e, unitamente alle azioni aerodinamiche che agiscono direttamente sull'*airframe* e a quelle dovute al rotore di coda, determinano la dinamica dell'*airframe* stesso. Nel seguito si determinano le equazioni linearizzate del moto dell'elicottero evidenziandone le derivate aerodinamiche caratteristiche, di cui si tratterà il calcolo analitico nel capitolo successivo per utilizzarne successivamente i risultati in forma chiusa al momento di convalidare il modello di rotore sviluppato in questa tesi.

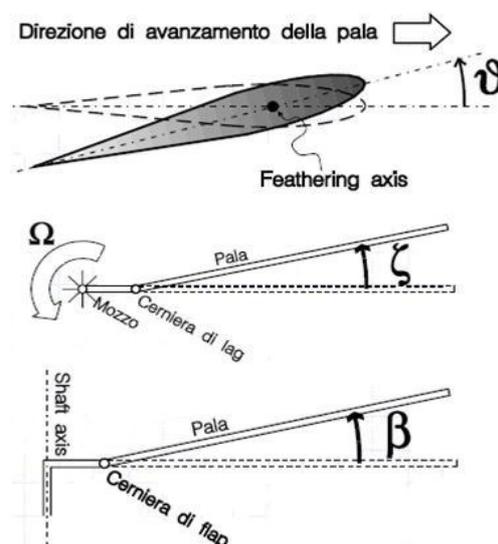


Fig. 1.1 – Gradi di libertà della pala (flappeggio β , ritardo ξ , variazione del passo θ)

1.1 Equazioni del moto dell'elicottero

Nella scrittura delle equazioni del moto dell'elicottero prima di tutto occorre scegliere un sistema di riferimento adeguato e solitamente si adotta la terna non inerziale *assi corpo* solidale baricentrica, ruotante con velocità angolare $\vec{\Omega}$ rispetto alla terna inerziale *assi terrestri*. Si assume, come di solito si fa per i velivoli ad ala fissa, che l'elicottero abbia un piano di simmetria longitudinale (anche se in realtà questo non è rigorosamente vero a causa della presenza del rotore di coda) in cui giacciono gli assi x e z , mentre l'asse y è ortogonale ad entrambi (figura 1.2).

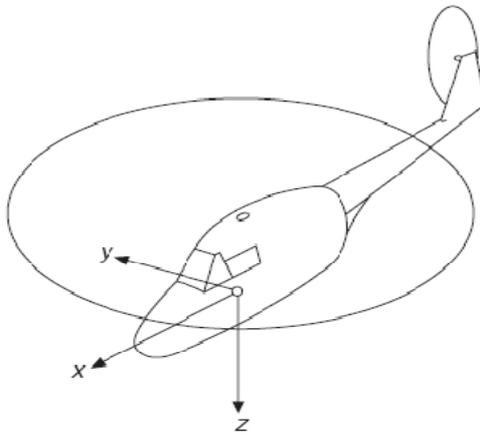


Fig. 1.2 – Sistema di riferimento *assi corpo* ([1])

Considerando l'elicottero come un corpo rigido con massa costante, le equazioni delle forze sono:

$$\vec{F}^{(e)} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \left(\dot{\vec{V}} + \vec{\Omega} \wedge \vec{V} \right) \quad (1.1)$$

dove m è la massa totale, $\frac{d\vec{V}}{dt}$ è l'accelerazione del baricentro,

$$\vec{V} = U\vec{i} + V\vec{j} + W\vec{k} \quad (1.2)$$

è la velocità del baricentro nel suo moto,

$$\dot{\vec{V}} = \dot{U}\vec{i} + \dot{V}\vec{j} + \dot{W}\vec{k} \quad (1.3)$$

è la derivata della velocità del baricentro vista da un osservatore solidale alla terna non inerziale,

$$\vec{\Omega} = P \vec{i} + Q \vec{j} + R \vec{k} \quad (1.4)$$

è la velocità angolare,

$$\vec{F}^{(e)} = \sum_k \vec{F}_k + \vec{F}_G \quad (1.5)$$

è la risultante delle forze esterne agenti sulla macchina, con $\sum_k \vec{F}_k$ la sommatoria delle forze aerodinamiche, inerziali e propulsive e

$$\vec{F}_G = \begin{Bmatrix} -mg \sin \Theta \\ mg \cos \Theta \sin \Phi \\ mg \cos \Theta \cos \Phi \end{Bmatrix} \quad (1.6)$$

la forza gravitazionale. Le equazioni dei momenti invece sono:

$$\vec{M}^{(e)} = \frac{d\vec{H}}{dt} = \dot{\vec{H}} + \vec{\Omega} \wedge \vec{H} \quad (1.7)$$

dove $\vec{M}^{(e)}$ è il momento risultante delle forze esterne rispetto al baricentro e

$$\vec{H} = \overline{\overline{I}} \vec{\Omega} \quad (1.8)$$

il momento angolare della quantità di moto, con $\overline{\overline{I}} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}$ tensore di inerzia,

mentre $\dot{\vec{H}}$ è la derivata del momento angolare della quantità di moto vista da un osservatore solidale alla terna non inerziale.

Il sistema di equazioni formato dalle (1. 1), (1. 2) e (1. 4) - (1. 8) è il sistema delle equazioni del moto di corpo rigido, a queste si aggiungono le relazioni tra gli angoli di Eulero Φ , Θ , Ψ e le componenti di velocità angolare P , Q , R per la completa descrizione del moto:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi / \cos \Theta & \cos \Phi / \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ Q \\ R \end{Bmatrix} \quad (1.9)$$

Comunemente si adotta la seguente simbologia:

$$\begin{aligned}
 U &= U_0 + u & P &= P_0 + p & F_x &= X_0 + \Delta X & M_x &= L_0 + \Delta L & \Phi &= \Phi_0 + \varphi \\
 V &= V_0 + v & Q &= Q_0 + q & F_y &= Y_0 + \Delta Y & M_y &= M_0 + \Delta M & \Theta &= \Theta_0 + \theta \\
 W &= W_0 + w & R &= R_0 + r & F_z &= Z_0 + \Delta Z & M_z &= N_0 + \Delta N & \Psi &= \Psi_0 + \psi
 \end{aligned} \quad (1.10)$$

in cui le grandezze con pedice ‘0’ sono in condizioni di *trim* e si considerano costanti, mentre quelle in minuscolo o con Δ sono le perturbazioni e sono funzioni del tempo. Sostituendo le (1.9) nel sistema di equazioni del corpo rigido si ottengono le equazioni complete del moto ([1]), cioè quelle equazioni che tengono conto sia delle condizioni di *trim*, sia della presenza di perturbazioni intorno alla condizione di *trim*. Per poter introdurre il concetto di derivate aerodinamiche occorre andare a studiare le equazioni delle perturbazioni, che descrivono il comportamento della macchina in una configurazione perturbata vicina alla condizione di equilibrio, descritta dalle equazioni di *trim*.

1.2 Linearizzazione delle equazioni del moto

La linearizzazione delle equazioni complete del moto si basa sull’ipotesi di piccole perturbazioni. Tale ipotesi permette di trascurare i quadrati e i prodotti dei termini di perturbazione, mentre per i termini trigonometrici delle equazioni scalari della forza gravitazionale ci si avvale delle proprietà

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha \quad (1.11)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta \quad (1.12)$$

Ad esempio per Φ si ha

$$\sin(\Phi_0 + \varphi) = \sin\Phi_0 \cos\varphi + \sin\varphi \cos\Phi_0 \approx \sin\Phi_0 + \varphi \cos\Phi_0 \quad (1.13)$$

Procedendo in questo modo e ricordando che si assume, per ipotesi, che l’elicottero ammetta un piano longitudinale di simmetria per cui si annullano i prodotti di inerzia I_{xy} e I_{yz} , sottraendo le equazioni di *trim* da quelle complete si ottengono le equazioni delle perturbazioni ([2]):

$$m[\ddot{u} - R_0 v + q W_0 + Q_0 w - V_0 r + g \theta \cos \Theta_0] = \Delta X \quad (1.14)$$

$$m[\ddot{v} + R_0 u - P_0 w - W_0 p + U_0 r - g(\varphi \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 - \theta \sin \Theta_0 \sin \Phi_0)] = \Delta Y \quad (1.15)$$

$$m[\ddot{w} + P_0 v - Q_0 w + V_0 p - U_0 q - g(-\varphi \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 - \theta \sin \Theta_0 \cos \Phi_0)] = \Delta Z \quad (1.16)$$

$$I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)(Q_0 r + R_0 q) - I_{xz}(P_0 q + Q_0 p) = \Delta L \quad (1. 17)$$

$$I_y \dot{q} + (P_0 r + R_0 p)(I_x - I_z) + (2P_0 p - 2R_0 r)I_{xz} = \Delta M \quad (1. 18)$$

$$-I_{xz} \dot{p} + I_{zz} \dot{r} + (P_0 q + Q_0 p)(I_y - I_x) + (Q_0 r + R_0 q)I_{xz} = \Delta N \quad (1. 19)$$

Le equazioni (1. 14) – (1. 19) formano il modello generale per lo studio della stabilità dell'elicottero; poiché lo studio di stabilità ha come obiettivo la determinazione della stabilità o instabilità del sistema a seguito di una variazione rispetto ad una condizione di equilibrio, e quindi non dipende dallo stato iniziale di equilibrio, i termini forzanti possono essere esplicitati mediante espansione di *Taylor* arrestata al primo ordine. Ad esempio per ΔX :

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \frac{\partial X}{\partial w} w + \frac{\partial X}{\partial p} p + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial r} r + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \theta_0 + \frac{\partial X}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial X}{\partial \theta_{1c}} \theta_{1c} + \frac{\partial X}{\partial \theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1. 20)$$

dove θ_0 e θ_T sono i passi collettivi di rotore principale e di coda, θ_{1c} e θ_{1s} i passi ciclici laterale e longitudinale. Le derivate parziali nell'espressione precedente sono le variazioni di X dovute a perturbazioni di u , v , w , p , q , r , θ_0 , θ_T , θ_{1s} e θ_{1c} per unità di perturbazione, e si definiscono *derivate aerodinamiche*. Utilizzando la notazione comune, la (1. 20) diventa:

$$\Delta X = X_u u + X_v v + X_w w + X_p p + X_q q + X_r r + X_{\theta_0} \theta_0 + X_{\theta_T} \theta_T + X_{\theta_{1c}} \theta_{1c} + X_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1. 21)$$

Relazioni simili alla (1. 21) si possono scrivere per tutti i termini forzanti nelle (1. 15) – (1. 19).

Sviluppando in serie le variazioni di forza e momento nelle (1. 14) – (1. 19) e applicandovi le condizioni *trimmate* di moto rettilineo uniforme e simmetrico, si ottiene il modello matematico linearizzato più generale e completo per lo studio della stabilità del velivolo, riportato in [2]. Questo modello è fortemente accoppiato, tuttavia l'esperienza e un'attenta analisi delle derivate aerodinamiche dimostrano la possibilità di disaccoppiare la dinamica longitudinale da quella latero-direzionale, in particolare nel caso di *hovering*. Il disaccoppiamento può essere fisicamente ottenuto combinando il comando di ciclico del rotore principale con il comando di collettivo del rotore di coda, in questo modo è possibile garantire l'equilibrio latero-direzionale della macchina e valutarne la stabilità in direzione longitudinale, lasciando liberi i corrispondenti gradi di libertà

Dal punto di vista matematico, il disaccoppiamento si traduce nell'eliminazione opportuna delle derivate aerodinamiche non appartenenti al piano in cui si vuole studiare la dinamica del velivolo.

Nei prossimi paragrafi vengono riscritte le equazioni linearizzate della dinamica dell'elicottero, per condizioni di *trim* di volo rettilineo uniforme e simmetrico, rispetto al riferimento *assi stabilità*, per cui si ha $W_0 = 0$, suddivise nelle equazioni della dinamica longitudinale e nelle equazioni della dinamica latero-direzionale.

1.3 Equazioni della dinamica longitudinale dell'elicottero

Le equazioni della dinamica longitudinale dell'elicottero sono:

$$\frac{W}{g}\dot{u} - X_u u - X_w w - X_q q + W\theta \cos \tau_c = X_{\theta_0} \theta_0 + X_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1.22)$$

$$\frac{W}{g}\dot{w} - Z_u u - Z_w w - (Z_q + \frac{W}{g}U_0)q + W\theta \sin \tau_c = Z_{\theta_0} \theta_0 + Z_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1.23)$$

$$I_y \dot{q} - M_u u - M_w w - M_w \dot{w} - M_q q = M_{\theta_0} \theta_0 + M_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1.24)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (1.25)$$

dove τ_c è la notazione comune in campo elicotteristico per definire l'angolo di pendenza della traiettoria a regime, come si può vedere nella figura seguente, mentre con W si indica la forza peso.

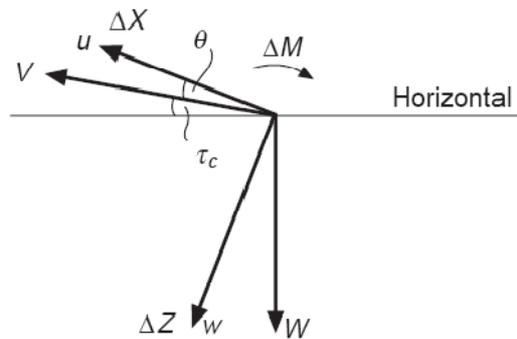


Fig. 1.3 – Componenti di forza, momento e velocità nel piano longitudinale ([1])

Secondo la pratica comune è utile porre le (1.22) – (1.25) in forma adimensionale avvalendosi, come grandezze di riferimento, delle seguenti ([1]):

- Il raggio della pala del rotore, R , come lunghezza di riferimento;

- La velocità del rotore al *tip*, ΩR , come velocità di riferimento, con Ω velocità angolare del rotore principale;
- La superficie della pala $\sigma\pi R^2 = \sigma A$ come superficie di riferimento, dove $\sigma = bc/\pi R^2$ è la *solidità* del rotore (b è il numero di pale e c la corda media della pala), mentre A è l'area del disco rotore.

Si definiscono le seguenti grandezze non dimensionali:

- $\hat{u} = u / \Omega R$;
- $\hat{w} = w / \Omega R$;
- $\tau = t / \hat{t}$ tempo adimensionale, dove $\hat{t} = W / g\rho\sigma A\Omega R$;
- $\hat{q} = q / \Omega = \frac{1}{\Omega\hat{t}} \frac{d\theta}{d\tau}$;
- $\mu^* = W / g\rho\sigma AR = \Omega\hat{t}$ massa adimensionale;
- $i_y = I_y / (WR^2 / g)$.

Infine, le derivate aerodinamiche non dimensionali si definiscono così:

$$\begin{array}{lll}
 x_u = X_u / \rho\sigma A\Omega R & x_w = X_w / \rho\sigma A\Omega R & x_q = X_q / \rho\sigma A\Omega R^2 \\
 z_u = Z_u / \rho\sigma A\Omega R & z_w = Z_w / \rho\sigma A\Omega R & z_q = Z_q / \rho\sigma A\Omega R^2 \\
 m'_u = M_u / \rho\sigma A\Omega R^2 & m'_w = M_w / \rho\sigma A\Omega R^2 & m'_q = M_u / \rho\sigma A\Omega R^3 \\
 x_{\theta_{1s}} = X_{\theta_{1s}} / \rho\sigma A\Omega^2 R^2 & m'_{\dot{w}} = M_{\dot{w}} / \rho\sigma AR^2 & m'_{\theta_{1s}} = M_{\theta_{1s}} / \rho\sigma A\Omega^2 R^2 \\
 x_{\theta_0} = X_{\theta_0} / \rho\sigma A\Omega^2 R^2 & z_{\theta_{1s}} = Z_{\theta_{1s}} / \rho\sigma A\Omega^2 R^2 & m'_{\theta_0} = M_{\theta_0} / \rho\sigma A\Omega^2 R^2 \\
 & z_{\theta_0} = Z_{\theta_0} / \rho\sigma A\Omega^2 R^2 &
 \end{array} \quad (1.26)$$

Le equazioni della dinamica in forma non dimensionale si scrivono introducendo queste adimensionalizzazioni nelle (1. 22) – (1. 25); solitamente \hat{u} e \hat{w} si trovano soltanto insieme alle derivate non dimensionali, quindi il sistema di equazioni si può scrivere senza il segno sopra le perturbazioni, ricordando che sono comunque le forme adimensionalizzate:

$$\frac{du}{d\tau} + w_c \theta \cos \tau_c = x_u u + x_w w + x_q \frac{d\theta}{d\tau} + x_{\theta_0} \theta_0 + x_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1.27)$$

$$\frac{dw}{d\tau} + w_c \theta \sin \tau_c = z_u u + z_w w + (\hat{U}_0 + z_q) \frac{d\theta}{d\tau} + z_{\theta_0} \theta_0 + z_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1.28)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} = m_u u + m_w w + m_{\dot{w}} \frac{dw}{d\tau} + m_q \frac{d\theta}{d\tau} + m_{\theta_0} \theta_0 + m_{\theta_{1s}} \theta_{1s} \quad (1.29)$$

$$\hat{q} = \frac{1}{\Omega \hat{t}} \frac{d\theta}{d\tau} \quad (1.30)$$

in cui $\hat{U}_0 = U_0 / \Omega R$ e $w_c = W / \rho \sigma A \Omega^2 R^2$, mentre per le derivate aerodinamiche x_q e di momento si adotta la notazione senza apice, tenendo presente che $x_q = x'_q / \mu^*$, $m_u = m'_u \mu^* / i_y$, ecc.

1.4 Equazioni della dinamica latero-direzionale dell'elicottero

Le equazioni della dinamica latero-direzionale sono:

$$\frac{W}{g} \dot{v} - Y_v v - Y_p p - (Y_r - \frac{W}{g} U_0) r - W \varphi \cos \tau_c = Y_{\theta_T} \theta_T + Y_{\theta_{1c}} \theta_{1c} \quad (1.31)$$

$$I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} - L_v v - L_p p - L_r r = L_{\theta_T} \theta_T + L_{\theta_{1c}} \theta_{1c} \quad (1.32)$$

$$I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} - N_v v - N_p p - N_r r = N_{\theta_T} \theta_T + N_{\theta_{1c}} \theta_{1c} \quad (1.33)$$

$$\dot{\varphi} = p - r \tan \tau_c \quad (1.34)$$

$$\dot{\psi} = r / \cos \tau_c \quad (1.35)$$

Le grandezze adimensionalizzate utili, in questo caso, a scrivere le equazioni in forma non dimensionale sono:

- $\hat{v} = v / \Omega R$;
- $i_x = I_x / (WR^2 / g)$;
- $i_z = I_z / (WR^2 / g)$;
- $i_{xz} = I_{xz} / (WR^2 / g)$

e le stesse espressioni di μ^* e \hat{t} viste in precedenza nel caso del moto longitudinale. Le derivate aerodinamiche non dimensionali sono:

$$\begin{aligned}
 y_v &= Y_v / \rho \sigma A \Omega R & l'_p &= L_p / \rho \sigma A \Omega R^3 & l'_r &= L_r / \rho \sigma A \Omega R^3 \\
 l'_v &= L_v / \rho \sigma A \Omega R^2 & n'_p &= N_p / \rho \sigma A \Omega R^3 & n'_r &= N_r / \rho \sigma A \Omega R^3 \\
 n'_v &= N_v / \rho \sigma A \Omega R^2 & l'_{\theta_T} &= L_{\theta_T} / \rho \sigma A \Omega^2 R^3 & n'_{\theta_T} &= N_{\theta_T} / \rho \sigma A \Omega^2 R^3 \\
 y_{\theta_T} &= Y_{\theta_T} / \rho \sigma A \Omega^2 R^2 & l'_{\theta_{1c}} &= L_{\theta_{1c}} / \rho \sigma A \Omega^2 R^3 & n'_{\theta_{1c}} &= N_{\theta_{1c}} / \rho \sigma A \Omega^2 R^3 \\
 y_{\theta_{1c}} &= Y_{\theta_{1c}} / \rho \sigma A \Omega^2 R^3 & & & &
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

Tipicamente si considerano trascurabili le derivate y_p e y_r rispetto a y_v nella equazione delle forze in y ([1]). La forma non dimensionale delle equazioni della dinamica latero-direzionale diventa:

$$\frac{dv}{d\tau} + w_c \cos \tau_c = y_v v + y_{\theta_T} \theta_T + y_{\theta_{1c}} \theta_{1c} \tag{1.37}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} - \frac{i_{xz}}{i_x} \frac{d^2 \psi}{d\tau^2} = l_v v + l_p \frac{d\varphi}{d\tau} + l_r \frac{d\psi}{d\tau} + l_{\theta_T} \theta_T + l_{\theta_{1c}} \theta_{1c} \tag{1.38}$$

$$\frac{d^2 \psi}{d\tau^2} - \frac{i_{xz}}{i_z} \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} = n_v v + n_p \frac{d\varphi}{d\tau} + n_r \frac{d\psi}{d\tau} + n_{\theta_T} \theta_T + n_{\theta_{1c}} \theta_{1c} \tag{1.39}$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{1}{\Omega \hat{t}} (p - r \tan \tau_c) \tag{1.40}$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = \frac{1}{\Omega \hat{t}} (r / \cos \tau_c) \tag{1.41}$$

dove $w_c = W / \rho \sigma A \Omega^2 R^2$, $l_v = l'_v \mu^* / i_x$, $l_p = l'_p / i_x$, ..., $n_v = n'_v \mu^* / i_z$, $n_p = n'_p / i_z$, ecc.

Capitolo 2

Derivate aerodinamiche dell'elicottero

In questo capitolo si presenta il calcolo teorico delle derivate aerodinamiche dell'elicottero, in generale necessario per determinare analiticamente la stabilità della macchina. Rispetto ai velivoli ad ala fissa, negli elicotteri bisogna tener presente che, durante il loro moto, le pale descrivono dei piani rispetto ai quali le componenti della risultante delle forze hanno valori diversi.

2.1 Piani di riferimento caratteristici del rotore principale

Si definiscono adesso alcuni piani particolari molto importanti nella descrizione del moto del rotore principale, dovuti essenzialmente al moto delle pale ed utili nella descrizione delle forze e dei momenti agenti sul rotore stesso e per il calcolo delle derivate aerodinamiche. Per definire tali piani occorre prima di tutto conoscere come vengono trasmessi i comandi dal pilota a ciascuna pala del rotore.

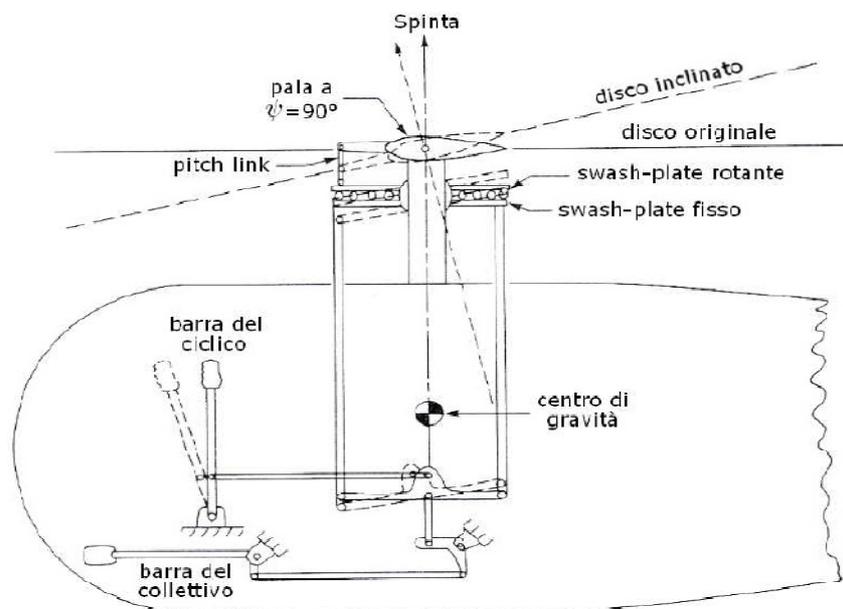


Fig. 2.1 – Catena di trasmissione dei comandi del rotore principale ([1])

Il pilota ha a disposizione due comandi (la barra del collettivo e la barra del ciclico, figura 2.1) per modificare l'angolo di passo delle pale del rotore principale. In questa trattazione si è supposto che tale angolo sia formato da un termine rigido e da un termine elastico, la parte rigida non è un'incognita del moto ma un dato di *input* per la soluzione delle equazioni della dinamica del velivolo, mentre il contributo elastico dipende dal momento torcente della pala e quindi dalla risoluzione delle equazioni di equilibrio del rotore (argomento trattato ampiamente in [3]). Assumendo una rigidità elevata della catena di comando, nello studio della dinamica del velivolo e nelle simulazioni effettuate si è trascurato il termine elastico del comando, facendo riferimento solo alla parte rigida. Il termine rigido dell'angolo di passo è dato dalla somma di un contributo costante e di uno variabile ciclicamente nel giro, e di solito lo si esprime con la seguente relazione:

$$\theta = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi + \theta_{1s} \sin \psi \quad (2.1)$$

in cui θ_0 , θ_{1c} e θ_{1s} sono rispettivamente gli angoli di *passo collettivo*, di *passo ciclico laterale* e di *passo ciclico longitudinale*. Osservando la figura 2.1, la variazione del passo θ avviene controllando la posizione e l'orientamento di una coppia di piatti oscillanti (*swash plate*), di cui uno ruota con il rotore (piatto superiore) mentre l'altro non ruota (piatto inferiore). Il piatto superiore è collegato alle pale da bielle (*pitch links*), che hanno la funzione di leve di comando passo. Il pilota può modificare l'inclinazione del piatto fisso con il comando di ciclico, mentre con quello di collettivo può far scorrere lo stesso piatto lungo l'albero. Dunque, alzando o abbassando la *swash plate* si modifica contemporaneamente e della stessa quantità (θ_0) il passo delle pale, mentre inclinandola a destra/sinistra o avanti/dietro si impongono, rispettivamente, il passo ciclico longitudinale e laterale. Da notare (figura 2.1) che rispetto alla *swash plate* il passo è sempre nullo.

Fatta questa premessa, si possono descrivere i caratteristici piani di riferimento del rotore principale, rispetto ai quali si definiscono le direzioni delle forze generate nel moto. In figura 2.2 si ha una visualizzazione di tali piani, che sono definiti come segue:

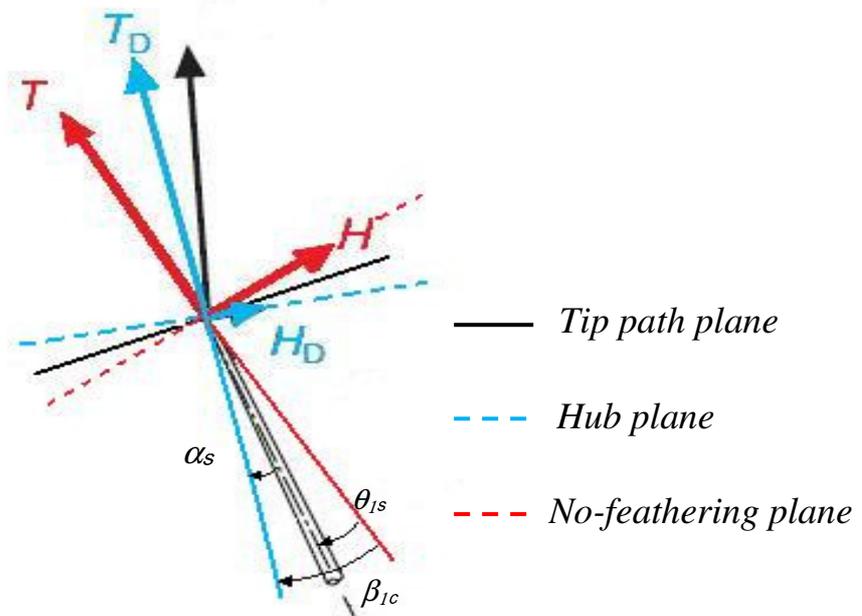


Fig. 2.2 - Piani di riferimento caratteristici del rotore

- Piano del disco rotore (Tip Path Plane): è il piano ideale descritto dalla traiettoria delle estremità delle pale durante il loro moto di rotazione intorno al mozzo. Se è nulla l'eccentricità delle cerniere di flapaggio rispetto al centro del mozzo, allora coincide con il piano di non variazione del flapaggio (*no-flapping plane*). La definizione di questo piano è applicabile solamente alla prima armonica del moto in flapaggio delle pale, in presenza di armoniche superiori (condizione di moto avanzante del velivolo) non è più valida perché le pale non descrivono più un piano nel loro moto. In *hovering* il *tip path plane* è ben definito e, rispetto ad esso, a regime sono nulle tutte le armoniche di flapaggio.

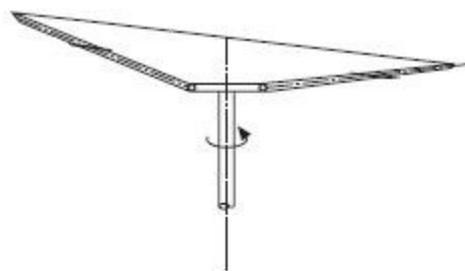


Fig. 2.3 – Piano del disco [1]

- Piano di non variazione del passo (No-Feathering Plane): è il piano rispetto al quale è nulla la variazione del passo delle pale. Dalla precedente definizione del meccanismo di trasmissione dei comandi si osserva che il *no-feathering plane* è sempre parallelo allo *Swash Plate*. In *hovering* coincide con il piano del disco.
- Piano ortogonale all'albero del rotore (Shaft o Hub Plane): è il piano ortogonale all'asse passante per l'albero del rotore principale, poco conveniente nella definizione delle forze poiché l'incidenza delle pale deve essere definita in termini sia di angolo di passo che di angolo di flappeggio.

Osservando la figura 2.2 si vede la differenza che c'è se si sceglie il *tip path plane* oppure il *no-feathering plane*, soprattutto per quanto riguarda l'intensità della componente H che è circa nulla nel piano del disco mentre non è trascurabile nel piano di non variazione del passo. La relazione tra gli angoli che si formano tra i piani è

$$\alpha_s = \beta_{1c} - \theta_{1s} \quad (2.2)$$

dove α_s è l'angolo tra il piano del disco e l'asse del rotore, θ_{1s} è il passo ciclico longitudinale e β_{1c} il coefficiente di flappeggio longitudinale.

2.2 Calcolo delle derivate aerodinamiche nel piano longitudinale

Il contributo maggiore alla variazione di forze e momenti deriva dal rotore principale. Assumendo che tali forze e momenti siano dipendenti dai valori istantanei di velocità, incidenza e passo delle pale, il calcolo delle derivate si affronta risolvendo le equazioni di forze e momenti nel sistema di riferimento scelto e differenziando le espressioni ottenute. In figura 2.4, il riferimento XZ indicato è quello degli *assi stabilità*, mentre le forze e i momenti vengono espressi rispetto al *tip path plane* per le ragioni espresse al paragrafo precedente, cioè la componente orizzontale di forza in tale riferimento è pressoché trascurabile. Questo non sarebbe stato vero riferendosi ad un piano diverso. Si nota che a seguito di perturbazioni u e w di velocità si ottengono delle variazioni di incidenza del disco ($\delta\beta_{1c}$, che in figura 2.4 incrementa l'incidenza α_D) che comportano variazioni nelle forze ortogonali al disco rotore (di risultante T_D , trazione) e in quelle giacenti sul piano (di risultante H_D). Risolvendo le forze nel riferimento *assi stabilità*, e differenziando, si ottengono:

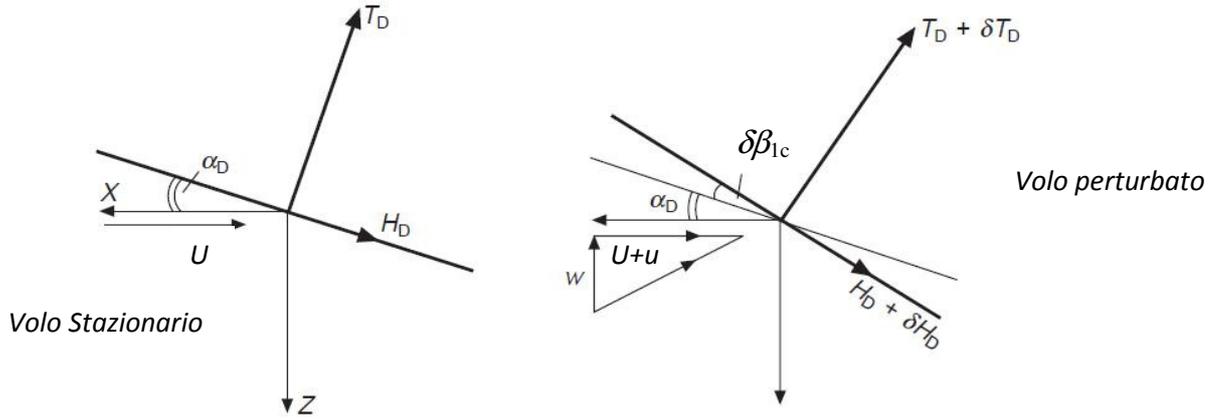


Fig. 2.4 – Forze longitudinali e variazioni a seguito di perturbazioni in velocità ([1])

$$\begin{aligned} \delta X = & -(T_D + \delta T_D) \sin(\alpha_D + \delta\beta_{1c}) - (H_D + \delta H_D) \cos(\alpha_D + \delta\beta_{1c}) - T_D \sin \alpha_D + \\ & - H_D \cos \alpha_D \approx -T_D \delta\beta_{1c} - \delta T_D \alpha_D - \delta H_D \end{aligned} \quad (2.3)$$

dove α_D e $\delta\beta_{1c}$ sono piccoli, e

$$\begin{aligned} \delta Z = & -(T_D + \delta T_D) \cos(\alpha_D + \delta\beta_{1c}) + (H_D + \delta H_D) \sin(\alpha_D + \delta\beta_{1c}) + T_D \cos \alpha_D + \\ & - H_D \sin \alpha_D \approx -\delta T_D + \delta H_D \alpha_D + H_D \delta\beta_{1c} \approx -\delta T_D \end{aligned} \quad (2.4)$$

in cui si considerano trascurabili i contributi in H_D .

Differenziate le espressioni delle forze, il passo successivo è quello di calcolarne le derivate rispetto ad una perturbazione. A titolo di esempio, le derivate X_u e Z_u sono

$$X_u = \frac{\partial X_u}{\partial u} = -T_D \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial u} - \alpha_D \frac{\partial T_D}{\partial u} \quad (2.5)$$

$$Z_u = \frac{\partial Z_u}{\partial u} = -\frac{\partial T_D}{\partial u} \quad (2.6)$$

Espressioni simili si ottengono per X_w , X_q , Z_w , Z_q . Secondo la pratica comune, in campo elicotteristico si usano espressioni non dimensionali delle derivate aerodinamiche. Per adimensionalizzare le derivate rispetto ad u si fa riferimento al parametro di avanzamento μ_D , definito come:

$$\mu_D = \frac{U}{\Omega R} \cos \alpha_D \approx \frac{U}{\Omega R} = \mu \quad (2.7)$$

considerando piccolo l'angolo α_D . La forma non dimensionale delle derivate in u si ottiene da:

$$\frac{d}{du} = \frac{1}{\Omega R} \frac{d}{d\hat{u}} \approx \frac{1}{\Omega R} \frac{d}{d\mu_D} \approx \frac{1}{\Omega R} \frac{d}{d\mu} \quad (2.8)$$

Come si può vedere dalla precedente relazione, $\hat{u} = u/\Omega R$, quindi le (2.5) e (2.6) diventano:

$$x_u = \frac{X_u}{\rho A \Omega R} = -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \mu} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \mu} - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \mu} \quad (2.9)$$

$$z_u = \frac{Z_u}{\rho A \Omega R} = -\frac{\partial C_T}{\partial \mu} \quad (2.10)$$

dove C_T e C_{hD} sono rispettivamente i coefficienti di trazione e di forza parallela al piano del disco.

Per quanto riguarda il calcolo delle derivate aerodinamiche dei momenti, si fa riferimento alla figura 2.5, dove il momento delle forze rispetto al baricentro della macchina (C.G.) è:

$$\delta M_T = (-\delta X \cos \alpha_s + \delta Z \sin \alpha_s) l R + (\delta Z \cos \alpha_s + \delta X \sin \alpha_s) h R = -h_1 R \delta X + l_1 R \delta Z \quad (2.11)$$

Notare che

$$h_1 = h \cos \alpha_s - l \sin \alpha_s \approx h - l \alpha_s \quad (2.12)$$

e

$$l_1 = l \cos \alpha_s + h \sin \alpha_s \approx l + h \alpha_s \quad (2.13)$$

in cui α_s è l'incidenza del piano ortogonale all'asse del rotore (*hub axis*) in condizioni di *trim*.

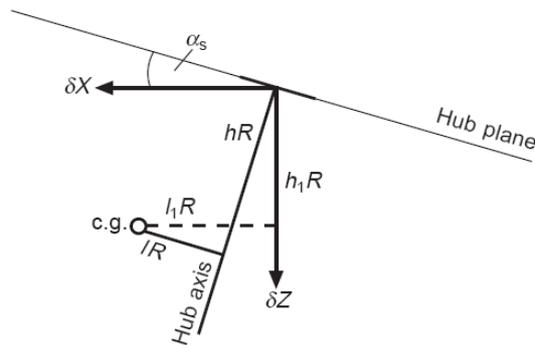


Fig. 2.5 – Forze che contribuiscono al momento longitudinale

In aggiunta al momento delle forze generate dal rotore, espresso dalla (2. 11), bisogna considerare i momenti dovuti sia all'*offset* delle cerniere delle pale rispetto all'*hub axis* ($M_s \delta a_1$) che al beccheggio della fusoliera (δM_f), quindi

$$\delta M = -h_1 R \delta X + l_1 R \delta Z + M_s \delta \beta_{1c} + \delta M_f \quad (2. 14)$$

Derivando la (2. 14) rispetto alle perturbazioni si hanno le derivate aerodinamiche, ad esempio rispetto ad u :

$$M_u = -h_1 R X_u + l_1 R Z_u + M_s \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial u} + (M_u)_f \quad (2. 15)$$

che, in forma non dimensionale, usando le (2. 7) e (2. 8), diventa

$$m_u' = -h_1 R x_u + l_1 R z_u + C_{m_s} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \mu} + (m_u)_f \quad (2. 16)$$

in cui $m_u = \frac{\mu^*}{i_y} m_u'$ come già visto. Espressioni simili si ottengono derivando la (2. 14) rispetto a w e q .

Per completare il calcolo delle derivate aerodinamiche nel piano longitudinale, si osserva che nelle (2. 9) e (2. 16) compaiono le derivate delle forze generate dal rotore (in forma di derivata di coefficiente di forza) e quelle del coefficiente di flappeggio longitudinale β_{1c} , che devono essere in qualche modo esplicitate. Dalla soluzione delle equazioni di *trim* dell'elicottero si ottengono ([1]):

$$C_T = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{4} \left[\frac{2}{3} \theta_0 (1 + \frac{3}{2} \mu^2) + \lambda \right] \quad (2. 17)$$

$$\beta_{1c} = \frac{2\mu \left(\frac{4}{3} \theta_0 + \lambda \right)}{1 - \frac{\mu^2}{2}} \quad (2. 18)$$

dove il $C_{l\alpha}$ di solito vale 5.73 ([2]), θ_0 è il passo collettivo e λ è il parametro di *inflow* totale, definito come

$$\lambda = \frac{U}{\Omega R} \sin \alpha_D + \lambda_i \quad (2. 19)$$

in cui $\lambda_i = \frac{C_T}{\sqrt{\frac{\lambda^2}{k_h^2} + \frac{\mu^2}{k_f^2}}} = \frac{C_T}{2 \left[\left(\frac{U}{\Omega R} \right)^2 + \lambda_i^2 \right]^{1/2}}$ è il *parametro di inflow medio*

dovute alla componente di velocità ortogonale al piano del disco, k_h e k_f sono fattori correttivi in *hovering* e volo avanzato rispettivamente.

Le espressioni (2. 17) e (2. 18) dipendono soprattutto dal parametro d'avanzamento μ e dall'incidenza del disco α_D , contenuta nell'*inflow* λ (vi sarebbe pure una dipendenza dalla velocità angolare q , che però compare esplicitamente solo attraverso i termini inerziali dovuti a tale velocità). Di seguito, a titolo di esempio, si riporta il calcolo della derivata $\partial C_T / \partial \mu$; per una completa panoramica delle derivate si rimanda all'appendice B. Derivando la (2. 17) rispetto a μ si ottiene

$$\frac{\partial C_T}{\partial \mu} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{4} \left(2\mu\theta_0 + \frac{\partial \lambda}{\partial \mu} \right) \quad (2. 20)$$

L'*inflow* è dato da

$$\lambda = \mu \alpha_{nf} - \lambda_i \quad (2. 21)$$

dove $\alpha_{nf} = \alpha_D - \beta_{lc}$ è l'incidenza del piano di *no-feathering* che non varia con μ , quindi si ha

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} = \frac{1}{2\sqrt{\hat{U}^2 + \lambda_i^2}} \left[\frac{\partial C_T}{\partial \mu} - \frac{1}{(\hat{U}^2 + \lambda_i^2)} \left(\hat{U} + \lambda_i \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} \right) \right] = \frac{\lambda_i}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial \mu} - \frac{4\hat{U}\lambda_i^3}{C_T^2} - \frac{4\lambda_i^4}{C_T^2} \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} \quad (2. 22)$$

in cui $\hat{U} = U/\Omega R$. Indicando con \bar{V} il rapporto U/v_{i0} e con \bar{v}_i il rapporto v_i/v_{i0} , dove $v_{i0}^2 = \frac{1}{2} C_T \Omega^2 R^2$ è la velocità indotta in *hovering* (o *thrust velocity*, che si ha supponendo uniforme la velocità indotta nel disco), la (2. 21) si riscrive come

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} = \frac{\lambda_i}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial \mu} - \bar{V} \bar{v}_i^3 - \bar{v}_i^4 \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} \quad (2. 23)$$

quindi, introducendo la (2. 21) e la (2. 23) nella (2. 20) si ha

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} = \frac{2\mu\theta_0 + \alpha_D - \beta_{lc} - (4C_T/\sigma C_{l\alpha} \lambda_i) \bar{V} \bar{v}_i^3}{1 + (4C_T/\sigma C_{l\alpha} \lambda_i)(1 + \bar{v}_i^4)} \quad (2. 24)$$

con cui si elimina $\partial\lambda_i/\partial\mu$ nella (2. 23) per ottenere $\partial C_T/\partial\mu$:

$$\frac{\partial C_T}{\partial\mu} = \frac{2\mu\theta_0 + \alpha_D - \beta_{lc} + \bar{V}\bar{v}_i^3/(1+\bar{v}_i^4)}{4/C_{l\alpha} + (\sigma\lambda_i/C_T)/(1+\bar{v}_i^4)} \quad (2. 25)$$

Da notare che questa espressione è nulla nel caso di *hovering*, dove $\alpha_D - \beta_{lc} = 0$, $V = 0$ e $\mu = 0$.

2.3 Calcolo delle derivate aerodinamiche nel piano *latero-direzionale*

La procedura di calcolo è la stessa utilizzata nel paragrafo precedente per ottenere le derivate aerodinamiche nel piano longitudinale, come piano di riferimento si sceglie il *tip path plane*. Si assume, prima di tutto, che la trazione del rotore principale rimanga costante, la componente di forza H giacente sul piano sia di nuovo trascurabile e che la velocità al *tip* del rotore di coda sia uguale a quella del rotore principale. Facendo riferimento alla figura 2.6, si risolvono le forze in direzione y e si ottiene

$$\partial Y = T\delta b_1 + \delta T_t + \delta Y_f \quad (2. 26)$$

In cui $\delta\beta_{ls}$ è l'angolo di flappeggio nel piano latero-direzionale, δT_t e δY_f sono gli incrementi di forza laterale dovuti, rispettivamente, al rotore di coda e alla fusoliera.

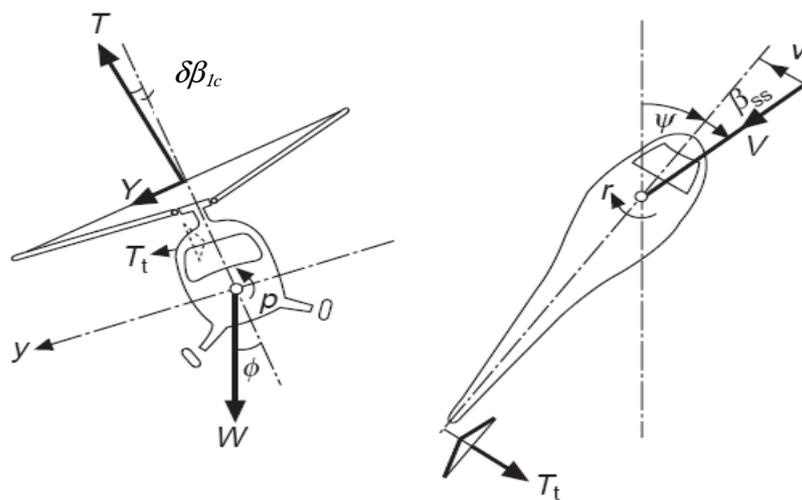


Fig. 2.6 – Nomenclatura delle grandezze nel piano latero-direzionale ([1])

Per quanto riguarda gli incrementi dei momenti, dalla figura 2.7 si vede che generalmente l'asse longitudinale dell'elicottero è inclinato durante il moto, quindi l'effettiva posizione del rotore di coda rispetto al baricentro del velivolo si trova con le seguenti relazioni:

$$h_t' R = R(h_t \cos \alpha_s - l_t \sin \alpha_s) \approx (h_t - l_t \alpha_s) R \quad (2.27)$$

$$l_t' R = R(l_t \cos \alpha_s + h_t \sin \alpha_s) \approx l_t R \quad (2.28)$$

Il momento di rollio è dovuto alle forze generate dal rotore principale, all'inclinazione dell'*hub axis* e alla forza generata dal rotore di coda, assumendo trascurabile il contributo della fusoliera:

$$\delta L = h_t R T \delta \beta_{1s} + h_l R \delta Y + M_s \delta \beta_{1s} + h_t' R \delta T_t \quad (2.29)$$

Il momento di imbardata è invece dato dalla forza generata dal rotore di coda e dai contributi della fusoliera e del *fin*:

$$\delta N = -l_t' R \delta T_t + \delta N_f \quad (2.30)$$

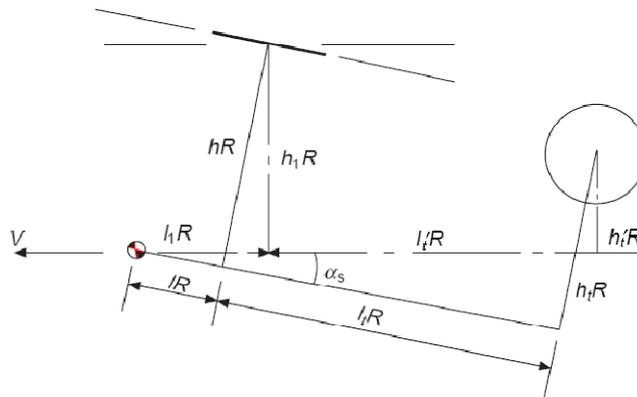


Fig. 2.7 – Bracci delle forze, rispetto al baricentro della macchina, per il calcolo dei momenti ([1])

A questo punto si possono calcolare le derivate delle (2.26), (2.29) e (2.30) rispetto alle perturbazioni in v , p ed r , ad esempio le derivate aerodinamiche in v sono:

$$Y_v = T \frac{\partial \beta_{1s}}{\partial v} + \frac{\partial T_t}{\partial v} + \frac{\partial Y_f}{\partial v} \quad (2.31)$$

$$L_v = h_l R \left(T \frac{\partial \beta_{1s}}{\partial v} + Y_v \right) + h_t' R \frac{\partial T_t}{\partial v} + M_s \frac{\partial \beta_{1s}}{\partial v} \quad (2.32)$$

$$N_v = -l'_t R \frac{\partial T_t}{\partial v} + (N_v)_f \quad (2.33)$$

Le relazioni precedenti possono essere messe in forma non dimensionale; da notare che $\partial\beta_{1s}/\partial\hat{v}$, con $\hat{v} = v/\Omega R$, diventa $-\beta_{1c}/\mu$ perché quando un rotore è immerso in un flusso di velocità V , il piano del disco si inclina all'indietro di un angolo β_{1c} e lateralmente di un angolo β_{1s} rispetto al piano di *no-feathering*, quindi con inclinazione risultante $\sqrt{\beta_{1c}^2 + \beta_{1s}^2}$ che individua nel piano del disco un angolo $\psi_0 = \tan^{-1}(\beta_{1s}/\beta_{1c})$ misurato a partire dalla posizione più arretrata della pala. Quando è presente un vento laterale, questo provoca una variazione della direzione del vento relativo di un angolo di *sideslip* $\beta_{ss} = v/V \cos \alpha_{nf}$ (figura 2.5) che comporta un'inclinazione risultante del rotore della stessa grandezza che nel caso di $\beta_{ss} = 0$, ma ruotato di un β_{ss} non nullo. A seguito di una perturbazione in v il nuovo angolo di flappeggio laterale quindi diventa:

$$\begin{aligned} \beta_{1s} + \delta\beta_{1s} &= \sqrt{\beta_{1c}^2 + \beta_{1s}^2} \sin(\psi_0 - \beta_{ss}) = \sqrt{\beta_{1c}^2 + \beta_{1s}^2} (\sin\psi_0 \cos\beta_{ss} - \cos\psi_0 \sin\beta_{ss}) \approx \\ &\approx \beta_{1s} - \beta_{1c}\beta_{ss} \end{aligned} \quad (2.34)$$

per piccoli valori di β_{ss} . Allora

$$\delta\beta_{1s} = -\beta_{1c}\beta_{ss} = -\beta_{1c} v/V \cos \alpha_{nf} \quad (2.35)$$

e quindi

$$\frac{\partial\beta_{1s}}{\partial\hat{v}} = -\beta_{1c}/\mu \quad (2.36)$$

Le perturbazioni in v , p ed r originano anche delle componenti di velocità assiale al rotore di coda, le variazioni che producono nella trazione T_t si possono valutare dalle relazioni ottenute per il rotore principale. In particolare si hanno [1]:

$$\frac{\partial T_t}{\partial v} = -\frac{\partial T}{\partial w} \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial T_t}{\partial p} = -h'_t R \frac{\partial T}{\partial w} \quad (2.38)$$

in quanto $w \equiv -h'_t R p$, e

$$\frac{\partial T_t}{\partial r} = l'_t R \frac{\partial T}{\partial w} \quad (2.39)$$

in quanto $w \equiv l'_t R p$. Sostituendo le (2.36) – (2.39) nelle (2.31) – (2.33) si ottengono le espressioni non dimensionali

$$y_v = -C_T \frac{\beta_{lc}}{\mu} - \frac{1}{4} \delta - \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} - (y_v)_f \quad (2.40)$$

$$l'_v = -(h_l C_T + C_{m_s}) \frac{\beta_{lc}}{\mu} - h'_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \quad (2.41)$$

$$n'_v = -l'_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} + (n'_v)_f \quad (2.42)$$

dove $l'_v = l'_v \mu^*/i_x$ e $n'_v = n'_v \mu^*/i_z$. Il termine $-\delta/4$ che compare nella (2.40) è dovuto al contributo della risultante delle forze giacenti nel piano del disco (H_D), contributo pari a $-H_D/V \cos \alpha_D$ che in forma adimensionale è $-C_{h_d}/\mu \approx -\delta/4$, con δ solitamente pari al coefficiente di attrito viscoso C_{d0} del profilo. Per le espressioni di tutte le derivate aerodinamiche del piano latero-direzionale si rimanda all'appendice B.

2.4 Derivate aerodinamiche rispetto ai comandi

La classe delle derivate aerodinamiche rispetto ai comandi è molto importante nello studio della stabilità degli elicotteri perché consente di analizzare il comportamento del velivolo in risposta ad un ingresso dato dal pilota. In questo paragrafo si riportano le derivate rispetto al collettivo e rispetto al ciclico longitudinale, che sono le basi per lo studio delle manovre nel piano longitudinale. Le forze e i momenti sono espressi rispetto al *tip path plane*.

2.4.1 Derivate aerodinamiche rispetto a θ_{1s}

Un'applicazione del comando ciclico longitudinale comporta un'inclinazione dell'asse di *no-feathering* nel piano longitudinale che produce lo stesso effetto che si avrebbe mantenendo fisso lo *stick* del ciclico in posizione iniziale e riducendo l'incidenza della stessa quantità, cioè

$$\Delta\theta_{1s} = -\Delta\alpha = -\frac{\Delta w}{V} = -\frac{1}{\mu}\Delta\hat{w} \quad (2.43)$$

e quindi

$$\frac{\partial}{\partial\theta_{1s}} = -\mu\frac{\partial}{\partial\hat{w}} \quad (2.44)$$

Facendo riferimento alle figure 2.4 ed 2.5, la forza in direzione x diventa

$$X = -T_D \sin\alpha_D - H_D \cos\alpha_D = -T_D \sin(\alpha_s + \beta_{1c} - \theta_{1s}) - H_D \cos(\alpha_s + \beta_{1c} - \theta_{1s}) \quad (2.45)$$

con α_s incidenza del piano ortogonale all'*hub axis*. Derivando rispetto a θ_{1s} si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial\theta_{1s}} = X_{\theta_{1s}} &= -\frac{\partial T_D}{\partial\theta_{1s}} \sin\alpha_D - T_D \cos\alpha_D \left(\frac{\partial\beta_{1c}}{\partial\theta_{1s}} - 1 \right) - \frac{\partial H_D}{\partial\theta_{1s}} \cos\alpha_D + H_D \sin\left(\frac{\partial\beta_{1c}}{\partial\theta_{1s}} - 1 \right) \approx \\ &\approx -\frac{\partial T_D}{\partial\theta_{1s}} \alpha_D + T_D \left(1 + \mu \frac{\partial\beta_{1c}}{\partial\hat{w}} \right) - \frac{\partial H_D}{\partial\theta_{1s}} \end{aligned} \quad (2.46)$$

considerando valori piccoli di α_D e trascurabile il termine $H_D \sin(\partial\beta_{1c}/\partial\theta_{1s} - 1)$; in forma adimensionale

$$x_{\theta_{1s}} = -\frac{\partial C_T}{\partial\theta_{1s}} \alpha_D + C_T \left(1 + \mu \frac{\partial a_1}{\partial\hat{w}} \right) - \frac{\partial C_{hD}}{\partial\theta_{1s}} \quad (2.47)$$

Con lo stesso procedimento si ottengono:

$$z_{\theta_{1s}} = -\partial C_T / \partial\theta_{1s} \quad (2.48)$$

e, riferendosi alla figura 2.7,

$$m'_{\theta_{1s}} = -h_l x_{\theta_{1s}} + l_l z_{\theta_{1s}} - C_{m_s} \left(1 + \mu \frac{\partial\beta_{1c}}{\partial\hat{w}} \right) \quad (2.49)$$

Le derivate di C_T , C_{hD} e β_{1c} rispetto a θ_{1s} si calcolano dalla (2.44):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}} &= -\mu \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \\
 \frac{\partial C_{hD}}{\partial \theta_{1s}} &= -\mu \frac{\partial C_{hD}}{\partial \hat{w}} \\
 \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_{1s}} &= -\mu \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

2.4.2 Derivate aerodinamiche rispetto a θ_0

Derivando rispetto a θ_0 la (2.45) e le equazioni di Z ed M , le derivate aerodinamiche in questo caso sono:

$$x_{\theta_0} = -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \theta_0} \approx -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} \tag{2.51}$$

$$z_{\theta_0} = -\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} \tag{2.52}$$

$$m'_{\theta_0} = -h_l x_{\theta_0} + l_l z_{\theta_0} - C_{ms} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} \tag{2.53}$$

Si può vedere, dal risultato di simulazioni numeriche, che il contributo di C_{hD} alla (2.51) è trascurabile rispetto agli altri termini. Per poter calcolare i valori delle (2.51) – (2.53) occorrono le espressioni delle derivate di C_T e di β_{1c} . Derivando rispetto a θ_0 le (2.17) e (2.18) si hanno

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{4} \left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial \theta_0} \right] \tag{2.54}$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} = \frac{2\mu}{1 - \mu^2/2} \left[\frac{4}{3} + \frac{\partial \lambda}{\partial \theta_0} \right] \tag{2.55}$$

Poiché, come già visto in precedenza, $\lambda = \mu \alpha_{nf} - \lambda_i$, allora $\partial \lambda / \partial \theta_0 = -\partial \lambda_i / \partial \theta_0$; ricordando poi che

$$\lambda_i = \frac{C_T}{2\sqrt{\hat{U}^2 + \lambda_i^2}} \tag{2.56}$$

si ha

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} = \frac{1}{2\sqrt{\hat{U}^2 + \lambda_i^2}} \left[\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} - \frac{\lambda_i C_T}{\hat{U}^2 + \lambda_i^2} \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} \right] = \frac{\lambda_i}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} - \bar{v}_i^4 \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} \quad (2.57)$$

ovvero

$$(1 + \bar{v}_i^4) \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} = \frac{\lambda_i}{C_T} \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} \quad (2.58)$$

da cui infine si ottengono

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{6} \left\{ \frac{1 + 3\mu^2/2}{1 + C_{l\alpha} \sigma \lambda_i / [4C_T / (1 + \bar{v}_i^4)]} \right\} \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} = \frac{2\mu}{1 - \mu^2/2} \left[\frac{4}{3} - \frac{\lambda_i}{C_T (1 + \bar{v}_i^4)} \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} \right] \quad (2.60)$$

Parte II

Sviluppo degli algoritmi di simulazione

Capitolo 3

Conversione del codice *Hedyson* da *Matlab* a *Fortran*

Nel presente capitolo si descrive la conversione del codice *Hedyson*, sviluppato in collaborazione tra il *Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale dell'Università di Pisa* e la *Sistemi Dinamici S.p.A.*, dalla versione scritta in *Matlab* ad una in *Fortran*. Al fine di migliorarne le potenzialità, il codice è stato aggiornato implementando modelli e funzionalità aggiuntive, inoltre è stato scelto il linguaggio *Fortran* per realizzare un modello facilmente integrabile in codici più evoluti in *Fortran* anch'essi.

3.1 Il codice *Hedyson*

La versione *Matlab* del codice *Hedyson* è stata sviluppata in un precedente lavoro di tesi ([3]). Questo codice è dedicato alla determinazione dell'equilibrio di un velivolo ad ala rotante in configurazione standard, l'elicottero viene scomposto nelle sue parti principali e per ciascuna di esse si valutano forze e momenti secondo modelli di calcolo più o meno raffinati, al fine di ottenere le azioni risultanti sull'intera macchina.

Le parti del velivolo considerate sono:

- rotore principale;
- rotore di coda;
- fusoliera;
- piani di coda (orizzontali e verticale).

I modelli di rotore principale e di coda includono il modello di simulazione della dinamica della pala a tre gradi di libertà (flappeggio, ritardo, variazione del passo, figura 1.1), che consente di valutare le azioni aerodinamiche, inerziali e dovute al peso che si scaricano sul mozzo e che contribuiscono a determinare le risultanti delle forze e dei momenti, generati da ciascuna parte dell'elicottero, sul baricentro del velivolo. Il campo aerodinamico indotto dai rotori è descritto con

un modello di velocità indotta di tipo *Uniform Inflow*, modello basato sulla teoria del disco attuatore secondo il quale la velocità indotta è uniforme in ogni punto del disco.

I modelli di fusoliera e piani di coda sono molto semplificati, sebbene tengano conto dell'interferenza prodotta dal flusso proveniente dai rotori, soprattutto da quello principale.

Il moto del rotore è stato risolto numericamente mediante integrazione temporale del moto della pala con il metodo di *Runge-Kutta* ([3]), imponendo la convergenza su alcune grandezze scelte e con passo di integrazione pari ad una frazione del periodo, $2\pi/\Omega$. Il coefficiente di trazione, da cui dipende la velocità indotta, viene aggiornato ad ogni passo facendo la media su n valori precedenti a quello attuale, dove n è il numero di azimuth in cui si suddivide idealmente un giro completo. Gli *input* del codice *Hedyson* sono geometrici (caratteristiche geometriche della pala del rotore principale e di coda, caratteristiche geometriche della fusoliera e dei piani di coda) e aerodinamici (profilo della pala, coefficienti aerodinamici di pala, fusoliera e piani di coda), mentre in *output* si hanno i valori del coefficiente di trazione dei rotori, della velocità indotta dai rotori e le forze e i momenti risultanti sul baricentro del velivolo.

3.2 Modelli e funzionalità aggiuntive nella versione *Fortran*

Nella versione del codice *Hedyson* scritta in *Fortran*, oggetto di questa tesi, sono stati implementati alcuni modelli e funzionalità aggiuntive con l'obiettivo di migliorare le potenzialità del codice stesso. In primo luogo ci si è occupati della completa conversione dal linguaggio *Matlab* a quello *Fortran*, verificando di ottenere gli stessi risultati delle simulazioni effettuate nella precedente tesi a parità di configurazione iniziale del velivolo. In seguito sono state fatte le seguenti implementazioni aggiuntive:

- modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati;
- rotore ad N pale.

La precedente versione del codice aveva un rotore con pala singola, nella versione in *Fortran* il modello è stato esteso a N pale (tipicamente tre, quattro o cinque pale) equidistanziate di $2\pi/N$ radianti l'una dall'altra.

3.3 Cenni sul linguaggio *Fortran*

Il *Fortran* (*Formula Translation*) è il primo linguaggio di programmazione ad alto livello della storia, cioè un linguaggio che è diverso da quello macchina ma può essere eseguito da un computer attraverso l'uso di un *compilatore*. Il compilatore è un programma che traduce una serie di istruzioni (*codice sorgente*), scritte in un certo linguaggio di programmazione, in un altro linguaggio, generando il cosiddetto *codice target*. Grazie alla compilazione, la macchina è in grado di eseguire le istruzioni presenti nel codice iniziale che altrimenti non avrebbe potuto leggere.

La scelta di questo linguaggio piuttosto che continuare con il *Matlab* deriva dalla necessità di integrare il modello realizzato in altri codici in *Fortran* sviluppati al di fuori di questo lavoro.

Il *Fortran* è un linguaggio a tipizzazione statica, in altre parole è richiesta una dichiarazione iniziale del tipo di variabili che si sta usando. Le istruzioni più comuni per dichiarare le variabili sono:

- **REAL**, seguito dal nome delle variabili (ad esempio `REAL var1, var2, ...`), dichiara che tali variabili sono di tipo reale, quindi ammettono cifre decimali;
- **INTEGER**, seguito dal nome delle variabili (ad esempio `INTEGER var1, var2, ...`), dichiara che tali variabili sono di tipo intero;
- **LOGICAL**, seguito dal nome delle variabili (ad esempio `LOGICAL var1, var2, ...`), dichiara che tali variabili sono di tipo logico, quindi ammettono valore 0 (*false*) o 1 (*true*).
- **CHARACTER**, seguito dal nome delle variabili (ad esempio `LOGICAL var1, var2, ...`), dichiara che tali variabili sono delle stringhe di caratteri

Altre istruzioni di dichiarazione sono **DOUBLE COMPLEX**, **TYPE**, ecc.

I linguaggi *Matlab* e *Fortran* presentano alcune somiglianze per quanto riguarda la sintassi (ad esempio il ciclo *for* di *Matlab* è il ciclo *DO* del *Fortran*, in entrambi è presente il ciclo *if*, ecc.), la profonda differenza sta nel fatto che la programmazione in *Matlab* è orientata agli oggetti, in *Fortran* invece si fa uso di *array* di cui bisogna sempre dichiarare con precisione le dimensioni. In versioni più recenti del compilatore (da *Fortran 90* in poi) c'è un primo accenno alla programmazione *object-oriented* grazie alla possibilità di assegnare dinamicamente della memoria agli *array* (dichiarazione del tipo **ALLOCATABLE**), nel senso che se ne possono definire liberamente le dimensioni mediante o variabili a cui si è assegnato un valore numerico, oppure anche con parametri calcolati nel corso del programma. Questo consente di avere un codice utilizzabile in diverse situazioni, in quanto automaticamente ogni volta assegna quelle dimensioni di

certi *array* che dipendono dal tipo o dal numero di ingressi al programma. Un esempio di allocazione dinamica è riportato nella figura seguente:

```

.....
REAL, DIMENSION(:), ALLOCATABLE :: vettore
.....
ALLOCATE(vettore(m))
.....

```

Fig. 3.1 – Allocazione dinamica di un *array*

Il parametro *m* può essere sia un dato iniziale che il risultato di un calcolo effettuato in un altro punto del programma, a seconda del suo valore si avrà una diversa dimensione dell'*array* “vettore” che quindi non ha una dimensione fissa prestabilita, ma adattabile alle esigenze del codice.

La struttura di un generico programma scritto in *Fortran* è la seguente:

```

PROGRAM nome programma

USE nome modulo

... Dichiarazione variabili (REAL, INTEGER, ecc.) ...

CALL nome subroutine_1(input_1, input_2 ..., input_N, output_1, output_2,..., output_N)
CALL nome subroutine_2(input_1, input_2,..., input_N, output_1, output_2,..., output_N)

.....

CALL nome subroutine_N(input_1, input_2,..., input_N, output_1, output_2,..., output_N)

END PROGRAM

```

Fig. 3.2 – Struttura di un programma in *Fortran*

Come si osserva, un programma in *Fortran* comincia con la dichiarazione delle variabili e prosegue con tutte le istruzioni da eseguire, tra cui in particolare vi sono i *CALL* che richiamano le *subroutine*. La *subroutine* è simile ad una *function* di *Matlab*, occorre sempre dichiararne ogni *input* ed ogni *output*, è una porzione dell'intero codice che svolge dei precisi compiti richiesti. Ad esempio una *subroutine* che calcola l'inversa di una matrice quadrata consente di togliere dal programma principale tante istruzioni che ne avrebbero reso più difficoltosa la lettura e la comprensione, inglobandole in un sottoprogramma richiamato quando necessario. I dati necessari allo svolgimento del programma possono essere introdotti in modi diversi (dichiarazione diretta nel

programma principale, *namelist*, blocchi *common*, blocchi *data*). Un modo efficiente di trasportare dei dati dal programma principale alle *subroutine*, o da una *subroutine* all'altra, è basato sull'uso dei *moduli*, sottoprogrammi che possono contenere dati o subroutine e che vengono richiamati con il comando *USE* (figura 3.2), collocato sempre immediatamente dopo la riga con l'istruzione *PROGRAM* (o *SUBROUTINE* se lo si usa all'interno di una *subroutine*). Per maggiori informazioni si consiglia di consultare [15].

3.4 Struttura e funzionalità del codice sviluppato

In figura 3.3 è schematizzata la struttura della nuova versione del codice *Hedyson* tradotta in *Fortran*: ogni parte del velivolo ha il proprio modello di calcolo (identico a quello nella versione *Matlab*, i modelli sono riportati in [3]) con cui si valutano forze e momenti nel relativo sistema di riferimento. Attraverso trasformazioni di coordinate, si proiettano tali forze e momenti sugli assi di riferimento del velivolo (come in figura 1.2), determinando l'equilibrio globale della macchina mediante risoluzione delle equazioni cardinali (presentate in [3]). In ingresso si hanno le condizioni iniziali del moto in termini di velocità lineare (V_x, V_y, V_z) e angolare (p, q, r) e accelerazioni lineare (a_x, a_y, a_z) e angolare ($\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$) del baricentro, di angolo di azimuth (ψ), di comandi pilota (θ_0, θ_{ls} e θ_{lc} sono il collettivo e il ciclico longitudinale e laterale del rotore principale, θ_p è il collettivo del rotore di coda) e di assetto del velivolo (angoli di *Eulero* Φ e Θ). In questa versione il valore iniziale di ψ dipende dal numero di pale scelto, secondo la relazione

$$\psi(t=0) = \frac{2\pi(N-1)}{N} \quad (3.1)$$

con $N = 1, \dots$, numero di pale. In particolare, i modelli di calcolo delle azioni aerodinamiche generate dalla fusoliera e dai piani di coda si basano sulla variazione dell'incidenza per effetto dell'interferenza dovuta ai rotori ([3]). Molto interessante è invece il modello di calcolo del rotore, applicato sia al rotore principale che a quello di coda (con ingressi specifici per ciascuno) schematizzato in figura 3.5. Questo modello è stato usato nelle simulazioni riportate nei capitoli successivi di questa tesi. Basato sull'integrazione temporale del moto della pala mediante il metodo di *Runge – Kutta* di ordine 3 (modello riportato in [3]), determina le forze, i momenti, i coefficienti di forza e momento e la velocità indotta. L'algoritmo riceve in ingresso i valori iniziali indicati in figura, in cui \vec{V}_c è la velocità lineare del centro del mozzo, $\vec{\Omega}_{body}$ è la velocità angolare della terna solidale al velivolo (figura 1.2) proiettata nel riferimento solidale al rotore, v_i è la velocità indotta iniziale e $\hat{\beta}$ e $\hat{\xi}$ sono i valori iniziali delle velocità di flappeggio e ritardo della pala. Parte

importante dell'algoritmo è il modello di velocità indotta (presentato al capitolo 4 di questa tesi), che riveste un ruolo importante nel calcolo dell'incidenza aerodinamica della pala e, quindi, nella determinazione delle azioni aerodinamiche generate dalla pala stessa (argomenti presentati al capitolo 5, paragrafi 5.1 e 5.2). Per verificare il comportamento in diverse condizioni di volo del nuovo modello di velocità indotta sono stati effettuati i test che si riportano al capitolo 6, dove si indicano le ipotesi e le condizioni di svolgimento delle simulazioni. L'integrazione avviene con un passo pari ad una frazione del periodo, i valori delle forze, dei momenti e dei coefficienti di forza e momento (C_T , trazione, C_L , momento di rollio, C_M , momento di beccheggio) sono medi su n azimuth precedenti allo *step* attuale (per i primi n *step* si mantengono costanti, [3]). Notare che ad ogni passo di integrazione l'algoritmo ripete le operazioni per ciascuna pala; le N pale hanno gli stessi valori iniziali indicati nella figura 3.4, eccezion fatta per l'azimuth (secondo la (3.1)). Questo comporta uno sfasamento delle grandezze nei primi istanti del moto, aspetto che verrà mostrato in dettaglio nel capitolo 6 di questo lavoro. Nel secondo schema in figura 3.5 è illustrato l'algoritmo di calcolo delle equazioni della dinamica della pala implementato nel codice (il modello analitico è riportato in [3]), in cui si indicano due *routine* particolari che calcolano le azioni aerodinamiche e quelle inerziali (i modelli analitici sono esposti in [3]), che necessitano del passo θ , della sua derivata $\dot{\theta}$, della velocità angolare della pala $\bar{\Omega}_{pala}$ e della sua derivata $\dot{\bar{\Omega}}_{pala}$ (entrambe rispetto al riferimento solidale alla pala stessa, calcolate secondo il modello in [3]). Il modello della pala è un modello di corpo rigido in cui si assume che la cerniera d'attacco sia elastica con rigidità in flappeggio e ritardo k_β e k_ξ rispettivamente ([3]). In questa tesi, successivamente alla traduzione del codice in *Fortran*, è stato eseguito un test di verifica del modello aerodinamico della pala (modello riportato in [3]), di cui si parla al capitolo 5, nel particolare caso di fattore di perdita di portanza all'estremità della pala $B_{tip} = 1$ (nelle applicazioni standard è <1), di cui si trova una descrizione in [3]).

Come si osserva nel blocco di uscita dagli schemi di figura 3.5, le forze e i momenti vengono definiti rispetto ai sistemi *RSA* ed *NRSA*. Il sistema di riferimento *NRSA* è un sistema solidale al rotore e non ruotante con esso (figura 3.3), mentre il sistema di riferimento *RSA* è solidale al rotore e ruota con esso, quindi si differenzia dal precedente per una rotazione in ψ (figura 3.3). La nuova versione del codice *Hedyson* è stata convalidata mediante confronto con risultati notevoli in forma chiusa (capitolo 7, confronto tra i valori delle derivate aerodinamiche calcolate come illustrato al paragrafo 7.1) e mediante confronto con i risultati ottenuti in *Matlab* a parità di condizioni (capitolo 8). In questo caso sono stati confrontati i risultati riportati in [3] con quelli ottenuti in *Fortran* con $N = 4$ pale e modello di velocità indotta *Uniform Inflow*, in seguito con quelli ottenuti con modello di velocità indotta di *Peters-He*.

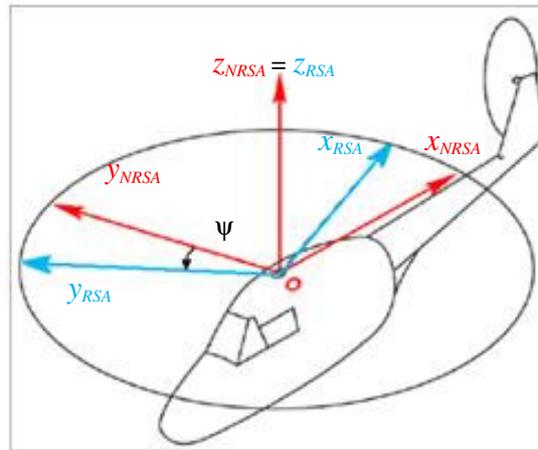


Fig 3.3 – Sistemi di riferimento del rotore principale

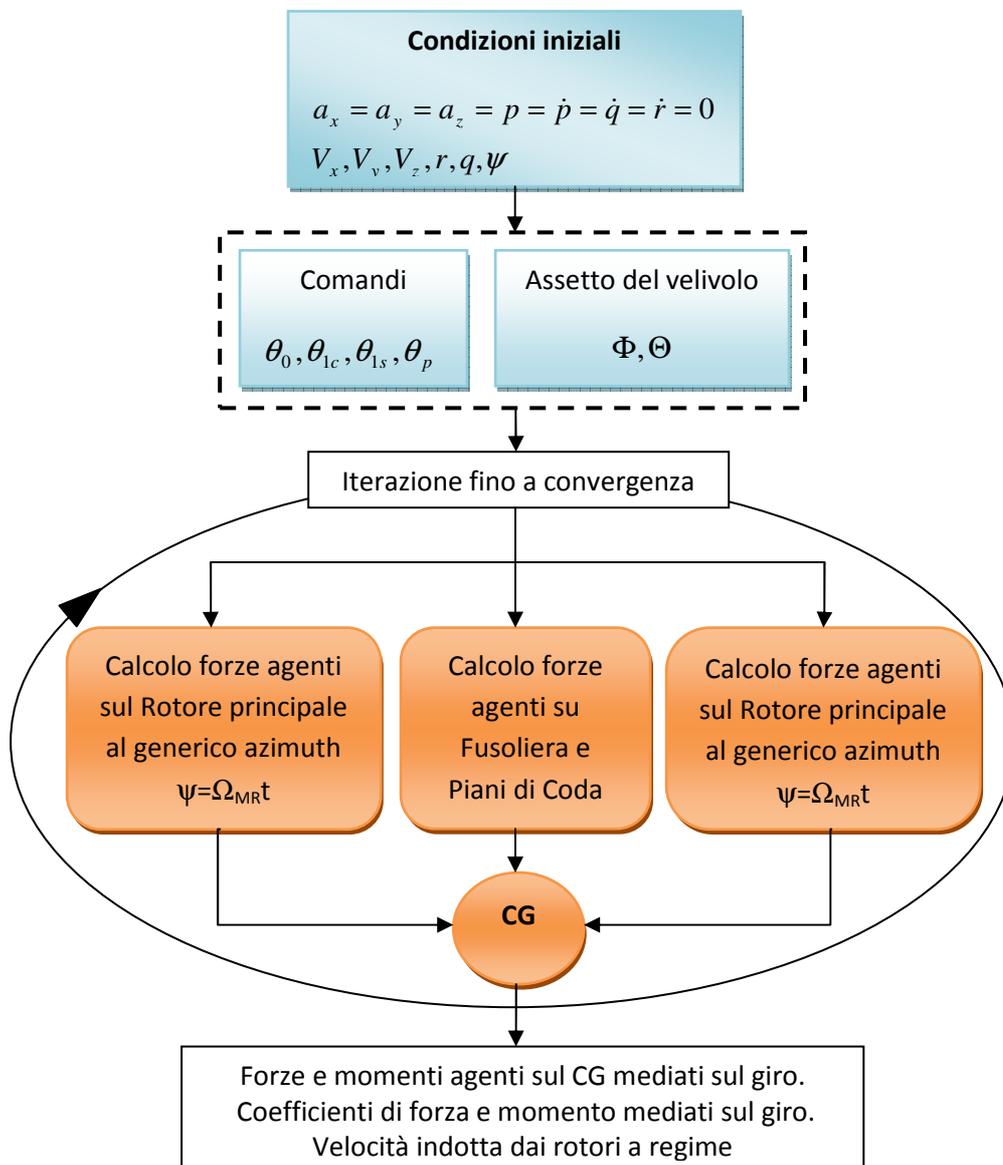


Fig 3.4 – Schema di funzionamento del codice *Hedyson*

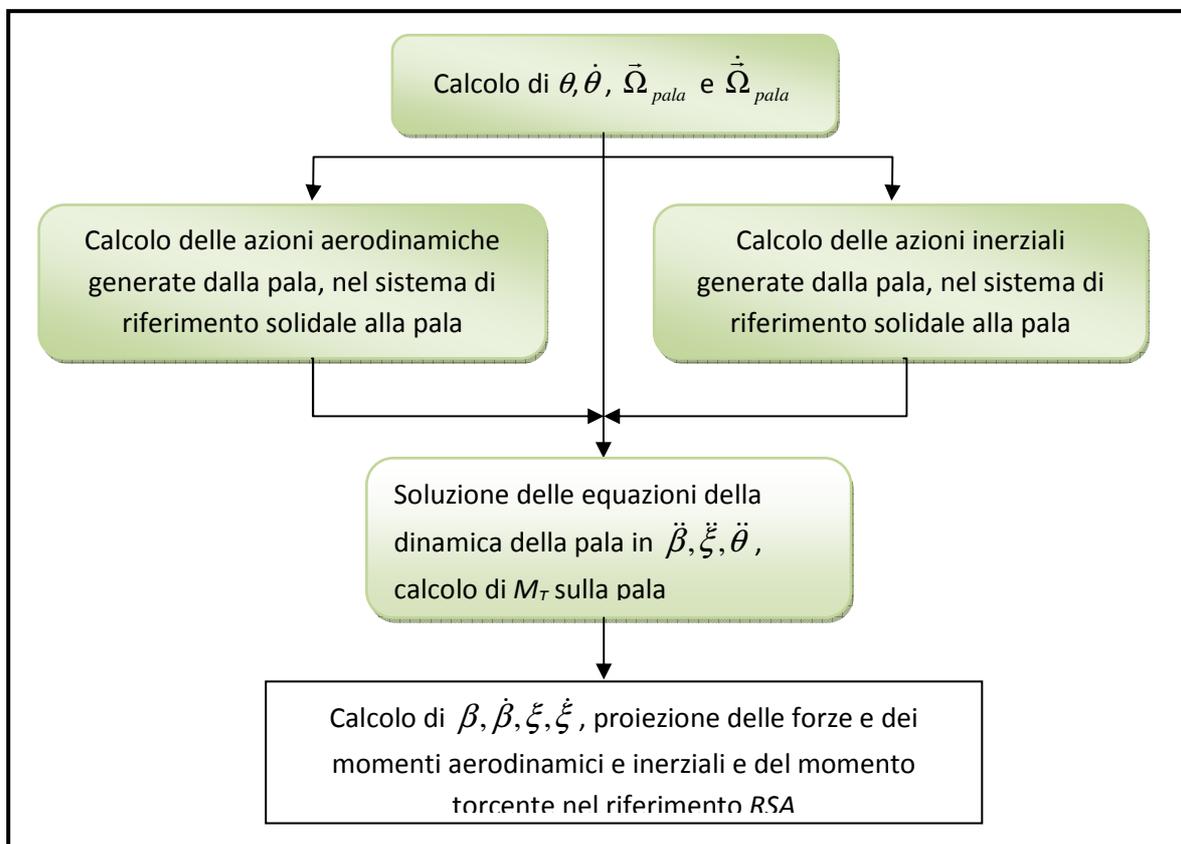
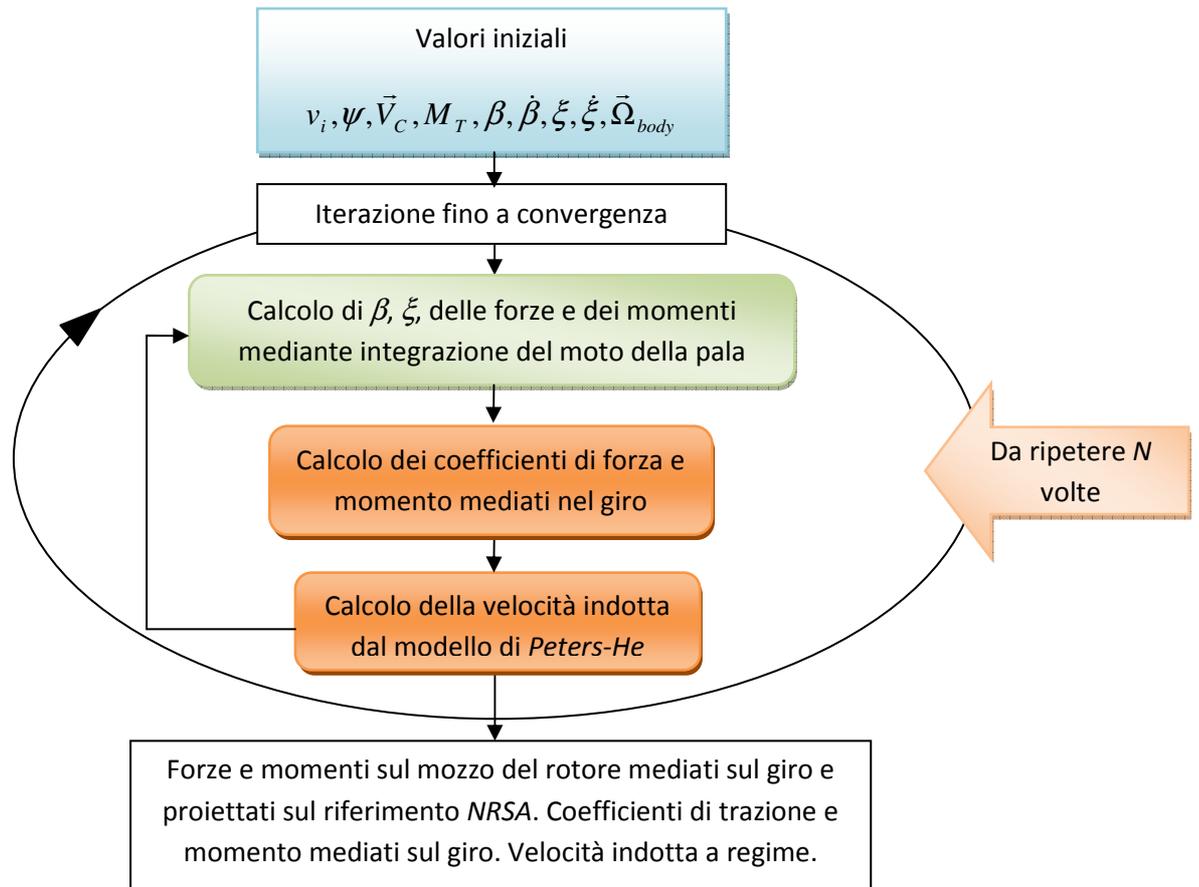


Fig. 3.5 – Schema del modello di calcolo del rotore, comprensivo dell’algoritmo della dinamica della pala

Capitolo 4

Modello di velocità indotta di *Peters - He*

In questo capitolo si descrive il modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati, versione ristretta della più generale teoria ad un numero arbitrario (finito) di stati ([7], [8], [9], [10], [11]). Gli stati sono dei coefficienti, funzioni del tempo, che moltiplicano determinate funzioni di forma della velocità indotta per dare la distribuzione di velocità indotta stessa ad ogni istante e in ogni punto del rotore.

Il sistema di riferimento del disco del rotore adottato nella descrizione del modello di velocità indotta è rappresentato in figura 4.1:

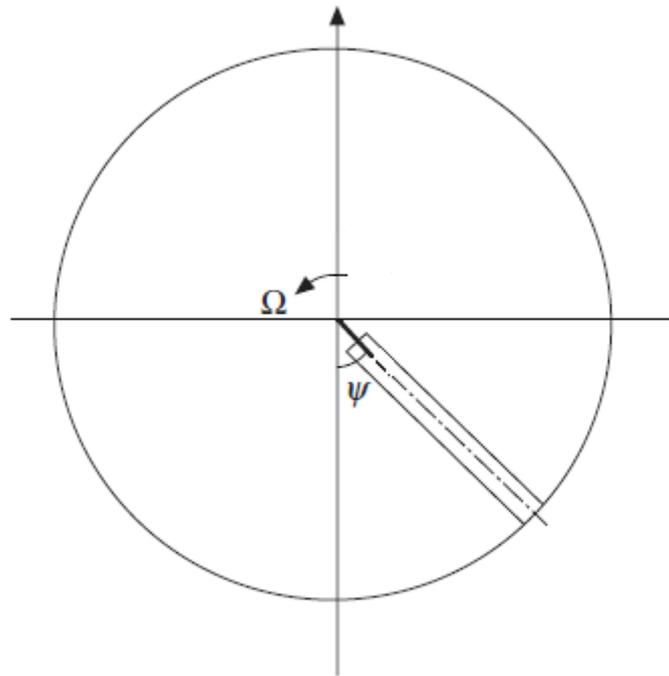


Fig. 4.1 – Sistema di riferimento del disco del rotore [1]

dove Ω è la velocità angolare del rotore principale e ψ è l'angolo che identifica la posizione in *azimuth* sul disco del rotore, con origine nel verso opposto all'avanzamento (*forward* in figura 4.1).

Il modello di *Peters-He* a tre stati prevede una distribuzione di velocità indotta sul disco rotore, adimensionalizzata con la velocità all'estremità della pala ($V_{tip} = \Omega R$), del tipo

$$v_i(r, \psi, t) = v_0(t) + v_C(t) \cdot r \cdot \cos \psi + v_S(t) \cdot r \cdot \sin \psi \quad (4.1)$$

in cui t è il tempo, r è la coordinata radiale adimensionalizzata con il raggio del rotore (R), ψ è di nuovo la posizione in azimuth sul disco (notare che $\psi = \Omega t = f(t)$) e v_0 , v_C e v_S sono i tre stati del modello, adimensionalizzati con la velocità nominale all'estremità della pala.

Gli stati della velocità indotta vengono espressi in funzione dei carichi generati dal rotore attraverso il seguente sistema di equazioni differenziali del primo ordine:

$$[M] \begin{Bmatrix} \dot{v}_0 \\ \dot{v}_S \\ \dot{v}_C \end{Bmatrix} + [V][L]^{-1} \begin{Bmatrix} v_0 \\ v_S \\ v_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_T \\ C_L \\ C_M \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

in cui

$$C_T = \frac{T}{\rho A V_{TIP}^2} = \frac{T}{\rho A \Omega^2 R^2} \quad (4.3)$$

è il coefficiente di trazione generata all'istante t dal rotore, con $A = \pi R^2$ superficie del disco rotore e ρ la densità dell'aria alla quota di volo,

$$C_L = \frac{M_x}{\rho A V_{TIP}^2 R} = \frac{M_x}{\rho A \Omega^2 R^3} \quad (4.4)$$

è il coefficiente di momento di rollio generato dal rotore all'istante t ,

$$C_M = \frac{M_y}{\rho A V_{TIP}^2 R} = \frac{M_y}{\rho A \Omega^2 R^3} \quad (4.5)$$

è il coefficiente di momento cabrante generato dal rotore all'istante t ,

$$[M] = \begin{bmatrix} \frac{3}{8\pi} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{16}{45\pi} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{16}{45\pi} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

è la matrice dei termini di massa apparente, determinata in maniera semiempirica,

$$[V] = \begin{bmatrix} V_T & 0 & 0 \\ 0 & V_R & 0 \\ 0 & 0 & V_R \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

è la matrice che contiene i termini che rappresentano il flusso di massa d'aria attraverso il disco del rotore, dove

$$V_T = \sqrt{k_f \mu^2 + k_h (\lambda + v_0)^2} \quad (4.8)$$

$$V_R = \frac{\mu^2 + (\lambda + v_0)(\lambda + 2v_0)}{\sqrt{\mu^2 + (\lambda + v_0)^2}} \quad (4.9)$$

I coefficienti k_h e k_f nella (4.8) sono dei fattori correttivi in *hovering* e *volo avanzato* rispettivamente che tengono conto delle approssimazioni del modello ed in questo lavoro sono posti pari a 1. Per quanto riguarda i parametri λ e μ , definiti rispettivamente come *parametro di inflow* dovuto alla velocità asintotica e *parametro di avanzamento*, si fa riferimento a quanto segue

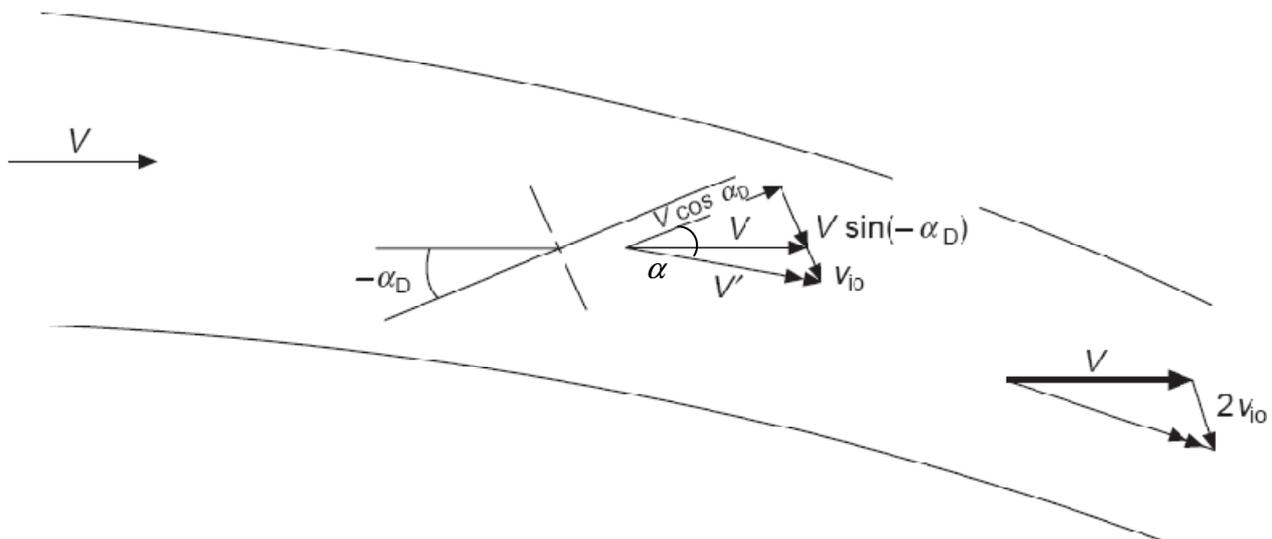


Fig. 4.2 – Flusso attraverso il disco rotore [1]

- per $V \neq 0$, che investe il disco con angolo α_D :

$$\mu = \frac{V}{V_{TIP}} \cos \alpha_D \quad (4.10)$$

$$\lambda = \frac{V}{V_{TIP}} \sin \alpha_D \quad (4.11)$$

- per $V = 0$ (α_D non è definito):

$$\mu = 0 \quad (4.12)$$

$$\lambda = 0 \quad (4.13)$$

La matrice L

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{15\pi}{64} \sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} \\ 0 & \frac{-4}{1+\sin\alpha} & 0 \\ \frac{15\pi}{64} \sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} & 0 & \frac{-4\sin\alpha}{1+\sin\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

è funzione dell'incidenza α (figura 4.2) definita come

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda + v_0}{\mu} \right) \quad (4.15)$$

e $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$. Tale matrice è responsabile dell'accoppiamento tra gli stati; il completo disaccoppiamento si ottiene in condizioni di *hovering*, per cui $V = 0$ che comporta $\mu = 0$, $\lambda = 0$ e $\alpha = 90^\circ$.

Capitolo 5

Verifica del modello aerodinamico della pala

Nel presente capitolo si descrive il processo di verifica del modello aerodinamico della pala, basato sulle teorie del disco attuatore e dell'elemento di pala, di cui si riportano le ipotesi e i risultati fondamentali per il caso di *hovering*, usato nel test di verifica. La verifica è stata effettuata confrontando i risultati di una simulazione in condizioni particolari con quelli che si ottengono dalla teoria dell'elemento di pala a parità di condizioni. In conclusione si riportano i risultati in termini di andamento nel giro di angolo di flappeggio, di angolo di ritardo, di forze e momenti aerodinamici di una simulazione in un caso particolare, per confermare la correttezza dell'implementazione.

5.1 Teoria del disco attuatore (*Actuator Disc Theory*)

La teoria del disco attuatore, dovuta a *Glauert*, considera il rotore come una superficie portante che fornisce energia all'aria, ricevendone per reazione una forza netta (T , figura 5.2).

Le ipotesi fondamentali della teoria sono ([2]):

- fluido perfetto ed incomprimibile;
- si individua un tubo di flusso costituito dal fluido che attraversa il disco, distinto dal fluido esterno che si considera in quiete;
- il rotore ha un numero infinito di pale;
- il disco ha spessore infinitesimo (così da trascurare la resistenza di profilo);
- sul disco agisce una differenza di pressione costante, ΔP , che genera una trazione uniformemente distribuita di risultante T ;
- la velocità verticale è continua attraverso il disco;
- si trascurano le perdite ai margini del disco (quindi tutte le velocità si considerano assiali);
- la velocità indotta, v_i (*downwash*), immediatamente a valle del disco si considera costante e uniformemente distribuita.

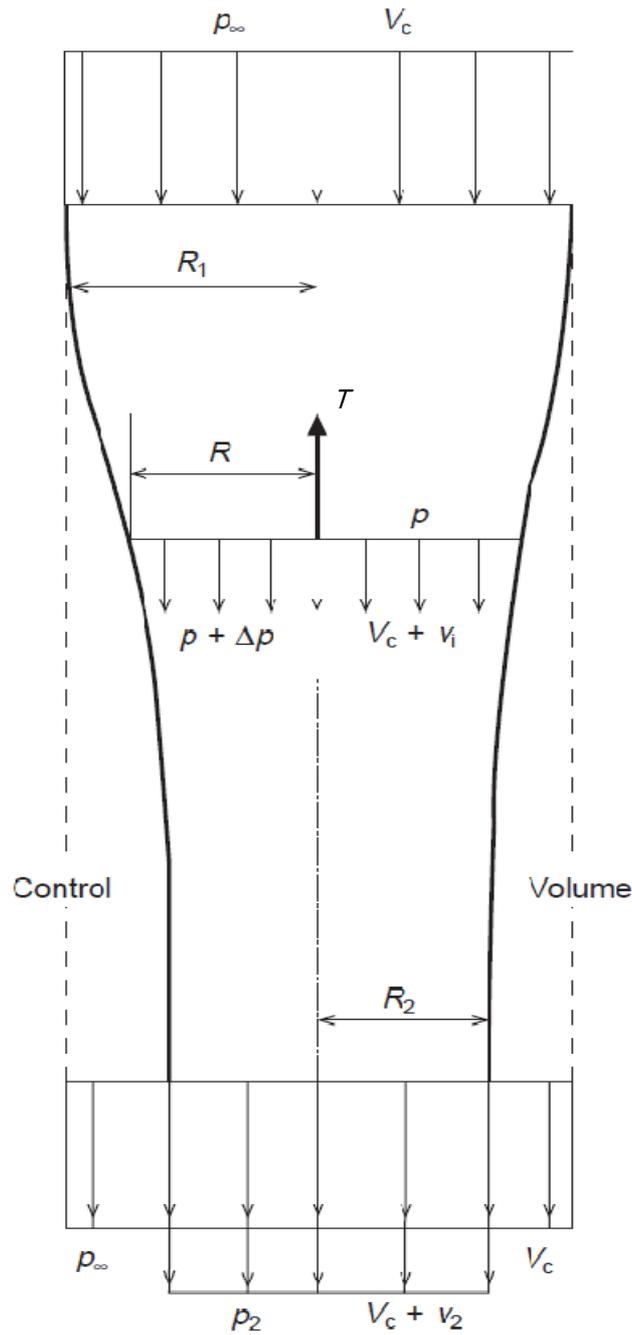


Fig. 5.2 – Grandezze caratteristiche della teoria del disco attuatore ([1])

Osservando la figura 5.2, all'interno del tubo di flusso si identificano le seguenti grandezze:

- V_c è la velocità asintotica dell'aria, è nulla in caso di *hovering*;
- p_∞ è la pressione asintotica;
- R_1 è il raggio del tubo di flusso a monte del disco;
- R è il raggio del disco;
- R_2 è il raggio del tubo di flusso a valle del disco;

- p è la pressione locale in un punto a monte del disco;
- p_2 è la pressione all'infinito a valle del disco, che si assume pari a quella asintotica p_∞ ;
- v_2 è la velocità indotta all'infinito a valle del disco.

Per valutare la trazione T fornita dal rotore, si identifica un volume di controllo (*control volume*) sul quale si applicano le equazioni di bilancio della portata, della quantità di moto e dell'energia:

$$\rho A_1 V_c = \rho A (V_c + v_i) = \rho A_2 (V_c + v_2) \quad (5.1)$$

$$\rho A (V_c + v_i) (V_c + v_2) - \rho A (V_c + v_i) V_c = T \quad (5.2)$$

$$\frac{1}{2} \rho A (V_c + v_i) [(V_c + v_2)^2 - V_c^2] = T (V_c + v_i) \quad (5.3)$$

dove con $A_1 = \pi R_1^2$, $A = \pi R^2$ e $A_2 = \pi R_2^2$ si indicano le aree delle sezioni del tubo di flusso all'infinito a monte, in corrispondenza del disco e all'infinito a valle rispettivamente.

La (5.1) esprime la continuità del flusso (portata costante), sviluppando la (5.2) si ottiene:

$$\rho A (V_c + v_i) v_2 = T \quad (5.4)$$

che, introdotta nella (5.3), dà il primo risultato fondamentale:

$$v_2 = 2v_i \quad (5.5)$$

cioè che la velocità indotta al disco è la metà della velocità indotta all'infinito a valle. Mettendo la (5.5) nella (5.4) si ha uno dei risultati fondamentali della teoria:

$$T = 2\rho A (V_c + v_i) v_i \quad (5.6)$$

ovvero il legame tra la trazione e la velocità del flusso che attraversa il disco. Da questo risultato si definisce coefficiente di trazione:

$$C_T = \frac{T}{\rho A V_{tip}^2} \quad (5.7)$$

5.2 Teoria dell'elemento di pala (*Blade Element Theory*)

La teoria dell'elemento di pala viene introdotta per colmare i limiti della teoria del disco attuatore, la quale fornisce importanti indicazioni sulle prestazioni del rotore (come visto al paragrafo precedente) ma non sufficientemente dettagliate. Inoltre questa teoria è limitata dal fatto che non consente di legare la variazione di trazione generata dal rotore con la variazione di incidenza delle pale, non consente il calcolo della resistenza di profilo e della relativa potenza necessaria e non consente di conoscere la distribuzione di velocità indotta lungo la pala, che in genere non è uniforme.

Nella teoria dell'elemento di pala ([2]):

- ogni profilo delle pale è investito da una corrente considerata bidimensionale, si trascura la componente di velocità trasversale lungo le pale e le forze aerodinamiche dipendono soltanto dalle componenti di velocità ortogonali all'asse longitudinale delle pale;
- per lo studio dell'aerodinamica, si utilizza il modello della linea portante;
- si adottano due diversi approcci nel calcolo delle forze, uno basato sul considerare uniforme la velocità indotta lungo la pala, l'altro invece con velocità indotta non uniforme;
- si può calcolare la resistenza indotta di profilo;
- la variazione di trazione è associata alla variazione di incidenza della pala (fig. 5.3), dove si nota che l'incidenza α è data, nel piano del disco (riferimento $x_\beta, y_\beta, z_\beta$), da

$$\alpha = \theta + \theta_{sv} + \phi \quad (5.8)$$

in cui θ è l'angolo di passo (2. 1), θ_{sv} è lo svergolamento della pala in apertura (in generale segue delle leggi diverse, in questa tesi viene considerato con legge lineare), ϕ è definito come

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{v_V}{v_T} \right) \quad (5.9)$$

dove v_V è la velocità normale al piano del disco e v_T la velocità parallela al piano del disco.

Mentre per il coefficiente di trazione C_T è ancora valida la definizione (5. 7), nella teoria dell'elemento di pala la trazione, in condizione di *hovering*, è l'integrale delle forze elementari di portanza dL (figura 5.3) lungo l'apertura della pala:

$$T = \int_0^R \frac{1}{2} \rho (\Omega x)^2 c(x) C_{l\alpha} \alpha(x) dx \quad (5.10)$$

in cui Ωx , $c(x)$ ed $\alpha(x)$ sono rispettivamente la velocità, la corda e l'incidenza locali della pala, con $x \in [eR, R]$ (figura 5.3).

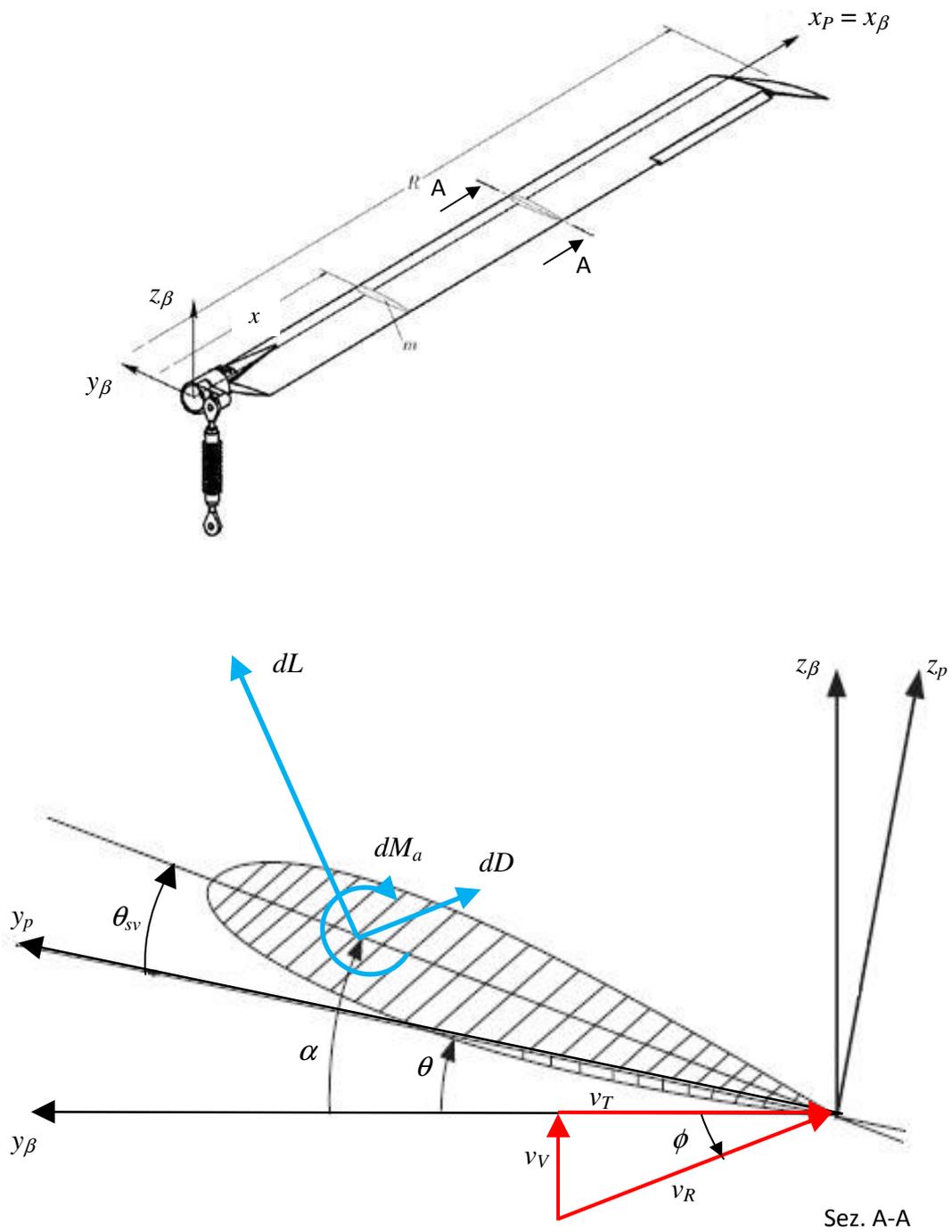


Fig. 5.3 – Grandezze caratteristiche della *Blade Element Theory* [1]

5.3 Verifica dell'implementazione del modello aerodinamico

Il modello aerodinamico della pala deriva dalla combinazione della teoria del disco attuatore con quella dell'elemento di pala, ed è trattata diffusamente in [3]. Per verificare che tale modello dia risultati in accordo con le teorie, è stato eseguito un test in condizioni particolari considerando la pala rigida ad un solo grado di libertà, cioè la variazione del passo θ . Le ipotesi del test sono:

- pala rigida;
- rigidità di flappeggio, $K_\beta = 9999999 \text{ Nm/rad}$;
- rigidità di ritardo, $K_\xi = 9999999 \text{ Nm/rad}$;
- svergolamento della pala, θ_{sv} , nullo per ogni sezione radiale in esame;
- $\theta_0 = 4^\circ$;
- $\theta_{1s} = \theta_{1c} = 0$;
- velocità indotta nulla;
- *hovering*;
- velocità del suono, $a = 10^6 \text{ m/s}$ (quindi situazione a *Mach* nullo);
- profilo NACA 0012;
- pendenza della curva $C_L - \alpha$ del profilo, $C_{l\alpha}$, costante;
- corda media, $\bar{c} = 0.58 \text{ m}$, costante;
- raggio del rotore, $R = 9.144 \text{ m}$;
- velocità angolare del rotore, $\Omega = 21.66 \text{ rad/s}$, costante;
- numero di pale, $N_b = 4$.

Il valore del $C_{l\alpha}$ è stato ottenuto dalla curva $C_L - \alpha$ del profilo NACA 0012 a $M = 0$ (figura 5.4, ottenuta dalle *look-up tables* del profilo della pala scelto per l'elicottero di riferimento) per un'incidenza di 4° . Infatti applicando le ipotesi precedenti nella (5. 8) si ha:

$$\alpha = \theta_0 = 4^\circ \quad (5. 11)$$

per cui si ottiene $C_{l\alpha} = 6.54$ mediante un'interpolazione lineare.

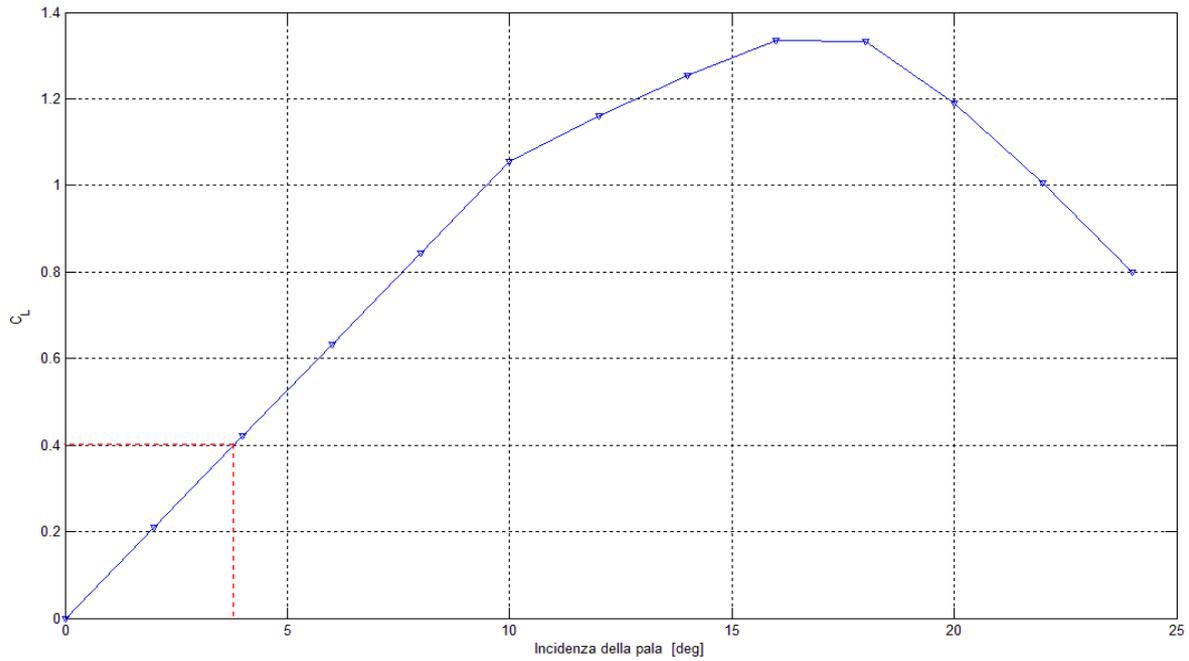


Fig. 5.4 – Curva $C_L - \alpha$ del profilo NACA 0012 delle pale dell'elicottero di riferimento

Nelle ipotesi elencate, la trazione istantanea generata dalla pala in *hovering* è:

$$T = \int_0^R \frac{1}{2} \rho (\Omega x)^2 \bar{c} C_{l\alpha} \theta_0 dx \quad (5.12)$$

Il valore medio nel giro della trazione in *hovering* è dato da:

$$T = \frac{N_b}{6} C_{l\alpha} \theta_0 \rho \Omega^2 R^3 \bar{c} \quad (5.13)$$

e il coefficiente di trazione

$$C_T = \frac{C_{l\alpha} \theta_0}{6} \frac{N_b \bar{c}}{\pi R} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{6} \theta_0 \quad (5.14)$$

in cui σ è la solidità del rotore, che per il caso in esame vale 0.0812. Il test è stato eseguito confrontando il valore del coefficiente di trazione calcolato dal codice con quello ottenuto dalla (5.14). I risultati sono riportati nella tabella seguente:

	Coefficiente di trazione, C_T
Modello completo	0.006
Equazione (5. 14)	0.006

Tab. 5.1 – Risultati della verifica di implementazione della *routine* di calcolo delle azioni aerodinamiche sulla pala

Come si osserva dalla tabella 5.1, l'implementazione della *routine* di calcolo delle azioni aerodinamiche sulla pala risulta in accordo con i risultati della *Blade Element Theory*. A conclusione del test si riporta un caso applicativo dell'algoritmo delle azioni aerodinamiche; le ipotesi fatte sono:

- rotore isolato ($\Phi = \Theta = 0$) e a quota zero;
- *hovering*;
- comandi nulli ($\theta_0 = \theta_{1s} = \theta_{1c} = 0$);
- profilo NACA 0012:
- corda media, $\bar{c} = 0.58m$, costante;
- raggio del rotore, $R = 9.144 m$;
- offset della cerniera, $e = 0.05$;
- velocità angolare del rotore, $\Omega = 21.66 rad/s$, costante
- numero di pale $N_b = 4$.

Inoltre si impone, per semplicità, che la velocità indotta sia nulla. I risultati sono stati ottenuti in termini di:

- distribuzione di incidenza per ogni pala in un giro completo del rotore,
- andamento del valore statico β_0 e delle prime armoniche β_{1s} e β_{1c} dell'angolo di flappeggio β al variare della posizione angolare della pala nel giro,
- andamento del valore statico ξ_0 e delle prime armoniche ξ_{1s} e ξ_{1c} dell'angolo di flappeggio ξ al variare della posizione angolare della pala nel giro,
- andamento di forze e momenti aerodinamici nel riferimento solidale alla pala (x_P, y_P, z_P in figura 5.3) al variare della posizione angolare della pala nel giro.

In figura 5.6 è rappresentata la distribuzione di incidenza in un giro completo del rotore e per ogni pala. Si nota che tutte le pale hanno stessa distribuzione simmetrica, con stessi valori sia lungo

l'apertura che nel giro, fatto prevedibile poiché le pale sono investite da un flusso con velocità Ωr costante in quanto si considera costante la velocità angolare del rotore (figura 5.5) , dove r è la coordinata lungo la pala, variabile tra eR ed R .

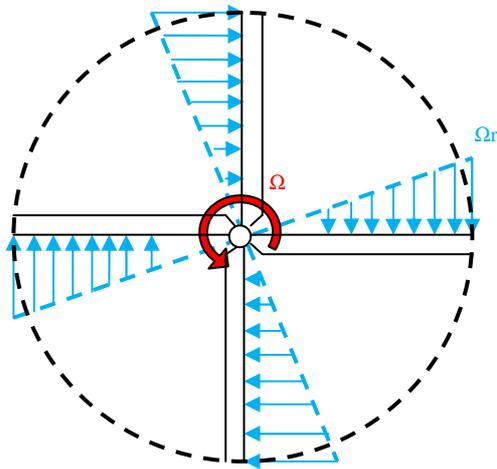


Fig. 5.5 – Distribuzione di velocità lungo le pale

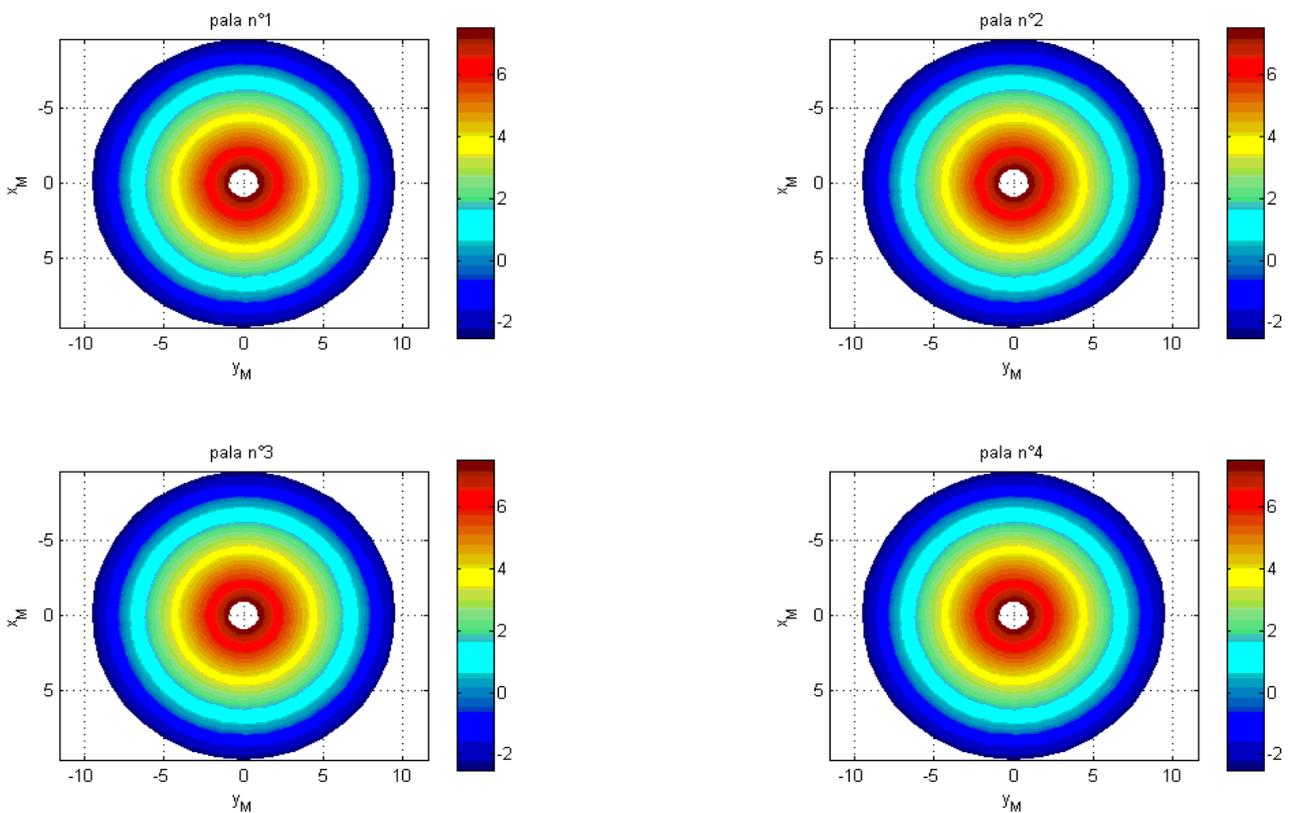


Fig. 5.6 – Distribuzione di incidenza in un giro completo per ciascuna pala, valori in gradi

Di seguito si osservano gli andamenti di β , ξ , delle forze e dei momenti per ciascuna pala:

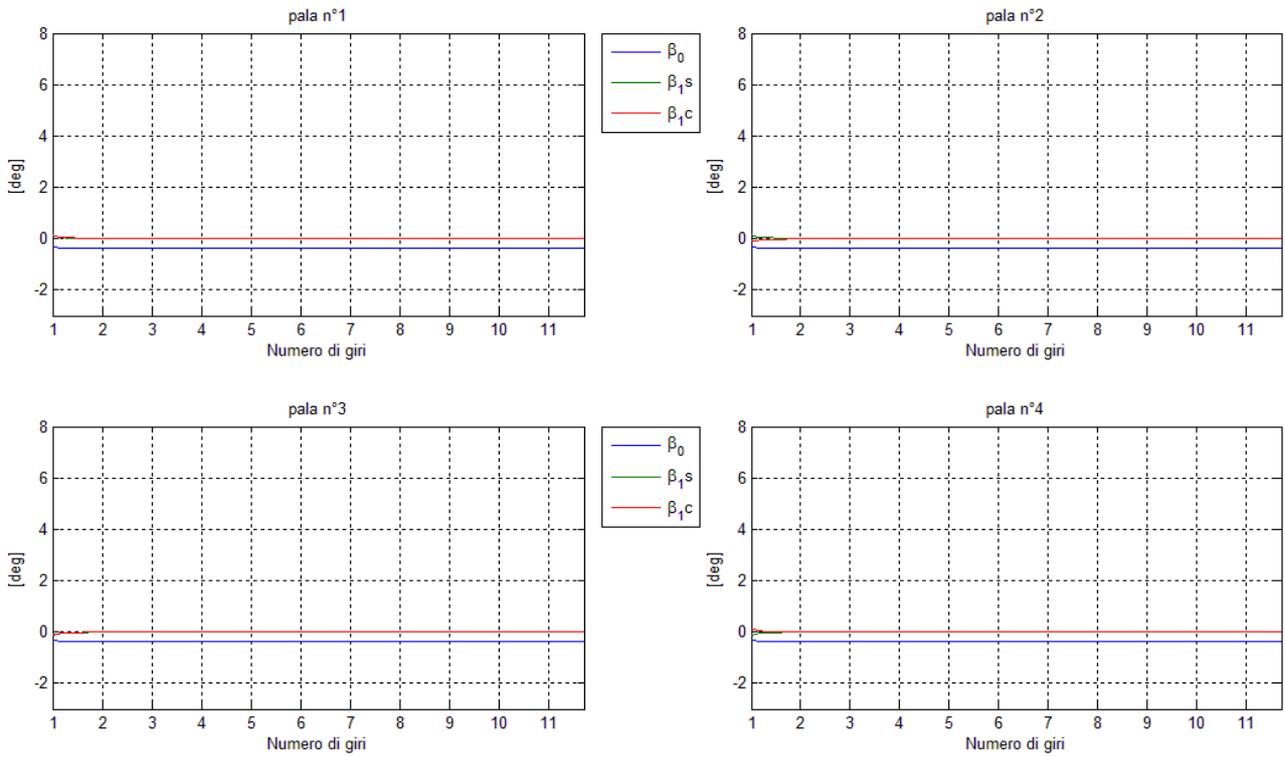


Fig. 5.7 – Andamento di β_0 , β_{1s} e β_{1c}

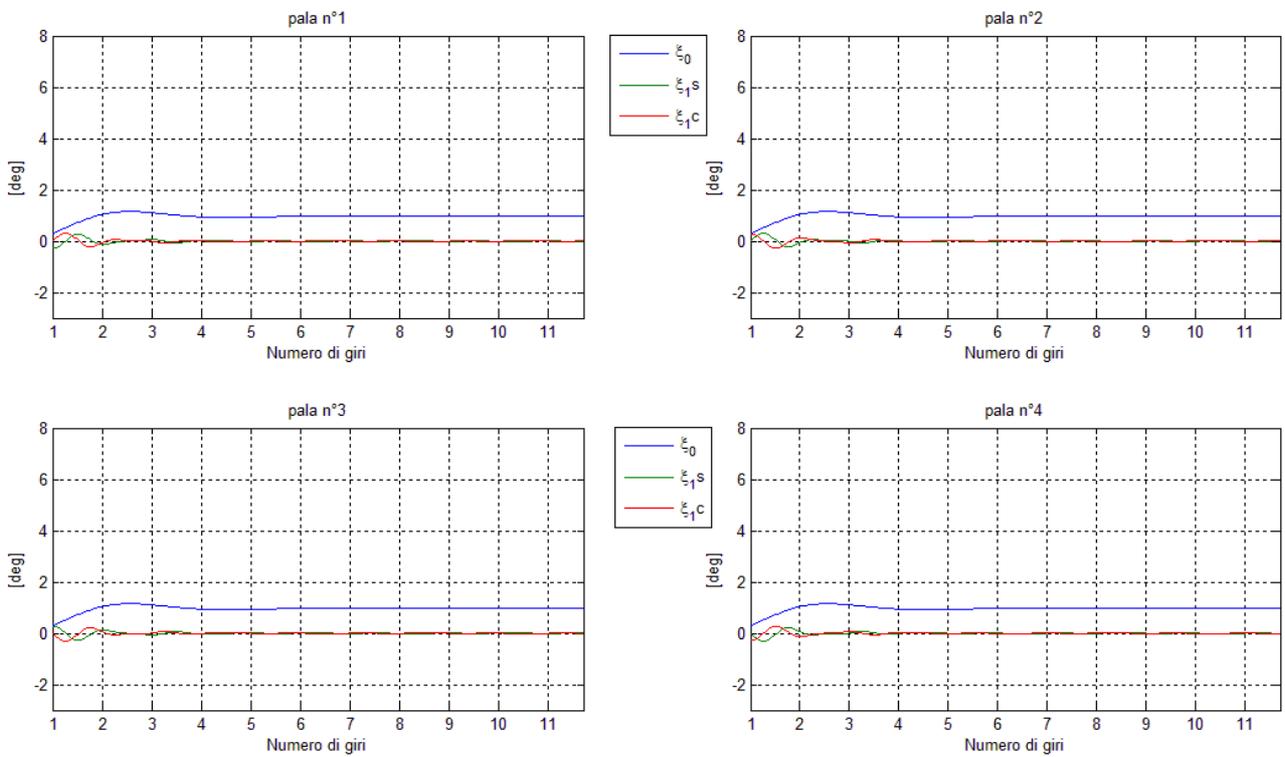


Fig. 5.8 – Andamento di ξ_0 , ξ_{1s} e ξ_{1c}

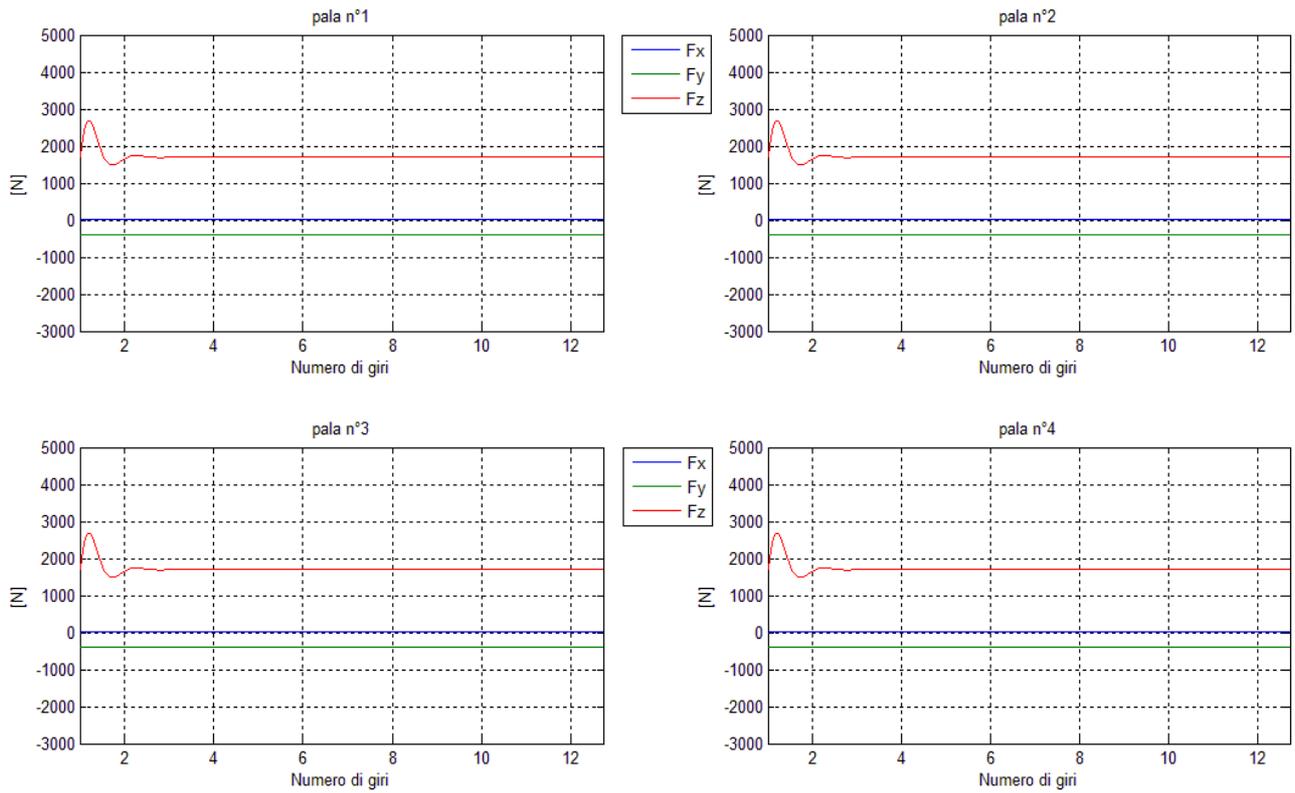


Fig. 5.9 – Andamento delle forze aerodinamiche rispetto alla terna solidale alla pala

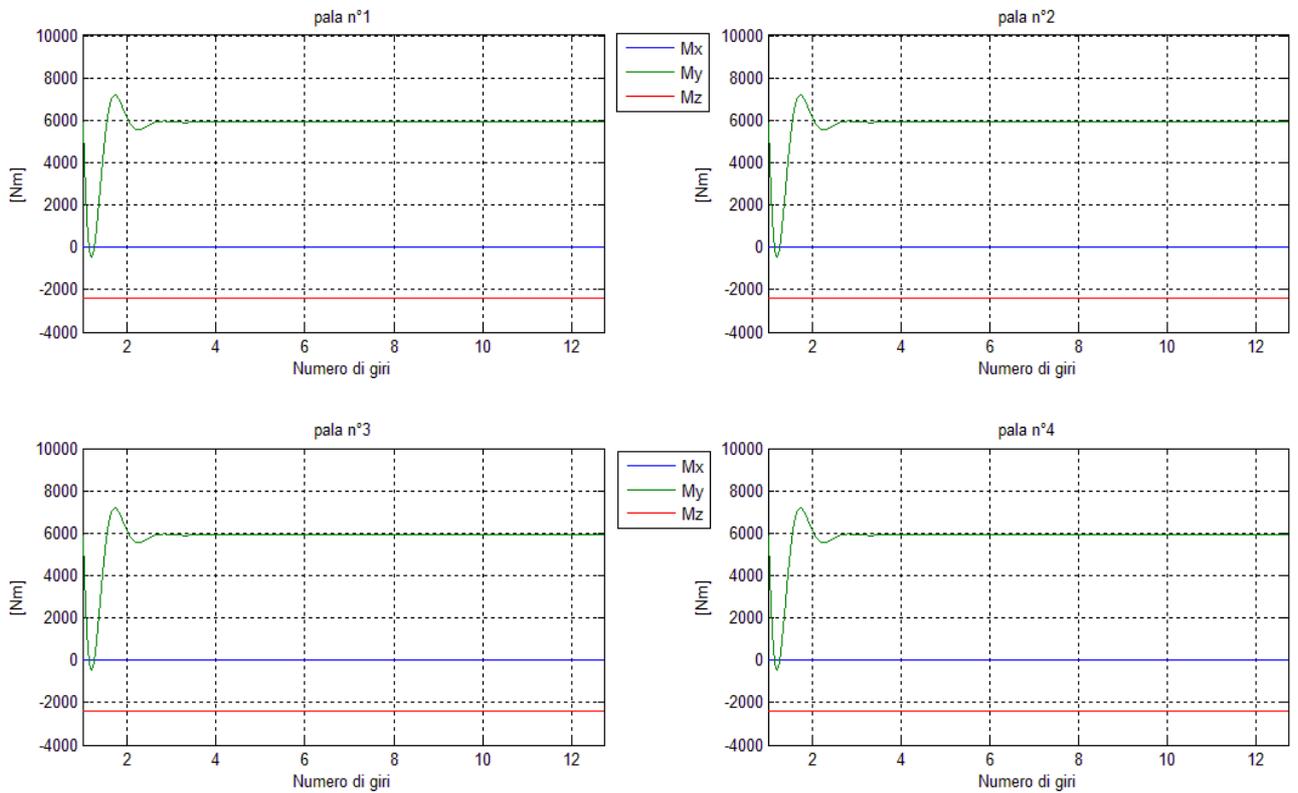


Fig. 5.10 – Andamento dei momenti aerodinamici rispetto alla terna solidale alla pala

In figura 5.7 gli andamenti di β per ciascuna pala sono identici, si osserva che i coefficienti β_{Is} e β_{Ic} sono costantemente nulli mentre il valore di β_0 a regime è -0.3624° . In figura 5.8 si osserva che anche gli andamenti di ξ sono gli stessi per tutte le pale, in particolare a regime si annullano ξ_{Ic} e ξ_{Is} mentre ξ_0 raggiunge il valore di 0.9616° . Nelle figure 5.9 e 5.10 si hanno i risultati in termini di forze e momenti aerodinamici, generati dalle pale, nel sistema di riferimento solidale alla pala. Si osserva che essendo in condizione di *hovering* è rispettata la simmetria delle forze e dei momenti, le pale hanno gli stessi valori ad ogni istante. Poiché lo svergolamento non è nullo, allora si generano una risultante e un momento risultante; è evidente che nelle condizioni di svolgimento del test, la forza di resistenza radiale, F_x , non può che essere nulla in quanto è nulla la componente di velocità lungo la pala. Sono invece non nulle la componente verticale, F_z (portanza), e la componente lungo la corda, F_y (resistenza aerodinamica). La forza di portanza, insieme alla reazione alla cerniera dovuta alle forze di inerzia, equilibra il peso della pala e genera un momento di asse y , M_y , che tende a “chiudere” in alto le pale (a sollevarle in alto); questo effetto è contrastato dalla presenza di un *angolo di coning* β_0 negativo che sta ad indicare che il momento della forza centrifuga e del peso sono opposti ad M_y e gli fanno equilibrio tendendo a riportare le pale verso il basso. La resistenza aerodinamica, F_y , dà luogo ad un momento di asse z , M_z , che si scarica sulle cerniere di ritardo e tende a ruotarle in senso opposto al moto.

Per contrastare questo momento, nelle pale si instaura un angolo ξ_0 , che sta ad indicare l'azione delle forze di inerzia che tendono ad eliminare il moto contrario impresso da M_z stesso.

Capitolo 6

Implementazione del modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati

Nel presente capitolo si descrive l'implementazione del modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati (discusso al capitolo 4) nel modello di rotore realizzato in *Fortran* e si presentano i risultati dei test effettuati per verificarne la corretta funzionalità.

La *routine* di calcolo della velocità indotta è presentata in figura 6.1: poiché la dinamica degli stati è data da un sistema di equazioni differenziali del primo ordine, occorre inizializzare gli stati al passo $i = 1$ in modo da poterne calcolare le derivate rispetto al tempo e aggiornarne il valore al passo successivo ($i+1$). I valori iniziali imposti per gli stati sono:

$$\begin{cases} v_0 = 10^{-5} / V_{tip} \\ v_s = 0 \\ v_c = 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

Il metodo di integrazione numerica adottato è quello di *Eulero*, con passo di integrazione

$$\Delta t = \frac{\Delta \psi}{\Omega} \quad (6.2)$$

dove $\Delta \psi$ è la variazione di posizione azimutale nel giro, presa, nei test effettuati, pari a 10° (quindi 36 *azimuth*), e Ω è la velocità angolare del rotore, che vale

$$\Omega = \frac{2\pi \cdot RPM}{60} = 21.66 \text{ rad/s} \quad (6.3)$$

in cui *RPM* è il numero di giri al minuto del rotore principale, pari a 206.90 nei test effettuati, per cui dalla (6.2) si ha $\Delta t = 0.008 \text{ s}$. Da notare, nella relazione della velocità indotta, la presenza di r che rappresenta la posizione radiale adimensionale nel disco rotore, adimensionalizzata rispetto alla lunghezza totale della pala. Nella *routine* è calcolata come

$$r_j = \sum_j \frac{\Delta x_j}{R} \quad (6.4)$$

con j che va da 1 a n_{staz} che è il numero di stazioni radiali, distanti Δx l'una dall'altra, in cui si immagina di suddividere la pala in apertura (la prima dista eR dal centro mentre l'ultima si trova all'estremità della pala).

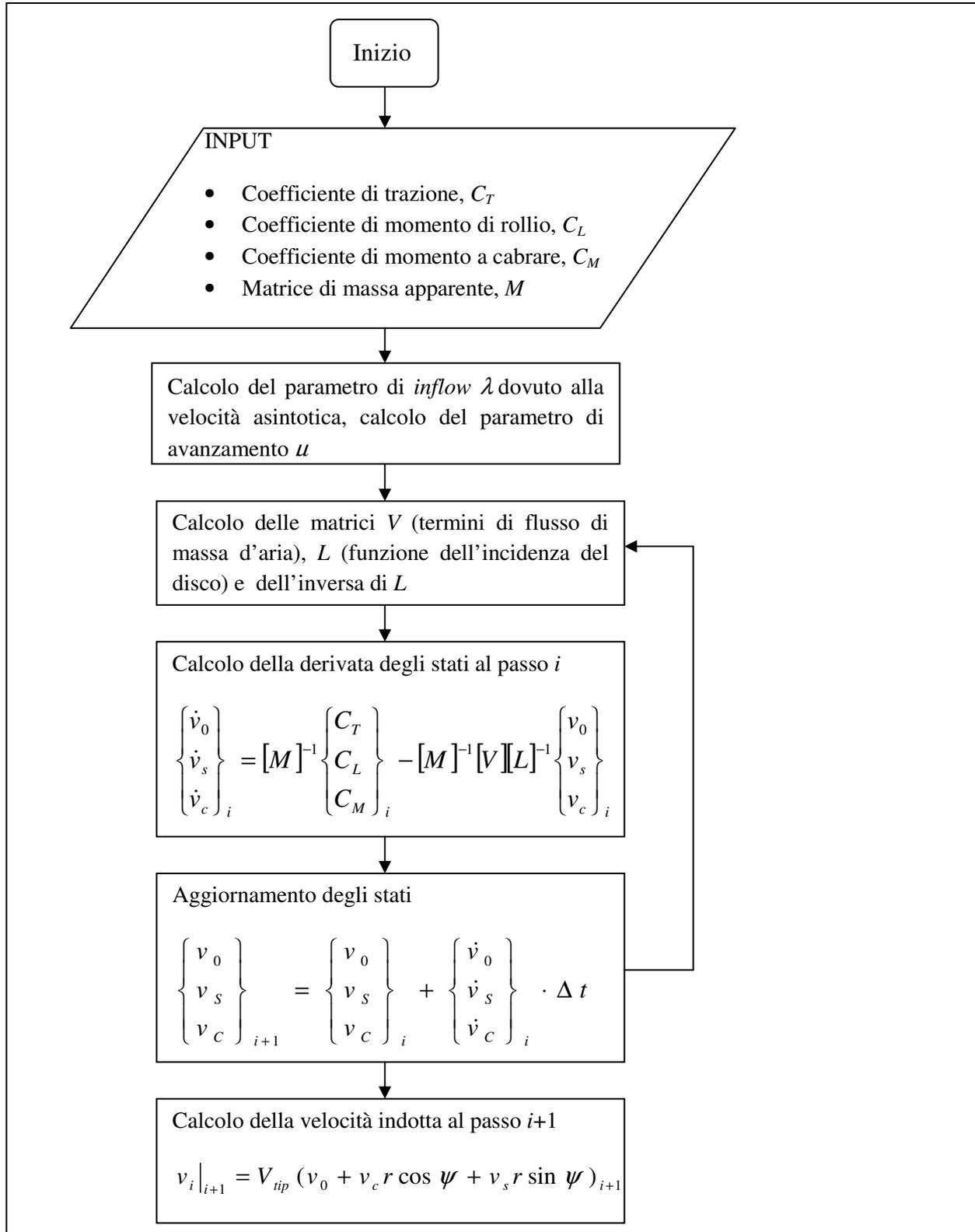


Fig. 6.1 – Diagramma di flusso della *routine* di calcolo della velocità indotta

6.1 Descrizione dei test

Sono stati effettuati sei test in particolari condizioni di volo, considerando il rotore isolato e a terra:

1. rotore in *hovering* ($V = 0$), caso stazionario, solo comando di collettivo;
2. rotore in *hovering* ($V = 0$), caso non stazionario, gradino di collettivo;
3. rotore in *hovering* ($V = 0$), caso stazionario, comandi di collettivo e ciclico;
4. rotore in *hovering* ($V = 0$), caso non stazionario, gradino di ciclico;
5. rotore in *volo avanzato* ($V = 90 \text{ kts}$), caso stazionario, comandi di collettivo e ciclico;
6. rotore in *volo avanzato* ($V = 90 \text{ kts}$), caso non stazionario, gradino di collettivo o ciclico.

indicando con V la velocità di volo. I test sono stati eseguiti confrontando i valori a regime dei coefficienti di forza e momento e della velocità indotta ottenuti dalle simulazioni con quelli che si ottengono dalla soluzione delle equazioni degli stati del modello di *Peters-He*

$$[M] \begin{Bmatrix} \dot{v}_0 \\ \dot{v}_s \\ \dot{v}_c \end{Bmatrix} + [V][L]^{-1} \begin{Bmatrix} v_0 \\ v_s \\ v_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_T \\ C_L \\ C_M \end{Bmatrix} \quad (6.5)$$

da cui si ottengono i coefficienti di forza e momento introducendo i valori degli stati provenienti dalla simulazione, viceversa si ottiene la velocità indotta introducendo i valori dei coefficienti di forza e momento provenienti dalla simulazione. Ricordando inoltre le espressioni delle matrici che vi compaiono (4.2, 4. 6 e 4. 14), in condizioni di *hovering* si ha una forma molto semplificata del sistema poiché il parametro di avanzamento μ e il parametro di *inflow* λ dovuto alla velocità asintotica sono nulli. Questo consente di disaccoppiare le tre equazioni, solitamente accoppiate dai termini fuori dalla diagonale nella matrice L . Nel caso di *volo avanzato* invece μ e λ non sono nulli e le equazioni sono fortemente accoppiate. Alla luce di queste considerazioni, i test dal n. 1 al n. 4 sono stati effettuati secondo la procedura appena descritta, mentre nei test n. 5 e n. 6 si è potuto fare il confronto soltanto tra i risultati sui coefficienti di forza e momento. Questo è dovuto alle complicazioni analitiche riscontrate nel risolvere, in presenza di una velocità di avanzamento, le (6. 5) rispetto agli stati.

I dati dell'elicottero di riferimento sono riportati in appendice A, i risultati sono proposti in termini di andamenti nel giro della velocità indotta e dei coefficienti di forza e momento.

6.2 Risultati

6.2.1 Rotore in *hovering*, stazionario, solo collettivo

Nel caso stazionario di rotore in *hovering*, le equazioni di *Peters-He* diventano:

$$[V][L]^{-1} \begin{Bmatrix} v_0 \\ v_s \\ v_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_T \\ C_L \\ C_M \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

dove i termini della matrice V sono

$$\begin{aligned} V_T &= v_0 \sqrt{k_f} \\ V_R &= 2v_0 \end{aligned} \quad (6.7)$$

essendo $\lambda = 0$ e $\mu = 0$, mentre la matrice L è diagonale

$$L = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

in quanto $\alpha = \tan^{-1}[(\lambda + v_0)/\mu]$ tende a $\pi/2$. Introducendo i comandi

- $\theta_0 = 8^\circ$;
- $\theta_{1s} = 0^\circ$;
- $\theta_{1c} = 0^\circ$;

ci si aspetta che i coefficienti di momento C_L e C_M si annullino poiché dipendono soltanto dal passo ciclico. Per verificare i risultati ottenuti dal modello completo si deve risolvere l'equazione scalare:

$$2 v_0^2 \sqrt{k_h} = C_T \quad (6.9)$$

in cui si introduce il valore dello stato v_0 ottenuto dal modello completo per calcolare il coefficiente di trazione da confrontare con quello della simulazione, viceversa si introduce il C_T ottenuto dal modello completo per calcolare v_0 con cui si valuta la velocità indotta secondo la relazione

$$v_i = V_{tip} \cdot v_0 \quad (6.10)$$

che si confronta con la velocità indotta ottenuta dal modello completo. Nelle figure 6.2 e 6.3 si riportano i risultati per la velocità indotta e per i coefficienti di trazione e momento:

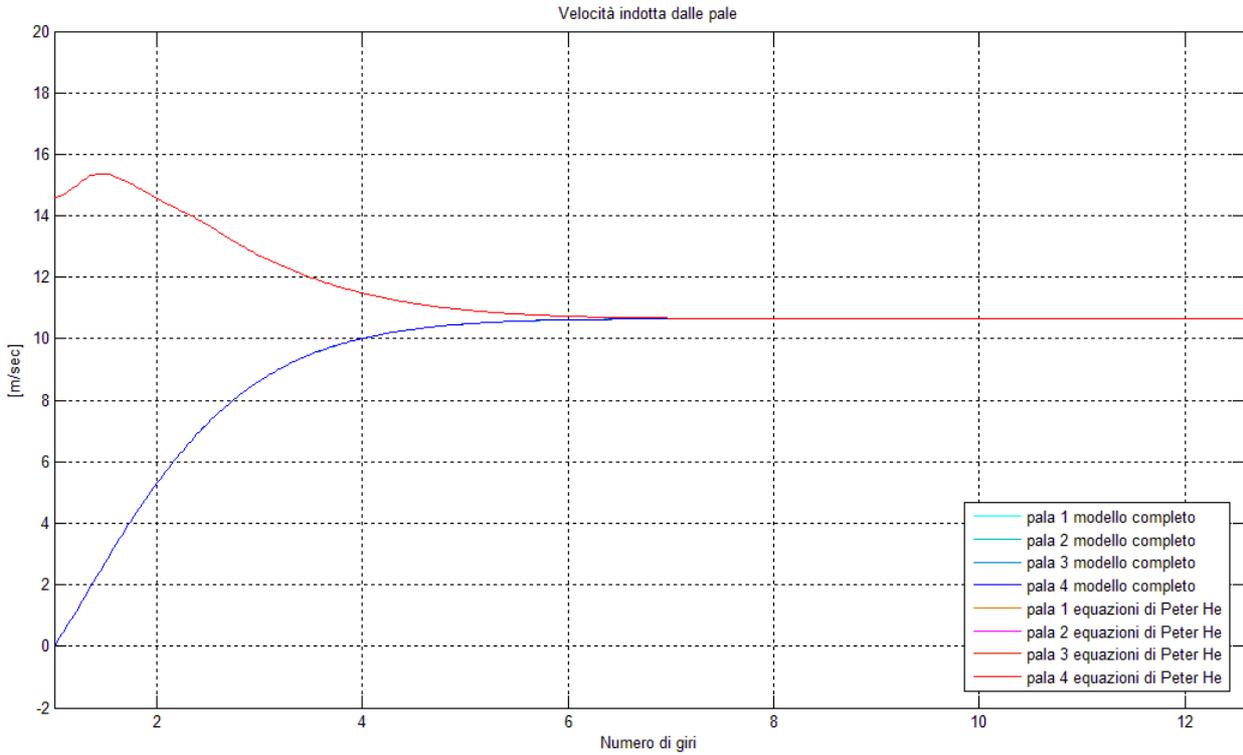


Fig. 6.2 – Andamento della velocità indotta calcolata con il modello completo e con le equazioni

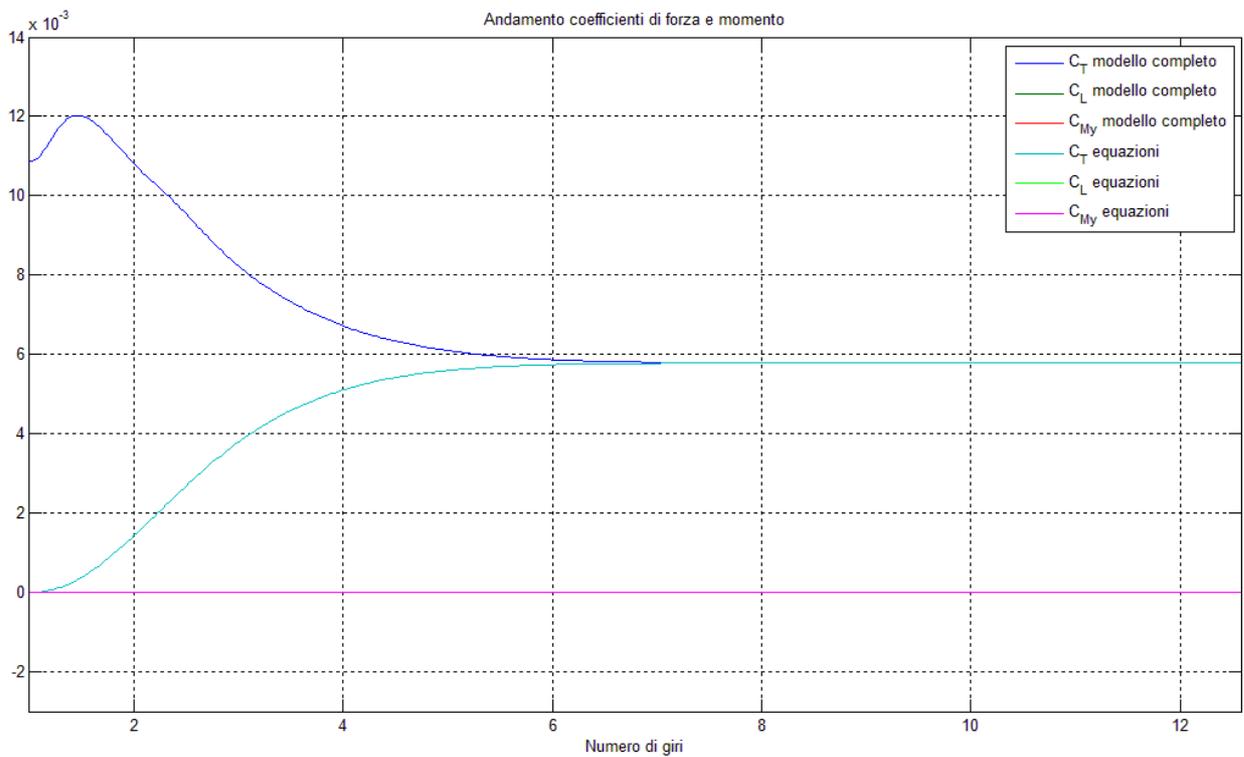


Fig. 6.3 – Andamento dei coefficienti di forza e momento calcolati con il modello completo e con le equazioni

Come si può osservare dalla figura 6.2, i valori a regime di velocità indotta, sia ottenuti dal modello completo che con l'equazione di *Peters-He*, sono identici; inizialmente, nei primi giri di simulazione, si riscontra una sostanziale differenza di velocità indotta, dovuta alla parte non stazionaria del modello. Stesso comportamento si riscontra in figura 6.3: da notare che i coefficienti C_L e C_M sono nulli come previsto.

6.2.2 Rotore in *hovering*, non stazionario, perturbazione di collettivo

Questo test consente di vedere come si comporta il modello nel caso che, dopo aver raggiunto una condizione di regime, si introduca un disturbo in uno dei comandi. Partendo dalla condizione di regime in condizioni stazionarie di *hovering* (paragrafo precedente), si introduce un gradino di collettivo pari a 1° e si verifica che i risultati forniti dal modello completo siano in accordo con l'equazione non stazionaria di *Peters-He* per l'*hovering*. Anche in questo caso ci si aspetta che i coefficienti di momento siano nulli, poiché è nullo il ciclico, quindi si ha la sola equazione in v_0 in quanto gli stati v_c e v_s sono nulli perché proporzionali ai coefficienti di momento:

$$M(1,1)\dot{v}_0 + 2v_0^2\sqrt{k_h} = C_T \quad (6.11)$$

in cui $M(1,1) = 8/3\pi$. Come in precedenza, da questa equazione si ottengono il coefficiente di trazione introducendo i valori di v_0 e della sua derivata calcolati dal modello completo, mentre introducendo il coefficiente di trazione calcolato dal modello completo si calcola lo stato v_0 seguendo la procedura di figura 6.1 e, quindi, la velocità indotta dalla (6.10).

Di seguito (figure 6.4 e 6.5) si riportano i risultati ottenuti sia dal modello completo che con l'equazione di *Peters-He* non stazionaria per il caso di *hovering*, notare che la linea rossa tratteggiata indica l'istante in cui viene introdotto il gradino di collettivo. Si osserva anche in questo caso che il modello completo fornisce gli stessi risultati che ci si aspettano con le equazioni, inoltre si può vedere che un gradino positivo di collettivo aumenta la trazione complessiva generata dal rotore, quindi aumenta il coefficiente di trazione che comporta un aumento di velocità indotta a regime.

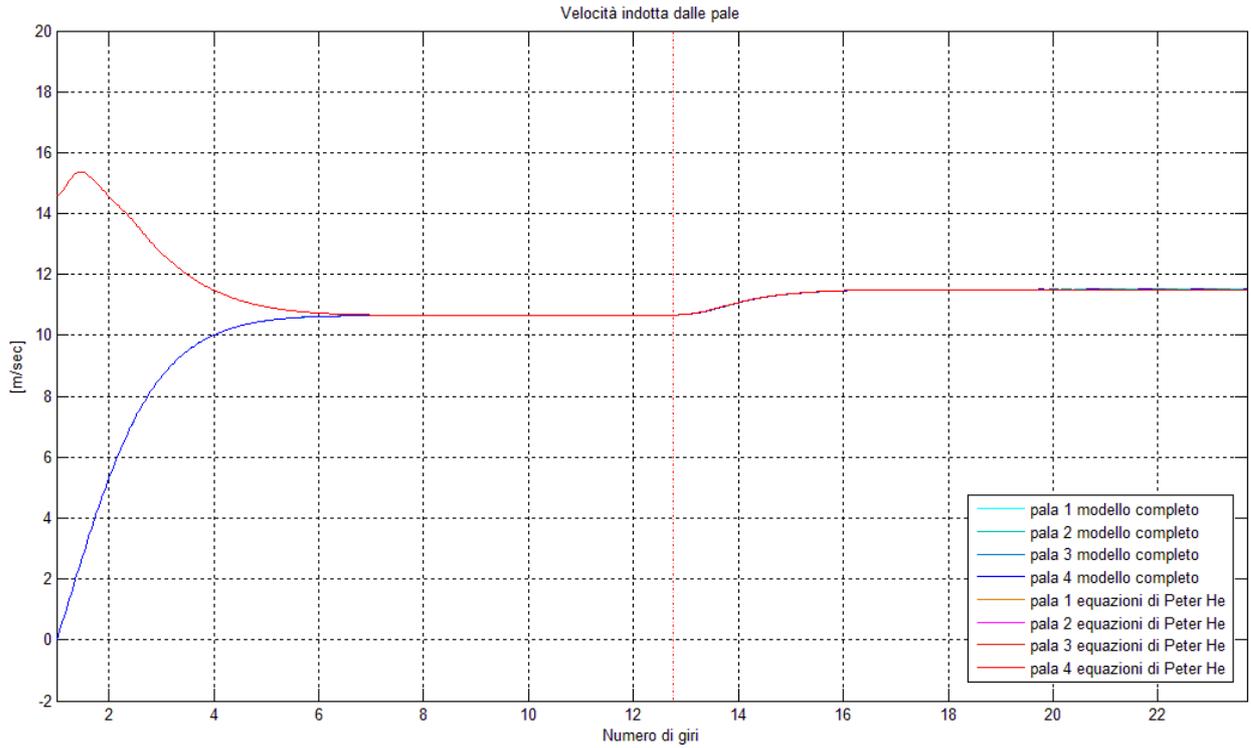


Fig. 6.4 – Andamento della velocità indotta calcolata con il modello completo e con le equazioni

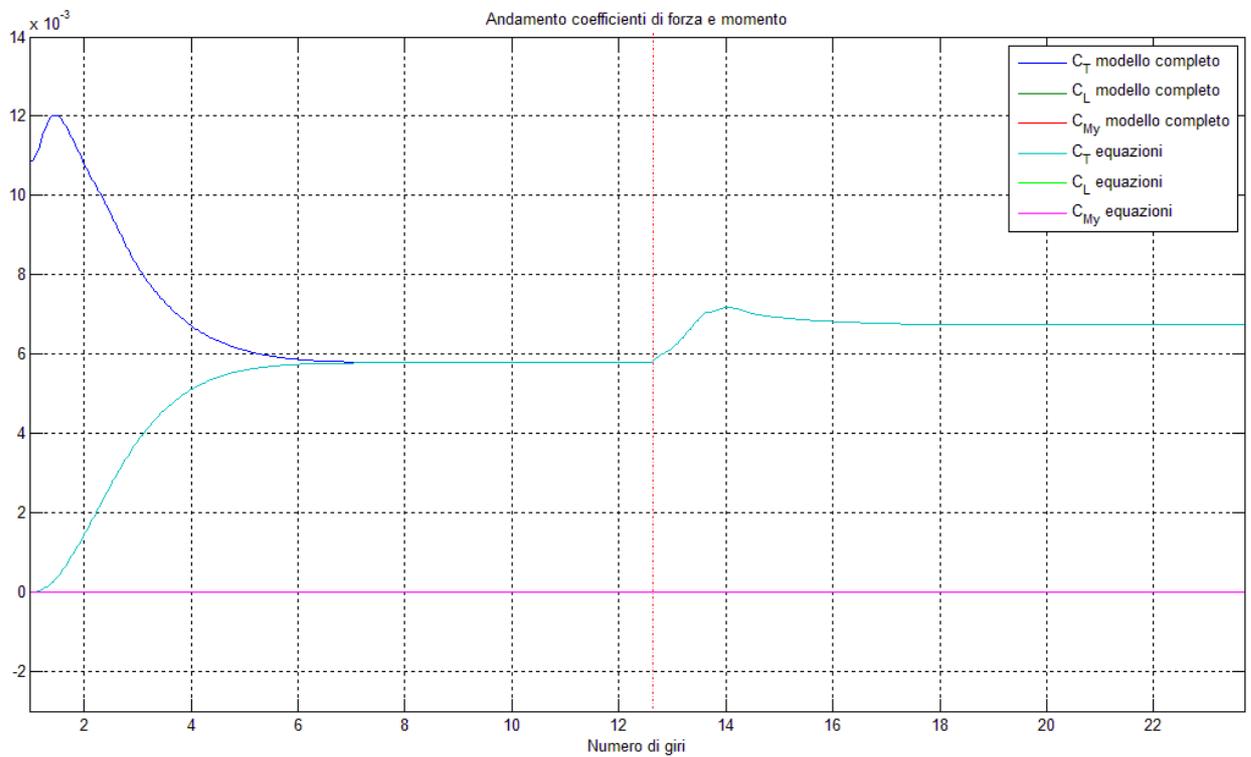


Fig. 6.5 – Andamento dei coefficienti di forza e momento calcolati con il modello completo e con le equazioni

6.2.3 Rotore in *hovering*, stazionario, comando di collettivo e ciclico

In questo caso i valori dei comandi in ingresso sono:

- $\theta_0 = 8^\circ$;
- $\theta_{1s} = -6^\circ$;
- $\theta_{1c} = 2^\circ$,

ci si aspetta che i coefficienti di momento adesso non siano più nulli come nei test precedentemente descritti. Essendo in condizioni stazionarie di *hovering* valgono ancora le (6. 6) – (6. 8) ma le equazioni di *Peters-He* da risolvere sono:

$$2 v_0^2 \sqrt{k_h} = C_T \quad (6. 12)$$

$$- v_0 \cdot v_s = C_L \quad (6. 13)$$

$$- v_0 \cdot v_c = C_M \quad (6. 14)$$

in cui si vede che la (6. 13) e la (6. 14) si risolvono una volta che si è ottenuto v_0 dalla (6. 12). Anche in questo caso si vanno a confrontare i risultati del modello completo con quelli che si ottengono calcolando la velocità indotta (o i coefficienti di forza e momento) dal *set* di equazioni (6. 12) – (6. 14), notare che per la velocità indotta però si deve usare la relazione

$$v_i = V_{tip} (v_0 + v_c r \cos \psi + v_s r \sin \psi) \quad (6. 15)$$

poiché v_s e v_c possono essere diversi da zero. I risultati sono riportati in figura 6.6, in figura 6.7 e in figura 6.8, si vede che l'andamento della velocità indotta è sinusoidale proprio per la presenza dei termini associati agli stati v_s e v_c e si può osservare che il valore medio a regime della velocità indotta è uguale al valore di velocità indotta a regime nel caso di solo collettivo (figura 6.2) dato dalla (6. 10). La figura 6.7 è un ingrandimento della figura 6.6, si osserva che il termine non stazionario del modello completo comporta un certo ritardo nel raggiungimento della condizione di regime, dove i risultati del modello e delle equazioni sono identici (figura 6.6) in ampiezza e fase. In figura 6.8 si osserva che a regime non sono nulli i coefficienti di momento, quindi per equilibrare il velivolo in condizioni di *hovering* a seguito di un comando di ciclico il rotore genera dei momenti di segno opposto rispetto a quello del comando stesso.

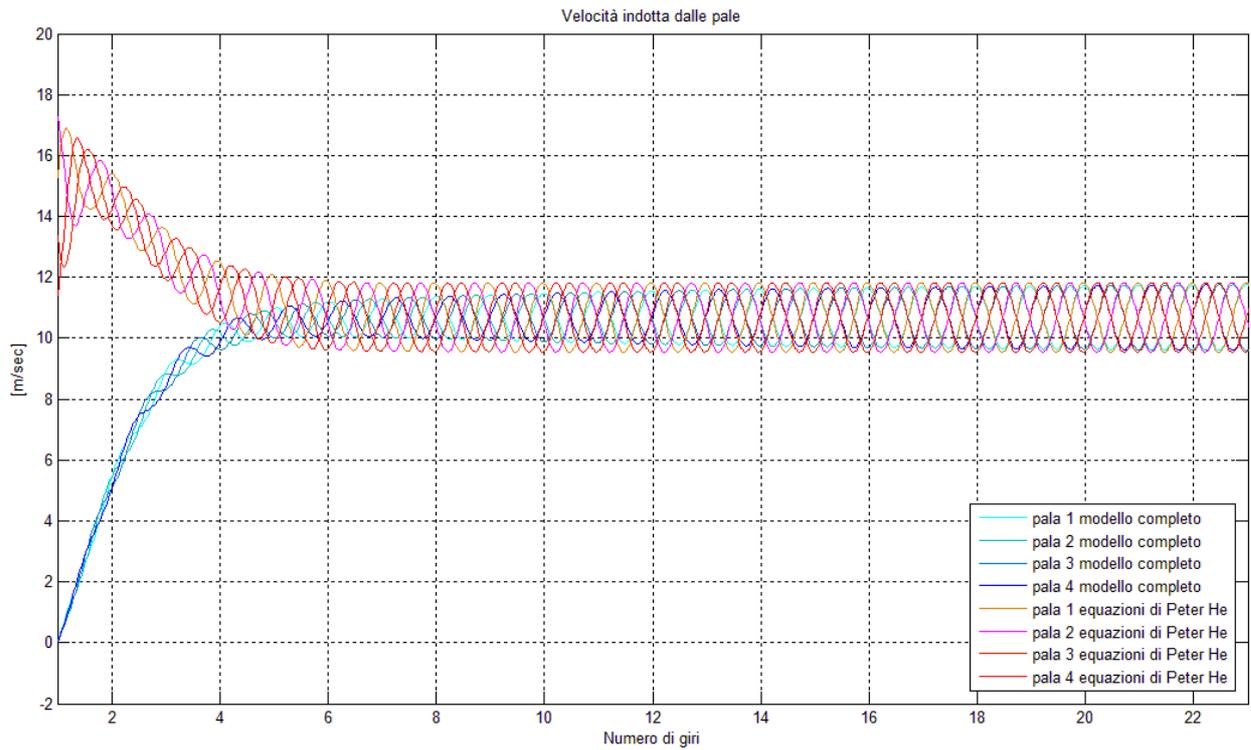


Fig. 6.6 – Andamento della velocità indotta calcolata con il modello completo e con le equazioni

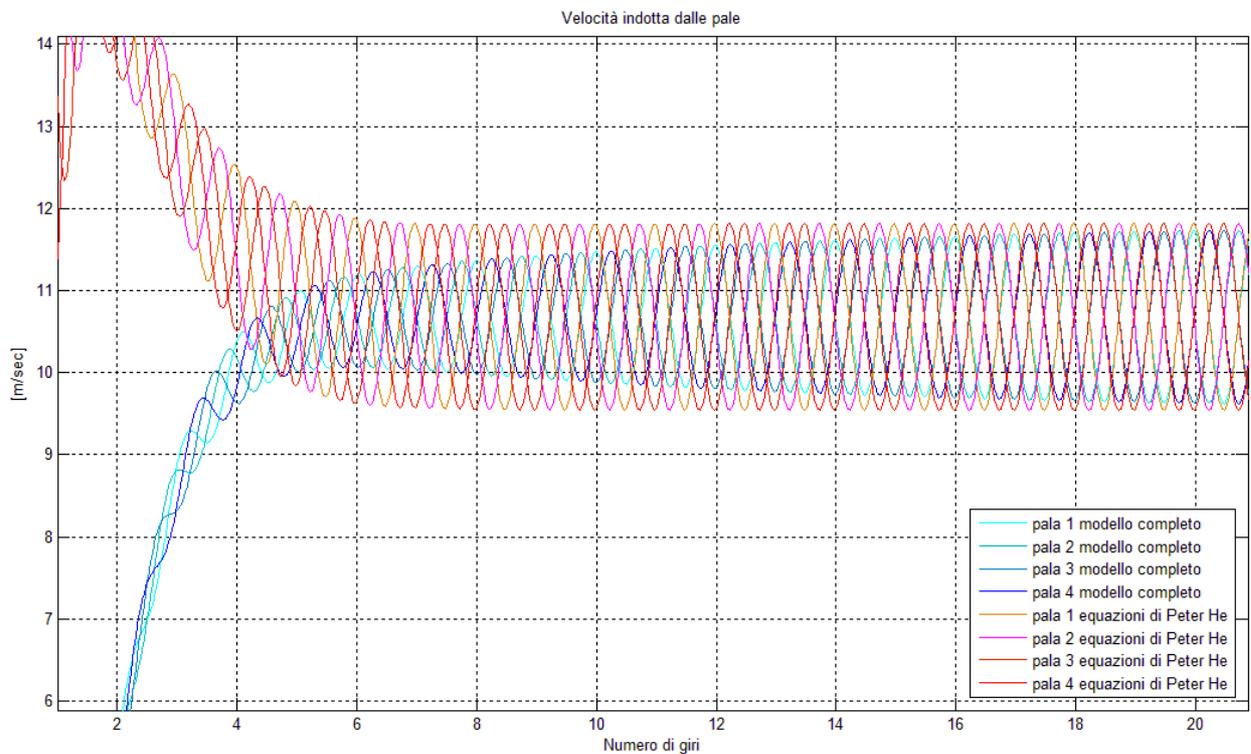


Fig. 6.7 – Particolare dell'andamento della velocità indotta

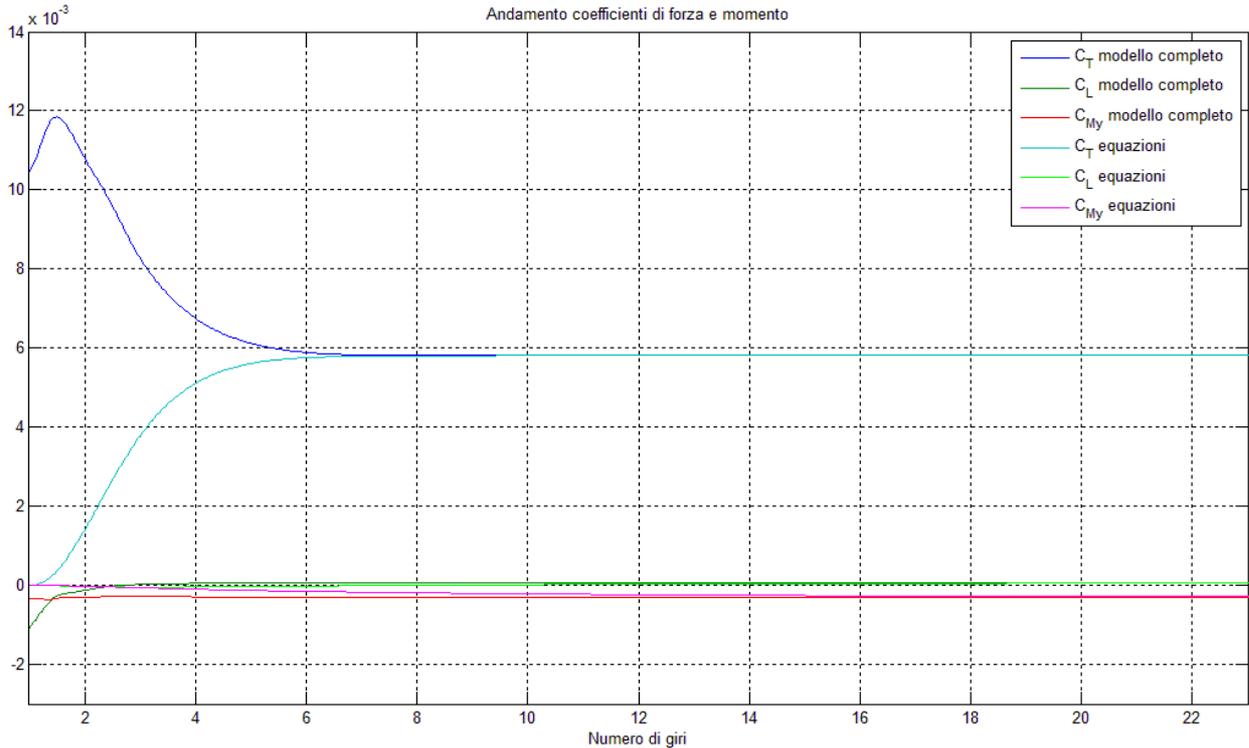


Fig. 6.8 – Andamento dei coefficienti di forza e momento calcolati con il modello completo e con le equazioni

6.2.4 Rotore in *hovering*, non stazionario, perturbazione di ciclico

Nel test in questione si parte dalla condizione di volo del test n.1 e, giunti a regime, si introduce un gradino di ciclico longitudinale pari a -6° valutandone gli effetti sull'andamento della velocità indotta e dei coefficienti di forza e trazione. Le equazioni di *Peters-He* da risolvere dopo il gradino sono quelle non stazionarie di *hovering*:

$$\frac{8}{3\pi} \dot{v}_0 + 2v_0^2 \sqrt{k_h} = C_T \quad (6.16)$$

$$-\frac{16}{45\pi} \dot{v}_s - v_0 v_s = C_L \quad (6.17)$$

$$-\frac{16}{45\pi} \dot{v}_c - v_0 v_c = C_M \quad (6.18)$$

I risultati sono riportati in figura 6.10, in figura 6.11 e in figura 6.12, anche in questo caso la linea rossa tratteggiata indica l'istante in cui viene introdotto il gradino. I termini di confronto vengono calcolati come descritto nei precedenti test.

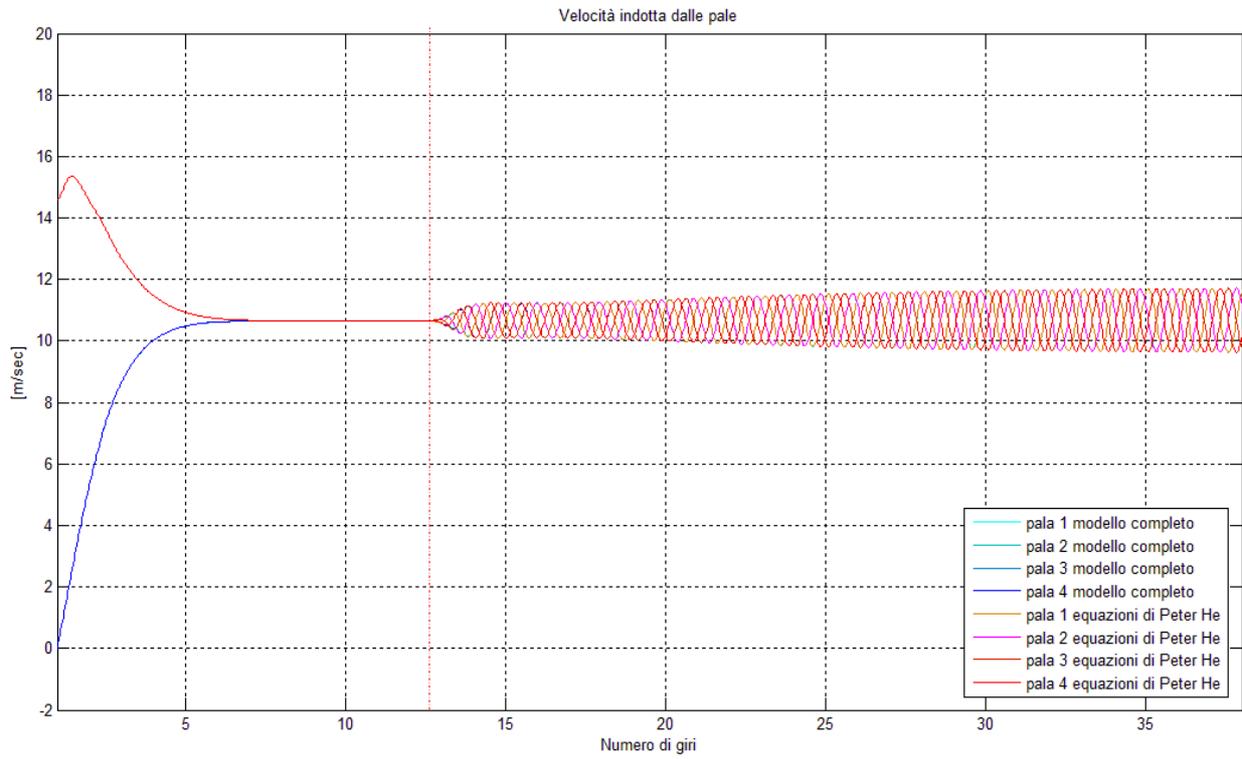


Fig. 6.9 – Andamento della velocità indotta con il modello completo e con le equazioni

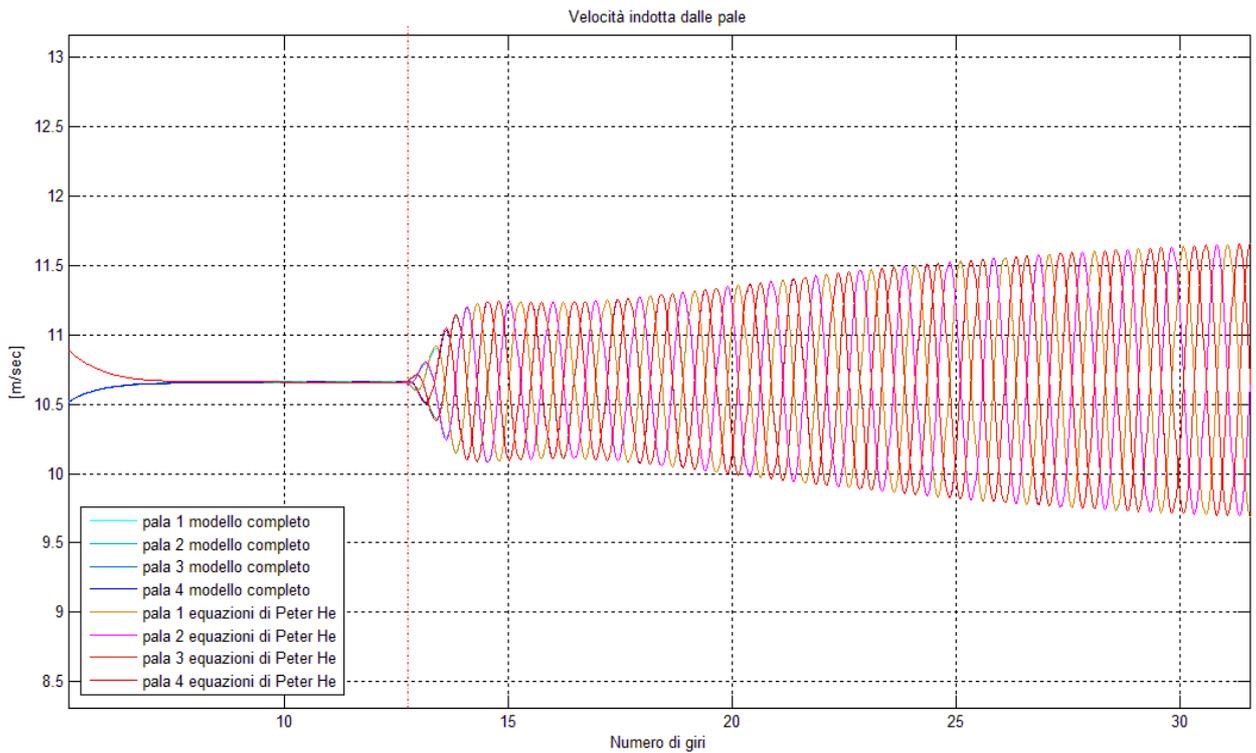


Fig. 6.10 – Particolare dell'andamento della velocità indotta

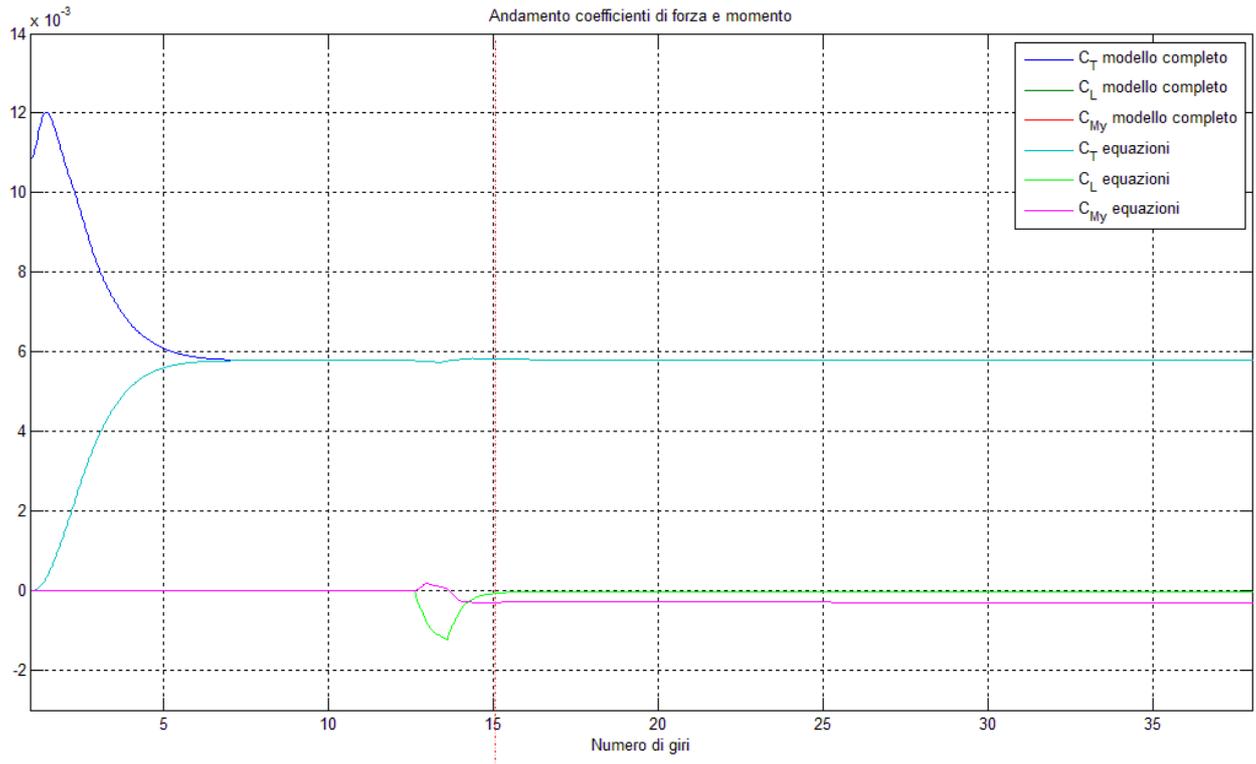


Fig. 6.11 – Andamento dei coefficienti di forza e momento calcolati con il modello completo e con le equazioni

Innanzitutto si osserva che con un gradino di comando ciclico la velocità indotta acquisisce un andamento di tipo sinusoidale che aumenta in ampiezza fino a regime. I risultati del modello completo e delle equazioni non stazionarie sono in accordo sia per quanto riguarda la velocità indotta, sia per quanto riguarda i coefficienti di forza e momento. Da notare che a seguito del gradino di ciclico longitudinale il rotore genera un momento di beccheggio (figura 6.11) di coefficiente C_M , la trazione rimane pressoché invariata mentre si ha un iniziale momento di rollio che si annulla dopo circa due giri di simulazione.

6.2.5 Rotore in volo avanzato, stazionario, comando di collettivo e ciclico

Questo test, insieme al successivo in cui partendo dalla condizione di regime in volo avanzato stazionario si introduce un gradino di comando, è stato realizzato per introdurre nella simulazione gli effetti della velocità di volo. In primo luogo bisogna tenere presente che la velocità di avanzamento influenza le azioni aerodinamiche della pala perché modifica la velocità del flusso che investe la pala stessa. Questo lo si vede in figura 6.12, dove con la linea tratteggiata si indica la distribuzione di velocità sulle pale in condizioni di *hovering* mentre il tratto continuo individua la

distribuzione risultante a seguito di una velocità V di volo. Sempre dalla stessa figura, è da notare lo spostamento del punto a velocità nulla verso la pala retrocedente.

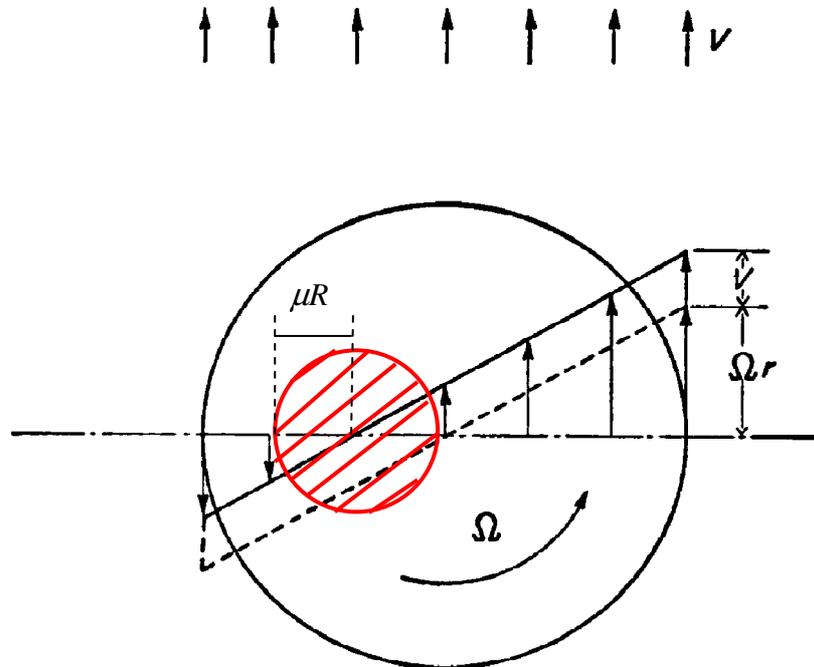


Fig. 6.12 – Distribuzione di velocità sulla pala avanzante e retrocedente nel rotore in volo avanzato

La zona circolare di raggio μR centrata nel punto a velocità nulla è detta *zona di inversione del flusso*, dove è molto complicato valutare la variazione di incidenza, fortunatamente prove sperimentali dimostrano che questa zona ha una scarsa influenza nelle forze e momenti totali generate dal rotore.

I valori dei comandi utilizzati in questo test sono:

- $\theta_0 = 8^\circ$;
- $\theta_{1s} = -6^\circ$;
- $\theta_{1c} = 2^\circ$.

Essendo in volo avanzato, il parametro di avanzamento μ e il parametro di *inflow* λ dovuto alla velocità asintotica sono diversi da zero, quindi le equazioni di *Peters-He* per il caso stazionario sono nuovamente le (6. 6) ma i termini delle matrici V ed L sono diversi da quelli in *hovering* proprio per la presenza di λ e μ :

$$V_T = \sqrt{k_f \mu^2 + k_h (\lambda + v_0)^2} \quad (6.19)$$

$$V_R = \frac{\mu^2 + (\lambda + v_0)(\lambda + 2v_0)}{\sqrt{\mu^2 + (\lambda + v_0)^2}} \quad (6.20)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda + v_0}{\mu} \right) \quad (6.21)$$

In particolare, la matrice L non è più diagonale, quindi il sistema di equazioni è accoppiato ed è:

$$\left[\frac{V_T}{2 + \left(\frac{15}{64} \pi \right)^2 \frac{(1 - \sin \alpha)^2}{(1 + \sin \alpha)}} \right] \left[4v_0 + \frac{15}{64} \pi v_c (1 - \sin \alpha) \right] = C_T \quad (6.22)$$

$$-V_R v_s \frac{(1 + \sin \alpha)}{4} = C_L \quad (6.23)$$

$$\left[\frac{V_R}{2 + \left(\frac{15}{64} \pi \right)^2 \frac{(1 - \sin \alpha)^2}{(1 + \sin \alpha)}} \right] \left[\frac{15}{64} \pi v_0 (1 - \sin \alpha) - \frac{v_c}{2} (1 + \sin \alpha) \right] = C_M \quad (6.24)$$

Come si può vedere, risulta molto complicato risolvere le (6.22) - (6.24) introducendo i coefficienti di forza e momento per calcolare gli stati e, di conseguenza, la velocità indotta. Si è scelto di eseguire la verifica soltanto per i coefficienti di forza e momento, introducendo nelle equazioni gli stati della velocità indotta ottenuti con il modello completo.

Di seguito si riportano i risultati. L'andamento della velocità indotta è sinusoidale e sfasato di un multiplo di $\pi/2$ tra una pala e l'altra, rispetto ai casi in *hovering* si nota pure che il valore medio è più basso e che i minimi nel giro sono negativi. Questo è dovuto al fatto che la presenza di una velocità di avanzamento comporta un campo aerodinamico che non è più simmetrico (figura 6.12) come nel caso di *hovering*. In figura 6.14 si può apprezzare la distribuzione di velocità indotta nel disco a regime per ciascuna pala, riportato nel riferimento non ruotante. In figura 6.15 si hanno gli andamenti dei coefficienti di forza e momento, si vede che i valori ottenuti dal modello completo e dalle equazioni stazionarie per volo avanzato coincidono andando a regime, mentre ovviamente nel transitorio iniziale la differenza è dovuta al termine non stazionario delle (6.5).

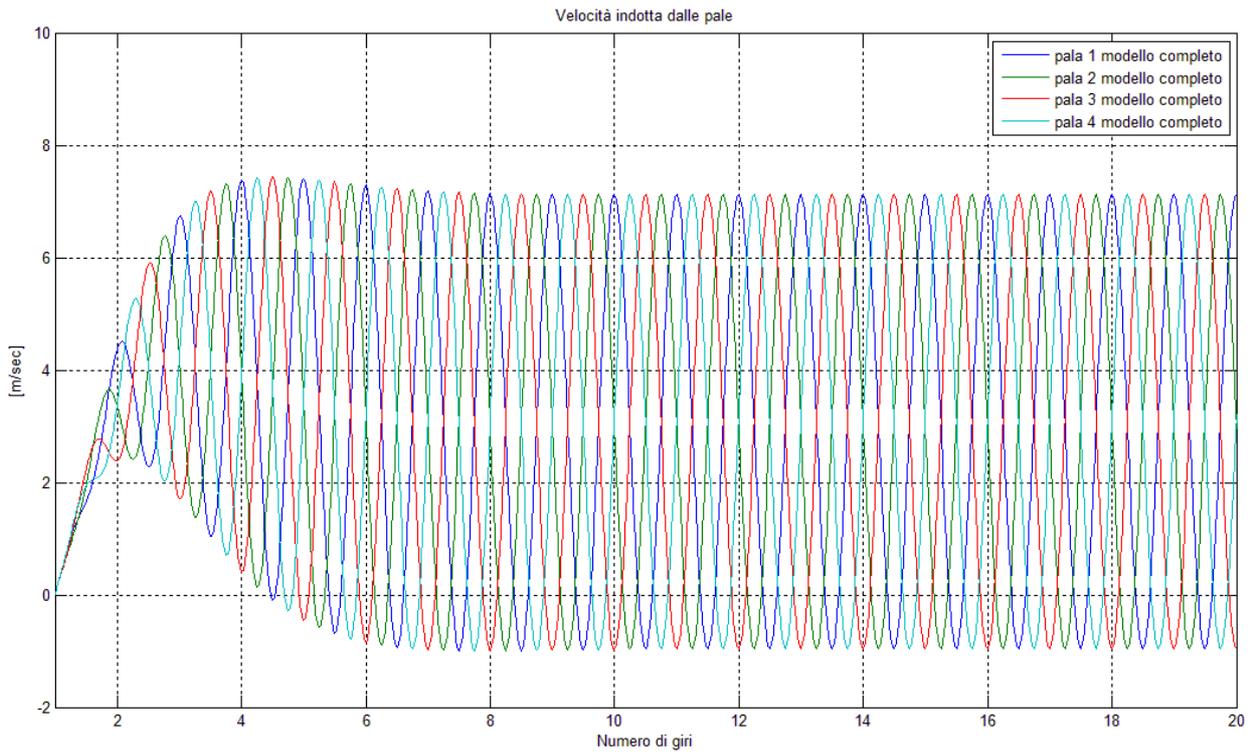


Fig. 6.13 – Andamento della velocità indotta calcolata con il modello completo

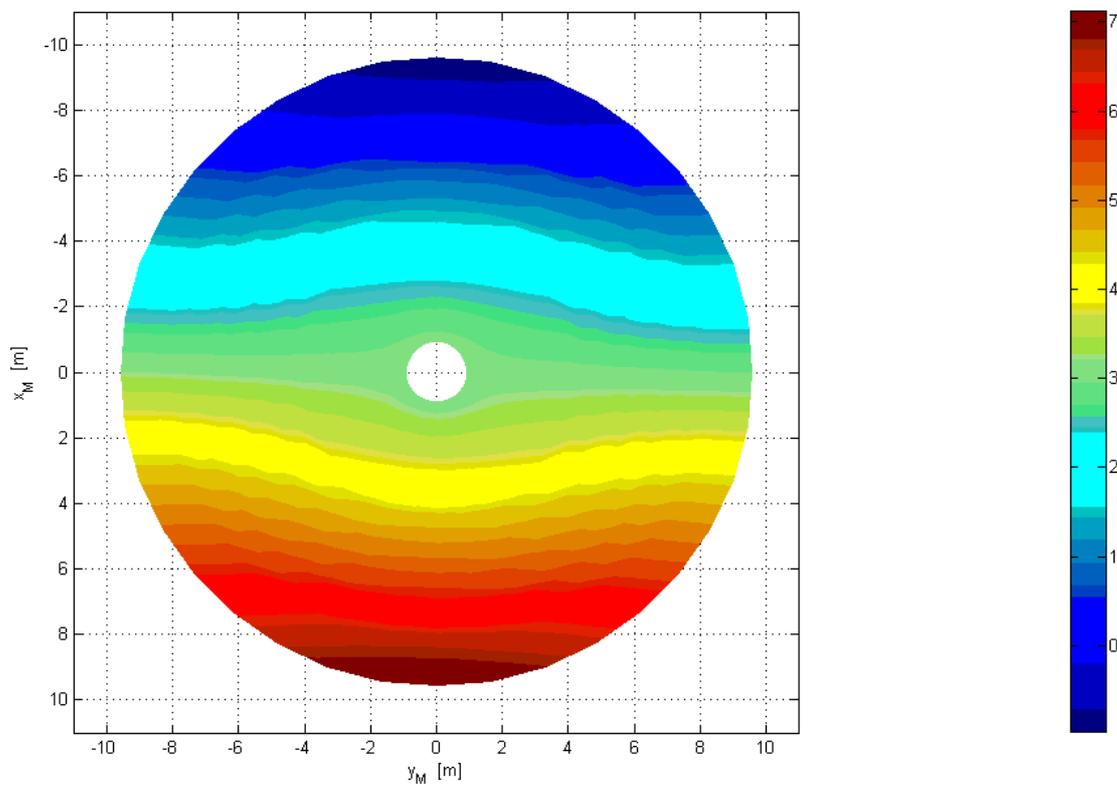


Fig. 6.14 – Distribuzione di velocità indotta a regime per ciascuna pala

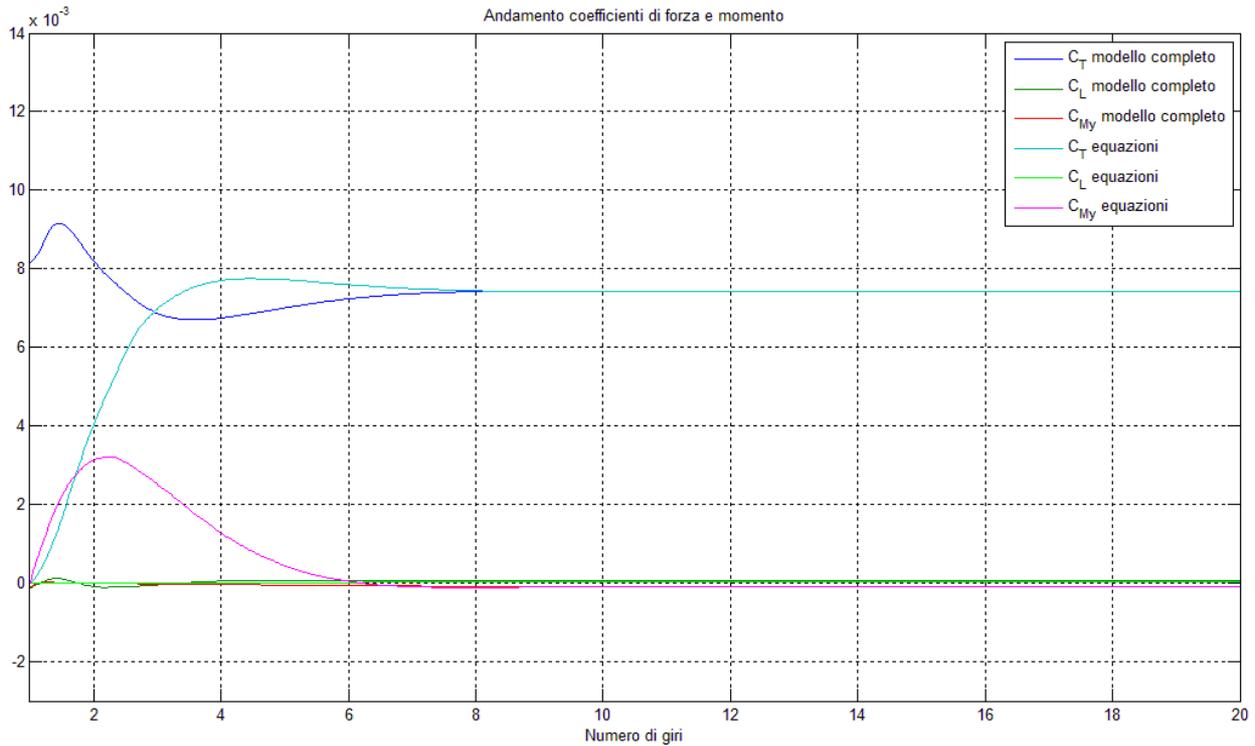


Fig. 6.15 – Andamento dei coefficienti di forza e momento calcolati con il modello completo e con le equazioni

6.2.6 Rotore in volo avanzato, non stazionario, perturbazione di comando

In questo test si va a verificare cosa succede se, partendo dalla condizione di regime raggiunta nel precedente caso n. 5, si introduce un gradino di uno qualsiasi dei comandi. In particolare si è scelto un gradino di ciclico longitudinale θ_{ls} pari a -4° . Come indicato al paragrafo precedente, a causa di difficoltà analitiche nella risoluzione del sistema di equazioni di *Peters-He* rispetto agli stati in presenza di una velocità di avanzamento, si è scelto di confrontare i coefficienti di forza e momento calcolati dalla simulazione con quelli che si ottengono dalla (6. 5), calcolati con gli stati e le derivate degli stati ottenuti dalla simulazione stessa. Di seguito si riportano i risultati della simulazione e delle equazioni per ciascuna pala.

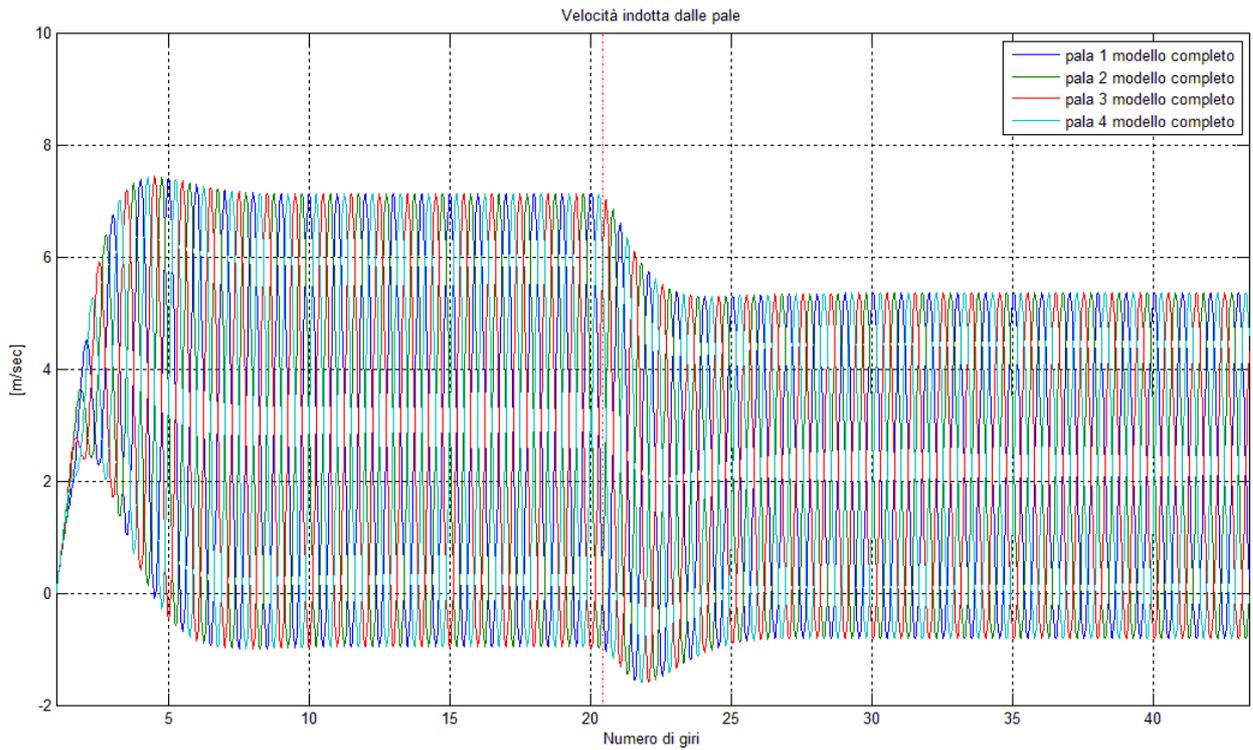


Fig. 6.19 – Andamento della velocità indotta calcolata con il modello completo

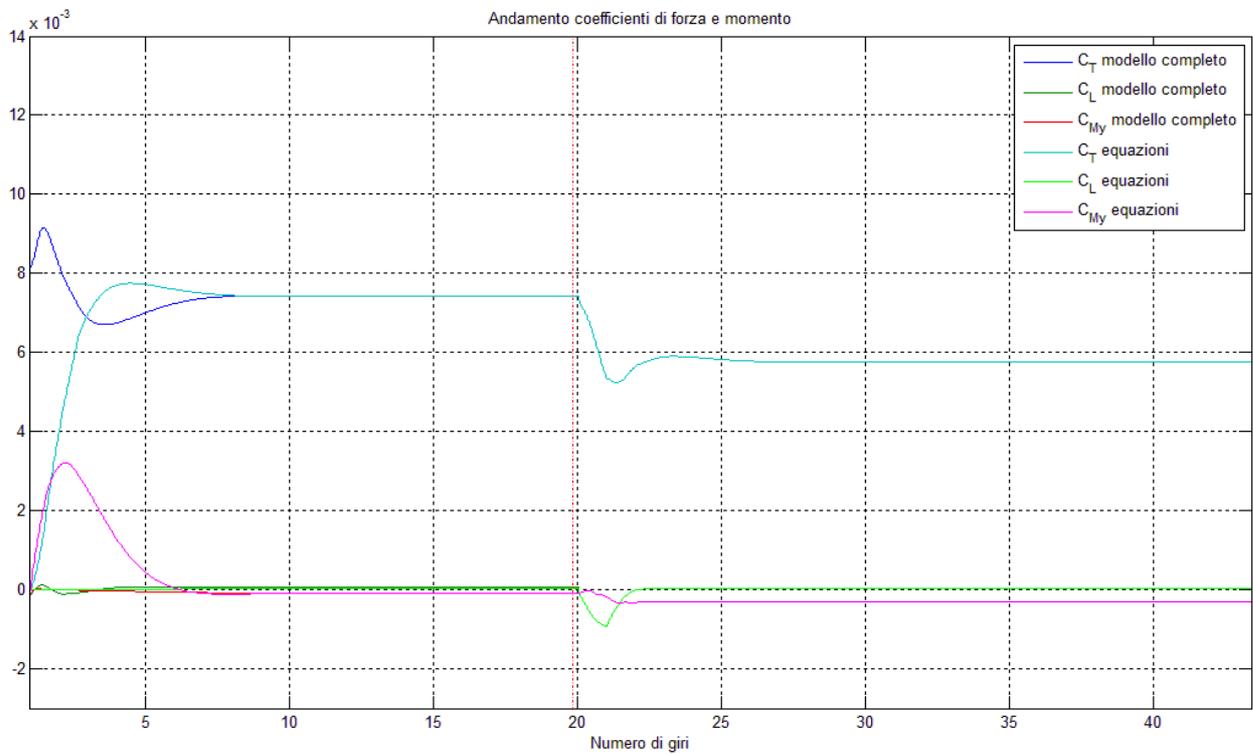


Fig. 6.20 – Andamento dei coefficienti di forza e momenti calcolati con il modello completo e con le equazioni

In figura 6.19 si osserva che, a seguito del gradino di ciclico longitudinale, si riducono i massimi della velocità indotta. Infatti, guardando la figura 6.20, si nota una decisa riduzione della trazione in quanto il rotore genera un momento di beccheggio (coefficiente C_M) che riduce l'incidenza complessiva del disco rispetto al flusso indisturbato.

Capitolo 7

Validazione del modello mediante confronto con risultati in forma chiusa

Nel presente capitolo si descrive la procedura di validazione dei risultati ottenuti dall'implementazione del modello di velocità indotta di *Peters-He* attraverso il confronto tra le derivate aerodinamiche di comando, calcolate con le relazioni analitiche viste nel secondo capitolo, e quelle calcolate con il rapporto incrementale, valutato come si vedrà nel seguito. I test di convalida sono stati eseguiti portando a regime il rotore principale e introducendo un gradino di comando di collettivo per la condizione di *hovering*, mentre nel caso di *volo avanzato* sono state testate le situazioni di gradino di comando di collettivo e gradino di comando di ciclico longitudinale.

Le ipotesi adottate sono:

- rotore isolato ($\Phi = \Theta = 0^\circ$) e a quota zero;
- piccole perturbazioni;
- pala rigida;
- svergolamento $\theta_{sv} = 0^\circ$;
- fattore correttivo della portanza al *tip* $B_{tip} = 0$;
- numero di pale $N_b = 4$;
- corda media $\bar{c} = 0.58m$ costante;
- raggio del disco rotore $R = 9.144 m$;
- pendenza della curva $C_L-\alpha$, $C_{l\alpha} = 6.54$ costante (calcolato in precedenza al capitolo 4);
- solidità del rotore $\sigma = 0.0812$;
- profilo NACA 0012.

Essendo in condizioni di piccole perturbazioni, si è scelto di verificare la correttezza dell'algoritmo di velocità indotta implementato con i seguenti valori del gradino di comando:

- 1% del comando;

- 5% del comando;
- 10% del comando.

7.1 Condizioni di *hovering*. Risultati

Nel caso di *hovering* (velocità di avanzamento $V = 0$) i test sono stati effettuati con i seguenti valori dei comandi pilota in ingresso:

- $\theta_0 = 4^\circ$;
- $\theta_{1s} = 0^\circ$;
- $\theta_{1c} = 0^\circ$.

Il confronto è stato fatto tra la relazione analitica della derivata aerodinamica del coefficiente di trazione rispetto al comando collettivo [1]:

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{6} \left[\frac{1 + 3\mu^2/2}{1 + (\sigma C_{l\alpha} \lambda_i / 4C_T) / (1 + \bar{v}_i^4)} \right] \quad (7.1)$$

e il rapporto incrementale

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} = \frac{C_T^* - C_T}{\theta_0^* - \theta_0} \quad (7.2)$$

dove le grandezze con l'apice (*) sono quelle a regime dopo il gradino, mentre quelle senza apice sono a regime prima del gradino. Nel caso di *hovering*, la (7.1) diventa

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{6} \left[\frac{1}{1 + (\sigma C_{l\alpha} \lambda_i / 8C_T)} \right] \quad (7.3)$$

in quanto $\mu = V/\Omega R = 0$ e $\bar{v}_i = v_i/v_{ih} = 1$. Dalla teoria dell'elemento di pala (capitolo 5, paragrafo 5.2), il C_T in *hovering* può essere espresso, sotto opportune ipotesi, come:

$$C_T = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{6} \left(\theta + \theta_{sv} + \frac{v_i}{\Omega R} \right) = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{6} \left(\theta_0 + \frac{v_i}{\Omega R} \right) \quad (7.4)$$

poiché si è considerato nullo lo svergolamento. Secondo il modello di velocità indotta di *Peters-He*, in condizioni di *hovering* con solo comando di collettivo si ha:

$$v_i = v_0 \Omega R \quad (7.5)$$

quindi, sostituendo la (7. 5) nella (7. 4), la (7. 2) diventa

$$\frac{C_T^* - C_T}{\theta_0^* - \theta_0} = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{6} \frac{[(\theta_0^* - \theta_0) + (v_0^* - v_0)]}{\theta_0^* - \theta_0} = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{6} \left(1 + \frac{\Delta v_0}{\Delta \theta_0}\right) \quad (7. 6)$$

dove la variazione dello stato Δv_0 è proporzionale alla variazione del collettivo $\Delta \theta_0$.

Di seguito si riportano gli andamenti per giro del coefficiente di trazione per ciascun valore del gradino, indicando con una linea a tratti l'istante in cui viene introdotto il gradino. Si riportano inoltre i risultati ottenuti calcolando il valore delle derivate aerodinamiche con la (7. 1) e la (7. 6), l'espressione (7. 1) è stata valutata a regime prima dell'introduzione del gradino, quindi ci si aspetta un valore non dipendente dall'ampiezza del gradino stesso.

In figura 7.1 si osserva che a seguito di un gradino positivo di collettivo aumentano sia la velocità indotta, sia il coefficiente di trazione. Infatti un aumento di velocità indotta comporta, nella (7. 4), un aumento di incidenza, data nel caso in esame da:

$$\alpha = \left(\theta_0 + \frac{v_i}{\Omega R}\right) \quad (7. 7)$$

e, di conseguenza, un aumento di C_T .

Dalle considerazioni precedenti ci si aspetta che la derivata aerodinamica del coefficiente di trazione sia positiva e infatti, come si vede nella tabella 7.1, si hanno valori positivi; confrontando i risultati ottenuti dalla (7. 1) e quelli dalla (7. 6), si vede che le differenze sono molto piccole, concludendo che l'implementazione del modello di velocità indotta di *Peters-He* è sufficientemente accurata nella descrizione del comportamento del rotore in condizioni di *hovering*.

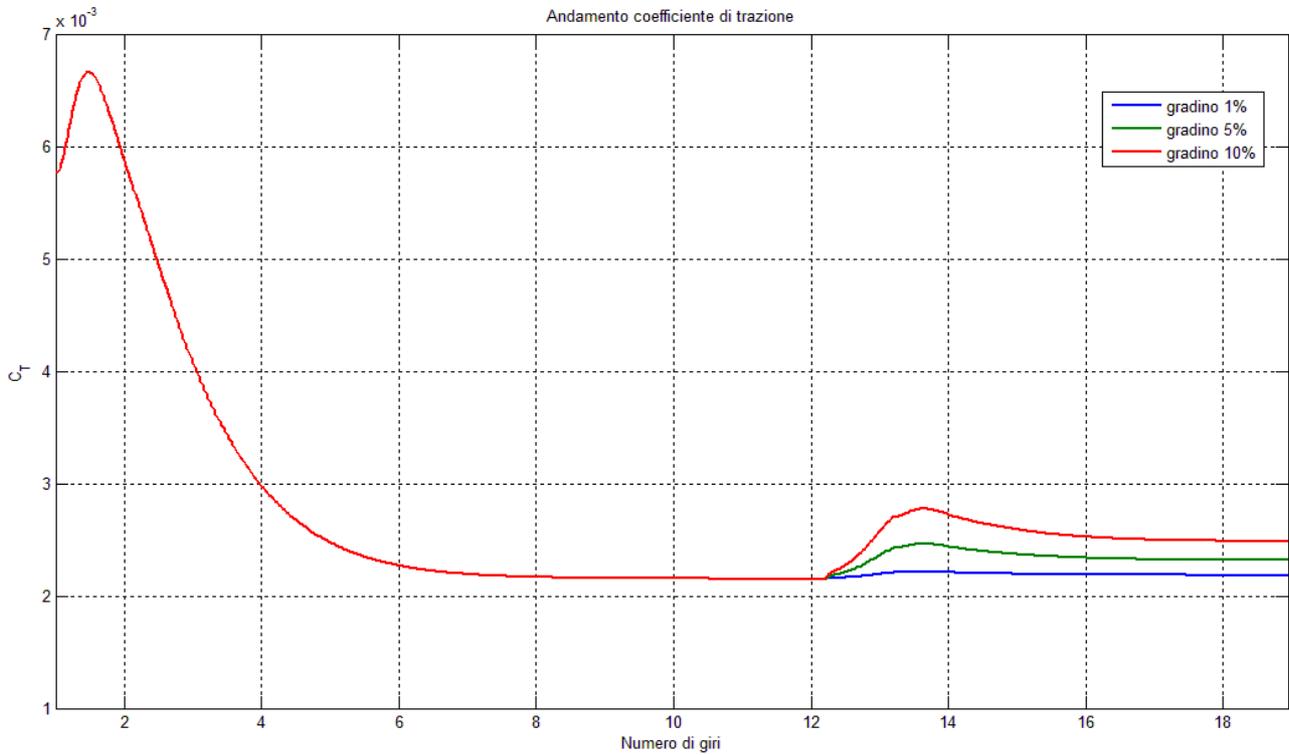


Fig. 7.1 – Andamento del coefficiente di trazione per ciascun valore del gradino

Valore del gradino	Espressione analitica (7. 1)	Rapporto incrementale (7. 2)
1 % di θ_0	0.0442	0.0469
5 % di θ_0	0.0442	0.0473
10 % di θ_0	0.0442	0.0477

Tab. 7.1 – Valori della derivata $\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0}$ al variare del gradino, condizioni di *hovering*

7.2 Condizioni di volo avanzato. Risultati

Nel caso di *volo avanzato* (velocità di avanzamento $V = 90 \text{ kts}$) i test sono stati effettuati con i seguenti valori dei comandi pilota in ingresso:

- $\theta_0 = 4^\circ$;
- $\theta_{1s} = -3^\circ$;
- $\theta_{1c} = 2^\circ$.

In questo caso sono state verificate le condizioni di gradino di collettivo e di gradino di ciclico longitudinale, facendo il confronto tra la (7. 1), dove adesso si hanno $\mu \neq 0$ e $v_i/v_{ih} < 1$, e la (7. 2) per quanto riguarda il comando di collettivo. Per quanto riguarda il comando di ciclico longitudinale, si confrontano la relazione analitica ([1]):

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}} = -\mu \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{4} \left[\frac{1}{1 + \bar{v}_i^4 + (\sigma C_{l\alpha} \lambda_i / 4 C_T)} \right] \quad (7. 8)$$

con il rapporto incrementale

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}} = \frac{C_T^* - C_T}{\theta_{1s}^* - \theta_{1s}} \quad (7. 9)$$

Dalla teoria dell'elemento di pala, l'espressione del coefficiente di trazione in volo avanzato è ([2]), nelle ipotesi viste in precedenza,

$$C_T = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{4} \left\{ \theta_0 \left(\frac{2}{3} + \mu^2 \right) + \mu [\alpha_D - (\theta_{1s} + \beta_{1s})] - \frac{v_i}{\Omega R} \right\} \quad (7. 10)$$

per cui il rapporto incrementale può essere scritto come:

$$\frac{C_T^* - C_T}{\theta_k^* - \theta_k} = \frac{C_{l\alpha}\sigma}{4\Delta\theta_k} \left\{ \Delta\theta_0 \left(\frac{2}{3} + \mu^2 \right) + \mu [\Delta\alpha_D - (\Delta\theta_{1s} + \Delta\beta_{1s})] - \frac{\Delta v_i}{\Omega R} \right\} \quad (7. 11)$$

con $k = 0, 1s$.

Si riportano di seguito i risultati delle simulazioni nel caso di variazione di comando di ciclico longitudinale ($k = 1s$) e di comando di collettivo ($k = 0$) in termini di andamento del coefficiente di trazione. Le relazioni analitiche (7. 1) e (7. 8) sono state valutate a regime prima del gradino e con

un valore di velocità indotta medio nel giro, ottenuto scomponendo in serie di armoniche la distribuzione di velocità indotta in un giro completo. Guardando attentamente gli andamenti del coefficiente di trazione, si vede che nel caso di un aumento di θ_0 si ha un aumento di trazione (figura 7.2) e quindi ci si aspettano valori positivi del rapporto incrementale e crescenti al crescere dell'ampiezza del gradino. Nel caso di un aumento di θ_{1s} invece si ha una diminuzione del C_T (figura 7.3) e quindi si prevedono valori negativi del rapporto incrementale e decrescenti al crescere dell'ampiezza del comando di ciclico longitudinale. Questi comportamenti si riscontrano nelle tabelle che raccolgono i risultati numerici delle simulazioni (tabelle 7.2 e 7.3), si osserva che i valori ottenuti con i rapporti incrementali differiscono di poco da quelli delle espressioni analitiche (7. 1) e (7. 8) e si conclude che l'algoritmo di velocità indotta implementato è sufficientemente accurato nel rappresentare il campo aerodinamico indotto da un rotore isolato in presenza di una velocità di avanzamento.

7.2.1 Gradino di comando di collettivo

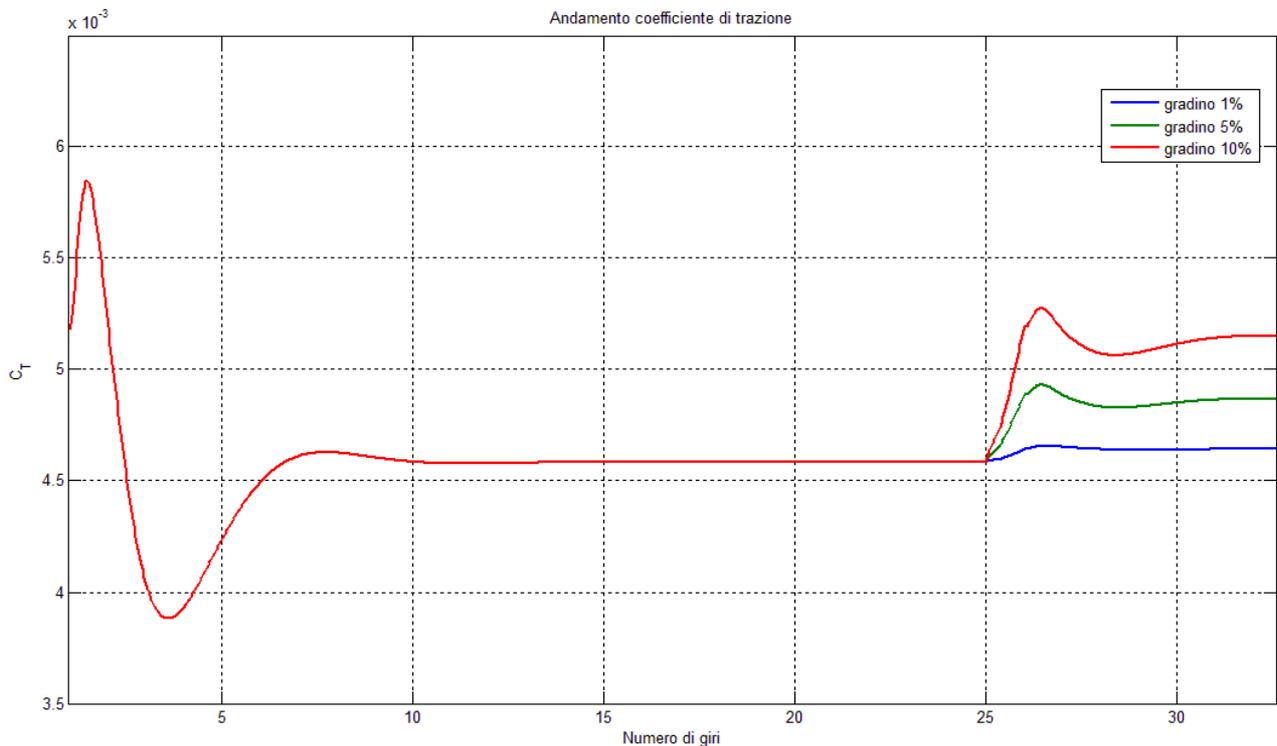


Fig. 7.2 – Andamento del coefficiente di trazione per ciascun valore del gradino

Valore del gradino	Espressione analitica (7. 1)	Rapporto incrementale (7. 2)
1 % di θ_0	0.0770	0.0795
5 % di θ_0	0.0770	0.0798
10 % di θ_0	0.0770	0.0811

Tab. 7.2 – Valori della derivata $\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0}$ al variare del gradino, condizioni di volo avanzato

7.2.2 Gradino di comando di ciclico longitudinale

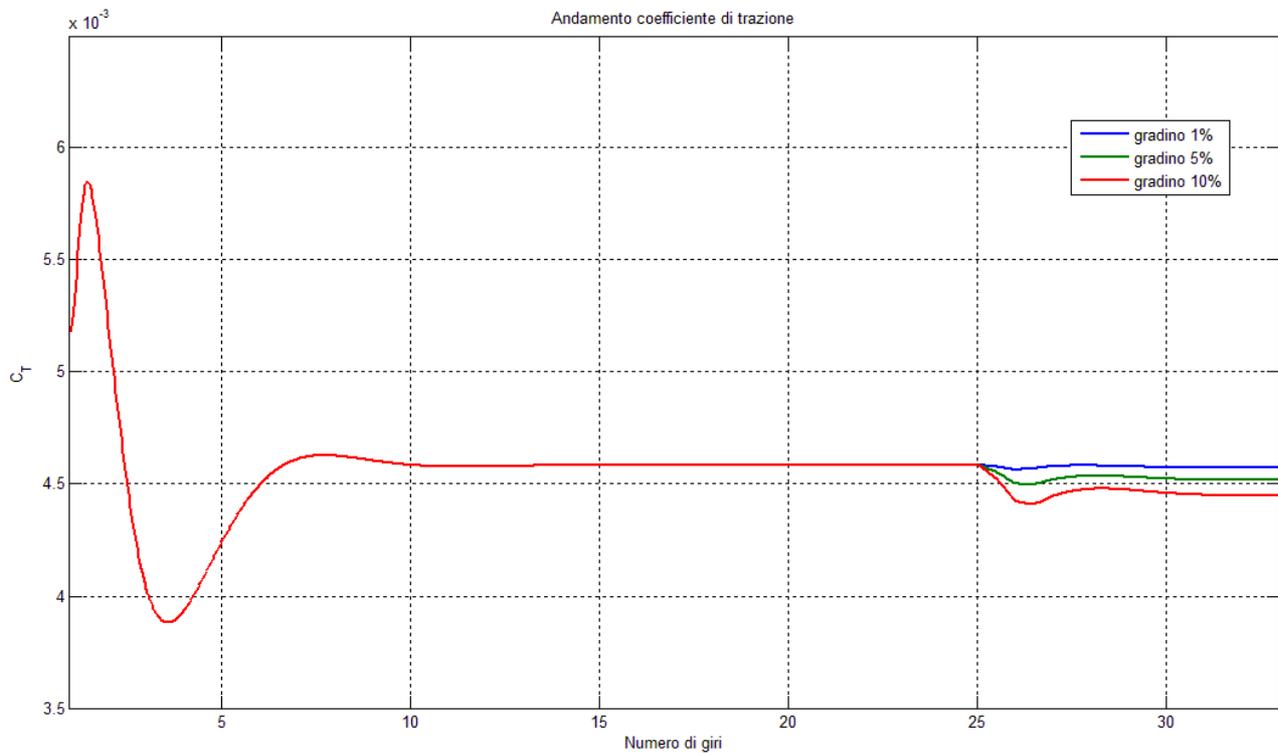


Fig. 7.3 – Andamento del coefficiente di trazione per ciascun valore del gradino

Valore del gradino	Espressione analitica (7. 1)	Rapporto incrementale (7. 2)
1 % di θ_{1s}	-0.0234	-0.0254
5 % di θ_{1s}	-0.0234	-0.0256
10 % di θ_{1s}	-0.0234	-0.0259

Tab. 7.3 – Valori della derivata $\frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}}$ al variare del gradino, condizioni di volo avanzato

Capitolo 8

Validazione del modello mediante confronto con il codice *Hedyson* in *Matlab*

In questo capitolo si riportano i risultati di quattro simulazioni condotte in particolari condizioni iniziali, confrontati con quelli ottenuti nella precedente tesi [3]. Queste simulazioni hanno l'obiettivo di confermare la corretta implementazione dei nuovi modelli nella versione *Fortran* del codice, e sono state effettuate sul rotore principale pensato come un sistema isolato.

Il rotore testato è quello del velivolo di riferimento (appendice A), le cui caratteristiche principali sono:

- raggio, $R = 9.144 \text{ m}$;
- area del disco, $A = 262.68 \text{ m}^2$;
- velocità periferica, $V_{tip} = 198.12 \text{ m/s}$;
- corda media, $\bar{c} = 0.58 \text{ m}$;
- numero di pale, $b = 4$;
- solidità, $\sigma = 0.0812$;
- profilo, NACA 0012;
- *offset* della cerniera, $e = 0.05$.

Si è considerato che il rotore fosse isolato ($\Phi = \Theta = 0$) e a quota zero, l'integrazione numerica è stata condotta utilizzando il metodo di *Runge-Kutta* di ordine 3 con passo di integrazione pari a 10 gradi (36 posizioni azimutali per giro).

I casi esaminati sono:

1. rotore in *hovering*, modello di velocità indotta di tipo *Uniform Inflow*;
2. rotore in volo avanzato, modello di velocità indotta di tipo *Uniform Inflow*;
3. rotore in *hovering*, modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati;
4. rotore in volo avanzato, modello di velocità indotta di *Peters-He* a tre stati.

8.1 Risultati

8.1.1 Caso 1

Dati di Input

<i>Comandi</i>	
Collettivo [<i>deg</i>]	8.00
Ciclico longitudinale [<i>deg</i>]	0.00
Ciclico laterale [<i>deg</i>]	0.00
<i>Assetto</i>	
Angolo di beccheggio [<i>deg</i>]	0.00
Angolo di rollio [<i>deg</i>]	0.00
<i>Condizioni di volo</i>	
Quota di volo [<i>m</i>]	0.00
Temperatura [<i>°C</i>]	15.00
Densità dell'aria [<i>kg/m³</i>]	1.225
Velocità del suono [<i>m/s</i>]	340.29
Velocità di volo [<i>kts</i>]	0.00
Velocità del rotore [<i>rpm</i>]	206.90
<i>Rotore</i>	
Raggio [<i>m</i>]	9.14
Numero di pale	4
Offset della cerniera [<i>r/R</i>]	0.05
Solidità	0.085
Rigidezza in flappeggio della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Rigidezza in ritardo della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Smorzamento in ritardo della cerniera [<i>Nm's/rad</i>]	20000
Angolo δ_3 [<i>deg</i>]	0.00
File della pala	<i>pala_rif.nl</i>
Modello di velocità indotta	<i>Uniform Inflow</i>
<i>Aerodinamica</i>	
Fattore di perdita di portanza al <i>tip</i> [<i>r/R</i>]	0.975
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>hovering</i>	1.00
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>forward-flight</i>	1.00
<i>Soluzione</i>	
Metodo di integrazione	<i>Runge-Kutta 3</i>
Massimo numero di giri	30
Numero di armoniche	5
Numero di <i>azimuth</i>	36
Tolleranza di convergenza	1.00E-5

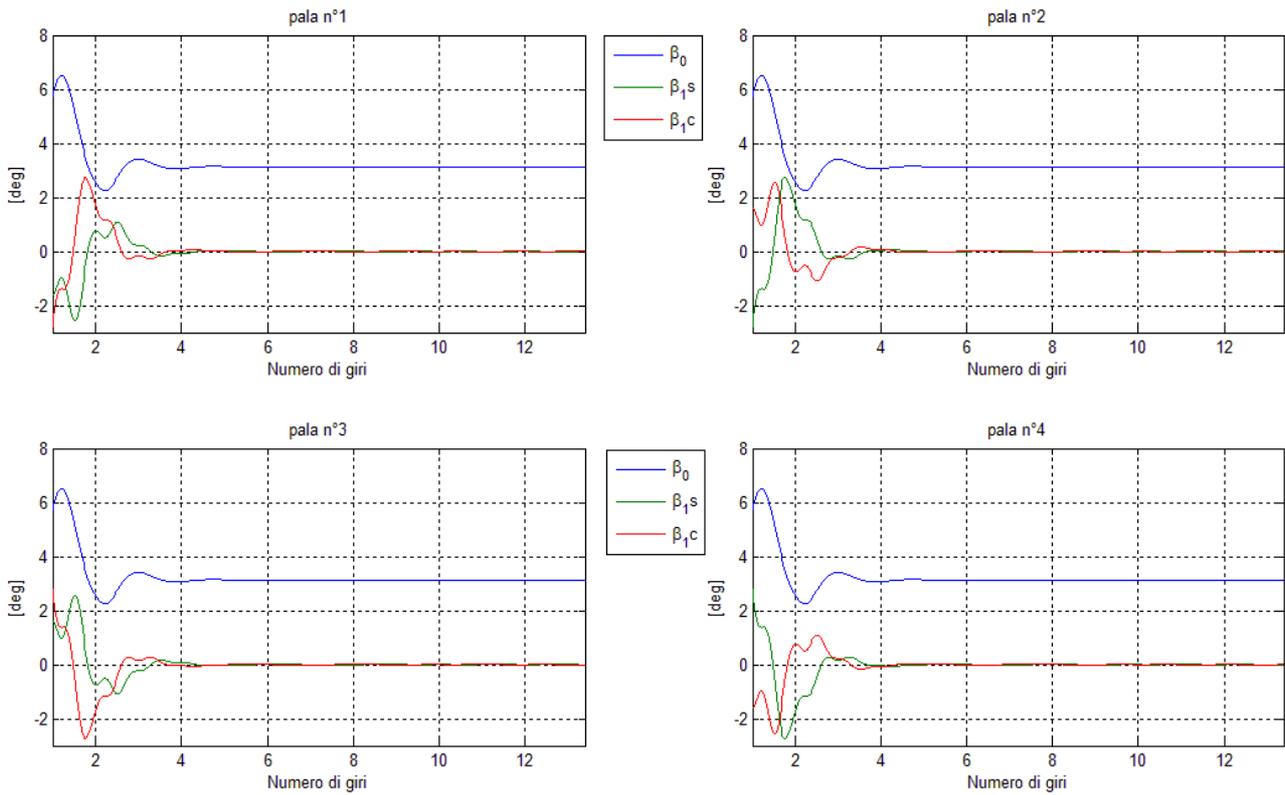


Fig. 8.1 – Andamento di β_0 , β_{1s} e β_{1c} per ciascuna pala

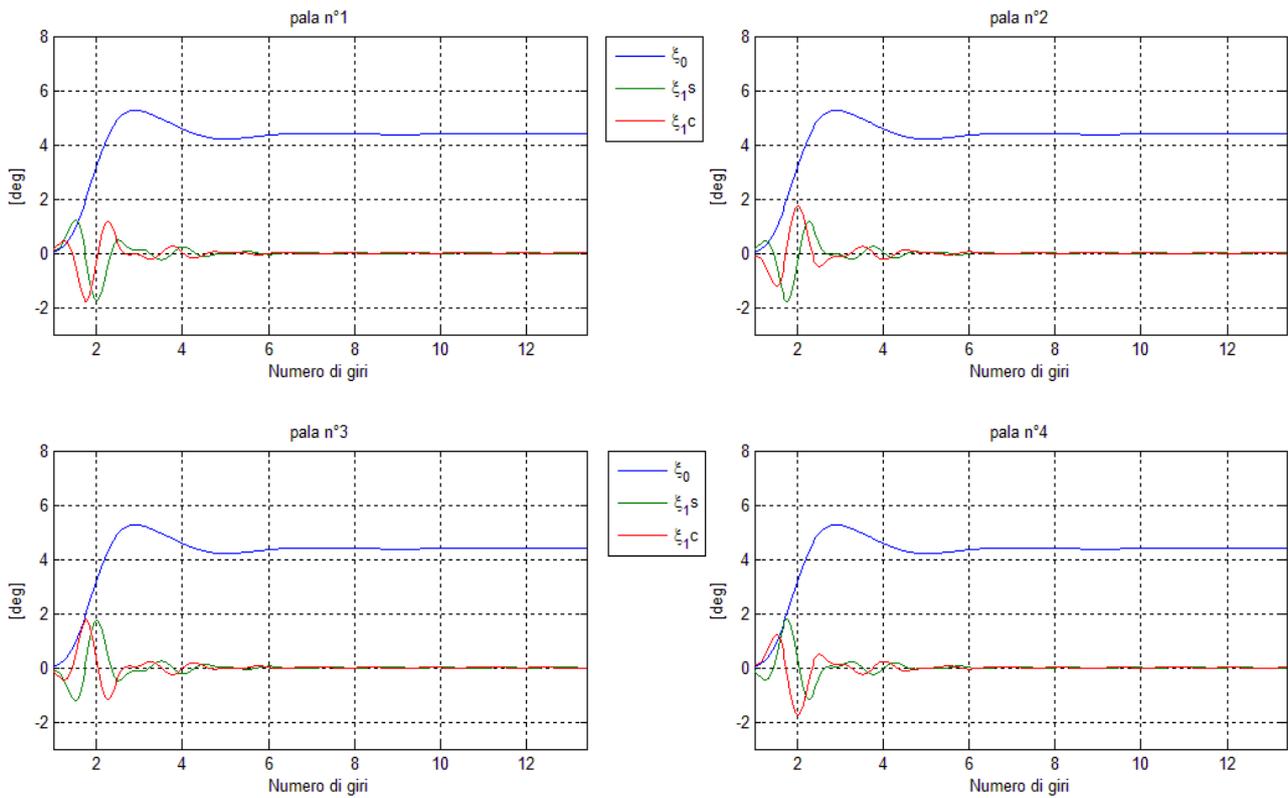


Fig. 8.2 – Andamento di ξ_0 , ξ_{1s} e ξ_{1c} per ciascuna pala

Armoniche di flappeggio e ritardo

	Pala 1		Pala 2		Pala 3		Pala 4	
	β [deg]	ξ [deg]						
Statico	3.1291	4.3861	3.1291	4.3861	3.1291	4.3861	3.1291	4.3861
1 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
1 sin	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
2 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

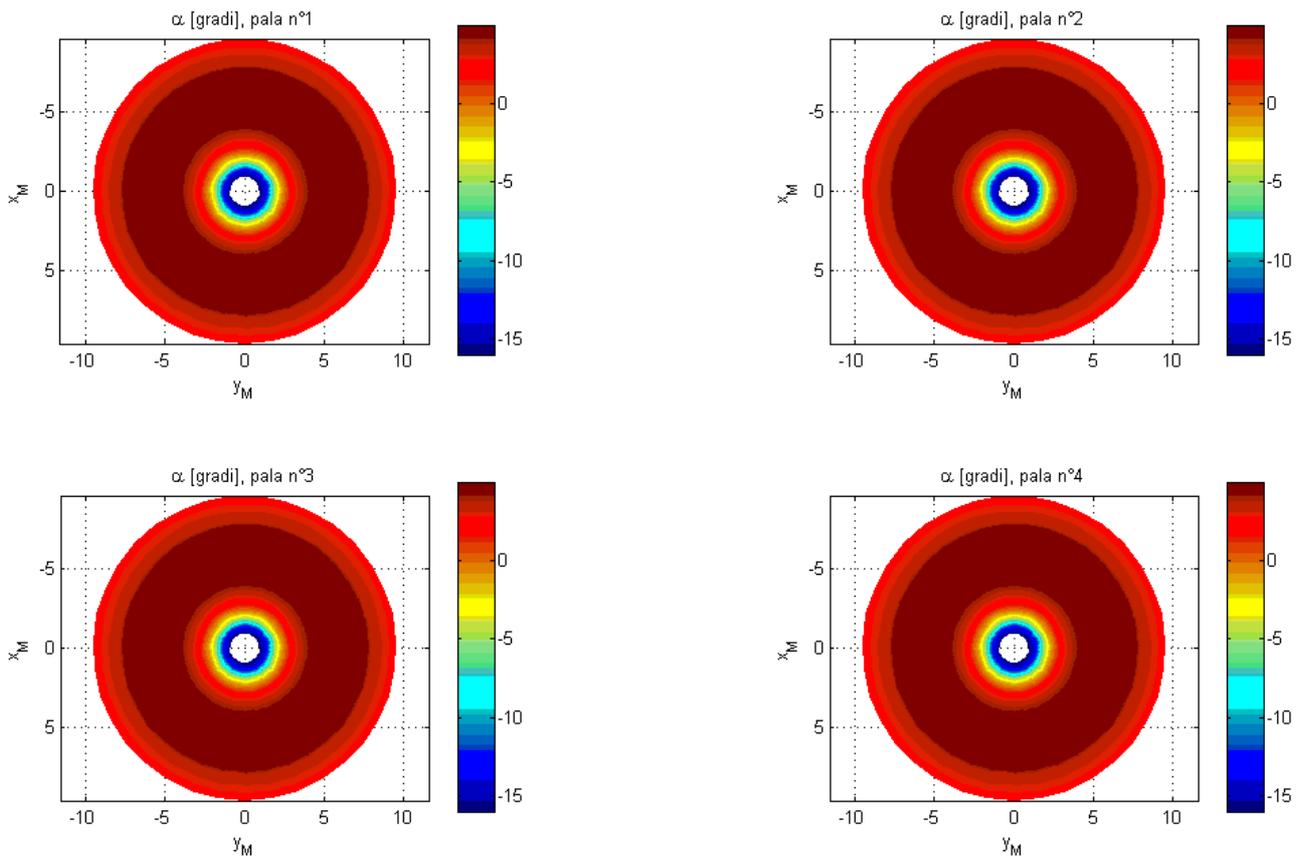


Fig. 8.3 – Distribuzione di incidenza aerodinamica α in un giro, per ciascuna pala

Carichi sulla pala 1

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.6310	-34.762
1 cos	-0.2222	-0.1736	-0.0070	0.0082	-0.0003	0.0004
1 sin	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0047	0.0008	0.0002
2 cos	0.1190	0.2006	0.0020	-0.0040	-0.0001	-0.0002
2 sin	0.0593	0.2030	-0.0006	-0.0017	-0.0002	-0.0001
3 cos	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
3 sin	-0.0094	-0.0599	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000
4 cos	0.0639	0.1399	0.0006	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	-0.0412	-0.0955	-0.0003	0.0013	0.0001	0.0001
5 sin	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.2217	-0.1752	0.0005	0.0569	-0.0558	-0.1494
1 sin	-0.1657	-0.6075	0.0010	0.1954	-0.0116	-0.0849
2 cos	0.1180	0.2018	-0.0004	-0.0651	0.0225	0.0734
2 sin	0.0582	0.2038	-0.0003	-0.0656	0.0045	0.0303
3 cos	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
3 sin	-0.0091	-0.0601	0.0001	0.0193	0.0011	-0.0031
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0100	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	-0.0407	-0.0960	0.0002	0.0309	-0.0061	-0.0238
5 sin	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.733
1 cos	-0.0005	0.0015	-0.0075	-0.0519	0.0557	0.0071
1 sin	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
2 cos	0.0010	-0.0011	0.0024	0.0649	-0.0229	-0.0034
2 sin	0.0012	-0.0008	-0.0003	0.0678	-0.0050	-0.0013
3 cos	-0.0010	0.0009	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
3 sin	-0.0004	0.0002	0.0004	-0.0203	-0.0010	0.0001
4 cos	0.0007	-0.0007	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0017
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	-0.0005	0.0005	-0.0004	-0.0314	0.0063	0.0011
5 sin	0.0003	-0.0003	0.0006	0.0200	-0.0064	-0.0010

Carichi sulla pala 2

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.630	-34.762
1 cos	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0048	0.0010	0.0002
1 sin	0.2222	0.1736	0.0069	-0.0082	0.0003	-0.0004
2 cos	-0.1190	-0.2006	-0.0020	0.0040	0.0001	0.0002
2 sin	-0.0593	-0.2030	0.0006	0.0017	0.0002	0.0001
3 cos	0.0094	0.0599	-0.0005	-0.0002	-0.0001	0.0000
3 sin	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
4 cos	0.0639	0.1399	0.0005	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
5 sin	0.0412	0.09553	0.0003	-0.0013	-0.0001	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.1657	-0.6075	0.0009	0.1954	-0.0116	-0.0849
1 sin	0.2217	0.1752	-0.0005	-0.0569	0.0558	0.1494
2 cos	-0.1180	-0.2018	0.0004	0.0651	-0.0225	-0.0734
2 sin	-0.0582	-0.2038	0.0003	0.0656	-0.0044	-0.0303
3 cos	0.0091	0.0601	-0.0001	-0.0193	-0.0011	0.0031
3 sin	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0099	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
5 sin	0.0410	0.0960	-0.0002	-0.0310	0.0060	0.0238
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.732
1 cos	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
1 sin	0.0005	-0.0015	0.0075	0.0520	-0.0560	-0.0071
2 cos	-0.0010	0.0011	-0.0024	-0.0649	0.0230	0.0034
2 sin	-0.0012	0.0010	0.0003	-0.0678	0.0050	0.0013
3 cos	0.0004	-0.0002	-0.0004	0.0203	0.0010	-0.0001
3 sin	-0.0010	0.0010	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
4 cos	0.0010	-0.0010	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0018
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	0.0003	-0.0003	0.0007	0.0200	-0.0064	-0.0010
5 sin	0.0005	-0.0005	0.0004	0.0314	-0.0063	-0.0011

Carichi sulla pala 3

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.630	-34.762
1 cos	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0048	0.0010	0.0002
1 sin	0.2222	0.1736	0.0069	-0.0082	0.0003	-0.0004
2 cos	-0.1190	-0.2006	-0.0020	0.0040	0.0001	0.0002
2 sin	-0.0593	-0.2030	0.0006	0.0017	0.0002	0.0001
3 cos	0.0094	0.0599	-0.0005	-0.0002	-0.0001	0.0000
3 sin	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
4 cos	0.0639	0.1399	0.0005	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
5 sin	0.0412	0.09553	0.0003	-0.0013	-0.0001	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.1657	-0.6075	0.0009	0.1954	-0.0116	-0.0849
1 sin	0.2217	0.1752	-0.0005	-0.0569	0.0558	0.1494
2 cos	-0.1180	-0.2018	0.0004	0.0651	-0.0225	-0.0734
2 sin	-0.0582	-0.2038	0.0003	0.0656	-0.0044	-0.0303
3 cos	0.0091	0.0601	-0.0001	-0.0193	-0.0011	0.0031
3 sin	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0099	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
5 sin	0.0410	0.0960	-0.0002	-0.0310	0.0060	0.0238
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.732
1 cos	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
1 sin	0.0005	-0.0015	0.0075	0.0520	-0.0560	-0.0071
2 cos	-0.0010	0.0011	-0.0024	-0.0649	0.0230	0.0034
2 sin	-0.0012	0.0010	0.0003	-0.0678	0.0050	0.0013
3 cos	0.0004	-0.0002	-0.0004	0.0203	0.0010	-0.0001
3 sin	-0.0010	0.0010	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
4 cos	0.0010	-0.0010	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0018
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	0.0003	-0.0003	0.0007	0.0200	-0.0064	-0.0010
5 sin	0.0005	-0.0005	0.0004	0.0314	-0.0063	-0.0011

Carichi sulla pala 4

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.630	-34.762
1 cos	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0048	0.0010	0.0002
1 sin	0.2222	0.1736	0.0069	-0.0082	0.0003	-0.0004
2 cos	-0.1190	-0.2006	-0.0020	0.0040	0.0001	0.0002
2 sin	-0.0593	-0.2030	0.0006	0.0017	0.0002	0.0001
3 cos	0.0094	0.0599	-0.0005	-0.0002	-0.0001	0.0000
3 sin	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
4 cos	0.0639	0.1399	0.0005	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
5 sin	0.0412	0.09553	0.0003	-0.0013	-0.0001	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.1657	-0.6075	0.0009	0.1954	-0.0116	-0.0849
1 sin	0.2217	0.1752	-0.0005	-0.0569	0.0558	0.1494
2 cos	-0.1180	-0.2018	0.0004	0.0651	-0.0225	-0.0734
2 sin	-0.0582	-0.2038	0.0003	0.0656	-0.0044	-0.0303
3 cos	0.0091	0.0601	-0.0001	-0.0193	-0.0011	0.0031
3 sin	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0099	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
5 sin	0.0410	0.0960	-0.0002	-0.0310	0.0060	0.0238
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.732
1 cos	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
1 sin	0.0005	-0.0015	0.0075	0.0520	-0.0560	-0.0071
2 cos	-0.0010	0.0011	-0.0024	-0.0649	0.0230	0.0034
2 sin	-0.0012	0.0010	0.0003	-0.0678	0.0050	0.0013
3 cos	0.0004	-0.0002	-0.0004	0.0203	0.0010	-0.0001
3 sin	-0.0010	0.0010	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
4 cos	0.0010	-0.0010	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0018
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	0.0003	-0.0003	0.0007	0.0200	-0.0064	-0.0010
5 sin	0.0005	-0.0005	0.0004	0.0314	-0.0063	-0.0011

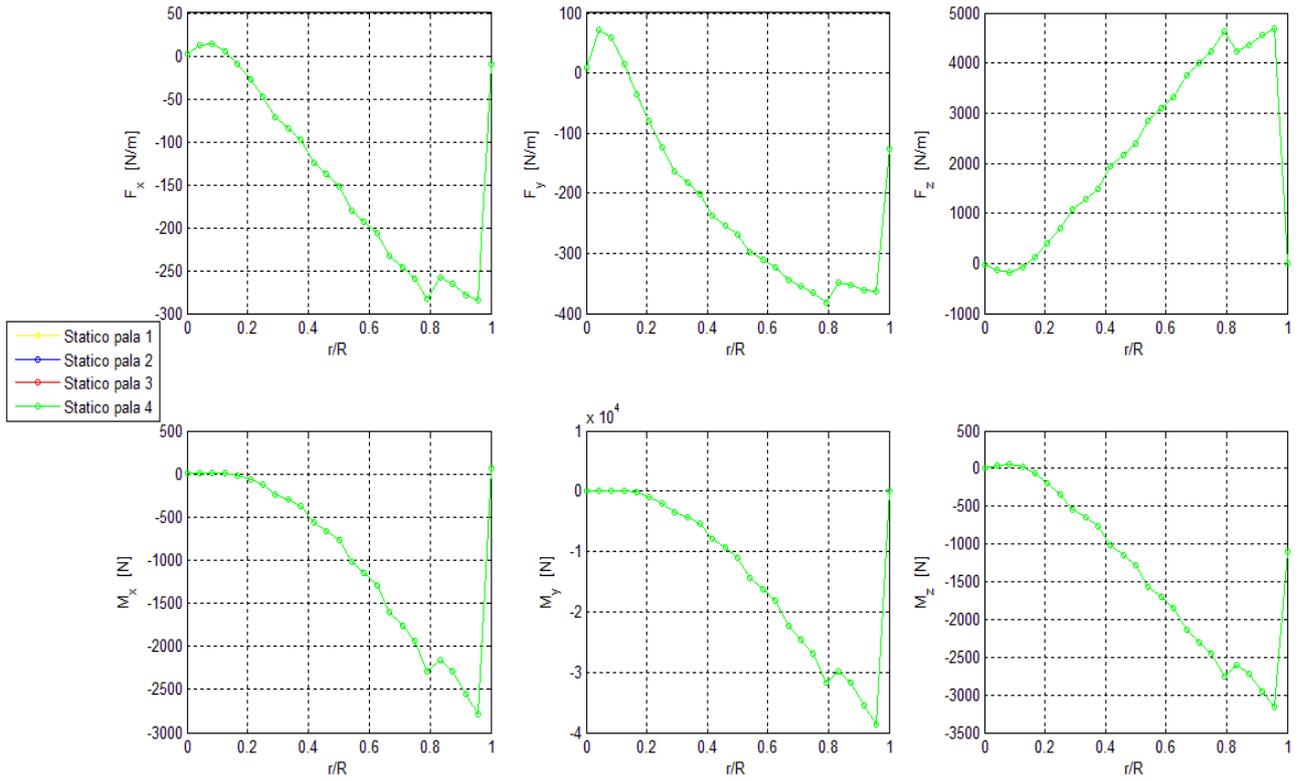


Fig. 8.4 – Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (statico)

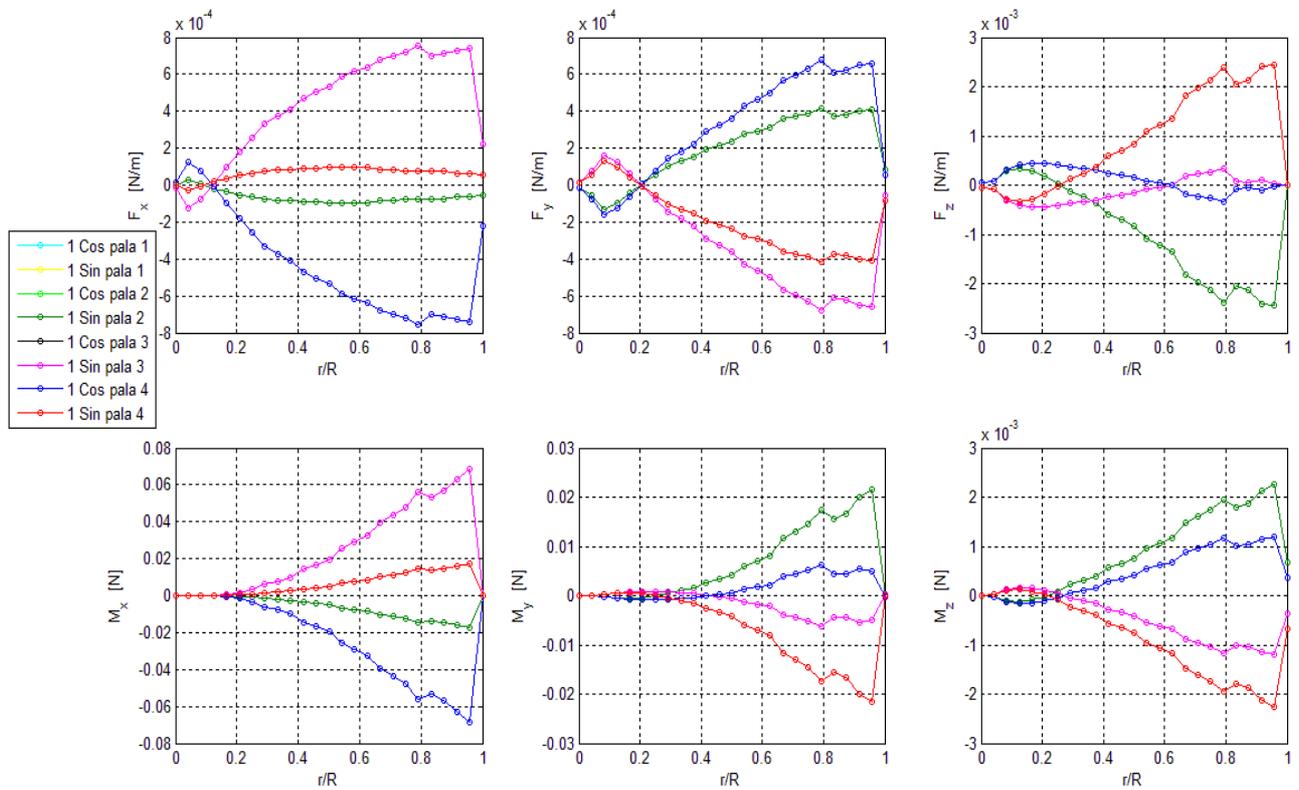


Fig. 8.5 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

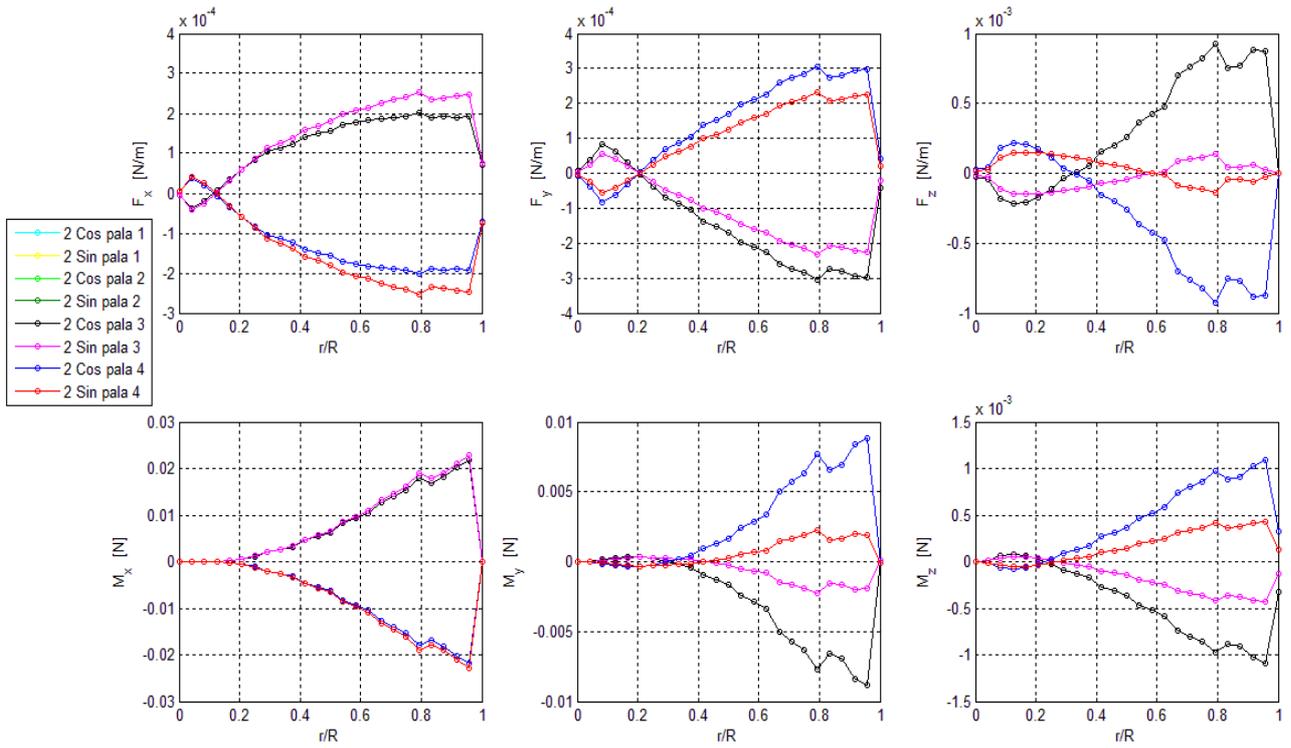


Fig. 8.6 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

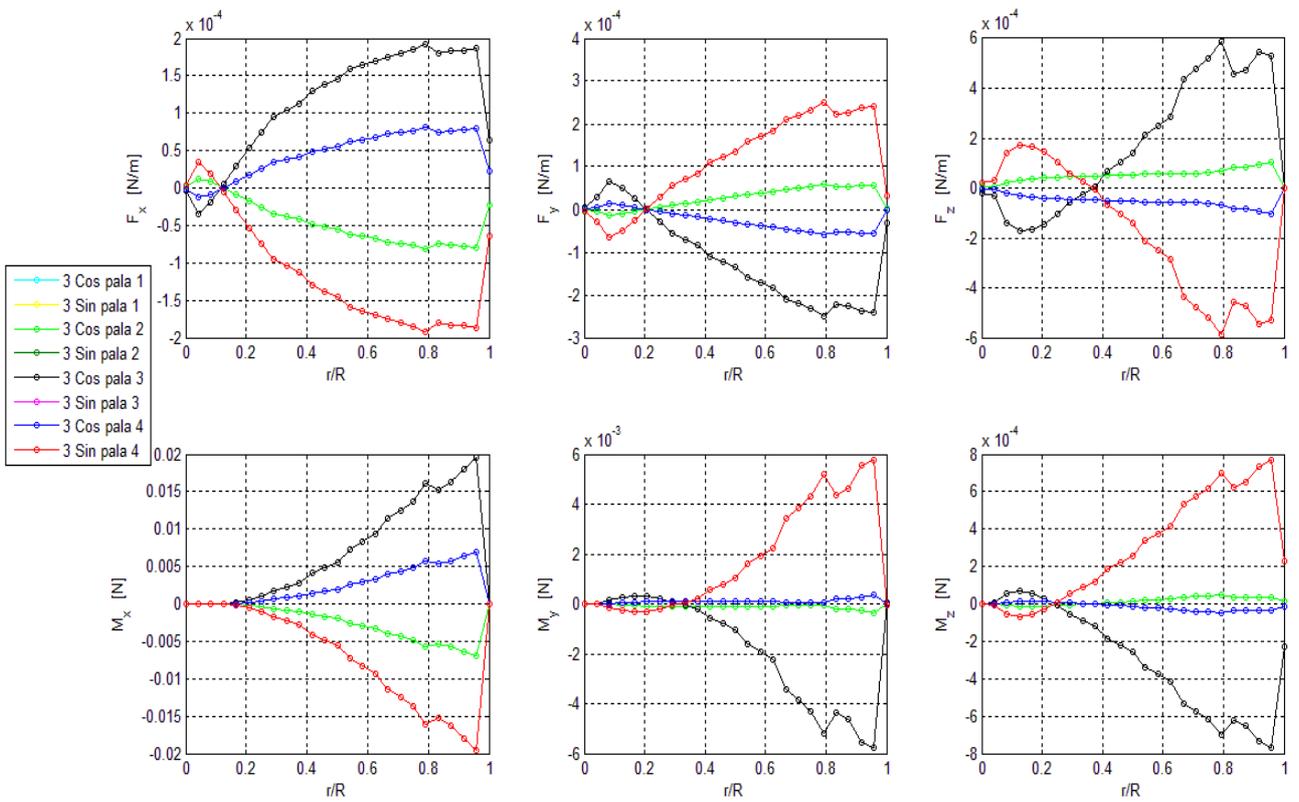


Fig. 8.7 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

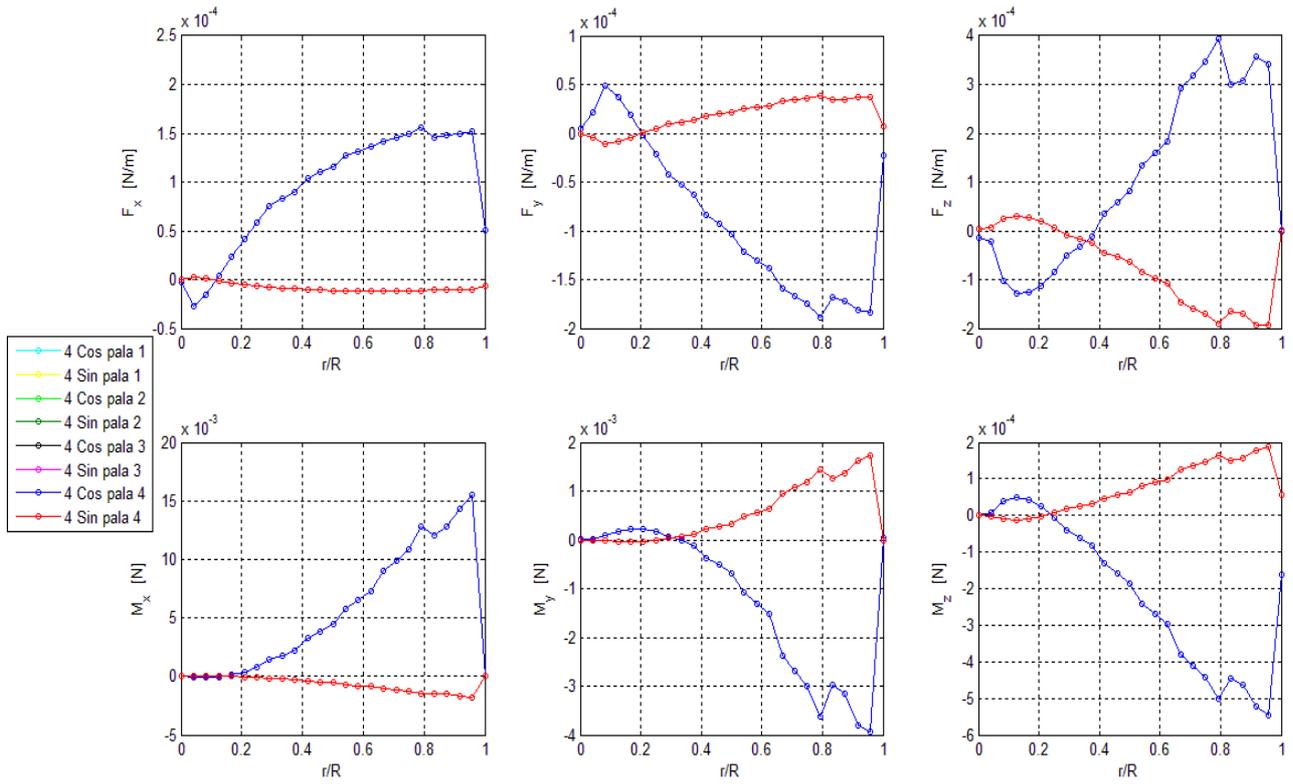


Fig. 8.8 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (quarta armonica)

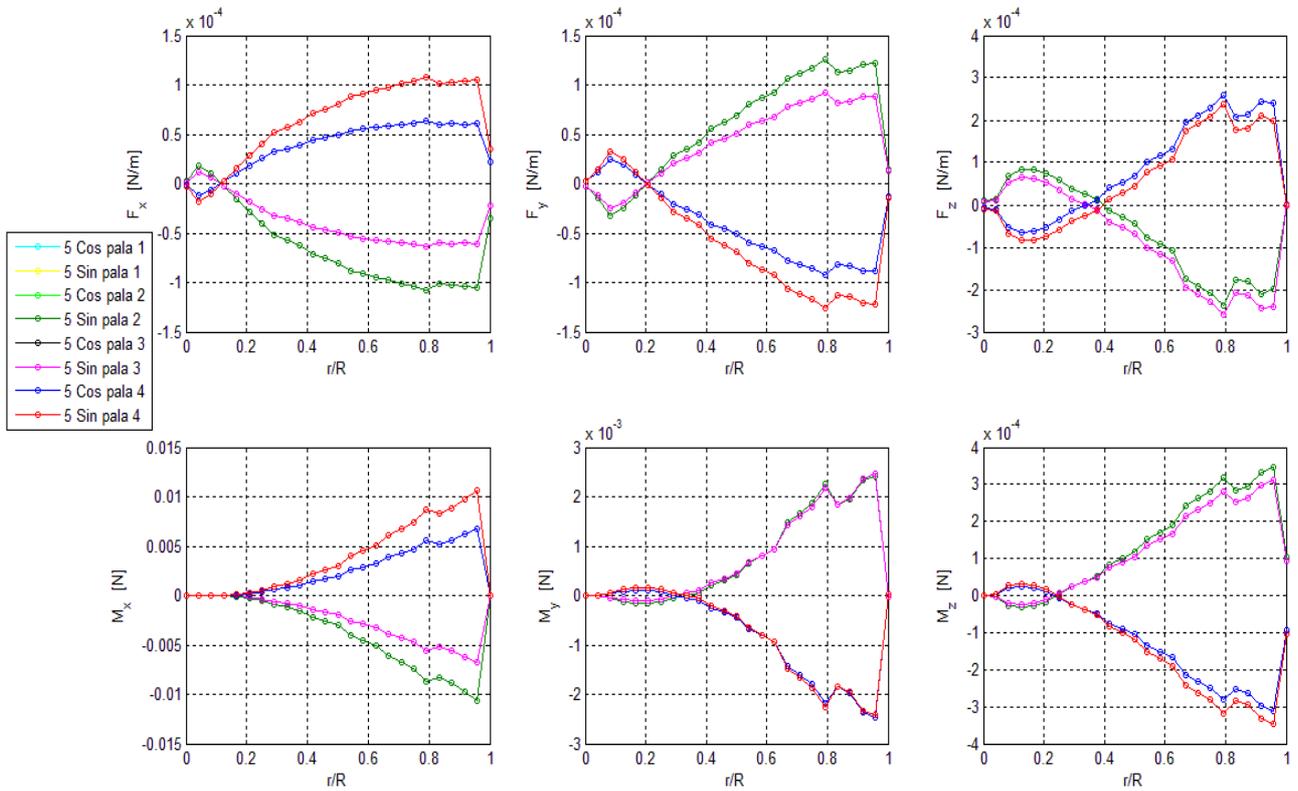


Fig. 8.9 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

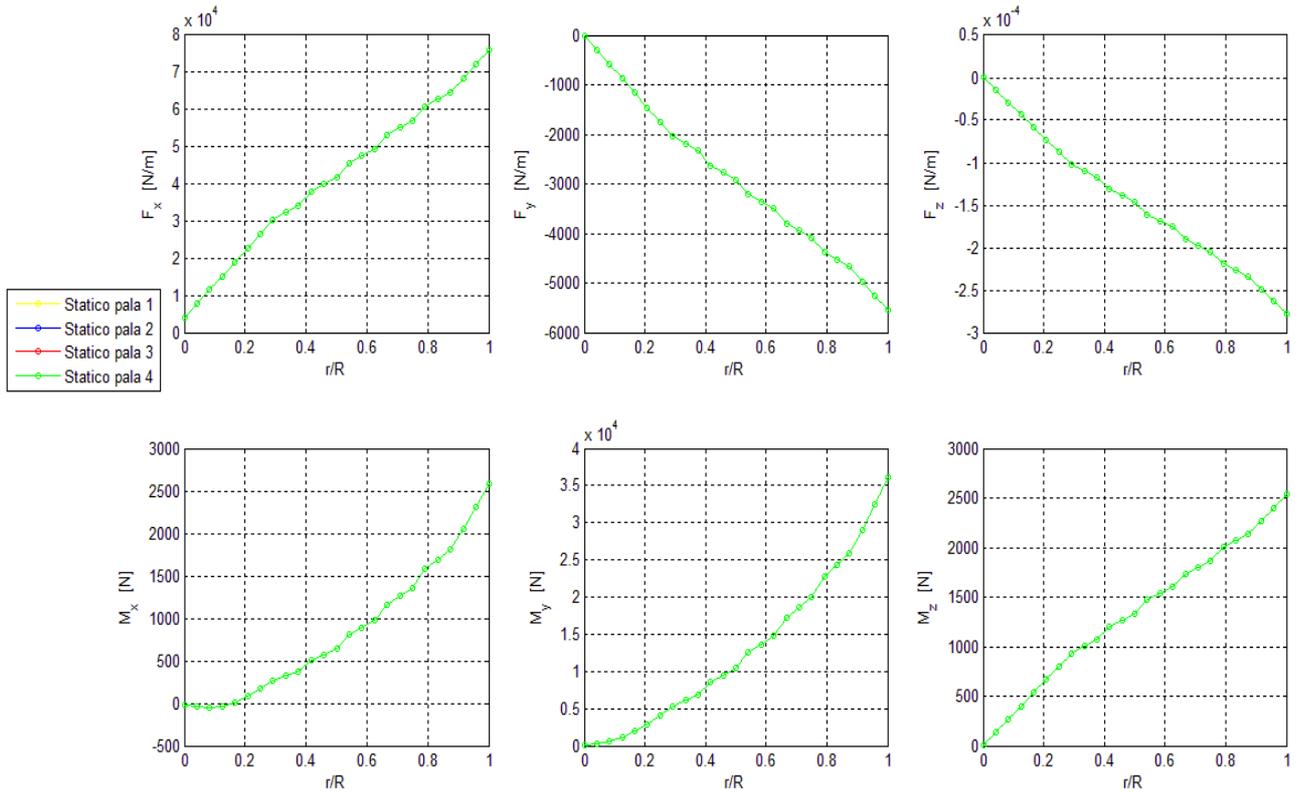


Fig. 8.10 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (statico)

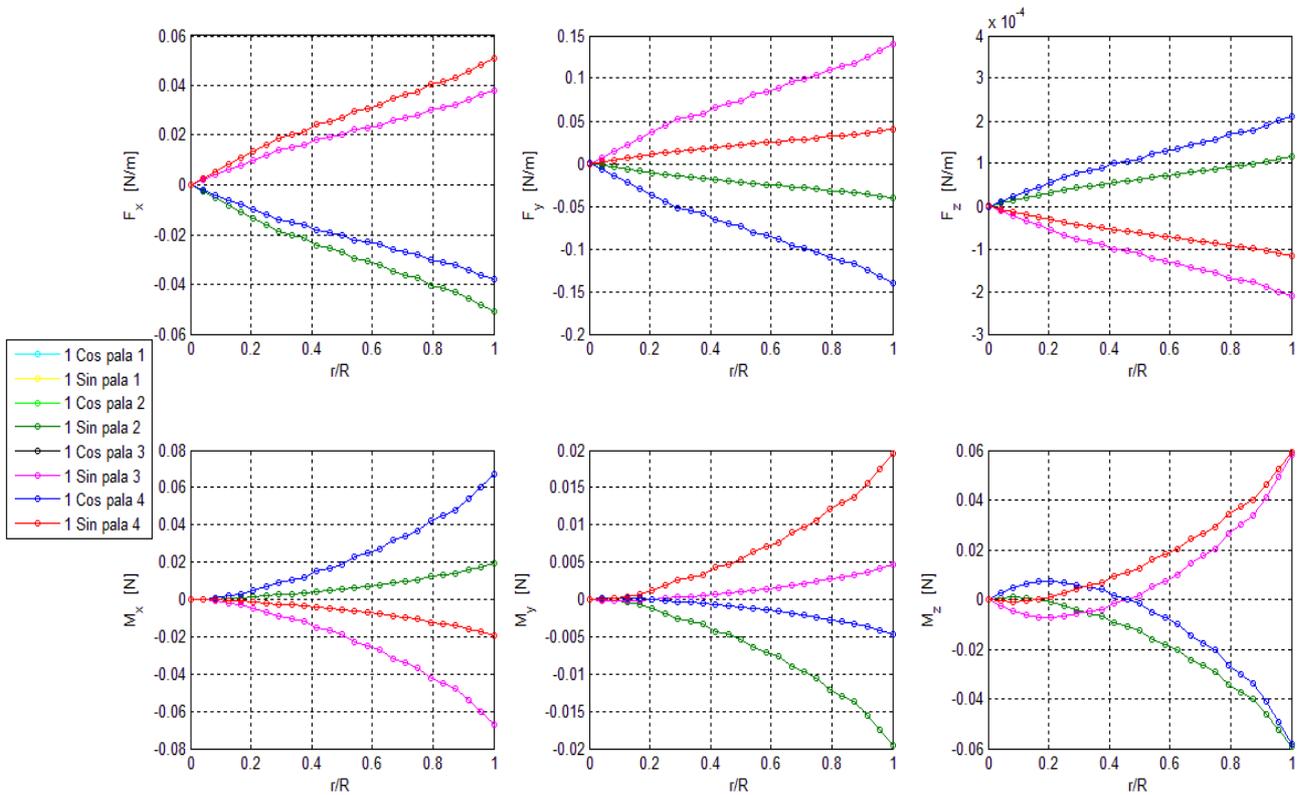


Fig. 8.11 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

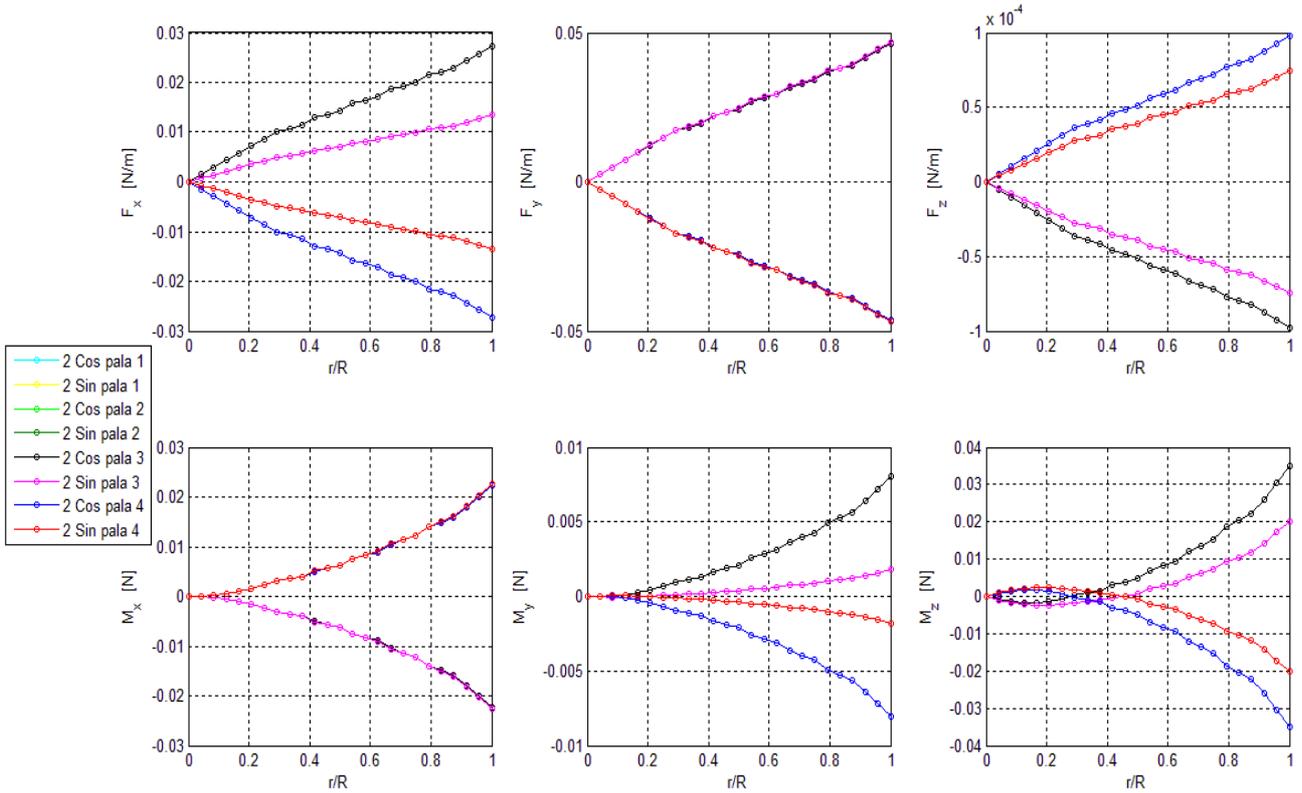


Fig. 8.12 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

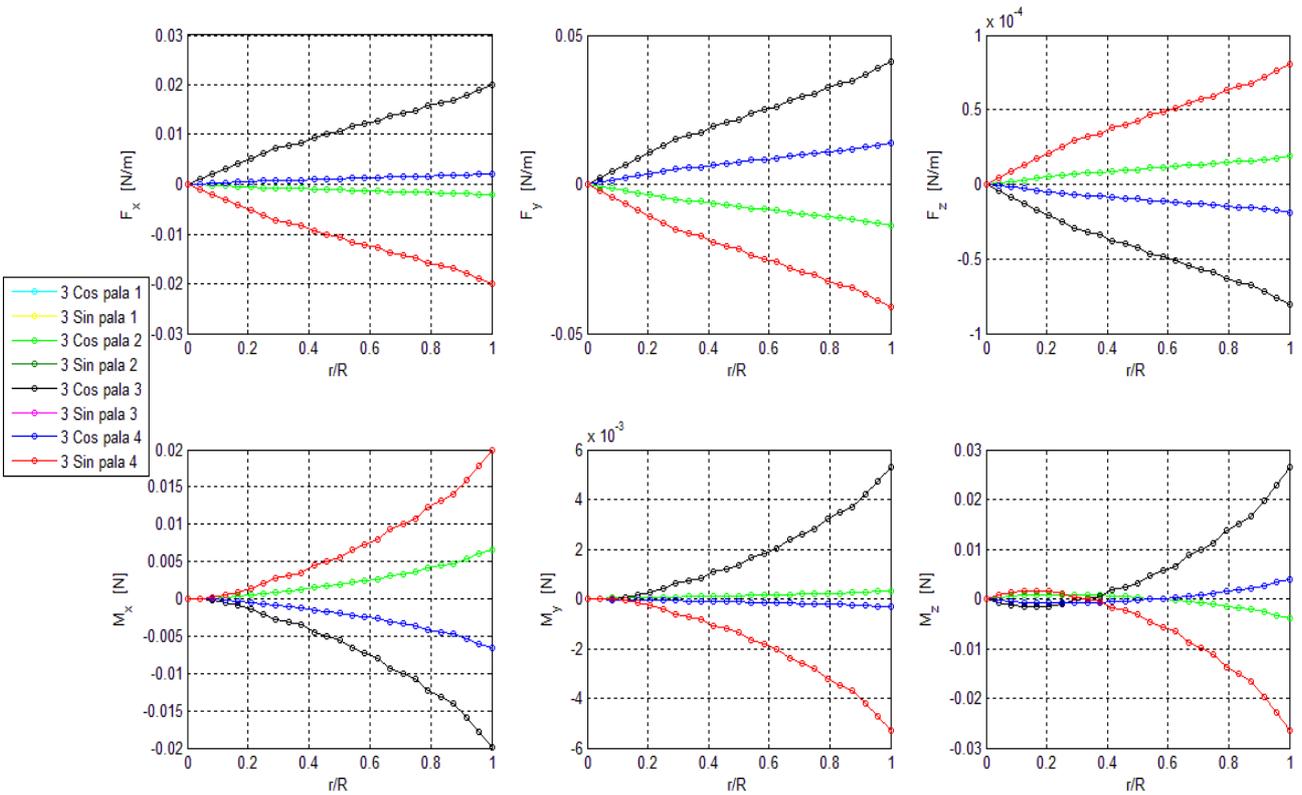


Fig. 8.13 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

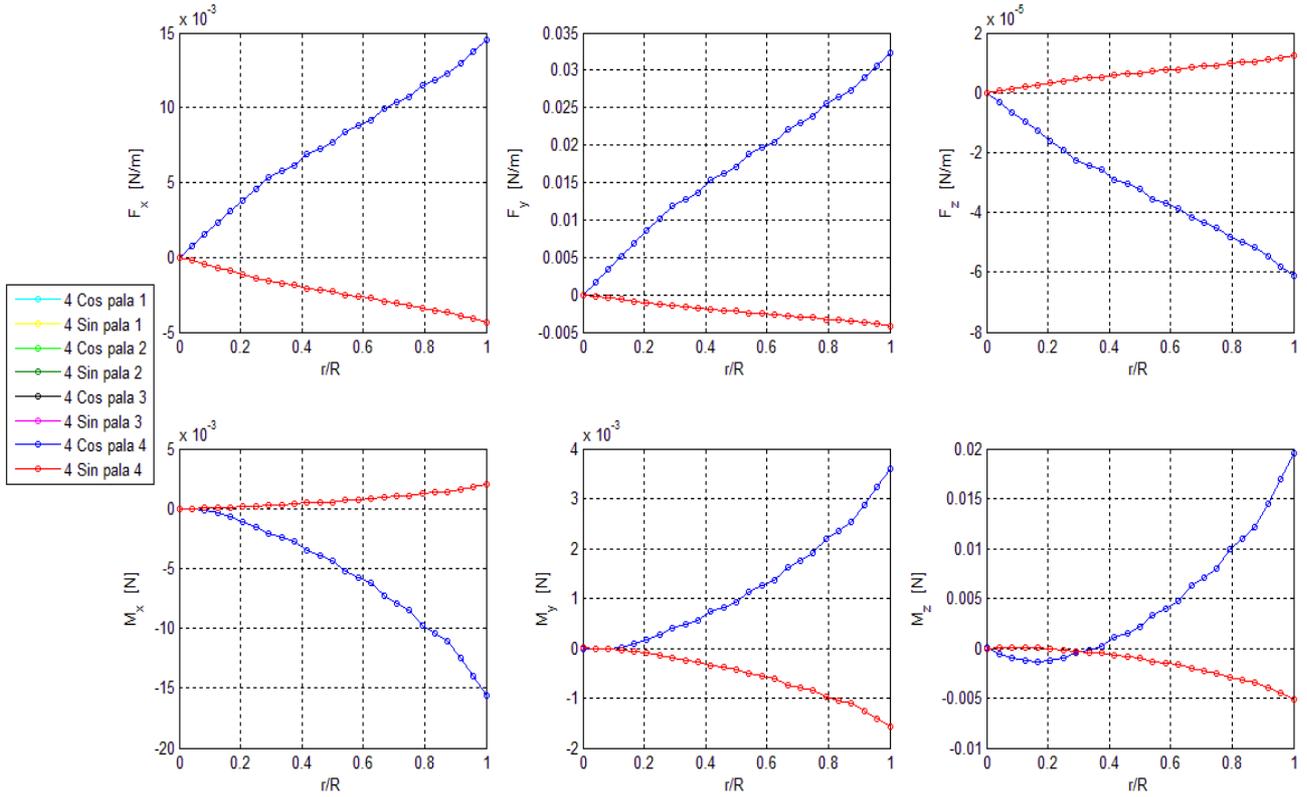


Fig. 8.14 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

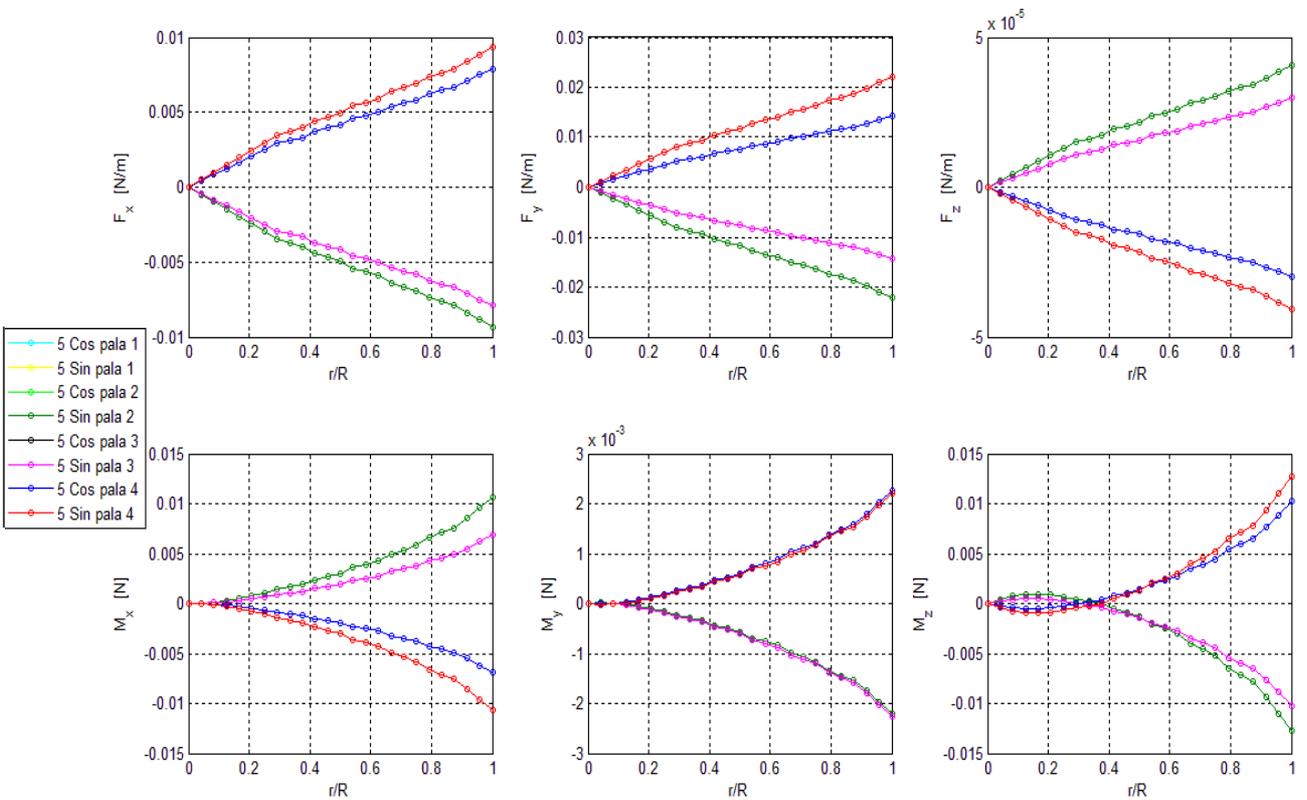


Fig. 8.15 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

Carichi al centro del mozzo

<i>Forze e Momenti RSA</i>						
	$H [N]$	$Y [N]$	$T [N]$	$M_r [Nm]$	$M_p [Nm]$	$Q [Nm]$
Statico	0.0001	-0.0001	67048.219	0.0000	0.0000	-47373.255
1 cos	0.0000	0.0000	-0.0248	0.0000	0.0000	-0.8839
1 sin	0.0000	0.0000	0.0120	0.0000	0.0000	-1.3929
2 cos	0.0000	0.0000	0.0059	0.0000	0.0000	0.6372
2 sin	0.0000	0.0000	-0.0038	0.0000	0.0000	0.4744
3 cos	0.0000	0.0000	-0.0024	0.0000	0.0000	-0.5156
3 sin	0.0000	0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	-0.1176
4 cos	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.3910
4 sin	0.0000	0.0000	-0.0018	0.0000	0.0000	-0.0801
5 cos	0.0000	0.0000	-0.0003	0.0000	0.0000	-0.2602
5 sin	0.0000	0.0000	0.0015	0.0000	0.0000	0.1906
<i>Forze e Momenti NRSA</i>						
	$H [N]$	$Y [N]$	$T [N]$	$M_r [Nm]$	$M_p [Nm]$	$Q [Nm]$
Statico	0.0000	0.0000	67048.219	0.0000	0.0000	-47373.255
1 cos	0.0001	-0.0001	-0.0248	0.0000	0.0000	-0.8839
1 sin	0.0001	0.0001	0.0120	0.0000	0.0000	-1.3929
2 cos	0.0000	0.0000	0.0059	0.0000	0.0000	0.6372
2 sin	0.0000	0.0000	-0.0038	0.0000	0.0000	0.4744
3 cos	0.0000	0.0000	-0.0024	0.0000	0.0000	-0.5156
3 sin	0.0000	0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	-0.1176
4 cos	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.3910
4 sin	0.0000	0.0000	-0.0018	0.0000	0.0000	-0.0801
5 cos	0.0000	0.0000	-0.0003	0.0000	0.0000	-0.2602
5 sin	0.0000	0.0000	0.0015	0.0000	0.0000	0.1906
<i>Forze e Momenti Aerodinamici NRSA</i>						
	$H [N]$	$Y [N]$	$T [N]$	$M_r [Nm]$	$M_p [Nm]$	$Q [Nm]$
Statico	0.0000	0.0000	73116.531	0.0000	0.0000	-47374.533
1 cos	0.0000	0.0000	-0.0268	0.0000	0.0000	0.0293
1 sin	0.0000	0.0000	0.0083	0.0000	0.0000	0.0163
2 cos	0.0000	0.0000	0.0076	0.0000	0.0000	0.0143
2 sin	0.0000	0.0000	-0.0025	0.0000	0.0000	-0.0058
3 cos	0.0000	0.0000	-0.0038	0.0000	0.0000	0.0102
3 sin	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000	0.0000	0.0006
4 cos	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000	0.0000	-0.0073
4 sin	0.0000	0.0000	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0024
5 cos	0.0000	0.0000	-0.0010	0.0000	0.0000	0.0046
5 sin	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000	0.0000	-0.0041

Performance del rotore

<i>Forze</i>		
	[N]	<i>Coefficiente</i>
<i>H</i>	0.0000	0.0000
<i>Y</i>	0.000	0.0000
<i>T</i>	73116.53	0.005789
<i>Momenti</i>		
	[Nm]	<i>Coefficiente</i>
<i>M_r</i>	0.0000	0.00000
<i>M_p</i>	0.000	0.00000
<i>Q</i>	-47374.53	-0.000410
<i>Potenza assorbita:</i>		1026.44 kW
<i>Velocità indotta(per ogni pala):</i>		10.6589 m/s

8.1.2 Caso 2

Dati di Input

<i>Comandi</i>	
Collettivo [<i>deg</i>]	8.00
Ciclico longitudinale [<i>deg</i>]	-6.00
Ciclico laterale [<i>deg</i>]	2.00
<i>Assetto</i>	
Angolo di beccheggio [<i>deg</i>]	0.00
Angolo di rollio [<i>deg</i>]	0.00
<i>Condizioni di volo</i>	
Quota di volo [<i>m</i>]	0.00
Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]	15.00
Densità dell'aria [kg/m^3]	1.225
Velocità del suono [<i>m/s</i>]	340.29
Velocità di volo [<i>kts</i>]	90.00
Velocità del rotore [<i>rpm</i>]	206.90
<i>Rotore</i>	
Raggio [<i>m</i>]	9.14
Numero di pale	4
Offset della cerniera [<i>r/R</i>]	0.05
Solidità	0.085
Rigidità in flappeggio della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Rigidità in ritardo della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Smorzamento in ritardo della cerniera [<i>Nm/s/rad</i>]	20000
Angolo δ_3 [<i>deg</i>]	0.00
File della pala	<i>pala_rif.nl</i>
Modello di velocità indotta	<i>Uniform Inflow</i>
<i>Aerodinamica</i>	
Fattore di perdita di portanza al <i>tip</i> [<i>r/R</i>]	0.975
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>hovering</i>	1.00
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>forward-flight</i>	1.00
<i>Soluzione</i>	
Metodo di integrazione	<i>Runge-Kutta 3</i>
Massimo numero di giri	30
Numero di armoniche	5
Numero di <i>azimuth</i>	36
Tolleranza di convergenza	1.00E-5

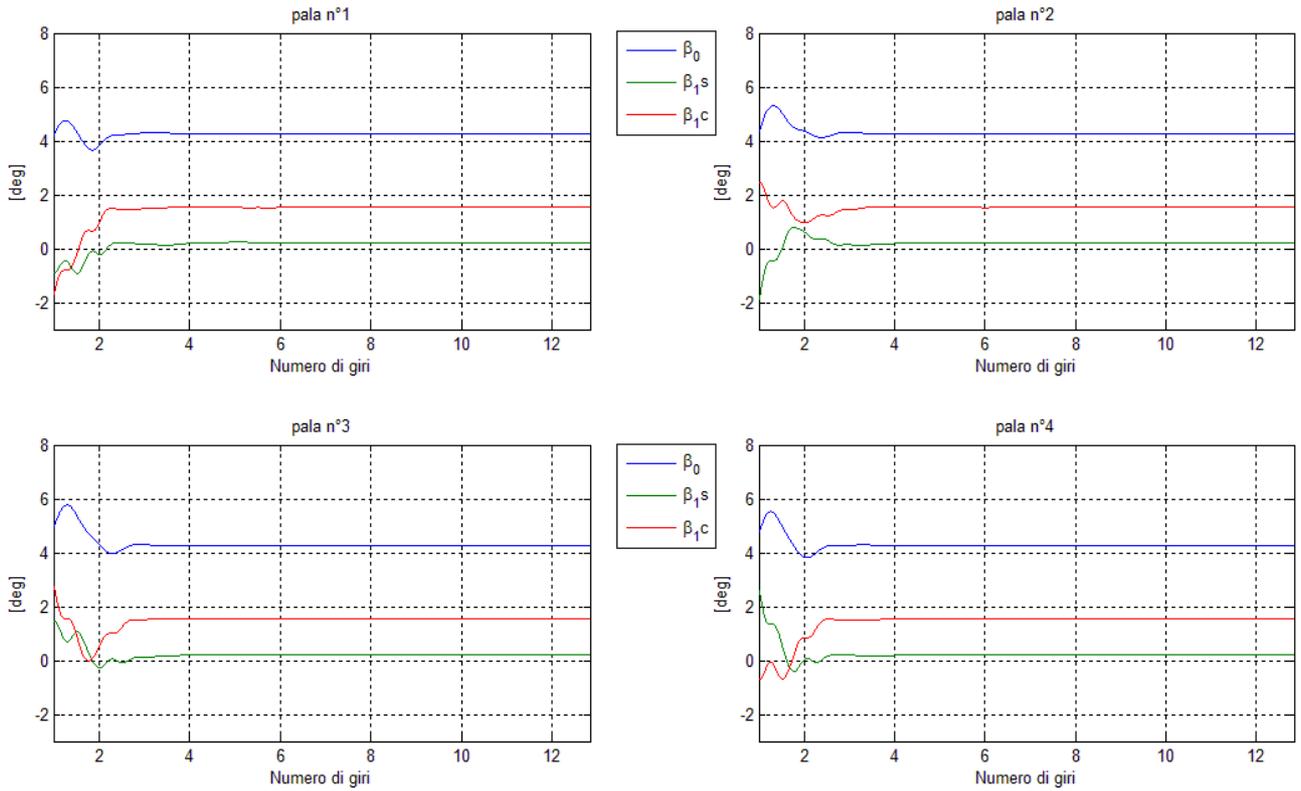


Fig. 8.16 – Andamento di β_0 , β_{1s} e β_{1c} per ciascuna pala

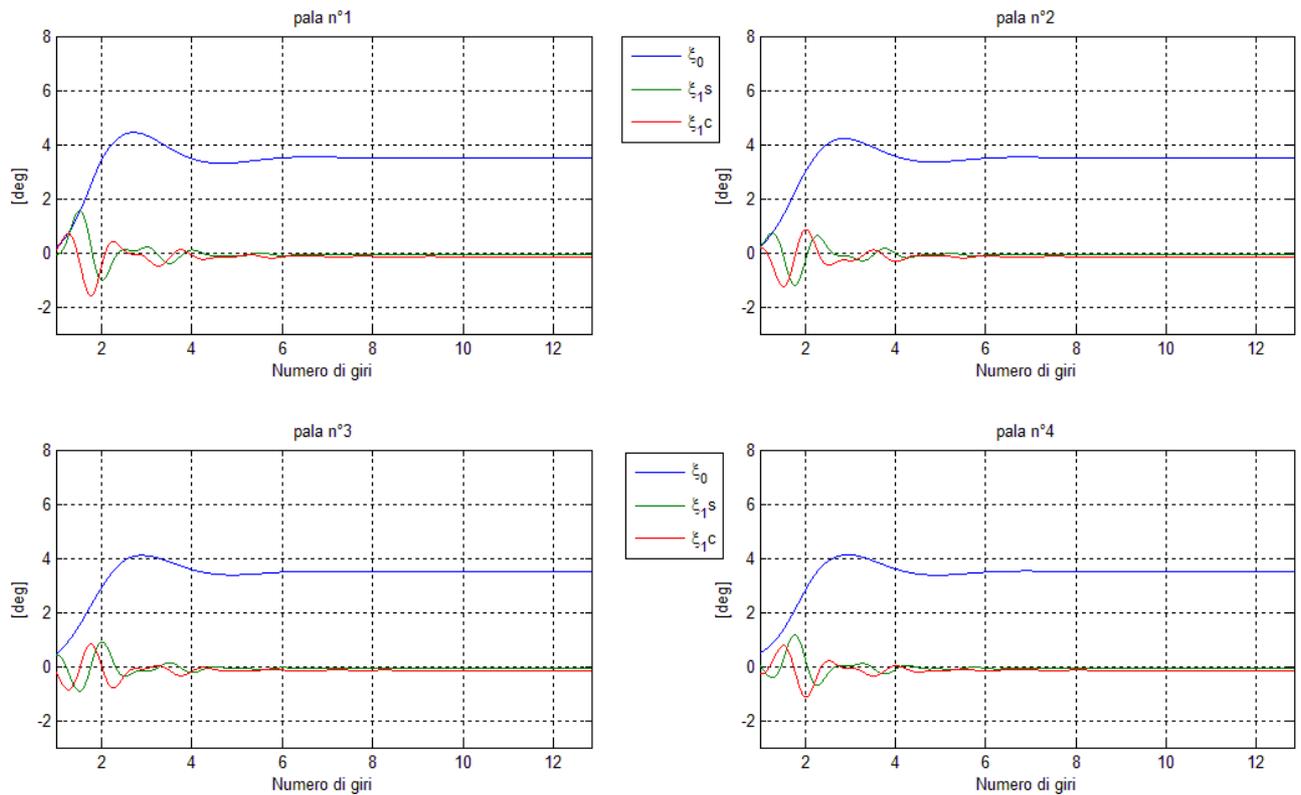


Fig. 8.17 – Andamento di ξ_0 , ξ_{1s} e ξ_{1c} per ciascuna pala

Armoniche di flappeggio e ritardo

	Pala 1		Pala 2		Pala 3		Pala 4	
	β [deg]	ξ [deg]						
Statico	4.2702	3.4978	4.2702	3.4978	4.2702	3.4978	4.2702	3.4978
1 cos	1.4666	-0.1299	1.4666	-0.1299	1.4666	-0.1299	1.4666	-0.1299
1 sin	0.4856	-0.0999	0.4856	-0.0999	0.4856	-0.0999	0.4856	-0.0999
2 cos	-0.2800	-0.0025	-0.2800	-0.0025	-0.2800	-0.0025	-0.2800	-0.0025
2 sin	-0.0552	0.0063	-0.0552	0.0063	-0.0552	0.0063	-0.0552	0.0063
3 cos	-0.0059	-0.0034	-0.0059	-0.0034	-0.0059	-0.0034	-0.0059	-0.0034
3 sin	-0.0194	0.0033	-0.0194	0.0033	-0.0194	0.0033	-0.0194	0.0033
4 cos	0.0004	-0.0002	0.0004	-0.0002	0.0004	-0.0002	0.0004	-0.0002
4 sin	-0.0017	-0.0004	-0.0017	-0.0004	-0.0017	-0.0004	-0.0017	-0.0004
5 cos	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
5 sin	-0.0001	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0001	0.0000

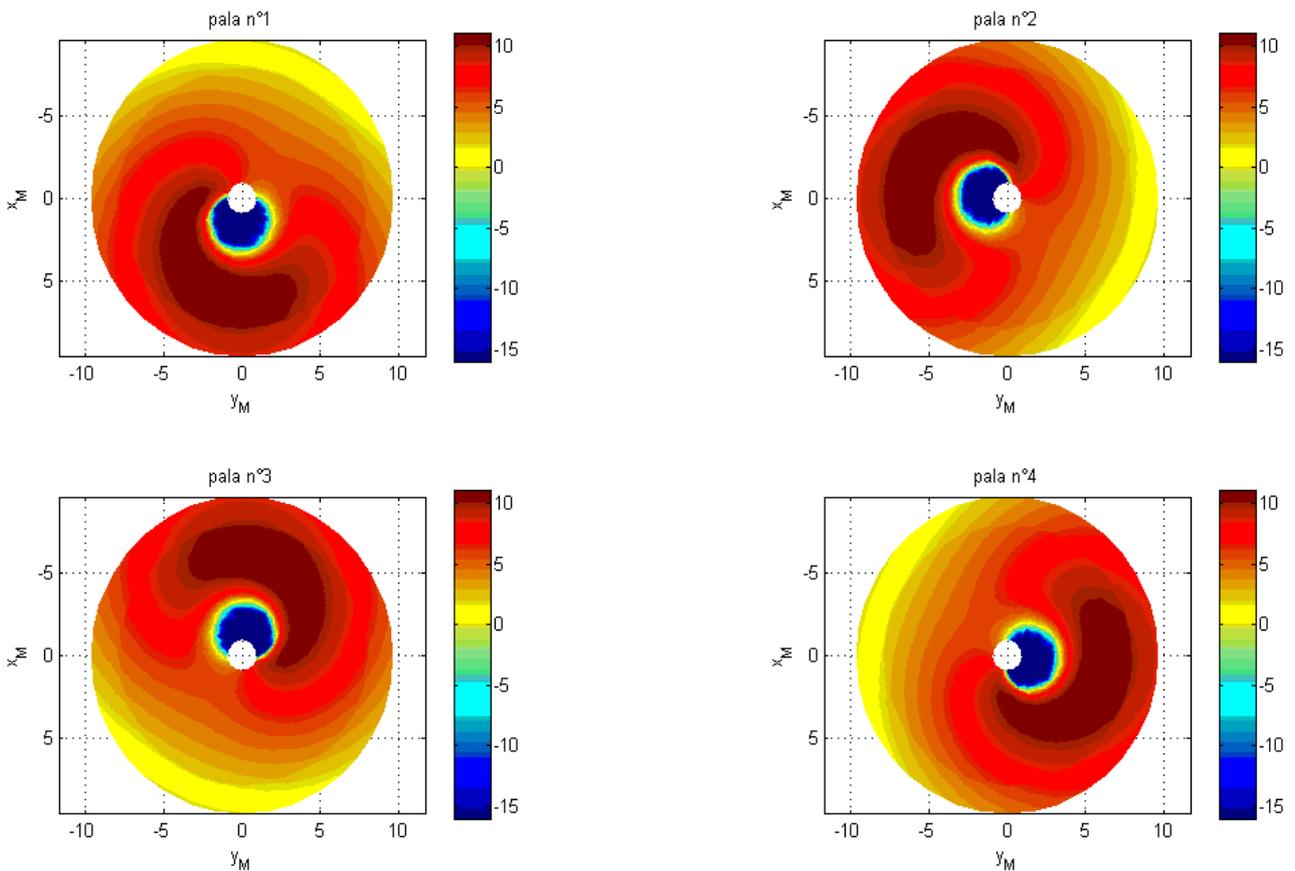


Fig. 8.18 – Distribuzione di incidenza aerodinamica α in un giro, per ciascuna pala

Carichi sulla pala 1

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345064.477	-20559.942	24721.435	-624.028	38.147	-46.855
1 cos	-192.7544	917.2870	5755.8241	-33.7128	0.8304	-17.5898
1 sin	-2372.7714	516.6711	7575.2471	33.38910	-3.3567	-5.4350
2 cos	136.4615	31.9663	-1994.8437	-11.1953	0.5722	1.259
2 sin	-136.8558	-125.1190	-1602.2515	-5.8797	0.4171	1.429
3 cos	35.5221	36.4656	-29.2942	0.3927	-0.0767	0.0015
3 sin	33.5963	-17.1846	-164.7167	7.0446	-0.4282	0.6223
4 cos	-2.3743	0.1243	21.04178	-1.4441	0.0803	-0.1409
4 sin	-0.6835	10.1150	-46.2221	2.6938	-0.1618	0.3203
5 cos	0.9579	0.3245	-4.4811	0.5902	-0.0408	0.0093
5 sin	0.0468	2.2904	-12.7618	-0.9435	0.0587	-0.0665
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347103.222	-19188.075	-0.6081	7583.762	146252.287	8773.096
1 cos	365.0391	1794.8029	7467.9677	-784.5956	3564.507	6610.7603
1 sin	-1794.5565	365.2003	4028.0139	-155.3197	1029.242	-2771.2137
2 cos	234.8002	55.2967	-5372.3460	1303.1157	22870.755	196.0325
2 sin	-22.5599	134.3763	-3264.1087	779.1987	13683.358	942.7408
3 cos	54.8866	89.5508	237.2129	-100.6957	-1205.835	374.5887
3 sin	113.2190	-17.7225	-971.6926	260.9814	4979.698	-22.5130
4 cos	-22.7563	-8.7942	118.1004	-35.0782	-643.7234	-55.2491
4 sin	3.2169	22.9544	-88.0013	17.6100	477.8624	117.5933
5 cos	-0.3977	-5.8683	9.01066	1.5004	-51.1086	-31.7649
5 sin	-1.552	-2.6626	-6.4053	2.3118	33.8690	-14.9467
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2038.745	-1371.868	26239.1202	-8608.637	-152771.632	-8820.259
1 cos	-557.7931	-877.5158	-1712.1436	764.2318	-3553.2652	-5713.5650
1 sin	-578.2150	151.4708	3547.2332	202.9400	-1027.1989	1929.4808
2 cos	-98.3387-	-23.3304	3377.5024	-1313.8792	-22871.6557	-271.4997
2 sin	114.2959	-259.4954	1661.8572	-785.6948	-13683.1822	-1010.1512
3 cos	-19.3645	-53.0852	-266.5071	101.6031	1205.5429	-400.9963
3 sin	-79.6227	0.5378	806.9759	-254.1060	-4980.6691	-80.7088
4 cos	20.3820	8.9185	-97.05864	33.6239	643.8564	68.9641
4 sin	-3.9004	-12.8395	41.7792	-14.8652	-478.0234	-113.8295
5 cos	1.3555	6.1929	-13.4917	-0.9175	51.0674	30.9800
5 sin	1.5984	4.9530	-6.3564	-3.2588	-33.8068	16.8295

Carichi sulla pala 2

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345064.732	-20560.268	24721.370	-624.039	38.148	-46.8554
1 cos	-193.3253	916.6715	5755.7591	-33.6859	0.8299	-17.5878
1 sin	-2372.5611	516.1999	7575.2217	33.3719	-3.3549	-5.4366
2 cos	136.0733	31.5936	-1994.9285	-11.1676	0.5713	1.2623
2 sin	-136.7860	-125.2120	-1602.2322	-5.8841	0.4176	1.4285
3 cos	35.3415	36.2941	-29.3379	0.4048	-0.0773	0.0027
3 sin	33.6191	-17.1477	-164.6975	7.0438	-0.4282	0.6224
4 cos	-2.3716	0.1241	21.0368	-1.4439	0.0803	-0.1408
4 sin	-0.6824	10.1858	-46.2104	2.6943	-0.1620	0.3204
5 cos	1.0719	0.4273	-4.4594	0.5830	-0.0405	0.0086
5 sin	0.0398	2.3415	-12.7579	-0.9427	0.0586	-0.0664
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347103.471	-19188.403	-0.655	7583.913	146252.170	8773.270
1 cos	364.4646	1794.1742	7467.9475	-784.2833	3564.2390	6610.3360
1 sin	-1794.3449	364.7245	4027.9521	-155.1158	1029.4628	-2771.0630
2 cos	234.4017	54.9191	-5372.3387	1303.2920	22870.1735	195.7557
2 sin	-22.4873	134.2816	-3264.0929	779.2618	13683.4056	942.7969
3 cos	54.6996	89.3760	237.2190	-100.6246	-1206.1614	374.4501
3 sin	113.2394	-17.6851	-971.6424	260.9903	979.5178	-22.4896
4 cos	-22.7545	-8.7946	118.0983	-35.0780	-643.7486	-55.2510
4 sin	3.2153	23.0262	-87.9611	17.5862	477.6895	117.5974
5 cos	-0.2811	-5.7640	9.0092	1.4605	-50.9651	-31.6829
5 sin	-1.5601	-2.6108	-6.3875	2.2913	33.7827	-14.9499
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2038.739	-1371.865	26239.102	-8608.805	-152771.513	-8820.257
1 cos	-557.7900	-877.5026	-1712.1884	763.9350	-3552.9969	-5713.5152
1 sin	-578.2162	151.4755	3547.2696	202.7094	-1027.4169	1929.4882
2 cos	-98.3283	-23.3255	3377.4101	-1314.0345	-22871.0749	-271.4797
2 sin	-114.2986	-259.4937	1661.8607	-785.7643	-13683.2346	-1010.1541
3 cos	-19.3581	-53.0819	-266.5569	101.5409	1205.8693	-400.9810
3 sin	-79.6203	0.5373	806.9449	-254.1152	-4980.4893	-80.7153
4 cos	20.3829	8.9187	-97.0615	33.6238	643.8816	68.9661
4 sin	-3.8977	-12.8404	41.7506	-14.8395	-477.8507	-113.8347
5 cos	1.3530	6.1913	-13.4685	-0.8829	50.9240	30.9737
5 sin	1.600	4.9522	-6.3703	-3.2365	-33.7207	16.8260

Carichi sulla pala 3

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345064.826	-20560.539	24721.382	-624.041	38.148	-46.855
1 cos	-193.4591	917.0385	5755.8121	-33.6834	0.8291	-17.5880
1 sin	-2373.1135	515.9130	7575.1598	33.4025	-3.3563	-5.4340
2 cos	136.4465	31.7576	-1994.9223	-11.1883	0.5722	1.2605
2 sin	-136.8354	-125.1209	-1602.2582	-5.8768	0.4170	1.4294
3 cos	35.3624	36.2962	-29.3111	0.4006	-0.0771	0.0021
3 sin	33.7942	-17.0737	-164.6956	7.0332	-0.4277	0.6215
4 cos	-2.3696	0.1233	21.0408	-1.4436	0.0803	-0.1408
4 sin	-0.6764	10.2184	-46.1880	2.6918	-0.1619	0.3200
5 cos	1.0738	0.3986	-4.4699	0.5838	-0.0405	0.0087
5 sin	0.1495	2.3849	-12.7509	-0.9489	0.0589	-0.0669
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347103.563	-19188.671	-0.612	7584.010	146251.983	8773.371
1 cos	364.3354	1794.5400	7467.9924	-784.4473	3564.3229	6610.2205
1 sin	-1794.9064	364.4333	4027.9822	-155.0228	1028.9134	-2771.4498
2 cos	234.7786	55.0862	-5372.4020	1303.2488	22870.5689	196.0148
2 sin	-22.5402	134.3734	-3264.0961	779.2279	13683.2594	942.7544
3 cos	54.7270	89.3782	237.2040	-100.6328	-1205.8931	374.4689
3 sin	113.4161	-17.6103	-971.6747	260.9647	4979.7104	-22.3741
4 cos	-22.7521	-8.79502	118.1042	-35.0804	-643.7513	-55.2461
4 sin	3.2265	23.0591	-87.9741	17.5722	477.9140	117.6046
5 cos	-0.2817	-5.7930	9.0158	1.4715	-51.0734	-31.6830
5 sin	-1.4488	-2.5664	-6.3987	2.2719	33.8973	-14.8722
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2038.737	-1371.867	26239.072	-8608.910	-152771.326	-8820.280
1 cos	-557.7945	-877.5015	-1712.1804	764.1089	-3553.0823	-5713.5005
1 sin	-578.2072	151.4797	3547.1776	202.6420	-1026.8689	1929.5063
2 cos	-98.3321	-23.3285	3377.4796	-1314.0093	-22871.4695	-271.4896
2 sin	-114.2952	-259.4943	1661.8379	-785.7212	-13683.0890	-1010.1532
3 cos	-19.3645	-53.0819	-266.5152	101.5448	1205.6012	-400.9823
3 sin	-79.6218	0.5366	806.9791	-254.0990	-4980.6814	-80.7162
4 cos	20.3825	8.9183	-97.0634	33.6265	643.8843	68.9642
4 sin	-3.9030	-12.8407	41.7861	-14.8274	-478.0751	-113.8356
5 cos	1.3555	6.1916	-13.4857	-0.8937	51.0323	30.9745
5 sin	1.5984	4.9513	-6.3521	-3.2227	-33.8350	16.8225

Carichi sulla pala 4

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345064.863	-20560.463	24721.453	-624.048	38.149	-46.856
1 cos	-192.9129	917.2337	5755.8365	-33.7090	0.8303	-17.5899
1 sin	-2373.2893	516.2235	7575.1353	33.4115	-3.3574	-5.4334
2 cos	136.0584	31.6851	-1994.9021	-11.1750	0.5714	1.2610
2 sin	-136.7933	-125.2187	-1602.2826	-5.8790	0.4173	1.4293
3 cos	35.5462	36.3260	-29.3268	0.3953	-0.0768	0.0020
3 sin	33.7924	-17.0543	-164.6866	7.0350	-0.4278	0.6217
4 cos	-2.3698	0.1252	21.0460	-1.4446	0.0803	-0.1410
4 sin	-0.6885	10.2300	-46.1940	2.6910	-0.1619	0.3200
5 cos	0.9618	0.3792	-4.4674	0.5886	-0.0408	0.0090
5 sin	0.1610	2.3676	-12.7491	-0.9487	0.0589	-0.0669
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347103.608	-19188.595	-0.587	7583.989	146252.265	8773.405
1 cos	364.8821	1794.742	7467.9979	-784.5543	3564.4444	6610.6215
1 sin	-1795.0817	364.743	4027.9404	-155.1382	1029.0188	-2771.6035
2 cos	234.3946	55.010	-5372.3887	1303.2815	22870.6274	195.7344
2 sin	-22.4986	134.2761	-3264.1367	779.2673	13683.3391	942.7858
3 cos	54.9086	89.4105	237.1960	-100.6482	-1205.9403	374.6051
3 sin	113.4158	-17.5901	-971.6658	260.9438	4979.7248	-22.3708-
4 cos	-22.7518	-8.7937	118.1061	-35.0790	-643.7334	55.2493
4 sin	3.2135	23.0699	-87.9814	17.5700	477.9191	117.5890
5 cos	-0.3930	-5.8133	9.0200	1.4815	-51.0798	-31.7621
5 sin	-1.4369	-2.5834	-6.3974	2.2791	33.8998	-14.8602
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2038.745	-1371.868	26239.117	-8608.893	-152771.607	-8820.283
1 cos	-557.7950	-877.5081	-1712.1614	764.1934	-3553.2027	-5713.5320
1 sin	-578.2076	151.4808	3547.1949	202.7726	-1026.9756	1929.5252
2 cos	-98.3362	-23.3240	3377.4866	-1314.0297	-22871.5286	-271.4666
2 sin	-114.2948	-259.4948	1661.8540	-785.7644	-13683.1684	-1010.1549
3 cos	-19.3624	-53.0845	-266.5228	101.5553	1205.6487	-400.9956
3 sin	-79.6234	0.5358	806.9793	-254.0759	-4980.6960	-80.7212
4 cos	20.3820	8.9189	-97.0602	33.6242	643.8665	68.9666
4 sin	-3.9020	-12.8399	41.7874	-14.8258	-478.0802	-113.8293
5 cos	1.3548	6.1925	-13.4874	-0.8991	51.0384	30.9793
5 sin	1.5980	4.9510	-6.3518	-3.2300	-33.8375	16.8193

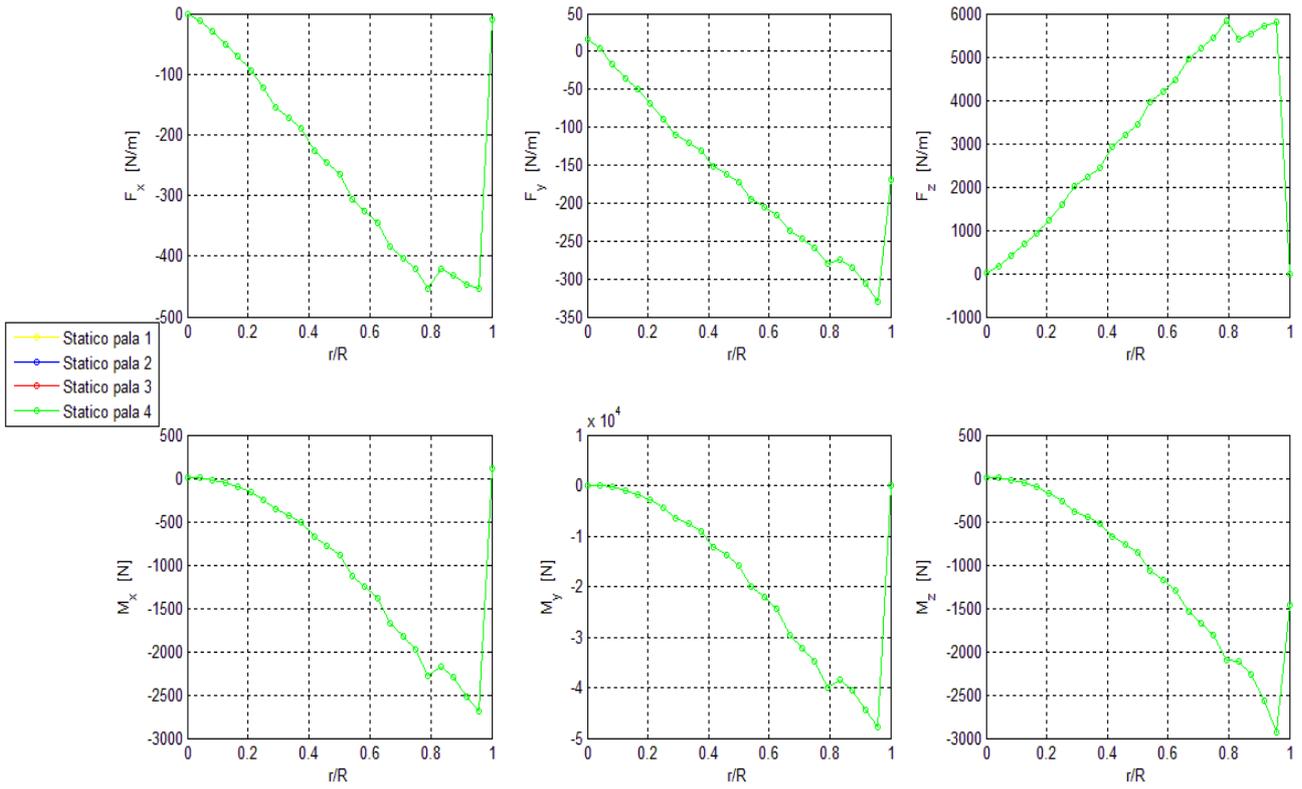


Fig. 8.19 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (statico)

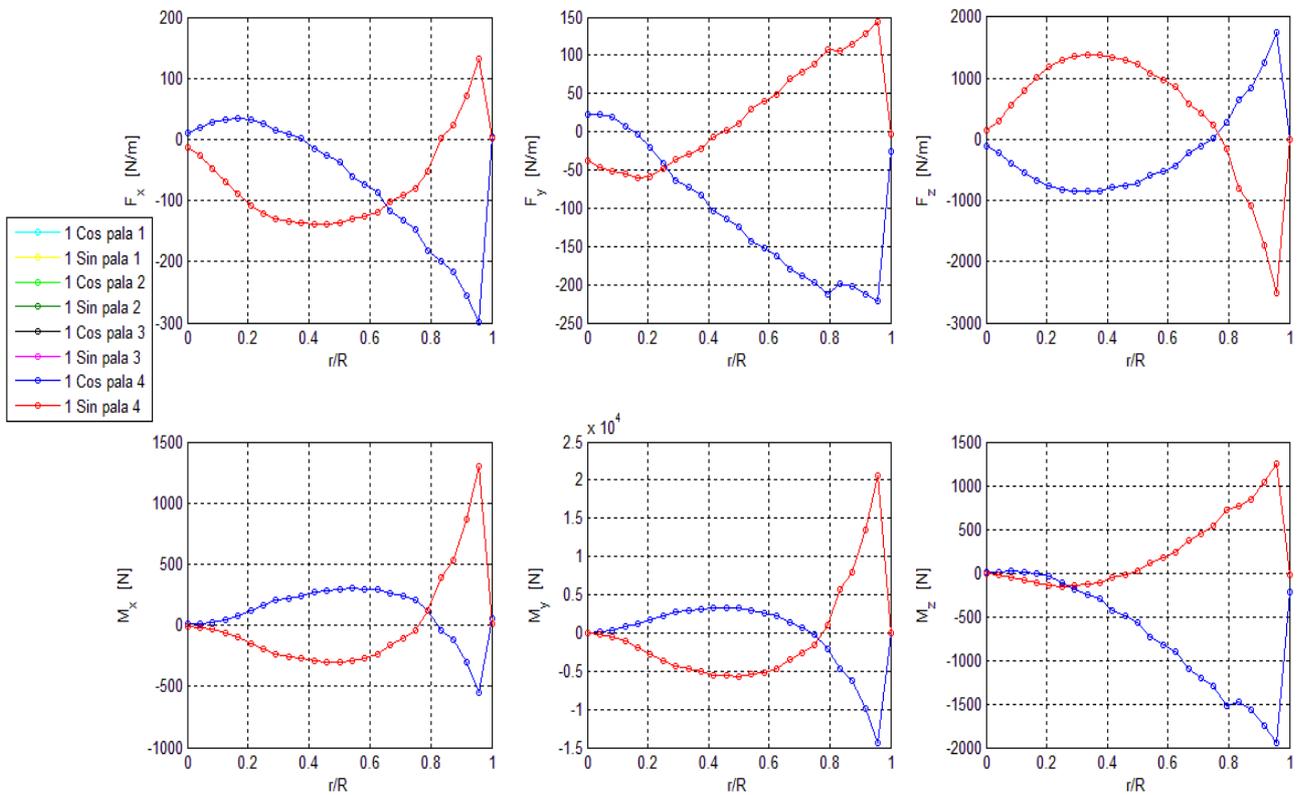


Fig. 8.20 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

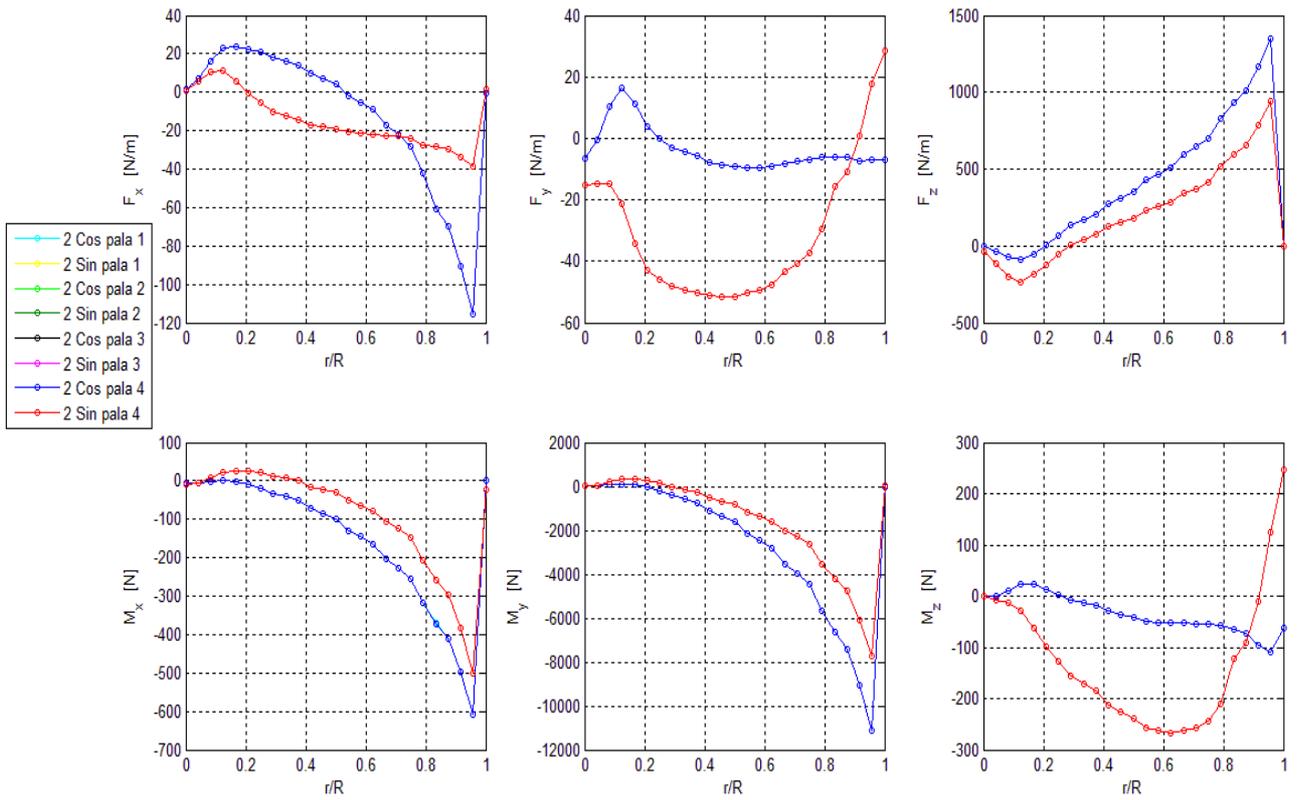


Fig. 8.21 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

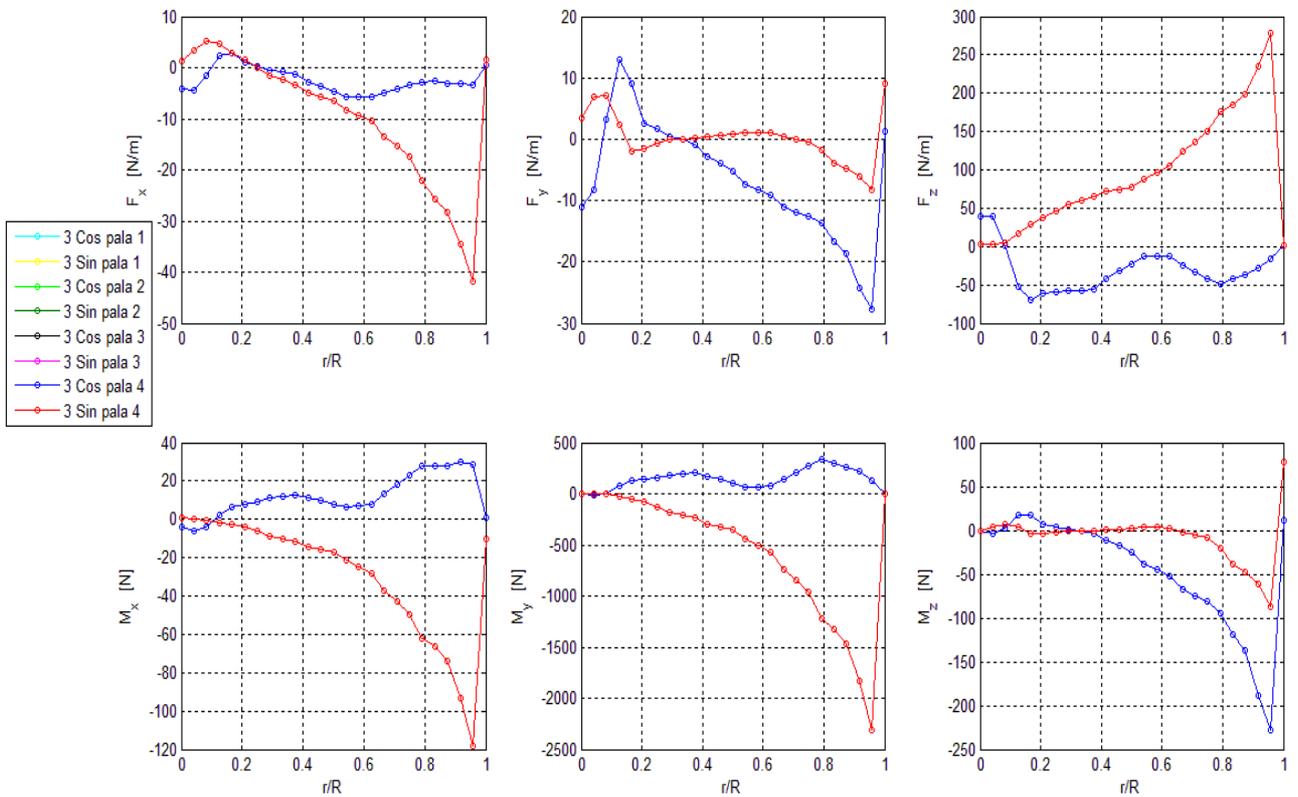


Fig. 8.22 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

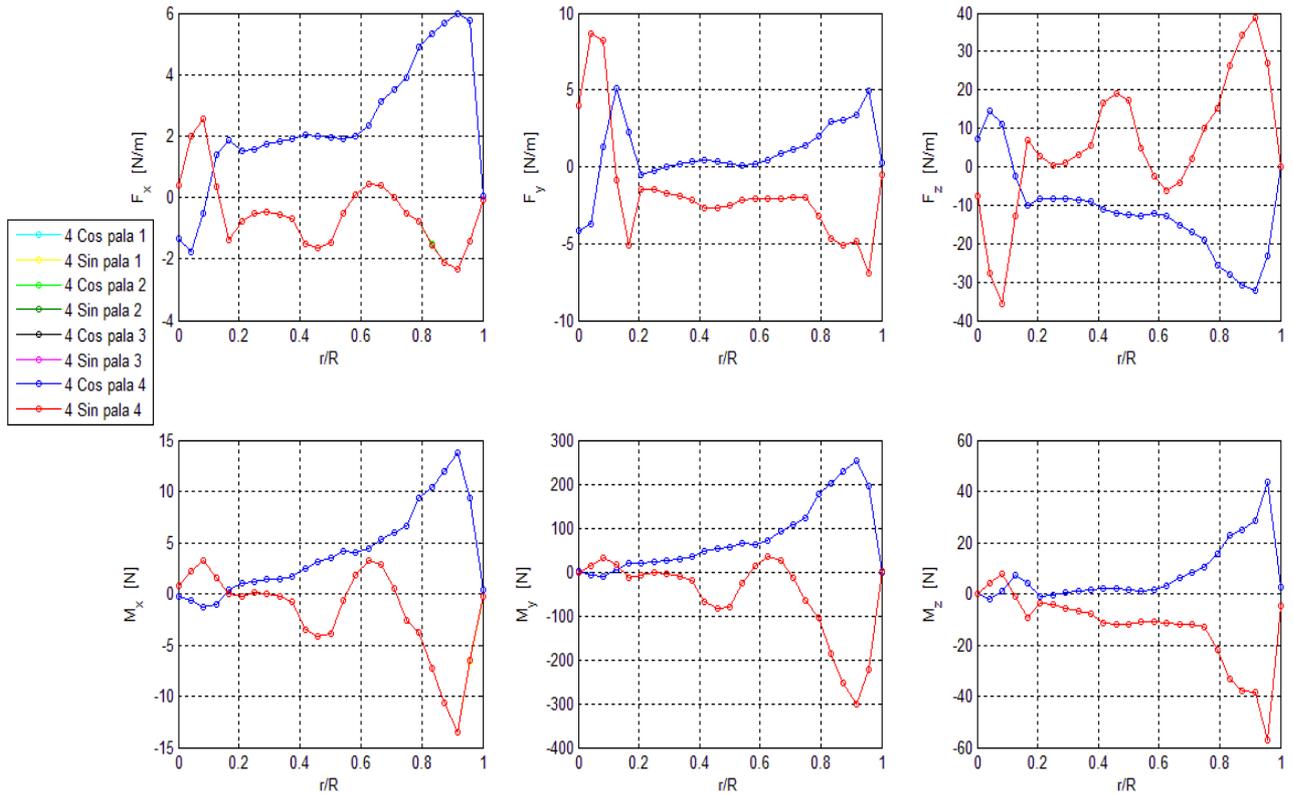


Fig. 8.23 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

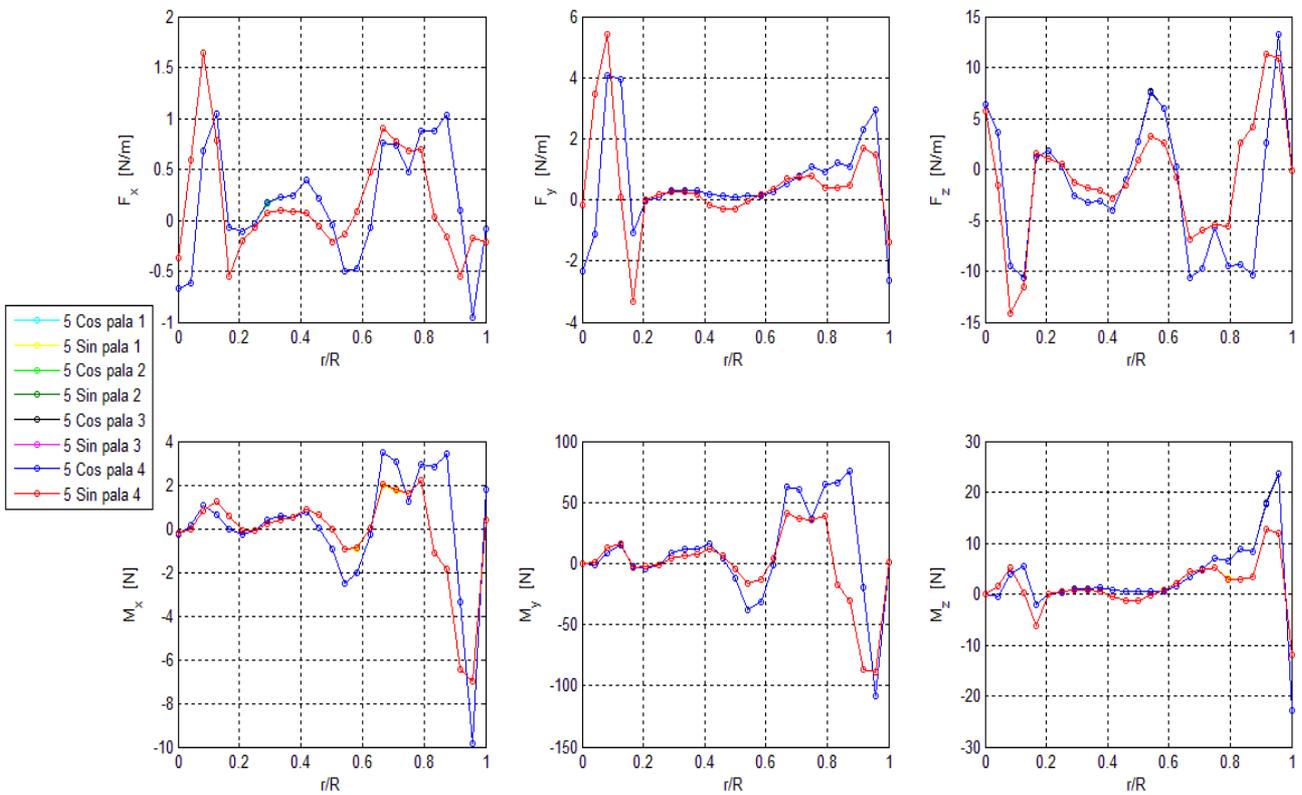


Fig. 8.24 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

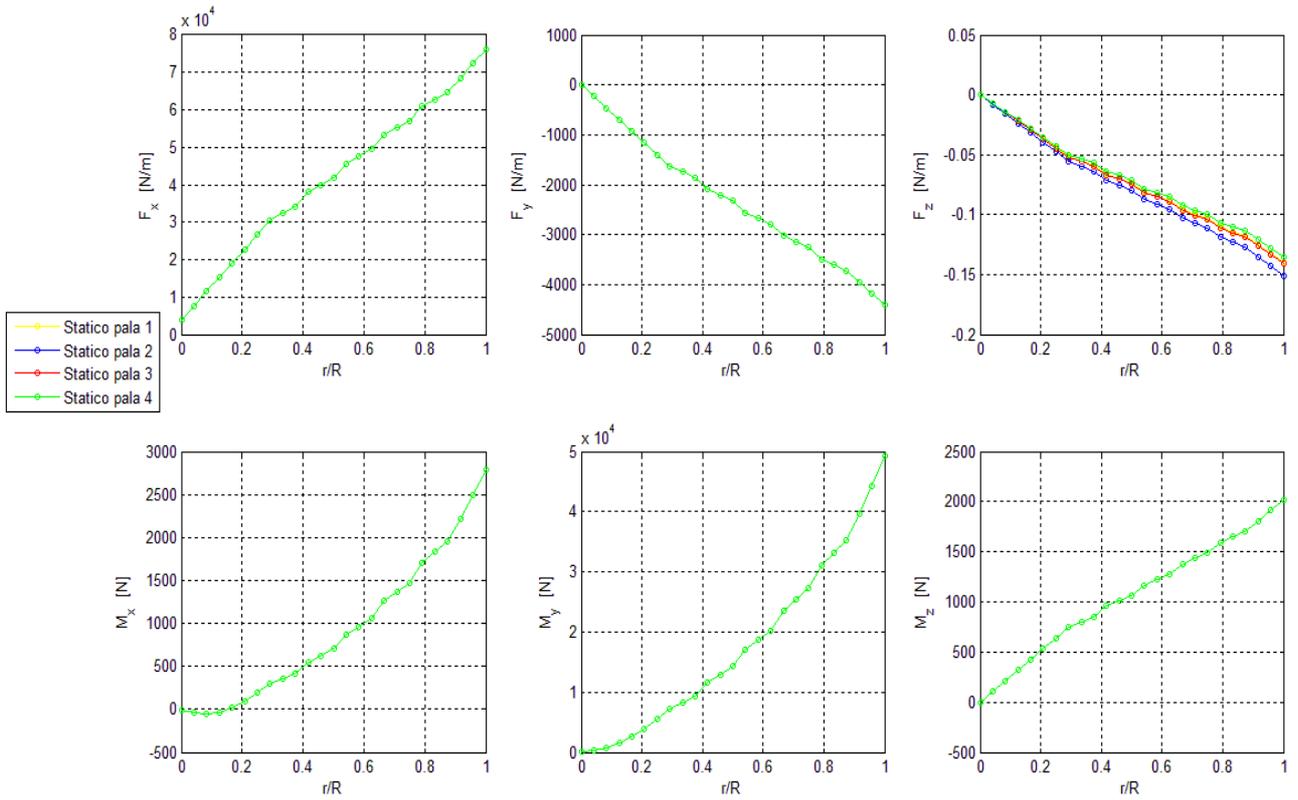


Fig. 8.25 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (statico)

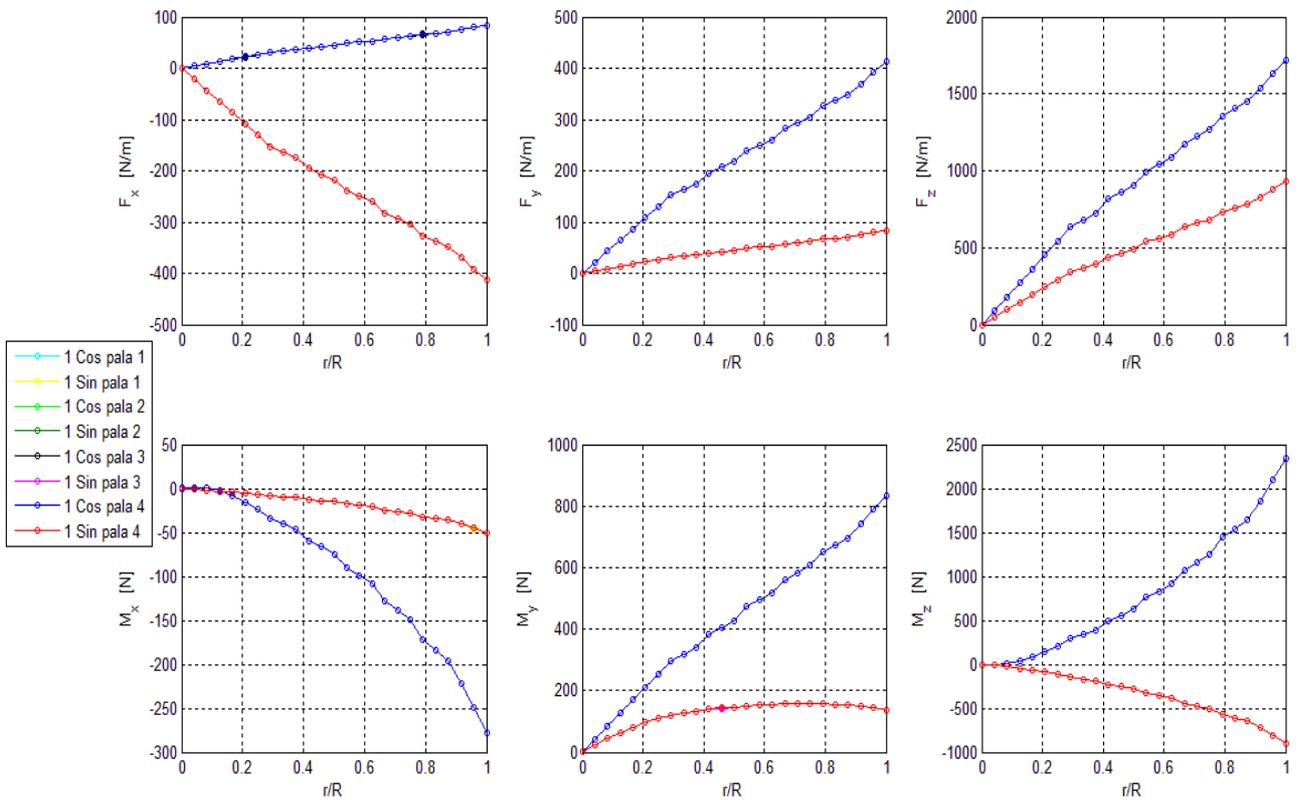


Fig. 8.26 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

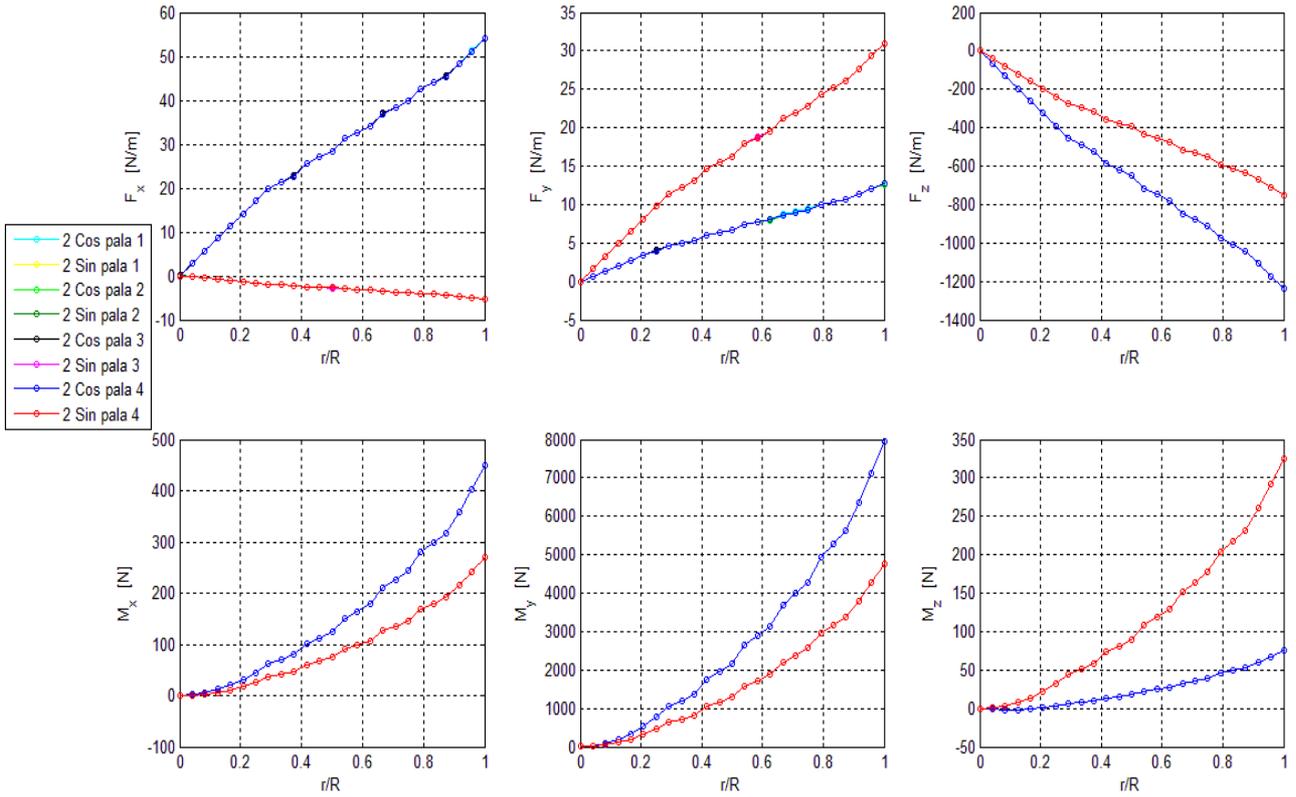


Fig. 8.27 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

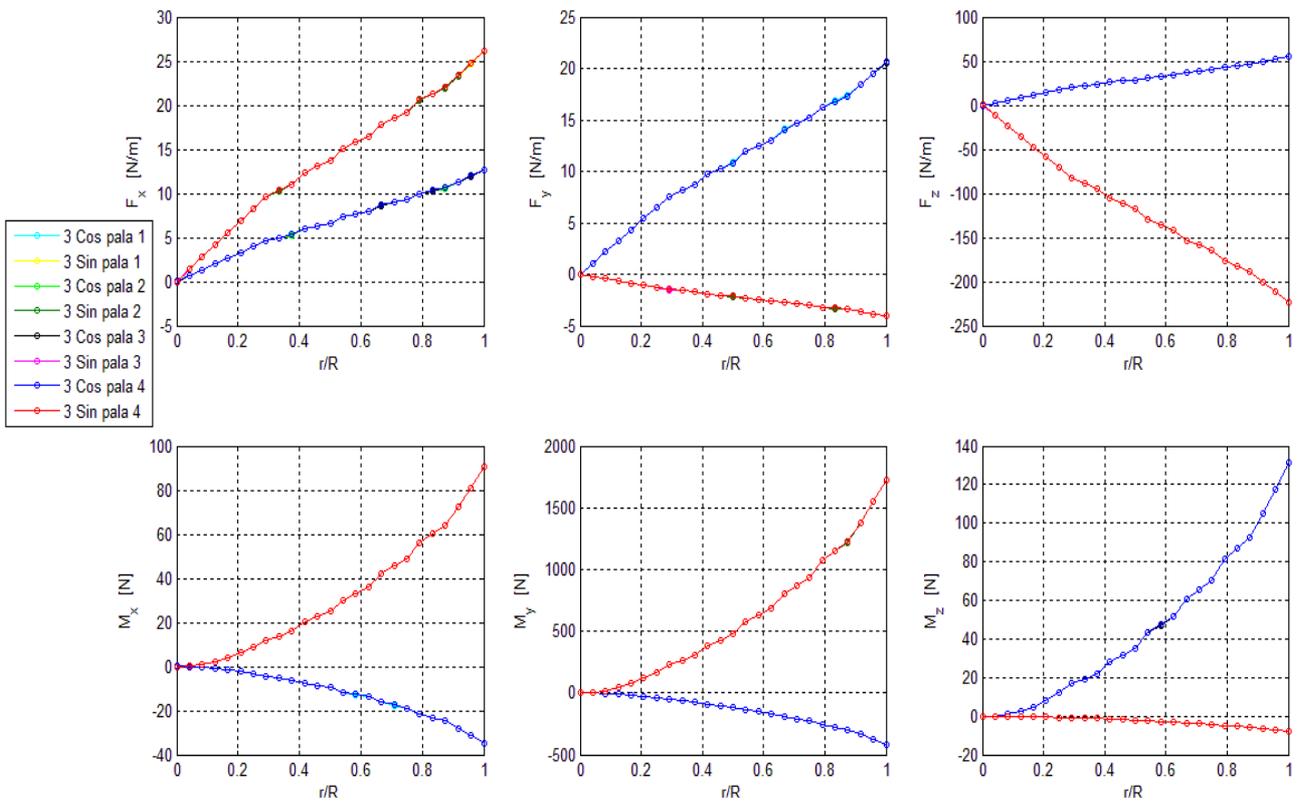


Fig. 8.28 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

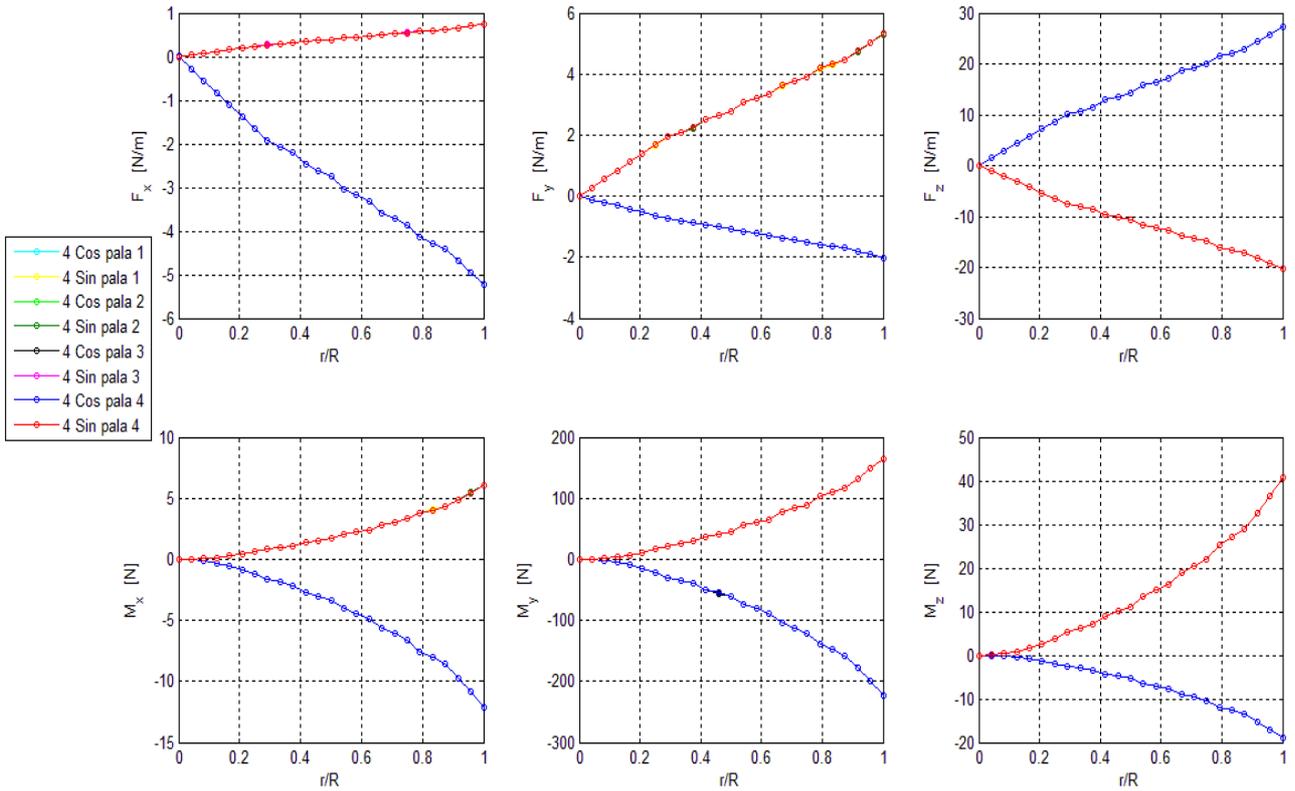


Fig. 8.29 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quarta armonica)

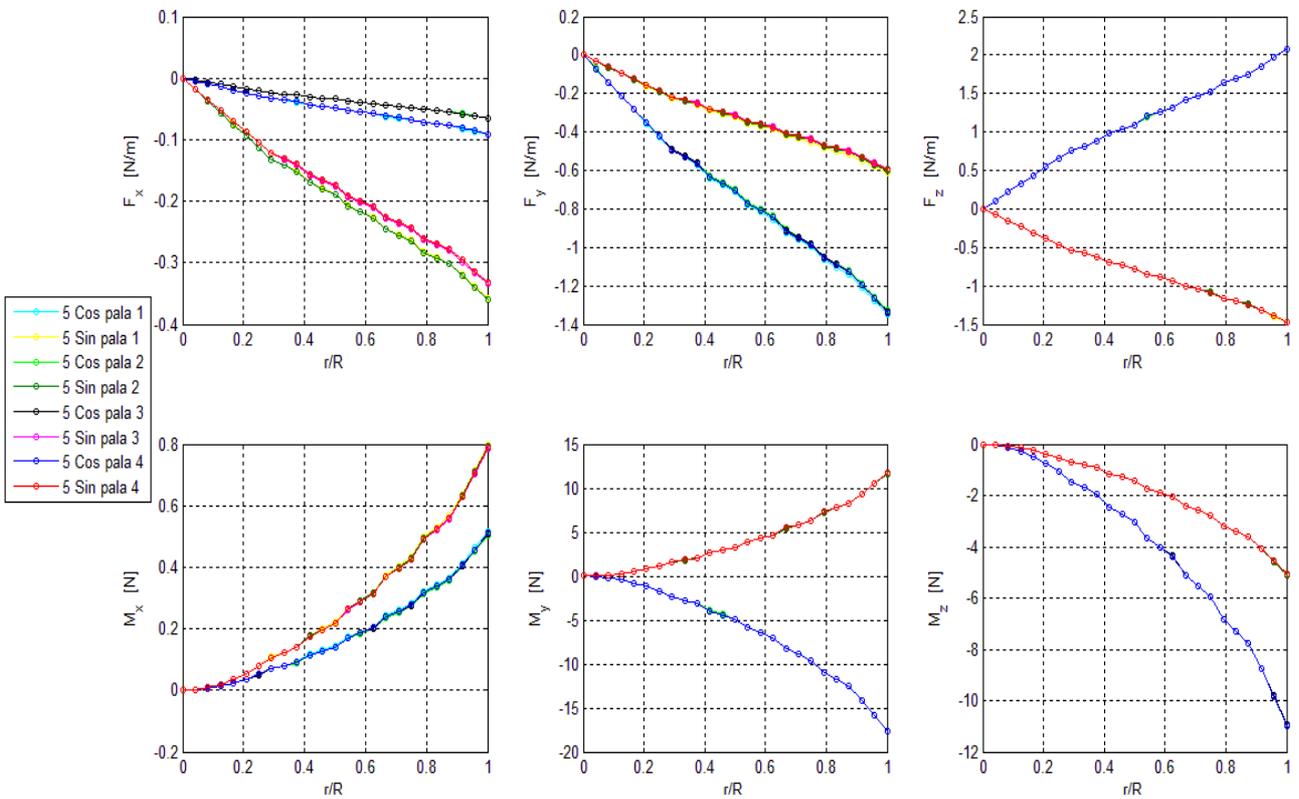


Fig. 8.30 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

Carichi al centro del mozzo

<i>Forze e Momenti RSA</i>						
	<i>H [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>T [N]</i>	<i>M_r [Nm]</i>	<i>M_p [Nm]</i>	<i>Q [Nm]</i>
Statico	-0.5313	0.4329	98885.629	-0.0263	-0.0110	-37788.740
1 cos	-1902.727	-2620.958	0.1105	5859.705	-6308.033	1.0956
1 sin	-2621.416	1902.898	0.1629	-6308.007	-5859.736	1.0668
2 cos	-0.0810	0.1917	0.0665	-0.0035	-0.0420	0.7186
2 sin	-0.0122	-0.0061	0.0056	-0.0224	0.0051	0.0003
3 cos	29.1307	23.0057	0.0282	124.072	86.1438	0.3376
3 sin	-22.8831	29.0799	-0.0302	-86.167	124.0946	-0.3386
4 cos	-0.0032	-0.0011	-54.3003	-0.0039	0.0010	64.0869
4 sin	0.0395	-0.0967	-195.684	-0.0024	0.0185	-9.6922
5 cos	-0.9616	2.6401	-0.0193	-5.2013	9.4863	-0.2062
5 sin	2.7198	0.9279	-0.0189	9.4756	5.2079	-0.2060
<i>Forze e Momenti NRSA</i>						
	<i>H [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>T [N]</i>	<i>M_r [Nm]</i>	<i>M_p [Nm]</i>	<i>Q [Nm]</i>
Statico	-1902.813	-2621.187	98885.629	5859.720	-6308.020	-37788.740
1 cos	-0.5687	0.5226	0.1105	-0.0306	-0.0432	1.0956
1 sin	-0.3432	-0.4938	0.1629	-0.0212	-0.0219	1.0668
2 cos	0.1111	0.2901	0.0665	-0.0267	-0.0246	0.7186
2 sin	-0.1675	0.0602	0.0056	0.0015	-0.0045	0.0003
3 cos	0.0032	0.1212	0.0282	-0.0104	-0.0105	0.3376
3 sin	-0.0827	-0.0903	-0.0302	0.0091	0.0120	-0.3386
4 cos	28.1605	25.6244	-54.3002	118.879	95.6364	64.0869
4 sin	-20.2643	30.0501	-195.6844	-76.6744	129.2881	-9.6922
5 cos	-0.0368	-0.0526	-0.0193	0.0065	0.0087	-0.2062
5 sin	-0.0120	-0.0632	-0.0189	0.0053	0.0081	-0.2060
<i>Forze e Momenti Aerodinamici NRSA</i>						
	<i>H [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>T [N]</i>	<i>M_r [Nm]</i>	<i>M_p [Nm]</i>	<i>Q [Nm]</i>
Statico	-1902.552	-2620.878	104956.398	5830.593	-6242.372	-37789.940
1 cos	-0.0153	0.0039	0.1068	0.4195	-0.3744	-0.1070
1sin	-0.0117	-0.0049	0.0827	0.0664	-0.2468	-0.0411
2 cos	-0.0087	-0.0031	0.07810	0.3091	-0.3431	-0.0459
2 sin	0.0026	0.0006	-0.0210	-0.0810	0.1493	0.0043
3 cos	-0.0051	-0.0028	0.0415	0.2120	-0.2178	-0.0210
3 sin	0.0070	-0.0001	-0.0400	-0.0806	0.3143	0.0236
4 cos	-51.8375	42.667	-189.975	-10550.176	-2485.327	-83.973
4 sin	-11.6127	-66.457	377.558	2531.940	-10792.610	-554.589
5 cos	0.0036	0.0006	-0.0243	-0.0795	0.1454	0.0136
5 sin	0.0027	0.0010	-0.0214	-0.0839	0.1068	0.0138

Performance del rotore

<i>Forze</i>		
	[N]	<i>Coefficiente</i>
<i>H</i>	-1902.552	-1.5064e-4
<i>Y</i>	-2620.878	-2.0751e-4
<i>T</i>	104956.397	0.008309
<i>Momenti</i>		
	[Nm]	<i>Coefficiente</i>
<i>M_r</i>	5830.592	5.0486e-5
<i>M_p</i>	-6242.372	-5.4051e-5
<i>Q</i>	-37789.939	-0.000327
<i>Potenza assorbita:</i>		818.7764 kW
<i>Velocità indotta(per ogni pala):</i>		3.5069 m/s

8.1.3 Caso 3

Dati di Input

<i>Comandi</i>	
Collettivo [<i>deg</i>]	8.00
Ciclico longitudinale [<i>deg</i>]	0.00
Ciclico laterale [<i>deg</i>]	0.00
<i>Assetto</i>	
Angolo di beccheggio [<i>deg</i>]	0.00
Angolo di rollio [<i>deg</i>]	0.00
<i>Condizioni di volo</i>	
Quota di volo [<i>m</i>]	0.00
Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]	15.00
Densità dell'aria [kg/m^3]	1.225
Velocità del suono [<i>m/s</i>]	340.29
Velocità di volo [<i>kts</i>]	00.00
Velocità del rotore [<i>rpm</i>]	206.90
<i>Rotore</i>	
Raggio [<i>m</i>]	9.14
Numero di pale	4
Offset della cerniera [<i>r/R</i>]	0.05
Solidità	0.085
Rigidezza in flappeggio della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Rigidezza in ritardo della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Smorzamento in ritardo della cerniera [<i>Nm s/rad</i>]	20000
Angolo δ_3 [<i>deg</i>]	0.00
File della pala	<i>pala_rif.nl</i>
Modello di velocità indotta	<i>Peters-He</i>
<i>Aerodinamica</i>	
Fattore di perdita di portanza al <i>tip</i> [<i>r/R</i>]	0.975
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>hovering</i>	1.00
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>forward-flight</i>	1.00
<i>Soluzione</i>	
Metodo di integrazione	<i>Runge-Kutta 3</i>
Massimo numero di giri	30
Numero di armoniche	5
Numero di <i>azimuth</i>	36
Tolleranza di convergenza	1.00E-5

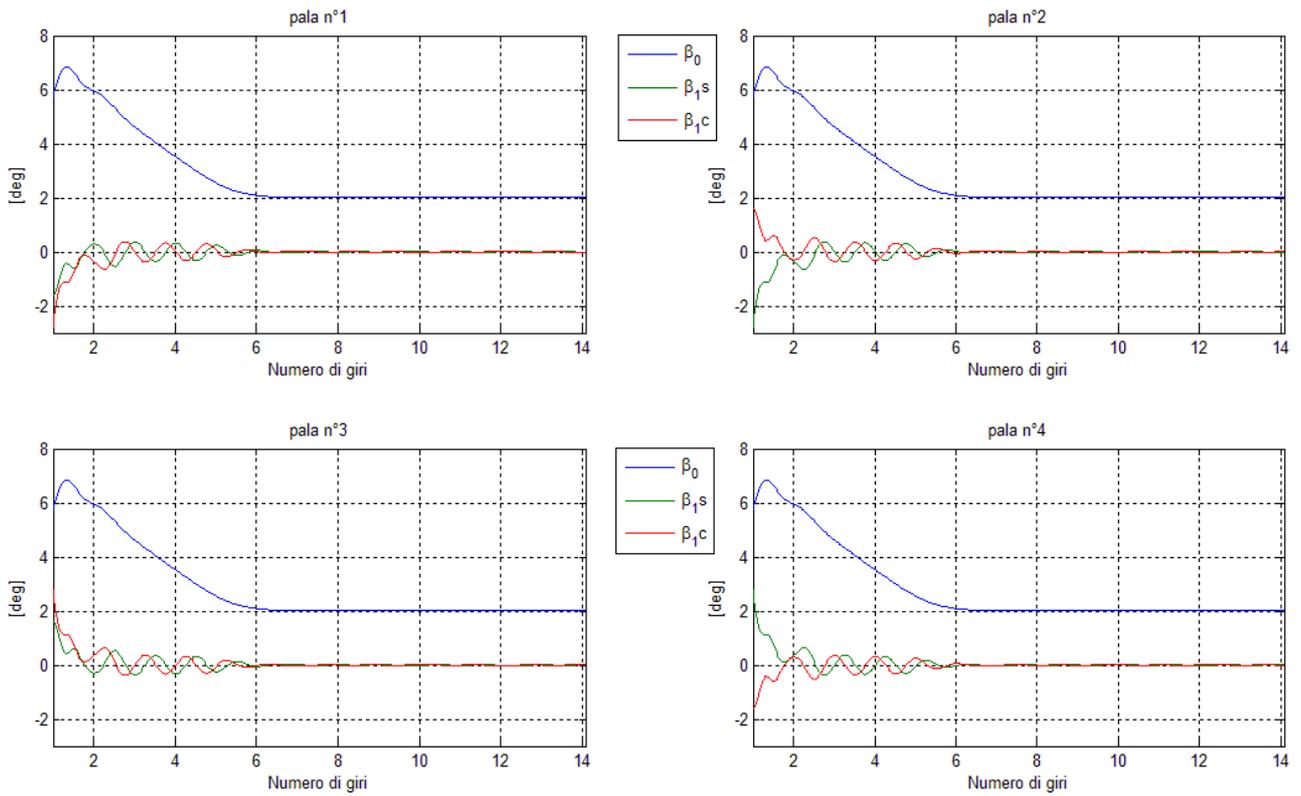


Fig. 8.31 – Andamento di β_0 , β_{1s} e β_{1c} per ciascuna pala

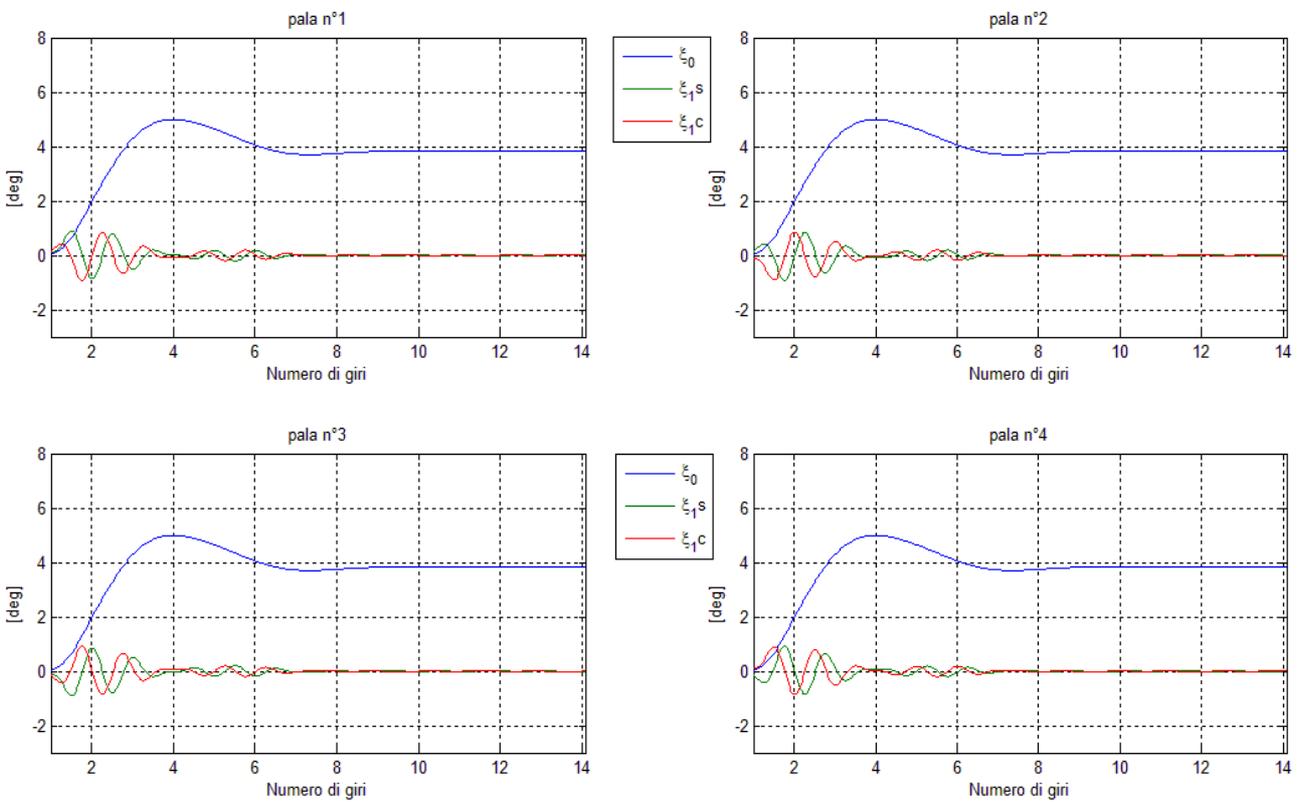


Fig. 8.32 – Andamento di ξ_0 , ξ_{1s} e ξ_{1c} per ciascuna pala

Armoniche di flappeggio e ritardo

	Pala 1		Pala 2		Pala 3		Pala 4	
	β [deg]	ξ [deg]						
Statico	2.0413	3.8129	2.0413	3.8129	2.0413	3.8129	2.0413	3.8129
1 cos	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
1 sin	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
2 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

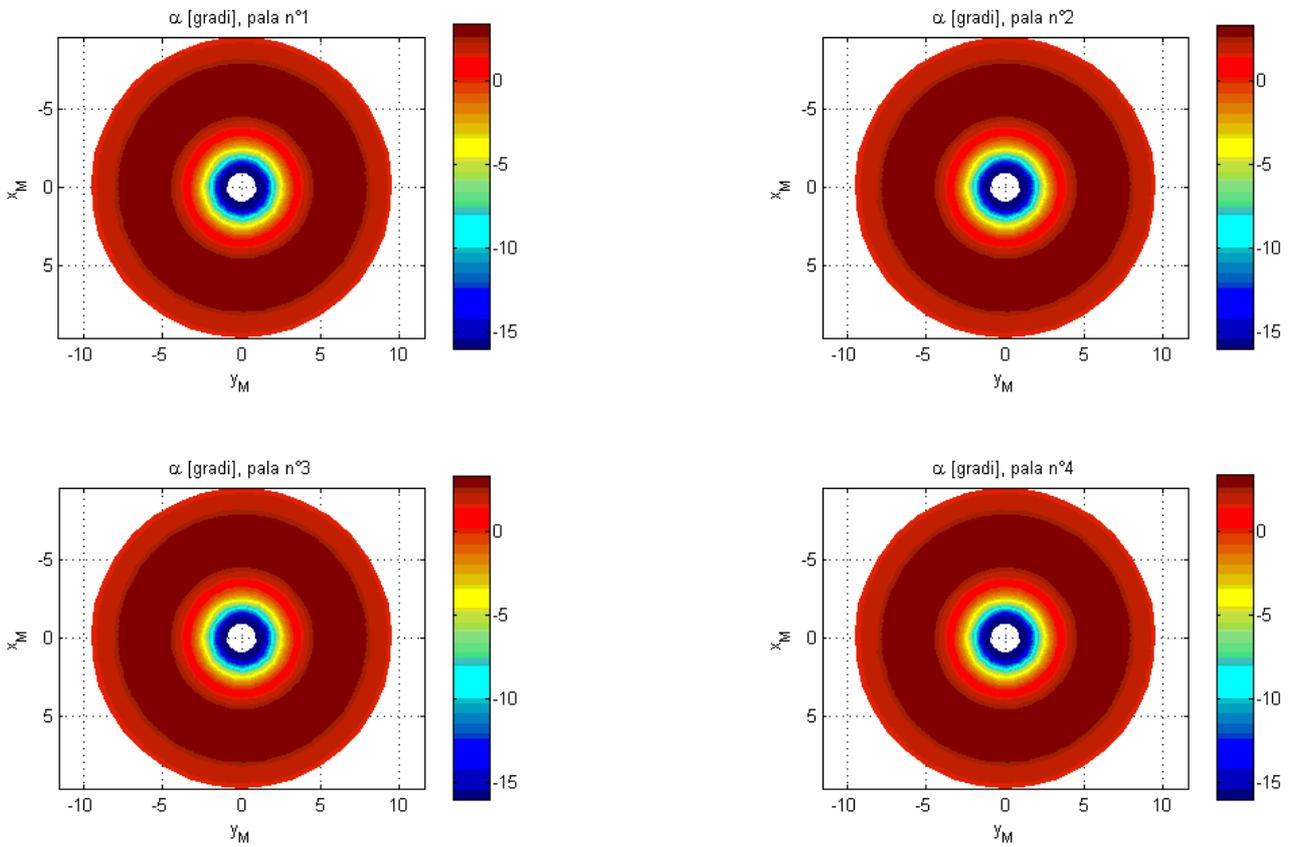


Fig. 8.33 – Distribuzione di incidenza aerodinamica α in un giro, per ciascuna pala

Carichi sulla pala 1

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.6310	-34.762
1 cos	-0.2222	-0.1736	-0.0070	0.0082	-0.0003	0.0004
1 sin	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0047	0.0008	0.0002
2 cos	0.1190	0.2006	0.0020	-0.0040	-0.0001	-0.0002
2 sin	0.0593	0.2030	-0.0006	-0.0017	-0.0002	-0.0001
3 cos	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
3 sin	-0.0094	-0.0599	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000
4 cos	0.0639	0.1399	0.0006	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	-0.0412	-0.0955	-0.0003	0.0013	0.0001	0.0001
5 sin	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.2217	-0.1752	0.0005	0.0569	-0.0558	-0.1494
1 sin	-0.1657	-0.6075	0.0010	0.1954	-0.0116	-0.0849
2 cos	0.1180	0.2018	-0.0004	-0.0651	0.0225	0.0734
2 sin	0.0582	0.2038	-0.0003	-0.0656	0.0045	0.0303
3 cos	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
3 sin	-0.0091	-0.0601	0.0001	0.0193	0.0011	-0.0031
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0100	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	-0.0407	-0.0960	0.0002	0.0309	-0.0061	-0.0238
5 sin	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.733
1 cos	-0.0005	0.0015	-0.0075	-0.0519	0.0557	0.0071
1 sin	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
2 cos	0.0010	-0.0011	0.0024	0.0649	-0.0229	-0.0034
2 sin	0.0012	-0.0008	-0.0003	0.0678	-0.0050	-0.0013
3 cos	-0.0010	0.0009	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
3 sin	-0.0004	0.0002	0.0004	-0.0203	-0.0010	0.0001
4 cos	0.0007	-0.0007	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0017
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	-0.0005	0.0005	-0.0004	-0.0314	0.0063	0.0011
5 sin	0.0003	-0.0003	0.0006	0.0200	-0.0064	-0.0010

Carichi sulla pala 2

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.630	-34.762
1 cos	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0048	0.0010	0.0002
1 sin	0.2222	0.1736	0.0069	-0.0082	0.0003	-0.0004
2 cos	-0.1190	-0.2006	-0.0020	0.0040	0.0001	0.0002
2 sin	-0.0593	-0.2030	0.0006	0.0017	0.0002	0.0001
3 cos	0.0094	0.0599	-0.0005	-0.0002	-0.0001	0.0000
3 sin	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
4 cos	0.0639	0.1399	0.0005	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
5 sin	0.0412	0.09553	0.0003	-0.0013	-0.0001	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.1657	-0.6075	0.0009	0.1954	-0.0116	-0.0849
1 sin	0.2217	0.1752	-0.0005	-0.0569	0.0558	0.1494
2 cos	-0.1180	-0.2018	0.0004	0.0651	-0.0225	-0.0734
2 sin	-0.0582	-0.2038	0.0003	0.0656	-0.0044	-0.0303
3 cos	0.0091	0.0601	-0.0001	-0.0193	-0.0011	0.0031
3 sin	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0099	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
5 sin	0.0410	0.0960	-0.0002	-0.0310	0.0060	0.0238
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.732
1 cos	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
1 sin	0.0005	-0.0015	0.0075	0.0520	-0.0560	-0.0071
2 cos	-0.0010	0.0011	-0.0024	-0.0649	0.0230	0.0034
2 sin	-0.0012	0.0010	0.0003	-0.0678	0.0050	0.0013
3 cos	0.0004	-0.0002	-0.0004	0.0203	0.0010	-0.0001
3 sin	-0.0010	0.0010	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
4 cos	0.0010	-0.0010	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0018
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	0.0003	-0.0003	0.0007	0.0200	-0.0064	-0.0010
5 sin	0.0005	-0.0005	0.0004	0.0314	-0.0063	-0.0011

Carichi sulla pala 3

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.630	-34.762
1 cos	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0048	0.0010	0.0002
1 sin	0.2222	0.1736	0.0069	-0.0082	0.0003	-0.0004
2 cos	-0.1190	-0.2006	-0.0020	0.0040	0.0001	0.0002
2 sin	-0.0593	-0.2030	0.0006	0.0017	0.0002	0.0001
3 cos	0.0094	0.0599	-0.0005	-0.0002	-0.0001	0.0000
3 sin	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
4 cos	0.0639	0.1399	0.0005	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
5 sin	0.0412	0.09553	0.0003	-0.0013	-0.0001	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.1657	-0.6075	0.0009	0.1954	-0.0116	-0.0849
1 sin	0.2217	0.1752	-0.0005	-0.0569	0.0558	0.1494
2 cos	-0.1180	-0.2018	0.0004	0.0651	-0.0225	-0.0734
2 sin	-0.0582	-0.2038	0.0003	0.0656	-0.0044	-0.0303
3 cos	0.0091	0.0601	-0.0001	-0.0193	-0.0011	0.0031
3 sin	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0099	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
5 sin	0.0410	0.0960	-0.0002	-0.0310	0.0060	0.0238
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.732
1 cos	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
1 sin	0.0005	-0.0015	0.0075	0.0520	-0.0560	-0.0071
2 cos	-0.0010	0.0011	-0.0024	-0.0649	0.0230	0.0034
2 sin	-0.0012	0.0010	0.0003	-0.0678	0.0050	0.0013
3 cos	0.0004	-0.0002	-0.0004	0.0203	0.0010	-0.0001
3 sin	-0.0010	0.0010	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
4 cos	0.0010	-0.0010	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0018
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	0.0003	-0.0003	0.0007	0.0200	-0.0064	-0.0010
5 sin	0.0005	-0.0005	0.0004	0.0314	-0.0063	-0.0011

Carichi sulla pala 4

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	346096.080	-25827.145	16762.055	-634.030	48.630	-34.762
1 cos	-0.1693	-0.6051	0.0020	0.0048	0.0010	0.0002
1 sin	0.2222	0.1736	0.0069	-0.0082	0.0003	-0.0004
2 cos	-0.1190	-0.2006	-0.0020	0.0040	0.0001	0.0002
2 sin	-0.0593	-0.2030	0.0006	0.0017	0.0002	0.0001
3 cos	0.0094	0.0599	-0.0005	-0.0002	-0.0001	0.0000
3 sin	-0.0878	-0.1779	-0.0010	0.0029	0.0001	0.0001
4 cos	0.0639	0.1399	0.0005	-0.0021	-0.0001	-0.0001
4 sin	-0.0189	-0.0179	-0.0005	0.0007	0.0000	0.0000
5 cos	0.0347	0.0618	0.0005	-0.0012	0.0000	-0.0001
5 sin	0.0412	0.09553	0.0003	-0.0013	-0.0001	-0.0001
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347231.803	-24086.327	-0.0012	6985.313	107293.640	11012.623
1 cos	-0.1657	-0.6075	0.0009	0.1954	-0.0116	-0.0849
1 sin	0.2217	0.1752	-0.0005	-0.0569	0.0558	0.1494
2 cos	-0.1180	-0.2018	0.0004	0.0651	-0.0225	-0.0734
2 sin	-0.0582	-0.2038	0.0003	0.0656	-0.0044	-0.0303
3 cos	0.0091	0.0601	-0.0001	-0.0193	-0.0011	0.0031
3 sin	-0.0869	-0.1788	0.0003	0.0576	-0.0146	-0.0523
4 cos	0.0631	0.1406	-0.0003	-0.0453	0.0099	0.0374
4 sin	-0.0189	-0.0181	0.0000	0.0059	-0.0045	-0.0125
5 cos	0.0343	0.0621	-0.0001	-0.0200	0.0063	0.0212
5 sin	0.0410	0.0960	-0.0002	-0.0310	0.0060	0.0238
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1135.722	-1740.818	18279.133	-8122.516	-113805.189	-11047.732
1 cos	-0.0035	0.0025	0.0011	-0.2023	0.0133	0.0037
1 sin	0.0005	-0.0015	0.0075	0.0520	-0.0560	-0.0071
2 cos	-0.0010	0.0011	-0.0024	-0.0649	0.0230	0.0034
2 sin	-0.0012	0.0010	0.0003	-0.0678	0.0050	0.0013
3 cos	0.0004	-0.0002	-0.0004	0.0203	0.0010	-0.0001
3 sin	-0.0010	0.0010	-0.0013	-0.0581	0.0150	0.0024
4 cos	0.0010	-0.0010	0.0010	0.0460	-0.0103	-0.0018
4 sin	-0.0001	0.0001	-0.0006	-0.0055	0.0045	0.0006
5 cos	0.0003	-0.0003	0.0007	0.0200	-0.0064	-0.0010
5 sin	0.0005	-0.0005	0.0004	0.0314	-0.0063	-0.0011

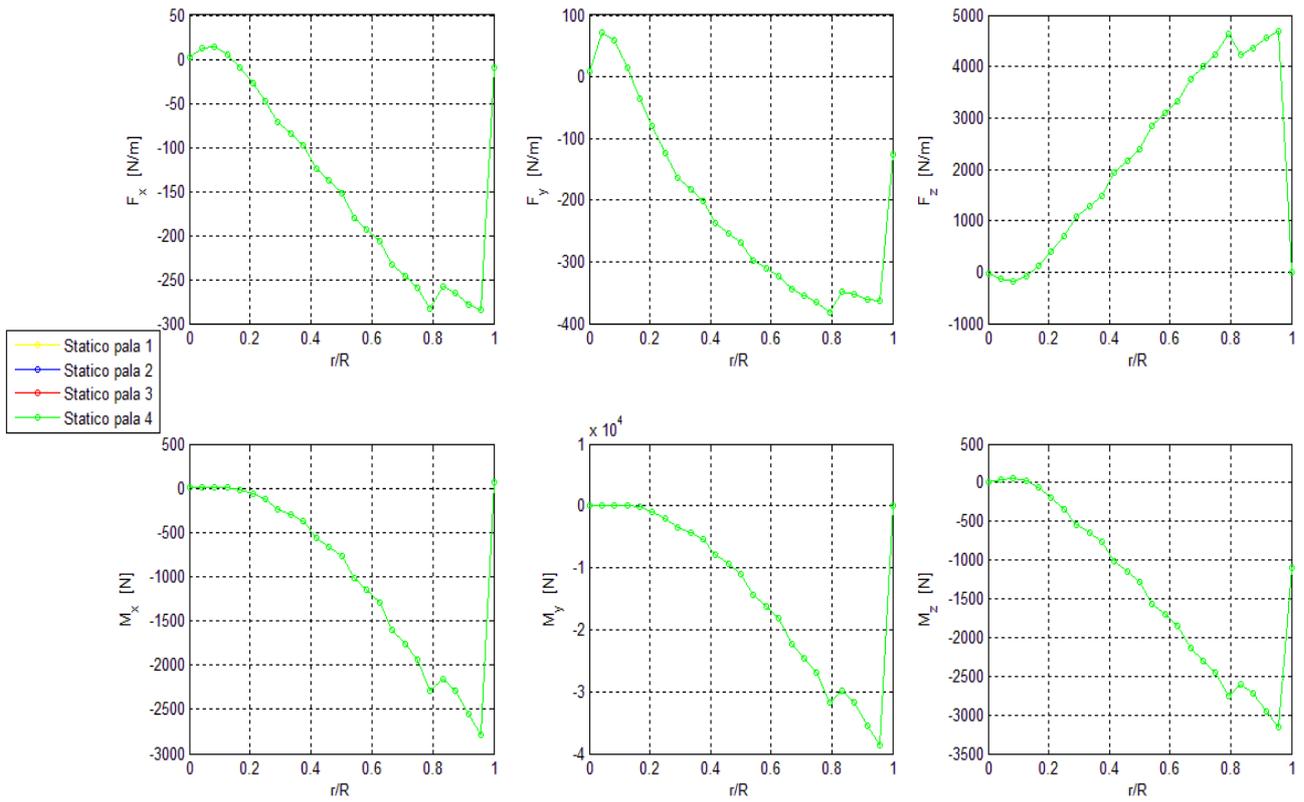


Fig. 8.34 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (statico)

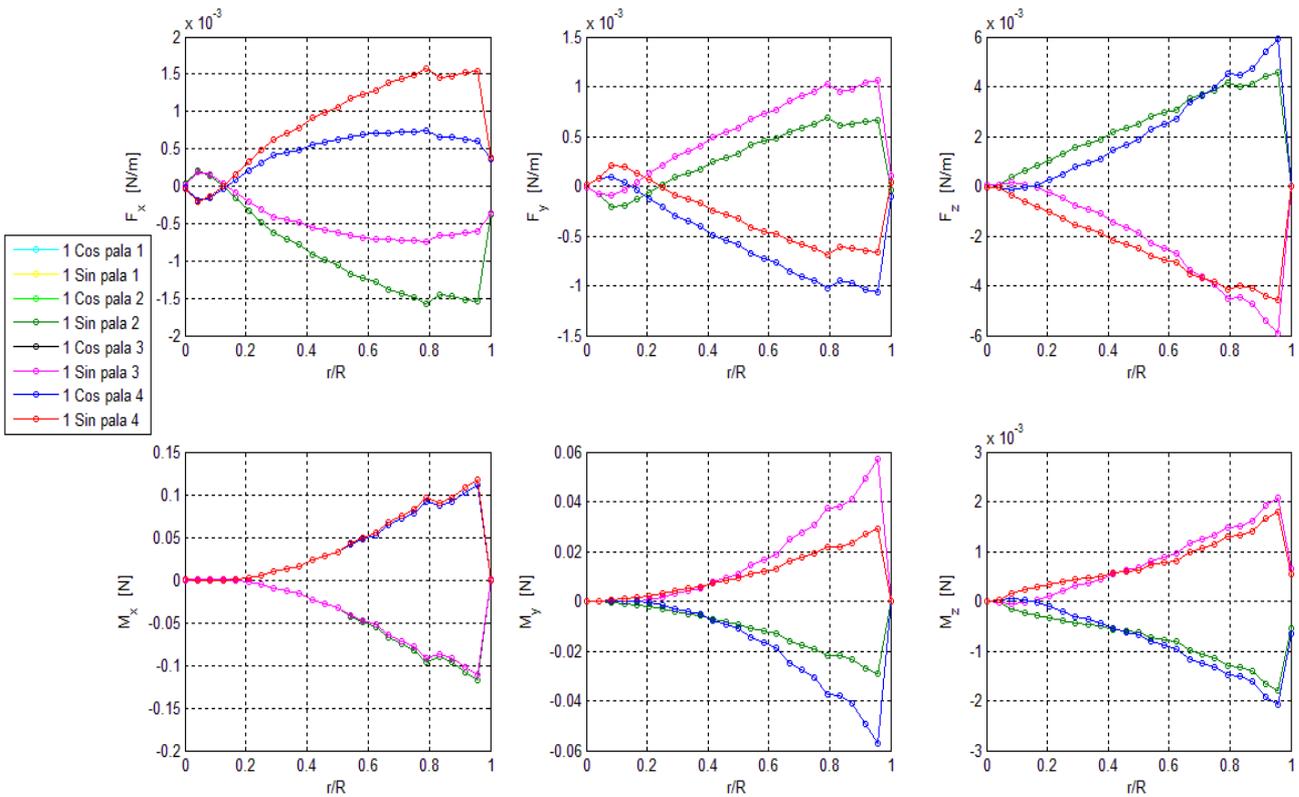


Fig. 8.35 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

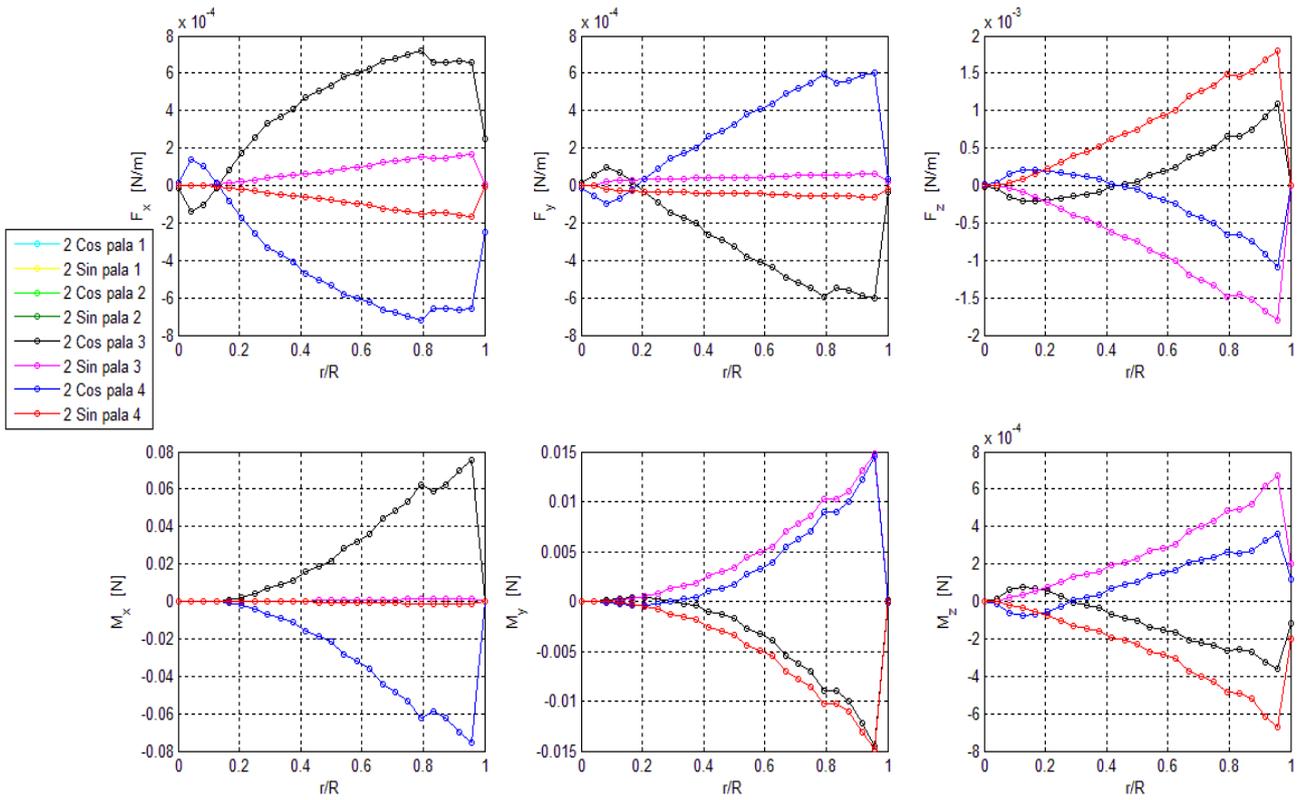


Fig. 8.36 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

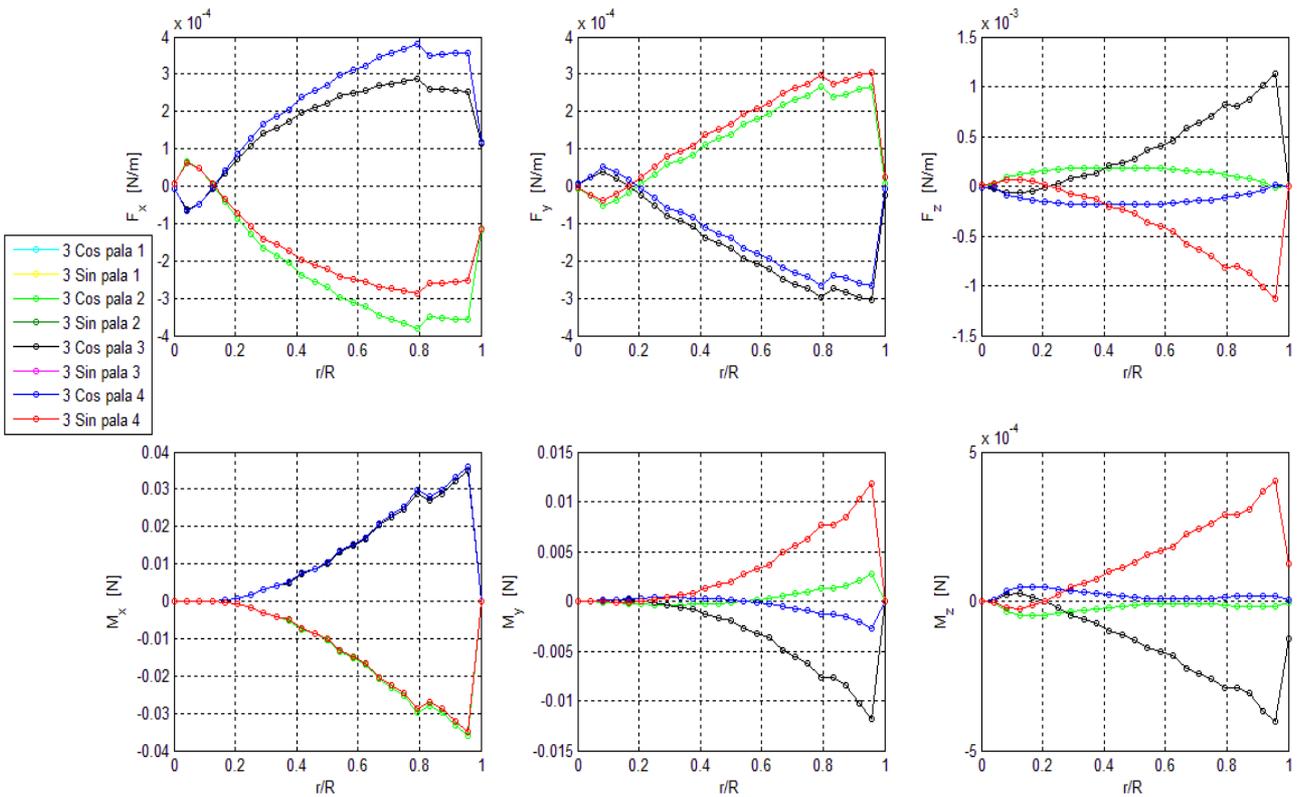


Fig. 8.37 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

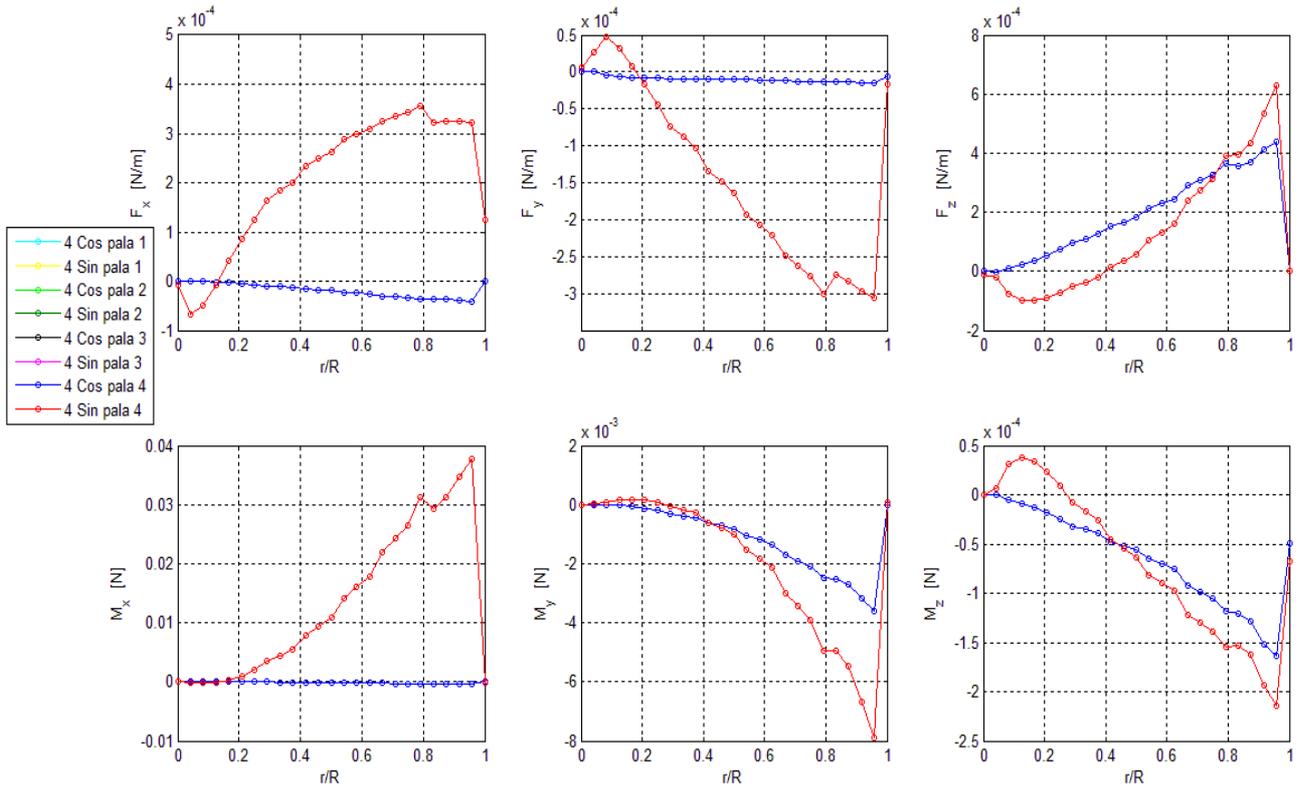


Fig. 8.38 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (quarta armonica)

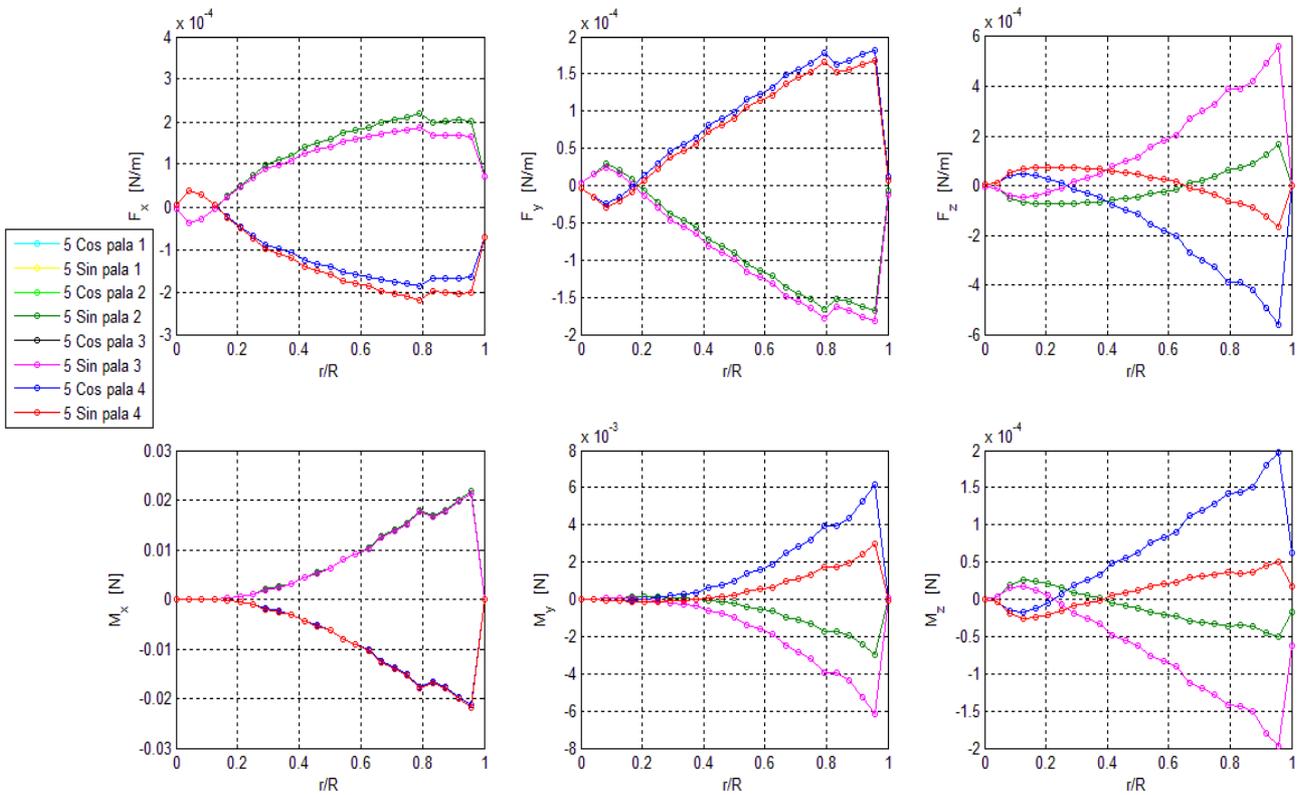


Fig. 8.39 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

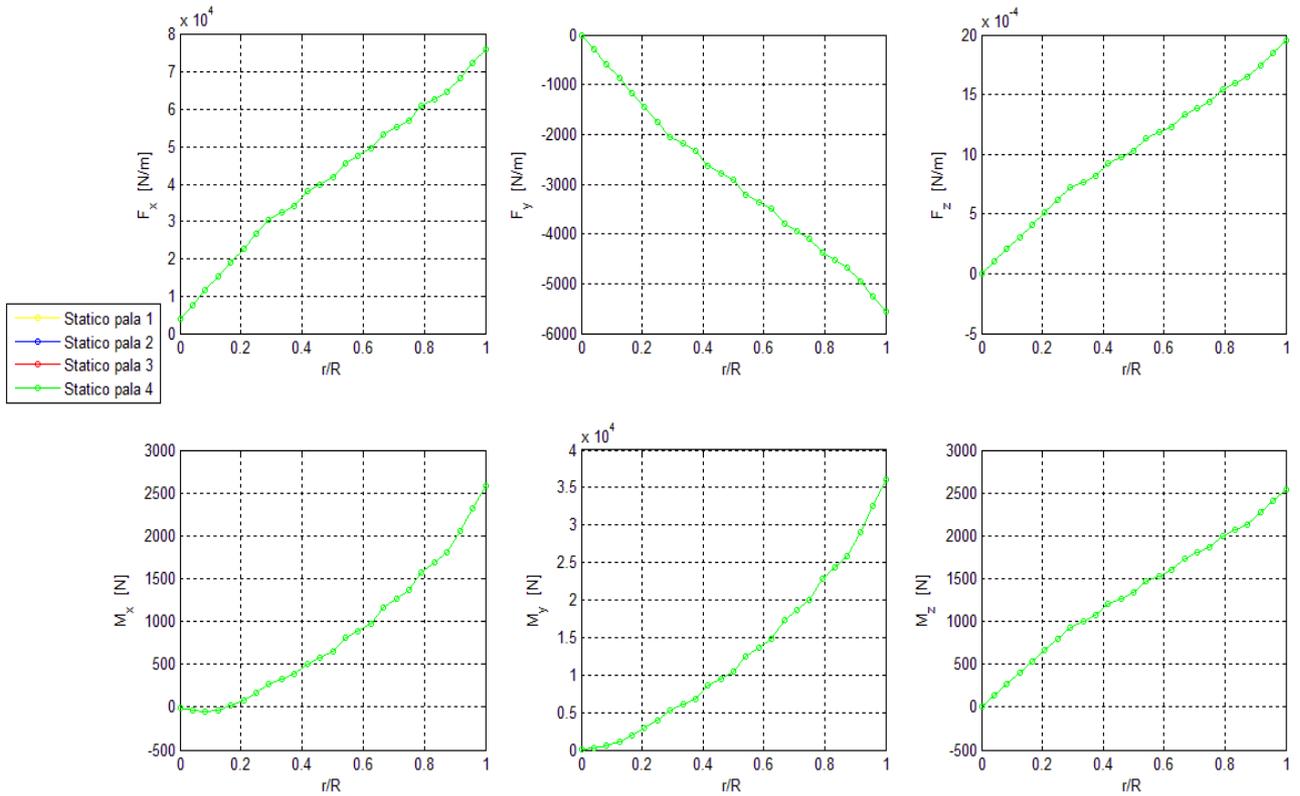


Fig. 8.40 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (statico)

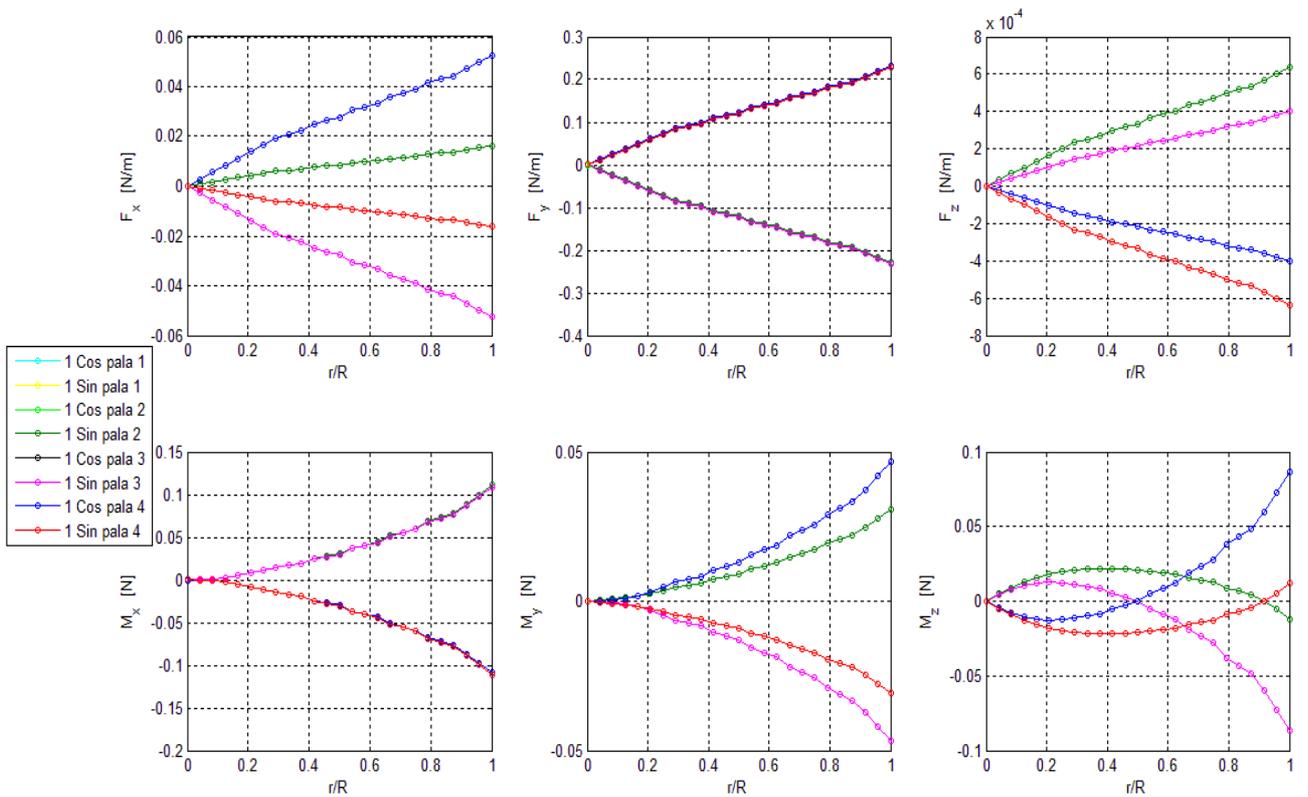


Fig. 8.41 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

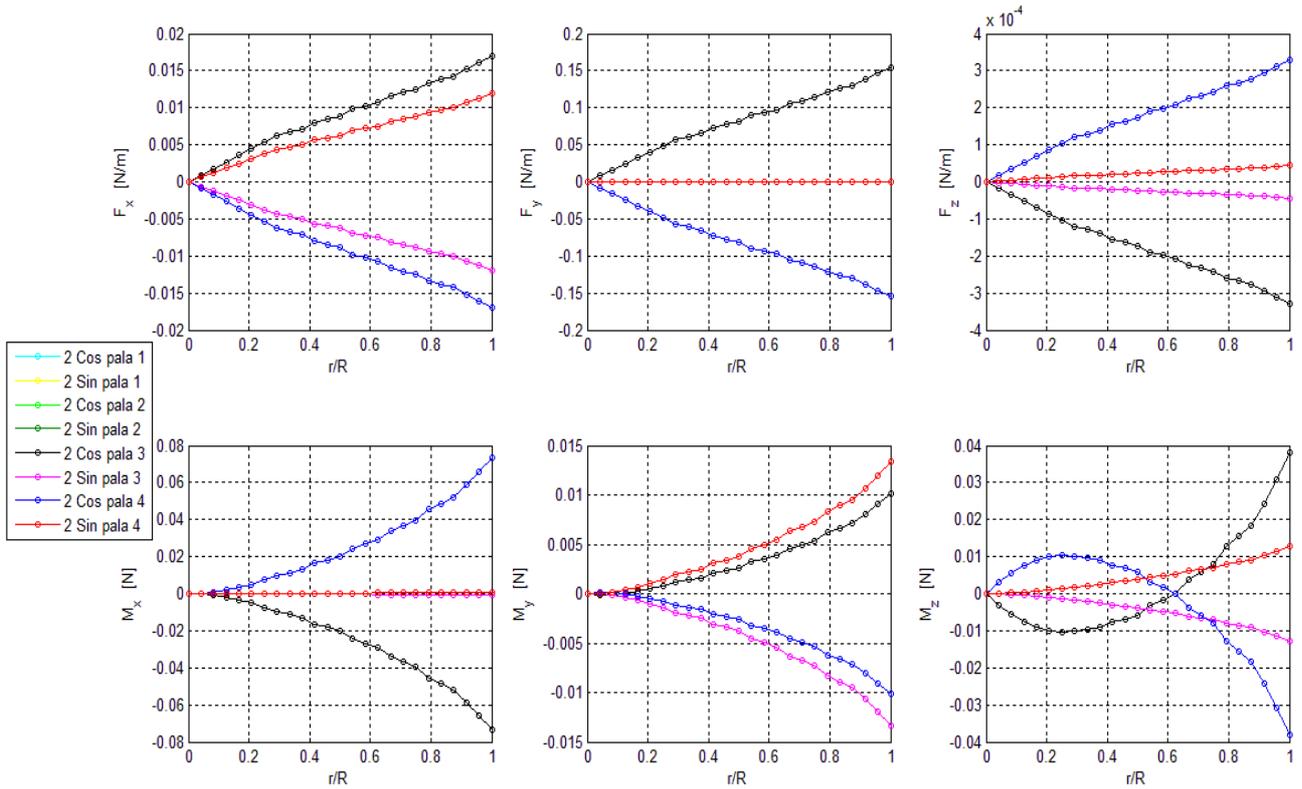


Fig. 8.42 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

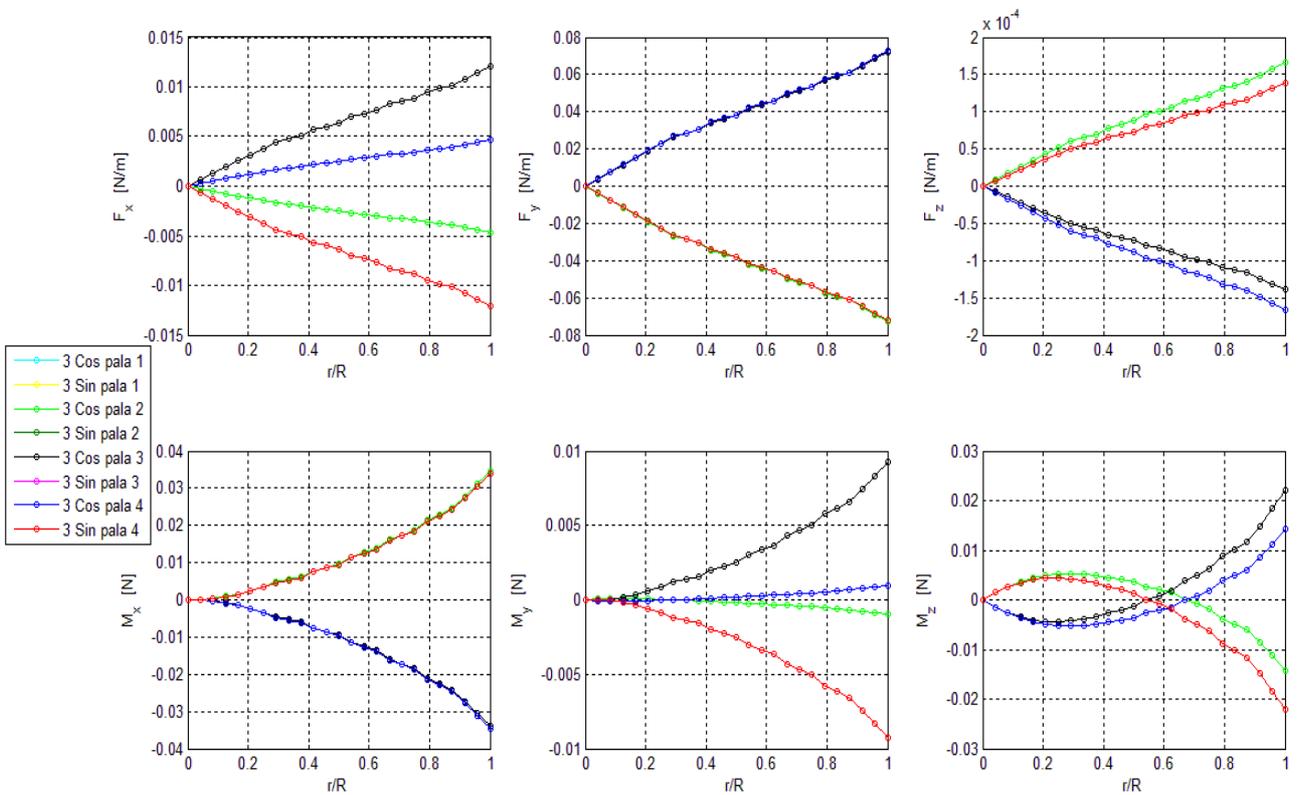


Fig. 8.43 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

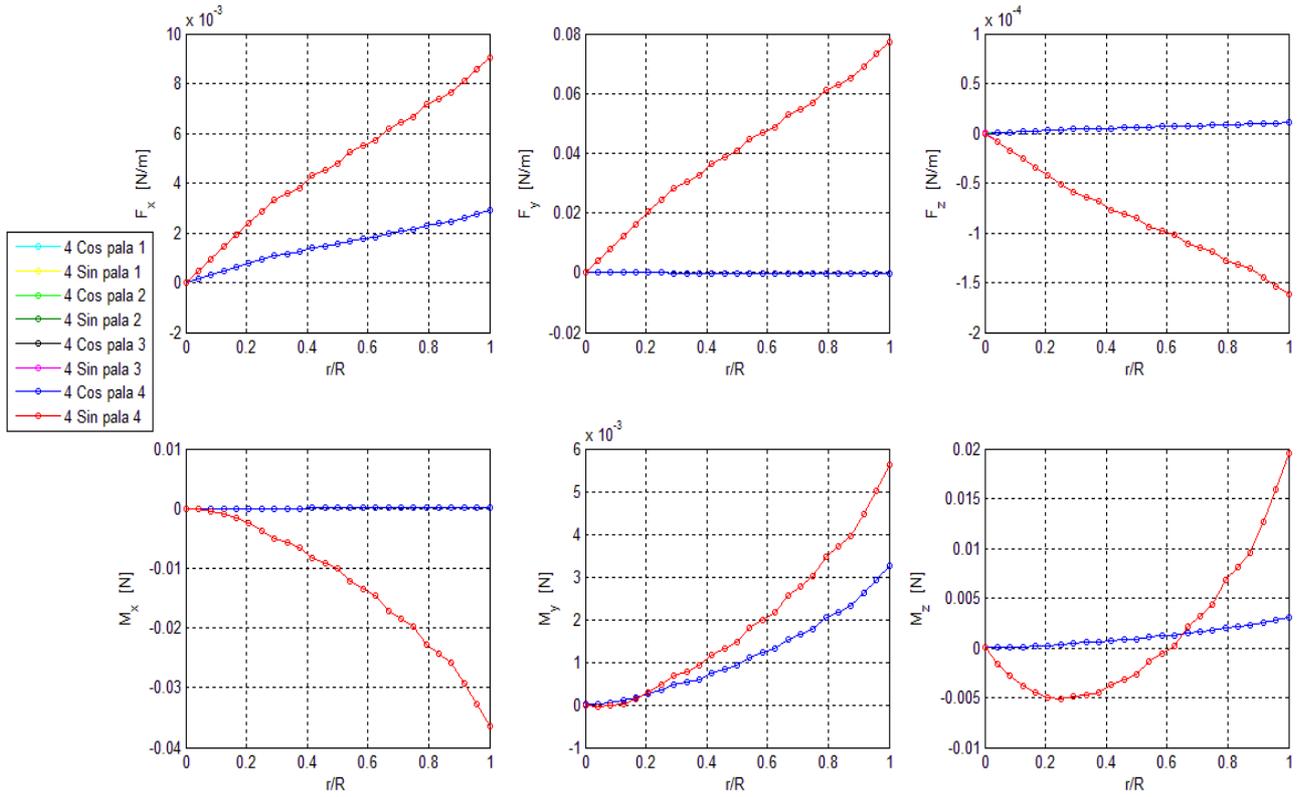


Fig. 8.44 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quarta armonica)

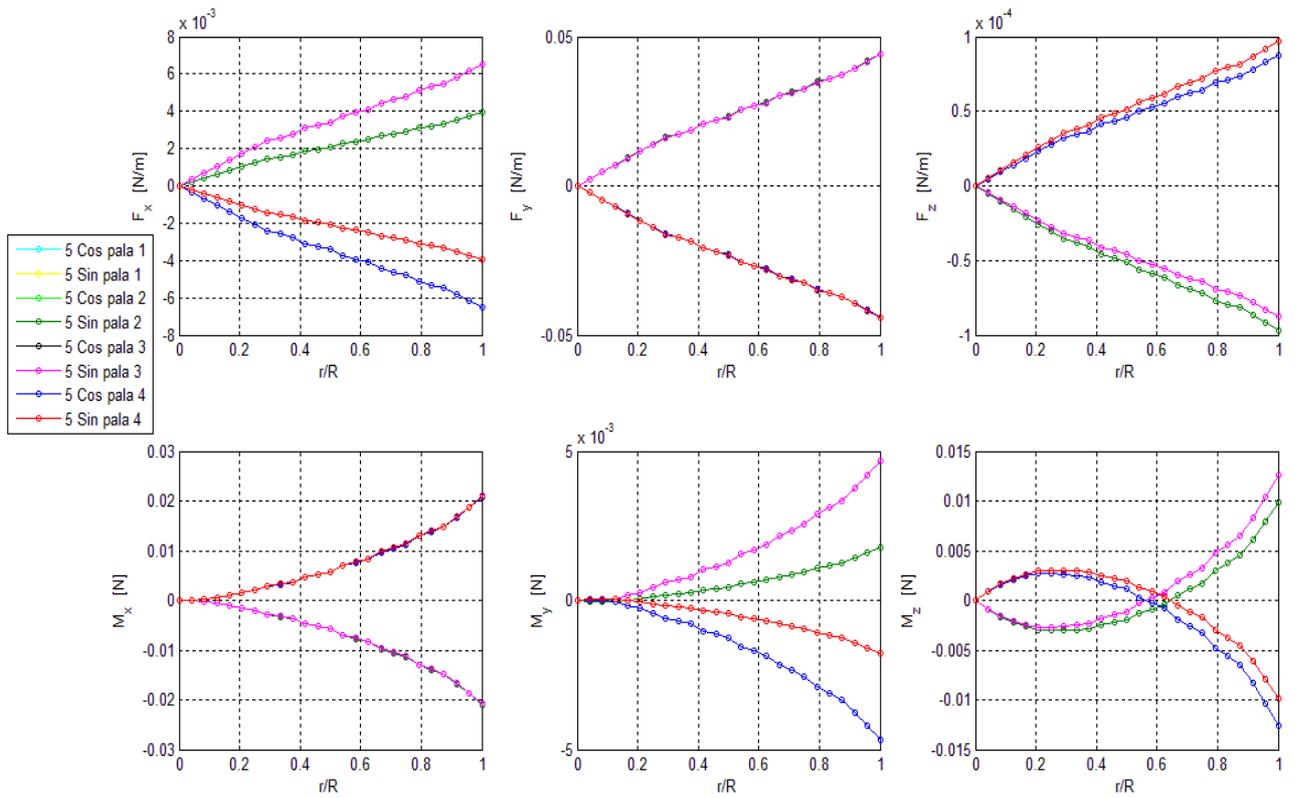


Fig. 8.45 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

Carichi al centro del mozzo

<i>Forze e Momenti RSA</i>						
	<i>H [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>T [N]</i>	<i>M_r [Nm]</i>	<i>M_p [Nm]</i>	<i>Q [Nm]</i>
Statico	0.0001	-0.0001	67048.219	0.0000	0.0000	-47373.255
1 cos	0.0000	0.0000	-0.0248	0.0000	0.0000	-0.8839
1 sin	0.0000	0.0000	0.0120	0.0000	0.0000	-1.3929
2 cos	0.0000	0.0000	0.0059	0.0000	0.0000	0.6372
2 sin	0.0000	0.0000	-0.0038	0.0000	0.0000	0.4744
3 cos	0.0000	0.0000	-0.0024	0.0000	0.0000	-0.5156
3 sin	0.0000	0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	-0.1176
4 cos	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.3910
4 sin	0.0000	0.0000	-0.0018	0.0000	0.0000	-0.0801
5 cos	0.0000	0.0000	-0.0003	0.0000	0.0000	-0.2602
5 sin	0.0000	0.0000	0.0015	0.0000	0.0000	0.1906
<i>Forze e Momenti NRSA</i>						
	<i>H [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>T [N]</i>	<i>M_r [Nm]</i>	<i>M_p [Nm]</i>	<i>Q [Nm]</i>
Statico	0.0000	0.0000	67048.219	0.0000	0.0000	-47373.255
1 cos	0.0001	-0.0001	-0.0248	0.0000	0.0000	-0.8839
1 sin	0.0001	0.0001	0.0120	0.0000	0.0000	-1.3929
2 cos	0.0000	0.0000	0.0059	0.0000	0.0000	0.6372
2 sin	0.0000	0.0000	-0.0038	0.0000	0.0000	0.4744
3 cos	0.0000	0.0000	-0.0024	0.0000	0.0000	-0.5156
3 sin	0.0000	0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	-0.1176
4 cos	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.3910
4 sin	0.0000	0.0000	-0.0018	0.0000	0.0000	-0.0801
5 cos	0.0000	0.0000	-0.0003	0.0000	0.0000	-0.2602
5 sin	0.0000	0.0000	0.0015	0.0000	0.0000	0.1906
<i>Forze e Momenti Aerodinamici NRSA</i>						
	<i>H [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>T [N]</i>	<i>M_r [Nm]</i>	<i>M_p [Nm]</i>	<i>Q [Nm]</i>
Statico	0.0000	0.0000	73116.531	0.0000	0.0000	-47374.533
1 cos	0.0000	0.0000	-0.0268	0.0000	0.0000	0.0293
1 sin	0.0000	0.0000	0.0083	0.0000	0.0000	0.0163
2 cos	0.0000	0.0000	0.0076	0.0000	0.0000	0.0143
2 sin	0.0000	0.0000	-0.0025	0.0000	0.0000	-0.0058
3 cos	0.0000	0.0000	-0.0038	0.0000	0.0000	0.0102
3 sin	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000	0.0000	0.0006
4 cos	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000	0.0000	-0.0073
4 sin	0.0000	0.0000	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0024
5 cos	0.0000	0.0000	-0.0010	0.0000	0.0000	0.0046
5 sin	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000	0.0000	-0.0041

Armoniche della velocità indotta

	<i>Stazioni 1-9 (in m/s)</i>								
Statico	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589
1 cos	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
1 sin	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
2 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	<i>Stazioni 10-18 (in m/s)</i>								
Statico	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589
1 cos	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
1 sin	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
2 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	<i>Stazioni 19-25 (in m/s)</i>								
Statico	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589	10.6589		
1 cos	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001		
1 sin	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001		
2 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
3 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		

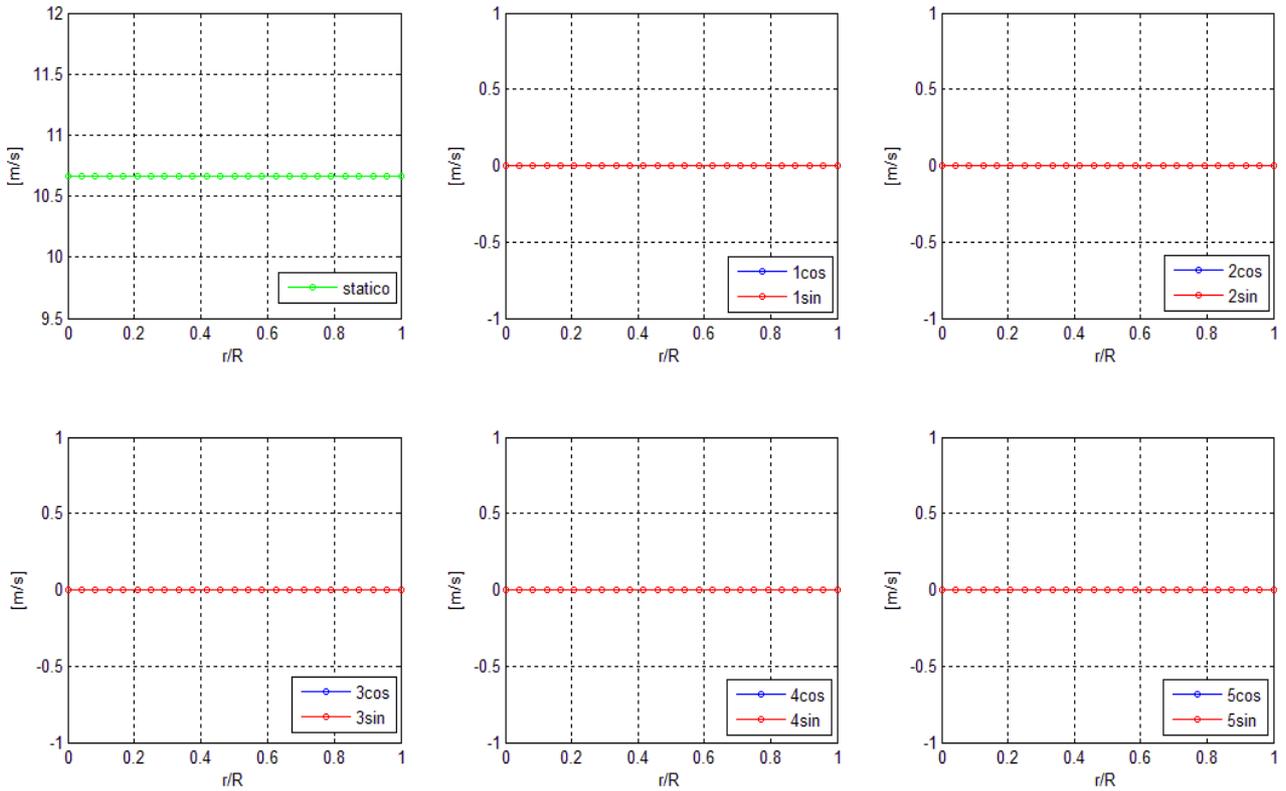


Fig. 8.46 – Armoniche della velocità indotta, valori per giro lungo il raggio del disco

Performance del rotore

<i>Forze</i>		
	[N]	<i>Coefficiente</i>
<i>H</i>	0.0000	0.0000
<i>Y</i>	0.000	0.0000
<i>T</i>	73116.53	0.005789
<i>Momenti</i>		
	[Nm]	<i>Coefficiente</i>
<i>M_r</i>	0.0000	0.00000
<i>M_p</i>	0.000	0.00000
<i>Q</i>	-47374.53	-0.000410
<i>Potenza assorbita:</i>		1026.44 kW
<i>Velocità indotta (valore medio nel giro)</i>		10.6589 m/s

8.1.4 Caso 4

Dati di Input

<i>Comandi</i>	
Collettivo [<i>deg</i>]	8.00
Ciclico longitudinale [<i>deg</i>]	-6.00
Ciclico laterale [<i>deg</i>]	2.00
<i>Assetto</i>	
Angolo di beccheggio [<i>deg</i>]	0.00
Angolo di rollio [<i>deg</i>]	0.00
<i>Condizioni di volo</i>	
Quota di volo [<i>m</i>]	0.00
Temperatura [<i>°C</i>]	15.00
Densità dell'aria [<i>kg/m³</i>]	1.225
Velocità del suono [<i>m/s</i>]	340.29
Velocità di volo [<i>kts</i>]	90.00
Velocità del rotore [<i>rpm</i>]	206.90
<i>Rotore</i>	
Raggio [<i>m</i>]	9.14
Numero di pale	4
Offset della cerniera [<i>r/R</i>]	0.05
Solidità	0.085
Rigidità in flappeggio della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Rigidità in ritardo della cerniera [<i>Nm/rad</i>]	0.00
Smorzamento in ritardo della cerniera [<i>Nm's/rad</i>]	20000
Angolo δ_3 [<i>deg</i>]	0.00
File della pala	<i>pala_rif.nl</i>
Modello della velocità indotta	<i>Peters-He</i>
<i>Aerodinamica</i>	
Fattore di perdita di portanza al <i>tip</i> [<i>r/R</i>]	0.975
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>hovering</i>	1.00
Fattore correttivo della velocità indotta in <i>forward-flight</i>	1.00
<i>Soluzione</i>	
Metodo di integrazione	<i>Runge-Kutta 3</i>
Massimo numero di giri	30
Numero di armoniche	5
Numero di <i>azimuth</i>	36
Tolleranza di convergenza	1.00E-5

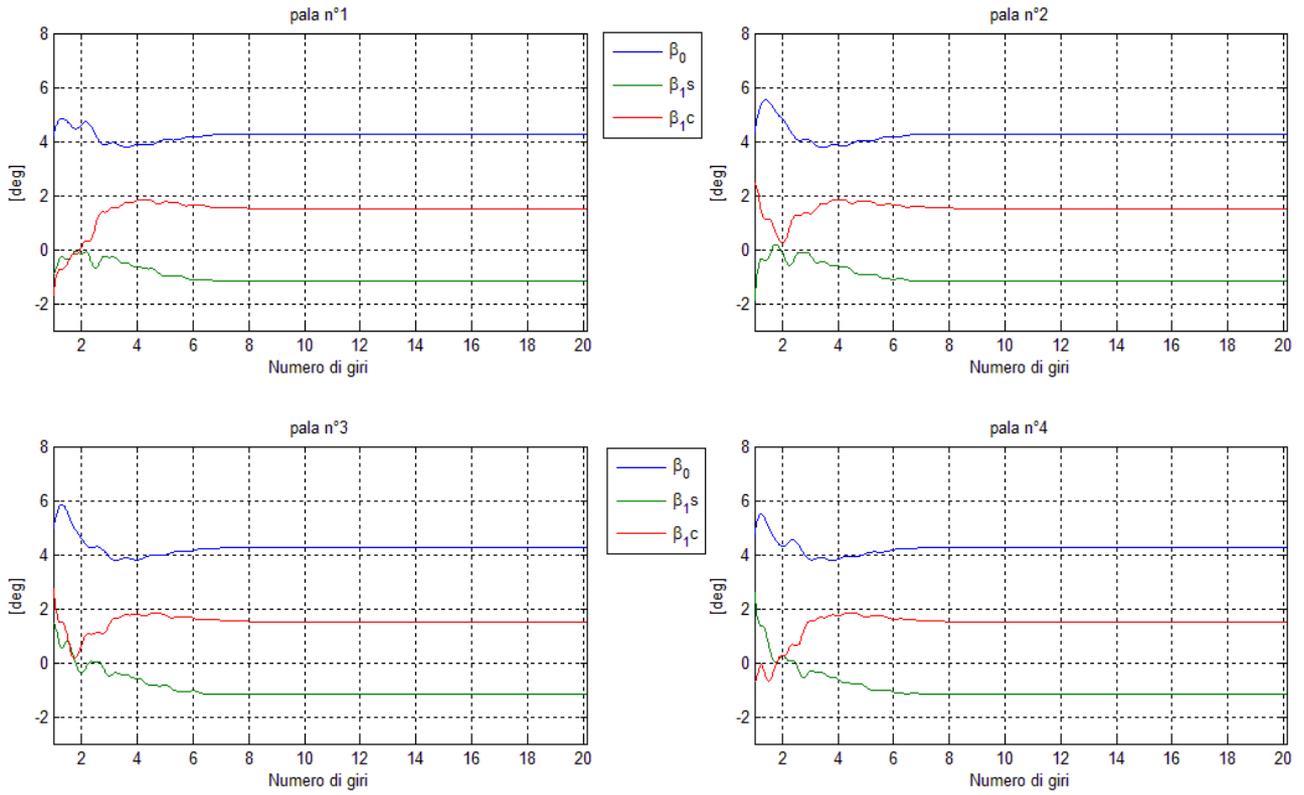


Fig. 8.47 – Andamento di β_0 , β_{1c} e β_{1s} per ciascuna pala

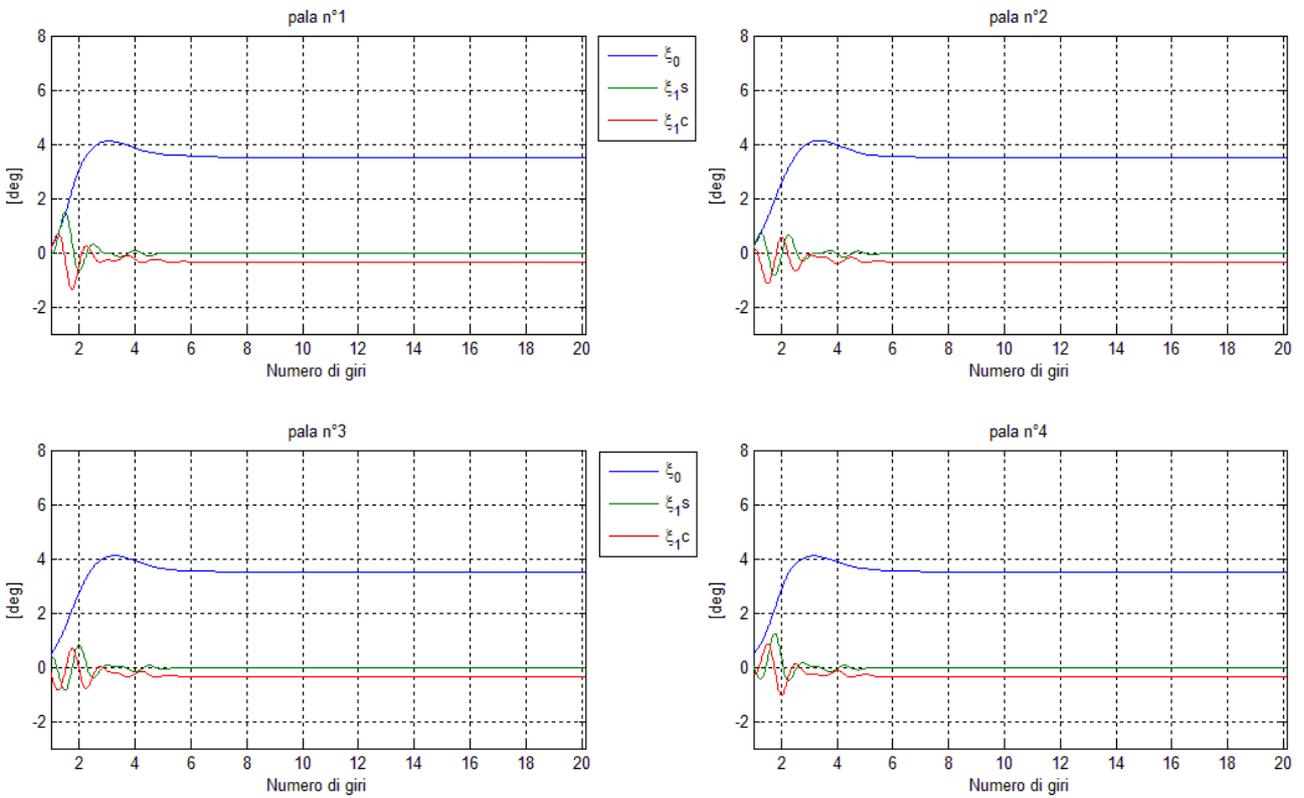
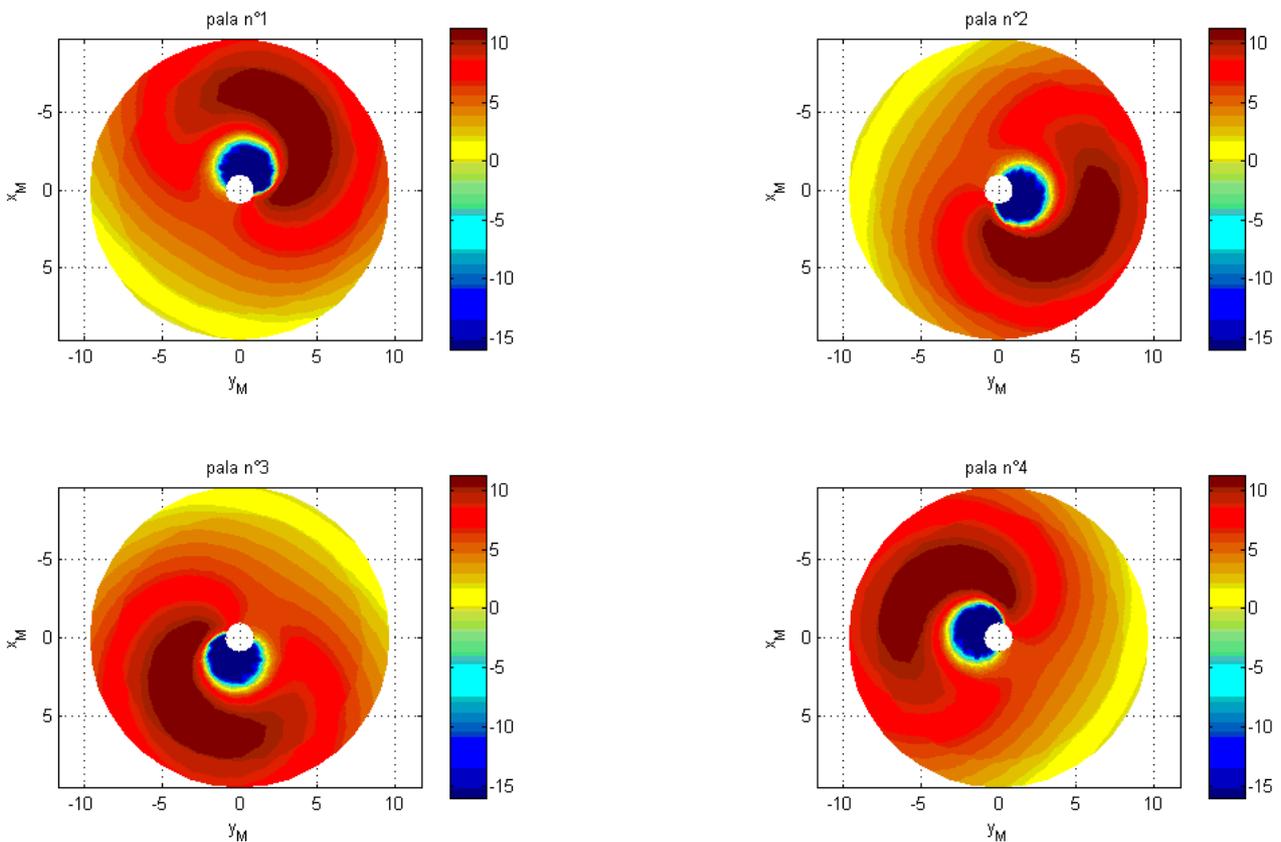


Fig. 8.48 – Andamento di ξ_0 , ξ_{1c} e ξ_{1s} per ciascuna pala

Armoniche di flappeggio e ritardo

	Pala 1		Pala 2		Pala 3		Pala 4	
	β [deg]	ξ [deg]						
Statico	4.2767	3.4905	4.2789	3.4898	4.2842	3.4854	4.2819	3.4860
1 cos	1.6624	-0.3441	1.6746	-0.3415	1.6507	-0.3393	1.6393	-0.3420
1 sin	-0.8024	-0.0838	-0.7830	-0.0864	-0.7719	-0.0835	-0.7912	-0.0810
2 cos	-0.2988	-0.0243	-0.2995	-0.0240	-0.3010	-0.0237	-0.3004	-0.0240
2 sin	-0.1066	0.0117	-0.1053	0.0114	-0.1059	0.0118	-0.1068	0.0121
3 cos	-0.0021	-0.0018	-0.0023	-0.0018	-0.0022	-0.0018	-0.0021	-0.0018
3 sin	-0.0207	0.0040	-0.0207	0.0040	-0.0209	0.0040	-0.0207	0.0040
4 cos	0.0007	-0.0001	0.0007	-0.0001	0.0007	-0.0001	0.0008	-0.0001
4 sin	-0.0016	-0.0003	-0.0016	-0.0003	-0.0016	-0.0003	-0.0016	-0.0003
5 cos	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001
5 sin	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0000


 Fig. 8.49 – Distribuzione di incidenza aerodinamica α in un giro, per ciascuna pala

Carichi sulla pala 1

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345071.4495	-20522.4975	24786.8944	-645.2270	39.4438	-49.8717
1 cos	-429.0276	2224.8673	8324.7451	-42.5057	-1.0153	-23.8247
1 sin	-3116.5368	413.2485	273.5437	167.6046	-11.7083	19.5922
2 cos	-20.6996	174.8630	-2117.3554	0.1632	-0.6149	2.9156
2 sin	-123.7772	-173.1395	-1894.5312	57.0897	-3.0241	9.5270
3 cos	102.0852	22.05478	-22.2871	8.5979	-0.6352	1.2105
3 sin	14.6782	-27.7224	-195.5240	6.4957	-0.1614	1.3451
4 cos	3.8545	-0.5998	27.9206	1.1682	-0.0492	0.3710
4 sin	-0.5419	9.9150	-43.0050	1.6466	-0.0577	0.0832
5 cos	1.9301	0.8719	-2.8342	0.3946	-0.0210	0.0538
5 sin	1.0798	2.0210	-12.3790	-0.6672	0.0493	-0.0614
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347082.8402	-19148.4090	-157.1109	7569.4885	147526.2196	8746.0133
1 cos	312.6577	3101.6091	9967.5400	-1470.0209	3369.6002	6829.0140
1 sin	-3052.5690	298.0949	-3296.2895	44.6176	517.8001	-4331.2452
2 cos	80.8490	216.1180	-5275.1436	1200.2230	22113.0643	288.8210
2 sin	47.6726	40.2759	-4324.7661	1162.1997	17762.4402	378.2266
3 cos	139.6309	71.4129	433.1514	-191.9980	-2208.9487	334.7988
3 sin	70.7496	-12.5636	-918.5901	208.7550	4705.3000	42.1079
4 cos	-10.6495	-10.2859	141.0137	-39.8060	-756.3447	-59.7400
4 sin	3.6308	19.7251	-59.7403	0.7917	320.3537	101.8825
5 cos	1.1110	-4.5479	11.4293	1.1668	-64.1075	-24.6166
5 sin	0.4823	-3.5822	1.8027	-1.3824	-11.1523	-19.6474
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2011.3907	-1374.0884	26461.0823	-8614.6952	-154043.6931	-8795.9420
1 cos	-741.6853	-876.7418	-1642.7948	1465.5437	-3357.9965	-5775.7081
1 sin	-63.9678	115.1536	3569.8331	138.9878	-535.2745	1896.7889
2 cos	-101.5487	-41.2550	3157.7882	-1197.0670	-22114.4371	-326.2819
2 sin	-171.4498	-213.4153	2430.2348	-1105.5824	-17768.0514	-774.9191
3 cos	-37.5457	-49.3581	-455.4385	200.9700	2207.8385	-391.0175
3 sin	-56.0713	-15.1587	723.0661	-202.56543	-4705.8403	-121.7269
4 cos	14.5040	9.6860	-113.0930	40.9593	756.3275	69.7082
4 sin	-4.1727	-9.8101	16.7353	0.8941	-320.4090	-97.1472
5 cos	0.8191	5.4198	-14.2635	-0.7765	64.0841	23.3635
5 sin	0.5974	5.6032	-14.1817	0.7114	11.2025	20.9531

Carichi sulla pala 2

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345068.4176	-20519.4055	24791.9908	-645.0431	39.4239	-49.8633
1 cos	-420.4938	2209.6554	8389.9660	-43.7530	-0.9070	-24.0094
1 sin	-3109.2877	428.7933	392.2845	165.9700	-11.6309	19.2234
2 cos	-20.0565	172.6725	-2125.2779	-0.9639	-0.5456	2.7802
2 sin	-125.0454	-170.2758	-1883.4629	56.4649	-2.9992	9.4547
3 cos	101.7849	22.3344	-22.8103	8.4658	-0.6313	1.1700
3 sin	15.3884	-27.8595	-196.2621	6.5804	-0.1721	1.3563
4 cos	3.6368	-0.6211	27.3969	1.1744	-0.0508	0.3704
4 sin	-0.4533	9.9121	-43.0979	1.6808	-0.0601	0.0926
5 cos	1.9011	0.8572	-2.8475	0.4047	-0.0218	0.0548
5 sin	1.0459	2.0082	-12.4803	-0.6774	0.0500	-0.0610
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347081.8257	-19144.9684	-154.8733	7571.4883	147585.1482	8743.9369
1 cos	327.3269	3085.2024	10019.9876	-1465.2134	3368.6112	6843.4708
1 sin	-3036.6063	313.4926	-3169.5206	35.3941	517.1691	-4308.1086
2 cos	82.2882	213.4082	-5304.5414	1207.7563	22251.9490	286.2056
2 sin	45.7702	43.8077	-4296.7358	1151.4635	17634.2043	389.5224
3 cos	139.8067	71.7002	425.2535	-189.1190	-2166.3690	335.2330
3 sin	72.3251	-13.0614	-925.7604	211.1692	4744.2117	39.91729
4 cos	-11.0781	-10.3167	140.8150	-39.7965	-757.0901	-60.0459
4 sin	3.9014	19.8121	-61.6640	1.4547	331.3561	102.3850
5 cos	1.0501	-4.6251	11.5883	1.1691	-64.9165	-25.0815
5 sin	0.4210	-3.6156	1.4122	-1.2848	-9.7730	-19.8435
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2013.4081	-1374.4371	26463.9410	-8616.4377	-154102.6228	-8793.8459
1 cos	-747.8207	-875.5470	-1630.0216	1459.1450	-3356.8047	-5774.4963
1 sin	-72.6814	115.3008	3561.8052	146.8279	-534.3965	1896.3233
2 cos	-102.3447	-40.7357	3179.2635	-1205.7696	-22253.2361	-320.4378
2 sin	-170.8156	-214.0835	2413.2729	-1095.4440	-17639.7513	-780.5507
3 cos	-38.0218	-49.3657	-448.0638	197.9627	2165.2619	-391.6291
3 sin	-56.9367	-14.7980	729.4983	-204.8962	-4744.7681	-120.2915
4 cos	14.7150	9.6956	-113.4180	40.9560	757.0715	70.0747
4 sin	-4.3547	-9.900	18.5661	0.2656	-331.4140	-97.6681
5 cos	0.8510	5.4823	-14.4358	-0.7686	64.8924	23.8251
5 sin	0.62493	5.6238	-13.8925	0.6035	9.8239	21.1499

Carichi sulla pala 3

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345065.3423	-20492.7368	24825.9011	-644.1821	39.3207	-49.8057
1 cos	-426.4177	2196.0279	8242.6283	-41.9407	-0.9982	-23.5425
1 sin	-3102.4814	411.6854	448.0967	164.9098	-11.5194	19.0435
2 cos	-18.8135	169.5115	-2136.9006	-0.0709	-0.5860	2.8777
2 sin	-123.5133	-173.1515	-1891.4034	55.2624	-2.9183	9.3091
3 cos	100.9849	22.4722	-21.4817	8.4286	-0.6217	1.1679
3 sin	14.8605	-27.5908	-197.1602	6.4122	-0.1652	1.3077
4 cos	3.5260	-0.6624	27.3647	1.1459	-0.0483	0.3613
4 sin	-0.6951	9.8832	-43.2214	1.6561	-0.0598	0.0876
5 cos	1.9397	0.8922	-2.9247	0.4092	-0.0221	0.0539
5 sin	1.0227	1.9858	-12.2768	-0.6881	0.0502	-0.0624
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347083.7217	-19120.3699	-152.2466	7572.1413	147747.3345	8733.4624
1 cos	310.2252	3073.4367	9870.3013	-1457.3667	3355.8777	6825.3333
1 sin	-3025.75147	296.0696	-3127.1821	40.4057	509.4106	-4293.3422
2 cos	84.6648	209.4494	-5332.9846	1217.2439	22381.1115	272.5078
2 sin	47.8299	40.3322	-4327.2414	1159.0124	17781.6516	386.3632
3 cos	138.0398	72.2106	434.2878	-192.1151	-2214.4031	337.4480
3 sin	72.0655	-12.6795	-932.0176	213.0067	4775.1743	40.8552
4 cos	-11.3447	-10.4821	142.1592	-40.1874	-764.9889	-60.6941
4 sin	3.4272	19.7569	-61.2100	1.3644	329.1260	101.8757
5 cos	1.1197	-4.6053	11.7482	1.0999	-65.7974	-25.0093
5 sin	0.3830	-3.6886	1.7247	-1.2778	-10.5472	-20.4169
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2018.3794	-1372.3668	26495.2247	-8615.7182	-154264.9470	-8783.2139
1 cos	-736.6429	-877.4088	-1627.6730	1452.9108	-3344.3438	-5780.3637
1 sin	-76.7299	115.6157	3575.2789	140.3912	-526.4450	1893.5422
2 cos	-103.4784	-39.9378	3196.0840	-1214.3916	-22382.4906	-314.0984
2 sin	-171.3432	-213.4836	2435.8380	-1104.2492	-17787.1024	-774.0554
3 cos	-37.0549	-49.7384	-455.7695	200.9229	2213.3120	-392.9318
3 sin	-57.2050	-14.9112	734.8574	-206.8984	-4775.7237	-121.3183
4 cos	14.8706	9.8197	-114.7944	41.3172	764.9731	70.7220
4 sin	-4.1224	-9.8736	17.9886	0.3314	-329.1828	-97.0256
5 cos	0.8200	5.4975	-14.6729	-0.6947	65.7730	23.7259
5 sin	0.6397	5.6743	-14.0015	0.5863	10.5986	21.7598

Carichi sulla pala 4

<i>Forze e Momenti Risultanti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	345068.4098	-20496.1543	24820.3368	-644.3793	39.3419	-49.8145
1 cos	-435.1319	2211.2281	8181.4943	-40.7142	-1.1051	-23.3676
1 sin	-3109.5711	396.3090	329.6101	166.5321	-11.5964	19.4099
2 cos	-19.3861	171.3569	-2130.3784	1.0311	-0.6531	3.0137
2 sin	-121.9382	-176.0537	-1900.5611	55.8429	-2.9405	9.3748
3 cos	101.3986	21.9915	-21.4668	8.5591	-0.6253	1.2070
3 sin	14.1129	-27.3478	-195.4654	6.2912	-0.1527	1.2916
4 cos	3.7649	-0.6516	27.9151	1.1351	-0.0463	0.3609
4 sin	-0.7835	9.9017	-43.2887	1.6195	-0.0575	0.0776
5 cos	1.9645	0.8575	-2.9117	0.4002	-0.0213	0.0528
5 sin	1.0462	1.9829	-12.4929	-0.6742	0.0492	-0.0619
<i>Forze e Momenti Inerziali RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	347084.6733	-19124.1045	-154.3007	7570.0290	147684.7524	8735.7255
1 cos	295.8083	3089.8376	9822.5249	-1462.3422	3355.4373	6811.1592
1 sin	-3041.5998	280.7077	-3253.3112	49.7370	510.4854	-4317.1999
2 cos	83.5686	211.5298	-5310.6319	1211.6953	22271.0237	273.7187
2 sin	49.7685	37.1175	-4346.8963	1167.2530	17871.2678	377.5297
3 cos	138.3258	71.6755	437.8509	-193.5249	-2232.54606	336.5062
3 sin	70.4969	-12.1834	-925.5202	210.9920	4743.6074	42.9388
4 cos	-10.8774	-10.4447	142.4817	-40.2834	-764.6516	-60.26521
4 sin	3.2430	19.7029	-60.3859	1.0251	324.2310	101.5174
5 cos	1.1608	-4.6002	11.6963	1.0974	-65.5593	-24.7064
5 sin	0.4185	-3.6672	1.7141	-1.3458	-11.4124	-20.2705
<i>Forze e Momenti Aerodinamici RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-2016.2635	-1372.0498	26491.7144	-8613.8829	-154202.3613	-8785.4593
1 cos	-730.9401	-878.6095	-1641.0306	1459.4563	-3344.0998	-5781.3360
1 sin	-67.9713	115.6013	3582.9213	132.4344	-527.7656	1894.8780
2 cos	-102.9547	-40.1730	3180.2535	-1207.7060	-22272.4871	-318.4962
2 sin	-171.7067	-213.1712	2446.3352	-1111.9382	-17876.7771	-770.3174
3 cos	-36.9272	-49.6840	-459.3177	202.4566	2231.4514	-391.9120
3 sin	-56.3840	-15.1643	730.0548	-205.0030	-4744.1376	-122.4343
4 cos	14.6423	9.7931	-114.5665	41.4023	764.6378	70.2831
4 sin	-4.0265	-9.8013	17.0972	0.6341	-324.2853	-96.6545
5 cos	0.8037	5.4577	-14.6080	-0.7021	65.5358	23.4394
5 sin	0.6277	5.6501	-14.2070	0.6682	11.4625	21.5600

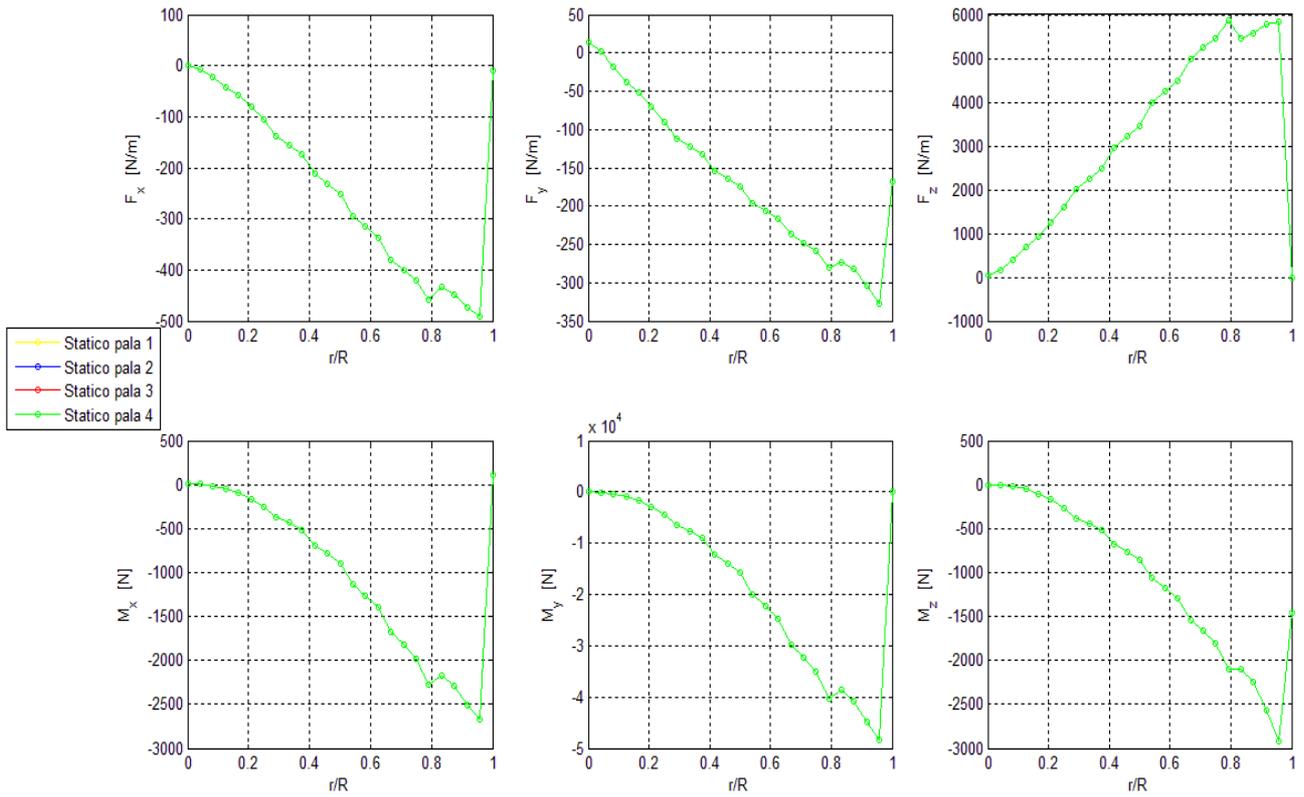


Fig. 8.50 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (statico)

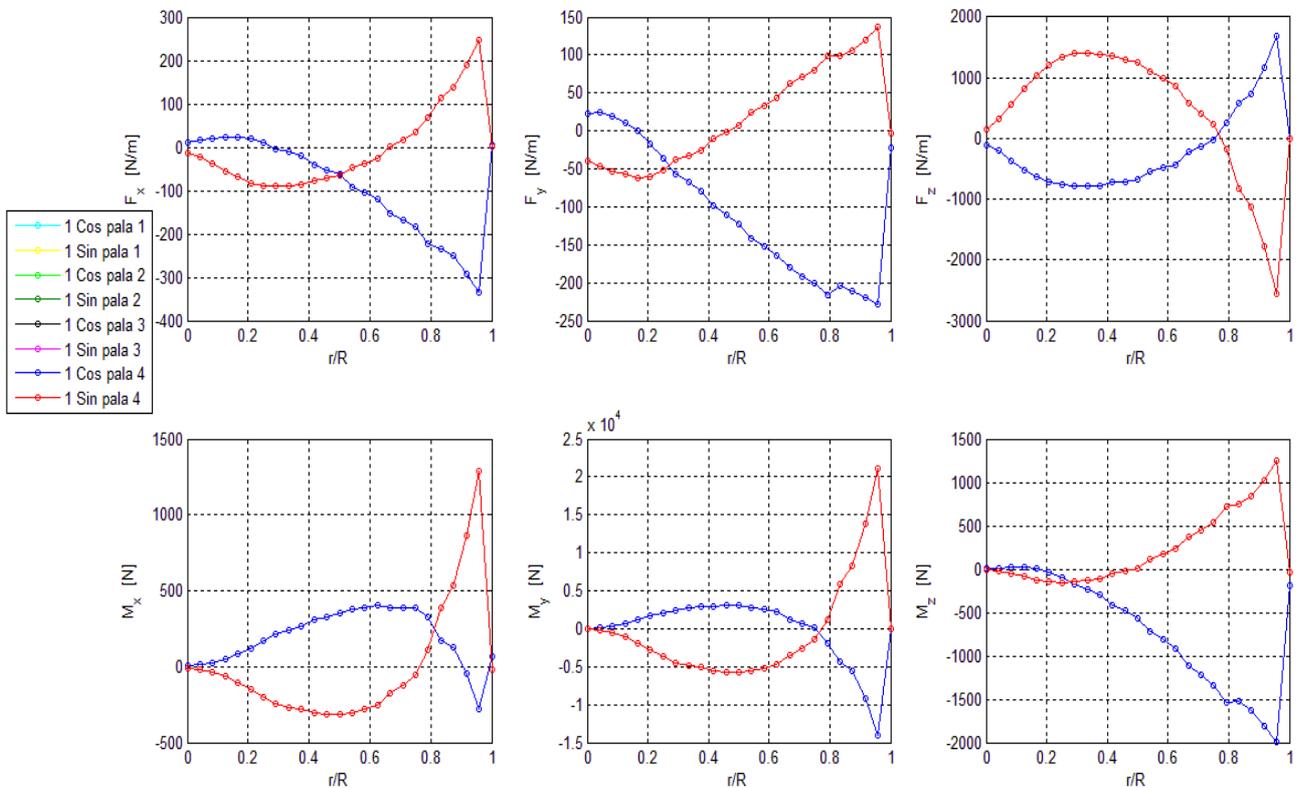


Fig. 8.51 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

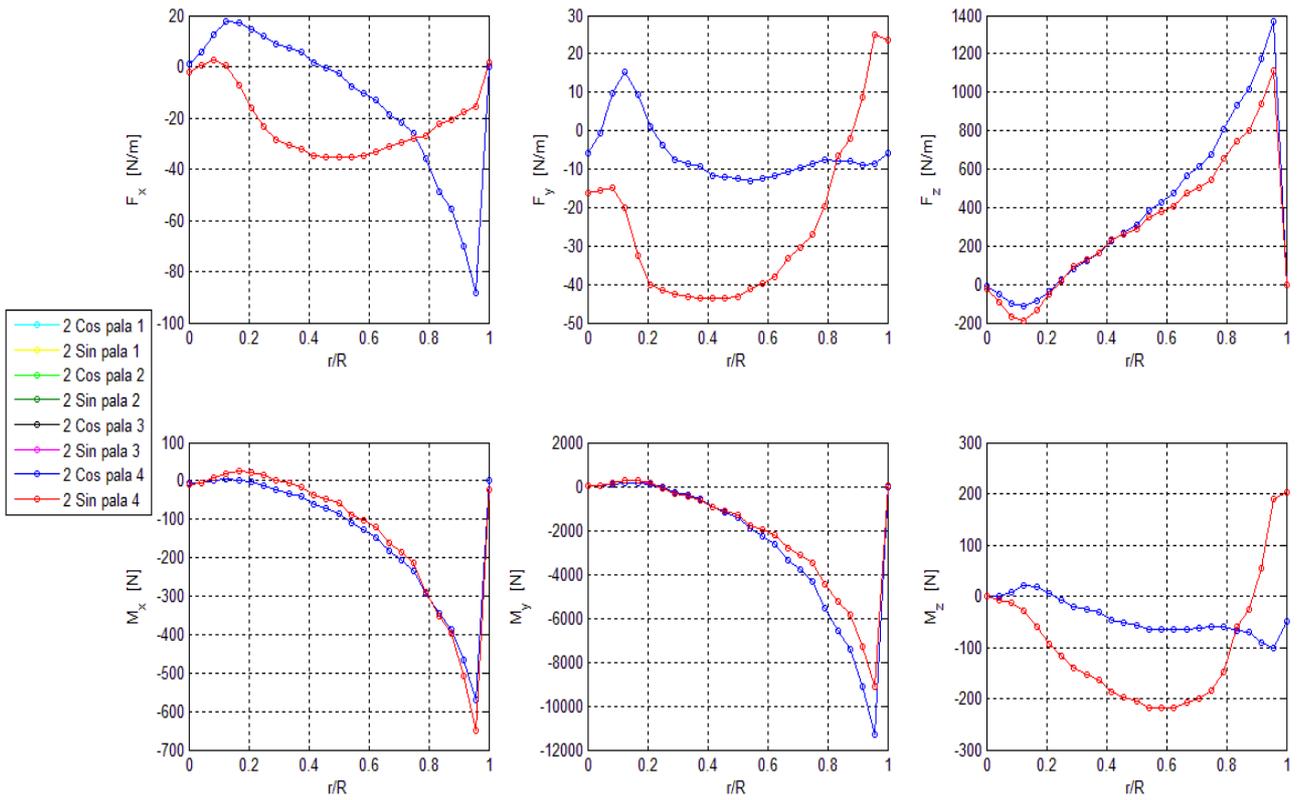


Fig. 8.52 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

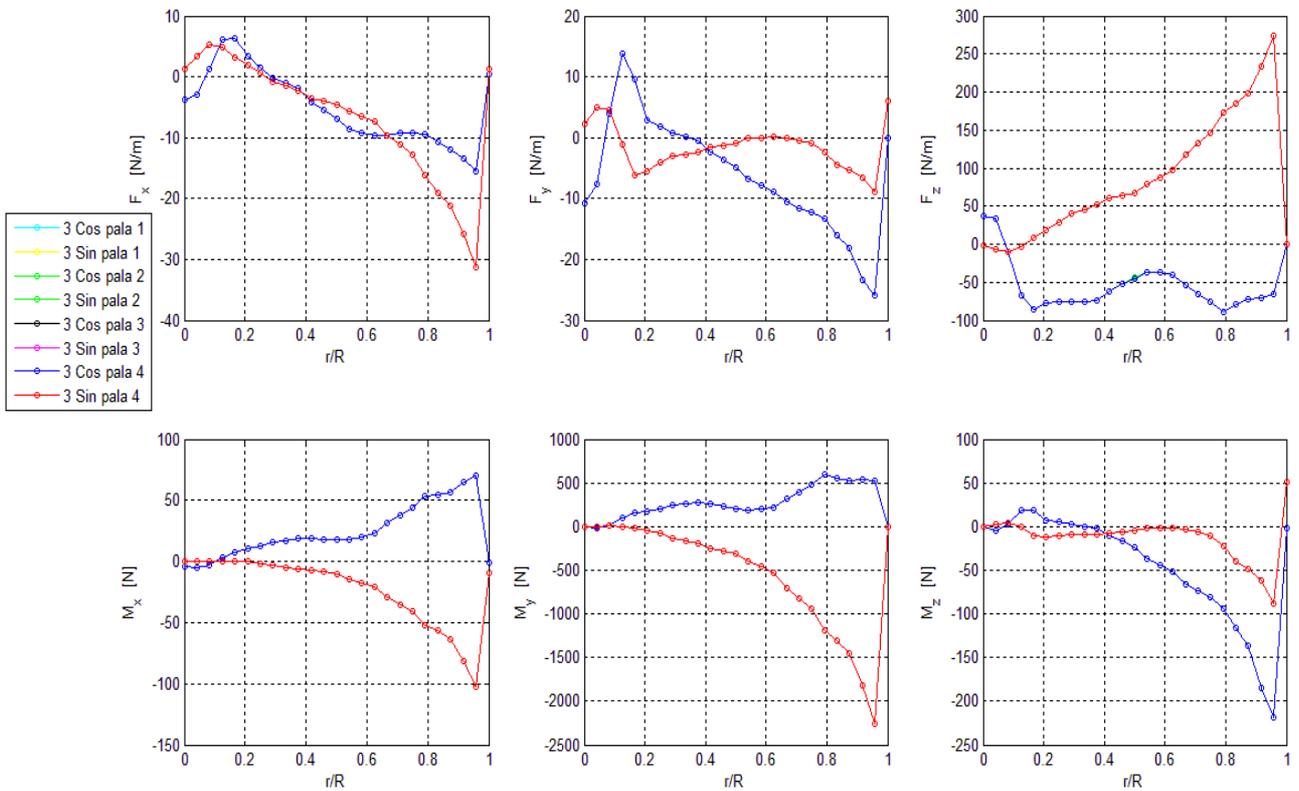


Fig. 8.53 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

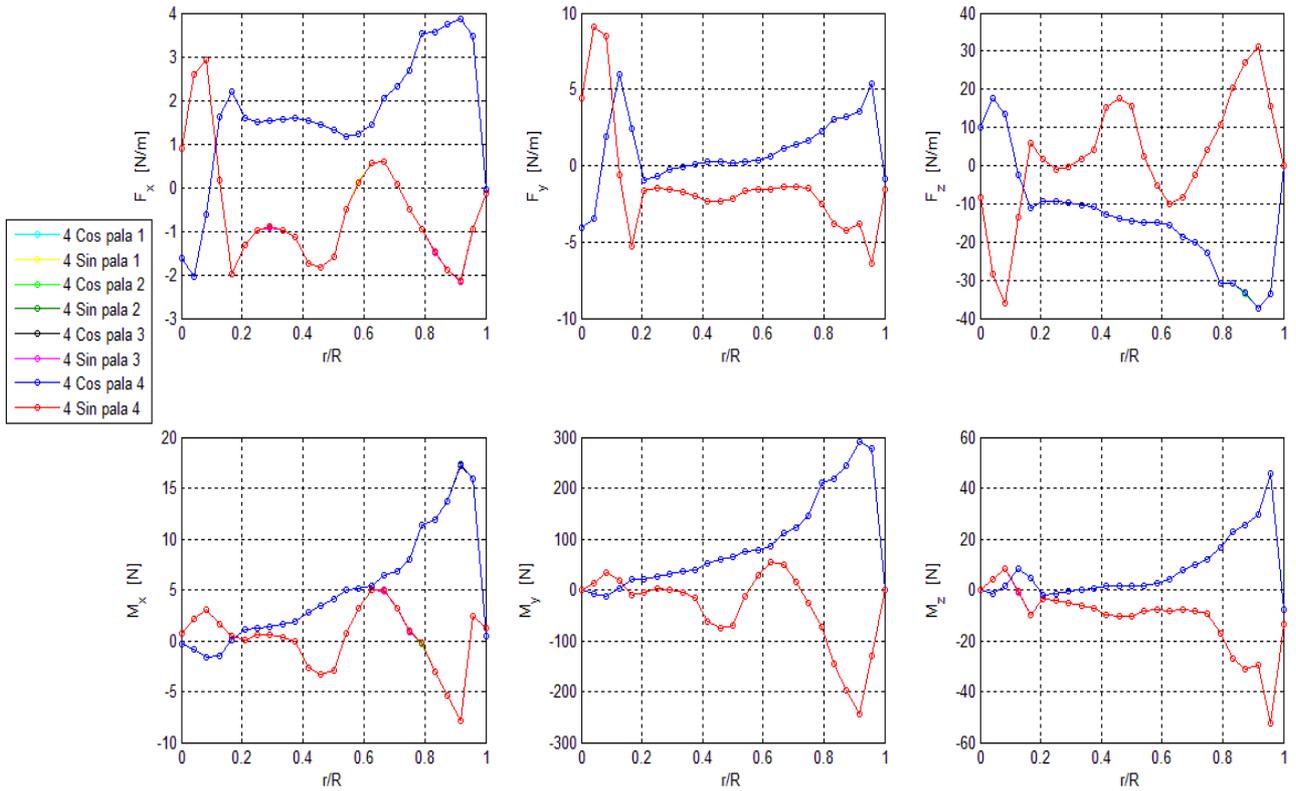


Fig. 8.54 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (quarta armonica)

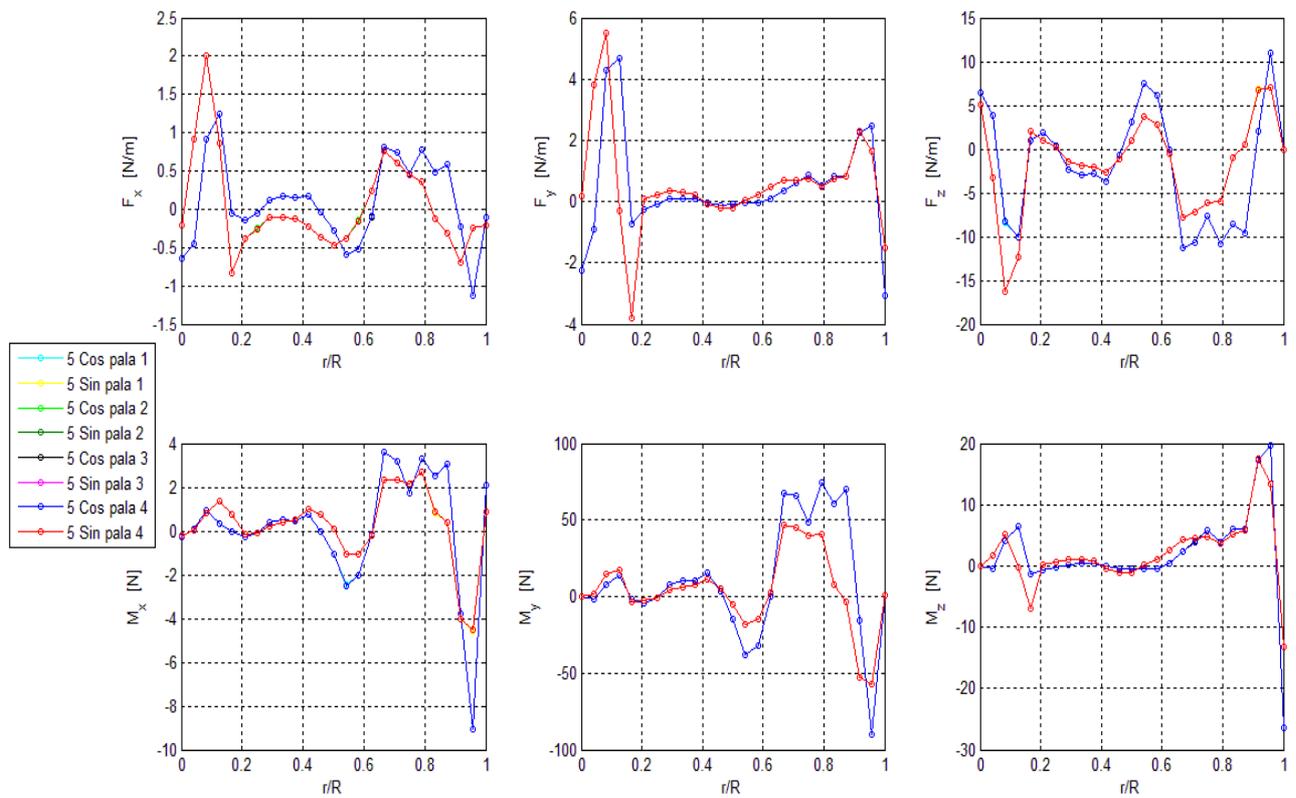


Fig. 8.55 - Forze aerodinamiche su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

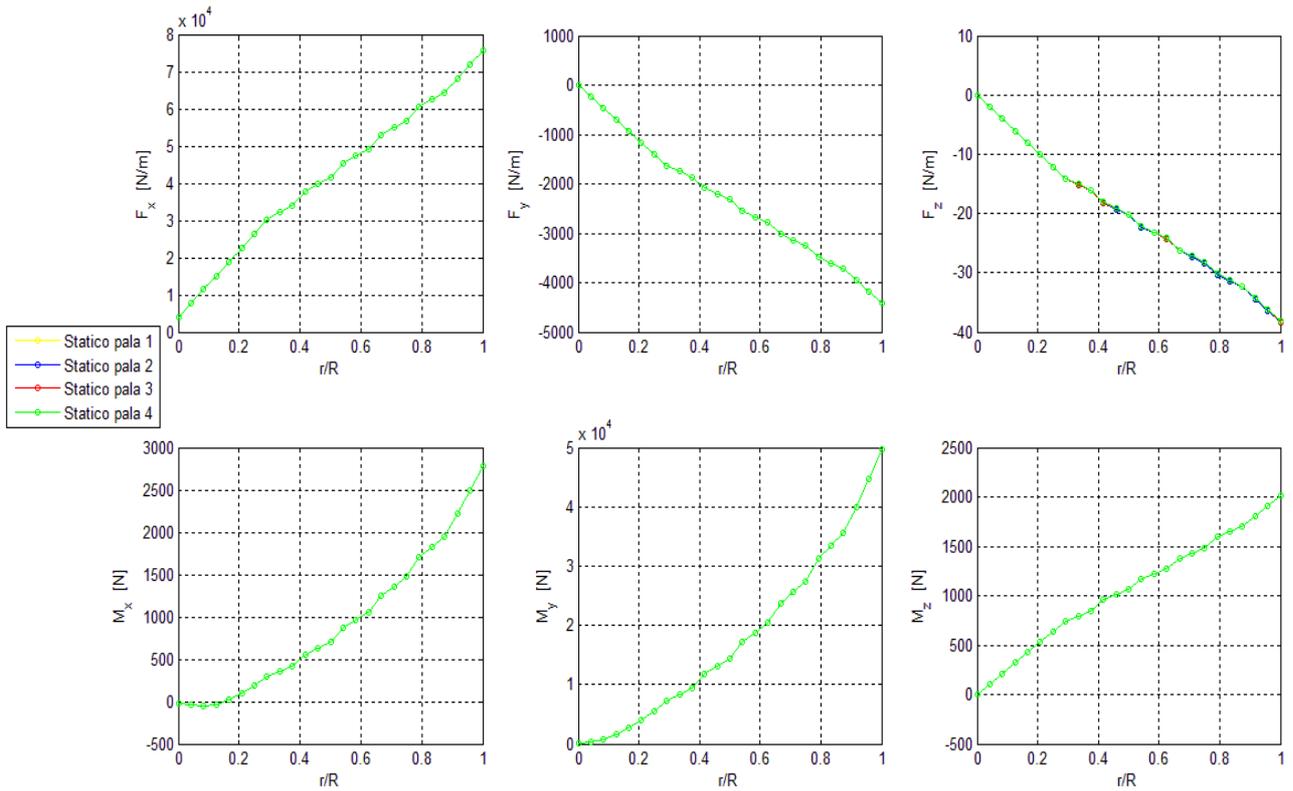


Fig. 8.56 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (statico)

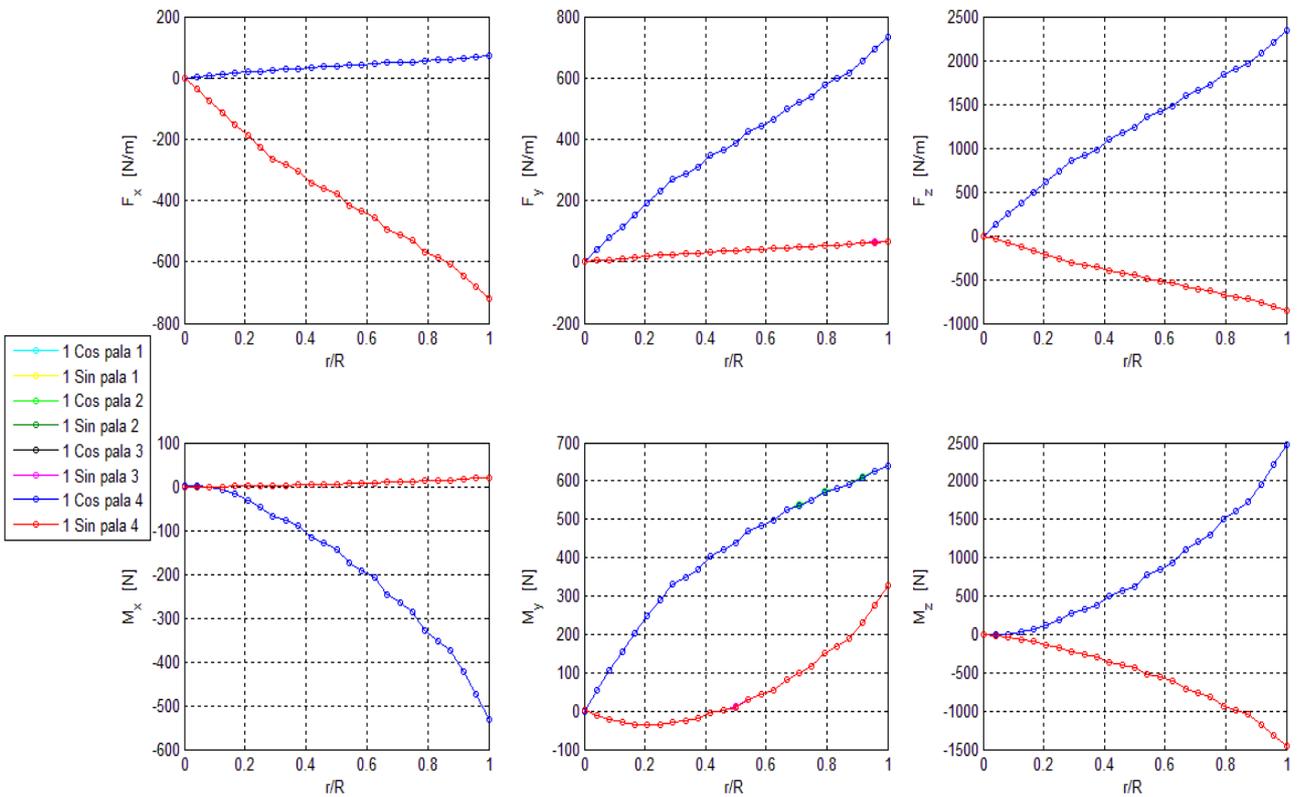


Fig. 8.57 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (prima armonica)

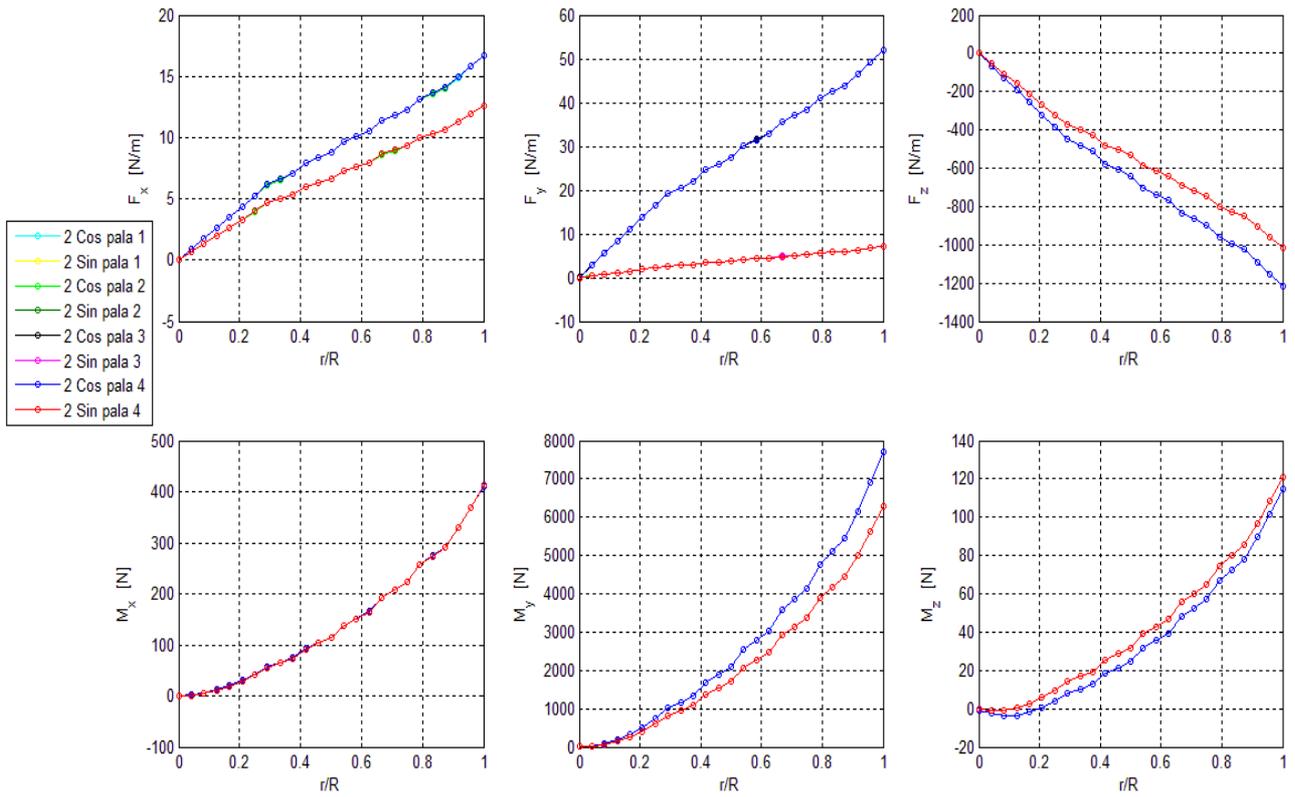


Fig. 8.58 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (seconda armonica)

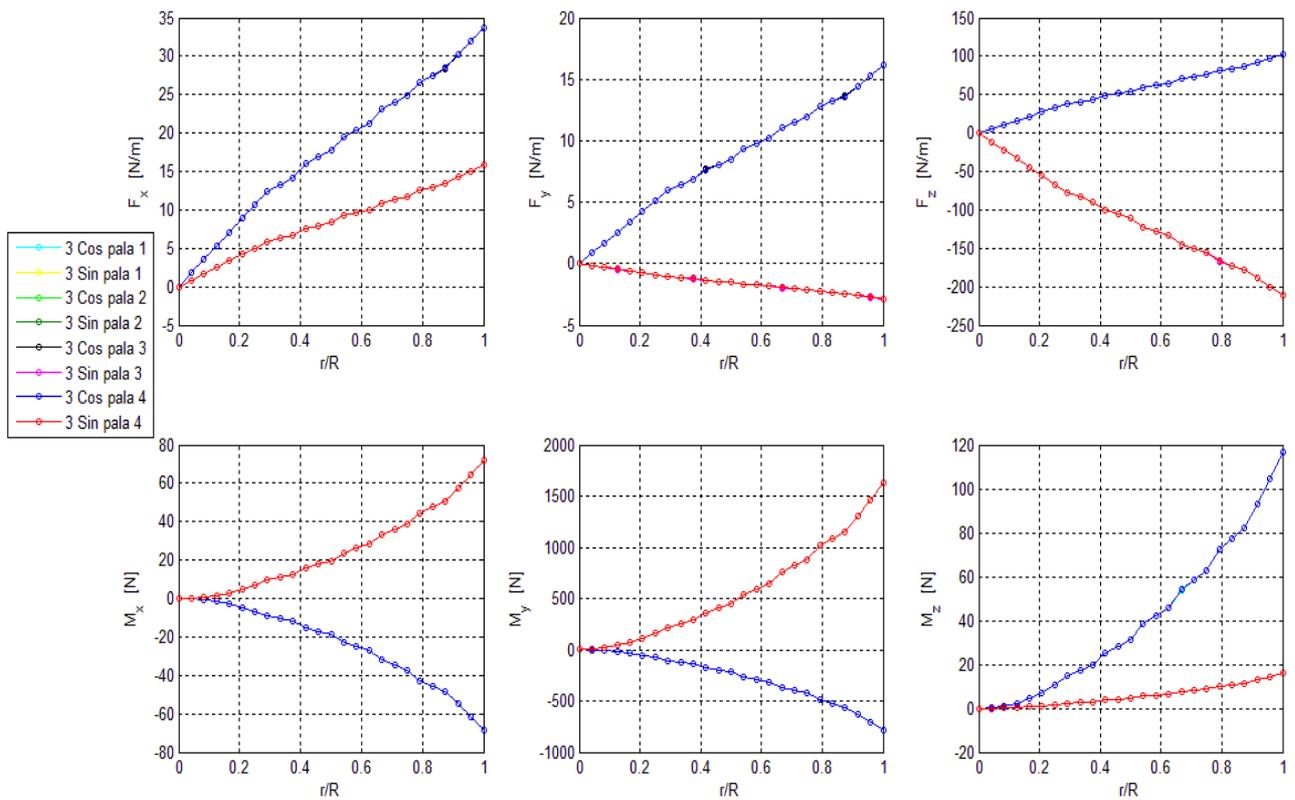


Fig. 8.59- Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (terza armonica)

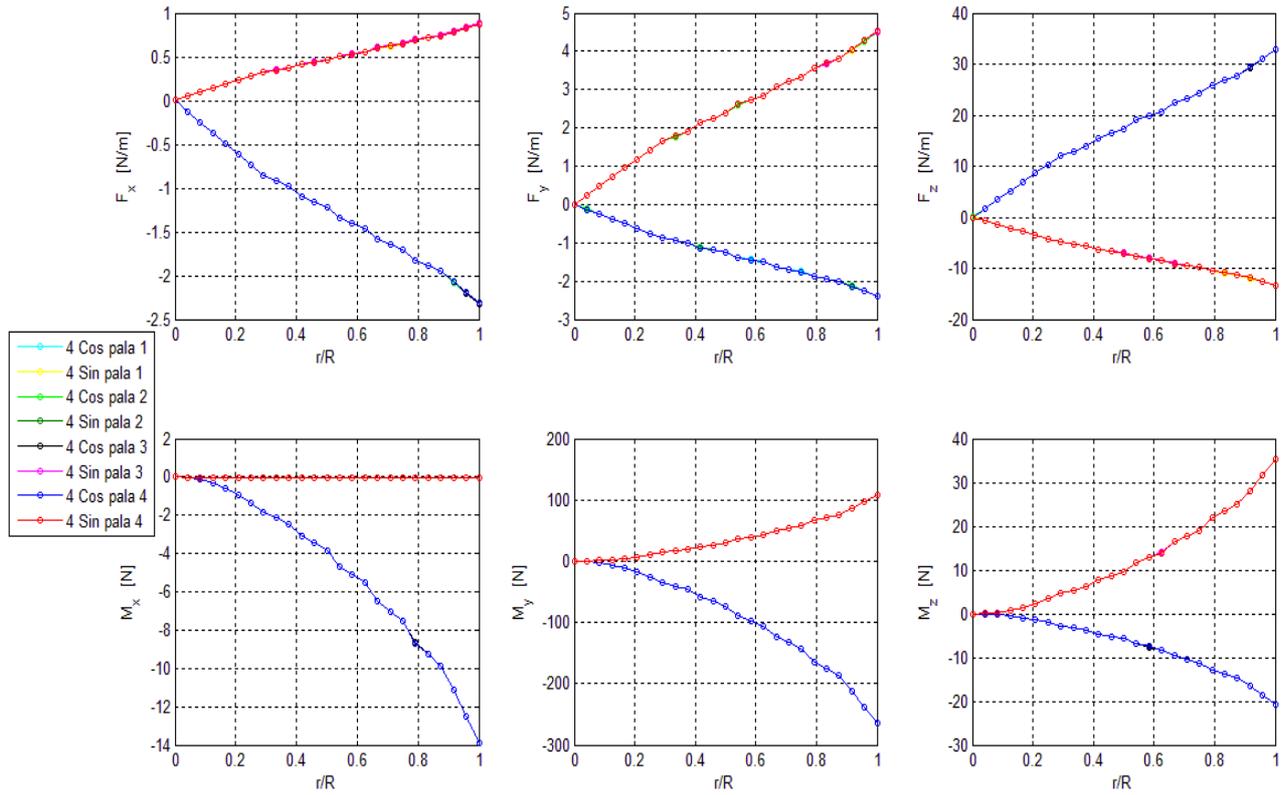


Fig. 8.60 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quarta armonica)

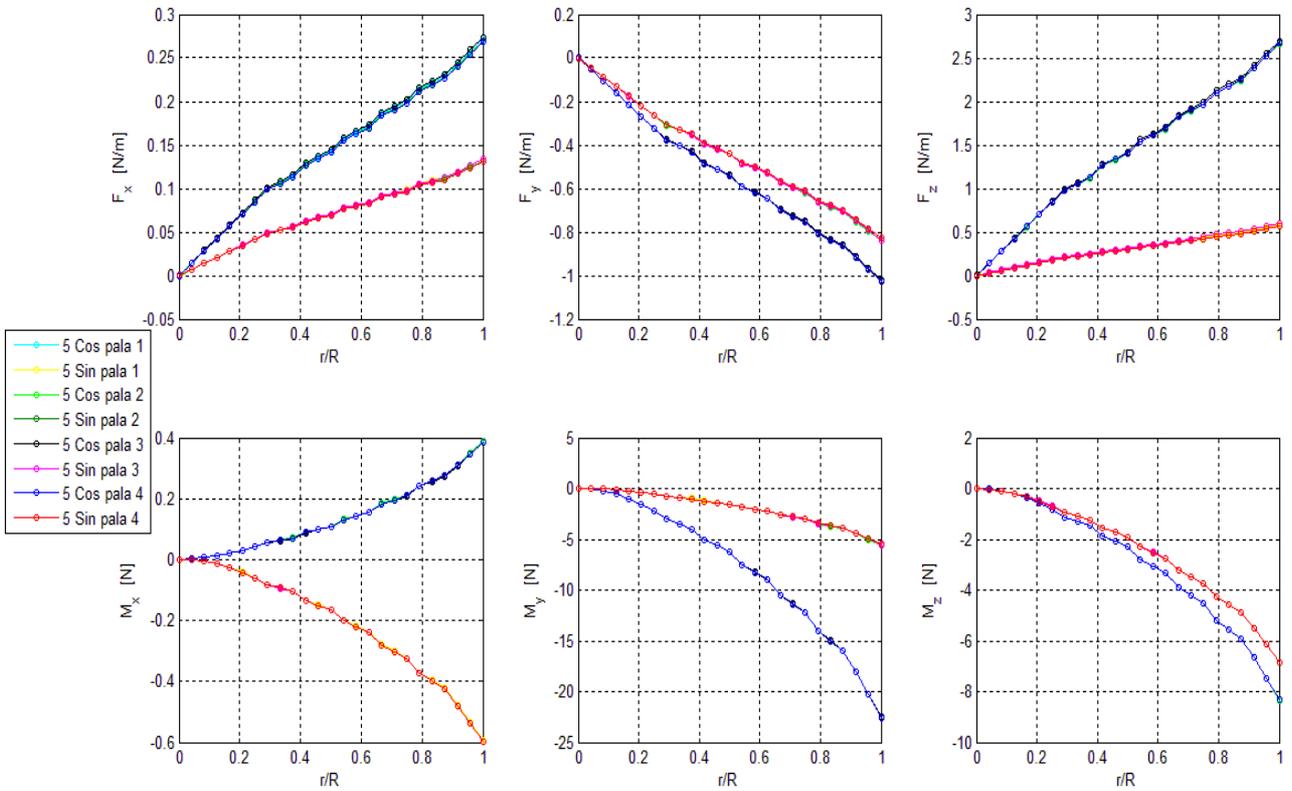


Fig. 8.61 - Forze inerziali su ciascuna pala, in RSA (quinta armonica)

Carichi al centro del mozzo

<i>Forze e Momenti RSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	29.3586	-29.7531	99225.1231	-14.0866	17.2932	-37703.8019
1 cos	-1680.5477	-1797.9636	144.79130	268.8312	-7244.1145	46.9100
1 sin	-1798.1347	1680.5596	-383.0248	-7245.9695	-268.6945	-72.3740
2 cos	-0.5705	6.0219	1.4003	-1.9904	-6.9699	0.1160
2 sin	5.5139	3.1192	-1.9106	-6.0486	0.7023	-0.5512
3 cos	147.8628	15.0257	-0.0088	195.7995	5.8825	0.1869
3 sin	-14.7872	147.8704	0.2928	-6.0790	196.2335	-0.0497
4 cos	0.2981	-0.0655	110.5974	-0.2101	-0.2157	38.8838
4 sin	0.1427	0.3620	-172.6130	0.0802	-0.0355	37.2757
5 cos	-0.1212	3.8562	0.1030	-10.7131	1.2382	0.0496
5 sin	3.8172	0.1411	-0.1664	1.2347	10.5671	-0.0315
<i>Forze e Momenti NRSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1680.5536	-1798.0491	99225.1231	268.7629	-7245.0420	-37703.8019
1 cos	27.5138	-23.9852	144.7913	-15.4330	10.7839	46.9100
1 sin	35.5210	31.2034	-383.0248	-23.8025	-12.7403	-72.3740
2 cos	0.0021	0.2048	1.4002	-0.1486	0.8292	0.1160
2 sin	0.0337	0.0097	-1.9106	-1.0257	0.2853	-0.5512
3 cos	1.2424	0.2926	-0.0088	-0.7313	-0.5284	0.1870
3 sin	-0.2153	1.3063	0.2928	0.3929	-0.5567	-0.0497
4 cos	147.7355	18.7431	110.5974	185.3764	7.2172	38.8838
4 sin	-11.0700	147.9978	-172.6130	-4.7443	206.6566	37.2757
5 cos	0.3071	-0.1228	0.1030	-0.0453	-0.1508	0.0496
5 sin	0.0854	0.3530	-0.1664	0.1452	-0.2003	-0.0315
<i>Forze e Momenti Aerodinamici NRSA</i>						
	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	M_x [Nm]	M_y [Nm]	M_z [Nm]
Statico	-1680.5536	-1798.0491	99225.1231	268.7629	-7245.0420	-37703.8019
1 cos	27.5138	-23.9852	144.7913	-15.4330	10.7839	46.9100
1 sin	35.5210	31.2034	-383.0248	-23.8025	-12.7403	-72.3740
2 cos	0.0021	0.2048	1.4003	-0.1486	0.8292	0.1160
2 sin	0.0337	0.0097	-1.9106	-1.0257	0.2853	-0.5511
3 cos	1.2424	0.2926	-0.0088	-0.7313	-0.528	0.1869
3 sin	-0.2153	1.3063	0.2928	0.3929	-0.5567	-0.0497
4 cos	147.7355	18.7431	110.5974	185.3764	7.21725	38.8838
4 sin	-11.06978	147.9977	-172.6130	-4.7443	206.6566	37.2757
5 cos	0.3071	-0.1228	0.1030	-0.0453	-0.1508	0.0496
5 sin	0.0854	0.3529	-0.1664	0.1452	-0.2003	-0.0315

Armoniche della velocità indotta

	<i>Stazioni 1-9 (in m/s)</i>								
Statico	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069
1 cos	0.0000	0.1950	0.3900	0.5850	0.7800	0.9751	1.1701	1.3651	1.5601
1 sin	0.0000	0.0289	0.0579	0.0869	0.1158	0.1448	0.1738	0.2027	0.2317
2 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	<i>Stazioni 10-18 (in m/s)</i>								
Statico	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069
1 cos	1.7551	1.9501	2.1451	2.3402	2.5352	2.7302	2.9252	3.1202	3.3152
1 sin	0.2607	0.2896	0.3186	0.3476	0.3765	0.4055	0.4345	0.4634	0.4924
2 cos	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0002	-0.0002	-0.0002
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 cos	0.0000	-0.0000	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
3 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
4 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
	<i>Stazioni 19-25 (in m/s)</i>								
Statico	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069	3.5069		
1 cos	3.5103	3.7053	3.9003	4.0953	4.2903	4.4853	4.6804		
1 sin	0.5214	0.5503	0.5793	0.6083	0.6372	0.6662	0.6952		
2 cos	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002	-0.0002		
2 sin	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
3 cos	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001		
3 sin	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001		
4 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000		
4 sin	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001		
5 cos	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
5 sin	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001		

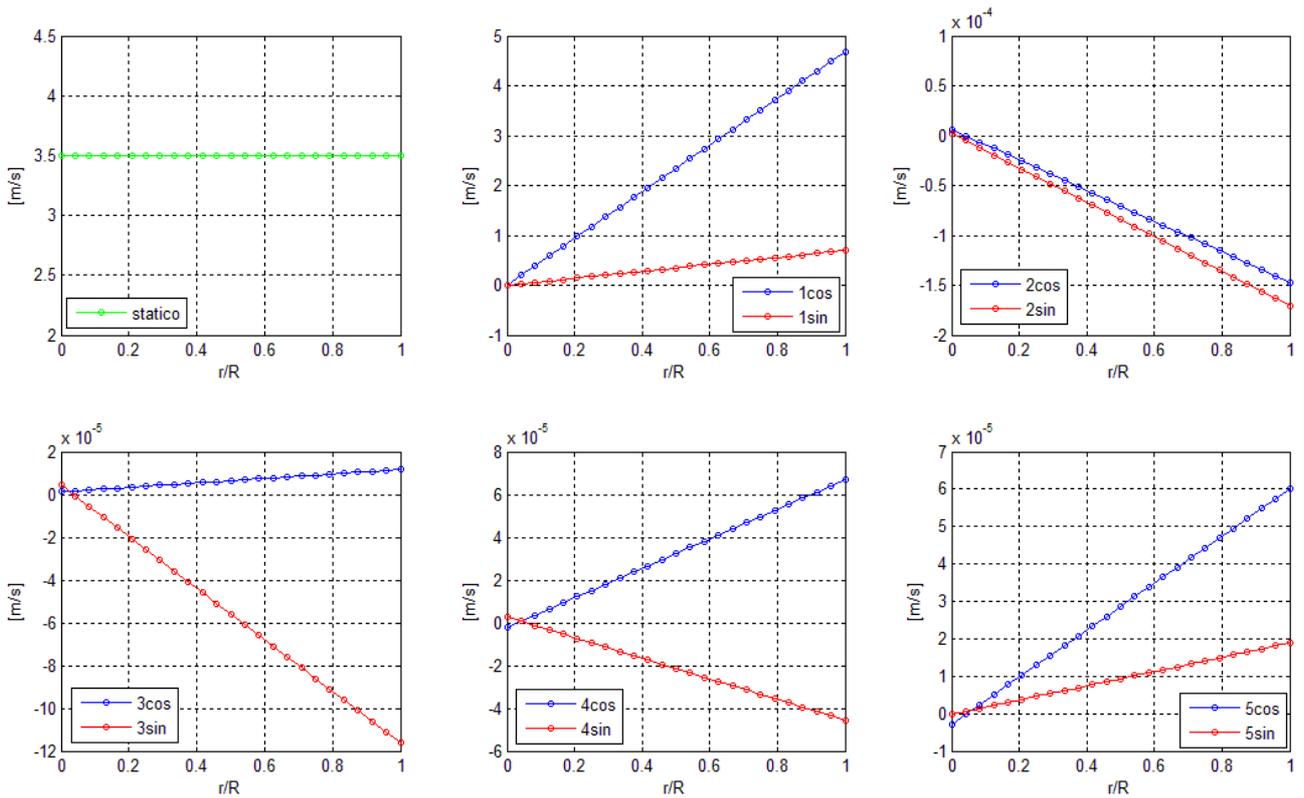


Fig. 8.62 – Armoniche della velocità indotta, valori per giro lungo il raggio del disco

Performance del rotore

<i>Forze</i>		
	[N]	<i>Coefficiente</i>
<i>H</i>	-1902.552	-1.5064e-4
<i>Y</i>	-2620.878	-2.0751e-4
<i>T</i>	104956.397	0.008309
<i>Momenti</i>		
	[Nm]	<i>Coefficiente</i>
M_r	5830.592	5.0486e-5
M_p	-6242.372	-5.4051e-5
Q	-37789.939	-0.000327
<i>Potenza assorbita:</i>		818.7764 kW
<i>Velocità indotta (valore medio nel giro)</i>		3.5069 m/s

8.2 Analisi dei risultati

I risultati ottenuti nei casi di *hovering* e *volo avanzato* con modello di velocità indotta di tipo *Uniform Inflow* sono in accordo con quelli ottenuti dalla versione *Matlab* del codice *Hedyson*, convalidata nella precedente tesi con *software* che rappresentano lo stato dell'arte nell'ambito della progettazione elicotteristica. Nei casi con modello di velocità indotta di *Peters-He* sono stati ottenuti dei risultati che sono in accordo con quelli dei casi 1 e 2, in particolare si conseguono gli stessi valori di forze e momenti generati dal rotore, le stesse distribuzioni di incidenza e gli stessi valori delle armoniche di angolo di flappeggio, di angolo di ritardo e di carichi su ciascuna pala. Per questi ultimi due casi sono state riportate le armoniche (fino alla quinta) della velocità indotta (figure 8.46 e 8.62); si nota che il valore statico, misurato per giro in ogni stazione radiale lungo la pala, è identico al valore di velocità indotta che si ottiene con il modello *Uniform Inflow*. Da osservare inoltre che in condizioni di *hovering* con attivo soltanto il comando di collettivo si ha che solo il valore statico è non nullo (figura 8.46) in quanto si è già visto che se il ciclico è nullo allora si annullano i momenti di rollio e beccheggio, quindi gli stati v_c e v_s della velocità indotta che ha una distribuzione uniforme nel disco dovuta a v_0 . In condizioni di *volo avanzato* con tutti i comandi attivi (figura 8.62) invece si osserva che le armoniche dalla prima alla quinta variano linearmente con l'apertura della pala, e ciò è in accordo con i termini dipendenti dalla posizione radiale r della relazione del modello di *Peters-He* (4. 1). Si vede pure che il valore statico che si ottiene è lo stesso valore di velocità indotta nel caso *Uniform Inflow*.

Capitolo 9

Modello *Simulink* del rotore principale

In questo capitolo si descrive il modello del rotore principale realizzato con *Simulink* attraverso l'uso delle *S-function*, di cui si elencano le caratteristiche principali. Lo scopo di questo modello è di implementare la dinamica in *off-line* del rotore principale introducendo comandi pilota variabili nel tempo con *time-history* definibili dall'utente, per poter studiare la risposta dinamica del rotore stesso.

9.1 Caratteristiche principali delle *S-function*

Le *S-function* sono uno strumento molto potente di descrizione di un sistema dinamico il cui codice può essere scritto nei linguaggi di programmazione *C*, *C++*, *Fortran*, *Ada* e *Matlab*. Quelle scritte in *C*, *C++*, *Fortran* e *Ada* vengono compilate come *MEX-files* (*Memory EXecutable*) con il comando *mex* disponibile all'interno dell'ambiente *Matlab*. Il codice generato è contenuto in una libreria dinamica (*DLL*, *Dynamic Link Library*) che viene invocata dinamicamente da *Matlab*. Quando il *Simulink* necessita di una certa *DDL*, *Matlab* la cerca e vi si collega in maniera stabile, nel senso che tale libreria non può più essere eliminata o modificata da un programma esterno, ma solo dai comandi *clear mex* e *mex* rispettivamente.

I sistemi descritti attraverso le *S-function* possono essere continui, discreti o ibridi; in ambiente *Simulink* le *S-function* vengono inglobate nei blocchi *S-function*, situati nella categoria *User-defined blocks* e che richiamano il *MEX-file* generato specificandone il nome nell'apposito spazio presente nella loro finestra di dialogo.

L'uso più comune delle *S-function* è quindi come blocco definito da utente in *Simulink*, tuttavia è possibile utilizzarle in svariate applicazioni, tra cui si ricordano:

- Aggiungere blocchi di utilità generale a *Simulink*;
- Inserire codice *C*, *C++*, *Fortran*, *Ada* già esistente in una simulazione;
- Utilizzare animazioni grafiche.

Una stessa *S-function* può essere utilizzata in diversi punti della stessa simulazione, modificando solamente i parametri con cui viene invocata. I blocchi *S-function* sono caratterizzati da un vettore degli ingressi u , un vettore delle uscite y e un vettore degli stati x , come si vede di seguito:

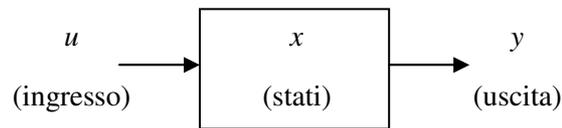


Fig. 9.1 – Caratteristiche del blocco *S-function*

dove il vettore degli stati può contenere stati continui, discreti e una combinazione di essi. Le relazioni tra ingressi, uscite e stati sono espresse dalle seguenti:

$$\begin{aligned}
 \text{Uscite: } & y = f_0(t, x, u) \\
 \text{Derivate: } & \dot{x}_c = f_d(t, x, u) \\
 \text{Aggiornamento: } & x_{d(k+1)} = f_u(t, x, u)
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

in cui $x = [x_c, x_d]$ con x_c stati continui e x_d stati discreti. Il vettore degli stati è quindi suddiviso in due parti, una contenente gli stati continui e l'altra quelli discreti, mentre per blocchi privi di stati si ha un vettore vuoto. Durante l'esecuzione di un modello, il *Simulink* effettua chiamate successive ai singoli blocchi, quindi pure alle *S-function* per effettuarvi specifiche operazioni relative allo stadio attuale della compilazione. La successione degli stadi si può visualizzare in figura 9.2; tali azioni vengono eseguite ad ogni passo da particolari *routine* interne di *Matlab* e possono essere classificate come:

- *Inizializzazione* – Durante questo stadio, il *Simulink*:
 1. inizializza *SimStruct*, una struttura contenente informazioni sulla *S-function*;
 2. definisce il numero e le dimensioni delle porte di ingresso e di uscita;
 3. definisce gli istanti di campionamento;
 4. predispose aree di memorizzazione e l'*array size*.
- *Calcolo del prossimo istante di campionamento* – soltanto se si utilizza un passo variabile.
- *Calcolo dell'uscita nell'istante di campionamento principale* – al completamento di questa fase le uscite del blocco sono disponibili nell'istante di tempo attuale.
- *Aggiornamento degli stati discreti nell'intervallo principale* – ciascun blocco esegue l'aggiornamento degli stati discreti per il prossimo istante.

- *Integrazione* – questa viene applicata a modelli con stati continui e/o con attraversamenti dello zero non campionati.

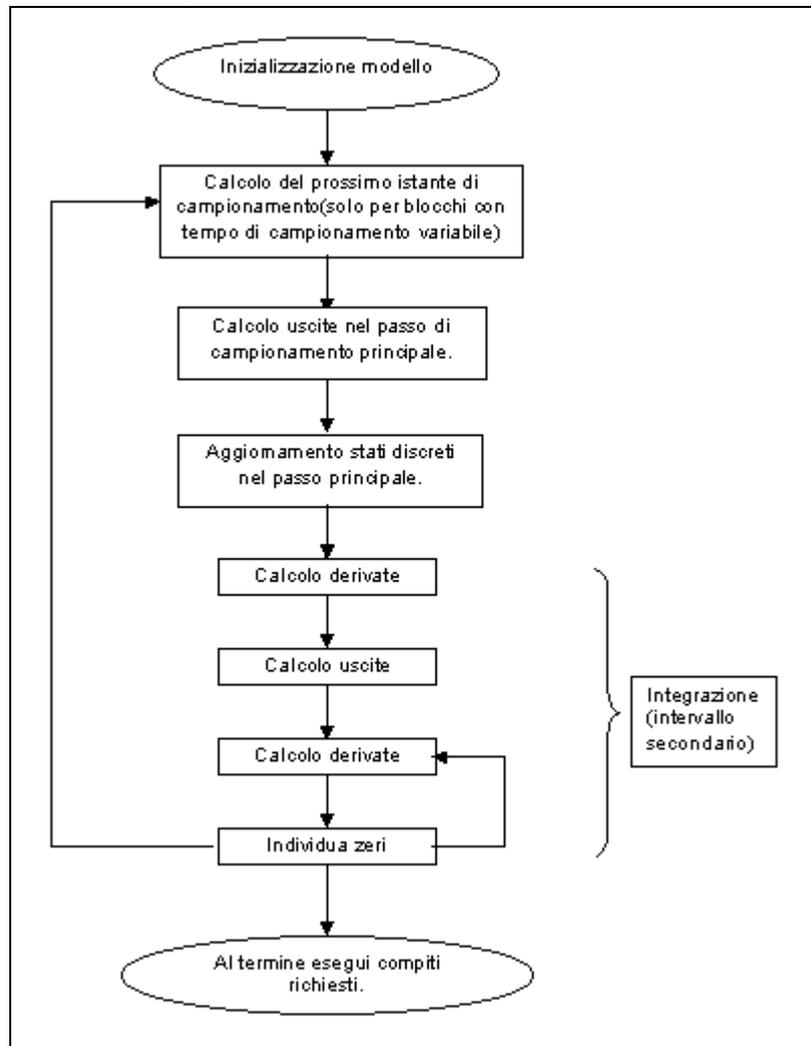


Fig. 9.2 – Sequenza dell'esecuzione di una simulazione da parte di *Simulink*

Questa sequenza è racchiusa in un *file* di *Matlab* definibile da utente (*template.f*, appendice C) in cui si inseriscono tutte le informazioni sul numero di ingressi, uscite e stati, si inseriscono le equazioni di calcolo delle derivate degli stati, quelle per il calcolo delle uscite e quelle per l'aggiornamento degli stati stessi. A seguito di queste operazioni, si trasforma questo *file* in un *MEX-file* che viene richiamato dal blocco *S-function* presente nel modello *Simulink*.

9.2 Modello *Simulink* realizzato

Il modello del rotore principale realizzato in *Simulink* ha come obiettivo lo studio della risposta dinamica del rotore stesso a fronte di un ingresso di comando pilota, con *time-history* definibile da utente (figura 9.3). E' stato sviluppato implementando in ambiente *Simulink* il codice scritto in *Fortran* mediante l'uso delle *S-function*, come descritto nel paragrafo precedente.

In tabella 9.1 sono riportati i vari blocchi utilizzati e il loro significato. Il cuore del modello è la *S-function* del rotore, che ha in ingresso i comandi pilota, la velocità indotta calcolata con il modello di *Peters/He*, i dati geometrici ed aerodinamici del rotore e le componenti armoniche del momento torcente. Gli stati scelti per la *S-function* del rotore sono l'angolo di flappeggio β e l'angolo di lagging ξ , il cui andamento nel tempo viene visualizzato in uscita da appositi blocchi. Gli *output* del modello sono gli angoli β e ξ e le forze e i momenti generati dal rotore in termini di azioni aerodinamiche, inerziali e peso. Nel blocco della velocità indotta è contenuta la *S-function* del modello di *Peters/He*: mentre nel codice *Fortran* tale modello è parte integrante della *subroutine* di calcolo della dinamica del rotore, in questo caso si è scelto invece di separarla per favorire un eventuale futuro *upgrade* con un diverso modello, quindi per conferire una struttura modulare e il meno rigida possibile alla simulazione. Per questa *S-function* sono stati scelti come stati l'angolo di azimuth ψ e gli stati della velocità indotta, in *output* si hanno N vettori (uno per ciascuna delle N pale) formati da n componenti (tanti quante le stazioni radiali in cui è suddivisa ciascuna pala) che contengono la distribuzione di velocità indotta all'istante di simulazione attuale.

Il modello *Simulink* realizzato in questo lavoro non è completo in quanto manca la possibilità di calcolare la trasformata di *Fourier* di alcune grandezze periodiche in modo da ottenere i valori medi nel giro del coefficiente di trazione, della direzione normale al disco e delle armoniche del momento torcente, indispensabili nella simulazione del moto delle pale. Il problema sta nel fatto che allo stadio attuale non si riesce, ad ogni *step* di simulazione, a conservare gli n valori precedenti di quelle grandezze di cui si vuol calcolare la trasformata (n è il numero di azimuth in cui è diviso un giro completo). Per questo motivo non si riesce ad implementare correttamente l'algoritmo di *Fourier*, e al momento il coefficiente di trazione, la direzione normale al disco e le armoniche del momento torcente vengono imposti costanti (figura 9.3), in attesa di un'eventuale aggiornamento del modello in una prossima tesi.

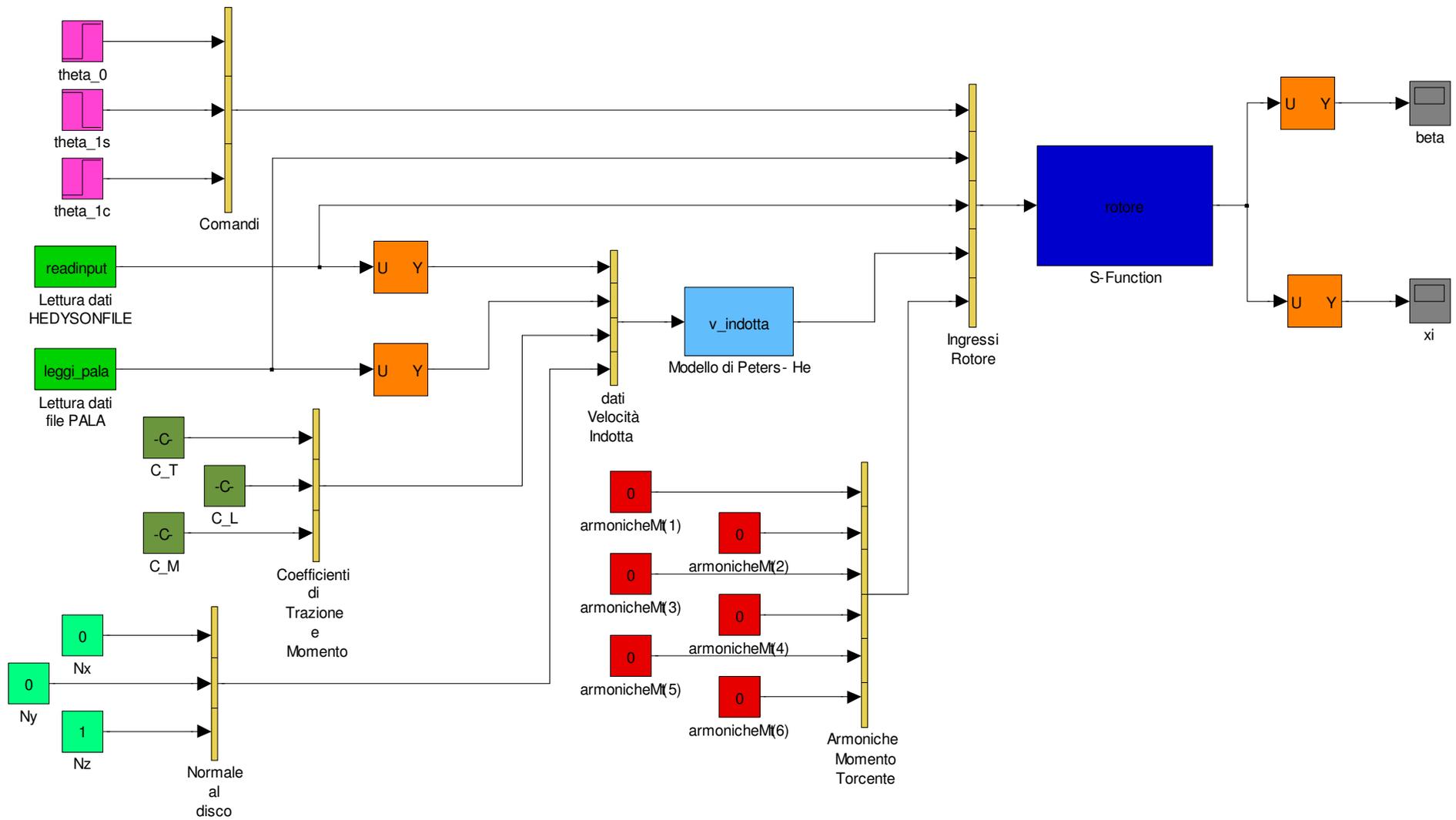
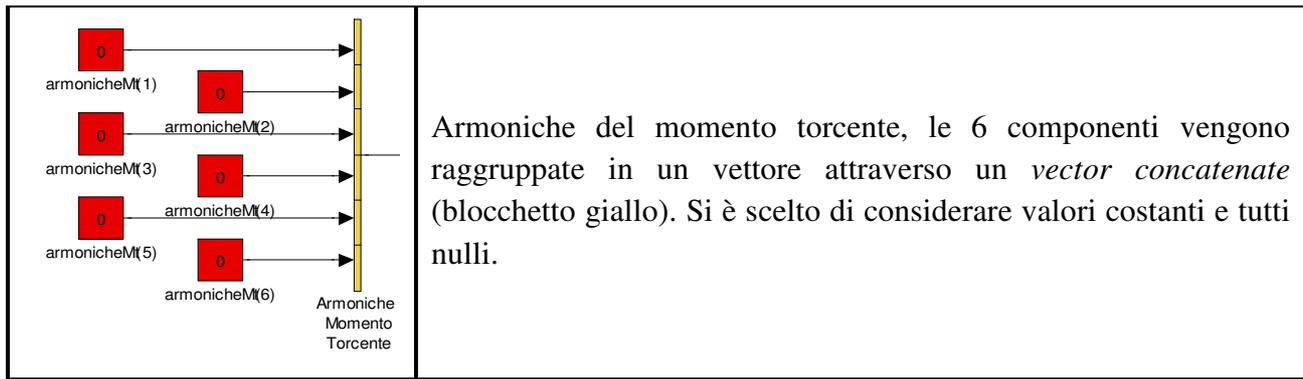


Fig. 9.3 – Modello *Simulink* del rotore principale realizzato

Blocchetto di <i>Simulink</i>	Descrizione
<p>rotore S-Function</p>	<p>E' il blocchetto principale del modello, dove si calcola la dinamica del rotore. In ingresso si hanno i comandi pilota, i dati geometrici e aerodinamici, la velocità indotta e le armoniche del momento torcente, in uscita gli andamenti di β e ξ.</p>
<p>v_indotta Modello di Peters - He</p>	<p>E' il blocco che contiene il modello di velocità di <i>Peters/He</i>, ha come input la normale al disco, i coefficienti di forza e momento e alcune grandezze geometriche ed aerodinamiche, in uscita i valori attuali della velocità indotta e dell'<i>azimuth</i> ψ.</p>
<p>readinput Lettura dati HEDYSONFILE</p>	<p>Questo blocco contiene la <i>S-function</i> di lettura del file <i>data_input.dat</i> dei dati geometrici e dei dati generali dell'elicottero di riferimento, è una <i>S-function</i> senza stati ne ingressi, ma solo uscite.</p>
<p>leggi_pala Lettura dati file PALA</p>	<p>Questo blocco contiene la <i>S-function</i>, priva di ingressi e stati ma che ha solo uscite, di lettura del file <i>pala_rif.nl</i> dei dati aerodinamici e geometrici della pala del rotore principale.</p>
<p>theta_0 theta_1s theta_1c Comandi</p>	<p>Comandi pilota, introdotti come gradini di valore:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\theta_0 = 8^\circ$ • $\theta_{1s} = -6^\circ$ • $\theta_{1c} = 2^\circ$ <p>raggruppati in un vettore attraverso un <i>vector concatenate</i> (blocchetto giallo).</p>
<p>C_T C_L C_M Coefficienti</p>	<p>Coefficienti di forza e di momento, raggruppati in un vettore da un <i>vector concatenate</i>. I valori sono stati considerati costanti, e sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $C_T = 0.0083$ • $C_L = 0.00005$ • $C_M = 0.000054$ <p>e sono i valori di regime ottenuti nei test precedenti a parità di condizioni.</p>
<p>Nx Ny Nz Normale al disco</p>	<p>Componenti della normale al disco rotore, vengono raggruppati in un vettore da un <i>vector concatenate</i> (blocchetto giallo). Si è scelto di considerare costanti le componenti e pari al valore indicato in figura.</p>
<p>Selector</p>	<p><i>Selector</i>, blocchetto che seleziona alcune tra tutte le uscite di un altro blocco e le trasforma in <i>input</i>.</p>

Tab. 9.1 – Blocchetti del modello *Simulink* realizzato

9.3 Risultati della simulazione

Si riportano di seguito i risultati del modello *Simulink* in termini di angolo di flappeggio β e di ritardo ξ per ciascuna pala. Il passo di integrazione del modello è imposto costante e pari a

$$\frac{2\pi}{\Omega n} = 0.0081 \text{ s} \quad (9.2)$$

con Ω = velocità angolare del rotore = 21.6665 *rad/s* ed n = numero di passi in un giro = 36. La simulazione è stata condotta per un totale di 6 secondi (corrispondenti a circa 20 giri completi del rotore), i dati in ingresso sono riportati nella tabella 9.1.

Le figure 9.4 e 9.5 rappresentano i risultati della simulazione: si nota che il rotore non riesce a raggiungere una condizione di regime, quindi si può concludere che, allo stadio attuale, il modello *Simulink* del rotore principale non è in grado di fornire i risultati ottenuti dalle simulazioni in *Fortran*. Questo è dovuto ai problemi attuali del modello, enunciati nel paragrafo precedente.

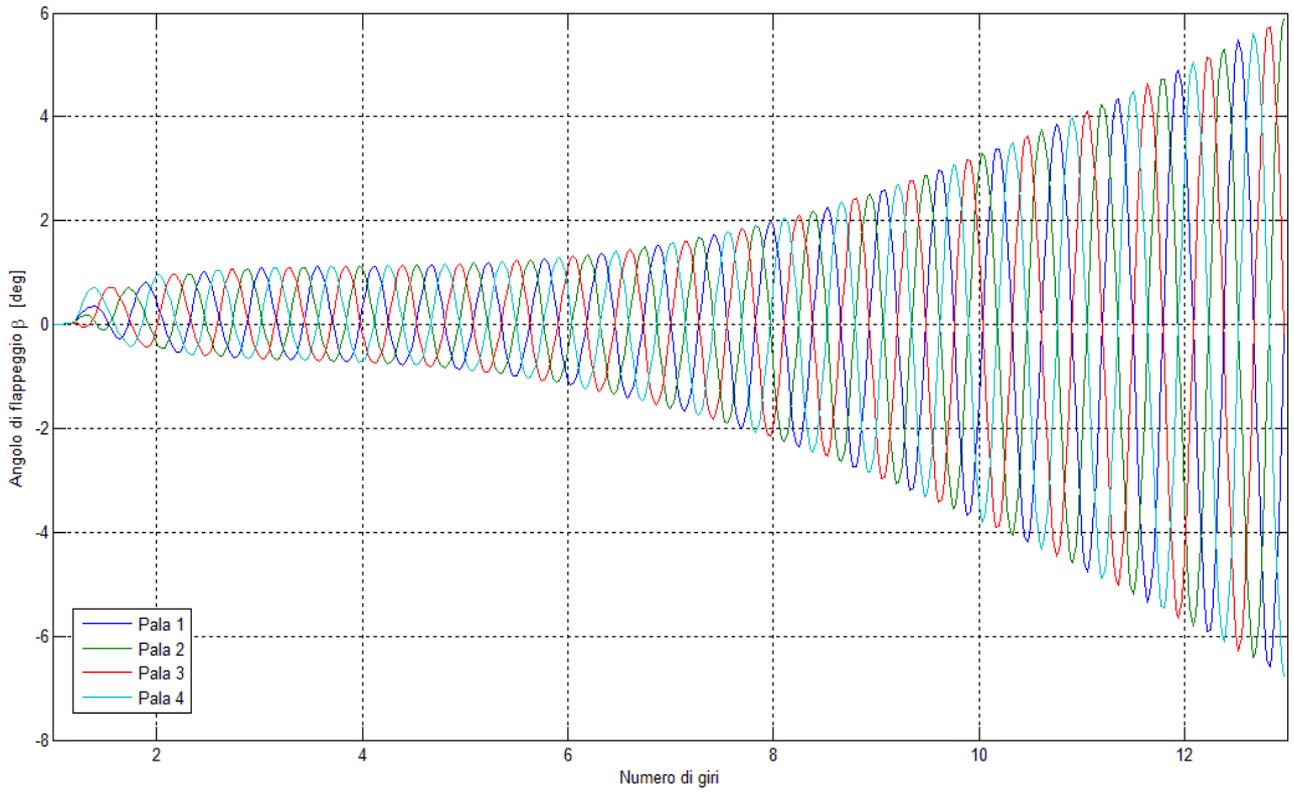


Fig. 9.4 – Angolo di flappeggio β per ciascuna pala

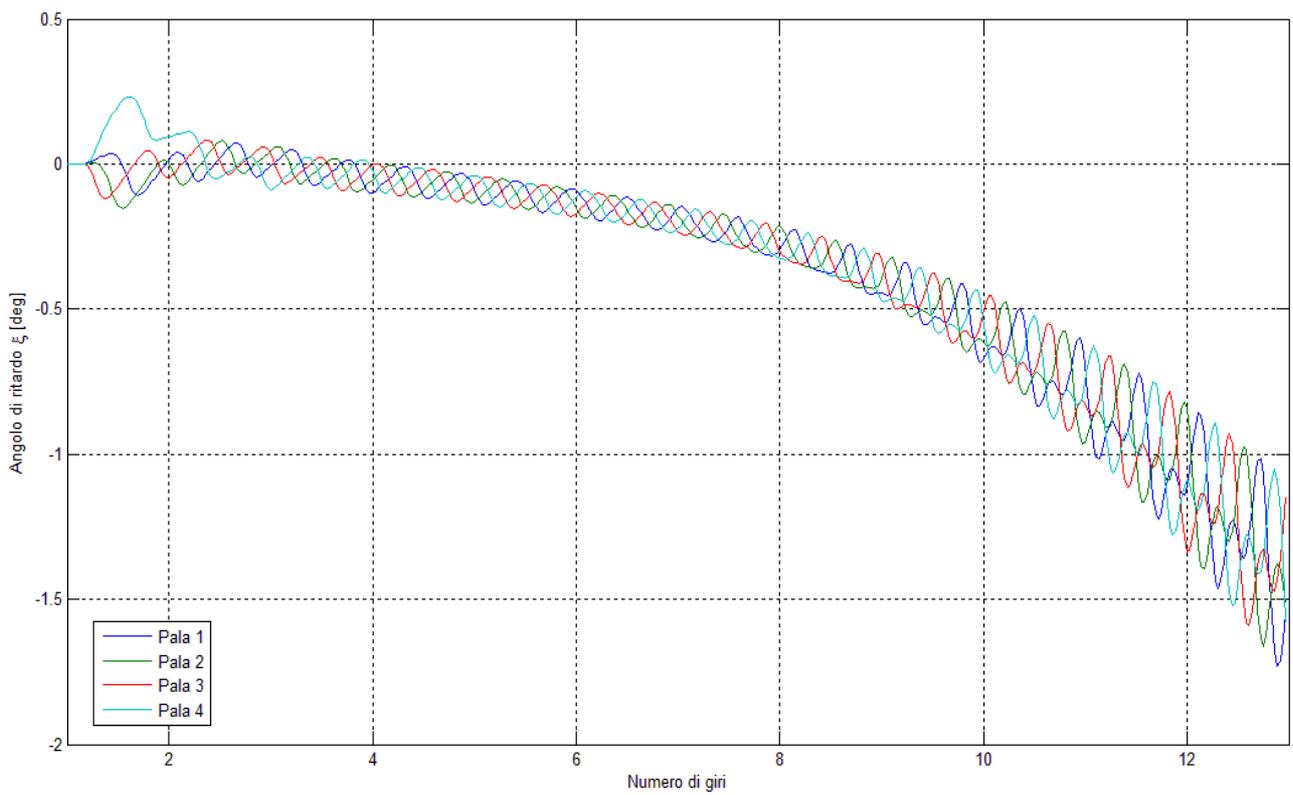


Fig. 9.5 – Angolo di *lagging* ξ per ogni pala

Conclusioni e sviluppi futuri

I modelli e gli algoritmi implementati in questa tesi per migliorare il codice *Hedyson* si sono dimostrati efficaci nel valutare l'equilibrio del rotore principale isolato sia in condizioni stazionarie che in condizioni non stazionarie e nel valutare la sua risposta dinamica ai comandi pilota. In particolare si è verificato che l'implementazione dei modelli di velocità indotta di *Peters-He* e del modello aerodinamico della pala fosse corretta, convalidandola mediante il confronto con risultati in forma chiusa provenienti dal calcolo analitico delle derivate aerodinamiche e dalla teoria dell'elemento di pala. Dal confronto con la precedente tesi si è potuto constatare che il nuovo modello di velocità indotta fornisce gli stessi risultati del modello *Uniform Inflow* sia in condizioni di *hovering* che in condizioni di *volo avanzato*, e in più consente di determinare la distribuzione della velocità indotta sia lungo la pala (quindi lungo il raggio del rotore), sia ad ogni azimuth lungo il giro.

La conversione del codice dalla versione *Matlab* alla nuova versione in *Fortran* non ha presentato problemi di incongruenza di risultati nella simulazione dinamica del rotore principale isolato, con tempi di calcolo decisamente inferiori rispetto alla versione *Matlab* a parità di condizioni iniziali. Questo consente di avere una buona base per un'eventuale simulazione in *real-time*.

Per quanto riguarda il modello *Simulink* di rotore, l'uso delle *S-function*, un potente strumento di analisi dei sistemi dinamici di larga diffusione nel campo della ricerca e in campo aziendale, ha consentito di realizzare un modello in grado di simulare la dinamica del rotore principale isolato a fronte di un ingresso temporale di comando pilota con *time-history* definibile da utente. Tuttavia tale modello non è completo in quanto ad ogni passo di simulazione non è in grado di aggiornare alcune grandezze importanti nel processo a causa dell'attuale impossibilità di implementare correttamente alcuni algoritmi. Al momento tali grandezze vengono mantenute costanti con valori pari a quelli ottenuti a regime con il codice *Hedyson*.

Riguardo agli sviluppi futuri di questo lavoro, il modello è suscettibile di miglioramenti nella caratterizzazione del rotore (cinematica della catena di comando, grado di libertà azimutale per verificare il comportamento alla variazione del numero di giri, *damper* di tipo *blade-to-blade* o *blade-to-hub*, matrice dei guadagni dai comandi pilota allo *swash-plate*, mozzo *gimbal*, [12]), nell'*airframe* (modelli più raffinati per la fusoliera e i piani di coda, [5] e [6]) e nell'aerodinamica (modello sperimentale di *Vortex Ring*, implementazione di effetti come lo *Stall Delay*, il *Wake*

contraction-expansion, il *Wake Roll-up*, il *Wake Distorsion*, [11], ed effetti di interferenza tra rotore principale e fusoliera e tra piani di coda e rotore di coda, [12]). Come già detto, la traduzione in linguaggio *Fortran* offre la possibilità di eseguire simulazioni *real-time* in quanto i tempi di calcolo sono di gran lunga inferiori a quelli della versione in *Matlab*. Discorso a parte va fatto per il modello *Simulink* del rotore: essendo stato realizzato in una forma modulare (si distinguono i blocchi che effettuano il calcolo della velocità indotta, della dinamica di ciascuna pala e quelli che elaborano i dati di ingresso), i vari blocchi che lo compongono possono essere aggiornati con modelli più avanzati. Inoltre il modello *Simulink* di rotore principale è pensato come parte di un modello completo di velivolo, comprendente i blocchi di fusoliera, rotore di coda e piani di coda ed è prevista la possibilità di ingressi temporali, con *time-history* definibile da utente, non solo dovuti ai comandi pilota ma anche a raffiche, per avere una caratterizzazione completa della dinamica dell'elicottero. Allo stadio attuale però è un modello suscettibile di miglioramenti, soprattutto per quanto riguarda il calcolo ad ogni *step* dei valori medi nel giro di alcune grandezze, necessari nella simulazione della dinamica del rotore isolato.

Appendice A

Elicottero di riferimento

Peso, W	9070 kg
Momenti di inerzia:	
rollio, I_{xx}	6780 $kg \cdot m^2$
beccheggio, I_{yy}	54230 $kg \cdot m^2$
imbardata, I_{zz}	47450 $kg \cdot m^2$

Rotore Principale

Raggio, R_{MR}	9.14 m
Area del disco, A_{MR}	262.68 m^2
Velocità periferica, $V_{tip_{MR}}$	198.12 m/s
Giri al minuto, RPM_{MR}	206.90 rpm
Corda media, \bar{c}_{MR}	0.61 m

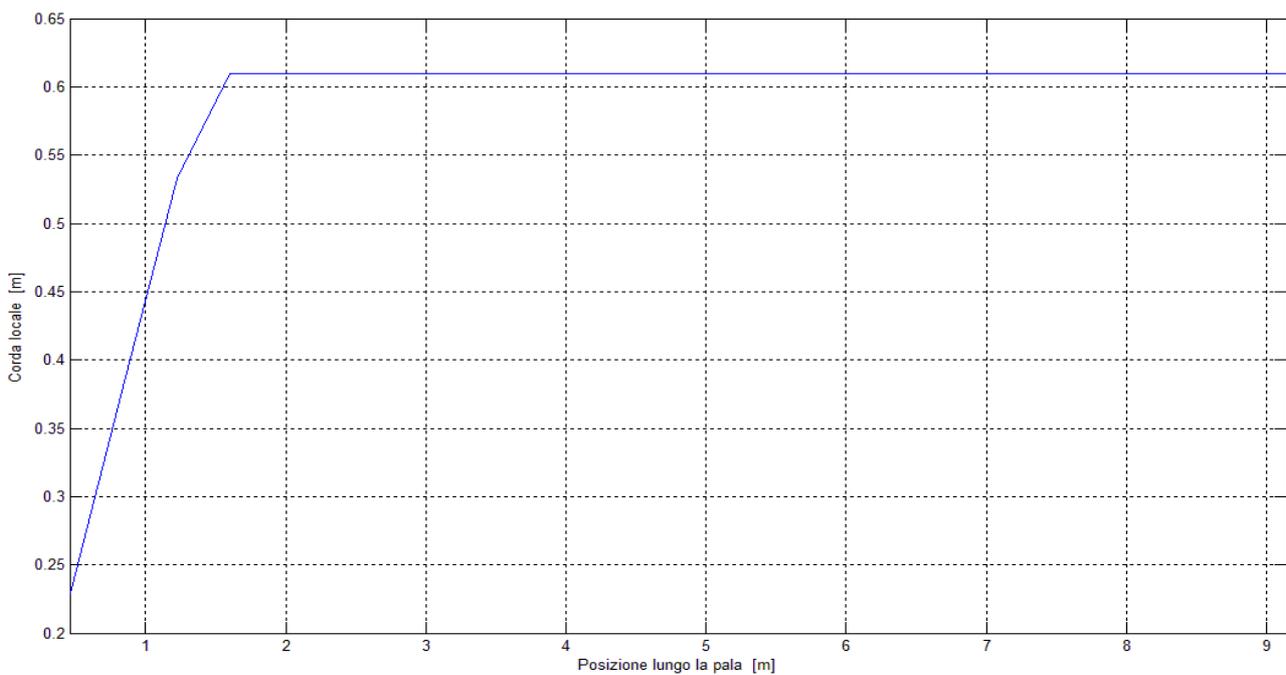


Fig. A. 1 – Corda locale

Numero di pale, b_{MR}

4

Profilo

NACA 0012

Svergolamento

lineare, -10°

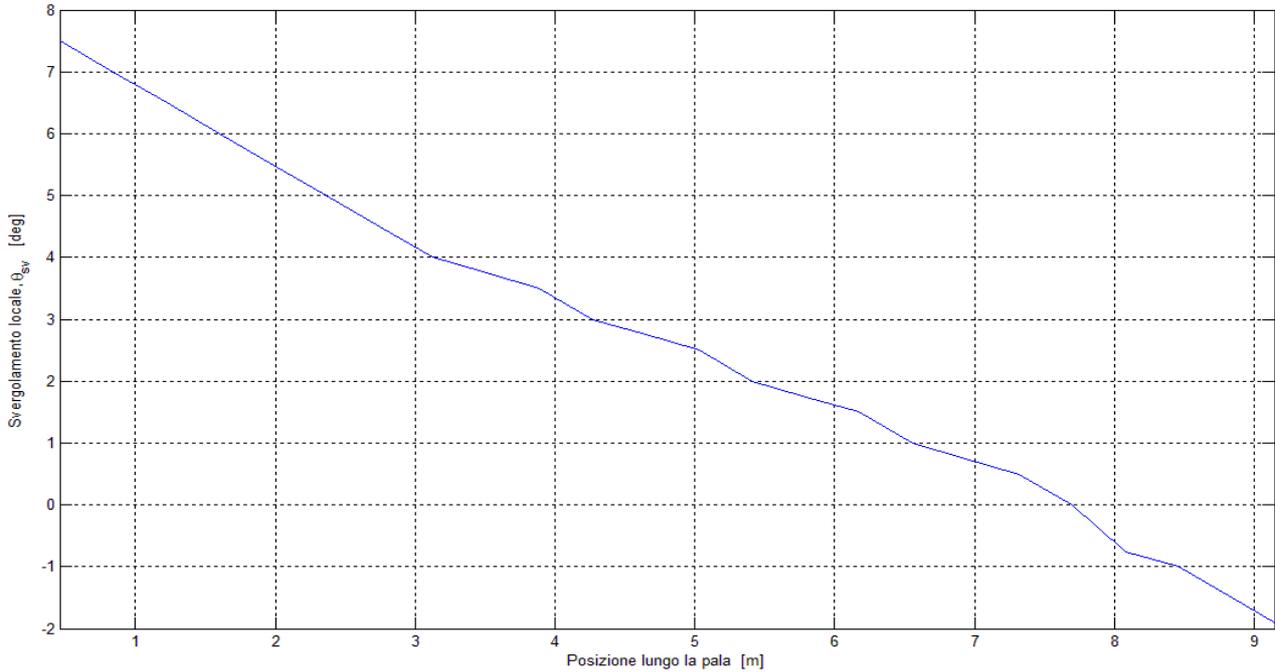


Fig. A. 2 – Svergolamento locale della pala

Fattore di perdita di estremità, B_{tip}	0.975
Angolo di inclinazione dell'albero, i_{MR}	0°
Angolo delta-3, δ_{3MR}	0°
Posizione longitudinale, l_{MR}	0.00 m
Posizione laterale, d_{MR}	0.00 m
Posizione verticale, h_{MR}	2.29 m
Numero di Lock, γ_{MR}	7.66
Solidità, σ_{MR}	0.085
Offset della cerniera, e_{MR}	0.05
Momento polare di inerzia, J_{MR}	$15566 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Massa totale della singola pala, m_{TOTMR}	154.70 kg

Rotore di Coda

Raggio, R_{TR}	1.98 m
Area del disco, A_{TR}	12.32 m^2

Velocità periferica, $V_{tip_{TR}}$ 198.12 m/s

Giri al minuto, RPM_{TR} 955.88 rpm

Corda media, \bar{c}_{TR} 0.30 m

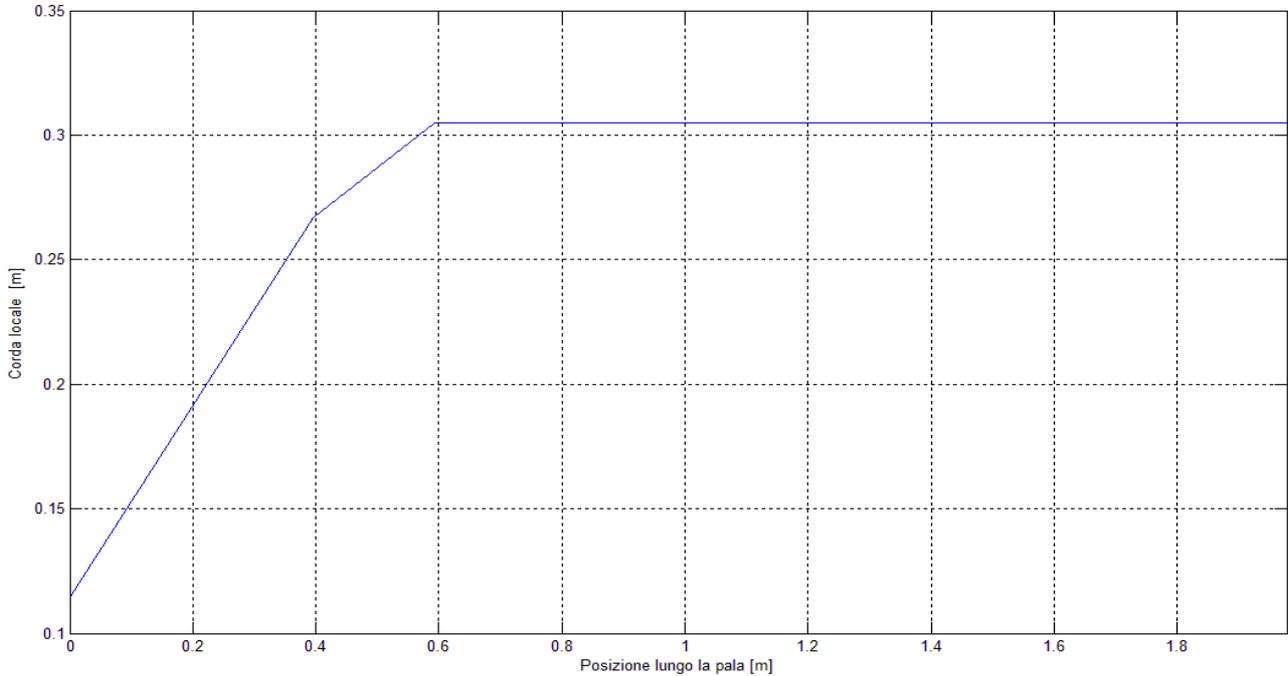


Fig. A. 3 – Corda locale

Numero di pale, b_{TR} 3

Profilo NACA 0012

Svergolamento lineare, -5°

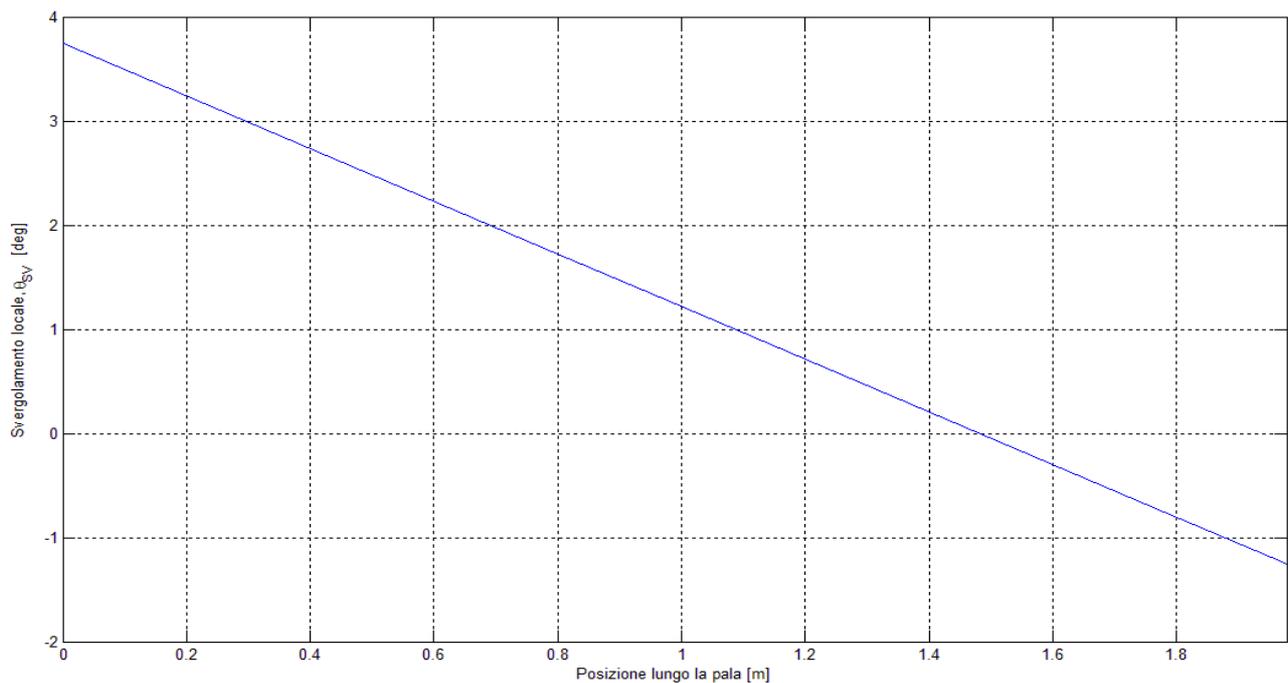


Fig. A. 4 – Svergolamento locale

Fattore di perdita di estremità, B_{tip}	0.980
Angolo delta-3, δ_{3TR}	0°
Posizione longitudinale, l_{TR}	11.28 m
Posizione laterale, d_{TR}	-0.46 m
Posizione verticale, h_{TR}	1.83 m
Numero di <i>Lock</i> , γ_{TR}	3.98
Solidità, σ_{TR}	0.146
Offset della cerniera, e_{TR}	0.00
Momento polare di inerzia, J_{TR}	32.5 kg · m ²
Massa totale della singola pala, m_{TOTTR}	6.23 kg

Piani di coda orizzontali

Superficie di riferimento, S_{HT}	1.67 m ²
Apertura alare, b_{HT}	2.74 m
Allungamento alare, AR_{HT}	4.5
Rapporto di rastremazione, λ_{HT}	0.71
Angolo di freccia, Λ_{HT}	13°
Posizione longitudinale del C. A. , l_{HT}	10.06 m
Posizione laterale del C. A. , d_{HT}	0.00 m
Posizione verticale del C. A. , h_{HT}	-0.45 m
Angolo di calettamento, i_{HT}	0°

Deriva

Superficie di riferimento, S_{VT}	3.07 m ²
Apertura alare, b_{VT}	2.35 m
Allungamento alare, AR_{VT}	1.8
Rapporto di rastremazione, λ_{VT}	0.21

Angolo di freccia, A_{VT}	27°
Posizione longitudinale del C. A. , l_{VT}	10.67 m
Posizione laterale del C. A. , d_{VT}	0.00 m
Posizione verticale del C. A. , h_{VT}	0.92 m
Angolo di calettamento, i_{HT}	0°

Fusoliera

Superficie di riferimento, S_F	262.68 m ²
Lunghezza di riferimento, c_F	9.14 m
Posizione longitudinale del C. A. , l_F	0.00 m
Posizione laterale del C. A. , d_F	0.00 m
Posizione verticale del C. A. , h_F	0.16 m

Appendice B

Derivate aerodinamiche dell'elicottero

Si riportano di seguito le espressioni analitiche delle derivate aerodinamiche più utilizzate nell'analisi di stabilità degli elicotteri [1]. La simbologia adottata è quella descritta al capitolo 2, in più si hanno le seguenti definizioni:

- $\lambda_D = \mu\alpha_D - \lambda_i$ parametro di *inflow* medio valutato rispetto al piano del disco;
- $\hat{w} = \frac{w}{\Omega R}$;
- $\hat{q} = \frac{1}{\Omega \hat{t}} \frac{d\theta}{dt}$.

B.1 – Derivate aerodinamiche nel piano longitudinale

$$x_u = -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \mu} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \mu} - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \mu} \quad (\text{B. 1})$$

$$z_u = -\frac{\partial C_T}{\partial \mu} \quad (\text{B. 2})$$

$$x_w = -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 3})$$

$$z_w = -\frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 4})$$

$$x_q = -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{q}} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \hat{q}} - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \hat{q}} \quad (\text{B. 5})$$

$$z_q = -\frac{\partial C_T}{\partial \hat{q}} \quad (\text{B. 6})$$

$$m'_u = -h_l x_u + l_l z_u + C_{m_s} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \mu} + (m_u)_f \quad (\text{B. 7})$$

$$m'_w = -h_l x_w + l_l z_w + C_{m_s} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}} + (m_w)_f \quad (\text{B. 8})$$

$$m'_q = -h_l x_q + l_l z_q + C_{m_s} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{q}} + (m_q)_f \quad (\text{B. 9})$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} = \frac{2\mu\theta_0 + \alpha_D - \beta_{1c} - (4C_T / \sigma C_{l\alpha} \lambda_i) \bar{V} \bar{v}_i^3}{1 + (4C_T / \sigma C_{l\alpha} \lambda_i)(1 + \bar{v}_i^4)} \quad (\text{B. 10})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mu} = \alpha_D - \beta_{1c} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \mu} \quad (\text{B. 11})$$

$$\frac{\partial C_T}{\partial \mu} = \sigma \left[\frac{2\mu\theta_0 + \alpha_D - \beta_{1c} + \bar{V} \bar{v}_i^3 / (1 + \bar{v}_i^4)}{4 / C_{l\alpha} + (\lambda_i \sigma / C_T) / (1 + \bar{v}_i^4)} \right] \quad (\text{B. 12})$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \mu} = \frac{\beta_{1c}}{\mu} - \frac{2\mu}{1 - \mu^2 / 2} \frac{\partial \lambda}{\partial \mu} \quad (\text{B. 13})$$

$$\frac{\partial C_{hd}}{\partial \mu} = \frac{1}{4} \delta \sigma \quad (\text{B. 14})$$

$$\frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} \left[\frac{1}{1 + (C_{l\alpha} \lambda_i \sigma / 4C_T) + \bar{v}_i^4} \right] \quad (\text{B. 15})$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}} = \frac{2\mu}{(1 - \mu^2 / 2)(1 + (C_{l\alpha} \lambda_i \sigma / 4C_T) + \bar{v}_i^4)} \quad (\text{B. 16})$$

$$\frac{\partial C_{hd}}{\partial \hat{w}} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{4(1 + (C_{l\alpha} \lambda_i \sigma / 4C_T) + \bar{v}_i^4)} \left(\frac{1}{2} \beta_{1c} - \mu\theta_0 + \frac{\mu \lambda_D}{1 - \mu^2 / 2} \right) \quad (\text{B. 17})$$

$$\frac{\partial C_T}{\partial \hat{q}} = 0 \quad (\text{B. 18})$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{q}} = -\frac{16}{\gamma} \frac{1}{1 - \mu^2 / 2} \quad (\text{B. 19})$$

$$\frac{\partial C_{hD}}{\partial \hat{q}} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{4} \left(\frac{1}{2} \lambda - \mu \beta_{1c} - \mu^2 \theta_0 \right) \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{q}} \quad (\text{B. 20})$$

B.2 – Derivate aerodinamiche nel piano latero-direzionale

$$y_v = -C_T \frac{\beta_{1c}}{\mu} - \frac{1}{4} \delta - \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} - (y_v)_f \quad (\text{B. 21})$$

$$l'_v = -(h_l C_T + C_{m_s}) \frac{\beta_{1c}}{\mu} - h'_t \bar{s}_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 22})$$

$$l'_p = -\frac{16}{\gamma} \frac{[h_l (C_T + C_{l\alpha} \lambda_D / 8) + C_{m_s}]}{1 + \mu^2 / 2} - h_t'^2 \bar{s}_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 25})$$

$$l'_r = h'_t l'_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 24})$$

$$n'_v = l'_t \bar{s}_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} + (n_v)'_f \quad (\text{B. 26})$$

$$n'_p = h'_t l'_t \bar{s}_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} + (n_p)'_f \quad (\text{B. 27})$$

$$n'_r = -l_t'^2 \bar{s}_t \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} + (n_r)'_f \quad (\text{B. 28})$$

B.3 – Derivate aerodinamiche di comando

$$x_{\theta_{1s}} = -\frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}} \alpha_D + C_T \left(1 + \mu \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}} \right) - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \theta_{1s}} \quad (\text{B. 29})$$

$$z_{\theta_{1s}} = -\frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}} = u z_w \quad (\text{B. 30})$$

$$m'_{\theta_{1s}} = -h_l x_{\theta_{1s}} + l_l z_{\theta_{1s}} - C_{m_s} \left(1 + \mu \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}} \right) \quad (\text{B. 31})$$

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_{1s}} = -\mu \frac{\partial C_T}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 32})$$

$$\frac{\partial C_{hD}}{\partial \theta_{1s}} = -\mu \frac{\partial C_{hD}}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 33})$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_{1s}} = -\mu \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \hat{w}} \quad (\text{B. 34})$$

$$x_{\theta_0} = -C_T \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} - \alpha_D \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} - \frac{\partial C_{hD}}{\partial \theta_0} \quad (\text{B. 35})$$

$$z_{\theta_0} = -\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} \quad (\text{B. 36})$$

$$m'_{\theta_0} = -h_l x_{\theta_{1s}} + l_l z_{\theta_0} - C_{m_s} \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} \quad (\text{B. 37})$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} = \frac{\lambda_i}{C_T (1 + \bar{v}_i^4)} \frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} \quad (\text{B. 38})$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \theta_0} = -\frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} \quad (\text{B. 39})$$

$$\frac{\partial \lambda_D}{\partial \theta_0} = \mu \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} \quad (\text{B. 40})$$

$$\frac{\partial C_T}{\partial \theta_0} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{6} \left\{ \frac{1 + 3\mu^2 / 2}{1 + C_{l\alpha} \sigma \lambda_i / [4C_T (1 + \bar{v}_i^4)]} \right\} \quad (\text{B. 41})$$

$$\frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} = \frac{2\mu}{1 - \mu^2 / 2} \left[\frac{4}{3} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_0} \right] \quad (\text{B. 42})$$

$$\frac{\partial C_{hD}}{\partial \theta_0} = \frac{C_{l\alpha} \sigma}{8} \left[\left(\beta_{1c} \frac{\partial \lambda_D}{\partial \theta_0} + \lambda_D \frac{\partial \beta_{1c}}{\partial \theta_0} \right) - 2\mu \left(\lambda_D + \theta_0 \frac{\partial \lambda_D}{\partial \theta_0} \right) \right] \quad (\text{B. 43})$$

Appendice C

Template.f

Si riporta di seguito il file *template.f* di *Matlab* per la scrittura delle *S-function*. Come si può notare, è suddiviso in diverse *subroutine*, ciascuna dedicata ad un compito preciso descritto nella parte di commento.

```

C=====
C   Subroutine:  SIZES
C
C   Abstract:
C       Set the size vector.
C
C       SIZES returns a vector which determines model
C       characteristics. This vector contains the
C       sizes of the state vector and other
C       parameters. More precisely,
C       SIZE(1) number of continuous states
C       SIZE(2) number of discrete states
C       SIZE(3) number of outputs
C       SIZE(4) number of inputs
C       SIZE(5) number of discontinuous roots in
C               the system
C       SIZE(6) Direct feedthrough flag (1=yes, 0=no).
C               A port has direct feedthrough if the input is used in either
C               the OUTPUT or TNEXT (see simulink.f).
C               See matlabroot/simulink/src/sfuntmpl_directfeed.txt.
C
C=====
C       SUBROUTINE SIZES(SIZE)
C       INTEGER*4  SIZE(*)
C       INTEGER*4  NSIZES
C       PARAMETER (NSIZES=6)
C
C       SIZE(1) = 0
C       SIZE(2) = 0
C       SIZE(3) = 1
C       SIZE(4) = 1
C       SIZE(5) = 0
C       SIZE(6) = 1
C
C       RETURN
C       END
C
C=====
C   Subroutine:  INITCOND
C
C   Abstract:

```

```

C      Function to set initial condition vector
C      Input arguments:
C      None
C      Output arguments:
C      X0      a vector of initial conditions

```

```

C=====
SUBROUTINE INITCOND(X0)
REAL*8 X0(*)

RETURN
END

```

```

C=====
C      Subroutine:  DERIVS
C
C      Abstract:
C      Function to return derivatives
C      Input arguments:
C      T      time
C      X      state vector
C      U      input vector
C      Output arguments:
C      DX     state vector derivatives
C      Remark:
C      The state vector is partitioned into continuous and discrete
C      states. The first states contain the continuous states, and
C      the last states contain the discrete states.

```

```

C=====
SUBROUTINE DERIVS(T, X, U, DX)
REAL*8 T
REAL*8 X(*), U(*), DX(*)

RETURN
END

```

```

C=====
C      Subroutine:  OUTPUT
C
C      Abstract:
C      Function to return continuous outputs
C      Input arguments:
C      T      time
C      X      state vector
C      U      input vector
C      Output arguments:
C      Y      output vector
C      Remark:
C      The state vector is partitioned into continuous and discrete
C      states. The first states contain the continuous states, and
C      the last states contain the discrete states.

```

```

C=====
SUBROUTINE OUTPUT(T, X, U, Y)
REAL*8      T
REAL*8      X(*), U(*), Y(*)

Y(1) = U(1)

RETURN
END

```

```

C=====
C   Subroutine:  DSTATES
C
C   Abstract:
C   Function to perform discrete state update
C   Input arguments:
C   T           time
C   X           state vector
C   U           input vector
C   Output arguments:
C   XNEW        next state values
C   Remark:
C   The state vector is partitioned into continuous and discrete
C   states. The first states contain the continuous states, and
C   the last states contain the discrete states.
C=====
      SUBROUTINE DSTATES(T, X, U, XNEW)
      REAL*8 T
      REAL*8 X(*), U(*), XNEW(*)

      RETURN
      END

C=====
C   Subroutine:  DOUTPUT
C
C   Abstract:
C   Function to return discrete outputs
C   Input arguments:
C   T           time
C   X           state vector
C   U           input vector
C   Output arguments:
C   Y           output vector
C   Remark:
C   The state vector is partitioned into continuous and discrete
C   states. The first states contain the continuous states, and
C   the last states contain the discrete states.
C   This procedure is called only if it is a sample hit.
C=====
      SUBROUTINE DOUTPUT(T, X, U, Y)
      REAL*8 T
      REAL*8 X(*), U(*), Y(*)

      RETURN
      END

C=====
C   Subroutine:  TSAMPL
C
C   Abstract:
C   Function to return the sample and offset times
C   Input arguments:
C   T           time
C   X           state vector
C   U           input vector
C   Output arguments:
C   TS          sample time

```

```
C      OFFSET  offset time
C=====
C      SUBROUTINE TSAMPL(T, X, U, TS, OFFSET)
C      REAL*8      T,TS,OFFSET
C      REAL*8      X(*), U(*)

C      TS      = 0.0
C      OFFSET = 0.0

C      RETURN
C      END

C=====
C      Subroutine:  TSINGUL
C
C      Abstract:
C      Function to return singularities
C      Input arguments:
C      T          time
C      X          state vector
C      U          input vector
C      Output arguments:
C      SING      singularities
C=====
C      SUBROUTINE SINGUL(T, X, U, SING)
C      REAL*8 T
C      REAL*8 X(*), U(*), SING(*)

C      RETURN
C      END
```

Bibliografia

- [1] A. R. S. Bramwell, G. Done, D. Balmford, *Bramwell's Helicopter Dynamics, Second Edition*, Edward Arnold, London, 2001.
- [2] M. Arra, *L'elicottero, Aerodinamica-Prestazioni-Controllo-Sistemi*, Hoepli Editore, Milano, 2005.
- [3] M. Grammatico, *Sviluppo di un modello per la determinazione dell'equilibrio di un velivolo ad ala rotante*, tesi di Laurea, Facoltà di Ingegneria Aerospaziale, Università di Pisa, anno accademico 2006/2007.
- [4] R. W. Prouty, *Helicopter Performance, Stability and Control*, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1986.
- [5] J. Seddon, S. Newman, *Basic Helicopter Aerodynamics, Second edition*, Blackwell Science, 2001.
- [6] A. Gessow, G. C. Myers jr, *Aerodynamics of the Helicopter*, Frederick Ungar Publishing, New York, 1985
- [7] K. R. Krothapalli, J. V. R. Prasad, D. A. Peters, *Helicopter Rotor Dynamic Inflow Modeling for Maneuvering Flight*, Journal of the American Helicopter Society, April 2001-Vol.46- N.2
- [8] J. A. Morillo, D. A. Peters, *Velocity field above a rotor disk by dynamic inflow model*, Journal of aircraft, October 2002 – Vol.39 – N.5
- [9] D. M. Pitt, D. A. Peters, *Theoretical prediction of dynamic inflow derivatives*, Vertica, vol.5, (1), 1981, pp 21 – 34

-
- [10] Peters, D. A. and Cao, W., *Off-Rotor Induced Flow by a Finite State Wake Model*, 37th AIAA SDM Conference, Salt Lake City, Utah, April 15-17 1996.
- [11] J. Zhao, *Dynamic Wake Distortion Model for Helicopter Maneuvering Flight*, School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, March 2005.
- [12] Padfield, G. D., *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*, AIAA Education Series, 1995.
- [13] E. Denti, F. Schettini, *Dispense del corso di Dinamica del Volo*, Corso di laurea in Ingegneria Aerospaziale, Università di Pisa, anno accademico 2006/2007.
- [14] A. Salvetti, *Dispense del corso di Dinamica del Volo degli elicotteri*, Corso di laurea in Ingegneria Aerospaziale, Università di Pisa, anno accademico 2006/2007.
- [15] W. S. Brainerd, C. H. Goldberg, J. C. Adams, *Programmer's Guide to Fortran 90, Third Edition*, Springer Editions, 1995